

วิธีเรณูถารโรเซชันสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากผลตอบสนองเชิงโหมดที่ได้จากการวัด



นาย สุวิทย์ วัชรชัยญากร

สถาบันวิทยบริการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

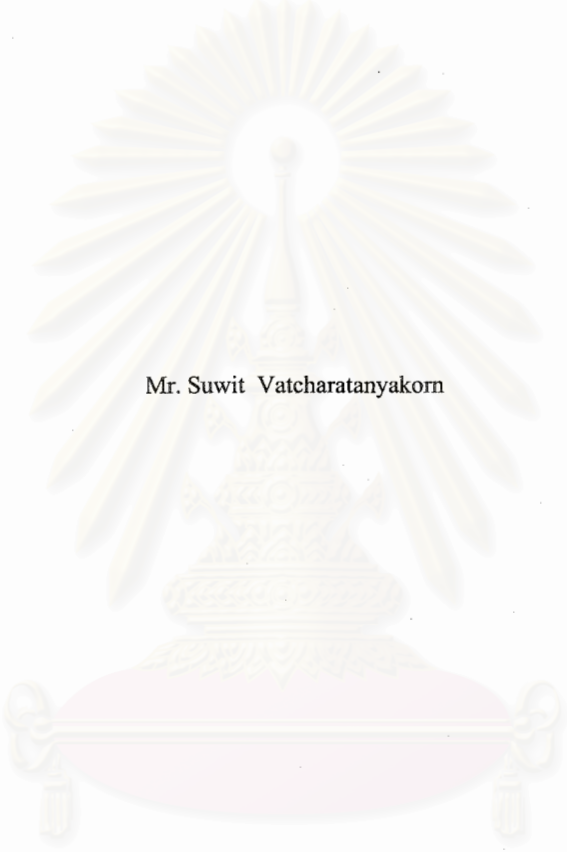
ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1027-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 20473539

A REGULARIZATION SCHEME FOR STRUCTURAL PARAMETER ESTIMATION FROM MEASURED
MODAL RESPONSE



Mr. Suwit Vacharatanyakorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering


Chulalongkorn University

Academic Year 2002


ISBN 974-17-1027-5

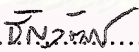
หัวข้อวิทยานิพนธ์ วิธีเรกูลาร์ไรเซชันสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจาก
ผลตอบสนองเชิงโหมดที่ได้จากการวัด
โดย นาย สุวิทย์ วัชรธัญญากร
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์ ดร.ธัญวัฒน์ โพธิศิริ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท


..... คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการสอบ
(ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(อาจารย์ ดร.ธัญวัฒน์ โพธิศิริ)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ แสนจันทร์ดิไชย)

สถาบันวิจัยปฏิบัติการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุวิทย์ วัชรชัยนุญการ : วิธีเรกูลาร์ไรเซชันสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากผลตอบสนองเชิงโหมดที่ได้จากการวัด (A REGULARIZATION SCHEME FOR STRUCTURAL PARAMETER ESTIMATION FROM MEASURED MODAL RESPONSE) อ. ที่ปรึกษา : อาจารย์ ดร. ธัญวัฒน์ โปธิศิริ 161 หน้า. ISBN: 974-17-1027-5.

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปัญหาของการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากผลตอบสนองเชิงโหมดที่วัดค่าโดยที่ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความถี่ของโครงสร้างและมีความคลาดเคลื่อน ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ได้ขาดความเป็นเอกภาพและมีความไวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล การศึกษานี้เสนอแนวทางการแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีเรกูลาร์ไรเซชัน วิธีนี้อาศัยการเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมายหลักซึ่งอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างผลตอบสนองของโครงสร้างจริงที่ได้จากการวัดและการคำนวณด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้าง ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันถูกนิยามให้เป็นยูคลิดียนนอร์มของผลต่างระหว่างค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณและค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณ ผลกระทบของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ถูกกำหนดโดยค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน จากการแยกเมตริกซ์ความไว้วางใจของผลตอบสนองการสั่นไหวด้วยวิธีการแยกส่วนด้วยค่าซิงกูลาร์ (Singular Value Decomposition, SVD) พบว่าค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะเหมาะสมที่สุดเมื่อใช้ค่าซิงกูลาร์ (singular value) ของเมตริกซ์ความไว้วางใจของผลตอบสนองการสั่นไหวที่มากที่สุด กรณีเช่นนี้เกิดจากการกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณมีผลกระทบต่อสมการเป้าหมายหลักสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์น้อยที่สุด

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เสนอถูกทดสอบประสิทธิภาพด้วยวิธีเชิงตัวเลข โดยใช้กรณีศึกษาเป็นแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น และขนาด 12 ชั้น จากผลการทดสอบพบว่า ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับชั้นความถี่ของโครงสร้างค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีที่เสนอมีความไว้วางใจต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลลดลง วิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพดีในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความถี่ของโครงสร้าง นอกจากนี้ปัญหาค่าความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบลดลงเมื่อพิจารณาจากค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณพารามิเตอร์ อย่างไรก็ตาม ประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีที่เสนอมีแนวโน้มลดลงเมื่อจำนวนตำแหน่งที่ทำการวัดรูปแบบการสั่นไหวลดลง

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา 2545

ลายมือชื่อนิสิต..... AS 25
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... อ.สุวิทย์

4270629621 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORDS: LEAST-SQUARES MINIMIZATION / REGULARIZATION / PARAMETER ESTIMATION

SUWIT VATCHARATANYAKORN : A REGULARIZATION SCHEME FOR STRUCTURAL PARAMETER ESTIMATION FROM MEASURED MODAL RESPONSE, THESIS ADVISOR: THANYAWAT POTHISIRI , Ph.D. 161 pp. ISBN: 974-17-1027-5

This research addresses the problems of non-uniqueness and sensitivity of solutions to structural parameter estimation from using incomplete and noisy measured modal response. The regularization method is employed by introducing a regularization function to the initial objective function that is cast as the least-squares minimization of the output errors. The regularization function is defined as the Euclidean norm of the difference between the values of the parameters being estimated and the a priori known baseline parameters. The effect of the regularization function on the parameter estimation problem is determined by a regularization factor. Based on a singular value decomposition of the sensitivity matrix of the structural response, it is shown that the optimal regularization factor is obtained by using the maximum singular value of the sensitivity matrix. This condition exists when the effect of the baseline parameters on the parameter estimation problem is minimal.

The performance of the proposed parameter estimation algorithm is tested in a numerical simulation study by using a nine-story and a twelve-story shear buildings as the model problems. From the results of the study, it is concluded that for the case of complete measurements, the sensitivity to the measurement noise of the solutions obtained from the proposed algorithm is reduced. The algorithm also performs well for the case of incomplete measurements. In addition, the problem of non-uniqueness is alleviated as evident from the decreasing value of the standard deviation of the parameter estimates. However, the performance of the proposed algorithm tends to decrease as the number of measurement locations decreases.

Department Civil Engineering
Field of study Civil Engineering
Academic year 2002

Student's signature..... *AS 25*

Advisor's signature... *Thanyawat Pothisiri*

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ อาจารย์ ดร. รัชวัฒน์ โพรศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้ความรู้ คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ในการวิจัย ตลอดจนให้กำลังใจจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปอย่างสมบูรณ์

นอกจากนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชีรพงศ์ เสนอจันทร์พิไชย ซึ่งเป็นคณะกรรมการในการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์ อันทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ท้ายสุดนี้ คุณประโยชน์อันพึงได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอมอบให้แก่ บิดา มารดา และญาติ ซึ่งได้ให้โอกาสในการศึกษาเล่าเรียน และนางสาว ฌฎฐกานต์ พลาจิณ ที่คอยสนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้เขียนเสมอมา

สุวิทย์ วัชรธัญญากร

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ณ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูป.....	ฉ
สัญลักษณ์.....	ค

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความนำ.....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
1.2.1 งานวิจัยเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์.....	2
1.2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับวิธีเรกูลาร์ไรเซชัน.....	4
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	6
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	6

บทที่ 2 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์

2.1 ความนำ.....	7
2.2 แบบจำลองโครงสร้างและการประมาณค่าพารามิเตอร์.....	7
2.3 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันค่าผิดพลาด.....	10
2.4 ความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม.....	14
2.5 ความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล.....	16
2.6 ปัญหาจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด.....	19
2.7 อสมการขอบเขตและเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบ.....	24
2.7.1 อสมการขอบเขต.....	24
2.7.2 เกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบ.....	25
2.8 บทสรุป.....	26

บทที่ 3 ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน

3.1 ความนำ.....	27
3.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน.....	27
3.3 ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุด.....	31

3.3.1	ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีมัธยนิรมเรขาคณิต (Geometric Mean Scheme, GMS).....	34
3.3.2	ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันแปรผันได้ (Variable Regularization Factor Scheme, VRFS).....	35
3.3.3	ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีที่เสนอใหม่ วิธีค่าซิงกูลาร์มากที่สุดแปรผันได้ (Variable Maximum Singular Value, VMSV).....	35
3.4	เกณฑ์การปรับค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน.....	36
3.5	ขั้นตอนวิธีในการประมาณค่าพารามิเตอร์.....	37
3.5.1	วิธี OEE.....	37
3.5.2	วิธี GMS.....	39
3.5.3	วิธี VRFS.....	41
3.5.4	วิธี VMSV.....	43
3.6	บทสรุป.....	45
บทที่ 4 กรณีศึกษาโครงสร้างคิกแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น		
4.1	ความนำ.....	46
4.2	ข้อมูลเบื้องต้นของแบบจำลองโครงสร้าง.....	46
4.3	การประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธี.....	48
4.4	การทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Experiment).....	50
4.4.1	กรณี I (ผลของระดับความคลาดเคลื่อน).....	52
4.4.2	กรณี II (ผลของจำนวนโหนด).....	57
4.4.3	กรณี III (ผลของระดับความคลาดเคลื่อนและจำนวนโหนด).....	60
4.4.4	กรณี IV (ผลของตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน).....	78
4.4.5	กรณี V (ผลของตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันและจำนวนโหนด).....	82
4.4.6	กรณี VI (ผลของขอบเขตบน).....	89
4.4.7	กรณี VII (ผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิง).....	89
4.5	การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ.....	93
4.6	บทสรุป.....	98
บทที่ 5 กรณีศึกษาโครงสร้างคิกแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น		
5.1	ความนำ.....	101
5.2	ข้อมูลเบื้องต้นของแบบจำลองโครงสร้าง.....	101
5.3	ผลการศึกษา.....	103
5.4	บทสรุป.....	107
บทที่ 6 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....		
		116

6.1 สรุปผล.....	116
6.2 ข้อเสนอแนะ.....	118
รายการอ้างอิง.....	120
ภาคผนวก.....	122
ก. การแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม	
ก.1 วิธีกำหนดการแบบริเคอร์ซีฟควอดราติก (Recursive Quadratic Programming, RQP).....	123
ก.2 วิธีเฟลทเซอร์แอคทีฟเซต (Fletcher Active Set) สำหรับการแก้ปัญหาห้อยแบบควอดราติก.....	125
ข. การแยกเมตริกซ์ด้วยวิธีการแยกส่วนด้วยค่าซิงกูลาร์ (Singular Value Decomposition, SVD).....	127
ค. การหาอนุพันธ์ด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และอันดับของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน.....	131
ง. การหาเมตริกซ์ความไวของตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง.....	134
จ. เกรเดียนต์ และเฮสเซียนของสมการเป้าหมาย.....	136
ประวัติผู้เขียน.....	141

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์คำตอบของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (จ).....	112
ตารางที่ 5.5 อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (จ)	113
ตารางที่ 5.6 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์คำตอบของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค).....	114
ตารางที่ 5.7 อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค)	115



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 2.4.1 การมีค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมหลายค่าตอบของสมการเป้าหมาย.....	14
รูปที่ 2.4.2 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มสำหรับแบบจำลองโครงสร้างที่มี 3 พารามิเตอร์.....	15
รูปที่ 2.5.1 ปัญหาความไวตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล.....	19
รูปที่ 2.6.1 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก).....	21
รูปที่ 2.6.2 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข).....	22
รูปที่ 2.6.3 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค).....	23
รูปที่ 3.3.1 แสดงการเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดโดยวิธี GMS และวิธี VMSV เมื่อกำหนดให้ $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 1.0$	34
รูปที่ 3.5.1 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี OEE	38
รูปที่ 3.5.2 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี GMS.....	40
รูปที่ 3.5.3 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี VRFS.....	42
รูปที่ 3.5.4 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี VMSV.....	44
รูปที่ 4.1 แบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น.....	46
รูปที่ 4.2 รูปแบบระดับชั้นความเสรีของแบบจำลองโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล.....	48
รูปที่ 4.3 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I-1 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	54
รูปที่ 4.4 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I-2 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	55
รูปที่ 4.5 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I-3 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	56
รูปที่ 4.6 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าตอบที่ดีที่สุดจากค่าตอบทั้งหมดของตัวอย่างกรณี I-3 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	61
รูปที่ 4.7 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II-1 กับจำนวน โหมดจากการใช้รูปแบบ การสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	62
รูปที่ 4.8 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II-2 กับจำนวน โหมดจากการใช้รูปแบบ การสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	63
รูปที่ 4.9 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II-3 กับจำนวน โหมดจากการใช้รูปแบบ การสั้นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	64

รูปที่ 4.32 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VI – 2 เทียบกับค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	91
รูปที่ 4.33 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VI – 3 เทียบกับค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	92
รูปที่ 4.34 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII – 1 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	94
รูปที่ 4.35 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII – 2 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	95
รูปที่ 4.36 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII – 3 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	96
รูปที่ 4.37 กราฟเปรียบเทียบสมการเป้าหมายกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 0% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)	97
รูปที่ 4.38 กราฟเปรียบเทียบสมการเป้าหมายกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)	99
รูปที่ 4.39 กราฟเปรียบเทียบนอร์มของเวกเตอร์ทิศทางการสั่นไหวกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้นเมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)	99
รูปที่ 5.1 แบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น.....	101
รูปที่ 5.2 รูปแบบระดับขั้นความเสรีของแบบจำลองโครงสร้างที่ทำกรวดข้อมูล.....	103
รูปที่ 5.3 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้นกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	104
รูปที่ 5.4 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้นกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	105
รูปที่ 5.5 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้นกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS.....	106



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์

a_k	=	อัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ของกลุ่ม k ต่อค่าพารามิเตอร์ x_0 ตามความสัมพันธ์ $x_k = a_k x_0$
\bar{a}_k	=	ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ของกลุ่ม k ต่อค่าพารามิเตอร์ x_0
\hat{a}_k	=	อัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างของกลุ่ม k ต่อค่าพารามิเตอร์ x_0
$B_i(\mathbf{x})$	=	$\tilde{K}(\mathbf{x}) - \lambda_i \bar{M}$
$\mathbf{c}(\mathbf{x})$	=	เวกเตอร์ของอสมการขอบเขต
\mathbf{d}	=	เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ
\mathbf{d}_k^E	=	เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากฟังก์ชันค่าผิดพลาด
\mathbf{d}_k	=	เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจาสมการเป้าหมายที่เพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
$\mathbf{d}^f, \mathbf{d}^e$	=	เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบเมื่อปราศจากความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน ตามลำดับ
D	=	ปริภูมิเวกเตอร์ (vector space) ของทิศทางของคำตอบ
$\mathbf{e}_i(\mathbf{x})$	=	ฟังก์ชันค่าผิดพลาดสำหรับการสันนิษฐานแบบไร้ความหวังของโหนดที่ i
G_m	=	เคอร์เนลเมตริกซ์บอกคุณสมบัติเชิงเรขาคณิตของชั้นส่วนย่อย m
H	=	เมตริกซ์เฮเซเซียน
I	=	เมตริกซ์เอกลักษณ์
$J_E(\mathbf{x})$	=	สมการเป้าหมายจากฟังก์ชันค่าผิดพลาด
$J_R(\mathbf{x})$	=	สมการเป้าหมายจากฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
$J(\mathbf{x})$	=	สมการเป้าหมายจากฟังก์ชันค่าผิดพลาดและฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
$\nabla J_E(\mathbf{x})$	=	เกรเดียนต์ของสมการเป้าหมายจากฟังก์ชันค่าผิดพลาด
$\nabla J_R(\mathbf{x})$	=	เกรเดียนต์ของสมการเป้าหมายจากฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
$\nabla J(\mathbf{x})$	=	เกรเดียนต์ของสมการเป้าหมายจากฟังก์ชันค่าผิดพลาดและฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
$K(\mathbf{x})$	=	สติเฟเนสมตริกซ์ของโครงสร้าง
\tilde{K}	=	PKP^T
ℓ	=	ฟังก์ชันของลากรองจ์
L	=	เมตริกซ์ปรับขนาด
m_0	=	ค่ามวลที่แต่ละชั้นของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารรับแรงเฉือน
M	=	เมตริกซ์ของมวลของโครงสร้าง

- \tilde{M} = PMP^T
- \tilde{M}_{i1} = เมตริกซ์ส่วนประกอบของ \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับเซตระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล
- \tilde{M}_{i2} = เมตริกซ์ส่วนประกอบของ \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับเซตระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล
- \hat{M}, \bar{M} = ส่วนของเมตริกซ์มวลของโครงสร้าง \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับกลุ่มของระดับชั้นความเร็วของโครงสร้าง \hat{N} และ \bar{N} ตามลำดับ
- N_d = จำนวนระดับชั้นความเร็วทั้งหมดในโครงสร้าง
- \hat{N}_d = จำนวนสมาชิกในเซตของระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล
- \bar{N}_d = จำนวนสมาชิกในเซตของระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล
- N_g = จำนวนกลุ่มของชิ้นส่วนย่อยทั้งหมดในแบบจำลองโครงสร้าง
- N_m = จำนวนโหมดที่ทำการวัดข้อมูลความถี่ธรรมชาติ และรูปแบบการสั่นไหว
- N_p = จำนวนค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ทั้งหมดในแบบจำลอง
- N_r = จำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม
- p_i = เวกเตอร์ทิศทางของ d ในรอบที่ i ตามความสัมพันธ์ $d_{i+1} = d_i + \zeta_i p_i$
- P = เมตริกซ์การสลับที่ของเมตริกซ์เอกลักษณ์
- Q = เมตริกซ์บูเลียน
- RMS = ค่าเฉลี่ยรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของค่าผิดพลาด (average root mean square error)
- RQB = ค่าเฉลี่ยรากที่สองของกำลังสองของความเอนเอียง (average root quadratic bias)
- S = เมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง
- S^+ = เมตริกซ์ผกผันเทียม (pseudoinverse) ของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง
- SD = ค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (average standard deviation)
- U_p = เมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $p \times p$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก $1 \geq \mu_1 \geq \dots \geq \mu_p > 0$
- V = ซิงกูลาร์เวกเตอร์ด้านขวา (Right Singular Vector, RSV) ของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง
- x_k = ค่าพารามิเตอร์ของชิ้นส่วนย่อย m ที่เป็นสมาชิกของกลุ่ม Ω_k ตามความสัมพันธ์ $x_k = a_k x_0$

- x_0 = อัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ของกลุ่ม k ต่อค่าพารามิเตอร์ a_k
ตามความสัมพันธ์ $x_k = a_k x_0$
- \mathbf{x} = เวกเตอร์ของค่าสถิติในสหพารามิเตอร์
- \mathbf{x}_0 = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่สมมติให้ทราบค่า
ก่อนการประมาณ
- \mathbf{x}_{k+1} = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบที่ $k + 1$ จากผลของฟังก์ชัน
ค่าผิดพลาดและฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
- \mathbf{x}_{k+1}^E = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบที่ $k + 1$ จากผลของฟังก์ชัน
ค่าผิดพลาด
- \mathbf{x}_i^0 = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มที่ i
- \mathbf{x}_0 = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์รอบที่ $k = 0$
- $\hat{\mathbf{x}}$ = เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้าง
- $\mathbf{x}^U, \mathbf{x}^L$ = เวกเตอร์ของค่าขอบเขตบนและขอบเขตล่างของค่าสถิติในสหพารามิเตอร์
- $\bar{\mathbf{x}}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ
- \mathbf{x}_t = เวกเตอร์ตัวที่ t ของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ
- \mathbf{Z} = ซิงกูลาร์เวกเตอร์ด้านซ้าย (Left Singular Vector, LSV) ของเมตริกซ์
ความไว้วางใจของผลตอบสนองของโครงสร้าง
- Φ = ปริภูมิเวกเตอร์ (vector space) ของข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวจากการวัด
- Φ^c = รูปแบบการสั้นไหวจากการคำนวณซึ่งเป็นปริภูมิย่อย (subspace) ของ
ปริภูมิเวกเตอร์ (vector space) Φ
- Λ_k^E = เวกเตอร์ตัวคุณลักษณะรองจากฟังก์ชันค่าผิดพลาด
- Λ_k = เวกเตอร์ของตัวคุณลักษณะรองจากสมการเป้าหมายที่เพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
- \sum_p = เมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $p \times p$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก
 $0 \leq \gamma_1 \leq \dots \leq \gamma_p \leq 1$
- Ω = เมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $n \times n$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก
 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$
- \mathcal{U}_k = กลุ่มของชิ้นส่วนย่อยที่มีค่าสถิติในสหพารามิเตอร์ \mathbf{x}_k
- α = สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน
- β_k = ค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของค่าตอบ
- $\hat{\mathbf{x}}$ = เซตของระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล
- $\bar{\mathbf{x}}$ = เซตของระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล
- δ_i = ตัวคูณน้ำหนักสำหรับโหนดที่ i ซึ่งใช้บอกความสำคัญของโหนด
- $\eta_J, \eta_{JJ}, \eta_d, \eta_x$ = ค่าขอบเขตที่ยอมให้ของ $J_k, \|\nabla J_k\|, \|\mathbf{d}_k\|$ และ $\|\Delta \mathbf{x}\|/\mathbf{x}_k$ ตามลำดับ

ε	=	เวกเตอร์อัตราส่วนความคลาดเคลื่อนแบบสุ่มซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นคงที่ในช่วง $[-\xi, \xi]$
ϕ_i	=	เวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวสำหรับโหมดที่ i
$\tilde{\phi}_i$	=	$P\phi_i$
$\hat{\phi}_i$	=	เวกเตอร์ส่วนประกอบของรูปแบบการสั่นไหวของโหมดที่ i สำหรับเซตของระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล
$\bar{\phi}_i$	=	เวกเตอร์ส่วนประกอบของรูปแบบการสั่นไหวของโหมดที่ i สำหรับเซตของระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล
$\hat{\phi}_i^c$	=	เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลที่ได้จากการคำนวณในแต่ละโหมด
γ	=	ตัวคูณสำหรับปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1
γ_i	=	เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ทแยงมุม Σ_p
κ_2	=	ตัวเลขบอกสถานะ (condition number) ของเมตริกซ์
λ_i	=	กำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติสำหรับโหมดที่ i
μ_i	=	เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ทแยงมุม M_p
σ_i	=	ค่าลักษณะเฉพาะ (singular value) ของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง
ω_j	=	ตัวคูณน้ำหนักที่เป็นสมาชิกในเมตริกซ์ทแยงมุมตำแหน่งที่ j สำหรับบอกผลของสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน
ξ	=	ค่าตัวกำหนดระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล
ξ_i	=	ค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของเวกเตอร์ทิศทางของค่าตอบ
ψ_i	=	ค่าซิงกูลาร์วางนัยทั่วไป (generalized singular value) ของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างและเมตริกซ์ปรับขนาด
$\hat{\psi}, \psi^c(\mathbf{x})$	=	เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่แต่ละโหมดอยู่ในแถวเดียวกันที่ได้จากการวัดและการคำนวณในแต่ละโหมด ตามลำดับ
∇	=	เกรเดียนท์โอเปอเรเตอร์

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความนำ

การวิเคราะห์โครงสร้างทางวิศวกรรมโยธานิยมใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายหรือทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างภายใต้แรงกระทำทั้งแบบสถิตและแบบพลวัต การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างอาศัยกฎทางฟิสิกส์และความรู้ทางกลศาสตร์ ได้แก่ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน เรขาคณิตของการเสียรูป และกฎแห่งพฤติกรรมของวัสดุ ในการวิเคราะห์โครงสร้างโดยทั่วไปมีการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับคุณสมบัติทางวัสดุของโครงสร้างเนื่องจากข้อมูลทางด้านวัสดุของโครงสร้างถูกจำกัดด้วยผลจากการทดสอบวัสดุในแต่ละส่วนประกอบของโครงสร้าง

การประมาณค่าพารามิเตอร์ (parameter estimation) ใช้สำหรับหาคุณสมบัติของวัสดุของโครงสร้างเช่น สถิติเฟสและมวลของโครงสร้างจากผลการตอบสนองของโครงสร้าง โดยที่พฤติกรรมของโครงสร้างที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ค่าพารามิเตอร์จากกระบวนการดังกล่าวมีความแตกต่างจากพฤติกรรมของโครงสร้างจริงน้อยที่สุด ข้อมูลที่ได้จากผลการตอบสนองจริงของโครงสร้างที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถหาได้จากการทดสอบโครงสร้างภายใต้แรงกระทำสถิต (static test) แรงพลวัตในแต่ละโหมดของการสั่นไหว (modal test) และแรงพลวัตในสภาวะไม่คงตัว (transient dynamic test) ในการทดสอบภายใต้แรงกระทำสถิตนั้นจะให้แรงกระทำต่อโครงสร้างอย่างช้าๆ จนกระทั่งผลการเคลื่อนที่ของมวลมีน้อยมากและไม่นำมาคิด การทดสอบแบบนี้ต้องให้แรงกระทำต่อโครงสร้างมากเพียงพอให้เกิดการกระจัดที่สามารถวัดได้ ทำให้การทดสอบภายใต้แรงกระทำสถิตเหมาะสำหรับโครงสร้างที่มีขนาดไม่ใหญ่มาก สำหรับการทดสอบภายใต้แรงพลวัตในแต่ละโหมดของการสั่นไหวจะวัดผลการตอบสนองของโครงสร้างต่อแรงพลวัตขณะที่โครงสร้างสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดของการสั่นไหว ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง หรือที่เรียกว่า การกำทอน (resonance) การทดสอบภายใต้แรงพลวัตจะทำการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้สำหรับสั่น (shaker) ให้ยึดติดกับโครงสร้าง และจะทำการสั่นด้วยแรงที่มีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของโครงสร้างในแต่ละโหมดที่ต้องการวัดผลการตอบสนองของโครงสร้าง การทดสอบอาจไม่ใช้แรงพลวัตในการทดสอบ แต่จะทดสอบโดยทำให้โครงสร้างเกิดการเคลื่อนที่เริ่มต้น หรือ ความเร็วเริ่มต้น เรียกว่า การทดสอบภายใต้การสั่นแบบอิสระ (free vibration) ซึ่งจะสามารทำให้โครงสร้างสั่นได้เพียงโหมดแรกๆเท่านั้น สำหรับการทดสอบภายใต้แรงพลวัตในสภาวะไม่คงตัวจะทำการวัดการเคลื่อนที่ของโครงสร้างเทียบกับเวลา การทดสอบจะทำการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้สำหรับสั่นให้ยึดติดกับโครงสร้าง ปัญหาที่เกิดขึ้นสำหรับการทดสอบภายใต้แรงพลวัตในสภาวะไม่คงตัวคือไม่สามารถวัดแรงพลวัตได้อย่างถูกต้องขณะทำการทดสอบ (Ewins 2000)

วิธีหนึ่งในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างคือ การกำหนดสมการเป้าหมาย (objective function) ในรูปกำลังสองน้อยสุดของผลต่างระหว่างรูปแบบการสั่นไหวของแบบจำลองโครงสร้างกับผลการทดสอบ แล้วแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด วิธีนี้ให้ค่าพารามิเตอร์

ค่าตอบของสมการเป้าหมายที่มีความไม่เป็นเอกภาพ (non-uniqueness) ซึ่งเป็นผลจากรูปแบบที่ไม่สมบูรณ์ของการวัดรูปแบบการสั่นไหวที่ระดับชั้นความเสรีในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้าง และระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ได้จากการวัดรูปแบบการสั่นไหวมีผลทำให้เกิดกลุ่มของคำตอบอีกด้วย วิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาดังกล่าวคือ วิธีเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ซึ่งอาศัยการเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมายเพื่อกำหนดขอบเขตของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

การศึกษาผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ งานวิจัยเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์และงานวิจัยเกี่ยวกับวิธีเรกูลาร์ไรเซชัน

1.2.1 งานวิจัยเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์

วิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด (least-squares error function) เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการประมาณค่าสถิติเฟนสของโครงสร้างจากข้อมูลการเคลื่อนที่ของโครงสร้างภายใต้แรงกระทำแบบสถิต Sanayei และ Scampoli (1991) ทดลองวิธีดังกล่าวในการประมาณค่าสถิติเฟนสของโครงสร้างสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยใช้ฟังก์ชันค่าผิดพลาดเป็นยูคลิดนอร์ม (Euclidean norm) ของผลต่างระหว่างค่าสถิติเฟนสจากการวัดและค่าสถิติเฟนสจากการวิเคราะห์แบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ฟังก์ชันค่าผิดพลาดมีลักษณะไร้เชิงเส้นซึ่งสามารถแปลงเป็นแบบเชิงเส้นด้วยอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor) จากนั้นจึงทำการแก้ปัญหาด้วยการคำนวณซ้ำเพื่อให้ได้ค่าสถิติเฟนสที่มีความแตกต่างระหว่างแบบจำลองและการวัดน้อยที่สุด

Banan และ Hjelmstad (1993) เสนอการประมาณค่าสถิติเฟนสให้มีค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุดโดยวิธีตัวประมาณค่าผิดพลาดจากแรง (Force Error Estimator, FEE) และตัวประมาณค่าผิดพลาดจากการเคลื่อนที่ (Displacement Error Estimator, DEE) โดยใช้ฟังก์ชันค่าผิดพลาดเป็นแรงคงค้าง (residual force) และการเคลื่อนที่ในแต่ละรูปแบบของแรงกระทำแบบสถิต (static load case) ตามลำดับ จากนั้นจึงแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสถิติเฟนสที่เป็นคำตอบของสมการเป้าหมาย โดยใช้วิธีกำหนดการแบบรีเคอร์ซีฟควอดราติก (Recursive Quadratic Programming, RQP) ซึ่งวิธีนี้จะเปลี่ยนสมการเป้าหมายให้เป็นสมการกำลังสองและเปลี่ยนอสมการขอบเขต (inequality constraints) ให้เป็นสมการเชิงเส้นด้วยอนุกรมของเทย์เลอร์ จากนั้นกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่เป็นไปได้ แล้วคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ในรอบต่อไปจากทิศทางของคำตอบ (search direction) และค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ (step length)

Sanayei และ Saletnik (1996) เสนอวิธีประมาณพื้นที่หน้าตัดและโมเมนต์ของความเฉื่อยสำหรับโครงข้อมุมและโครงข้อแข็งใน 2 มิติ โดยใช้ข้อมูลจากค่าความเครียดที่วัดได้ และใช้ฟังก์ชันค่าผิดพลาดเป็นค่าความเครียดที่ได้จากแบบจำลองของโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการวัด จากนั้นจึงแก้ปัญหาด้วยวิธีเกาส์-นิวตัน (Gauss-Newton) จนกระทั่งค่าพื้นที่หน้าตัดและโมเมนต์ของความเฉื่อยลู่เข้า วิธีเกาส์-นิวตัน

ประมาณเมตริกซ์เฮสเซียน (Hessian matrix) โดยตัดเทอมที่มีอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันค่าผิดพลาดออกทำให้ได้เมตริกซ์เฮสเซียนที่คำนวณได้ง่ายขึ้นและมีคุณสมบัติบวกแน่นอน (Positive-definite)

ในทางปฏิบัติการวัดผลการตอบสนองของโครงสร้างภายใต้แรงพลวัตจะมีความสะดวกกว่าการวัดผลการตอบสนองของโครงสร้างภายใต้แรงกระทำสถิต (Ewins 2000) โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อโครงสร้างมีขนาดใหญ่ การวัดผลการตอบสนองของโครงสร้างภายใต้แรงกระทำสถิตกระทำได้ยาก Hjelmstad และคณะ (1992) ใช้วิธีพลังงานของแรงคงค้างสมมติ (virtual residual energy) ในการประมาณค่าสตีเฟนสโดยวัดผลตอบสนองของโครงสร้างทั้งจากแรงกระทำสถิต และแรงพลวัต วิธีนี้อาศัยหลักการของงานสมมติในการสร้างสมการเป้าหมายที่อยู่ในรูปของพลังงานของแรงคงค้างสมมติ จากนั้นจึงคำนวณหาค่าสตีเฟนสโดยให้สมการเป้าหมายมีค่าเท่ากับศูนย์ ในกรณีที่แบบจำลองให้ค่าสตีเฟนสตรงกับการวัด

Hjelmstad และคณะ (1995) เสนอตัวประมาณค่าผิดพลาดจากแรงกระทำเชิงโหมด (Modal Force Error Estimator, MFEE) และตัวประมาณค่าผิดพลาดจากการเคลื่อนที่เชิงโหมด (Modal Displacement Error Estimator, MDEE) ในการประมาณค่าสตีเฟนสและมวลของโครงสร้าง โดยใช้ข้อมูลที่ได้อากการวัดความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างในแต่ละโหมดภายใต้แรงพลวัต สมการเป้าหมายของวิธี MFEE และ MDEE อยู่ในรูปกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดจากแรงคงค้างและการเคลื่อนที่ในแต่ละโหมดของการเสียรูปตามลำดับ จากนั้นจึงแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสตีเฟนสที่เป็นคำตอบของสมการเป้าหมาย โดยใช้วิธี RQP จนกระทั่งได้คำตอบที่เหมาะสมเมื่อค่าสตีเฟนสและมวลของโครงสร้างลู่เข้า

Hjelmstad (1996) พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์จากรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างในแต่ละโหมดภายใต้แรงพลวัตด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดมีปัญหาความไม่เป็นเอกภาพของคำตอบซึ่งเป็นผลจากรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความถี่ในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้าง เนื่องจากอุปกรณ์ที่ใช้วัดมีจำกัด หรือพื้นที่ที่จะติดตั้งอุปกรณ์เข้าถึงได้ยาก นอกจากนี้ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ได้อากการวัดรูปแบบการสั่นไหวมีผลทำให้เกิดกลุ่มของคำตอบที่กระจายตัวอีกด้วย Hjelmstad (1996) เสนอวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม (random starting point scheme) สำหรับปัญหาที่สมการเป้าหมายให้จำนวนคำตอบมากกว่าหนึ่ง วิธีนี้ช่วยให้สามารถหาคำตอบที่ไม่เป็นเอกภาพได้ถ้ามีการกำหนดจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นให้มีจำนวนมากเพียงพอ ในกรณีที่ข้อมูลไม่มีความคลาดเคลื่อน Hjelmstad เสนอว่าคำตอบที่แท้จริงที่รวมอยู่กับคำตอบอื่นๆ จะสามารถหาได้โดยพิจารณา อัตราส่วนของจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ลู่เข้าหาคำตอบที่แท้จริงต่อจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นทั้งหมด และค่าของสมการเป้าหมาย สำหรับคำตอบที่แท้จริงนั้นจะให้อัตราส่วนของจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่ลู่เข้าหาคำตอบที่แท้จริงต่อจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นทั้งหมดสูงที่สุด และมูลค่าของสมการเป้าหมายต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบอื่น

1.2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับวิธีเรกูลาร์ไรเซชัน

วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มไม่ได้เป็นการแก้ปัญหาความไม่เป็นเอกภาพของคำตอบจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด แต่เป็นการเพิ่มโอกาสในการหาคำตอบที่แท้จริงเท่านั้น วิธีที่มีศักยภาพในการแก้ปัญหาความไม่มีเอกภาพของคำตอบ และความคลาดเคลื่อนของข้อมูล คือ วิธีเรกูลาร์ไรเซชัน ซึ่งวิธีนี้สมการเป้าหมายเดิมจะถูกเปลี่ยนแปลงโดยเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไป ซึ่งฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันทำหน้าที่ปรับค่าพารามิเตอร์ที่กำลังหาอยู่ไม่ให้หลุดออกจากคำตอบที่แท้จริง ขนาดของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันจะถูกปรับโดย สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน (regularization factor) ซึ่งสามารถหาได้ในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันอาจกำหนดให้มีค่าคงที่ที่ถูกรอบของการคำนวณโดยวิธีเส้นโค้งรูปตัวแอล (L-curve) และ วิธีเซนเนอรัลไลซ์ครอสวาเลดิชัน (Generalized Cross Validation, GCV) หรือสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในแต่ละรอบของการคำนวณโดยวิธีสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันแปรผันได้ (Variable Regularization Factor Scheme, VRFS) และวิธีมัชฌิมเรขาคณิต (Geometric Mean Scheme, GMS)

การหาสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี L-curve (Hansen 1992) ใช้การพิจารณากราฟความสัมพันธ์ระหว่างยุคลิตนอร์มของฟังก์ชันค่าผิดพลาดและยุคลิตนอร์มของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน โดยทำการเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน ณ ตำแหน่งที่กราฟมีการหักมุมเป็นรูปตัวแอลซึ่งที่ตำแหน่งนี้ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะมีค่าเหมาะสมที่สุด และคำตอบที่ได้จะใกล้เคียงกับคำตอบที่แท้จริง การหาสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี GCV (Golub และคณะ 1979) ใช้การนิยามฟังก์ชันขึ้นมาฟังก์ชันหนึ่ง เรียกว่า ฟังก์ชันเซนเนอรัลไลซ์ครอสวาเลดิชัน (Generalized Cross Validation, GCV) โดยทำการเลือกสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่ทำให้ฟังก์ชัน GCV มีค่าต่ำที่สุด

Busby และ Trujillo (1997) ใช้วิธีเรกูลาร์ไรเซชันเพื่อหาค่าของแรงที่ใช้ในการสันคานยื่นโดยใช้ข้อมูลจากค่าความเครียด สมการเป้าหมายประกอบด้วย 2 เทอม โดยเทอมแรกอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างค่าความเครียดที่ได้จากแบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการวัด เทอมที่สองเป็นฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันที่เกี่ยวข้องกับแรงที่ใช้สันคานที่ต้องการหา จากนั้นจึงหาสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยใช้วิธี GCV และวิธี L-curve วิธี GCV จะหาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดโดยพิจารณาสมการเป้าหมายเพิ่มเติมซึ่งอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างค่าความเครียดที่วัดได้เมื่อไม่มีความคลาดเคลื่อนและค่าความเครียดจากแบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ วิธี L-curve จะหาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างยุคลิตนอร์มของฟังก์ชันค่าผิดพลาดในเทอมแรกและยุคลิตนอร์มของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันในเทอมที่สอง จากนั้นจึงเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่อยู่ ณ ตำแหน่งที่กราฟมีการหักมุมเป็นรูปตัวแอล จากการวิจัยของ Busby และ Trujillo (1997) พบว่าค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่ได้จากทั้ง 2 วิธีนี้ให้ค่าใกล้เคียงกัน

วิธี GCV และวิธี L-curve ให้ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันคงที่ตลอดกระบวนการแก้ปัญหาที่ต้องมีการคำนวณซ้ำ การหาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมควรมีการปรับค่าสำหรับแต่ละรอบของการคำนวณ (Lee และคณะ 1999) เพื่อให้อัตราส่วนของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันต่อฟังก์ชันค่าผิดพลาดมีค่าเหมาะสม

ในระหว่างกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม Lee และคณะ (1999) เสนอวิธีสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันแปรผันได้ (Variable Regularization Factor Scheme, VRFS) เพื่อหารูปร่างเชิงเรขาคณิตของวัตถุชนิดหนึ่งซึ่งต่อเชื่อมอยู่ภายในวัตถุอีกชนิดหนึ่งที่มีรูปร่างแน่นอน (identification of the geometric shape in a finite body) ภายใต้แรงกระทำสถิต สมการเป้าหมายหลักอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่ที่คำนวณได้จากแบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และข้อมูลการเคลื่อนที่จากการวัด ซึ่งฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันที่เพิ่มเข้าไปในสมการเป้าหมายอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของความยาวโค้งของวัตถุที่อยู่ในวัตถุอีกชนิดหนึ่ง สำหรับค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันซึ่งทำหน้าที่กำหนดขนาดของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันจะถูกปรับเปลี่ยนไปตามเงื่อนไขในแต่ละรอบของการคำนวณ โดยในวิธี VRFS ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันต้องทำให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่าน้อยกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาดเสมอ และค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกปรับลดลงเมื่อฟังก์ชันค่าผิดพลาดมีค่าน้อยกว่าฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน วิธีนี้ให้คำตอบที่แม่นยำ และใช้จำนวนรอบของการคำนวณน้อยในการเข้าสู่หาคำตอบที่แท้จริง

Yeo และคณะ (2000) ประยุกต์ใช้วิธี VRFS ในการหาสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันสำหรับการประมาณค่าสตีเฟนสโครงสร้างโดยใช้ข้อมูลที่วัดได้จากการเคลื่อนที่ภายใต้แรงกระทำสถิต สมการเป้าหมายหลักอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่จากแบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และจากการวัด ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันที่เพิ่มเข้าไปในสมการเป้าหมาย ถูกนิยามให้เป็น Frobenius norm ของผลต่างระหว่างสตีเฟนสที่ได้จากการประมาณและสตีเฟนสของโครงสร้างที่ยังไม่เสียหาย (baseline structure)

วิธี VRFS ให้คำตอบที่แม่นยำแก่ยังขาดทฤษฎีอ้างอิง Park H.W. และคณะ (2001) เสนอการหาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีมัธยิมเรขาคณิต (Geometric Mean Scheme, GMS) ในการประมาณค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่นอะลูมิเนียม และแผ่นทังสเตนซึ่งต่อเชื่อมอยู่ภายในแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำสถิต สมการเป้าหมายหลักอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่จากแบบจำลองโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และจากการวัด ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันที่เพิ่มเข้าไปในสมการเป้าหมายอยู่ในรูปกำลังสองน้อยที่สุดของผลต่างระหว่างค่าโมดูลัสยืดหยุ่นที่ได้จากการประมาณและค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของโครงสร้างที่ยังไม่เสียหาย วิธี GMS ใช้ทฤษฎีการแยกส่วนด้วยค่าซิงกูลาร์ (Singular Value Decomposition, SVD) ในการแยกส่วนประกอบเมตริกซ์ความไหวตัว (sensitivity matrix) ของผลตอบสนองของโครงสร้างเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละรอบของการคำนวณจากค่าเฉลี่ยเชิงเรขาคณิตระหว่างค่าซิงกูลาร์ที่มากที่สุด และน้อยที่สุดของเมตริกซ์ความไหวตัว

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์สำคัญในงานวิจัยนี้มีดังต่อไปนี้

1. เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์จากรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างสำหรับหาคุณสมบัติของวัสดุของโครงสร้างอย่างเหมาะสมโดยใช้วิธีเรกูลาร์ไรเซชัน และวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์
3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์ก่อนและหลังการใช้วิธีเรกูลาร์ไรเซชัน

1.4 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยและสมมติฐานที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างที่พิจารณาเป็นโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือน (shear building)
2. พิจารณาโครงสร้างเป็นแบบอิลาสติกเชิงเส้น
3. พิจารณาเฉพาะค่าสถิติในสในการประมาณค่าพารามิเตอร์เท่านั้น และทราบค่ามวลของโครงสร้าง
4. ไม่มีความผิดพลาดในการวัดค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างในทุกโหมดของการสั่นไหว

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์

2.1 ความนำ

เนื้อหาในบทนี้เป็น การแสดงทฤษฎีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่มีสมการเป้าหมายอยู่ในรูปของกำลังสองของฟังก์ชันค่าผิดพลาด ทฤษฎีเบื้องต้นที่กล่าวถึงประกอบด้วยการศึกษาการสร้างแบบจำลองโครงสร้างเพื่อให้สามารถเข้าใจถึงที่มาของสมการเป้าหมายได้อย่างชัดเจน ร่วมกับการศึกษาการแก้ปัญหาการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยวิธีกำหนดการแบบรีเคอร์ซีฟควอดราติก (Recursive Quadratic Programming, RQP) ซึ่งวิธี RQP นี้ได้อธิบายรายละเอียดในภาคผนวก ก.1 นอกจากนี้สมการเป้าหมายที่อยู่ในรูปของกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นทำให้เกิดความไม่เป็นเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบ ซึ่งลักษณะความไม่เป็นเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบสามารถศึกษาได้โดยใช้วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มในการหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เป็นไปได้จากการพิจารณาสมการเป้าหมายร่วมกับสมการขอบเขตเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ทำให้สมการเป้าหมายต่ำสุดตามเงื่อนไขที่กำหนดโดยสมการขอบเขต

2.2 แบบจำลองโครงสร้างและการประมาณค่าพารามิเตอร์

พิจารณาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างที่มีจำนวนระดับชั้นความเสรีเท่ากับ N_d ภายใต้การสั่นอิสระแบบไร้ความหน่วง จะได้ว่าสมการแสดงสภาวะสมดุลที่แต่ละโหนดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{K}(\mathbf{x})\phi_i = \lambda_i \mathbf{M}\phi_i \quad (2.2.1)$$

โดยที่ $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ คือ สติเฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างขนาด $N_d \times N_d$ ที่ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์ \mathbf{x}

ϕ_i คือ เวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวขนาด $N_d \times 1$ สำหรับโหนดที่ i

λ_i คือ กำลังสองของค่าความถี่ธรรมชาติสำหรับโหนดที่ i

\mathbf{M} คือ เมตริกซ์ของมวลของโครงสร้างขนาด $N_d \times N_d$

เมื่อกำหนดให้แบบจำลองโครงสร้างประกอบด้วยกลุ่มของชิ้นส่วนย่อย $\{\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \dots, \mathcal{V}_{N_g}\}$ โดยที่ N_g คือ จำนวนกลุ่มของชิ้นส่วนย่อยทั้งหมดในแบบจำลองโครงสร้าง และกลุ่มของชิ้นส่วนย่อย \mathcal{V}_k มีค่าสติเฟเนสพารามิเตอร์ x_k นอกจากนี้กำหนดให้สติเฟเนสเมตริกซ์ประกอบด้วยค่าสติเฟเนสพารามิเตอร์ $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_p}\}$ โดยที่ N_p คือ จำนวนค่าสติเฟเนสพารามิเตอร์ทั้งหมดในแบบจำลอง โดยที่ $N_p = N_g$ จากการกำหนดการแบ่งกลุ่มของค่าพารามิเตอร์ข้างต้นสติเฟเนสเมตริกซ์จะสามารถเขียนได้ในรูปสมการ

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_g} \sum_{m \in U_k} x_k \mathbf{G}_m \quad (2.2.2)$$

โดยที่ x_k คือ ค่าพารามิเตอร์ของชิ้นส่วนย่อย m ที่เป็นสมาชิกของกลุ่ม U_k

\mathbf{G}_m คือ เคอร์เนลเมทริกซ์ (Kernel matrix) บวกคุณสมบัติเชิงเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อย m

โดยทั่วไปการเก็บข้อมูลความถี่ธรรมชาติ และรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างโดยการทดสอบภายใต้การสั่นแบบฮิสเทรีมีข้อจำกัดของจำนวนโหมดที่ทำการวัดซึ่งในการศึกษานี้สมมติให้เท่ากับ N_m โหมด โดยทั่วไปข้อมูลความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดจะสามารถเก็บได้เพียงตรง ในขณะที่รูปแบบการสั่นไหวจะสามารถวัดได้เพียงบางตำแหน่งของโครงสร้าง เนื่องจากพื้นที่ที่จะติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทำการวัดเข้าถึงได้ยาก และอุปกรณ์ที่ใช้วัดมีจำนวนจำกัด ถ้ากำหนดให้เซตของระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูลเป็น \mathcal{N} มีจำนวนสมาชิก \hat{N}_d และเซตของระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูลเป็น $\bar{\mathcal{N}}$ มีจำนวนสมาชิก \bar{N}_d โดยที่ $\hat{N}_d + \bar{N}_d = N_d$ เซตเหล่านี้สามารถใช้เป็นพื้นฐานในการจัดลำดับ และแบ่งกลุ่มระดับขั้นความถี่ของโครงสร้าง (Thanyawat Pothisiri และ Hjelmstad 2001) ทำให้สามารถเขียนรูปแบบการสั่นไหวได้ใหม่ในรูปแบบ

$$\tilde{\phi}_i \equiv \mathbf{P} \phi_i = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_i \\ \bar{\phi}_i \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

โดยที่ \mathbf{P} คือ เมทริกซ์การสลับที่ตามแนวตั้ง (column permutation) ของเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix)

$\hat{\phi}_i$ คือ เวกเตอร์ส่วนประกอบของรูปแบบการสั่นไหวขนาด $\hat{N}_d \times 1$ ของโหมดที่ i สำหรับเซตของระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล

$\bar{\phi}_i$ คือ เวกเตอร์ส่วนประกอบของรูปแบบการสั่นไหวขนาด $\bar{N}_d \times 1$ ของโหมดที่ i สำหรับเซตของระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล

สำหรับสถิติในสมเมทริกซ์และเมทริกซ์ของมวลของโครงสร้างสามารถจัดลำดับและแบ่งกลุ่มตามเซตของระดับขั้นความถี่ของโครงสร้าง \mathcal{N} และ $\bar{\mathcal{N}}$ ตามลำดับได้ดังนี้

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{P} \mathbf{K} \mathbf{P}^T \quad (2.2.4)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{P}^T \quad (2.2.5)$$

โดยที่เมทริกซ์ของมวลของโครงสร้างในสมการที่ (2.2.5) สามารถเขียนในรูปแบบ

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2.6)$$

โดยที่ \tilde{M}_{i1} คือ เมตริกซ์ส่วนประกอบของ \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับเซตระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล

\tilde{M}_{i2} คือ เมตริกซ์ส่วนประกอบของ \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับเซตระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ไม่ได้ทำการวัดข้อมูล

กำหนดให้ \hat{M} และ \bar{M} เป็นส่วนของเมตริกซ์มวลของโครงสร้าง \tilde{M} ซึ่งสอดคล้องกับกลุ่มของระดับชั้นความเสรีของโครงสร้าง \hat{N} และ \bar{N} ตามลำดับ ดังนั้น \hat{M} และ \bar{M} สามารถเขียนในรูป

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} \tilde{M}_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{M}_{12} \\ \tilde{M}_{21} & \tilde{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

แทนสมการที่ (2.2.7) และ (2.2.8) ในสมการที่ (2.2.1) จะได้ว่า

$$[\tilde{K}(\mathbf{x}) - \lambda_r \bar{M}] \tilde{\phi}_i = \lambda_r \hat{M} \tilde{\phi}_i \quad (2.2.9)$$

กำหนดให้ $B_i(\mathbf{x}) = \tilde{K}(\mathbf{x}) - \lambda_r \bar{M}$ สมการที่ (2.2.1) จะสามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$B_i(\mathbf{x}) \tilde{\phi}_i = \lambda_r \hat{M} \tilde{\phi}_i \quad (2.2.10)$$

กำหนดให้ Q คือ เมตริกซ์บูลีน (Boolean matrix) ขนาด $N_d \times N_d$ สำหรับหาส่วนประกอบของเวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลตามความสัมพันธ์ $\tilde{\phi}_i = Q \phi_i^c$ ด้วยการกำหนดแบบนี้สามารถเขียนสมการที่ (2.2.1) ได้ใหม่ว่า

$$\phi_i^c = \lambda_r Q B_i^{-1}(\mathbf{x}) \hat{M} \phi_i \quad (2.2.11)$$

โดยที่ ϕ_i^c คือ เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลที่ได้จากการคำนวณในแต่ละโหมด

2.3 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันค่าผิดพลาด

Banan และ Hjelmstad (1993) เสนอการประมาณค่าพารามิเตอร์สามารถเขียนในรูปของกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & J_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_m} \delta_i \|\mathbf{e}_i(\mathbf{x})\|^2 \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_p} \quad & \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

โดยที่ δ_i คือ ตัวคูณน้ำหนักสำหรับโหมดที่ i ซึ่งใช้บอกความสำคัญของโหมด
 N_m คือ จำนวนโหมดที่ทำการวัดข้อมูลความถี่ธรรมชาติ และรูปแบบการสั่นไหว
 $\mathbf{c}(\mathbf{x})$ คือ เวกเตอร์ของสมการขอบเขต
 $\|\cdot\|$ คือ ยูคลิดนอร์มของเวกเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยสมการเป้าหมาย (2.3.1) เรียกว่า วิธีตัวประมาณจากค่าผิดพลาดเอาที่พุท (Output Error Estimator, OEE) ตามการนิยามเทอม $\mathbf{e}_i(\mathbf{x})$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันค่าผิดพลาดสำหรับการสั่นอิสระแบบไร้ความหน่วงของโหมดที่ i ของโครงสร้างดังสมการ

$$\mathbf{e}_i(\mathbf{x}) \equiv \hat{\phi}_i - \lambda_i \mathbf{Q} \mathbf{B}_i^{-1}(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{M}} \hat{\phi}_i = \hat{\phi}_i - \hat{\phi}_i^c \quad (2.3.2)$$

เพื่อความสะดวกในการเขียนและจัดเรียงสมการในรูปของเวกเตอร์ จะพิจารณาจัดเรียงเวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวของแต่ละโหมดให้อยู่ในแถวเดียวกัน โดยกำหนดให้ $\hat{\psi}$ และ $\hat{\psi}^c(\mathbf{x})$ คือ เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่แต่ละโหมดอยู่ในแถวเดียวกันที่ได้จากการวัดและการคำนวณในแต่ละโหมด ตามลำดับ ดังนั้นสมการเป้าหมาย (2.3.1) สามารถเขียนใหม่ในรูปของเวกเตอร์ดังสมการ

$$J_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})\|^2 \quad (2.3.3)$$

โดยที่ $\hat{\psi} = \{\sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1, \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2, \dots, \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m}\}^T$ และ $\hat{\psi}^c(\mathbf{x}) = \{\sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1^c, \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2^c, \dots, \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m}^c\}^T$

การแก้ปัญหาค่าน้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย (2.3.1) ในการศึกษาจะใช้วิธี RQP ซึ่งรายละเอียดของวิธีนี้จะกล่าวถึงในภาคผนวก ก.1 ในการแก้ปัญหาด้วยวิธี RQP ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เป็นไปได้ในแต่ละรอบของการคำนวณหาได้จากสมการ

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k^E \quad (2.3.4)$$

โดยที่ β_k คือ ค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ (step length)

\mathbf{d}_k^E คือ เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ (search direction)

k คือ ดัชนีบอกจำนวนรอบของการคำนวณ

ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k^E สามารถหาได้จากการประมาณสมการเป้าหมาย (2.3.1) ด้วยสมการกำลังสอง และเปลี่ยนสมการขอบเขตให้เป็นสมการเชิงเส้น โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด \mathbf{x}_k จะได้ว่า

$$J_E(\mathbf{x}_{k+1}) = J_E(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k^E) \approx J_E(\mathbf{x}_k) + \nabla J_E(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k^E + \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^{ET} \nabla^2 J_E(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_k^E \quad (2.3.5)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}_{k+1}) = \mathbf{c}(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k^E) \approx \mathbf{c}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k^E \quad (2.3.6)$$

โดยที่ ∇ คือ เกรเดียนท์โอเปอเรเตอร์ (gradient operator) เทียบกับ \mathbf{x}

ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k^E ที่เหมาะสมสามารถหาได้จากสมการที่ (2.3.7) เรียกว่า ปัญหาย่อยแบบควอดราติก (quadratic subproblem)

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^{ET} \nabla^2 J_E(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_k^E + \nabla J_E(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k^E \\ \mathbf{d}_k^E \quad & \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{c}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k^E \leq 0 \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

การทำ $\nabla J_E(\mathbf{x})$ และเมตริกซ์เฮเซียน \mathbf{H} จากสมการที่ (2.3.7) ในการศึกษาจะใช้วิธีเกาซ์-นิวตัน ในการประมาณเมตริกซ์เฮเซียน โดยตัดทอนที่มีอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันค่าผิดพลาดออกทำให้ได้เมตริกซ์เฮเซียนที่คำนวณได้ง่ายขึ้นและเป็นบวกแน่นอน (positive-definite) ซึ่งรายละเอียดของวิธีนี้จะกล่าวถึงในภาคผนวก จ โดยที่ $\nabla J_E(\mathbf{x})$ และ \mathbf{H} สามารถหาได้ดังนี้

$$\nabla J_E(\mathbf{x}) = \nabla \mathbf{e}(\mathbf{x})^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) = -\mathbf{S}^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (2.3.8)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \mathbf{e}(\mathbf{x})^T \nabla \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \nabla^2 \mathbf{e}(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (2.3.9)$$

โดยที่ \mathbf{S} คือ เมตริกซ์ความไวตัวของ $\hat{\psi}^c(\mathbf{x})$ เท่ากับ $\nabla \hat{\psi}^c(\mathbf{x})$

$\mathbf{e}(\mathbf{x})$ คือ รูปแบบการสั้นไหวคงค้าง เท่ากับ $\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})$

แทน $\nabla J_E(\mathbf{x})$ และ \mathbf{H} ในสมการที่ (2.3.7) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^{ET} \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k^E - \mathbf{d}_k^{ET} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{A}_k \mathbf{d}_k^E \leq \mathbf{b}_k \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

$$\text{โดยที่ } \mathbf{A}_k = \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}_k)^T, \mathbf{b}_k = -\mathbf{c}(\mathbf{x}_k) \text{ และ } \mathbf{e}_k = \mathbf{e}_k(\mathbf{x}_k) \quad (2.3.11)$$

จากสมการที่ (2.3.10) และ (2.3.11) สามารถเขียนฟังก์ชันของลากรองจ์ (Lagrangian function) ได้ดังนี้

$$\ell(\mathbf{d}_k^E, \Lambda_k) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^{ET} \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k^E - \mathbf{d}_k^{ET} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \Lambda_k^T (\mathbf{A}_k \mathbf{d}_k^E - \mathbf{b}_k) \quad (2.3.12)$$

โดยที่ Λ_k คือ เวกเตอร์ของตัวคูณลากรองจ์ (Lagrange multiplier)

เงื่อนไขที่จำเป็นอันดับแรกสำหรับเวกเตอร์ \mathbf{d}_k^E ที่เหมาะสม

$$\nabla_{\mathbf{d}_k^E} \ell(\mathbf{d}_k^E, \Lambda_k) : \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k^E - \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \mathbf{A}_k^T \Lambda_k = 0 \quad (2.3.13)$$

$$\nabla_{\Lambda_k} \ell(\mathbf{d}_k^E, \Lambda_k) : \mathbf{A}_k \mathbf{d}_k^E - \mathbf{b}_k = 0 \quad (2.3.14)$$

เขียนสมการที่ (2.3.13) และ (2.3.14) ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_k & \mathbf{A}_k^T \\ \mathbf{A}_k & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_k^E \\ \Lambda_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k \\ \mathbf{b}_k \end{bmatrix} \quad (2.3.15)$$

แก้สมการที่ (2.3.15) จะได้ว่า

$$\Lambda_k^E = -[\mathbf{A}_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T]^{-1} [\mathbf{b}_k - \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k] \quad (2.3.16)$$

$$\mathbf{d}_k^E = \mathbf{H}_k^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k - \mathbf{A}_k^T \Lambda_k^E] \quad (2.3.17)$$

โดยที่ \mathbf{d}_k^E คือ เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากฟังก์ชันค่าผิดพลาด

Λ_k^E คือ เวกเตอร์ตัวคูณลากรองจ์จากฟังก์ชันค่าผิดพลาด

กำหนดให้เมตริกซ์ $\mathbf{S} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ โดยที่ $m \geq n$ ซึ่งในการศึกษานี้ m คือ จำนวนระดับขั้นความเร็วของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูลคูณกับจำนวนโหนด และ n คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และกำหนดให้เมตริกซ์ $\mathbf{Z} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ เมตริกซ์ $\mathbf{\Omega} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ และเมตริกซ์ $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ ตามลำดับ โดยที่เมตริกซ์ \mathbf{Z} และ

เมตริกซ์ V มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonal) ดังสมการที่ (2.3.18) และ (2.3.19) และ Ω เป็นเมตริกซ์ทแยงมุมที่ประกอบด้วยสมาชิก $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$ และเมตริกซ์ L คือ เมตริกซ์ปรับขนาด (scaling matrix) ซึ่งรายละเอียดของเมตริกซ์ L จะกล่าวถึงในภาคผนวก ก เมตริกซ์ S สามารถแยกออกโดยใช้วิธีการแยกส่วนด้วยค่าซิงกูลาร์ (Singular Value Decomposition, SVD) ได้ดังสมการที่ (2.3.18) สำหรับรายละเอียดของวิธีนี้จะกล่าวถึงในภาคผนวก ข

$$S = Z\Omega V^T L \quad (2.3.18)$$

$$Z^T Z = I_n \text{ และ } Z Z^T = I_m \quad (2.3.19)$$

$$V^T V = V V^T = I_n \quad (2.3.20)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n \end{bmatrix} = \text{diag}(\sigma_j) \quad j = 1, \dots, n \quad (2.3.21)$$

โดยที่ σ_j^2 คือ ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ของเมตริกซ์ $S^T S$ และ $S S^T$

แทน $S = Z\Omega V^T L$ ในสมการที่ (2.3.17) จะได้ว่า

$$H^{-1} = (S^T S)^{-1} = S^+ (S^T)^{-1} = S^+ (S^+)^T = L^{-1} V \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j^2} \right) V^T L^{-1} \quad (2.3.22)$$

โดยที่ S^+ คือ เมตริกซ์ผกผันเทียม (pseudoinverse) ของเมตริกซ์ S เท่ากับ $L^{-1} V \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) Z^T$

แทน H^{-1} จากสมการที่ (2.3.22) ในสมการที่ (2.3.17) จะสามารถเขียน d_k^E ใหม่ในรูป

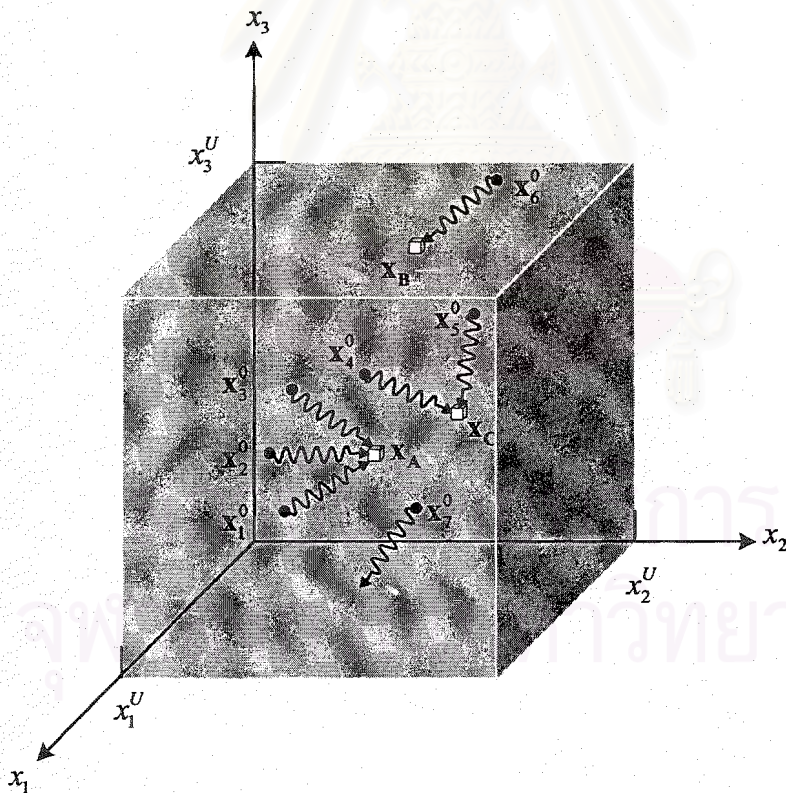
$$\begin{aligned} d_k^E &= H_k^{-1} [S_k^T e_k - A_k^T \Lambda_k^E] \\ &= H_k^{-1} S_k^T e_k - H_k^{-1} A_k^T \Lambda_k^E \\ &= S_k^+ (S_k^T)^{-1} S_k^T e_k - H_k^{-1} A_k^T \Lambda_k^E \\ &= S_k^+ e_k - H_k^{-1} A_k^T \Lambda_k^E \\ &= L_k^{-1} V_k \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) Z_k^T e_k - L_k^{-1} V_k \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) V_k^T L_k^{-1} A_k^T \Lambda_k^E \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

สมการที่ (2.3.23) เป็นเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากฟังก์ชันค่าผิดพลาดเมื่อแทนเมตริกซ์ H_k^{-1} และ S_k^T ที่ได้จากการแยกเมตริกซ์ด้วยวิธี SVD สำหรับใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์คำตอบ x_{k+1} จากผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาดและฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันในบทที่ 3

2.4 ความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบ และการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม

โดยทั่วไปค่าพารามิเตอร์คำตอบขึ้นอยู่กับลักษณะเชิงเรขาคณิตของสมการเป้าหมาย (2.3.1) และค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่กำหนดเพื่อใช้เป็นจุดเริ่มต้นในการแก้ปัญหาด้วยการคำนวณซ้ำ สมการเป้าหมายที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นจะทำให้เกิดความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบ พิจารณารูปที่ 2.4.1 ซึ่งแสดงค่าพารามิเตอร์คำตอบสำหรับแบบจำลองโครงสร้างที่มี 3 พารามิเตอร์ $\{x_1, x_2, x_3\}$ โดยที่ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_6^0\}$ ลู่เข้าหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่แตกต่างกันทั้งหมด 3 ค่า คือ $\{x_A, x_B, x_C\}$ นอกจากนี้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น x_3^0 ยังลู่เข้าหาสมการขอบเขต $x_3 = 0$

Hjelmstad (1996) เสนอวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม (random starting point scheme) สำหรับปัญหาที่สมการเป้าหมายให้คำตอบมากกว่าหนึ่ง วิธีการนี้จะกำหนดเซตของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มที่มีจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มเท่ากับ N_r คือ $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_{N_r}^0\}$ วิธีนี้ช่วยให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เป็นไปได้ถ้ามีการกำหนดจำนวนค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นให้มีจำนวนมากเพียงพอ และเพื่อป้องกันมิให้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นลู่เข้าหาสมการขอบเขต จึงกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น x_i^0 จากค่าพารามิเตอร์อ้างอิง x_0 ด้วยสมการ



รูปที่ 2.4.1 การมีค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมหลายคำตอบของสมการเป้าหมาย

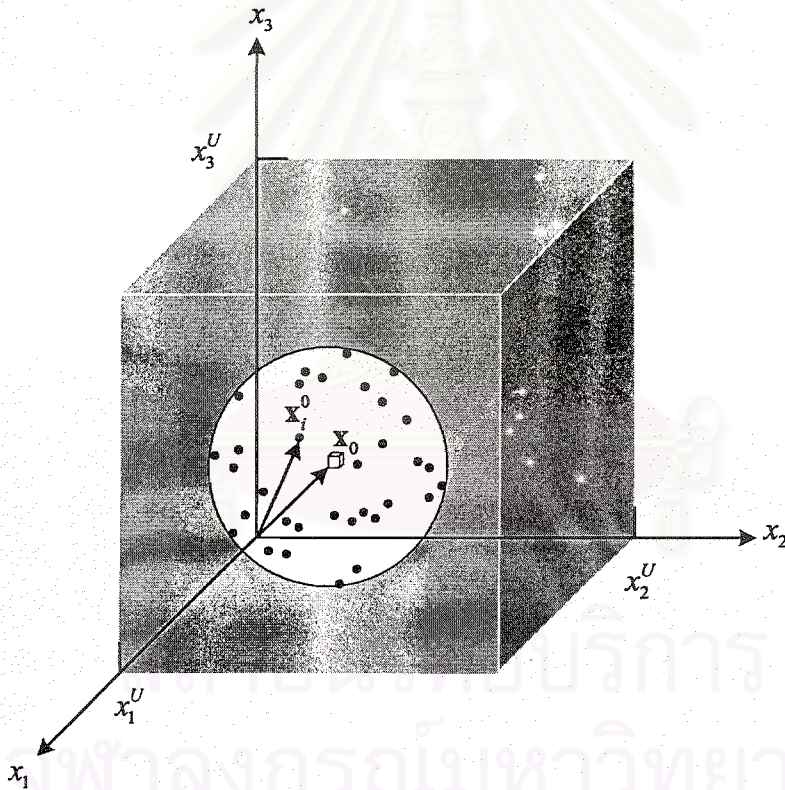
$$(\mathbf{x}_i^0 - \mathbf{x}_0)^T \mathbf{A} (\mathbf{x}_i^0 - \mathbf{x}_0) \leq 1 \quad (2.4.1)$$

โดยที่ \mathbf{x}_0 คือ ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณ

\mathbf{x}_i^0 คือ ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มที่ i

\mathbf{A} คือ เมทริกซ์ทแยงมุมสำหรับปรับขนาดของค่าพารามิเตอร์ เท่ากับ $\text{diag} \left[\frac{1}{x_{0,j}^2} \right]$ โดยที่ $j = 1, \dots, N_p$

การจำกัดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น \mathbf{x}_i^0 ที่คำนวณตามสมการที่ (2.4.1) ไม่ให้ลู่เข้าหาสมการขอบเขตสามารถแสดงได้โดยพิจารณารูปที่ 2.4.2 ซึ่งกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มสำหรับแบบจำลองโครงสร้างที่มี 3 พารามิเตอร์ จากค่าพารามิเตอร์อ้างอิง \mathbf{x}_0 พื้นที่แรเงาในรูปแสดงขอบเขตของค่าพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ขอบชั้นต่ำสุด คือ $\mathbf{x}^L = \{x_1^L, x_2^L, x_3^L\} = \{0, 0, 0\}$ และค่าพารามิเตอร์ขอบชั้นสูงสุด คือ $\mathbf{x}^U = \{x_1^U, x_2^U, x_3^U\}$



รูปที่ 2.4.2 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่มสำหรับแบบจำลอง โครงสร้างที่มี 3 พารามิเตอร์

2.5 ความไวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

พิจารณาเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบดังสมการที่ (2.3.17) ที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดดังสมการ

$$\mathbf{d}_k^E = \mathbf{H}_k^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k - \mathbf{A}_k^T \Lambda_k^E]$$

เมื่อค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาคำตอบที่แท้จริงในทิศทางที่เป็นไปได้ \mathbf{d}_k^E จะได้ว่าทั้ง Λ_k^E มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น \mathbf{d}_k^E ในสมการที่ (2.3.17) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{d}_k^E = \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k \quad (2.5.1)$$

แทน $\mathbf{H}_k \approx \mathbf{S}_k^T \mathbf{S}_k$ ในสมการที่ (2.5.1) จะได้ว่า

$$\mathbf{S}_k^T \mathbf{S}_k \mathbf{d}_k^E = \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k \quad (2.5.2)$$

เพื่อความสะดวกในการพิจารณากำหนดให้ $\mathbf{A} = \mathbf{S}_k$, $\mathbf{d} = \mathbf{d}_k^E$ และ $\mathbf{b} = \mathbf{e}_k$ และจัดสมการที่ (2.5.2) ใหม่ในรูปของสมการเชิงเส้นดังสมการ

$$\mathbf{A}\mathbf{d} = \mathbf{b} \quad (2.5.3)$$

โดยที่ เมทริกซ์ $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ เวกเตอร์ $\mathbf{d} \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ เวกเตอร์ $\mathbf{b} \in \mathcal{R}^{m \times 1}$ m และ n คือ จำนวนระดับขั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูลคูณกับจำนวนโหนด และจำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ตามลำดับ

ในกรณีที่ $m > n$ และ $\text{rank}(\mathbf{A}) = n$ หรือ จำนวนระดับขั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูลคูณกับจำนวนโหนดมากกว่าจำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นระบบสมการที่ (2.5.3) เรียกว่า ระบบกำหนดเกิน (overdetermined system) จากหลักการพีชคณิตเชิงเส้น (linear algebra) ของเมทริกซ์ จะได้ว่าเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากระบบสมการที่ (2.5.3) ไม่สามารถหาได้ แต่สามารถหาเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากระบบสมการที่ (2.5.3) ที่ใกล้เคียงกับเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบที่แท้จริงที่สุดได้จากปัญหาค่ากำลังสองน้อยที่สุด (least-squares problem) ดังสมการ

$$\underset{\mathbf{d}}{\text{Minimize}} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{d} - \mathbf{b}\|^2 \quad (2.5.4)$$

สมการเป้าหมาย (2.5.4) ให้เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบเทียบเท่ากับปัญหาห้อยแบบควอดราติก (2.3.7) ที่ไม่คิดผลของสมการขอบเขตดังสมการ

$$\text{Minimize}_{\mathbf{d}_k^E} J_E(\mathbf{d}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^{ET} \nabla^2 J_E(\mathbf{x}) \mathbf{d}_k^E + \nabla J_E(\mathbf{x})^T \mathbf{d}_k^E \quad (2.5.5)$$

แก้สมการที่ (2.5.4) เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบมีค่าดังสมการ

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{d} &= \mathbf{A}^T \mathbf{b} \\ \mathbf{d} &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

โดยเทอม $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ เรียกว่า เมทริกซ์ผกผันเทียมของเมทริกซ์ \mathbf{A}

เมื่อแยกเมทริกซ์ \mathbf{A} ด้วยวิธี SVD ดังสมการ (2.3.18) จะได้ว่า

$$\mathbf{d} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{V} \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) \mathbf{Z}^T \mathbf{b} \quad (2.5.7)$$

ในกรณีที่เมทริกซ์ปรับขนาดในสมการที่ (2.5.7) อยู่ในรูป $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ จะสามารถเขียนสมการที่ (2.5.7) ใหม่ในรูปของผลรวมจะได้

$$\mathbf{d} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{z}_i^T \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad j = 1, \dots, n \quad (2.5.8)$$

โดยที่ \mathbf{z}_j และ \mathbf{v}_j คือ เวกเตอร์ในแต่ละหลักของเมทริกซ์ \mathbf{Z} และ \mathbf{V} ตามลำดับ

เวกเตอร์ของค่าพารามิเตอร์คำตอบ \mathbf{x} หาได้จาก

$$\mathbf{x}_{k+1}^E = \mathbf{x}_k^E + \beta_k \mathbf{d}_k^E \quad (2.5.9)$$

ในกรณีที่ระบบสมการที่ (2.5.3) หรือ (2.5.4) มีลักษณะเป็นปัญหาที่อยู่ในสถานะไม่เหมาะสม (ill-posed problem) คือ ปัญหาที่เมทริกซ์ \mathbf{A} เป็นสถานะไม่เหมาะสม (ill-conditioned) หรือใกล้เมทริกซ์ซิงกูลาร์ (singular matrix) และค่าซิงกูลาร์ของเมทริกซ์ \mathbf{A} มีค่าลดลงจนเป็นศูนย์โดยไม่มีช่วงว่างของค่าซิงกูลาร์กล่าวคือค่าซิงกูลาร์มีค่าค่อนข้างต่อเนื่องสำหรับทุกค่าซิงกูลาร์ทำให้การแยกเมทริกซ์ \mathbf{A} ด้วยวิธี SVD เกิดปัญหาในขั้นตอนการคำนวณขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีความแม่นยำต่ำเนื่องจากไม่สามารถเก็บได้ทุกค่าซิงกูลาร์ของเมทริกซ์ \mathbf{A} [Hansen (1992) Kilmer และ O'leary (2000) Ahmadian และคณะ(1998)] ขณะที่เวกเตอร์ \mathbf{b} มีความคลาดเคลื่อนจากการวัดข้อมูลรวมอยู่ด้วย ทั้งผลจากการที่เมทริกซ์ \mathbf{A} มีสถานะไม่เหมาะสม (ill-conditioned) และความคลาดเคลื่อนของข้อมูลในเวกเตอร์ \mathbf{b} ทำให้คำตอบที่ได้จากระบบสมการ (2.5.3) หรือ

(2.5.4) ผิดไปจากคำตอบเมื่อข้อมูลปราศจากความคลาดเคลื่อน (noise-free solution) ซึ่งพิจารณาได้จากเวกเตอร์ \mathbf{b} ในสมการที่ (2.5.3) ดังสมการ

$$\mathbf{b} = \hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}) \quad (2.5.10)$$

กำหนดให้เวกเตอร์ $\hat{\psi}$ สามารถแยกได้เป็น 2 ส่วนคือ

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}^f + \varepsilon \quad (2.5.11)$$

โดยที่ $\hat{\psi}^f$ คือ เวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวเมื่อข้อมูลปราศจากความคลาดเคลื่อน

ε คือ เวกเตอร์อัตราส่วนความคลาดเคลื่อนแบบสุ่มซึ่งมีสมาชิกที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นคงที่ในช่วง $[-\xi, \xi]$ โดยที่ ξ คือ ค่าตัวกำหนดระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

แทน $\hat{\psi}$ จากสมการที่ (2.5.11) ในสมการที่ (2.5.10) จะได้ว่า

$$\mathbf{b} = \hat{\psi}^f - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (2.5.12)$$

แทน \mathbf{b} จากสมการที่ (2.5.12) ในสมการที่ (2.5.8) จะได้ว่า

$$\mathbf{d} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\mathbf{z}_i^T [\hat{\psi}^f - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})]}{\sigma_i} + \frac{\mathbf{z}_i^T \varepsilon}{\sigma_i} \right\} \mathbf{v}_i \quad (2.5.13)$$

เขียนสมการที่ (2.5.13) ใหม่ในรูปเมตริกซ์

$$\mathbf{d} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{V} \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) \mathbf{Z}^T [\hat{\psi}^f - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})] + \mathbf{L}^{-1} \mathbf{V} \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_j} \right) \mathbf{Z}^T \varepsilon = \mathbf{d}^f + \mathbf{d}^\varepsilon \quad (2.5.14)$$

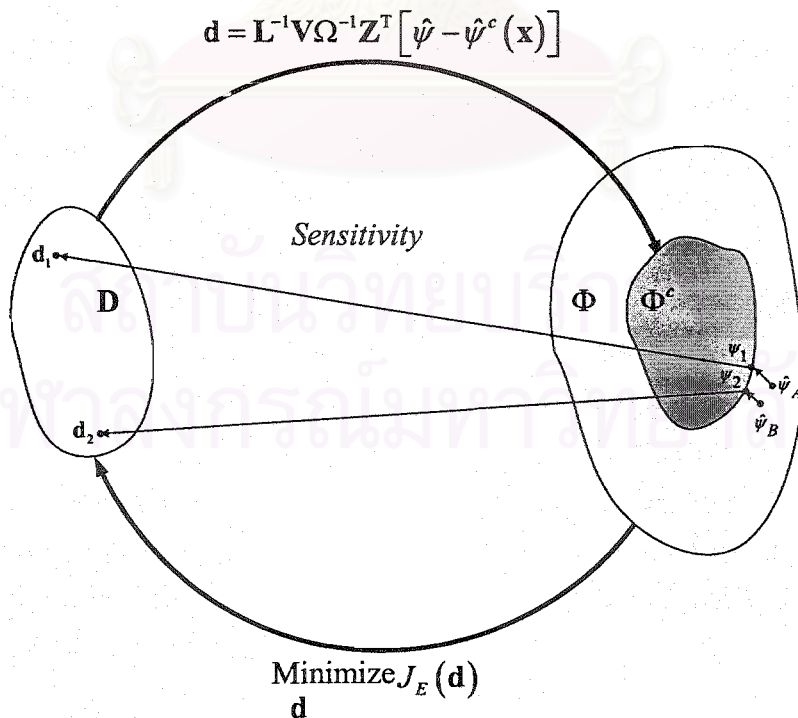
โดยที่ \mathbf{d}^f และ \mathbf{d}^ε คือ เวกเตอร์ส่วนประกอบของเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบของส่วนของข้อมูลที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนและมีความคลาดเคลื่อน ตามลำดับ

เมื่อเมตริกซ์ \mathbf{A} มีคุณสมบัติสถานะไม่เหมาะสม (ill-conditioned) จะมีค่าซิงกูลาร์ (σ_j) บางค่าที่น้อยมากแต่ไม่เท่ากับศูนย์ทำให้ $\mathbf{z}_i^T \varepsilon / \sigma_i$ มีค่ามากหรืออาจกล่าวได้ว่ามีค่าซิงกูลาร์ที่น้อยมากบางค่าไปขยายผลของความคลาดเคลื่อน ε ที่อยู่ในเวกเตอร์ \mathbf{b} ให้มีค่าเพิ่มมากขึ้น พิจารณาสมการที่ (2.5.13) ระดับความคลาดเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยจากความไม่เที่ยงตรงของเครื่องมือวัด และตำแหน่งที่ตั้งของเครื่องมือวัดจะส่งผลให้ทิศทางของคำตอบเปลี่ยนแปลงไปมาก [Haber และคณะ (2000) Kilmer และ O'leary (2000) Park และคณะ (2001)] ทำให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบมีความไวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

พิจารณารูปที่ 2.5.1 แสดงความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล กำหนดให้ D และ Φ เป็นปริภูมิเวกเตอร์ของทิศทางของคำตอบและข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวจากการวัดตามลำดับ และ Φ^c เป็นรูปแบบการสั้นไหวจากการคำนวณซึ่งเป็นปริภูมิย่อยของปริภูมิเวกเตอร์ Φ และกำหนดให้เวกเตอร์รูปแบบการสั้นไหว ψ_1 และ ψ_2 ที่อยู่ในปริภูมิเวกเตอร์ Φ^c อยู่ใกล้กับเวกเตอร์ $\hat{\psi}_A$ และ $\hat{\psi}_B$ มากที่สุดโดยให้เวกเตอร์ $\hat{\psi}_A$ และ $\hat{\psi}_B$ มีขนาดและทิศทางต่างกันน้อยมาก ในกรณีนี้สมการเป้าหมาย (2.5.4) และ (2.5.5) จะเลือกเวกเตอร์ d_1 และ d_2 ที่เหมาะสมที่สุดจากสมการที่ (2.5.13) จากรูปที่ 2.5.1 เวกเตอร์ d_1 และ d_2 มีขนาดและทิศทางต่างกันมาก แสดงว่าทิศทางของคำตอบมีความไหวตัวสูงต่อระดับความคลาดเคลื่อนของเวกเตอร์ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหว ψ_1 และ ψ_2

2.6 ปัญหาจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด

ปัญหาที่พบในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากข้อมูลที่ได้จากการวัดคือการที่ข้อมูลที่วัดได้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์และข้อมูลมีความคลาดเคลื่อน ความไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ของข้อมูลได้แก่การที่ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบจำนวนของระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างซึ่งส่งผลให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบในการประมาณค่าพารามิเตอร์ขาดความเป็นเอกภาพ นอกจากนี้ความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ได้จากการวัดยังส่งผลให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบกระจายตัวออกจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้าง



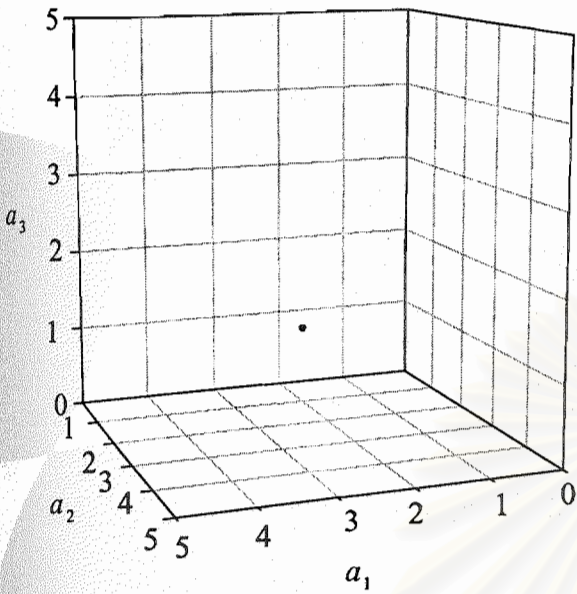
รูปที่ 2.5.1 ปัญหาความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

เพื่อแสดงปัญหาดังกล่าวจึงได้นำผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของกรณี I จากกรณีศึกษาแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้นในบทที่ 4 มาแสดงโดยใช้กราฟแสดงการกระจายตัวของค่า พารามิเตอร์คำตอบใน 3 มิติ ดังรูปที่ 2.6.1 2.6.2 และ 2.6.3 ซึ่งเป็นกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) (ข) และ (ค) โดยที่แต่ละรูปแบบมีความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้ง 4 ระดับ คือ 0% (ปราศจากความคลาดเคลื่อน) 5% 10% และ 20% โดยทำการจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนทั้งหมด 30 ชุด สำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม 100 ค่าในการประมาณค่า พารามิเตอร์ x สำหรับข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวอิสระของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนแต่ละชุด ดังนั้นจึง ต้องทำการแก้ปัญหาที่น้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย (2.3.1) ทั้งหมด 3000 ครั้งสำหรับแต่ละระดับความ คลาดเคลื่อนของข้อมูลที่พิจารณา รายละเอียดของข้อมูลเบื้องต้นของแบบจำลองโครงสร้างและรูปแบบการสั่น ไหวทั้งแบบ (ก) (ข) และ (ค) ได้กล่าวไว้อย่างละเอียดในบทที่ 4

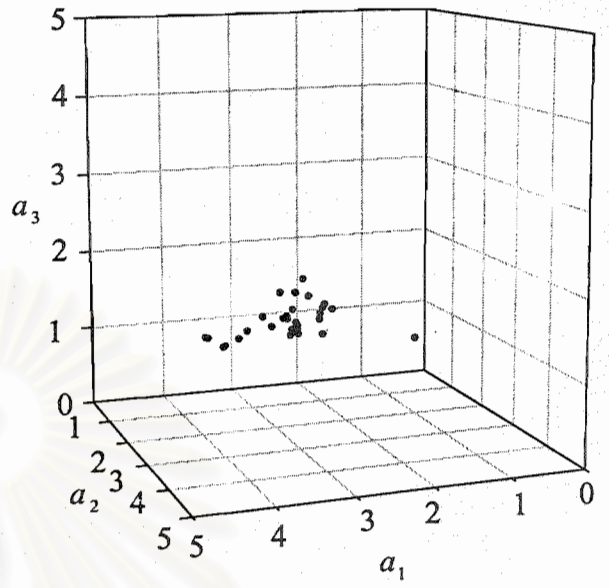
ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ที่มีความ คลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้ง 4 ระดับเป็นดังแสดงในรูปที่ 2.6.1 กรณีนี้ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทุกตำแหน่งของดักกรี ของความอิสระของโครงสร้างเป็นข้อมูลในการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยที่ค่าพารามิเตอร์คำตอบสำหรับข้อมูล แต่ละชุดจะมีความเป็นเอกภาพ ซึ่งหมายถึงการที่ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นทั้ง 100 ค่าเข้าสู่ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม เพียงค่าเดียวสำหรับข้อมูลการสั่นแบบอิสระของโครงสร้าง 1 ชุดข้อมูล ค่าพารามิเตอร์คำตอบในรูปถูกแสดงด้วย สัญลักษณ์วงกลมทึบ โดยที่วงกลมแต่ละจุดแสดงค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์โดย ใช้ข้อมูลการสั่นแบบอิสระของโครงสร้าง 1 ชุดข้อมูล จากรูปที่ 2.6.1 จะเห็นได้ว่าค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ เหมาะสมสำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ปราศจากความผิดพลาดมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ของโครงสร้างคือ $\hat{x} = \{2.0, 1.0, 1.0\}^T$ และค่าพารามิเตอร์คำตอบเบี่ยงเบนไปจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของ โครงสร้างสำหรับกรณีที่มีข้อมูลมีความคลาดเคลื่อน การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบเกิดจากการใช้ข้อมูล รูปแบบการสั่นไหวที่มีความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันแบบสุ่มในการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามสมการที่ (2.3.1) โดยที่การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตาม ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

รูปที่ 2.6.2 แสดงผลการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ที่ ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้ง 4 ระดับ จากรูปที่ 2.6.2 จะเห็นได้ว่าถึงแม้ในกรณีที่ข้อมูลที่ปราศจาก ความคลาดเคลื่อนผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ก็ยังคงขาดความเป็นเอกภาพ ดังจะเห็นได้จากการมีค่าพารามิเตอร์ คำตอบที่เหมาะสมหลายค่าสำหรับข้อมูลที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนเพียงชุดเดียว โดยที่ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ เหมาะสมที่มีค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างมากที่สุดจะให้ค่า $J_E(x)$ ตามสมการที่ (2.3.1) น้อยที่สุด นอกจากนี้การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้าง ยังคงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและเพิ่มมากกว่ากรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบ การสั่นไหวแบบ (ก)

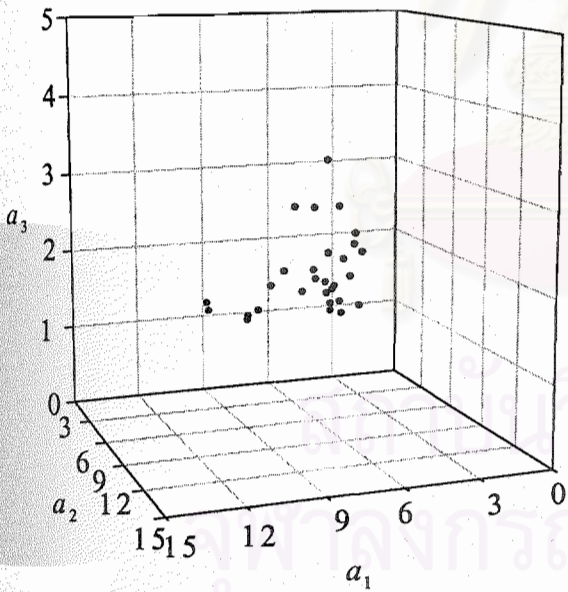
รูปที่ 2.6.3 แสดงผลการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ที่ ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้ง 4 ระดับ จากรูปที่ 2.6.3 จะเห็นได้ว่าผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ยังคง



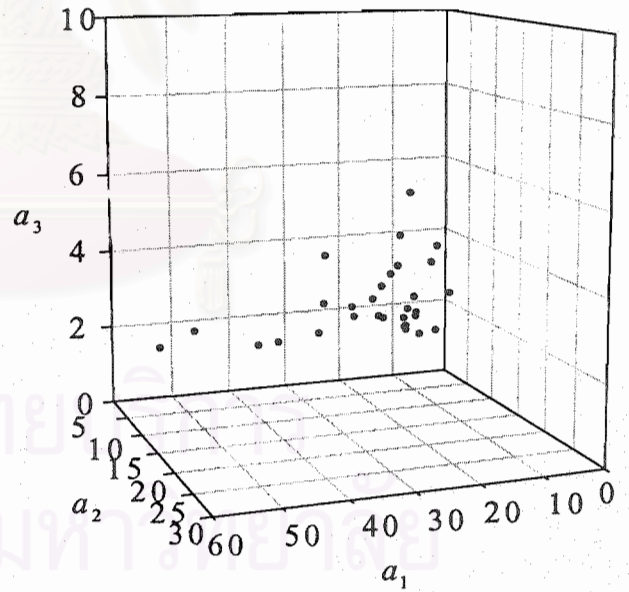
(น) Noise-free



(ข) 5%

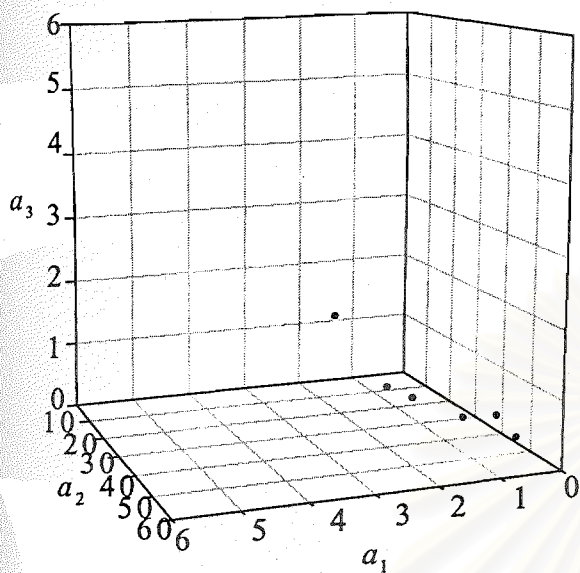


(ค) 10%

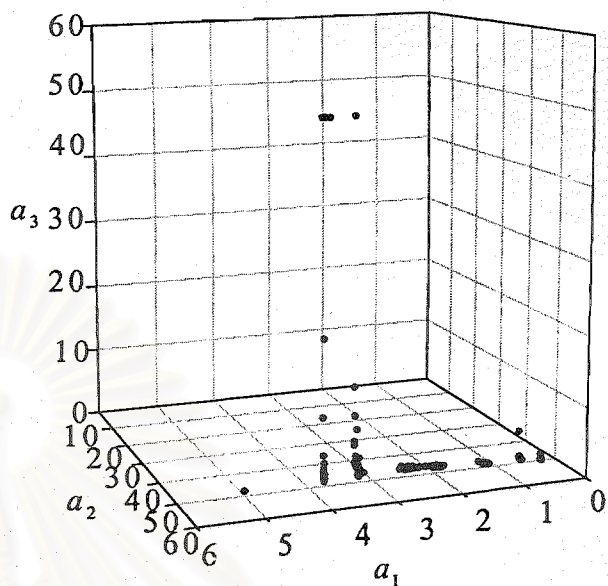


(ง) 20%

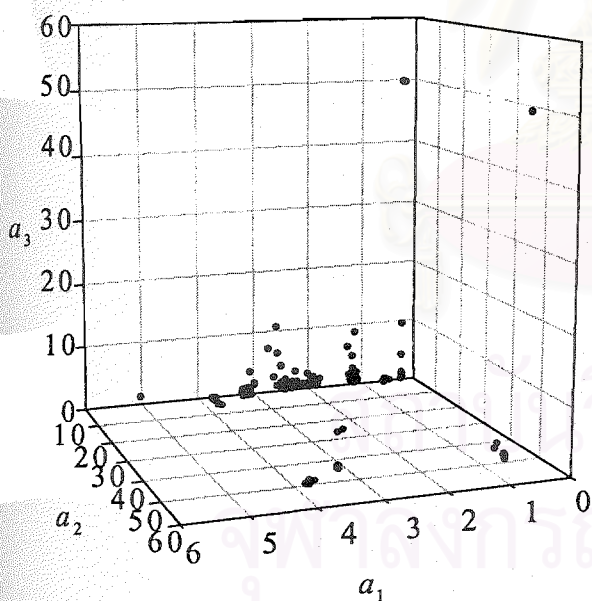
รูปที่ 2.6.1 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ที่มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 4 ระดับ (ก) 0% (ข) 5% (ค) 10% และ (ง) 20%



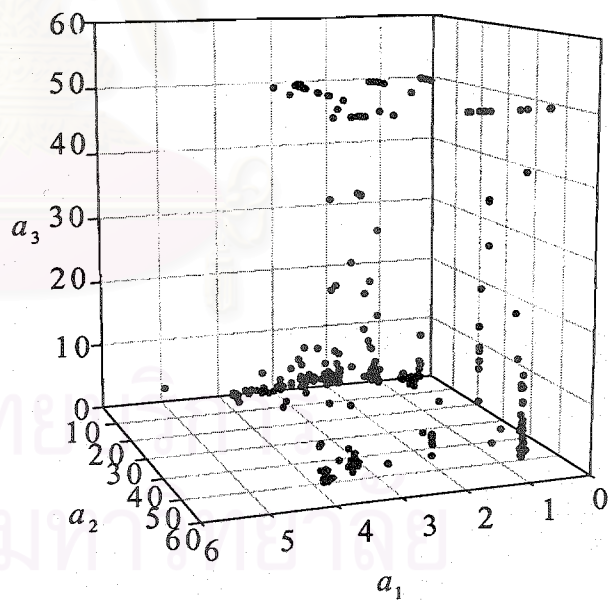
(ก) Noise-free



(ข) 5%

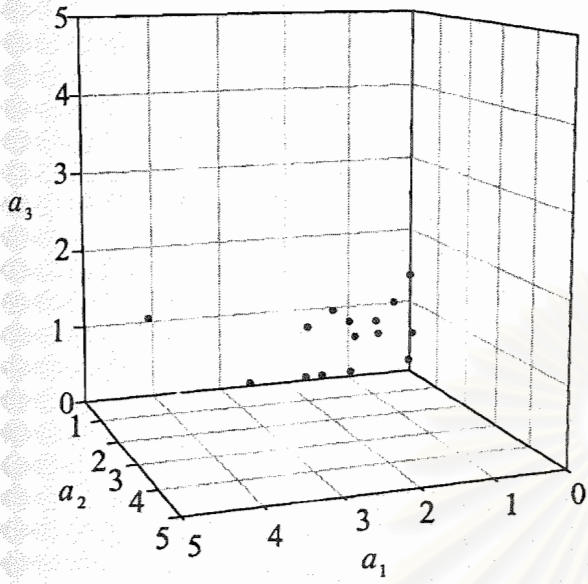


(ค) 10%

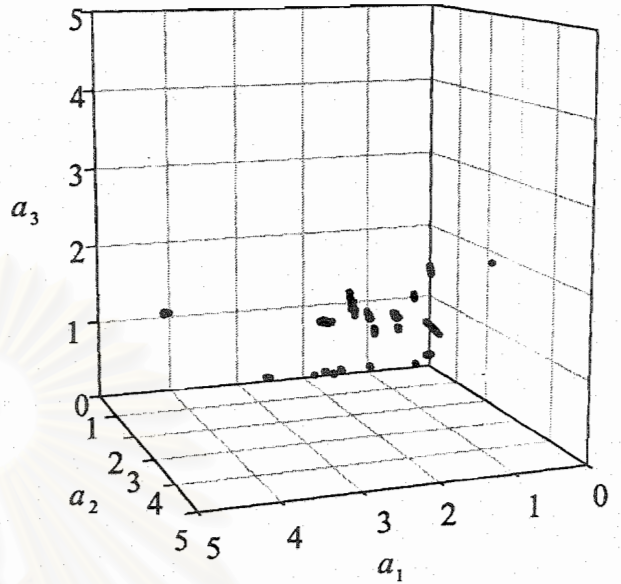


(ง) 20%

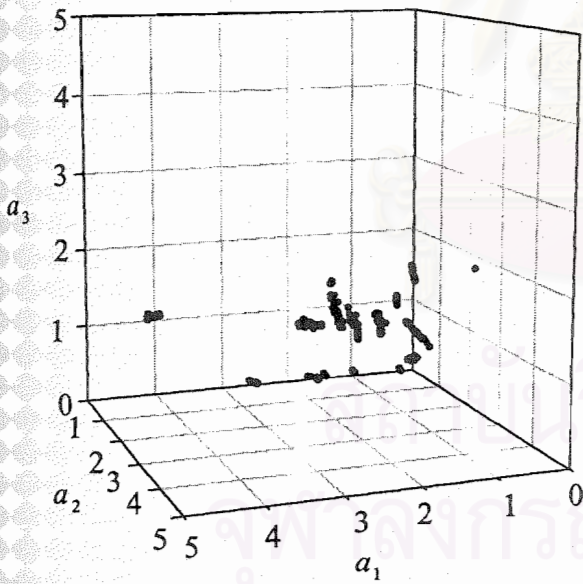
รูปที่ 2.6.2 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ที่มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 4 ระดับ (ก) 0% (ข) 5% (ค) 10% และ (ง) 20%



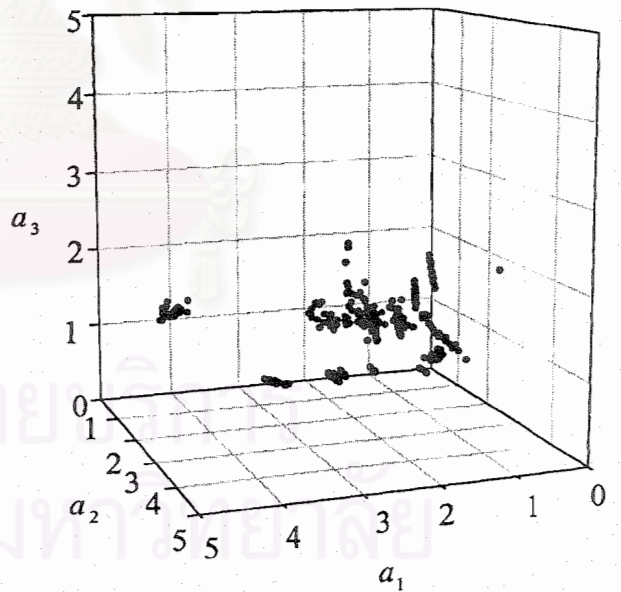
(ก) Noise-free



(ข) 5%



(ค) 10%



(ง) 20%

รูปที่ 2.6.3 ค่าพารามิเตอร์ค่าคอบของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) ที่มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 4 ระดับ (ก) 0% (ข) 5% (ค) 10% และ (ง) 20%

ขาดความเป็นเอกภาพแม้ในกรณีที่ใช้ข้อมูลที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนเช่นเดียวกับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ขณะเดียวกันแม้ว่าจำนวนของค่าพารามิเตอร์คำตอบจะเพิ่มขึ้นจากการใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวไม่ครบทุกตำแหน่งของระดับชั้นความเสริของโครงสร้าง การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสมจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างกลับลดลงซึ่งแสดงให้เห็นถึงผลกระทบของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ลดลงเมื่อใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) อย่างไรก็ตามการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างยังคงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล นอกจากนี้จะเห็นว่าจำนวนและการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบแต่ละค่ามีความแตกต่างจากกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงผลกระทบของการเลือกใช้รูปแบบของรูปแบบการสั้นไหวที่แตกต่างกันในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้าง

2.7 อสมการขอบเขตและเกณฑ์กำหนดการผู้เข้าของคำตอบ

การแก้ปัญหาด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสมจำเป็นต้องพิจารณาร่วมกับอสมการขอบเขตและเกณฑ์ในการตรวจสอบการผู้เข้าของค่าพารามิเตอร์คำตอบ เพื่อเป็นการลดความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างกระบวนการเพื่อหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสม งานวิจัยนี้จึงได้เสนอหลักเกณฑ์ในการพิจารณาอสมการขอบเขตและการตรวจสอบการผู้เข้าของค่าพารามิเตอร์คำตอบดังนี้

2.7.1 อสมการขอบเขต

อสมการขอบเขตแสดงขอบเขตของบริเวณที่เป็นไปได้ (feasible region) ของตัวแปรที่กำลังศึกษา ซึ่งมีผลต่อสมการเป้าหมายของปัญหาการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด ในงานวิจัยนี้ตัวแปรที่กำลังศึกษาคือ ค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์ของโครงสร้างที่จะต้องถูกจำกัดให้อยู่ในขอบเขตของบริเวณที่เป็นไปได้ด้วยการกำหนดขอบเขตบนและขอบเขตล่างของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์ให้มีความเหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของโครงสร้างมากที่สุด ด้วยความสัมพันธ์

$$x^L \leq x \leq x^U \quad (2.7.1)$$

โดยที่ x^U และ x^L คือ ค่าขอบเขตบนและขอบเขตล่างของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์ ตามลำดับ

โดยทั่วไปค่าขอบเขตล่างของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์จะถูกกำหนดให้เท่ากับศูนย์ แต่ขอบเขตบนของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์จะถูกกำหนดให้มีค่าครอบคลุมและมากพอสำหรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งในบางครั้งถ้าหากว่ากำหนดให้ขอบเขตบนมีค่าน้อยเกินไป อาจทำให้ไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสมได้ เนื่องจากค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสมอยู่นอกขอบเขตของบริเวณที่เป็นไปได้ สำหรับงานวิจัยนี้ได้กำหนดค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์ไว้หลายค่าด้วยกันคือ $5\hat{x}$ $10\hat{x}$ $20\hat{x}$ $30\hat{x}$ $40\hat{x}$ และ $50\hat{x}$ สำหรับการศึกษาค่าของขอบเขตบนของค่าสถิติเฟนสพารามิเตอร์ที่มีต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ซึ่งได้กล่าวไว้อย่างละเอียดในบทที่ 4

2.7.2 เกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของคำตอบ

การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบในกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสามารถทำได้โดยพิจารณาเกณฑ์ในการหยุดการคำนวณเมื่อค่าพารามิเตอร์ในรอบปัจจุบันเป็นค่าพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$J_k < \eta_J \quad (2.7.2)$$

$$\|\nabla J_k\| < \eta_{\nabla J} \quad (2.7.3)$$

$$\|d_k\| < \eta_d \quad (2.7.4)$$

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x_k\|} < \eta_x \quad (2.7.5)$$

โดยที่ J_k และ ∇J_k คือ สมการเป้าหมายและเกรเดียนท์ของสมการเป้าหมายในรอบการคำนวณที่ k ตามลำดับ

Δx คือ ผลต่างของค่าพารามิเตอร์ในรอบการคำนวณปัจจุบัน k กับรอบที่ผ่านมา $k+1$

η_J $\eta_{\nabla J}$ η_d และ η_x คือ ค่าขอบเขตที่ยอมให้ของ J_k $\|\nabla J_k\|$ $\|d_k\|$ และ $\|\Delta x\|/x_k$ ตามลำดับ

ในการกำหนดค่าขอบเขตที่ยอมให้ η_J $\eta_{\nabla J}$ η_d และ η_x มีความสำคัญมากสำหรับหยุดการคำนวณซ้ำในกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสม ซึ่งถ้าหากกำหนดค่าขอบเขตที่ยอมให้เหล่านี้มีค่าน้อยเกินไป อาจทำให้ไม่สามารถหยุดการคำนวณซ้ำได้หรือใช้เวลานานมากในการหยุดการคำนวณซ้ำ แต่ถ้ากำหนดค่าขอบเขตที่ยอมให้มากเกินไปอาจทำให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ได้มีความผิดพลาดมาก ดังนั้นการกำหนดค่าขอบเขตที่ยอมให้จึงขึ้นอยู่กับความถูกต้องและระยะเวลาในการคำนวณซ้ำที่ต้องการ สำหรับงานวิจัยนี้เสนอให้ใช้ค่าขอบเขตที่ยอมให้ ดังตารางที่ 2.7.1 เป็นมาตรฐานในการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ตารางที่ 2.7.1 แสดงค่าขอบเขตที่ยอมให้สำหรับแต่ละเกณฑ์ในการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ขอบเขต	ค่าของขอบเขตที่ยอมให้
η_J	10^{-14}
$\eta_{\nabla J}$	10^{-15}
η_d	10^{-15}
η_x	10^{-15}

2.8 บทสรุป

ในบทนี้การประมาณค่าพารามิเตอร์เพื่อหาค่าสถิติเฟนสของโครงสร้างได้อาศัยการกำหนดสมการเป้าหมายให้อยู่ในรูปของกำลังสองน้อยสุดของผลต่างระหว่างรูปแบบการสั่นไหวที่ได้จากการคำนวณจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างกับรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างจริงที่ได้จากการจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนแล้วแก้ปัญหาด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่เหมาะสมจากการพิจารณาสมการเป้าหมายร่วมกับสมการขอบเขตผ่านกระบวนการตรวจสอบการลู่เข้าของค่าตอบที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่ทำให้ได้ค่าสมการเป้าหมายต่ำสุด

การประมาณค่าพารามิเตอร์จากรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดทำให้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบมีปัญหาความไม่มีเอกภาพของค่าตอบที่เป็นผลมาจากรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างซึ่งค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่ไม่มีเอกภาพนี้สามารถหาได้โดยวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม และในกรณีที่ข้อมูลที่ี้จากการวัดรูปแบบการสั่นไหวมีความคลาดเคลื่อนส่งผลให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดทำให้เกิดการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบอีกด้วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน

3.1 ความนำ

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่มีความไม่เป็นเอกภาพ และมีความไวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ซึ่งปัญหานี้ทำให้อัตราการลู่เข้าของคำตอบช้า หรือเมตริกซ์เฮสเซียนมีค่าเข้าใกล้เมตริกซ์ซิงกูลาร์ (Lee และคณะ 1999)

วิธีเรกูลาร์ไรเซชันสามารถใช้แก้ปัญหาความไม่มีเอกภาพ และปัญหาความไวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ซึ่งเป็นผลจากระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่อาจเกิดจากความไม่เที่ยงตรงของเครื่องมือวัดขณะทำการวัดรูปแบบการสั่นไหวมีผลทำให้เกิดกลุ่มของคำตอบที่กระจายตัว การแก้ปัญหาด้วยวิธีเรกูลาร์ไรเซชันนี้ฟังก์ชันค่าผิดพลาดเดิมจะถูกเปลี่ยนแปลงโดยเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมาย ซึ่งทฤษฎีเกี่ยวกับวิธีเรกูลาร์ไรเซชันมีดังนี้

3.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน

นิยามให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเขียนได้ในรูป

$$J_R(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \alpha^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\|^2 \quad (3.2.1)$$

โดยที่ α คือ สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน

\mathbf{x}_0 คือ ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่สมมติให้ทราบค่าก่อนการประมาณ

\mathbf{L} คือ เมตริกซ์ปรับขนาดสำหรับควบคุมขนาดของเวกเตอร์ $\mathbf{x} - \mathbf{x}_0$

เมตริกซ์ปรับขนาดในสมการที่ (3.2.1) อยู่ในรูป $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ สำหรับการแยกเมตริกซ์ \mathbf{S} ด้วยวิธี SVD เป็นกรณีพิเศษของวิธีการแยกส่วนวางนัยทั่วไปด้วยค่าซิงกูลาร์ (Generalized Singular Value Decomposition, GSVD) ซึ่งรายละเอียดของวิธีนี้จะกล่าวถึงในภาคผนวก ข

เมื่อเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมาย (2.3.1) สามารถเขียนได้ในรูป

$$\text{Minimize}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_p}} J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})\|^2 + \frac{1}{2} \alpha^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\|^2 \quad (3.2.2)$$

$$\text{Subject to } \mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq 0$$

ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันสามารถเปลี่ยนเป็นสมการกำลังสองโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด \mathbf{x}_k จะได้ว่า

$$J_R(\mathbf{x}_{k+1}) = J_R(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \approx J_R(\mathbf{x}_k) + \nabla J_R(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \nabla^2 J_R(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_k \quad (3.2.3)$$

ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k ที่เหมาะสมสามารถหาได้จากสมการที่ (3.2.4) ที่มีรูปแบบคล้ายสมการที่ (2.3.10)

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_k^T \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \left[\frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_k^T \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \right] \\ & \mathbf{d}_k \\ & \text{Subject to} \quad \mathbf{A}_k \mathbf{d}_k \leq \mathbf{b}_k \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

จากสมการที่ (3.2.4) สามารถเขียนฟังก์ชันของลากรองจ์ ได้ดังนี้

$$\ell(\mathbf{d}_k, \Lambda_k) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_k^T \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \left[\frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_k^T \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \right] + \Lambda_k^T (\mathbf{A}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{b}_k) \quad (3.2.5)$$

เงื่อนไขที่จำเป็นอันดับแรกสำหรับเวกเตอร์ \mathbf{d}_k ที่เหมาะสม

$$\nabla_{\mathbf{d}_k} \ell(\mathbf{d}_k, \Lambda_k) : \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{d}_k - \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) + \mathbf{A}_k^T \Lambda_k = 0 \quad (3.2.6)$$

$$\nabla_{\Lambda_k} \ell(\mathbf{d}_k, \Lambda_k) : \mathbf{A}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{b}_k = 0 \quad (3.2.7)$$

เขียนสมการที่ (3.2.6) และ (3.2.7) ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k & \mathbf{A}_k^T \\ \mathbf{A}_k & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_k \\ \Lambda_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \\ \mathbf{b}_k \end{Bmatrix} \quad (3.2.8)$$

แก้สมการที่ (3.2.8) จะได้ว่า

$$\Lambda_k = - \left[\mathbf{A}_k (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \right]^{-1} \left\{ \mathbf{b}_k - \mathbf{A}_k (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k)] \right\} \quad (3.2.9)$$

$$\mathbf{d}_k = (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k)] - (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \quad (3.2.10)$$

โดยที่ \mathbf{d}_k คือ เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบจากสมการเป้าหมายที่เพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน

Λ_k คือ เวกเตอร์ของตัวคูณลากรองจ์จากสมการเป้าหมายที่เพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน

พิจารณาเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k^E จากสมการที่ (2.3.17) จะได้ว่า

$$\mathbf{d}_k^E = \mathbf{H}_k^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k - \mathbf{A}_k^T \Lambda_k^E]$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (2.3.17) กับสมการที่ (3.2.10) พบว่าเทอม \mathbf{H}_k^{-1} ซึ่งเป็นเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์เฮซเซียนในสมการที่ (2.3.17) จากสมการเป้าหมายที่เป็นฟังก์ชันค่าผิดพลาดจะถูกปรับแก้โดยฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน ดังสมการที่ (3.2.10) ซึ่งทำให้ได้เมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์เฮซเซียน ที่มีรูปดังสมการ

$$(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \quad (3.2.11)$$

พิจารณากรณีที่ $\mathbf{L}_k = \mathbf{I}$ เมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์เฮซเซียน จากสมการที่ (2.3.17) และ (3.2.11) ลดรูปเป็น \mathbf{H}_k และ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1}$ ตามลำดับ

เมทริกซ์ผกผันของ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ จะมีตัวเลขบอกสภาวะ (condition number) น้อยกว่าเมทริกซ์ผกผันของ \mathbf{H}_k ซึ่งตัวเลขบอกสภาวะของเมทริกซ์ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ สามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$\kappa_2(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I}) = \left\| (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I}) \right\| \left\| (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \right\| = \frac{\alpha^2 + \sigma_1^2}{\alpha^2 + \sigma_n^2} \quad (3.2.12)$$

โดยที่ σ_1, σ_n คือ ค่าซิงกูลาร์ของเมทริกซ์ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดตามลำดับ
 $\kappa_2(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ คือ ตัวเลขบอกสภาวะของเมทริกซ์ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$
 $\| \cdot \|$ คือ สเปกตรัลนอร์มของเมทริกซ์ (spectral matrix norm)

สเปกตรัลนอร์มของเมทริกซ์เป็นนอร์มของเมทริกซ์ที่เกิดจากยูคลิดนอร์มของเวกเตอร์ซึ่งรายละเอียดของสเปกตรัลนอร์มของเมทริกซ์ดังสมการที่ (3.2.12) จะกล่าวถึงในภาคผนวก ข

จากสมการที่ (3.2.12) พบว่า $\kappa_2(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ จะมีค่าลดลงเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่ง $\kappa_2(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ มีค่าน้อยแสดงว่าเมทริกซ์ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ มีคุณสมบัติไม่เป็นเมทริกซ์ซิงกูลาร์ หรืออาจกล่าวได้ว่าเมทริกซ์ $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{I})$ มีสภาวะดี (well-conditioned)

จากการแยกส่วนประกอบของเมทริกซ์ \mathbf{S} ด้วยวิธี SVD จะได้ว่าเทอม $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1}$ สามารถหาได้จาก

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{S}_k^T \mathbf{S}_k = (\mathbf{L}_k^T \mathbf{V}_k \Omega_k \mathbf{Z}_k^T) (\mathbf{Z}_k \Omega_k \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k) = \mathbf{L}_k^T \mathbf{V}_k \text{diag}(\sigma_j^2) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \quad (3.2.13)$$

$$\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k = \mathbf{L}_k^T \mathbf{V}_k \text{diag}(\sigma_j^2 + \alpha^2) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \quad (3.2.14)$$

$$(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} = \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k^T \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_j^2 + \alpha^2}\right) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} \quad (3.2.15)$$

แทน $(\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1}$ จากสมการที่ (3.2.15) ในสมการที่ (3.2.10) เพื่อหาเวกเตอร์ \mathbf{d}_k

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_k &= (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} [\mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k)] - (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \\ &= (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \mathbf{S}_k^T \mathbf{e}_k + (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) - (\mathbf{H}_k + \alpha^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \\ &= \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_j^2 + \alpha^2}\right) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} (\mathbf{L}_k^T \mathbf{V}_k \Omega_k \mathbf{Z}_k^T) \mathbf{e}_k + \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}\left(\frac{\alpha^2}{\sigma_j^2 + \alpha^2}\right) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \\ &\quad - \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_j^2 + \alpha^2}\right) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

กำหนดให้ ω_j คือ ตัวคูณน้ำหนักที่เป็นสมาชิกในเมตริกซ์แยงมุมตำแหน่งที่ j สำหรับบอกผลของสัมประสิทธิ์เรกูลารีไรเซชัน นิยามดังสมการ

$$\omega_j = \frac{\alpha^2}{\sigma_j^2 + \alpha^2} \quad (3.2.17)$$

$$1 - \omega_j = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_j^2 + \alpha^2} \quad (3.2.18)$$

แทน ω_j และ $1 - \omega_j$ ในสมการที่ (3.2.16) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_k &= \left[\mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(1 - \omega_j) \Omega_k^{-1} \mathbf{Z}_k^T \mathbf{e}_k - \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(1 - \omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \right] \\ &\quad + \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \\ &= \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(1 - \omega_j) \left[\Omega_k^{-1} \mathbf{Z}_k^T \mathbf{e}_k - (\Omega_k^2)^{-1} \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T \Lambda_k \right] + \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

สมการที่ (2.3.23) เมื่อคูณ $V_k^T L_k$ ทั้ง 2 ข้างจะได้

$$V_k^T L_k d_k^E = \Omega_k^{-1} Z_k^T e_k - (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T \Lambda_k^T \quad (3.2.20)$$

แทน $V_k^T L_k d_k^E$ จากสมการที่ (3.2.20) ในสมการที่ (3.2.19) จะได้

$$\begin{aligned} d_k = & L_k^{-1} V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k d_k^E + L_k^{-1} V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k (x_0 - x_k) \\ & - L_k^{-1} V_k \text{diag}(1-\omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

คูณด้วย L_k และเพิ่มเทอม $V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k x_k$ ทั้ง 2 ข้างของสมการที่ (3.2.21)

$$\begin{aligned} V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k x_k + L_k d_k = & V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k x_k + V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k d_k^E \\ & + V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k (x_0 - x_k) - V_k \text{diag}(1-\omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k x_k + V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k x_k + L_k d_k = & V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k (x_k + d_k^E) \\ & + V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k x_0 - V_k \text{diag}(1-\omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_k (x_k + d_k) = & V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k (x_k + d_k^E) + V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k x_0 \\ & - V_k \text{diag}(1-\omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \end{aligned} \quad (3.2.22)$$

จากสมการที่ (3.2.22) กำหนดให้ $x_{k+1} = x_k + d_k$ และ $x_{k+1}^E = x_k + d_k^E$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} L_k x_{k+1} = & V_k \text{diag}(1-\omega_j) V_k^T L_k x_{k+1}^E + V_k \text{diag}(\omega_j) V_k^T L_k x_0 \\ & - V_k \text{diag}(1-\omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} V_k^T L_k^{-1} A_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

โดยที่ x_{k+1} คือ ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบที่ $k+1$ จากผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาดและฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน
 x_{k+1}^E คือ ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบที่ $k+1$ จากผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาด

3.3 ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุด

พิจารณาค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ x_{k+1} ดังสมการที่ (3.3.1) ที่ได้จากการคูณ V_k^T ทั้งสองข้างของสมการที่ (3.2.23)

$$\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1} = \text{diag}(1 - \omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1}^E + \text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_0 - \text{diag}(1 - \omega_j) (\Omega_k^2)^{-1} \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T (\Lambda_k - \Lambda_k^E) \quad (3.3.1)$$

ในการแก้ปัญหาค่าน้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย (2.3.10) และ (3.2.4) เมื่อค่าพารามิเตอร์ผู้เข้าหาคำตอบที่แท้จริงในทิศทางที่เป็นไปได้ \mathbf{d}_k^E และ \mathbf{d}_k จะได้ว่าทั้ง Λ_k^E และ Λ_k มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น \mathbf{d}_k^E และ \mathbf{d}_k ในสมการที่ (3.2.20) และ (3.2.21) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{d}_k^E = \Omega_k^{-1} \mathbf{Z}_k^T \mathbf{e}_k \quad (3.3.2)$$

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(1 - \omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{d}_k^E + \mathbf{L}_k^{-1} \mathbf{V}_k \text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k) \quad (3.3.3)$$

สมการที่ (3.3.1) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1} = \text{diag}(1 - \omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1}^E + \text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_0 \quad (3.3.4)$$

จากการสังเกตสมการที่ (3.3.4) พบว่าโปรเจกชัน (projection) ของ \mathbf{x}_{k+1} บน $\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k$ คือ ค่าเฉลี่ยของโปรเจกชันของ \mathbf{x}_{k+1}^E และ โปรเจกชันของ \mathbf{x}_0 บน $\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k$ ตามลำดับ

พิจารณาสมการที่ (2.5.15) จะได้ว่า

$$\mathbf{d}_k^E = \mathbf{d}_k^f + \mathbf{d}_k^e \quad (3.3.5)$$

แทนสมการที่ (3.3.5) ใน $\mathbf{x}_{k+1}^E = \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k^E$ จะได้ว่า

$$\mathbf{x}_{k+1}^E = (\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k^f) + \mathbf{d}_k^e \quad (3.3.6)$$

จากสมการที่ (3.3.6) กำหนดให้ $\mathbf{x}_{k+1}^f = \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k^f$ ดังนั้นเขียนสมการที่ (3.3.6) ใหม่ได้ว่า

$$\mathbf{x}_{k+1}^E = \mathbf{x}_{k+1}^f + \mathbf{d}_k^e \quad (3.3.7)$$

แทน \mathbf{x}_{k+1}^E จากสมการที่ (3.3.7) ในสมการที่ (3.3.4) จะได้ว่า

$$\mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1} = \left[\text{diag}(\omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_0 + \text{diag}(1 - \omega_j) \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}_k \mathbf{x}_{k+1}^f \right] + \text{diag}(1 - \omega_j) \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_j}\right) \mathbf{Z}_k^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.3.8)$$

จากการเปรียบเทียบเทอม $\text{diag}(1/\sigma_j)Z_k^T \varepsilon$ จากสมการที่ (3.3.8) กับสมการที่ (2.5.15) ซึ่งเป็นเทอมที่ค่าความคลาดเคลื่อน ε ถูกขยายด้วยค่าซิงกูลาร์พหุคูณค่าพารามิเตอร์ค่าตอบในสมการที่ (2.5.15) จะถูกปรับแก้ด้วย α ที่อยู่ในเทอม $\text{diag}(1-\omega_j)\text{diag}(1/\sigma_j)Z_k^T \varepsilon$ จากสมการที่ (3.3.8) ซึ่งถ้าเลือกค่า α อย่างเหมาะสมแล้วจะสามารถทำให้ความไวของตัวค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนน้อยลงได้

พิจารณาสมการที่ (3.2.18) ในกรณีที่มี α คงที่สำหรับแต่ละรอบของการคำนวณ ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} จะลู่เข้าหา \mathbf{x}_{k+1}^E เมื่อ $\omega_j \rightarrow 0$ ในขณะที่ $\sigma_j \rightarrow \infty$ และสำหรับค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} จะลู่เข้าหา \mathbf{x}_0 เมื่อ $\omega_j \rightarrow 1$ ในขณะที่ $\sigma_j \rightarrow 0$

พฤติกรรมของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} ตามสมการที่ (3.3.4) สามารถแบ่งได้เป็น 4 กรณี คือ

(1) ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} มีส่วนประกอบของ \mathbf{x}_{k+1}^E มากที่สุด ซึ่งกรณีนี้จะเกิดขึ้นเมื่อ ค่าซิงกูลาร์ σ_j มีค่ามากที่สุดเท่ากับ σ_{\max} ทำให้ ω_j มีค่าลดลงเป็น $\omega_{\sigma_{\max}}$ เนื่องจากผลของ σ_{\max} และทำให้ $1-\omega_{\sigma_{\max}}$ มีค่าเข้าใกล้ 1 ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\sigma_j = \sigma_{\max} \text{ และ } 1-\omega_j = 1-\omega_{\sigma_{\max}} \quad (3.3.9)$$

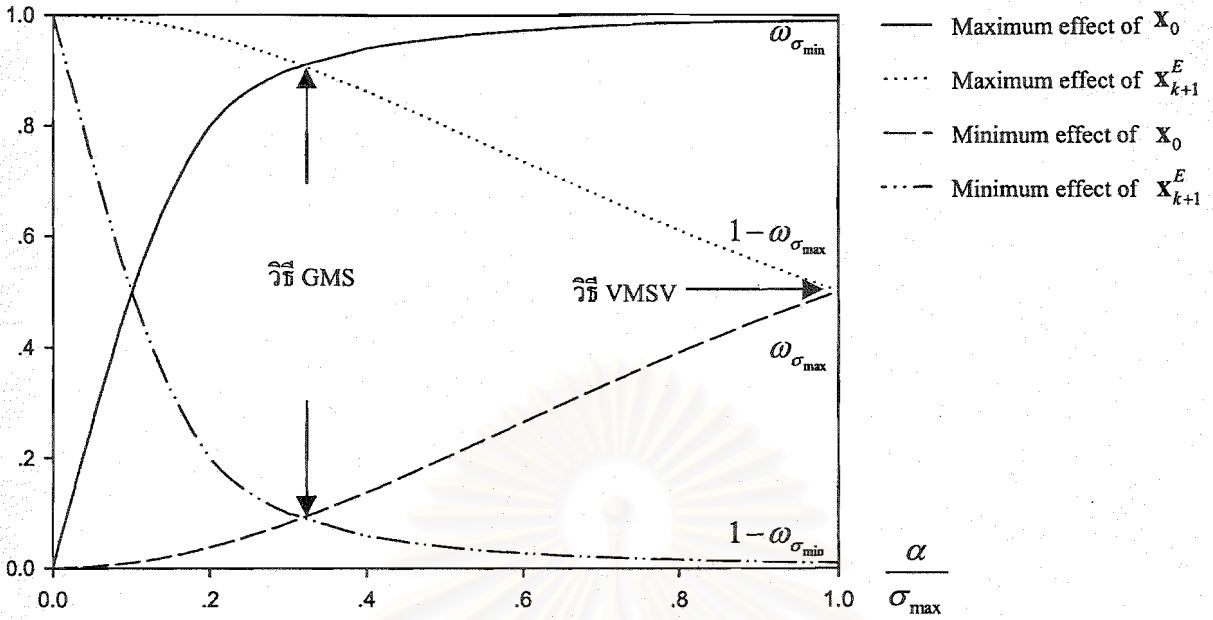
(2) ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} มีส่วนประกอบของ \mathbf{x}_0 มากที่สุด ซึ่งกรณีนี้จะเกิดขึ้นเมื่อ ค่าซิงกูลาร์ σ_j มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ σ_{\min} ทำให้ ω_j มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น $\omega_{\sigma_{\min}}$ เนื่องจากผลของ σ_{\min} และทำให้ $\omega_j = \omega_{\sigma_{\min}}$ มีค่าเข้าใกล้ 1 ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\sigma_j = \sigma_{\min} \text{ และ } \omega_j = \omega_{\sigma_{\min}} \quad (3.3.10)$$

(3) ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} มีส่วนประกอบของ \mathbf{x}_{k+1}^E น้อยที่สุด ซึ่งกรณีนี้จะเกิดขึ้นเมื่อ ค่าซิงกูลาร์ σ_j มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ σ_{\min} ทำให้ ω_j มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น $\omega_{\sigma_{\min}}$ เนื่องจากผลของ σ_{\min} และทำให้ $1-\omega_{\sigma_{\min}}$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\sigma_j = \sigma_{\min} \text{ และ } 1-\omega_j = 1-\omega_{\sigma_{\min}} \quad (3.3.11)$$

(4) ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \mathbf{x}_{k+1} มีส่วนประกอบของ \mathbf{x}_0 น้อยที่สุด ซึ่งกรณีนี้จะเกิดขึ้นเมื่อ ค่าซิงกูลาร์ σ_j มีค่ามากที่สุดเท่ากับ σ_{\max} ทำให้ ω_j มีค่าลดลงเป็น $\omega_{\sigma_{\max}}$ เนื่องจากผลของ σ_{\max} และทำให้ $\omega_{\sigma_{\max}}$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการ



รูปที่ 3.3.1 การเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดโดยวิธี GMS และวิธี VMSV เมื่อกำหนดให้ $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 1.0$

$$\sigma_j = \sigma_{\max} \text{ และ } \omega_j = \omega_{\sigma_{\max}} \tag{3.3.12}$$

ค่าพารามิเตอร์คำตอบ x_{k+1} ทั้ง 4 กรณี ตามสมการที่ (3.3.9) (3.3.10) (3.3.11) และ (3.3.12) สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.3.1 โดยที่กราฟแต่ละเส้นแสดงการเปลี่ยนแปลงของค่าตัวคูณน้ำหนัก ω_j และ $1-\omega_j$ สำหรับค่าซิงกูลาร์ที่มากที่สุดและน้อยที่สุด ตามลำดับ เปรียบเทียบกับค่าอัตราส่วนสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันต่อค่าซิงกูลาร์ที่มากที่สุด α/σ_{\max}

3.3.1 ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีมัชฌิมเรภาคณิต (Geometric Mean Scheme, GMS)

Park H.W. และคณะ (2001) เสนอวิธี GMS ในการเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุด (α_{opt}) พิจารณาจากรูปที่ 3.3.1 โดยกำหนดให้ α_{opt} เป็นค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบ x_{k+1} มีส่วนประกอบของ x_{k+1}^E และ x_0 มากที่สุดในขณะเดียวกัน และน้อยที่สุดในขณะเดียวกัน ตามลำดับ วิธีนี้ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดนิยามได้ดังสมการ

$$1-\omega_{\sigma_{\max}} = \omega_{\sigma_{\min}} \tag{3.3.13}$$

$$1-\omega_{\sigma_{\min}} = \omega_{\sigma_{\max}} \tag{3.3.14}$$

แทน $\omega_j \equiv \frac{\alpha^2}{\sigma_j^2 + \alpha^2}$ ในสมการที่ (3.3.13) และ (3.3.14) จะได้ว่า

$$1 - \omega_{\sigma_{\max}} = \omega_{\sigma_{\min}}$$

$$1 - \frac{\alpha_{\text{opt}}^2}{\sigma_{\max}^2 + \alpha_{\text{opt}}^2} = \frac{\alpha_{\text{opt}}^2}{\sigma_{\min}^2 + \alpha_{\text{opt}}^2}$$

$$\alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\sigma_{\max} \sigma_{\min}} \quad (3.3.15)$$

3.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันแปรผันได้ (Variable Regularization Factor Scheme, VRFS)

วิธี VRFS เสนอโดย Lee และคณะ (1999) วิธีนี้สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกเปลี่ยนแปลงในแต่ละรอบของการคำนวณ โดยให้ผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีน้อยกว่าผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาดในแต่ละรอบของการคำนวณเพื่อไม่ให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากเกินไปจนสมการเป้าหมายเดิม (2.3.1) มีค่าเปลี่ยนแปลงไปมาก ดังนั้นสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี VRFS จึงนิยามได้ดังนี้

$$\alpha^2 \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|^2 \leq \sum_{i=1}^{N_m} \delta_i \|\mathbf{e}_i(\mathbf{x})\|^2 \quad (3.3.16)$$

นอกจากนี้เพื่อไม่ให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาด สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกลดลงตามสมการที่ (3.3.17)

$$\alpha_{k+1} = \gamma \alpha_k \quad (3.3.17)$$

โดยที่ γ คือ ตัวคูณสำหรับปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน (reduction factor) มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 α_k, α_{k+1} คือ สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันในรอบที่ k และ $k+1$ ตามลำดับ

3.3.3 ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันของวิธีที่เสนอใหม่ วิธีค่าซิงกูลาร์มากที่สุดแปรผันได้ (Variable Maximum Singular Value, VMSV)

ในงานวิจัยนี้ได้สมมติให้ α_{opt} เป็น α ที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบ \mathbf{x}_{k+1} มีส่วนประกอบของ \mathbf{x}_{k+1}^E มากที่สุด และ \mathbf{x}_0 น้อยที่สุด แสดงดังสมการ

$$1 - \omega_{\sigma_{\max}} = \omega_{\sigma_{\max}}$$

$$1 - \frac{\alpha_{\text{opt}}^2}{\sigma_{\max}^2 + \alpha_{\text{opt}}^2} = \frac{\alpha_{\text{opt}}^2}{\sigma_{\max}^2 + \alpha_{\text{opt}}^2}$$

$$\alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2} \quad (3.3.18)$$

จากการสังเกตพบว่า $\alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2}$ คือ ค่าซิงกูลาร์มากที่สุด (maximum singular value) ของเมทริกซ์ความไหวตัว S ซึ่งในการศึกษานี้จะเลือกใช้ค่า $\alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2}$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสม

3.4 เกณฑ์การปรับค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน

ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันทำหน้าที่ปรับขนาดของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันให้มีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันค่าผิดพลาดในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ถ้าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากไปจะทำให้ผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีมากกว่าผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาด ส่งผลให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบจากสมการเป้าหมายที่ (3.2.2) ไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ถ้าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันมีค่าน้อยไปจะทำให้ผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีน้อยกว่าผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาด ส่งผลให้เกิดความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบ (Hansen 1992)

ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันสามารถหาได้ในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดให้มีค่าคงที่ถูกรอบของการคำนวณโดยวิธีสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันคงที่ (Fixed Regularization Factor Scheme, FRFS) วิธีนี้ฟังก์ชันค่าผิดพลาดจะมีค่าลดลงขณะที่ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันอาจมีค่ามากหรือน้อยกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาดในแต่ละรอบของการคำนวณ (Lee และคณะ 1999)

ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่ได้จากวิธี VMSV เป็นค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุดในทางทฤษฎีเท่านั้น วิธี VMSV อาจให้ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่มากหรือน้อยเกินไปในแต่ละรอบของการคำนวณได้ ดังนั้นเพื่อให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่าเหมาะสมเมื่อเปรียบเทียบกับฟังก์ชันค่าผิดพลาดสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจึงถูกปรับค่าในแต่ละรอบของการคำนวณด้วยวิธี VRFS วิธีนี้สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกเปลี่ยนแปลงโดยให้ผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีน้อยกว่าผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาดในแต่ละรอบของการคำนวณเพื่อไม่ให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากไปจนสมการเป้าหมายเดิม (2.3.1) มีค่าเปลี่ยนแปลงไปมาก (Lee และคณะ 1999) สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี VRFS ถูกกำหนดโดยสมการที่ (3.3.16) ซึ่งทำหน้าที่เป็นขอบเขตบนของค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันในวิธี VMSV โดยเมื่อฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาด สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกลดลงด้วยวิธี VRFS ตามสมการที่ (3.3.17) เพื่อไม่ให้ค่าของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากไป

3.5 ขั้นตอนวิธีสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์

งานวิจัยนี้มีเป้าหมายในการเสนอขั้นตอนวิธีสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างอย่างเหมาะสมด้วยวิธี VMSV ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นและเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธี OEE GMS และ VRFS การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างสำหรับแต่ละวิธีข้างต้นมีขั้นตอนวิธีดังนี้

3.5.1 วิธี OEE

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างด้วยวิธี OEE นี้ สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนวิธีได้ดังนี้

ก. เริ่มต้น

- ก.1 กำหนดค่าดัชนี $k = 0$ และกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0$
- ก.2 สร้างสติเฟนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_0)$ เพื่อคำนวณหารูปแบบการสั่นไหวจากการคำนวณ $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_0)$
- ก.3 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_0)$
- ก.4 คำนวณ $J_E(\mathbf{x}_0)$ $\nabla J_E(\mathbf{x}_0)$ และ \mathbf{H}_0
- ก.5 คำนวณเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_0$

ข. ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J_E(\mathbf{x}_0) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J_E(\mathbf{x}_0)\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_0\| < \eta_d$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค. กระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมด้วยวิธี OEE

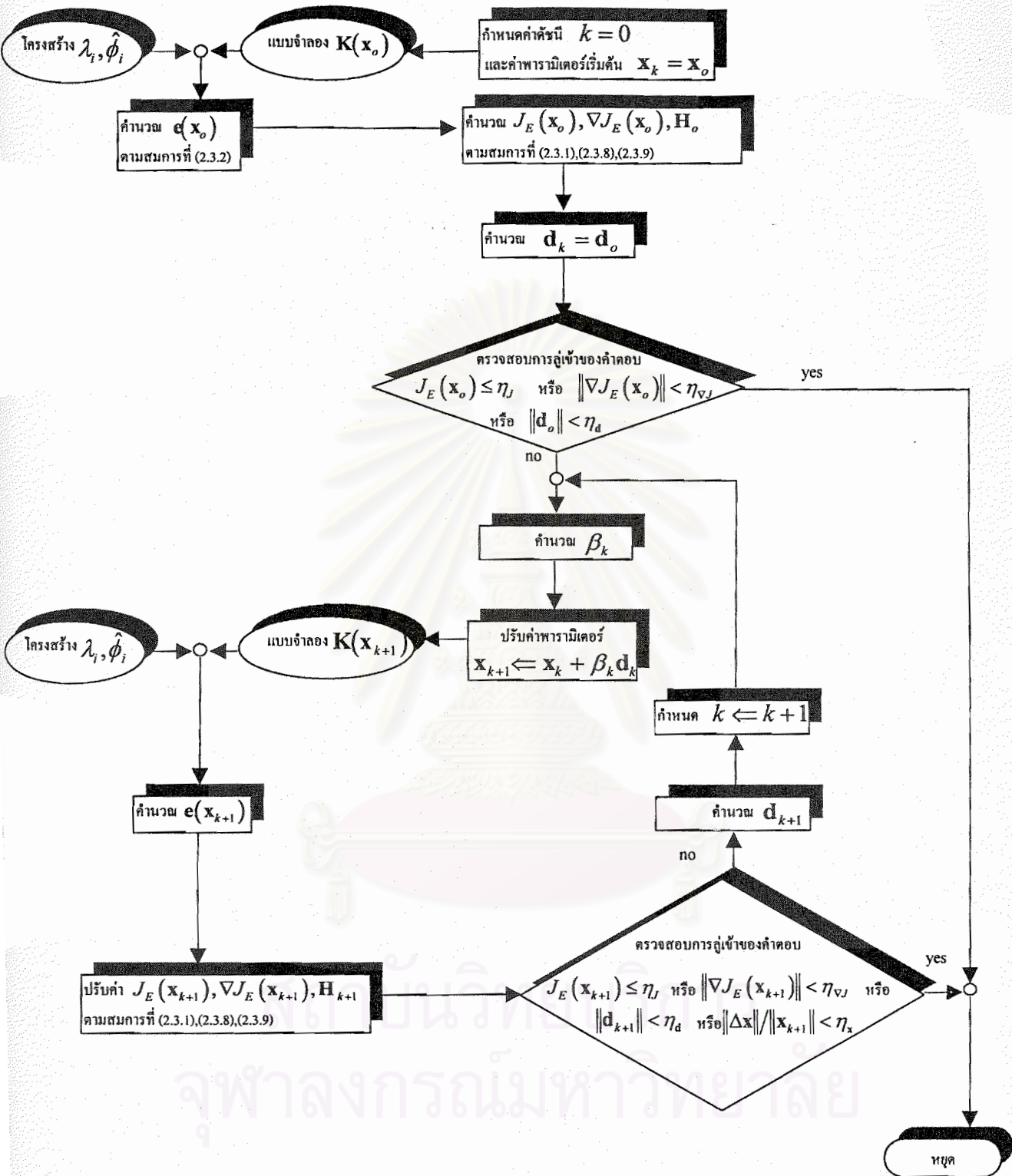
- ค.1 คำนวณค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ β_k
- ค.2 ปรับค่าพารามิเตอร์ $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k$
- ค.3 สร้างสติเฟนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_{k+1})$ และคำนวณหา $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_{k+1})$
- ค.4 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_{k+1})$
- ค.5 ปรับค่า $J_E(\mathbf{x}_{k+1})$ $\nabla J_E(\mathbf{x}_{k+1})$ และ \mathbf{H}_{k+1}
- ค.6 ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J_E(\mathbf{x}_{k+1}) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J_E(\mathbf{x}_{k+1})\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_{k+1}\| < \eta_d$ หรือ $\|\Delta \mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}_{k+1}\| < \eta_x$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค.7 คำนวณ \mathbf{d}_{k+1}

ค.8 กำหนดให้ค่าดัชนี $k = k + 1$ จากนั้นย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ ค.1

จากขั้นตอนวิธีข้างต้นสามารถเขียนในรูปของแผนภาพของโปรแกรมได้ดังรูปที่ 3.5.1



รูปที่ 3.5.1 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี OEE

3.5.2 วิธี GMS

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างด้วยวิธี GMS นี้สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนวิธีได้ดังนี้

ก. เริ่มต้น

- ก.1 กำหนดค่าดัชนี $k = 0$ และกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0$
- ก.2 สร้างสติเฟนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_0)$ เพื่อคำนวณหารูปแบบการสั่นไหวจากการคำนวณ $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_0)$
- ก.3 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_0)$
- ก.4 คำนวณเมตริกซ์ความไวหาคือ $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}_0$ และ $\alpha_0 = \sqrt{\sigma_{\max} \sigma_{\min}}$
- ก.5 คำนวณ $J(\mathbf{x}_0)$ $\nabla J(\mathbf{x}_0)$ และ $\mathbf{H}_0 = \mathbf{S}_0^T \mathbf{S}_0 + \alpha_0^2 \mathbf{I}$
- ก.6 คำนวณเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_0$

ข. ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_0) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_0)\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_0\| < \eta_d$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค. กระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมด้วยวิธี GMS

- ค.1 คำนวณค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ β_k
- ค.2 ปรับค่าพารามิเตอร์ $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k$
- ค.3 สร้างสติเฟนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_{k+1})$ และคำนวณหา $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_{k+1})$
- ค.4 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_{k+1})$
- ค.5 คำนวณเมตริกซ์ความไวหาคือ \mathbf{S}_{k+1} และ $\alpha_{k+1} = \sqrt{\sigma_{\max} \sigma_{\min}}$
- ค.6 ปรับค่า $J(\mathbf{x}_{k+1})$ $\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})$ และ $\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{S}_{k+1}^T \mathbf{S}_{k+1} + \alpha_{k+1}^2 \mathbf{I}$

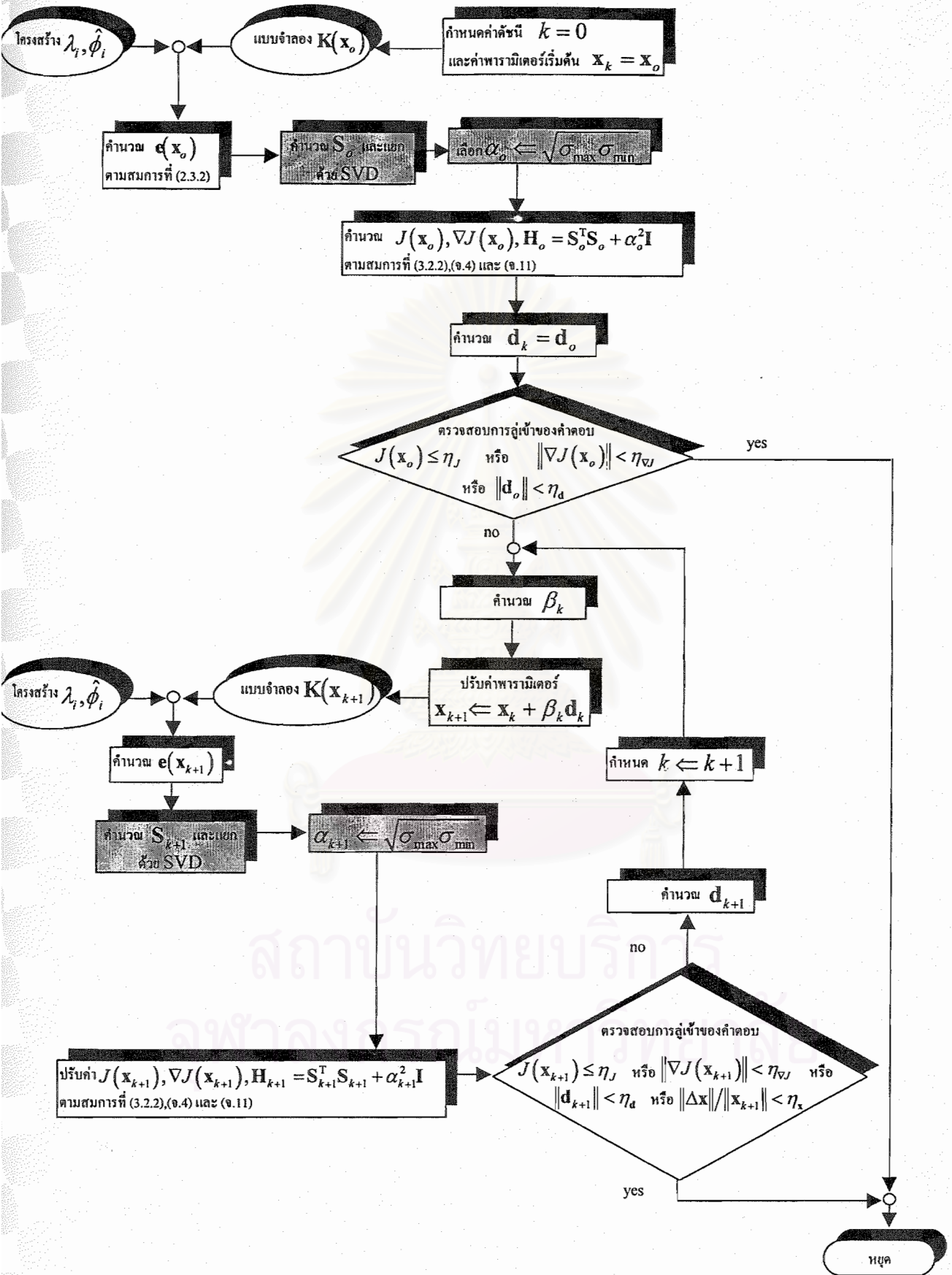
ค.7 ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_{k+1}) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_{k+1}\| < \eta_d$ หรือ $\|\Delta \mathbf{x}\| / \|\mathbf{x}_{k+1}\| < \eta_x$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค.8 คำนวณ \mathbf{d}_{k+1}

ค.9 กำหนดให้ค่าดัชนี $k = k + 1$ จากนั้นย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ ค.1

จากขั้นตอนวิธีข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแผนภาพของโปรแกรมได้ดังรูปที่ 3.5.2



รูปที่ 3.5.2 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี GMS

3.5.3 วิธี VRFS

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างด้วยวิธี VRFS นี้ สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนวิธีได้ดังนี้

ก. เริ่มต้น

ก.1 กำหนดค่าดัชนี $k = 0$ และกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0$

ก.2 สร้างสถิติเอนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_0)$ เพื่อคำนวณหารูปแบบการสั่นไหวจากการคำนวณ $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_0)$

ก.3 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_0)$

ก.4 คำนวณ $\alpha_0^2 = \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_0)\|^2 / \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0)\|^2$

ก.5 ตรวจสอบเกณฑ์การปรับค่า α

ถ้า $\alpha_0^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_0)\|^2 \leq \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_k)\|^2$ ให้ลดค่า $\alpha_{\text{new}} = \gamma \alpha_k$ จน $\alpha_{\text{new}}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_0)\|^2 \leq \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_k)\|^2$

ก.6 คำนวณ $J(\mathbf{x}_0)$ $\nabla J(\mathbf{x}_0)$ และ $\mathbf{H}_0 = \mathbf{S}_0^T \mathbf{S}_0 + \alpha_{\text{new}}^2 \mathbf{I}$

ก.7 คำนวณเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_0$

ข. ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_0) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_0)\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_0\| < \eta_d$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค. กระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมด้วยวิธี VRFS

ค.1 คำนวณค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ β_k

ค.2 ปรับค่าพารามิเตอร์ $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k$

ค.3 สร้างสถิติเอนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_{k+1})$ และคำนวณหา $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_{k+1})$

ค.4 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_{k+1})$

ค.5 คำนวณ $\alpha_{k+1}^2 = \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_{k+1})\|^2 / \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_0)\|^2$

ค.6 ตรวจสอบเกณฑ์การปรับค่า α_{k+1}

ถ้า $\alpha_{k+1}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_0)\|^2 > \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_{k+1})\|^2$ ให้ลดค่า $\alpha_{\text{new}} = \gamma \alpha_{k+1}$ จน $\alpha_{\text{new}}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_0)\|^2 \leq \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_{k+1})\|^2$

ค.7 ปรับค่า $J(\mathbf{x}_{k+1})$ $\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})$ และ $\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{S}_{k+1}^T \mathbf{S}_{k+1} + \alpha_{\text{new}}^2 \mathbf{I}$

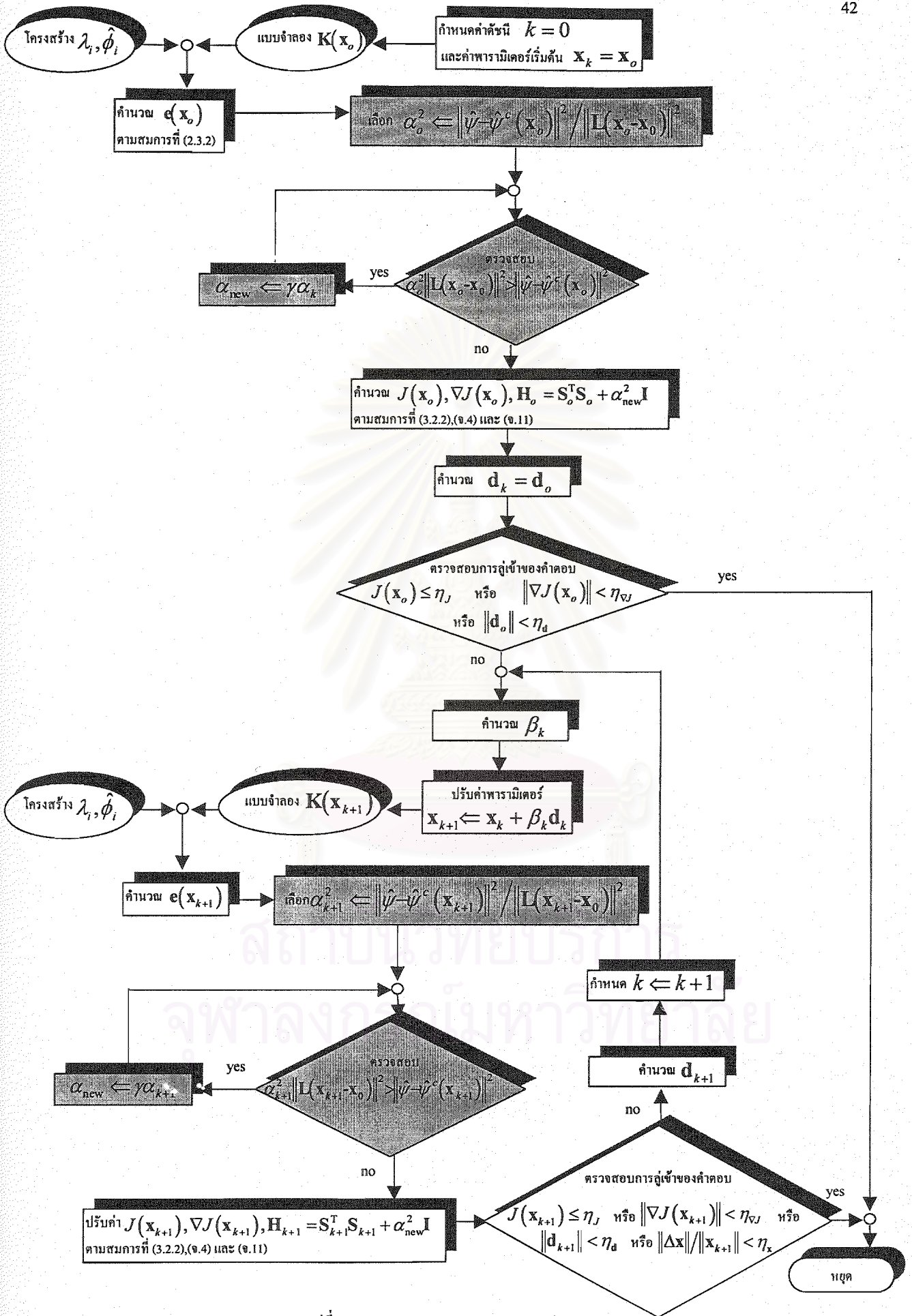
ค.8 ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_{k+1}) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_{k+1}\| < \eta_d$ หรือ $\|\Delta \mathbf{x}\| / \|\mathbf{x}_{k+1}\| < \eta_x$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค.9 คำนวณ \mathbf{d}_{k+1}

ค.10 กำหนดให้ค่าดัชนี $k = k + 1$ จากนั้นย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ ก.1

จากขั้นตอนวิธีข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแผนภาพของโปรแกรมได้ดังรูปที่ 3.5.3



รูปที่ 3.5.3 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี VRFS

3.5.4 วิธี VMSV

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างด้วยวิธี VMSV นี้ สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนวิธีได้ดังนี้

ก. เริ่มต้น

ก.1 กำหนดค่าดัชนี $k = 0$ และกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0$

ก.2 สร้างสถิติเอนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_0)$ เพื่อคำนวณหารูปแบบการสั่นไหวจากการคำนวณ $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_0)$

ก.3 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_0)$

ก.4 คำนวณเมตริกซ์ความไวตัว $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}_0$ และ $\alpha_0 = \sqrt{\sigma_{\max}^2}$

ก.5 ตรวจสอบเกณฑ์การปรับค่า α

ถ้า $\alpha_0^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0)\|^2 > \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_0)\|^2$ ให้ลดค่า $\alpha_{\text{new}} = \gamma \alpha_0$ จน $\alpha_{\text{new}}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0)\|^2 \leq \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_0)\|^2$

ก.6 คำนวณ $J(\mathbf{x}_0)$ $\nabla J(\mathbf{x}_0)$ และ $\mathbf{H}_0 = \mathbf{S}_0^T \mathbf{S}_0 + \alpha_{\text{new}}^2 \mathbf{I}$

ก.7 คำนวณเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_0$

ข. ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_0) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_0)\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_0\| < \eta_d$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค. กระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมด้วยวิธี VMSV

ค.1 คำนวณค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ β_k

ค.2 ปรับค่าพารามิเตอร์ $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k$

ค.3 สร้างสถิติเอนสมเมตริกซ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x}_{k+1})$ และคำนวณหา $\hat{\phi}_i^c(\mathbf{x}_{k+1})$

ค.4 คำนวณฟังก์ชันค่าผิดพลาด $e(\mathbf{x}_{k+1})$

ค.5 คำนวณเมตริกซ์ความไวตัว \mathbf{S}_{k+1} $\alpha_k = \alpha_{\text{new}}$ และ $\alpha_{k+1} = \sqrt{\sigma_{\max}^2}$

ค.6 ตรวจสอบเกณฑ์การปรับค่า α_{k+1}

ถ้า $\alpha_{k+1}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_0)\|^2 > \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_{k+1})\|^2$ ให้ลดค่า $\alpha_{\text{new}} = \gamma \alpha_{k+1}$ จน $\alpha_{\text{new}}^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_0)\|^2 \leq \|\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x}_{k+1})\|^2$

ค.7 ปรับค่า $J(\mathbf{x}_{k+1})$ $\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})$ และ $\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{S}_{k+1}^T \mathbf{S}_{k+1} + \alpha_{\text{new}}^2 \mathbf{I}$

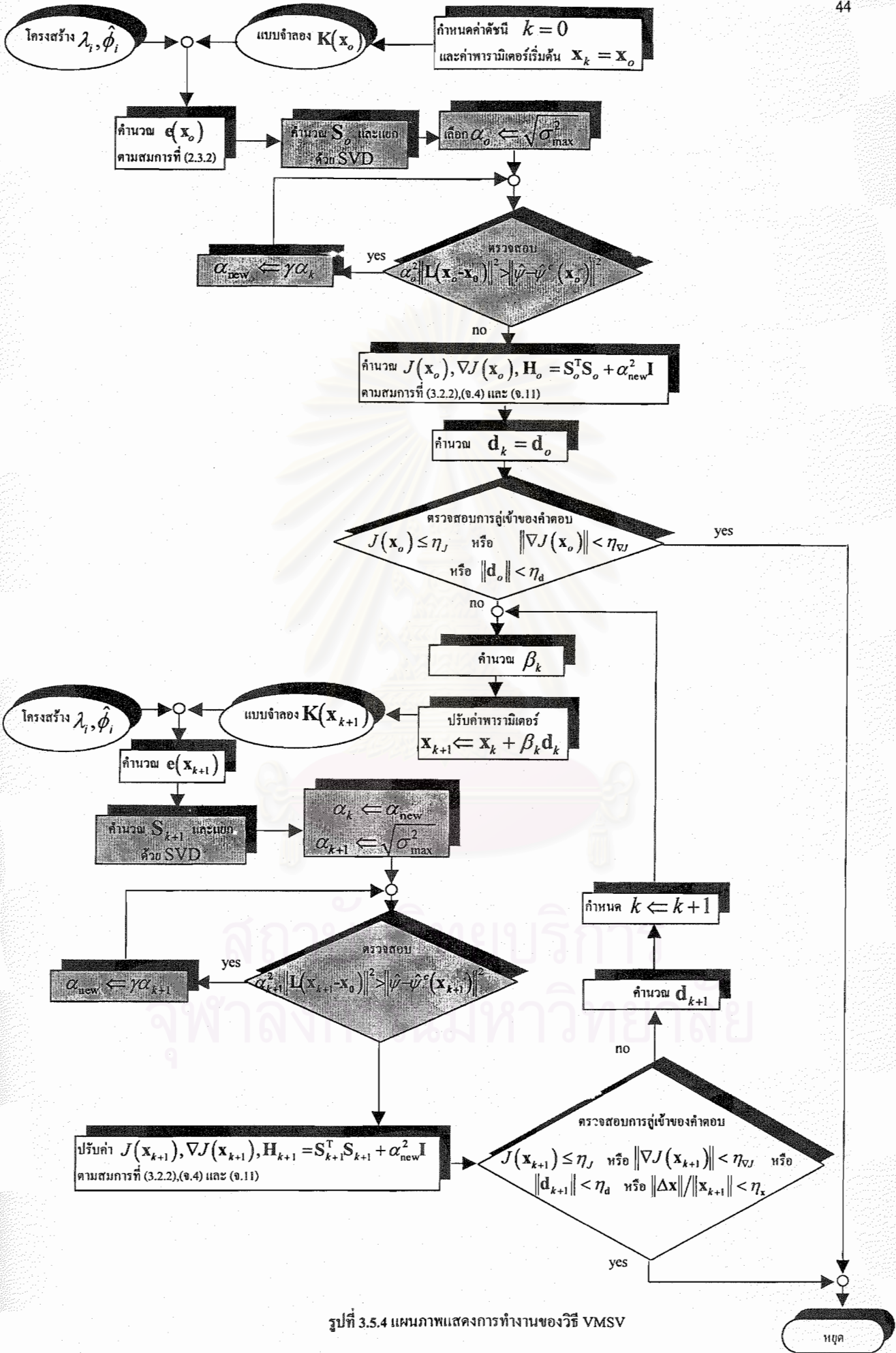
ค.8 ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_{k+1}) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_{k+1})\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_{k+1}\| < \eta_d$ หรือ $\|\Delta \mathbf{x}\| / \|\mathbf{x}_{k+1}\| < \eta_x$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_0 เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ค.9 คำนวณ \mathbf{d}_{k+1}

ค.10 กำหนดให้ค่าดัชนี $k = k + 1$ จากนั้นย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ ค.1

จากขั้นตอนวิธีข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแผนภาพของโปรแกรมได้ดังรูปที่ 3.5.4



รูปที่ 3.5.4 แผนภาพแสดงการทำงานของวิธี VMSV

3.6 บทสรุป

เพื่อแก้ปัญหาความไม่มีเอกภาพและปัญหาความไหวตัวสูงของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ฟังก์ชันค่าผิดพลาดเดิมจึงถูกเปลี่ยนแปลงโดยเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมายซึ่งในส่วนของทฤษฎีเกี่ยวกับฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันได้แสดงให้เห็นแล้วว่า ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเปรียบเสมือนเทอมที่ทำหน้าที่ปรับค่าพารามิเตอร์ที่กำลังหาอยู่ไม่ให้หลุดออกจากค่าพารามิเตอร์คำตอบที่แท้จริงส่งผลให้สามารถลดปัญหาความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบได้ สำหรับสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันทำหน้าที่ปรับขนาดของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันโดยสามารถหาได้ในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันได้อย่างเหมาะสมแล้วจะสามารถลดความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลได้

จากทฤษฎีพบว่าค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะเหมาะสมที่สุดเมื่อใช้ค่าเชิงดูอาร์ของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างที่มากที่สุด ซึ่งการที่เป็นเช่นนี้เกิดจากการกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณมีผลกระทบต่อสมการเป้าหมายน้อยที่สุด เนื่องจากค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณอาจไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้าง อย่างไรก็ตามขั้นตอนวิธีในการประมาณค่าพารามิเตอร์และการเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันมีอยู่หลายวิธี ในบทนี้จึงได้นำเสนอขั้นตอนวิธีแสดงการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแต่ละวิธีได้แก่ วิธี OBE VMSV GMS และวิธี VRFS ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด

บทที่ 4

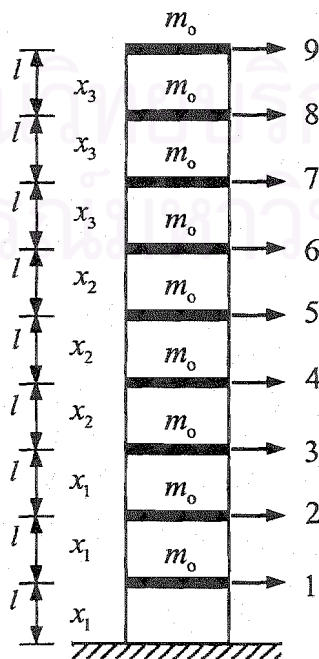
กรณีศึกษาแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น

4.1 ความนำ

เนื้อหาในบทนี้เป็นการแสดงผลการประมาณค่าพารามิเตอร์และการตรวจสอบประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นตามขั้นตอนวิธี VMSV ซึ่งถูกนำเสนอในบทที่ 3 เปรียบเทียบกับวิธี OEE GMS และ VRFS โดยใช้การจำลองเชิงตัวเลข (numerical simulation) ของพฤติกรรมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น สำหรับการประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีตามวิธีการต่าง ๆ นี้ สามารถทำได้โดยการพิจารณาปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อขั้นตอนวิธีซึ่งได้แก่คุณภาพและปริมาณของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหว นอกจากนี้การศึกษานี้ยังพิจารณาผลของอสมการขอบเขต และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่มีต่อประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีอีกด้วย

4.2 ข้อมูลเบื้องต้นของแบบจำลองโครงสร้าง

โครงสร้างที่ใช้เป็นกรณีศึกษาคือโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้นที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่นดังแสดงในรูปที่ 4.1 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างประกอบด้วยระดับชั้นความสูงทั้งหมด 9 ตำแหน่งซึ่งใช้อธิบายการเคลื่อนที่ในแนวราบของโครงสร้างที่แต่ละชั้นดังแสดงด้วยลูกศร ค่าสตีเฟนสพารามิเตอร์ x ของโครงสร้างประกอบด้วย x_1 , x_2 และ x_3 สำหรับแต่ละกลุ่มของชั้นส่วนย่อย และค่ามวลที่แต่ละชั้นของโครงสร้างแทนด้วย m_0 ค่าสตีเฟนสพารามิเตอร์ของกลุ่มของชั้นส่วนย่อย k มีค่าตามสมการ $x_k = a_k x_0$ โดยที่ค่าสตีเฟนสพารามิเตอร์ x_0 ถูกกำหนดโดยอัตราส่วน $x_0/m_0 = 1.0 / \text{sec}^2$ และ a_k แทนอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ของกลุ่ม k ต่อค่าพารามิเตอร์ x_0 ในกรณีศึกษานี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง



รูปที่ 4.1 แบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น

ของโครงสร้างคือ $\hat{x} = \{2x_0, x_0, x_0\}^T$ หรือ $\hat{a} = \{2.0, 1.0, 1.0\}^T$

การศึกษานี้ใช้ค่าพารามิเตอร์แท้จริง \hat{x} ในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างในการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวเพื่อใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน ดังแสดงในตารางที่ 4.1 โดยที่รูปแบบการสั่นไหวถูกปรับขนาดเทียบกับมวลของโครงสร้างด้วยสมการ

$$\phi_i^T M \phi_i = 1 \quad (4.1)$$

ข้อมูลที่วัดได้จากการทดสอบโครงสร้างจริงสามารถจำลองโดยใช้ข้อมูลที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนจากตารางที่ 4.1 โดยสมมติให้ค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้ไม่มีความคลาดเคลื่อน และรูปแบบการสั่นไหวที่ i ที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรี j มีความคลาดเคลื่อนแบบเป็นอัตราส่วน (proportional error) กับขนาดของรูปแบบการสั่นไหวที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนที่ระดับชั้นความเสรีเดียวกันตามสมการ

$$\tilde{\phi}_{ij} = \hat{\phi}_{ij} (1 + \varepsilon_{ij}) \quad (4.2)$$

โดยที่ $\hat{\phi}_{ij}$ คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ i ที่ระดับชั้นความเสรี j ที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน

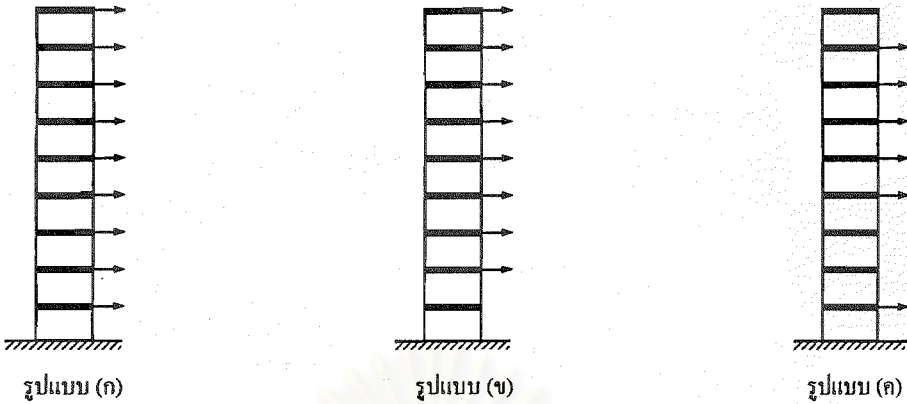
$\tilde{\phi}_{ij}$ คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ i ที่ระดับชั้นความเสรี j ที่จำลองให้มีความคลาดเคลื่อน

ε_{ij} คือ อัตราส่วนความคลาดเคลื่อนแบบสุ่มซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นคงที่

ในช่วง $[-\xi, \xi]$ โดยที่ขนาดของ ξ เป็นตัวกำหนดระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

ตารางที่ 4.1 ความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนที่วิเคราะห์ได้จากแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น

โหมดที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	.19509	.55673	.86929	1.18252	1.48673	1.73768	1.90852	1.99028	2.58155
รูปแบบการสั่นไหว									
ชั้นที่ 1	.01451	.04876	-.07450	.07546	-.07540	.08669	.11145	.13935	-.15639
ชั้นที่ 2	.02875	.08997	-.12086	.09815	-.06747	.04250	.01992	.00270	.20835
ชั้นที่ 3	.04244	.11723	-.12155	.05222	.01503	-.06586	-.10789	-.13930	-.12116
ชั้นที่ 4	.06820	.13542	-.05108	-.11266	.14681	-.08371	.02946	.12849	.02729
ชั้นที่ 5	.09137	.11164	.08288	-.12001	-.04592	.15121	.05950	-.11270	-.00615
ชั้นที่ 6	.11106	.05325	.13420	.04046	-.13715	-.07045	-.12719	.09254	.00139
ชั้นที่ 7	.12653	-.02164	.08412	.14435	.07477	-.07938	.14940	-.06879	-.00031
ชั้นที่ 8	.13717	-.08982	-.02953	.04639	.12142	.15138	-.11819	.04237	.00007
ชั้นที่ 9	.14260	-.13017	-.12087	-.11644	-.10032	-.07496	.04473	-.01431	-.00001



รูปที่ 4.2 รูปแบบระดับชั้นความเสริของแบบจำลองโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล

การศึกษานี้ได้ทำการจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนทั้งหมด 30 ชุดสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม 100 ค่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ x สำหรับข้อมูลของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนแต่ละชุด ดังนั้นจึงต้องทำการแก้ปัญหาค่าน้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย (3.2.2) ทั้งหมด 3000 ครั้งสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่พิจารณา นอกจากนี้การศึกษานี้พิจารณาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างโดยใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่รูปแบบของระดับชั้นความเสริของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างทั้ง 3 แบบดังแสดงในรูปที่ 4.2 โดยทำการวัดข้อมูลผลตอบสนองการสั่นไหวที่ตำแหน่งที่มีลูกศรกำกับสำหรับทุกโหมดของโครงสร้างเพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์

4.3 การประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธี

การจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนแบบเป็นอัตราส่วนทั้งหมด 30 ชุดสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม 100 ค่า ทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่มีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่มทั้งหมด 3000 ค่า ดังนั้นเพื่อที่จะศึกษาลักษณะและพฤติกรรมของค่าพารามิเตอร์คำตอบที่มีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม งานวิจัยนี้ต้องอาศัยค่าดัชนีทางสถิติเพื่อบ่งชี้ถึงประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธี VMSV ที่พัฒนาขึ้นเปรียบเทียบกับวิธี OEE GMS และ VRFS ในงานวิจัยนี้จะใช้ค่าดัชนีทางสถิติที่เหมาะสม 4 ค่า ได้แก่

ค่าเฉลี่ย (mean) หรือ \bar{x} คือ ค่าดัชนีบ่งชี้ถึงจุดศูนย์กลาง (centroid) ของค่าพารามิเตอร์คำตอบที่มีการกระจายตัวใน N_p มิติของค่าพารามิเตอร์คำตอบ โดยที่ค่า \bar{x} สามารถคำนวณได้จาก

$$\bar{x} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} x_i \tag{4.3}$$

โดยที่ x_i คือ เวกเตอร์ตัวที่ i ของค่าพารามิเตอร์คำตอบ

N_p คือ จำนวนค่าพารามิเตอร์ค่าตอบทั้งหมด

ค่าเฉลี่ยรากที่สองของกำลังสองของความเอนเอียง (average root quadratic bias) หรือ RQB คือ ค่าดัชนีที่ใช้วัดระยะทางจากจุดศูนย์กลาง $\bar{\mathbf{x}}$ ของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบถึงค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่แท้จริง $\hat{\mathbf{x}}$ ค่า RQB สามารถคำนวณได้จาก

$$RQB = \frac{\|\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}\|}{N_p \|\hat{\mathbf{x}}\|} \quad (4.4)$$

โดยที่ $\|\cdot\|$ คือ ยูคลิดนอร์มของเวกเตอร์

ค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (average standard deviation) หรือ SD คือ ค่าดัชนีที่ใช้วัดการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ $\bar{\mathbf{x}}$ ค่า SD สามารถคำนวณได้จาก

$$SD = \frac{\left[\frac{1}{N_p - 1} \sum_{t=1}^{N_p} \|\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}\|^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{N_p \|\hat{\mathbf{x}}\|} \quad (4.5)$$

ค่าเฉลี่ยรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของค่าผิดพลาด (average root mean square error) หรือ RMS คือ ค่าดัชนีที่ใช้วัดการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบรอบค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่แท้จริง $\hat{\mathbf{x}}$ ค่า RMS สามารถคำนวณได้จาก

$$RMS = \frac{\left[\frac{1}{N_p} \sum_{t=1}^{N_p} \|\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}\|^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{N_p \|\hat{\mathbf{x}}\|} \quad (4.6)$$

ค่าดัชนี RQB และ SD ใช้แสดงความเอนเอียงและการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและสามารถบอกถึงความถูกต้อง (accuracy) และความแม่นยำ (precision) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ ตามลำดับ สำหรับความถูกต้องและความแม่นยำของการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยภาพรวมนั้นสามารถวัดได้จากค่าดัชนี RMS ถ้าขั้นตอนวิธีของวิธีการใดให้ค่าดัชนี RQB และ SD น้อยกว่าวิธีอื่น แสดงว่าขั้นตอนวิธีนั้นมีความถูกต้องและความแม่นยำ ในขณะที่เดียวกันถ้าขั้นตอนวิธีของวิธีการใดให้ค่าดัชนี RQB น้อยกว่า แต่ค่าดัชนี SD มากกว่า หรือถ้าขั้นตอนวิธีของวิธีการใดให้ค่าดัชนี RQB มากกว่า แต่ค่าดัชนี SD น้อยกว่า ให้พิจารณาค่าดัชนี RMS ในการตัดสินใจว่าขั้นตอนวิธีใดจะมีความถูกต้องและความแม่นยำ โดยภาพรวมมากกว่ากัน

หลักเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิภาพและเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีทั้งวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS กล่าวโดยสรุปแล้วสามารถพิจารณาได้จาก ความไม่เอนเอียง (unbiasedness) ความมีประสิทธิภาพ (efficiency) และความสอดคล้อง (consistency) ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

ความไม่เอนเอียง คือ คุณสมบัติสำคัญของขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมซึ่งเมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์แล้ว ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ \bar{x} ต้องมีค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่แท้จริง x สำหรับความไม่เอนเอียงในการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นสามารถวัดได้จากค่าดัชนี RQB ซึ่งถ้าขั้นตอนวิธีใดให้ค่าดัชนี RQB น้อย แสดงว่าขั้นตอนวิธีนั้นมีความเอนเอียงน้อย หรือมีความถูกต้องมาก

ความมีประสิทธิภาพ คือ เกณฑ์ในการตัดสินระหว่างขั้นตอนวิธีที่มีค่าดัชนี RQB น้อย ว่าขั้นตอนวิธีใดมีประสิทธิภาพมากกว่าโดยตัดสินจากการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบซึ่งพิจารณาจากค่าดัชนี SD หากขั้นตอนวิธีใดให้ค่าดัชนี SD น้อยกว่า แสดงว่าขั้นตอนวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่า หรือมีความแม่นยำมากกว่า

ความสอดคล้อง คือ การที่ค่าดัชนี RQB และ SD ของขั้นตอนวิธีผู้เข้าหาศูนย์ขณะเพิ่มจำนวนโหมดของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหว ซึ่งแสดงให้เห็นว่าขั้นตอนวิธีนั้นมีความถูกต้องและความแม่นยำมากขึ้นเมื่อจำนวนโหมดที่ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์มากขึ้น

4.4 การทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Experiment)

การทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะศึกษาและประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีทั้งวิธี VMSV OEE GMS และ VRFS โดยใช้ตัวอย่างแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น ดังรูปที่ 4.1 พร้อมกับพิจารณาผลของคุณภาพและปริมาณของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่มีต่อขั้นตอนวิธีทั้ง 4 วิธีข้างต้น โดยที่ผลของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวในด้านคุณภาพนั้นขึ้นอยู่กับ รูปแบบระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณ สำหรับผลของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวในด้านปริมาณขึ้นอยู่กับจำนวนโหมด และจำนวนระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล นอกจากนี้จะศึกษาปัจจัยอื่นที่อาจมีผลต่อขั้นตอนวิธีคือ ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และขอบเขตบนของค่าสคิปเนสพารามิเตอร์

การทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขแสดงไว้ดังตารางที่ 4.2 โดยให้ตัวอย่างกรณี I แทนการศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ที่มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเป็นตัวแปร สำหรับจำนวนโหมด ขอบเขตบน ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างกรณี II แทนการศึกษาผลของจำนวนโหมดที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่มีจำนวนโหมดเป็นตัวแปร สำหรับขอบเขตบน ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตารางที่ 4.2 การทดลองด้วยตัวอย่างกรณีต่างๆของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือน ขนาด 9 ชั้น

กรณี	รูปแบบ	จำนวน โหนด	ขอบเขตบน	ความคลาด เคลื่อน	ตัวคูณปรับลดสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน				ค่าพารามิเตอร์ อ้างอิง
					OEE	VMSV	GMS	VRFS	
I-1	123456789	9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
I-2	-23456789	9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
I-3	1--45678-	9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
II-1	123456789	1-9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
II-2	-23456789	1-9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
II-3	1--45678-	1-9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
III-1	123456789	1-9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
III-2	-23456789	1-9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
III-3	1--45678-	1-9	50 ̂	0%-20%	-	0.9	-	0.9	-
IV-1	123456789	9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
IV-2	-23456789	9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
IV-3	1--45678-	9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
V-1	123456789	1-9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
V-2	-23456789	1-9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
V-3	1--45678-	1-9	50 ̂	20%	-	0.1-0.9	-	0.1-0.9	-
VI-1	123456789	9	5 ̂ -50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
VI-2	-23456789	9	5 ̂ -50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
VI-3	1--45678-	9	5 ̂ -50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	-
VII-1	123456789	9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	1 ̂ -2 ̂
VII-2	-23456789	9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	1 ̂ -2 ̂
VII-3	1--45678-	9	50 ̂	20%	-	0.9	-	0.9	1 ̂ -2 ̂

ตัวอย่างกรณี III แทนการศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และจำนวนโหนด ที่มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และจำนวนโหนดเป็นตัวแปร สำหรับขอบเขตบน ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างกรณี IV แทนการศึกษาผลของตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ สมการที่ (3.3.17) ในบทที่ 3 ที่มีตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเป็นตัวแปร สำหรับจำนวน โหนด ขอบเขตบน ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างกรณี V แทนการศึกษาผลของตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และจำนวนโหนด ที่มีตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และจำนวนโหนดเป็นตัวแปร สำหรับขอบเขตบน ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างกรณี VI แทนการศึกษาผลของขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ ที่มีขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์เป็นตัวแปร สำหรับจำนวนโหนด ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน และค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างกรณี VII แทนการศึกษาผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่มีค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปร สำหรับจำนวนโหนด ขอบเขตบน ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเป็นค่าคงที่

4.4.1 กรณี I

กรณีนี้เป็นการศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 15 ระดับคือ 0% 2.5% 5% 7.5% 10% 12.5% 15% 17.5% 20% 22.5% 25% 27.5% 30% 32.5% และ 35% ที่มีต่อวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS เมื่อใช้รูปแบบระดับขั้นความเสถียรที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) ดังรูปที่ 4.2 สำหรับข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) และ (ค) จะศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 9 ระดับคือ 0% 2.5% 5% 7.5% 10% 12.5% 15% 17.5% และ 20% โดยที่แต่ละรูปแบบทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวครบทั้ง 9 โหนด ค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์เท่ากับ $50\bar{x}$ และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันสำหรับวิธี VMSV และ VRFS มีแนวโน้มว่ามีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อมีค่าเท่ากับ 0.9 ซึ่งอ้างอิงจากผลการศึกษกรณี IV นอกจากนี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$ การกำหนดแบบนี้เพื่อให้สอดคล้องกับความเป็นจริงที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องก่อนการประมาณ

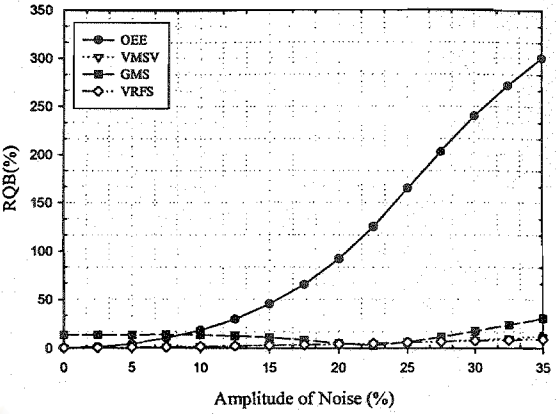
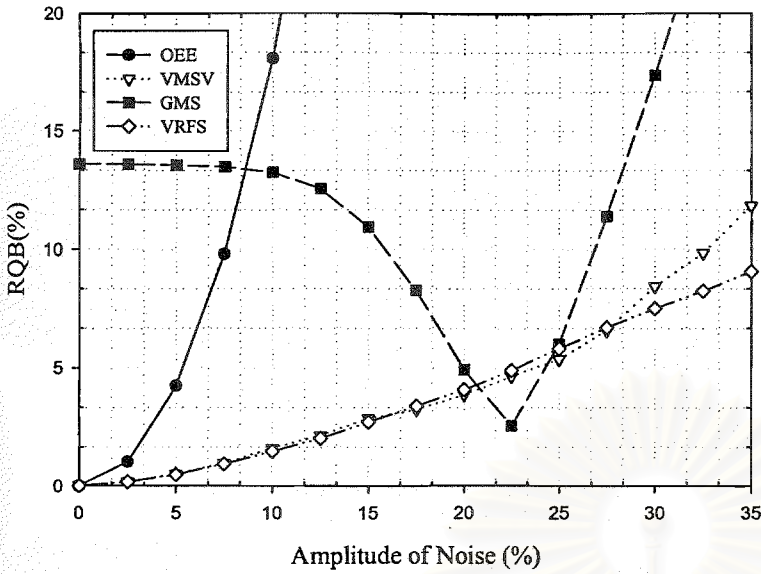
ตัวอย่างกรณี I-1 ดังรูปที่ 4.3 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) จากรูปที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE VMSV และ VRFS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น จากการสังเกตยังพบว่าเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเท่ากับ 0% (ปราศจากความคลาดเคลื่อน) วิธี OEE VMSV และ VRFS ให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS เกือบเท่ากับศูนย์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างเมื่อใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน สำหรับวิธี GMS ถึงแม้ว่าจะใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ปราศจากความคลาดเคลื่อนกลับมีความถูกต้องน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี OEE VMSV และ VRFS นอกจากนี้รูปที่ 4.3 ยังแสดงให้เห็นอีกว่าวิธี VMSV และ VRFS มีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดสำหรับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทุกระดับที่ทำการศึกษา โดยวิธี VMSV จะมีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมลดลงเล็กน้อยเทียบกับวิธี VRFS เมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมากกว่า 27.5%

รูปที่ 4.4 แสดงค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ข) ซึ่งเป็นตัวอย่างกรณี I-2 จากรูปที่ 4.4 จะเห็นได้ว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OEE มีความถูกต้องและความแม่นยำน้อยกว่าวิธี VMSV GMS และ VRFS ที่แต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* ของวิธี OEE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธี VMSV GMS และ VRFS ให้ค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* ค่อนข้างคงที่ และน้อยกว่าวิธี OEE ที่ทุกระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล ยกเว้นที่ระดับความคลาดเคลื่อน 0%-5% วิธี GMS ให้ค่าดัชนี *RQB SD* มากกว่าวิธี OEE เล็กน้อย จากการสังเกตยังพบว่าเมื่อข้อมูลปราศจากความคลาดเคลื่อน ทุกวิธีให้ค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* ไม่เท่ากับศูนย์ และวิธี OEE ให้ความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมน้อยที่สุดซึ่งพิจารณาได้จากค่าดัชนี *RMS* ดังรูปที่ 4.4(c) สำหรับวิธีที่ให้ทั้งความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดคือ วิธี VMSV และ VRFS แม้ว่าวิธี GMS จะมีความแม่นยำที่สุดก็ตาม เนื่องจากวิธี GMS มีความถูกต้องน้อยกว่าวิธี VMSV และ VRFS

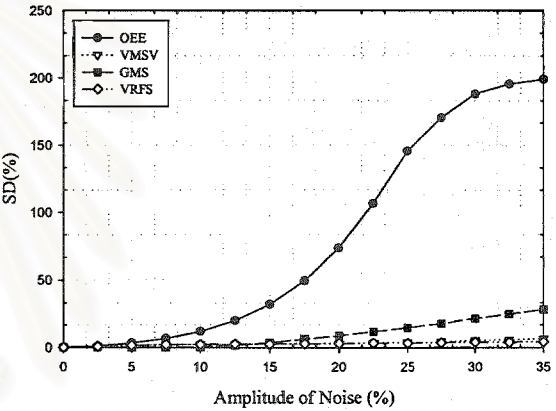
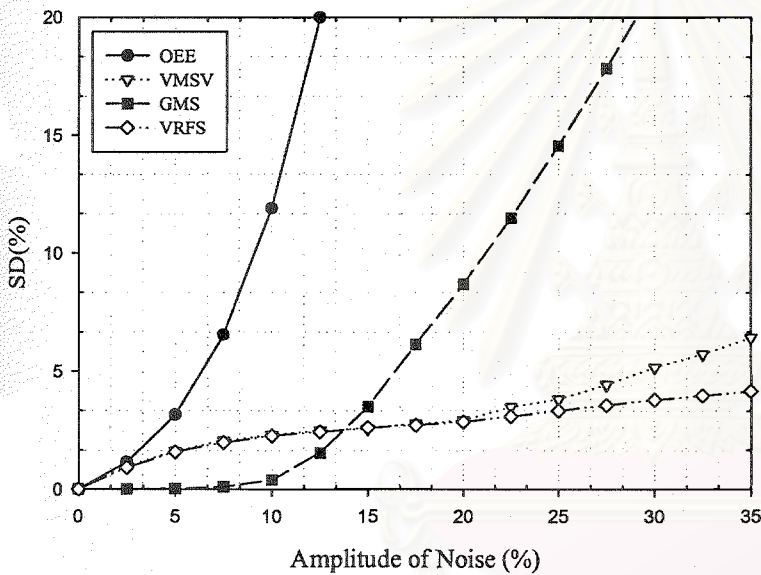
รูปที่ 4.5 แสดงค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ค) ซึ่งเป็นตัวอย่างกรณี I-3 จากรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS ให้ค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* ค่อนข้างคงที่ถึงแม้ว่าระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจะเพิ่มขึ้นก็ตาม ขณะเดียวกันจะเห็นว่าวิธี OEE VMSV และ VRFS มีความถูกต้องและความแม่นยำใกล้เคียงกัน โดยวิธี VMSV แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่ดีกว่าเล็กน้อยเมื่อพิจารณาจากค่าดัชนี *SD* จากการสังเกตยังพบอีกว่าทุกวิธีให้ค่าดัชนี *RQB SD* และ *RMS* ไม่เท่ากับศูนย์แม้ว่าข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวจะปราศจากความคลาดเคลื่อน และวิธี GMS มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมน้อยที่สุดเมื่อพิจารณาจากค่าดัชนี *RMS* ดังรูปที่ 4.5(c) นอกจากนี้จะเห็นได้ว่าวิธี GMS ยังคงเป็นวิธีที่แม่นยำที่สุด แต่กลับมีความถูกต้องน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี OEE VMSV และ VRFS

จากผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OEE สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ค) ดังรูปที่ 2.3 ทำให้การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้มีลักษณะเป็นกลุ่ม (cluster) และความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบของแต่ละกลุ่มต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีแนวโน้มลดลง ซึ่งในงานวิจัยของ Thanyawat Pothisiri และ Hjelmstad (2001) ได้เลือกค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง \hat{x} จากกลุ่มของค่าพารามิเตอร์คำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยใช้ค่าสมการเป้าหมายที่น้อยที่สุดเป็นเกณฑ์ในการเลือกค่าพารามิเตอร์คำตอบดังกล่าว ดังนั้นเพื่อความเหมาะสมในการศึกษาลักษณะ และ พฤติกรรมการกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบที่มีลักษณะเป็นกลุ่ม ค่าดัชนีทางสถิติจึงควรเป็นค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าพารามิเตอร์คำตอบเพื่อบ่งบอกถึงลักษณะ และ พฤติกรรมของค่าพารามิเตอร์คำตอบกลุ่มนั้นๆ

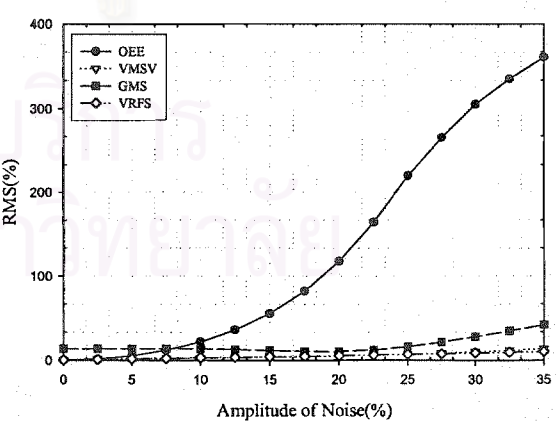
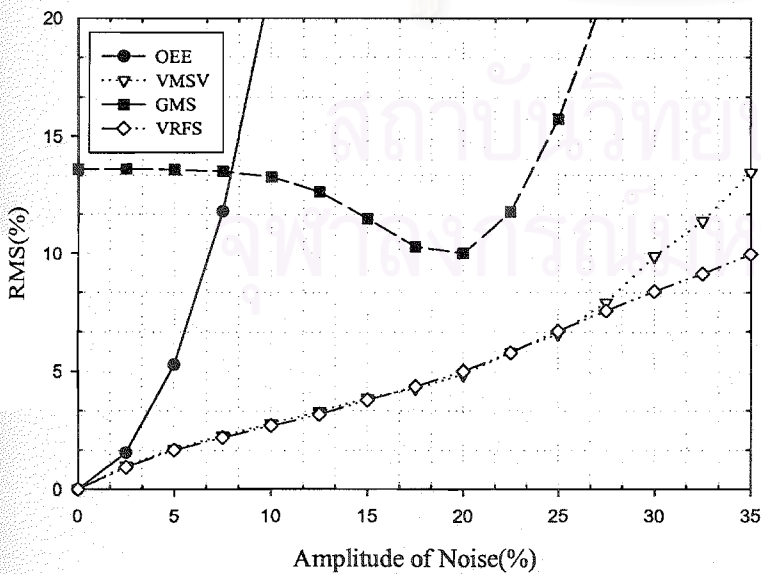
เพื่อความเหมาะสมในการคำนวณค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าพารามิเตอร์คำตอบ ในตัวอย่างกรณี I-3 นี้ใช้ค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ดีที่สุดจากกลุ่มของค่าพารามิเตอร์คำตอบทั้งหมด โดยสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.4) (4.5) และ (4.6) สำหรับกลุ่มของค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ดีที่สุดสามารถเลือกได้จากค่าพารามิเตอร์คำตอบของแต่ละชุดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวที่มีความคลาดเคลื่อนแบบเป็นอัตราส่วนทั้งหมด 30 ชุด



(a)

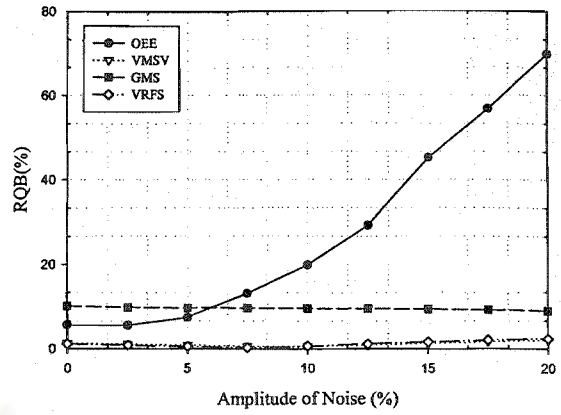
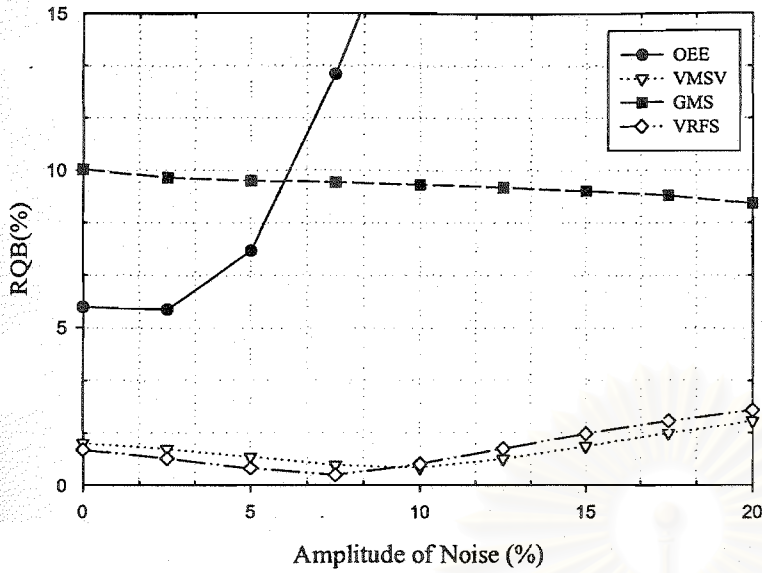


(b)

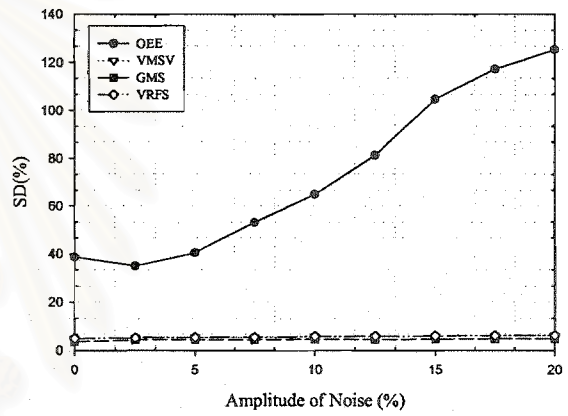
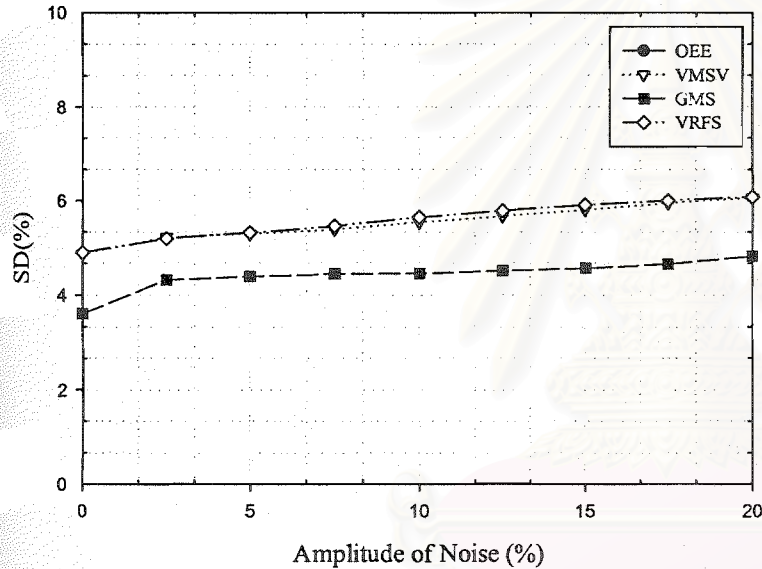


(c)

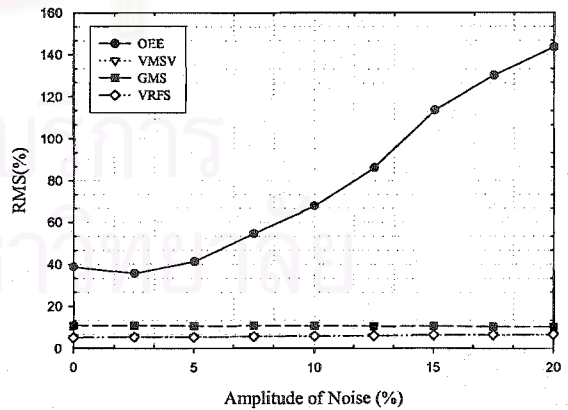
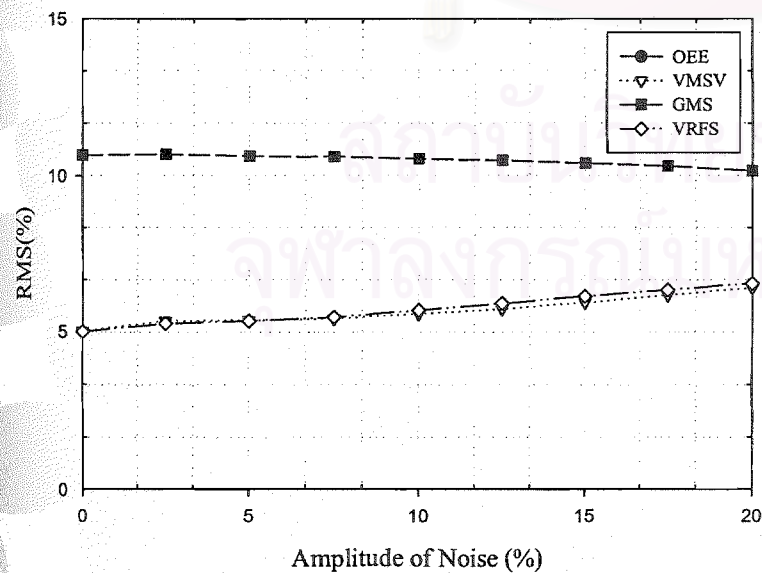
รูปที่ 4.3 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I-1 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



(a)

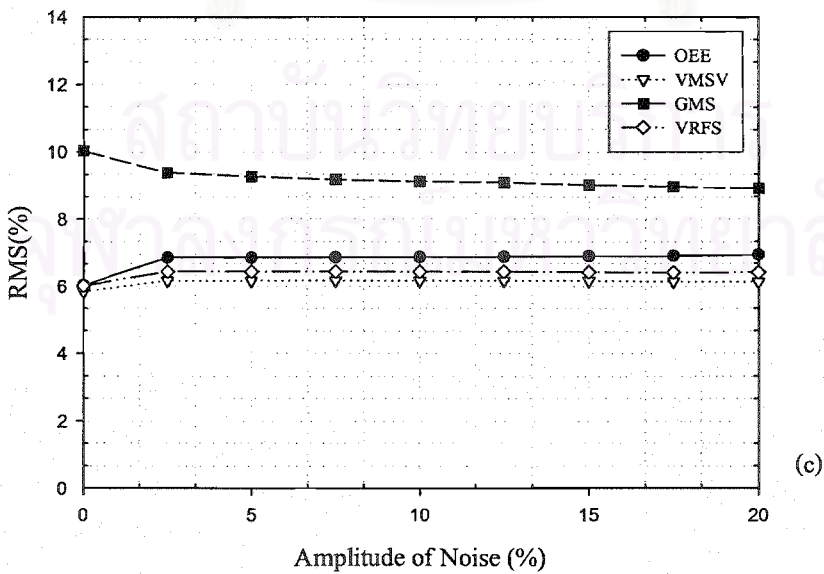
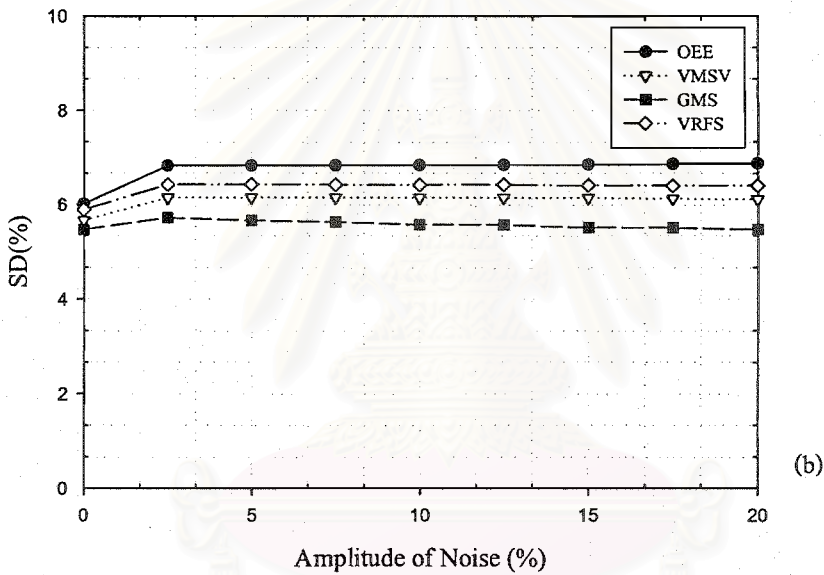
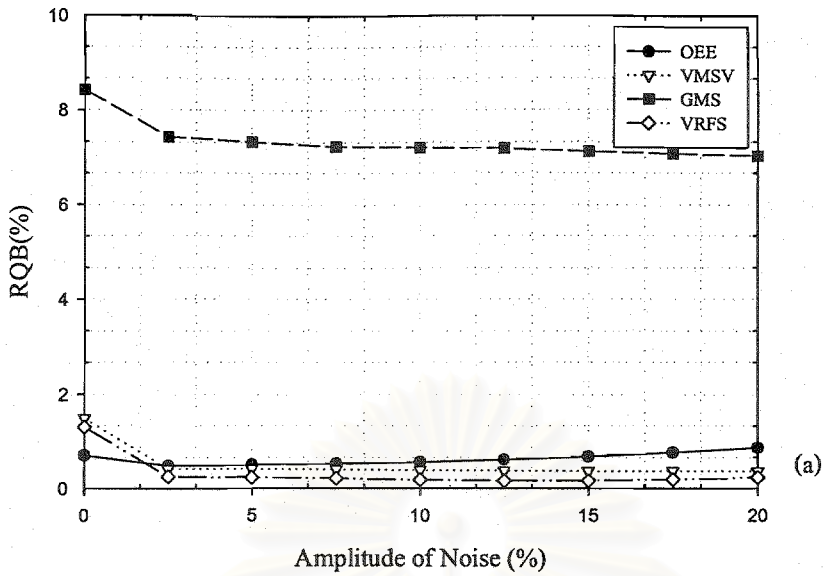


(b)



(c)

รูปที่ 4.4 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I-2 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.5 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี I – 3 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั้น ไทวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

สำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล โดยใช้เกณฑ์ของ Thanyawat Pothisiri และ Hjelmstad (2001) ซึ่งเลือกค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ให้ค่าสมการเป้าหมายน้อยที่สุดเป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบที่เหมาะสมที่สุด

รูปที่ 4.6 แสดงค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ดีที่สุดสำหรับตัวอย่างกรณี I-3 เมื่อเปรียบเทียบค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของกลุ่มค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดดังรูปที่ 4.6 กับค่าดัชนี RQB SD และ RMS ดังรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่ามีลักษณะคล้ายกันคือ วิธี VMSV จะมีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมที่ดีที่สุด รองลงมาคือวิธี VRFS OEE และ GMS ตามลำดับ ขณะเดียวกันจะเห็นได้ว่าค่าดัชนี SD ดังรูปที่ 4.6(b) มีลักษณะกวัดแกว่งกว่าเมื่อเทียบกับค่าดัชนี SD ดังรูปที่ 4.5(b) นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมากกว่า 0% ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE VMSV และ VRFS ดังรูปที่ 4.6 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นซึ่งแตกต่างจากรูปที่ 4.5 ที่มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS ค่อนข้างคงที่ อย่างไรก็ตามลักษณะที่เป็นกลุ่มของค่าพารามิเตอร์คำตอบดังรูปที่ 2.3 ไม่สามารถทราบได้ล่วงหน้าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีต่างๆ อีกทั้งผลการเปรียบเทียบโดยใช้ค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ดีที่สุดดังรูปที่ 4.6 ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปมากนักเมื่อเปรียบเทียบกับค่าดัชนีทางสถิติของค่าพารามิเตอร์คำตอบทั้งหมดดังรูปที่ 4.5 ดังนั้นการทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขทุกกรณีในงานวิจัยนี้จึงใช้ค่าดัชนีทางสถิติของค่าพารามิเตอร์คำตอบทั้งหมดในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีตามวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS

สำหรับผลการประมาณค่าพารามิเตอร์คำตอบซึ่งเป็นตัวอย่างกรณี I-1 I-2 และ I-3 ของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แสดงดังตารางที่ 4.3 4.4 และ 4.5 ตามลำดับ

4.4.2 กรณี II

กรณีนี้พิจารณาจำนวนโหมดที่ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ตั้งแต่ 1-9 โหมด ที่มีต่อวิธี VMSV OEE GMS และ VRFS เมื่อใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แต่ละรูปแบบมีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแบบเป็นอัตราส่วน 20% มีค่าขอบเขตบนของค่าสถิติพารามิเตอร์ เท่ากับ 50% และกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$ นอกจากนี้จะใช้ค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าเท่ากับ 0.9 สำหรับวิธี VMSV และ VRFS ในการประมาณค่าพารามิเตอร์

รูปที่ 4.7 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) ซึ่งเป็นตัวอย่างกรณี II-1 จากรูปที่ 4.7 จะเห็นได้ว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV OEE GMS และ VRFS ที่ต้องมีการคำนวณตามสมการที่ (2.3.1) เมื่อใช้จำนวนโหมดมากขึ้น ความถูกต้องและความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง โดยพิจารณาจากค่าดัชนี RQB SD และ RMS ตามลำดับ นอกจากนี้จากค่าดัชนี RMS ยังพบอีกว่าวิธี VMSV ให้ผลที่ดีกว่าวิธีอื่นเนื่องจากมีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมมากกว่าวิธีอื่นเมื่อเปรียบเทียบที่แต่ละโหมดที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	$\frac{\bar{a}_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{\bar{a}_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{\bar{a}_3}{\hat{a}_3}$
OEE	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
VRFS	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
GMS	123456789	0%	0.0017	0.0010	0.0011	0.0009	0.0010	0.0011
VMSV	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
OEE	123456789	5%	2.6497	1.3397	1.2088	1.3249	1.3397	1.2088
VRFS	123456789	5%	1.9822	1.0802	1.0212	0.9911	1.0802	1.0212
GMS	123456789	5%	0.0053	0.0035	0.0034	0.0027	0.0035	0.0034
VMSV	123456789	5%	1.9981	1.0866	1.0260	0.9991	1.0866	1.0260
OEE	123456789	10%	4.8615	2.4084	1.6475	2.4308	2.4084	1.6475
VRFS	123456789	10%	2.0486	1.2564	1.0406	1.0243	1.2564	1.0406
GMS	123456789	10%	0.0441	0.0333	0.0284	0.0221	0.0333	0.0284
VMSV	123456789	10%	2.0719	1.2737	1.0571	1.0360	1.2737	1.0571
OEE	123456789	20%	17.0050	7.8832	2.4183	8.5025	7.8832	2.4183
VRFS	123456789	20%	2.3463	1.6354	1.1326	1.1732	1.6354	1.1326
GMS	123456789	20%	1.1901	0.9316	0.6457	0.5951	0.9316	0.6457
VMSV	123456789	20%	2.3071	1.6120	1.1301	1.1536	1.6120	1.1301
OEE	123456789	25%	28.6160	14.0570	2.7220	14.3080	14.0570	2.7220
VRFS	123456789	25%	2.5727	1.8462	1.2178	1.2864	1.8462	1.2178
GMS	123456789	25%	2.4714	1.9417	1.2216	1.2357	1.9417	1.2216
VMSV	123456789	25%	2.4986	1.7956	1.2149	1.2493	1.7956	1.2149
OEE	123456789	30%	40.8430	19.8640	3.0259	20.4215	19.8640	3.0259
VRFS	123456789	30%	2.7989	2.0413	1.3094	1.3995	2.0413	1.3094
GMS	123456789	30%	4.0473	3.1999	1.8561	2.0237	3.1999	1.8561
VMSV	123456789	30%	2.9172	2.1412	1.3911	1.4586	2.1412	1.3911
OEE	123456789	35%	50.3880	25.2220	3.3415	25.1940	25.2220	3.3415
VRFS	123456789	35%	3.0055	2.2190	1.3986	1.5028	2.2190	1.3986
GMS	123456789	35%	5.8607	4.6442	2.5228	2.9304	4.6442	2.5228
VMSV	123456789	35%	3.3797	2.5106	1.5919	1.6899	2.5106	1.5919

ตารางที่ 4.4 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	$\frac{\bar{a}_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{\bar{a}_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{\bar{a}_3}{\hat{a}_3}$
OEE	-23456789	0%	1.9393	2.0135	1.0645	0.9697	2.0135	1.0645
VRFS	-23456789	0%	1.9004	0.8674	0.8820	0.9502	0.8674	0.8820
GMS	-23456789	0%	0.8756	0.0004	0.0005	0.4378	0.0004	0.0005
VMSV	-23456789	0%	1.8991	0.8444	0.8466	0.9496	0.8444	0.8466
OEE	-23456789	5%	2.0208	2.2672	1.4352	1.0104	2.2672	1.4352
VRFS	-23456789	5%	1.9647	0.9490	0.9254	0.9824	0.9490	0.9254
GMS	-23456789	5%	0.9825	0.0006	0.0006	0.4913	0.0006	0.0006
VMSV	-23456789	5%	1.9522	0.9085	0.8751	0.9761	0.9085	0.8751
OEE	-23456789	10%	2.0368	4.3410	2.2789	1.0184	4.3410	2.2789
VRFS	-23456789	10%	1.9701	1.1170	0.9995	0.9851	1.1170	0.9995
GMS	-23456789	10%	1.0207	0.0012	0.0011	0.5104	0.0012	0.0011
VMSV	-23456789	10%	1.9550	1.0535	0.9297	0.9775	1.0535	0.9297
OEE	-23456789	20%	2.0825	10.9760	8.6599	1.0413	10.9760	8.6599
VRFS	-23456789	20%	1.9984	1.4266	1.0722	0.9992	1.4266	1.0722
GMS	-23456789	20%	1.1627	0.0335	0.0239	0.5814	0.0335	0.0239
VMSV	-23456789	20%	1.9940	1.3678	1.0250	0.9970	1.3678	1.0250

สำหรับตัวอย่างกรณี II-2 เป็นกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) จากรูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่าตัวอย่างกรณี II-2 ให้ผลคล้ายกับตัวอย่างกรณี II-1 คือเมื่อใช้จำนวนโหมดมากขึ้น ความถูกต้องและความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มลดลง หากพิจารณาค่าดัชนี RQB SD และ RMS ดังรูปที่ 4.8 จะพบว่าวิธี VMSV และ VRFS เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมในการประมาณค่าพารามิเตอร์มากกว่าวิธีอื่น และจะเห็นได้คือกว่าวิธี VMSV มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมมากกว่าวิธี VRFS อยู่เล็กน้อย นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่า SD ดังรูปที่ 4.8(b) วิธี GMS จะเป็นวิธีที่ให้ความแม่นยำกว่าวิธีอื่น แต่เมื่อพิจารณาค่า RQB และ RMS ดังรูปที่ 4.8(a) และ 4.8(c) จะเห็นได้ว่าวิธี GMS ถึงแม้จะให้ความแม่นยำแต่ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้มีความถูกต้องน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี VMSV และ VRFS ดังนั้นวิธี VMSV สำหรับตัวอย่างกรณี II-2 ยังเป็นวิธีที่เหมาะสมเมื่อพิจารณาจากผลข้างต้น

รูปที่ 4.9 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค) ซึ่งเป็นตัวอย่างกรณี II-3 จากรูปที่ 4.9(a) จะเห็นได้ว่าเมื่อใช้จำนวนโหมดมากขึ้นวิธี VMSV และ VRFS เป็นวิธีที่ให้ค่าดัชนี RQB ค่อนข้างคงที่ และน้อยเมื่อเทียบกับวิธี GMS และเมื่อพิจารณารูปที่ 4.9 (b) และ 4.9(c) จะเห็นได้ว่าวิธี VMSV GMS และ VRFS มีค่าดัชนี SD และ RMS เพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อใช้จำนวนโหมดมากขึ้นที่น่าสังเกตคือวิธี VRFS เมื่อใช้จำนวนโหมดเท่ากับ 1 จะมีความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลงมาก

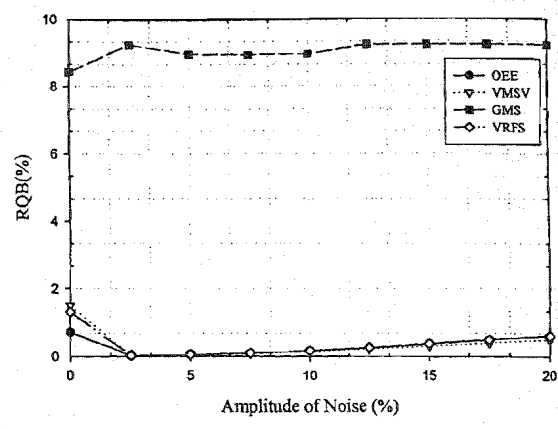
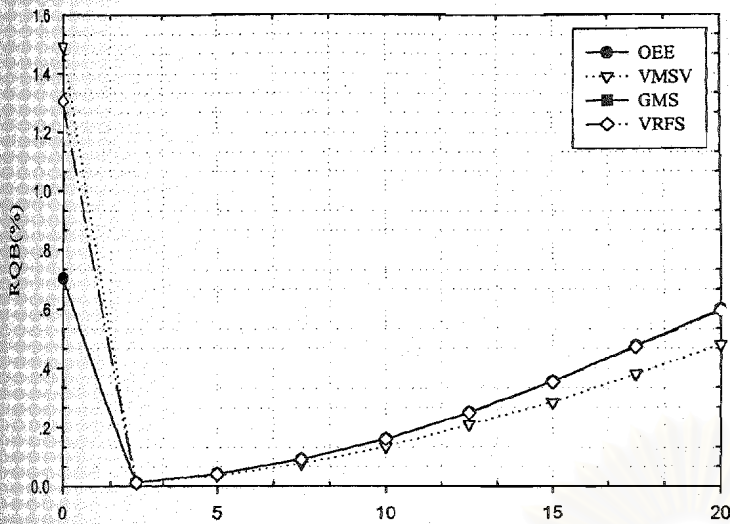
ตารางที่ 4.5 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	$\frac{\bar{a}_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{\bar{a}_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{\bar{a}_3}{\hat{a}_3}$
OEE	1-45678-	0%	1.8733	0.9951	0.9964	0.9367	0.9951	0.9964
VRFS	1-45678-	0%	1.7772	0.9406	0.9542	0.8886	0.9406	0.9542
GMS	1-45678-	0%	0.8623	0.2900	0.2921	0.4312	0.2900	0.2921
VMSV	1-45678-	0%	1.7529	0.9141	0.9399	0.8765	0.9141	0.9399
OEE	1-45678-	5%	2.0723	1.0332	1.0428	1.0362	1.0332	1.0428
VRFS	1-45678-	5%	1.9946	0.9587	0.9949	0.9973	0.9587	0.9949
GMS	1-45678-	5%	1.0592	0.3442	0.3466	0.5296	0.3442	0.3466
VMSV	1-45678-	5%	1.9679	0.9358	0.9831	0.9840	0.9358	0.9831
OEE	1-45678-	10%	2.0698	1.0474	1.0553	1.0349	1.0474	1.0553
VRFS	1-45678-	10%	1.9898	0.9695	1.0044	0.9949	0.9695	1.0044
GMS	1-45678-	10%	1.0822	0.3492	0.3518	0.5411	0.3492	0.3518
VMSV	1-45678-	10%	1.9597	0.9445	0.9910	0.9799	0.9445	0.9910
OEE	1-45678-	20%	2.0685	1.0970	1.1029	1.0343	1.0970	1.1029
VRFS	1-45678-	20%	1.9787	1.0020	1.0374	0.9894	1.0020	1.0374
GMS	1-45678-	20%	1.1192	0.3561	0.3590	0.5596	0.3561	0.3590
VMSV	1-45678-	20%	1.9425	0.9746	1.0223	0.9713	0.9746	1.0223

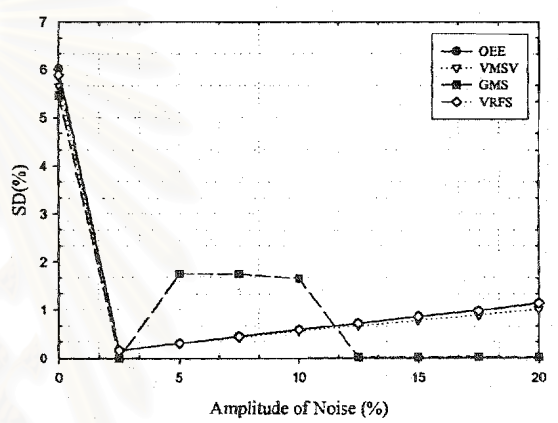
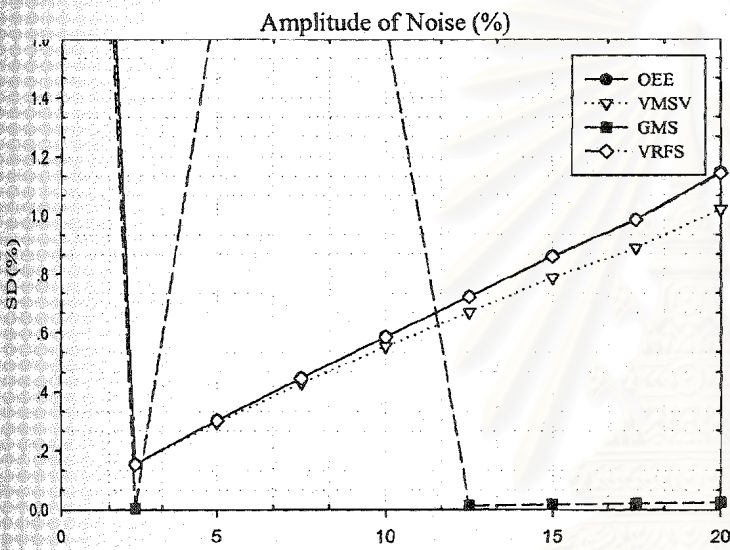
นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของตัวอย่างกรณี II-3 จะสามารถบอกได้ว่าวิธี VMSV มีทั้งความถูกต้องและความแม่นยำมากกว่าทุกวิธี ถึงแม้ว่าวิธี VMSV จะมีความแม่นยำน้อยกว่าวิธี GMS อยู่เล็กน้อยก็ตาม

4.4.3 กรณี III

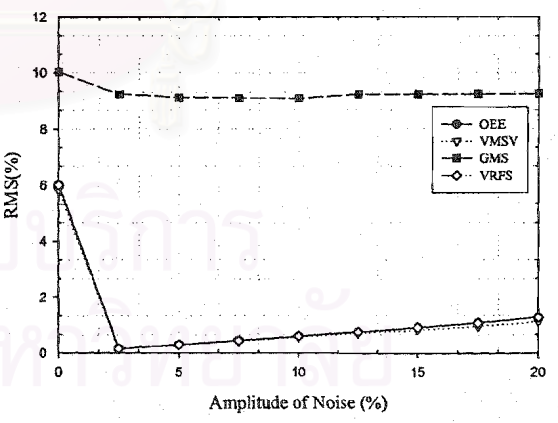
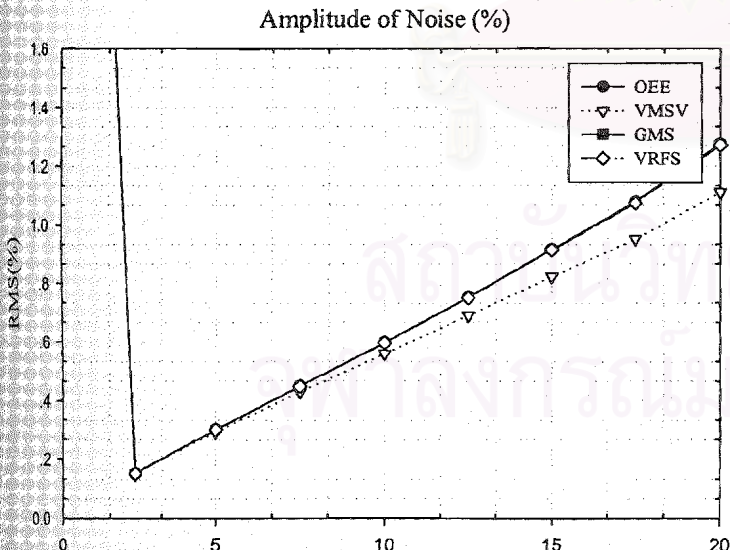
กรณีนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมของวิธี VMSV OEE GMS และ VRFS เมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมี 9 ระดับคือ 0% 2.5% 5% 7.5% 10% 12.5% 15% 17.5% และ 20% ซึ่งแต่ละระดับจะพิจารณาจำนวนโหมดที่ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ตั้งแต่ 1-9 โหมด โดยใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แต่ละรูปแบบมีค่าขอบเขตบนของค่าสถิติพารามิเตอร์ เท่ากับ $50x$ และค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าเท่ากับ 0.9 สำหรับวิธี VMSV



(a)

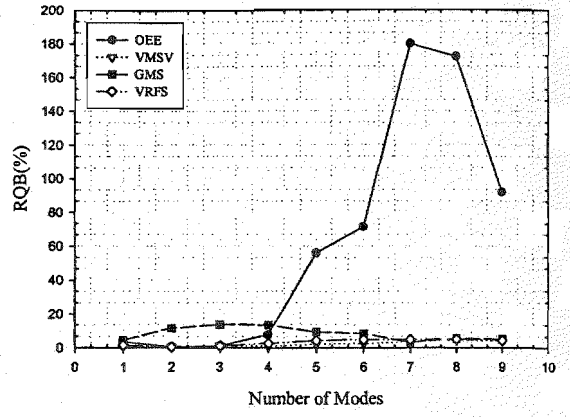
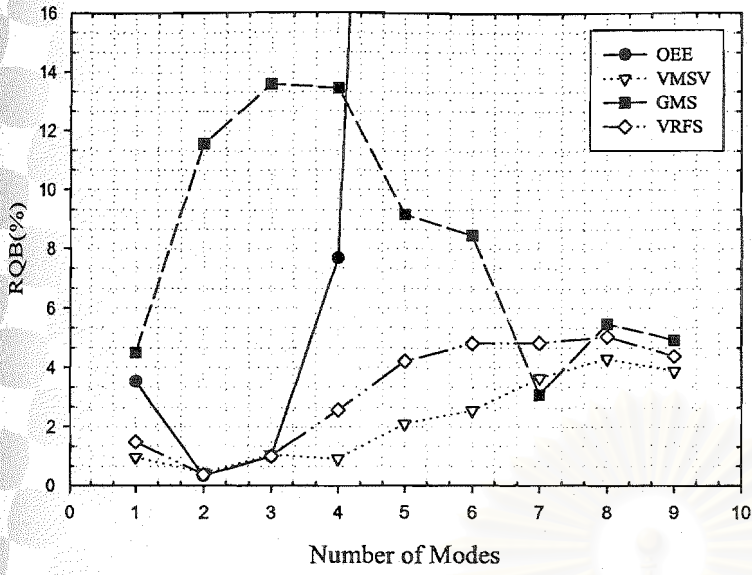


(b)

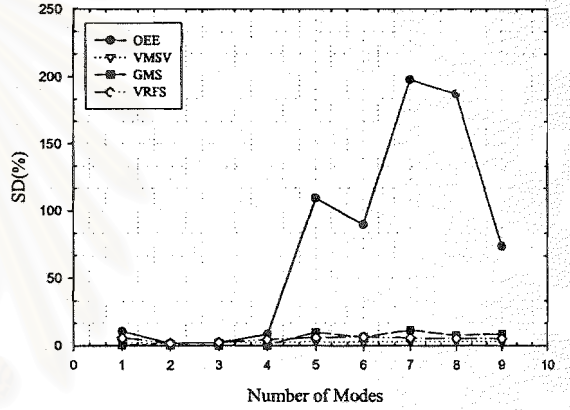
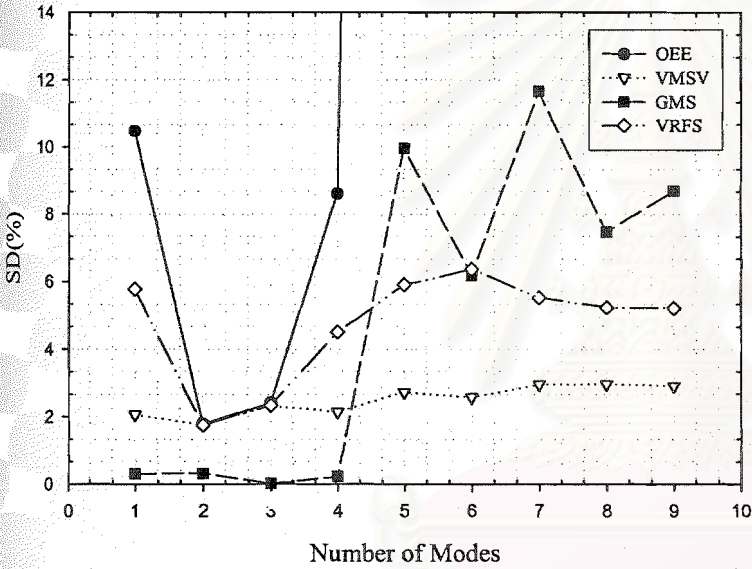


(c)

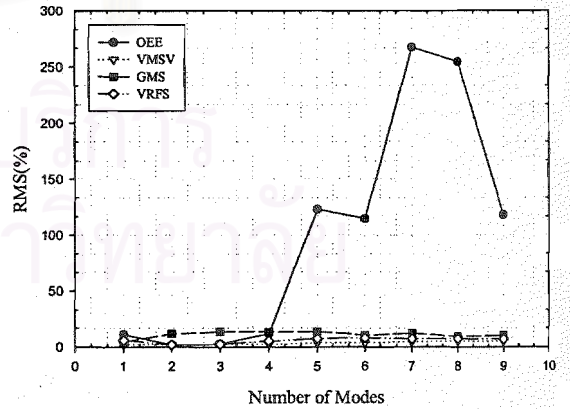
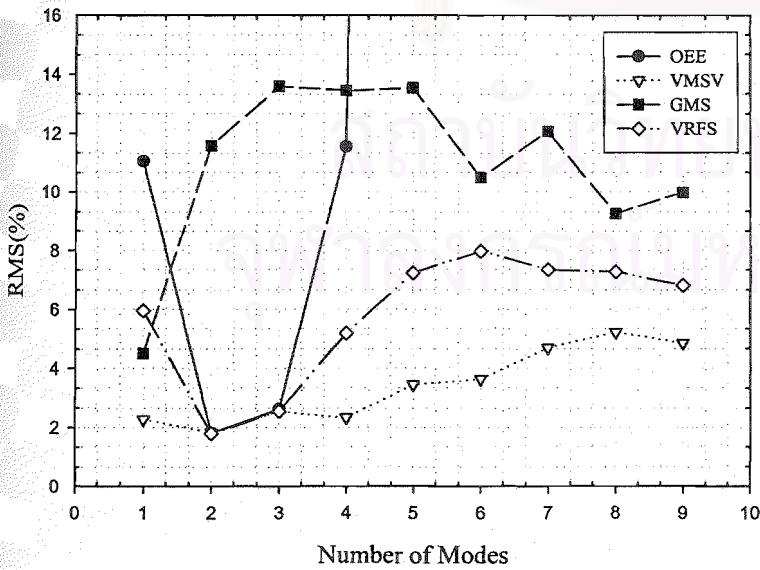
รูปที่ 4.6 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของกลุ่มคำตอบที่ดีที่สุดจากคำตอบทั้งหมดของตัวอย่างกรณี I-3 กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



(a)

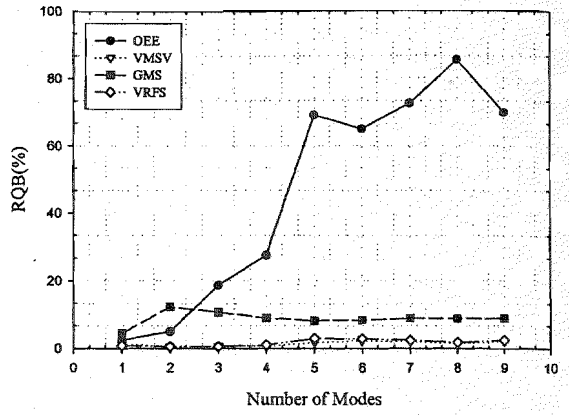
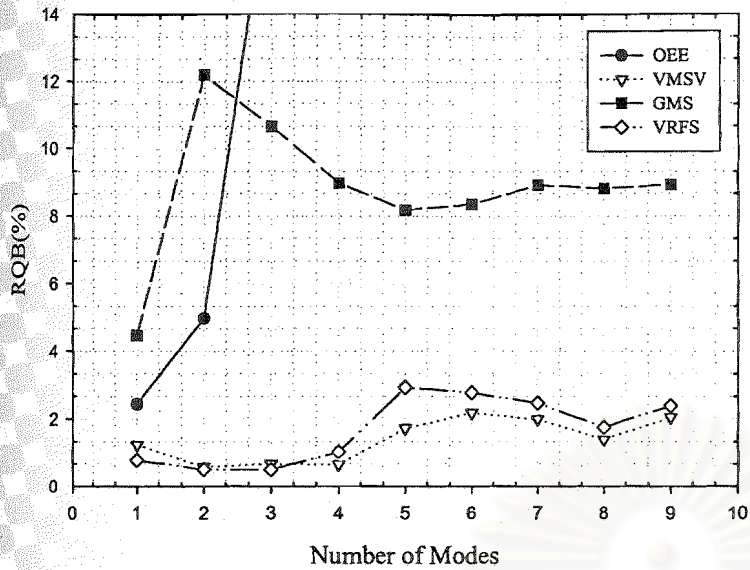


(b)

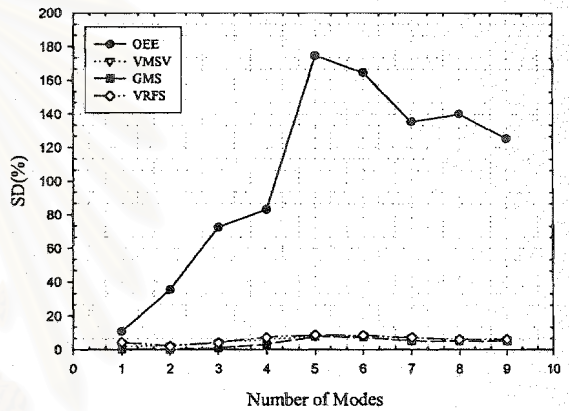
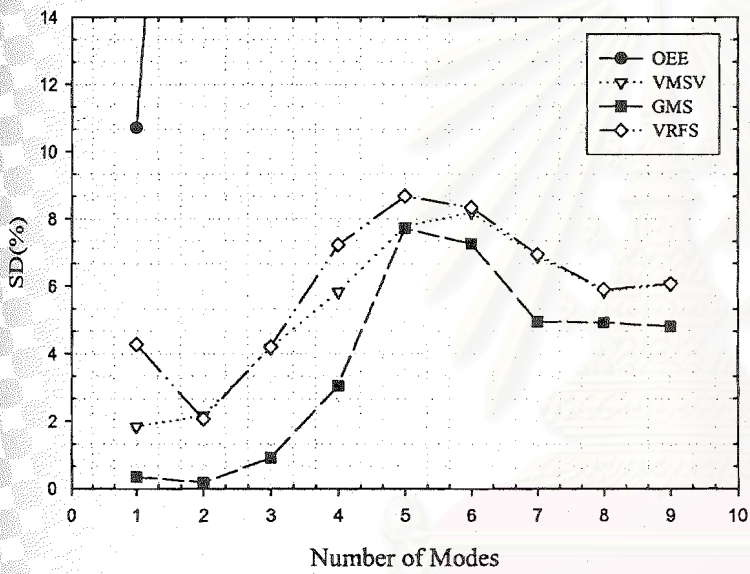


(c)

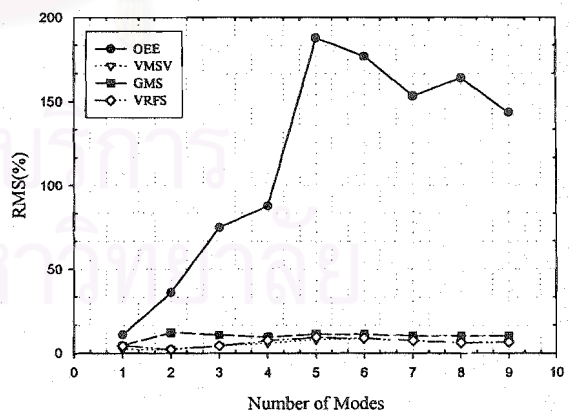
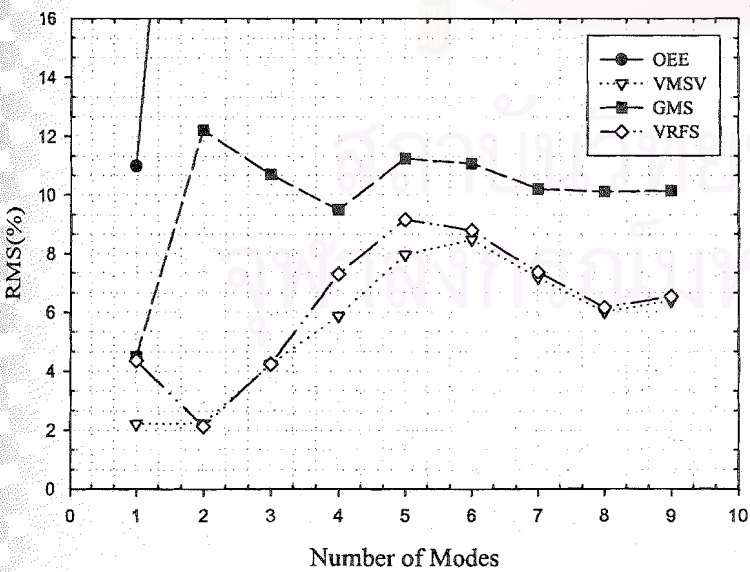
รูปที่ 4.7 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II-1 กับจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



(a)

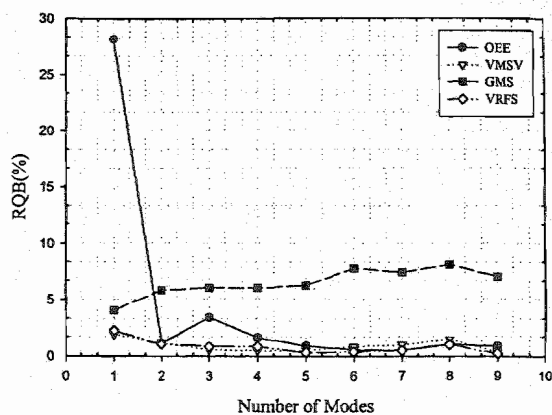
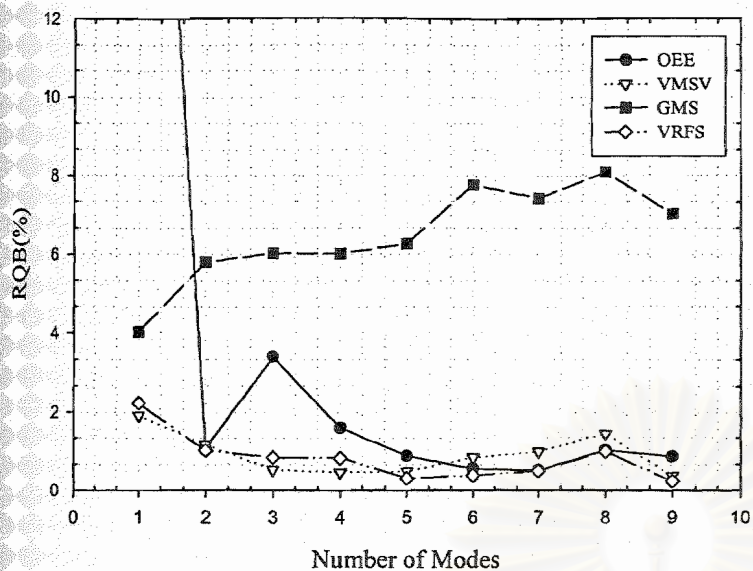


(b)

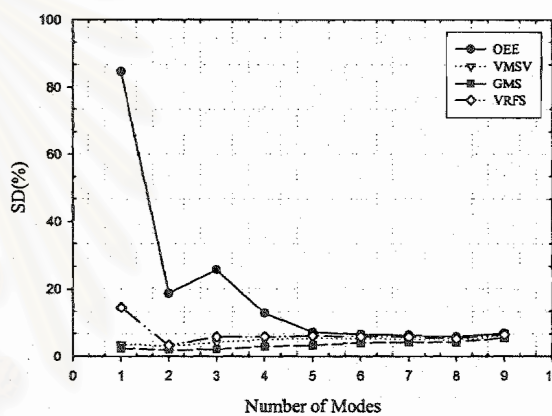
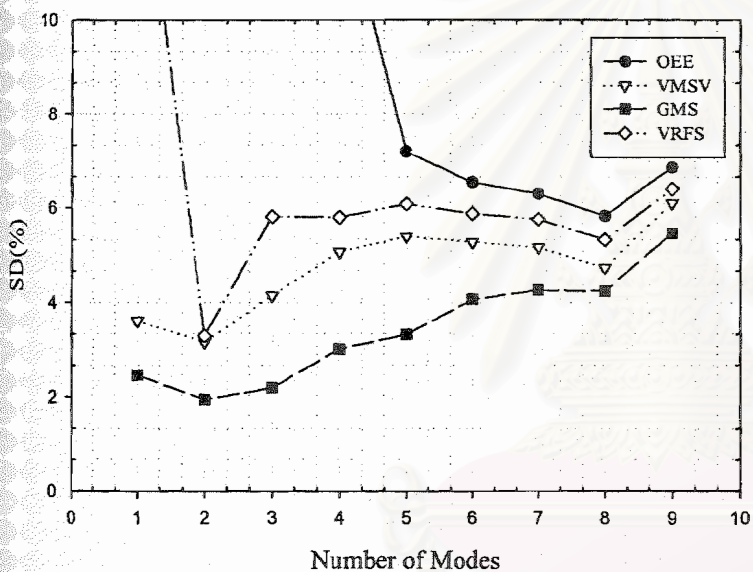


(c)

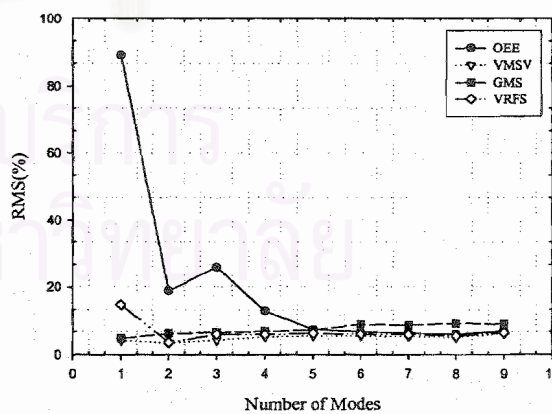
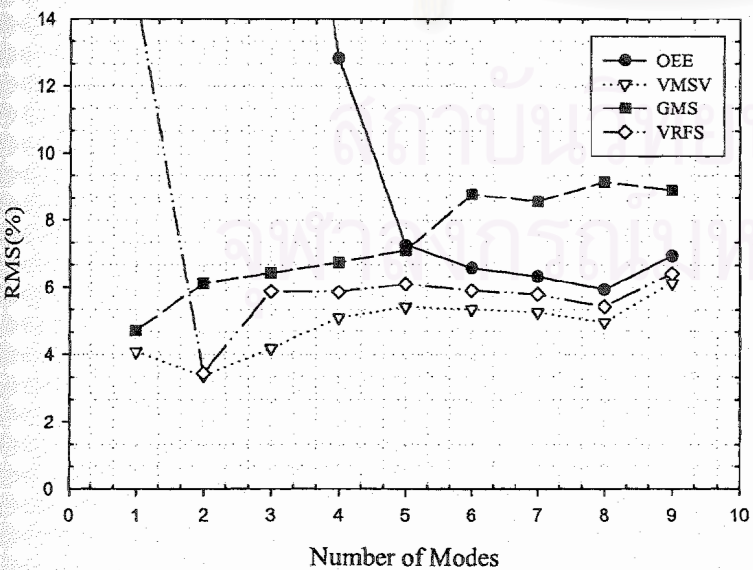
รูปที่ 4.8 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II - 2 กับจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) ROB (b) SD และ (c) RMS



(a)



(b)



(c)

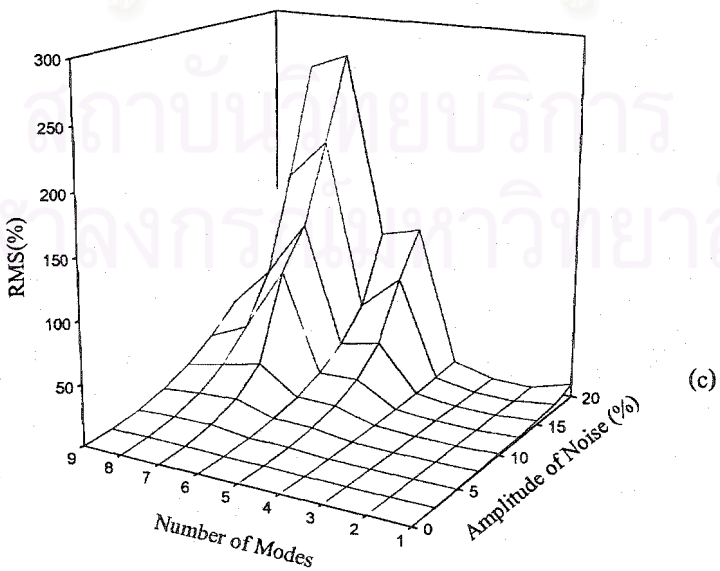
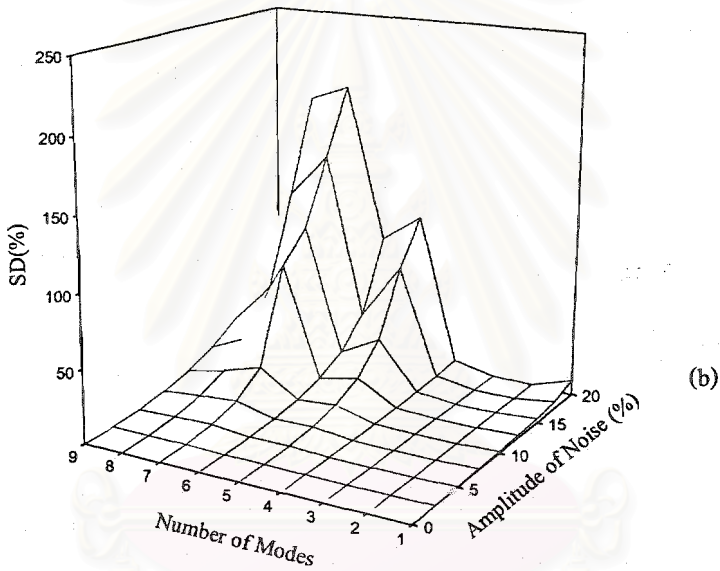
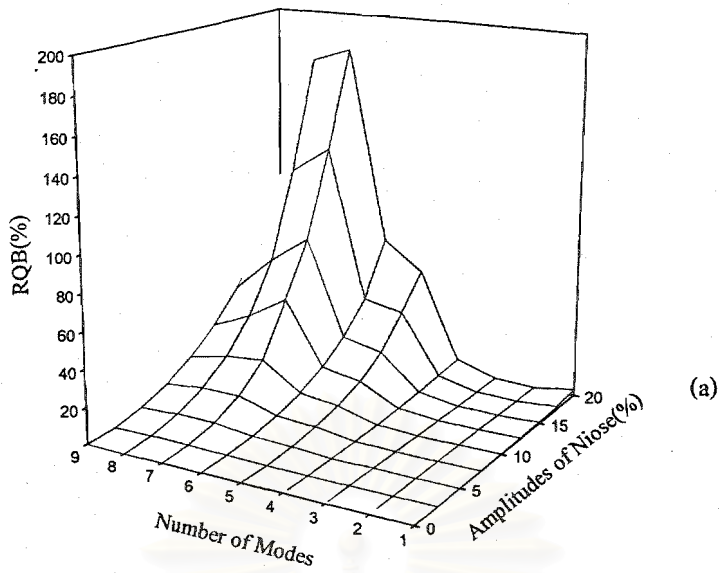
รูปที่ 4.9 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี II - 3 กับจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

และ VRFS ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ นอกจากนี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$ สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS

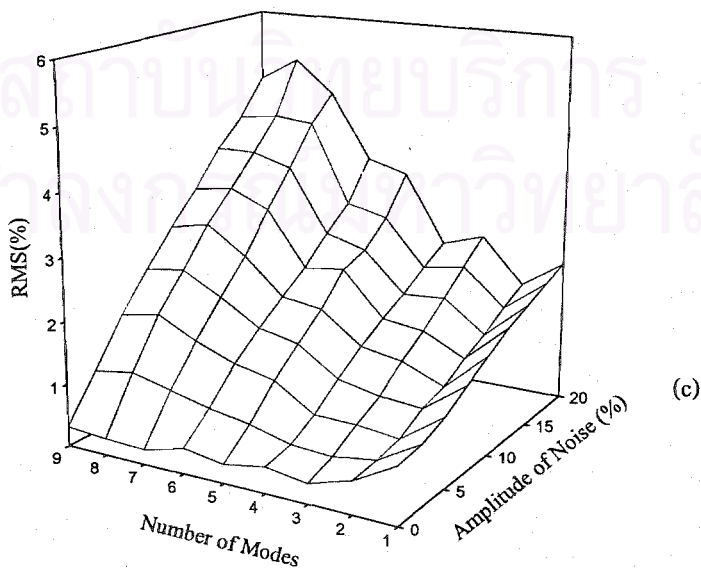
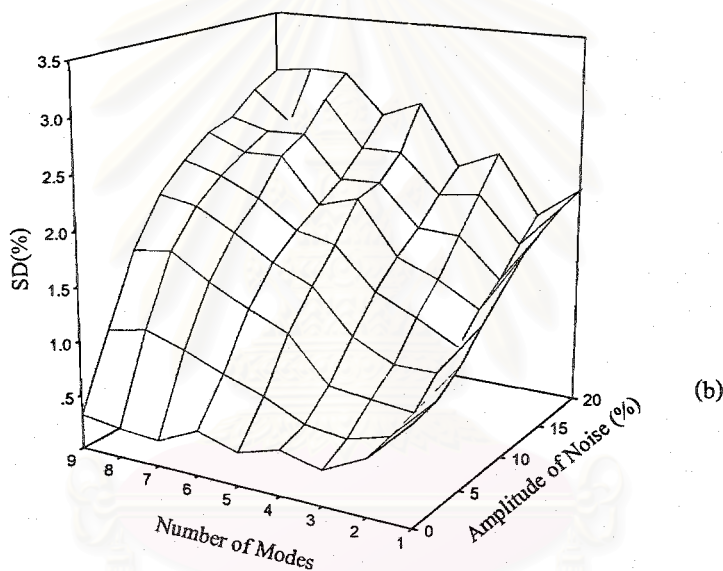
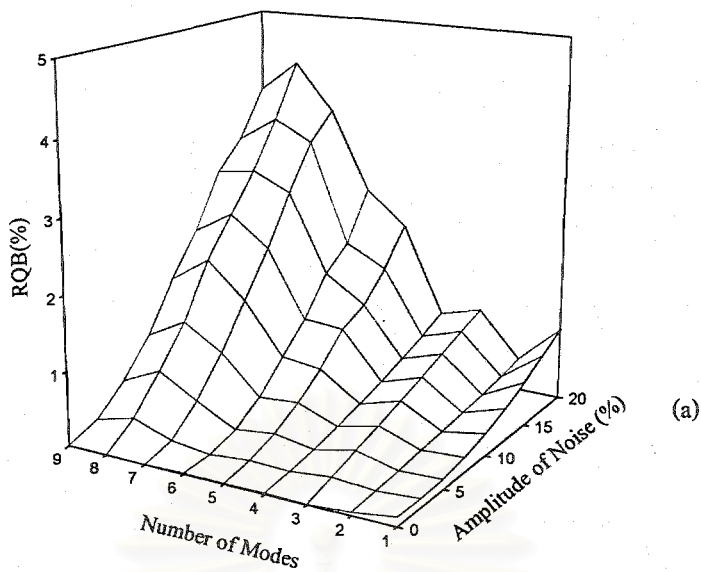
ตัวอย่างกรณี III-1 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) ดังรูปที่ 4.10 4.11 4.12 และ 4.13 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV OEE GMS และ VRFS ตามลำดับ จากรูปที่ 4.10 4.11 และ 4.13 จะเห็นได้ว่าเมื่อจำนวนโหมดและระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE VMSV และ VRFS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นว่าวิธี OEE VMSV และ VRFS เป็นวิธีที่ไม่มีความสอดคล้องเนื่องจากเมื่อจำนวนโหมดเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB และ SD ไม่รู้เข้าหาศูนย์แต่กลับมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และที่น่าสังเกตคือเมื่อจำนวนโหมดและระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น วิธี GMS กลับให้ค่าดัชนี RQB และ RMS ลดลงดังรูปที่ 4.12 ขณะเดียวกันเมื่อเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของทุกวิธีพบว่า วิธี VMSV เป็นวิธีที่ให้ความถูกต้องและความแม่นยำที่สุด โดยมีค่าดัชนี RQB SD และ RMS มากที่สุดเท่ากับ 4.3% 2.97% และ 5.22% ตามลำดับ ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี OEE ที่มีความถูกต้องและความแม่นยำน้อยที่สุดโดยมีค่าดัชนี RQB SD และ RMS มากที่สุดเท่ากับ 179.83% 197.71% และ 267.24% ตามลำดับ นอกจากนี้ผลกระทบของจำนวนโหมดต่อวิธี VMSV มีน้อยที่สุดพิจารณาจากค่าดัชนี RQB SD และ RMS มีค่าค่อนข้างคงที่เมื่อเปลี่ยนจำนวนโหมด

ตัวอย่างกรณี III-2 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) ดังรูปที่ 4.14 4.15 4.16 และ 4.17 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS ตามลำดับ จากรูปที่ 4.14 แสดงให้เห็นแนวโน้มที่คล้ายกับกรณี III-1 เมื่อจำนวนโหมดและระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น สำหรับวิธี VMSV และ VRFS ดังรูปที่ 4.15 และ 4.17 มีแนวโน้มของค่าดัชนี RQB SD และ RMS คล้ายกันคือ เมื่อจำนวนโหมดและระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี SD และ RMS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ส่วนค่าดัชนี RQB ของวิธี VMSV และ VRFS นั้นไม่สามารถสรุปแนวโน้มที่แน่นอนได้ แต่พบว่าเมื่อจำนวนโหมดมีค่าเท่ากับ 4 โหมด วิธี VMSV และ VRFS จะมีค่าดัชนี RQB มากที่สุดที่แต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการสังเกตรูปที่ 4.15 พบอีกว่าวิธี GMS มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS ค่อนข้างคงที่เมื่อใช้จำนวนโหมดตั้งแต่ 4 โหมดขึ้นไป นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่าดัชนีทางสถิติของทุกวิธีสามารถสรุปได้ว่า สำหรับตัวอย่างกรณี III-2 วิธี VMSV เป็นวิธีที่ให้ความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี OEE GMS และ VRFS

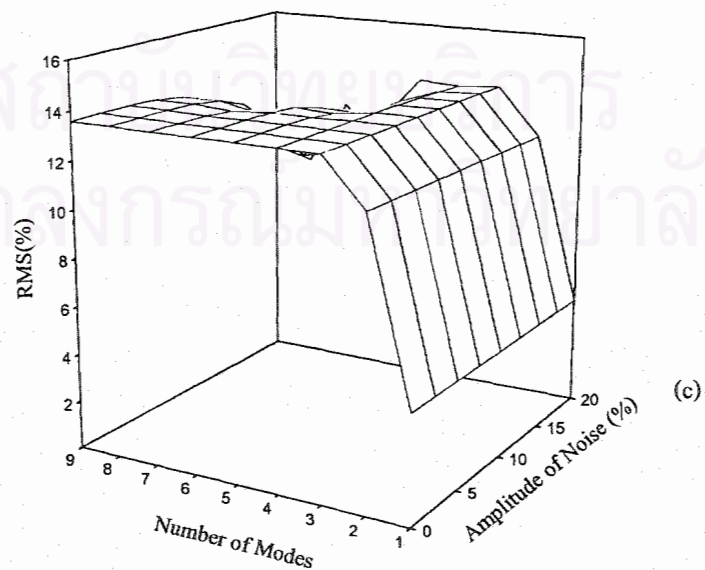
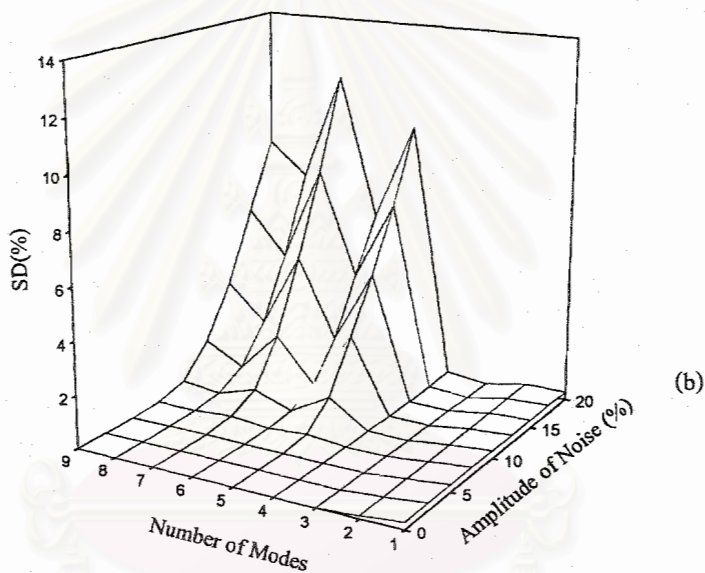
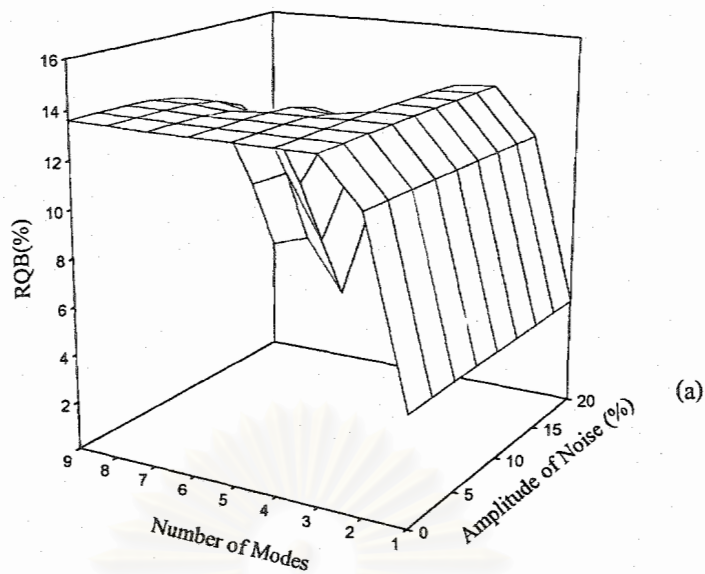
สำหรับตัวอย่างกรณี III-3 เป็นกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค) จากรูปที่ 4.18 จะเห็นได้ว่าวิธี OEE มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS น้อยและค่อนข้างคงที่แม้ว่าจำนวนโหมดและระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจะเพิ่มขึ้น ยกเว้นเมื่อจำนวนโหมดมีค่าเท่ากับ 1 โหมด พบว่าค่าดัชนี RQB SD และ RMS มีค่ามากผิดปกติและมากที่สุดคือ 28.38% 84.63% และ 89.19% ตามลำดับ และเมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS ให้ความถูกต้องและความแม่นยำดีขึ้นเพียงเล็กน้อยพิจารณาได้จาก รูปที่ 4.19 4.20 และ 4.21 ตามลำดับ แต่เมื่อพิจารณาค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี VMSV GMS และ VRFS เมื่อจำนวนโหมดมีค่าเท่ากับ 1 โหมด พบว่าค่าดัชนี RQB SD และ RMS ลดลงจากวิธี OEE มาก



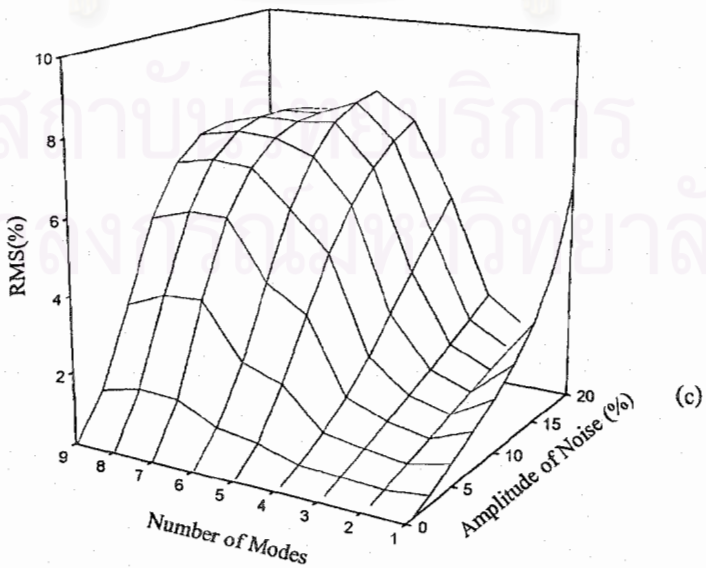
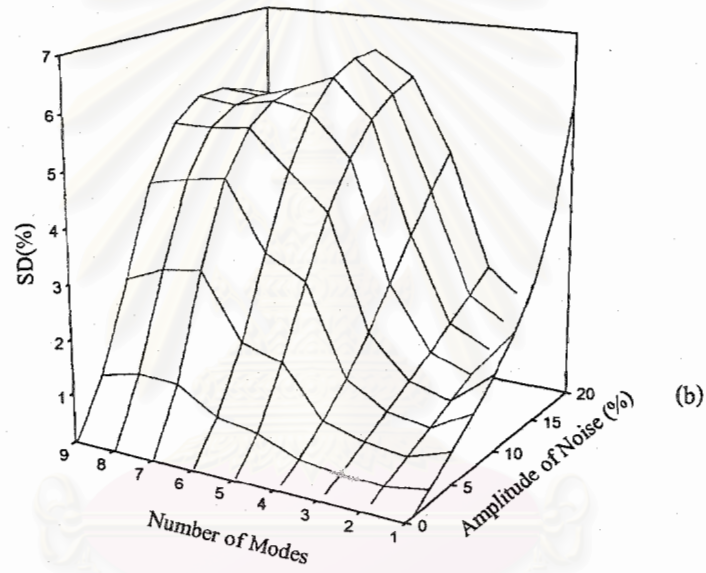
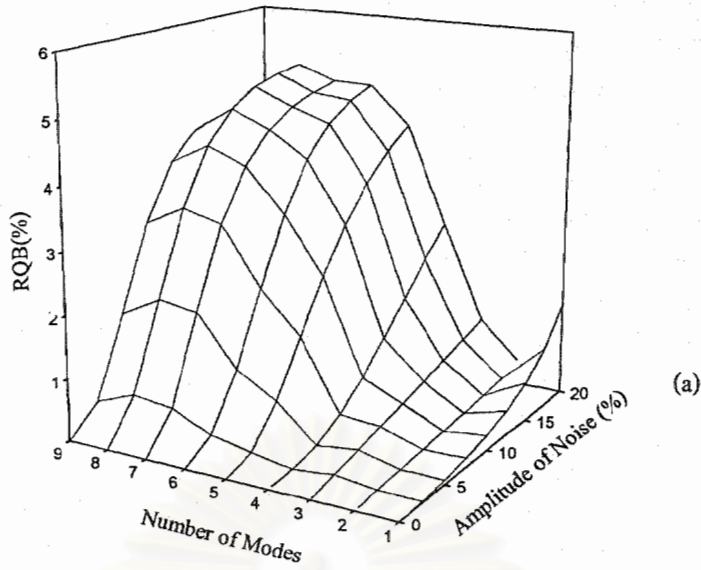
รูปที่ 4.10 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III-1 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



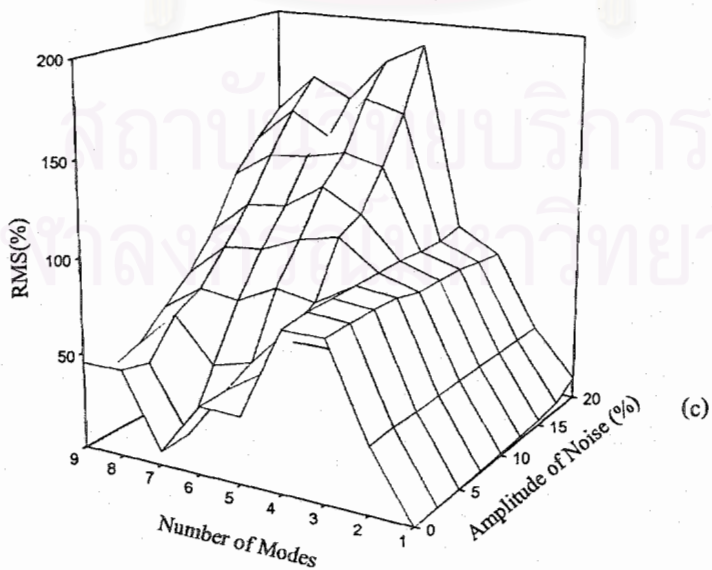
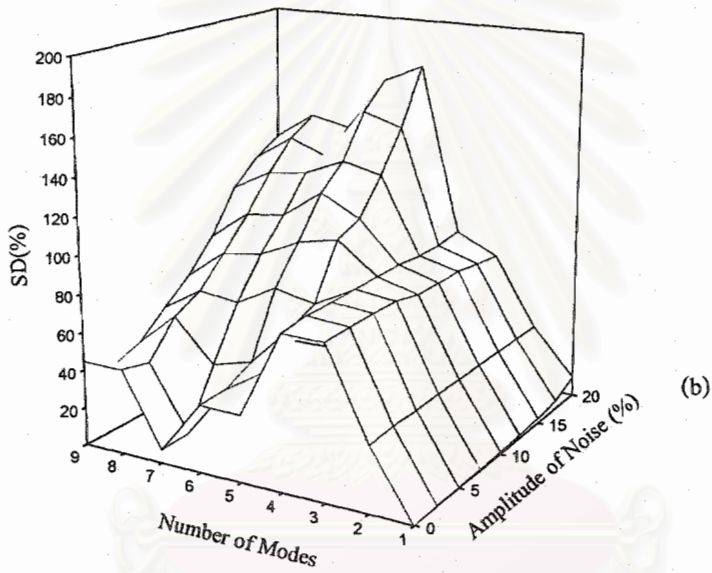
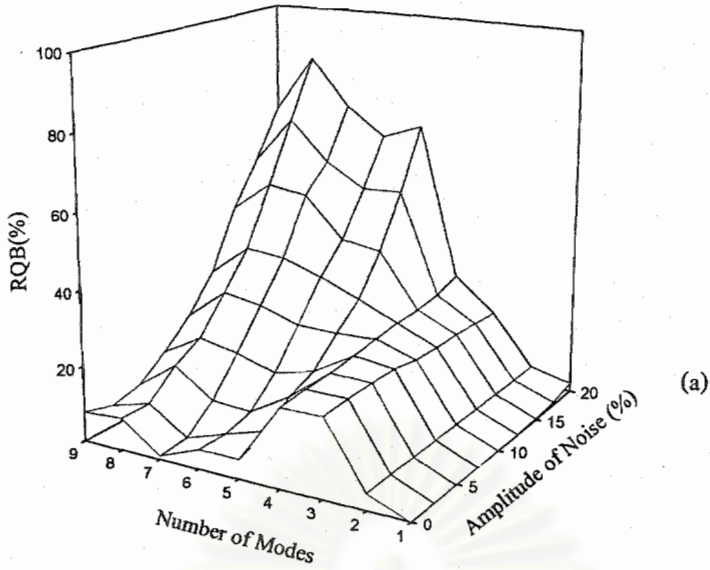
รูปที่ 4.11 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 1 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



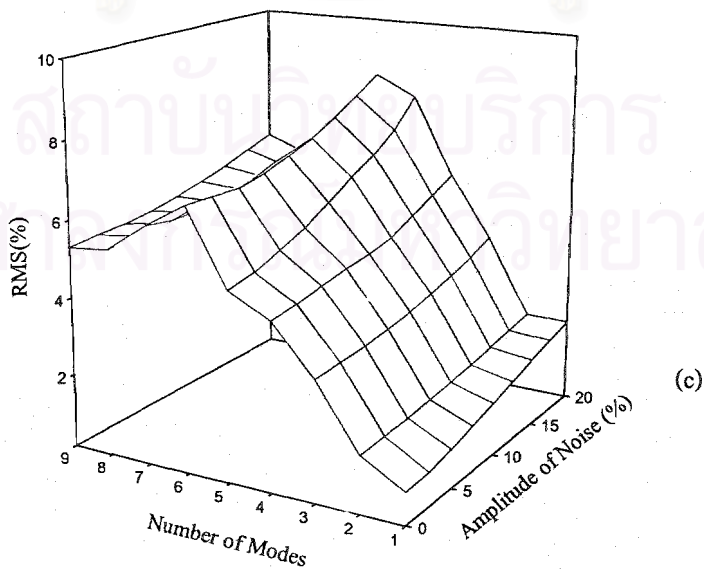
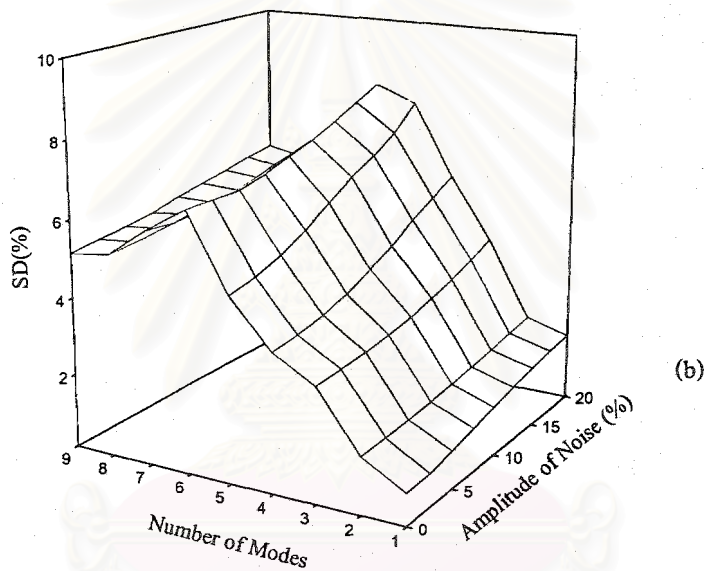
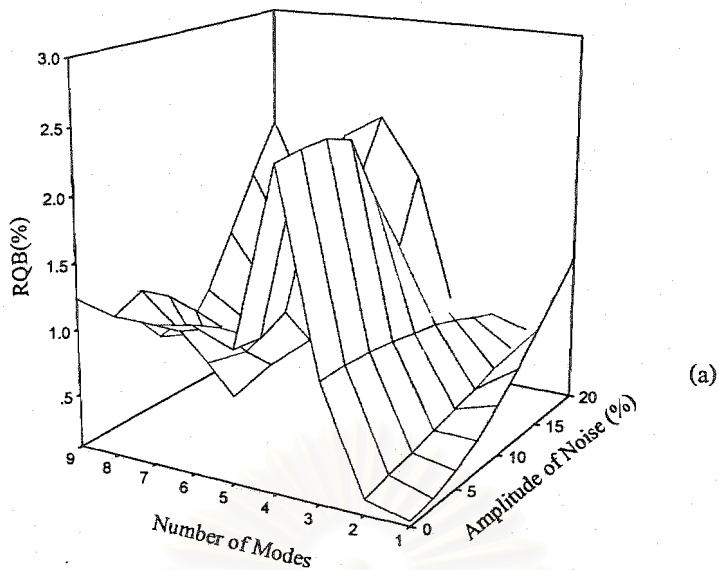
รูปที่ 4.12 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของค้ำข้างกรณี III - 1 เกี่ยวกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ค้ำวิธี GMS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



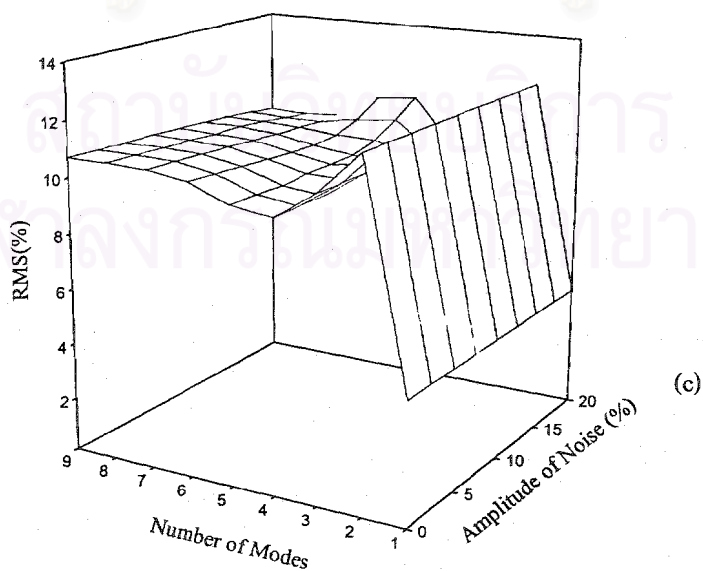
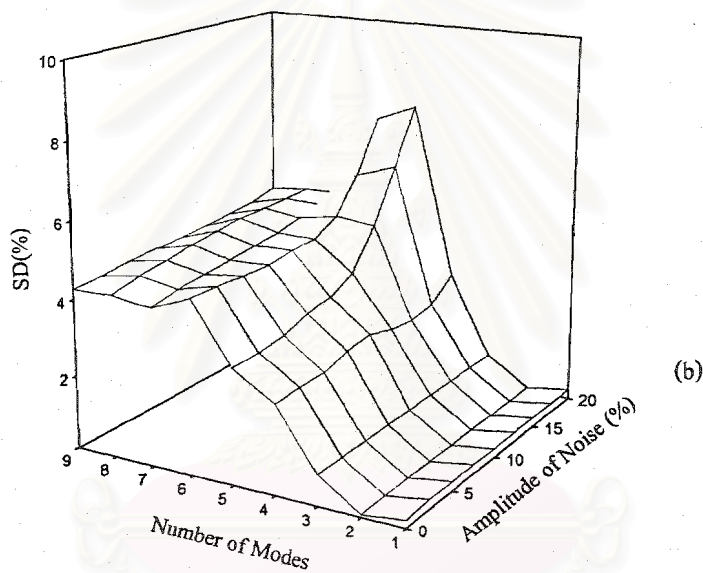
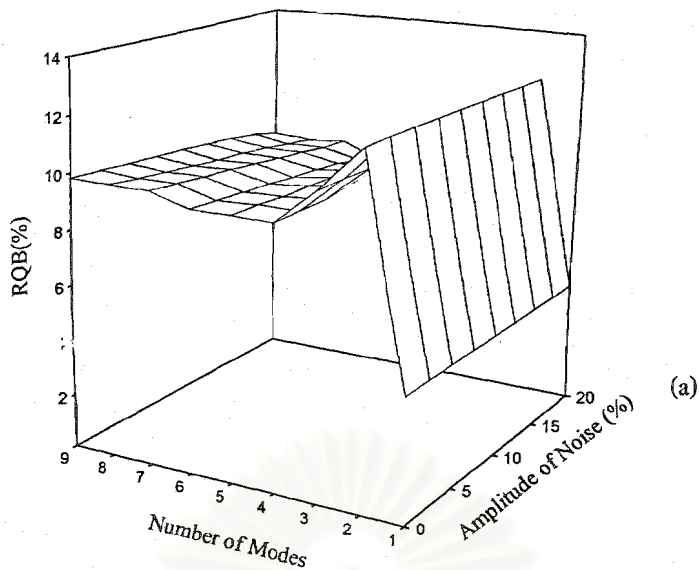
รูปที่ 4.13 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III-1 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



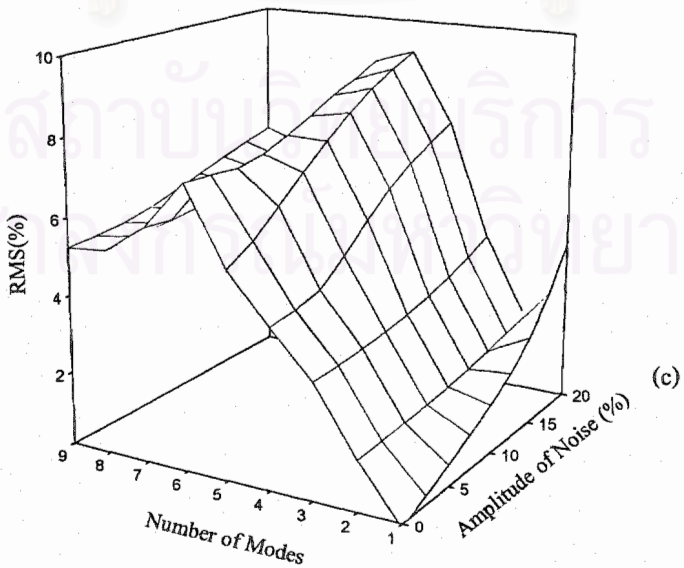
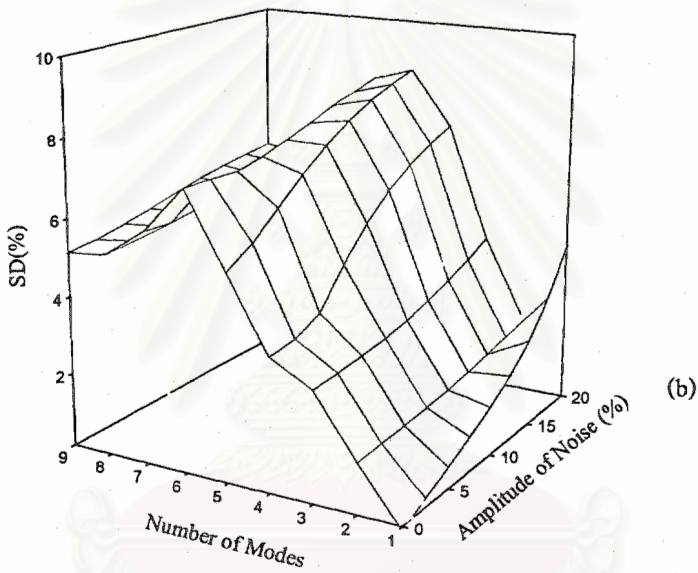
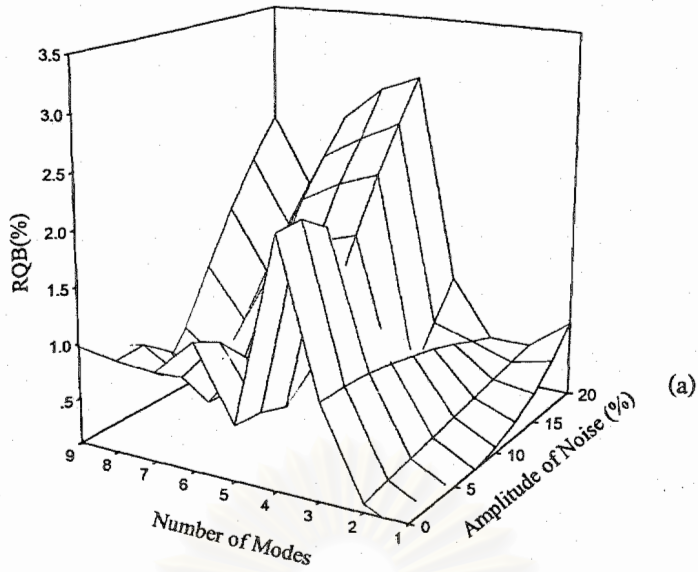
รูปที่ 4.14 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 2 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



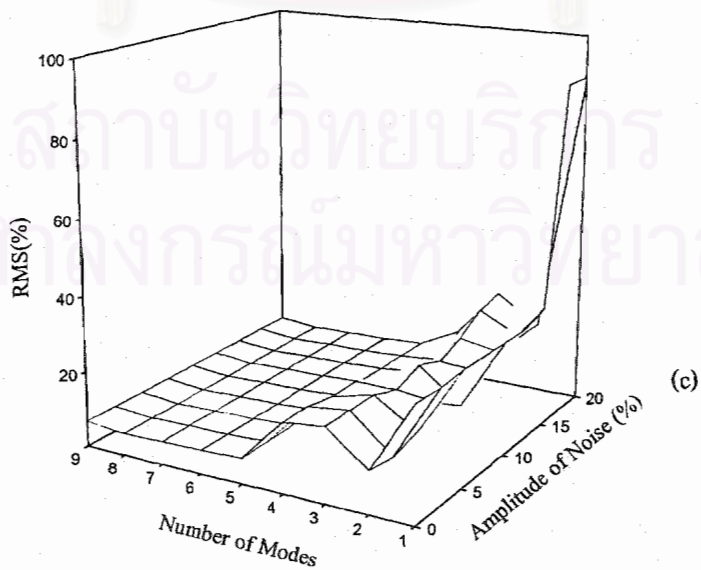
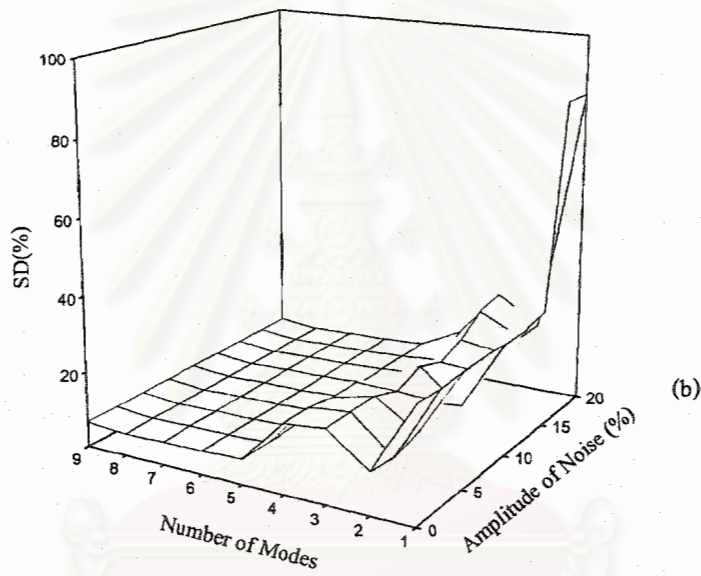
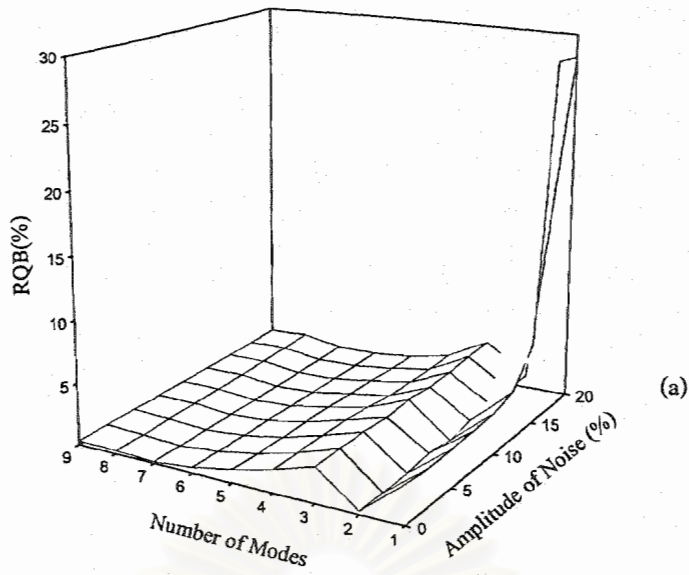
รูปที่ 4.15 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 2 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



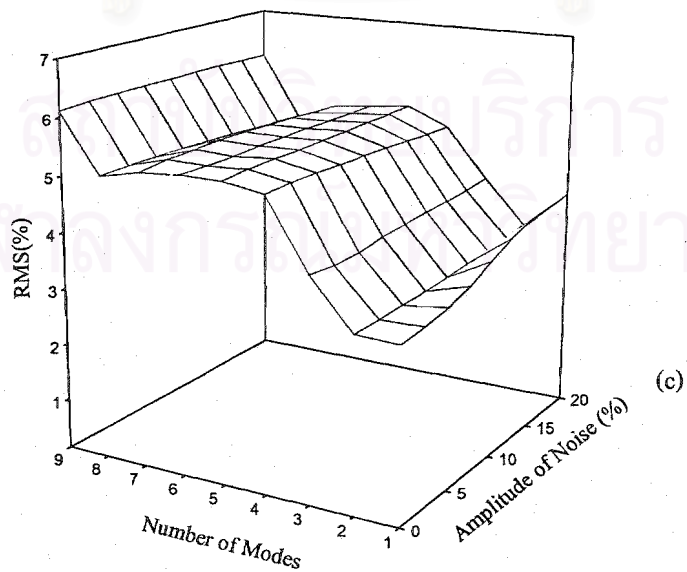
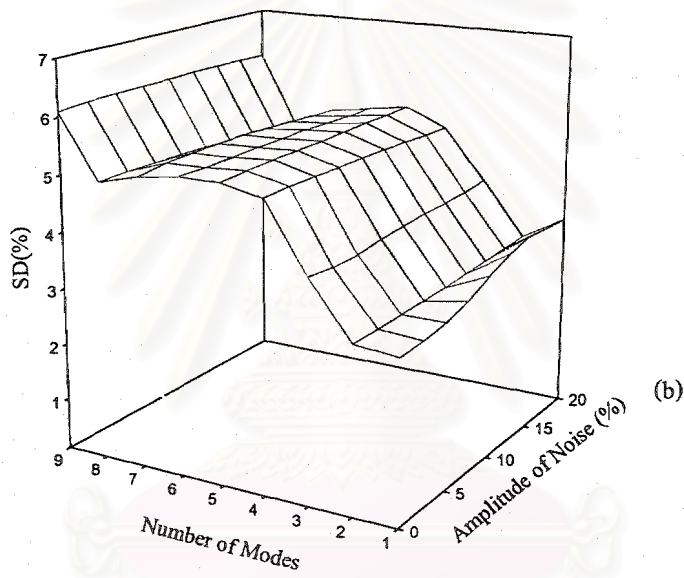
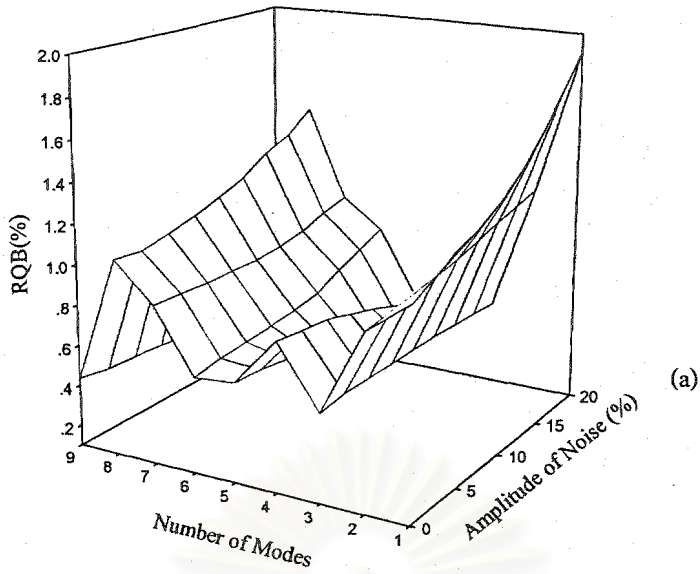
รูปที่ 4.16 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III-2 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี GMS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



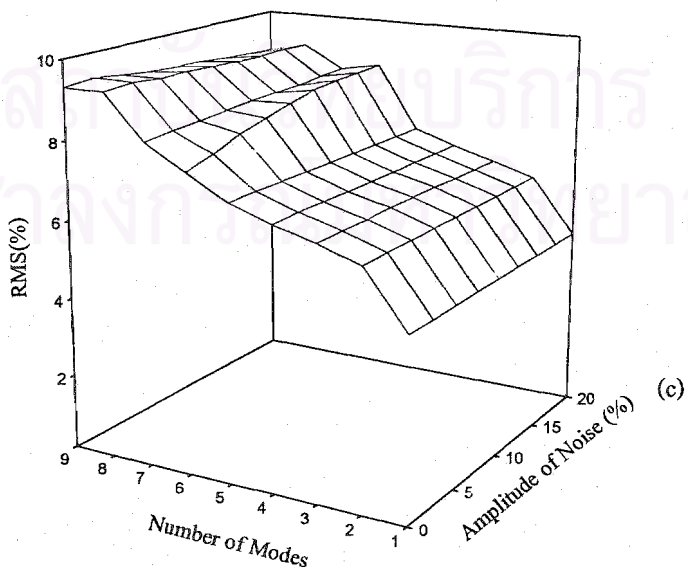
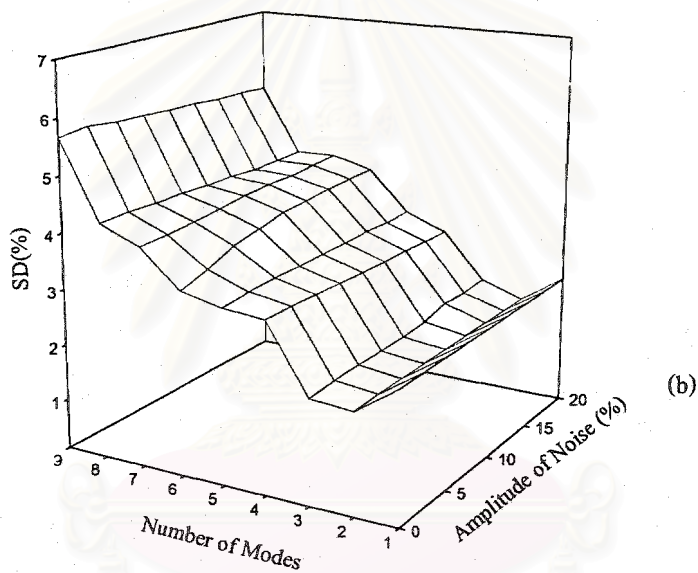
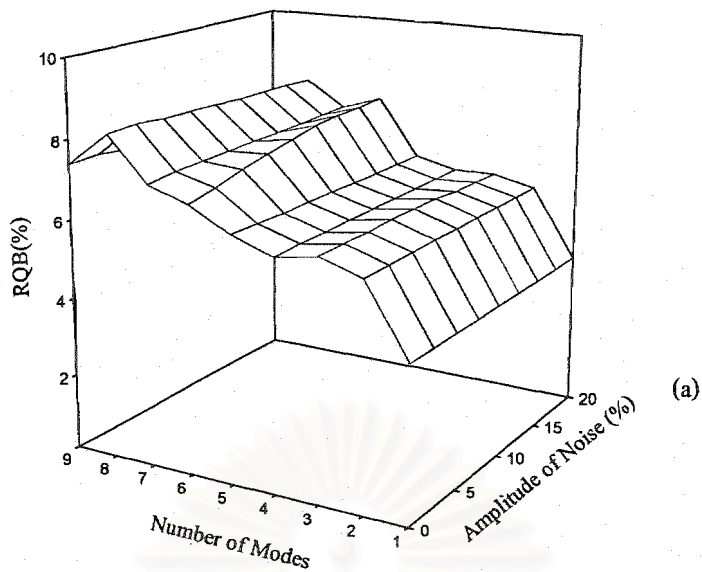
รูปที่ 4.17 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 2 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



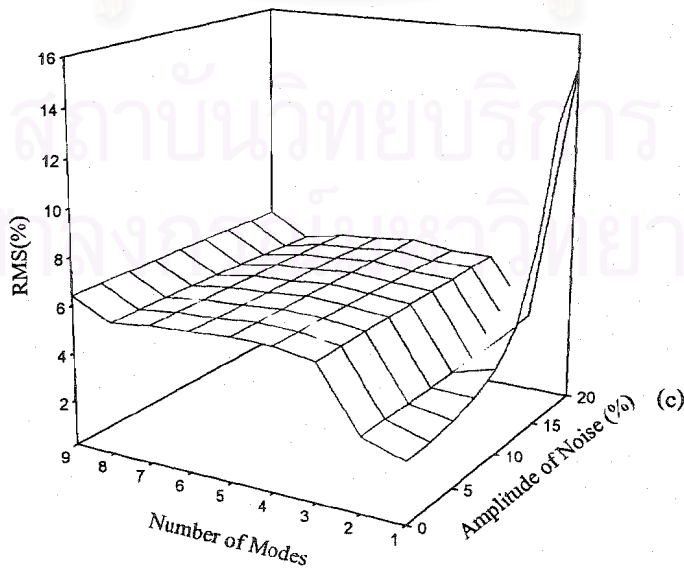
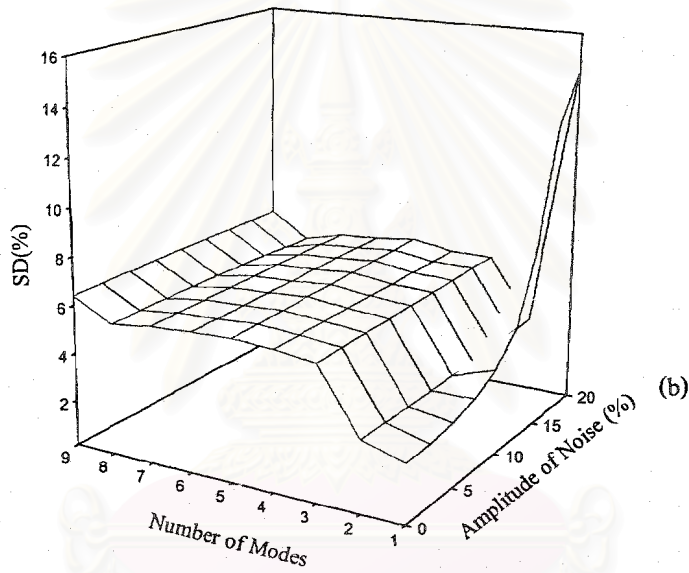
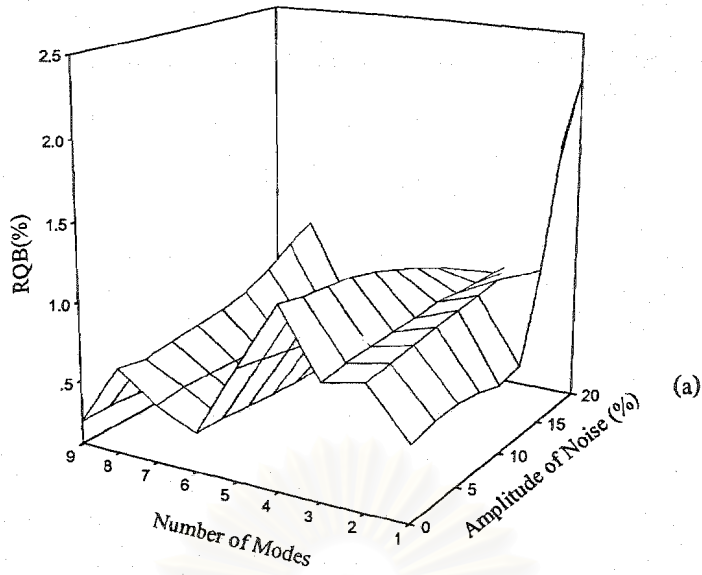
รูปที่ 4.18 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III-3 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.19 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III – 3 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.20 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 3 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี GMS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.21 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี III - 3 เทียบกับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลและจำนวนโหมดจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

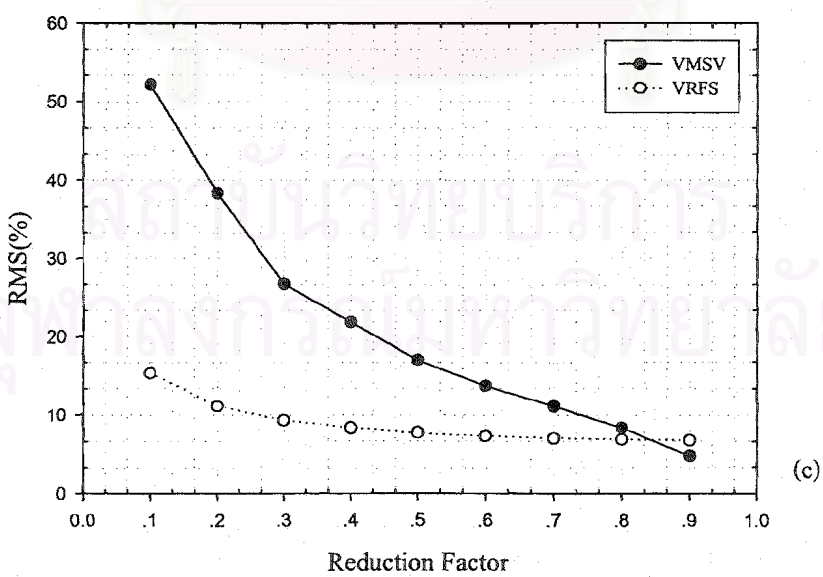
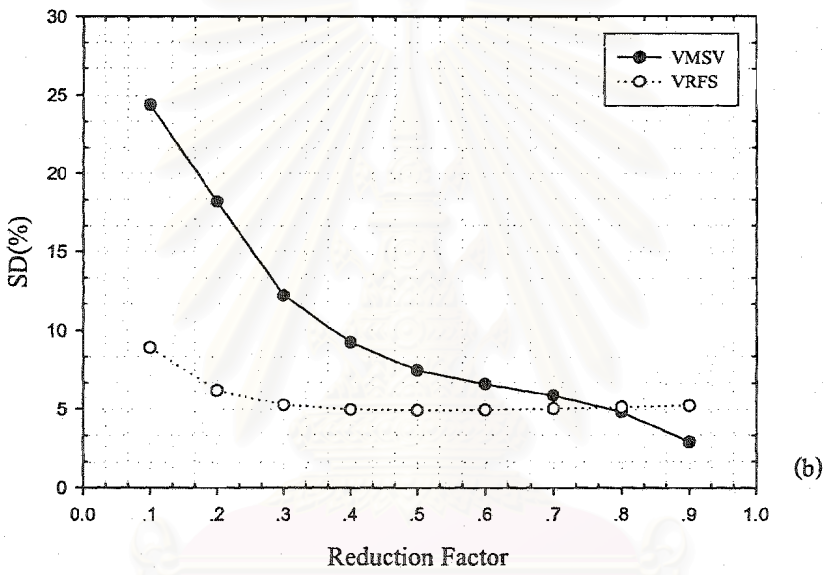
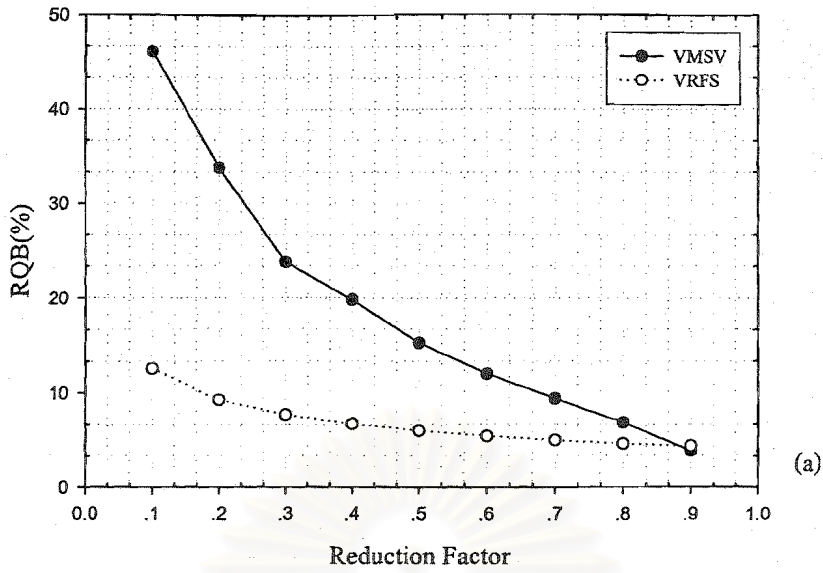
นอกจากนี้เมื่อพิจารณาค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของทุกวิธีจะเห็นได้ว่าวิธี VMSV เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี OEE GMS และ VRFS

4.4.4 กรณี IV

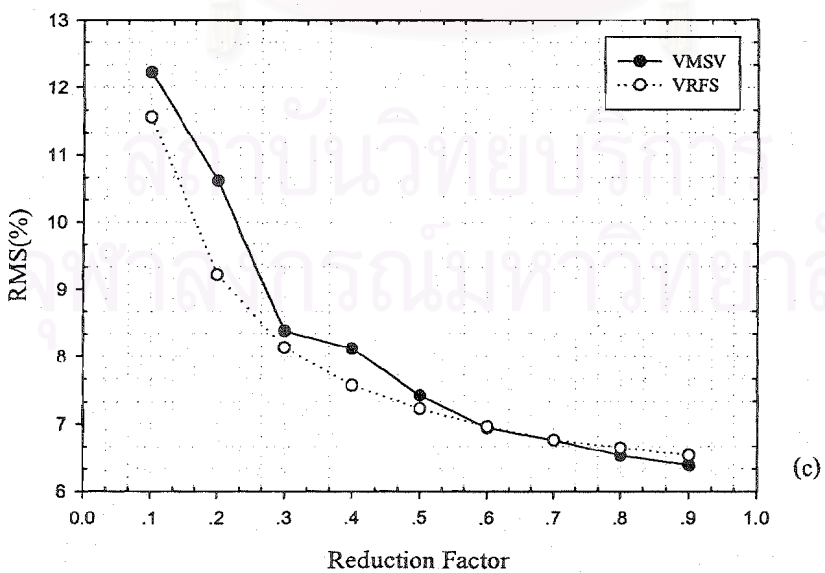
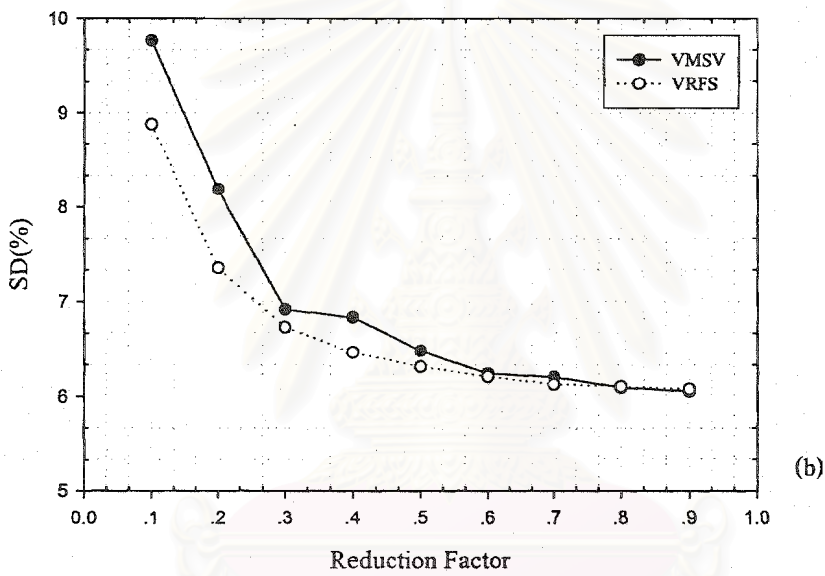
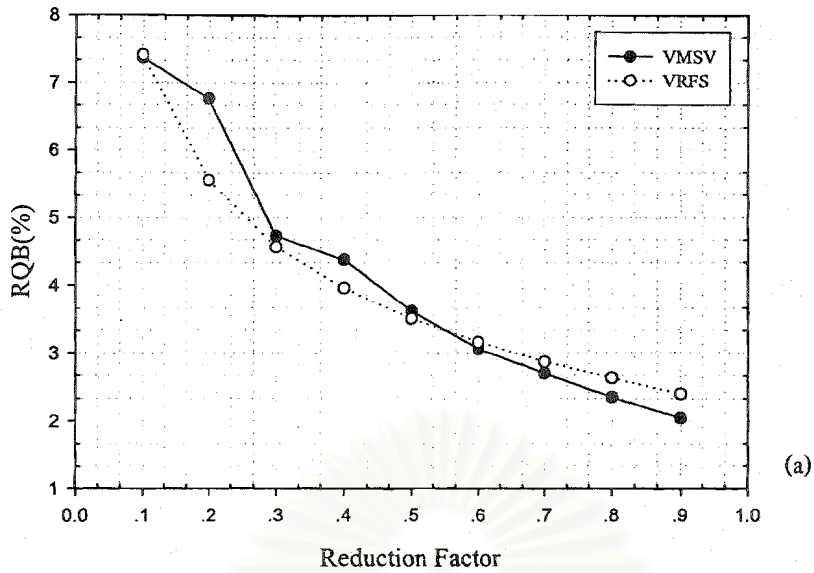
กรณีนี้เป็นการศึกษาผลของค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ ของวิธี VMSV และ VRFS ที่มีค่าตั้งแต่ 0.1-0.9 โดยเว้นการศึกษาค่า γ เท่ากับ 0.0 และ 1.0 เนื่องจาก γ เท่ากับ 0.0 แสดงว่าไม่มีผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน และ γ เท่ากับ 1.0 แสดงว่าไม่มีการปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน สำหรับรูปแบบที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวครบทั้ง 9 โหมด มีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแบบเป็นอัตราส่วนกำหนดให้คงที่เป็น 20% ค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์เท่ากับ $50\hat{x}$ และกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ $\mathbf{x}_0 = \{0, 0, 0\}^T$

ตัวอย่างกรณี IV-1 ดังรูปที่ 4.22 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ก) เทียบกับค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ ด้วยวิธี VMSV และ VRFS พิจารณารูปที่ 4.22 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่า γ มีค่าตั้งแต่ 0.1-0.8 วิธี VMSV จะให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS มากกว่าวิธี VRFS แต่เมื่อค่า γ มีค่าเท่ากับ 0.9 วิธี VMSV จะให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS น้อยกว่าวิธี VRFS ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี VMSV มีความถูกต้องและความแม่นยำมากกว่าวิธี VRFS เมื่อค่า γ มีค่าเพิ่มมากขึ้น อย่างไรก็ตามทั้ง 2 วิธีจะมีแนวโน้มของค่าดัชนี RQB SD และ RMS ลดลงเมื่อเมื่อค่า γ มีค่าเพิ่มมากขึ้น จากรูปที่ 4.22 ยังพบอีกว่าวิธี VMSV และ VRFS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อค่า γ เท่ากับ 0.9

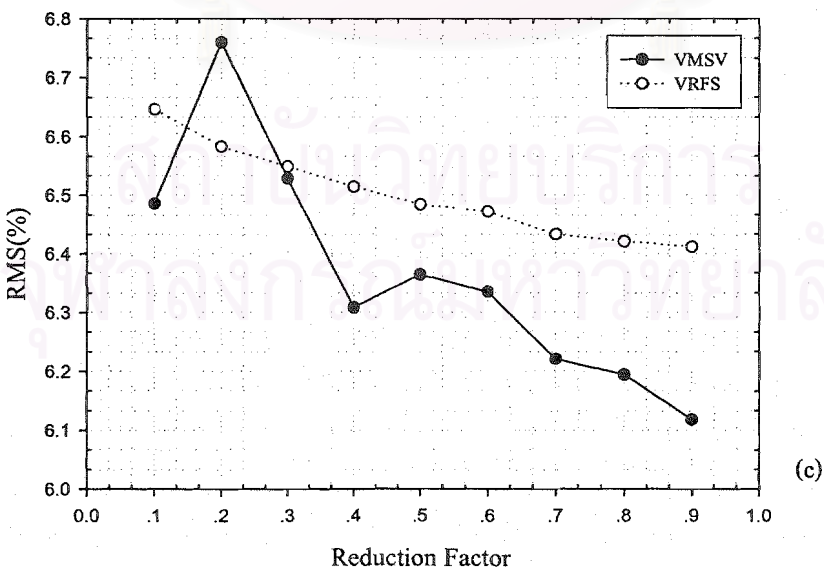
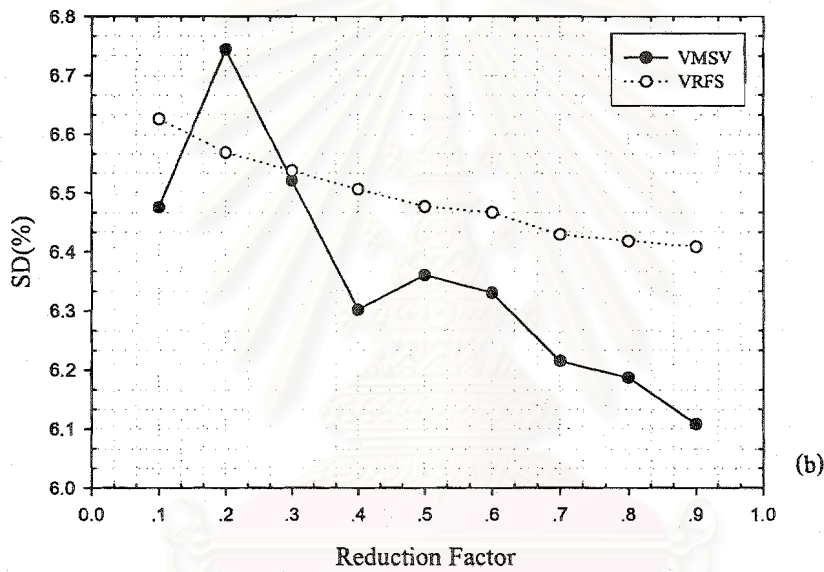
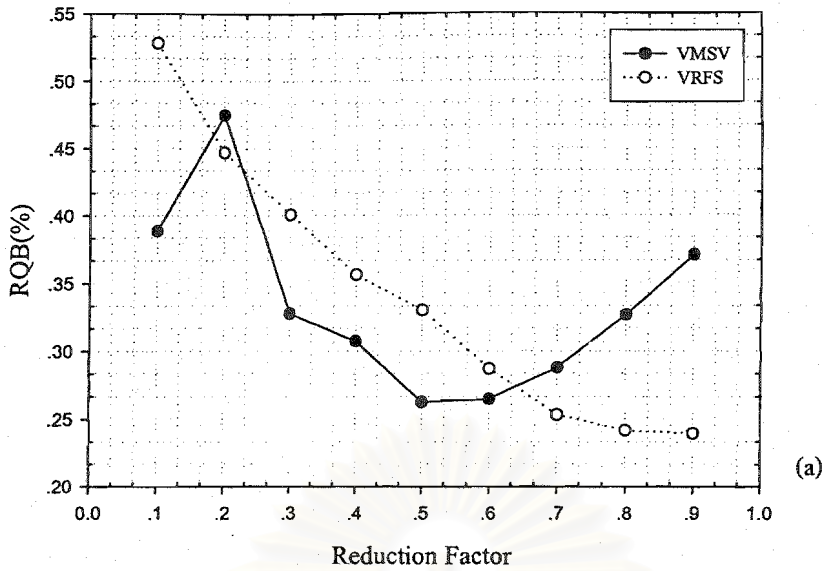
ตัวอย่างกรณี IV-2 และ IV-3 ดังรูปที่ 4.23 และรูปที่ 4.24 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ข) และรูปแบบ (ค) ตามลำดับ เทียบกับค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ ด้วยวิธี VMSV และ VRFS พบว่าตัวอย่างกรณี IV-2 ให้ผลคล้ายกับตัวอย่างกรณี IV-1 คือเมื่อค่า γ มีค่าเพิ่มขึ้นวิธี VMSV จะมีความถูกต้องและความแม่นยำมากกว่าวิธี VRFS เมื่อพิจารณาตัวอย่างกรณี IV-3 ดังรูปที่ 4.24 พบว่าเมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นวิธี VMSV จะให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS น้อยกว่าวิธี VRFS แต่วิธี VMSV จะมีค่า RQB มากกว่าวิธี VRFS เมื่อค่า γ มีค่ามากกว่า 0.6 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี VMSV มีความแม่นยำมากกว่าแต่มีความถูกต้องน้อยกว่าวิธี VRFS เมื่อค่า γ มีค่ามากกว่า 0.6 อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาค่าดัชนี RMS พบว่าวิธี VMSV มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมมากกว่าวิธี VRFS นอกจากนี้รูปที่ 4.23 และรูปที่ 4.24 แสดงให้เห็นว่าวิธี VMSV และ VRFS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อค่า γ เท่ากับ 0.9



รูปที่ 4.22 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี IV - 1 เทียบกับตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.23 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี IV – 2 เทียบกับตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VMSV และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.24 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี IV – 3 เทียบกับตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี VMSV และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

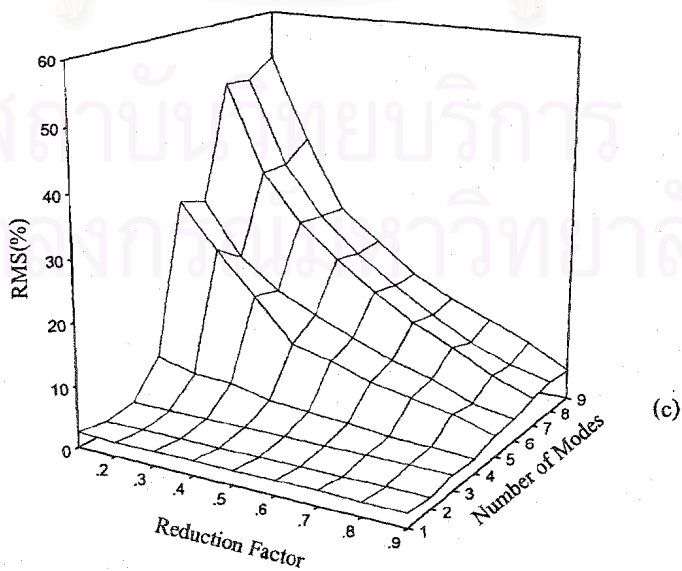
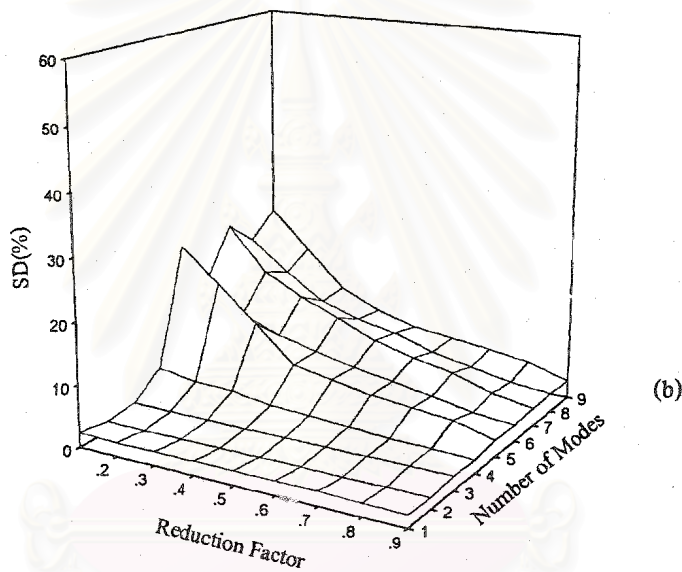
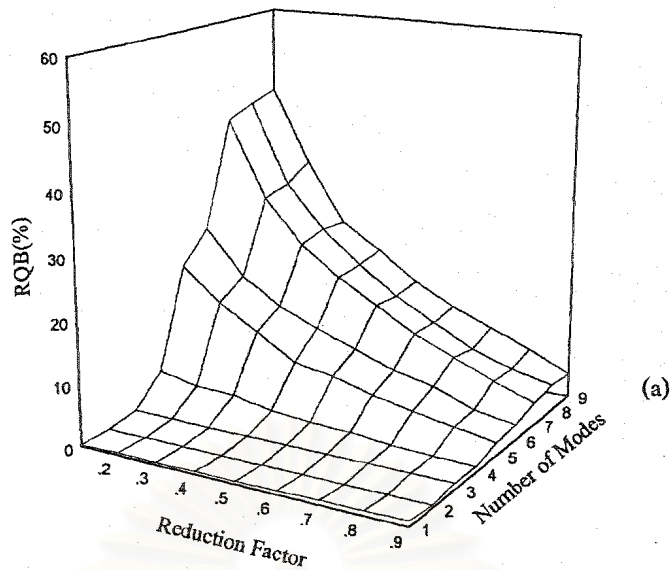
4.4.5 กรณี V

กรณีนี้เป็นการศึกษาผลที่มีต่อวิธี VMSV และ VRFS เมื่อค่าตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าตั้งแต่ 0.1-0.9 ซึ่งแต่ละค่าจะพิจารณาจำนวนโหนดที่ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ตั้งแต่ 1-9 โหนด โดยใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แต่ละรูปแบบมีระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแบบเป็นอัตราส่วนกำหนดให้คงที่เป็น 20% และมีค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ เท่ากับ $50\hat{x}$ นอกจากนี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ $\mathbf{x}_0 = \{0, 0, 0\}^T$ สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS

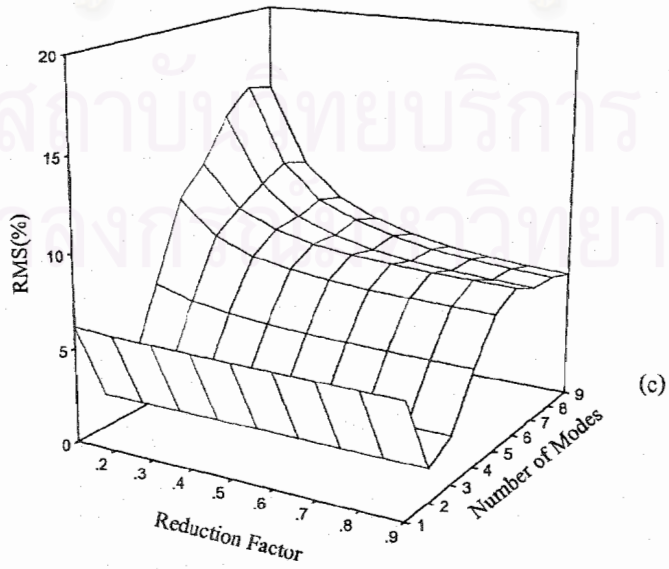
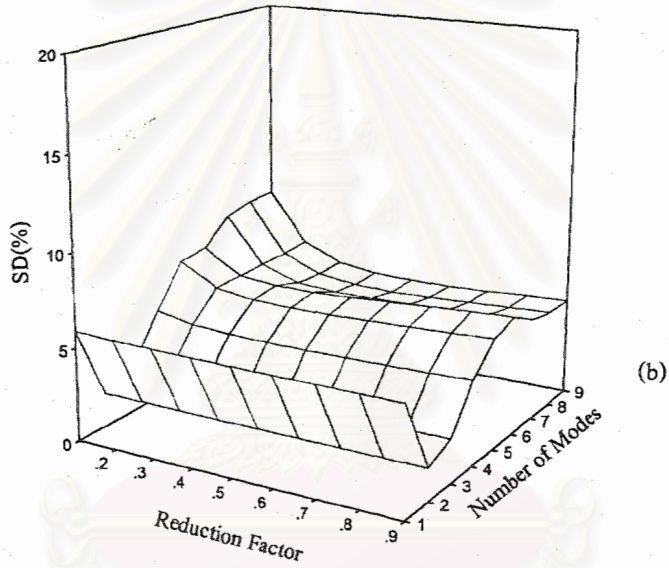
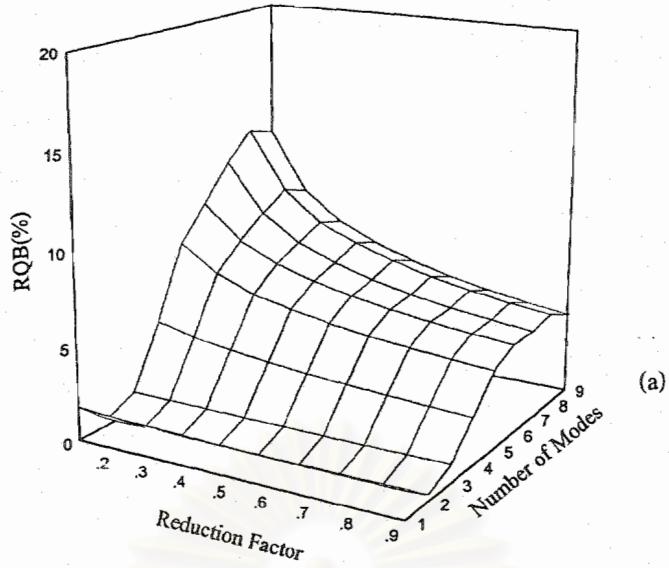
ตัวอย่างกรณี V-1 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ก) ดังรูปที่ 4.25 และ 4.26 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV และ VRFS ตามลำดับ จากรูปที่ 4.25 และ 4.26 จะเห็นได้ว่าเมื่อจำนวนโหนดเพิ่มขึ้นและ γ มีค่าลดลง ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี VMSV และ VRFS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และวิธี VRFS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี VMSV เมื่อจำนวนโหนดมากและ γ มีค่าน้อยๆ แต่เมื่อ γ มีค่าเท่ากับ 0.9 และพิจารณาที่แต่ละโหนด พบว่าวิธี VMSV จะมีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี VRFS นอกจากนี้ทั้งวิธี VMSV และ VRFS มีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อ γ มีค่าเท่ากับ 0.9

ตัวอย่างกรณี V-2 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ข) ดังรูปที่ 4.27 และ 4.28 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV และ VRFS ตามลำดับ จากรูปที่ 4.27 และ 4.28 จะเห็นได้ว่าเมื่อ γ มีค่าลดลง ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี VMSV และ VRFS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อจำนวนโหนดเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี VMSV และ VRFS มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นจนถึงโหนดที่ 5 หลังจากนั้นค่าดัชนี RQB SD และ RMS จะลดลงอีกครั้งหนึ่ง จากการสังเกตรูปที่ 4.27 และ 4.28 ยังพบอีกว่าทั้งวิธี VMSV และ VRFS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อ γ มีค่าเท่ากับ 0.9 ขณะเดียวกันเมื่อเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของวิธี VMSV และ VRFS ที่แต่ละโหนด พบว่าวิธี VRFS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี VMSV เมื่อ γ มีค่าน้อยๆ แต่เมื่อ γ มีค่าเท่ากับ 0.9 พบว่าวิธี VMSV จะมีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธี VRFS อยู่เล็กน้อย

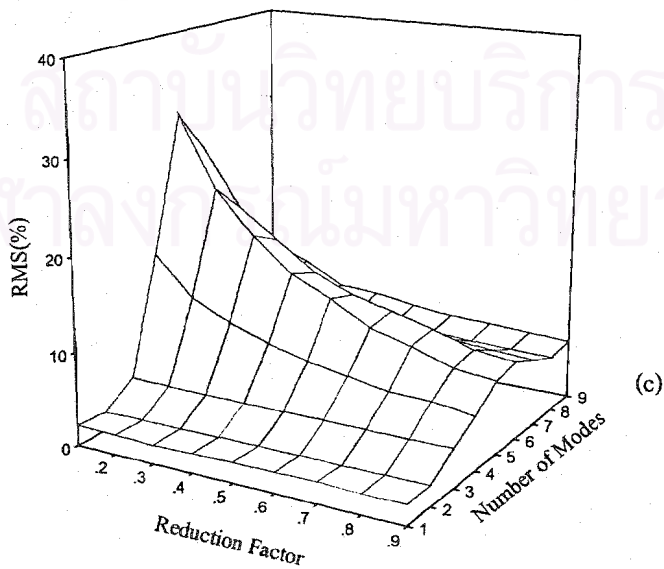
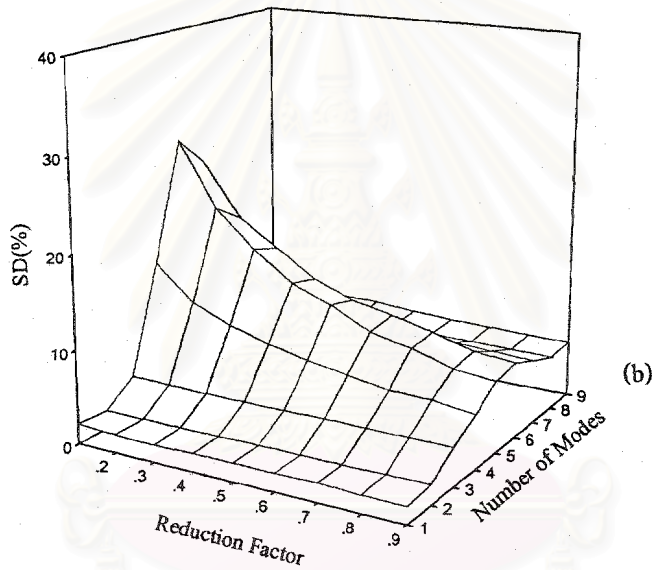
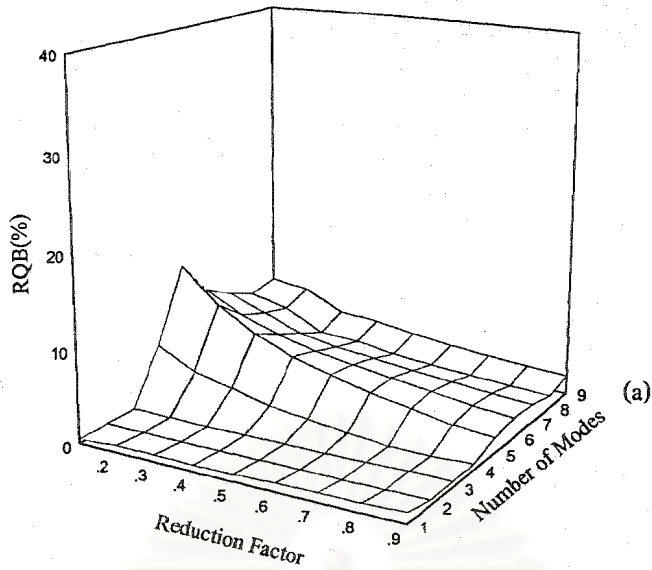
ตัวอย่างกรณี V-3 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ค) ดังรูปที่ 4.29 และ 4.30 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS เมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี VMSV และ VRFS ตามลำดับ จากรูปที่ 4.29 และ 4.30 จะเห็นได้ว่าเมื่อจำนวนโหนดและ γ มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี VMSV และ VRFS มีลักษณะค่อนข้างคงที่และให้ค่าใกล้เคียงกัน ยกเว้นโหนดที่ 1 ที่มีค่า γ ตั้งแต่ 0.1-0.9 ของวิธี VRFS พบว่าค่าดัชนี SD และ RMS มีค่ามากผิดปกติและมากกว่าวิธี VMSV จากลักษณะค่อนข้างคงที่ของค่าดัชนี RQB SD และ RMS ในกรณี V-3 แสดงให้เห็นชัดเจนว่าค่า γ และจำนวนโหนดไม่มีผลต่อความถูกต้องและความแม่นยำของวิธี VMSV และ VRFS ยกเว้นเมื่อจำนวนโหนดเท่ากับ 1 วิธี VRFS จะให้ค่าดัชนี SD และ RMS มากผิดปกติ



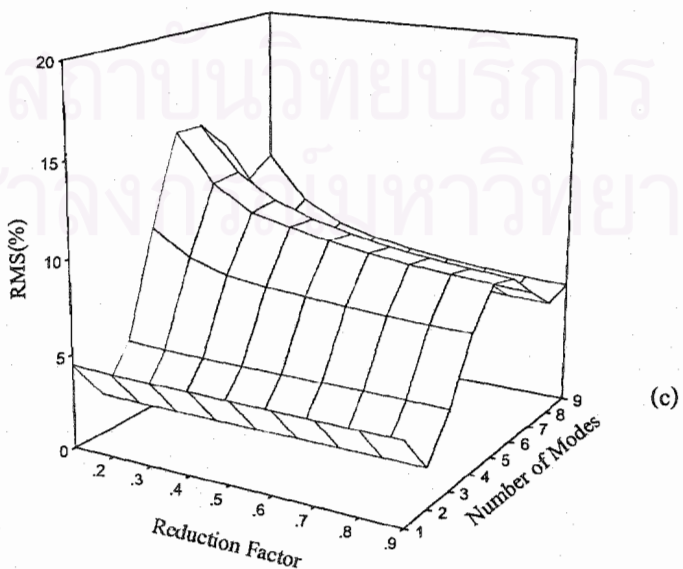
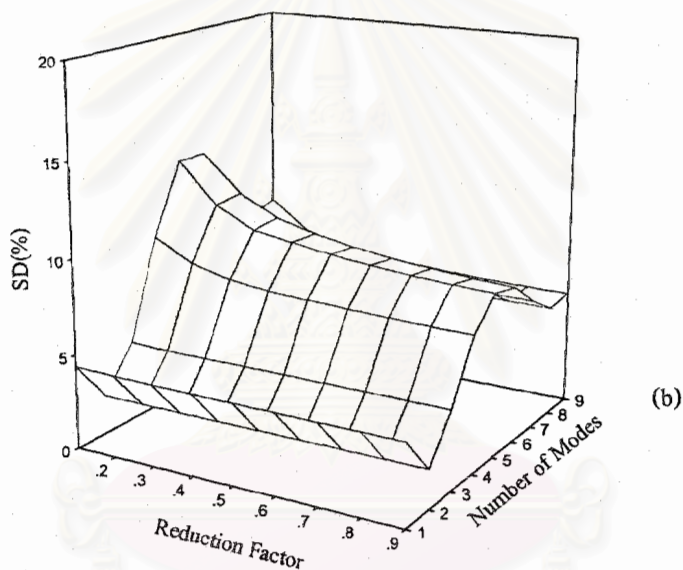
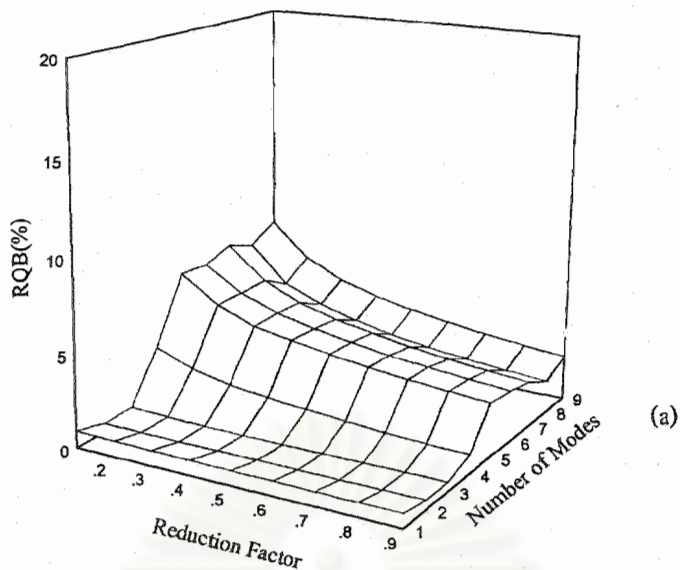
รูปที่ 4.25 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของค้ำอย่างกรณี V-1 เทียบกับจำนวนโหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



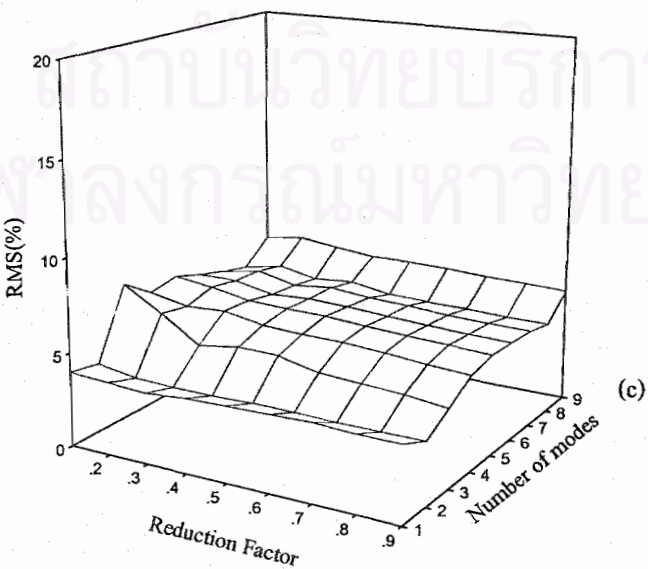
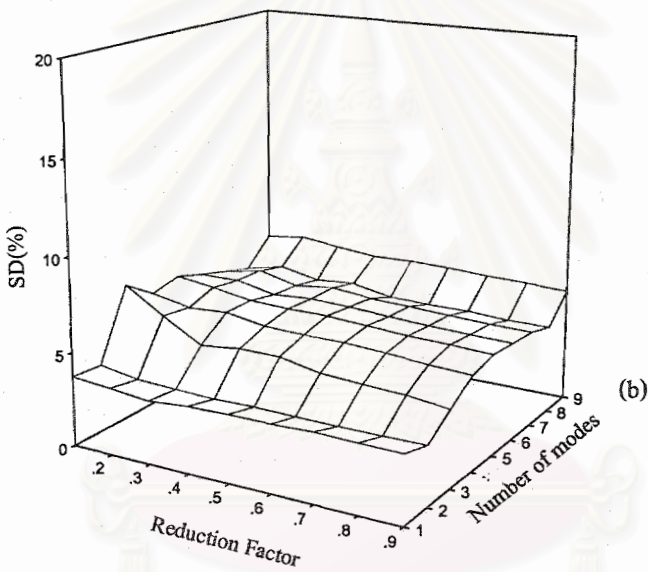
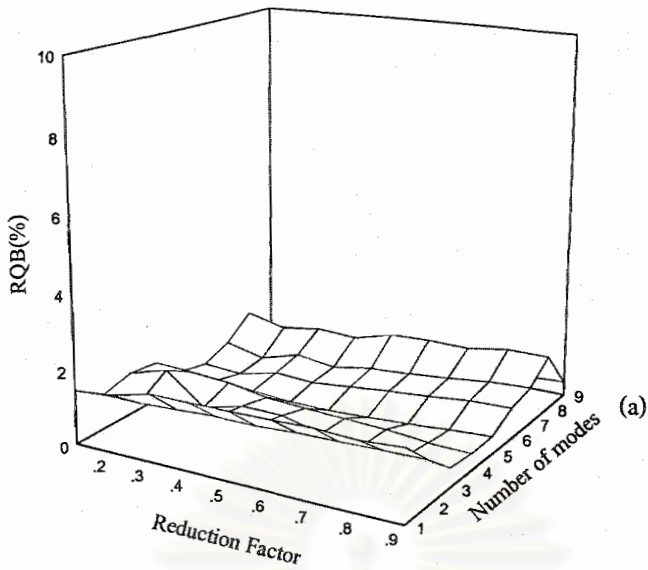
รูปที่ 4.26 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี V - 1 เทียบกับจำนวนโหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซนจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



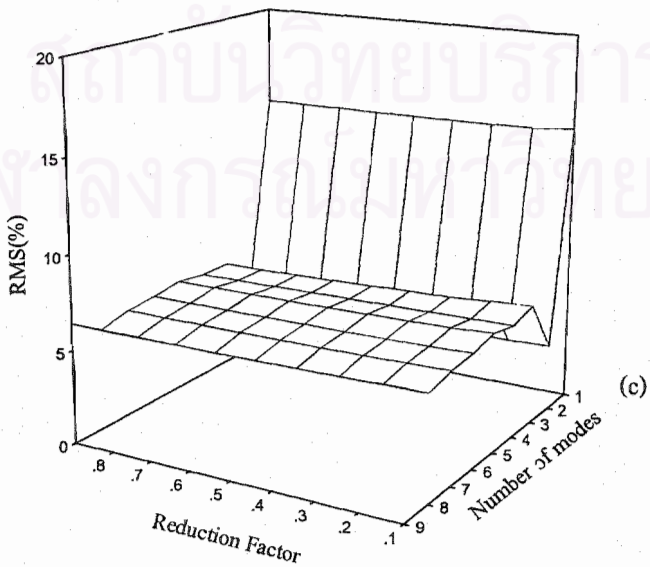
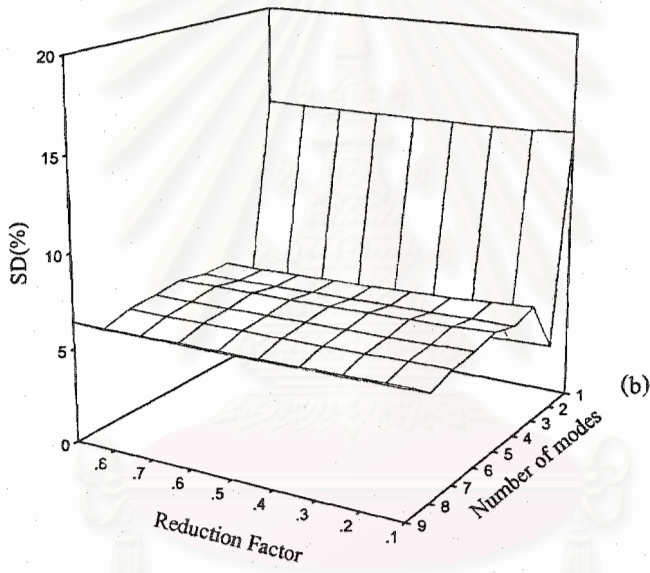
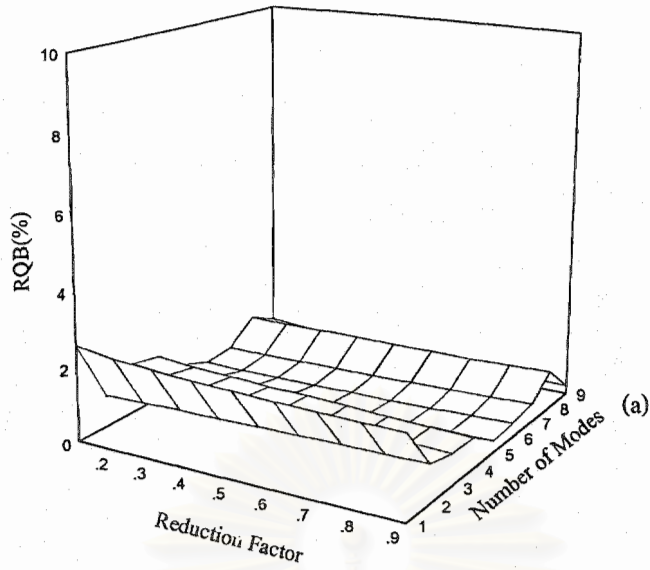
รูปที่ 4.27 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี V-2 เทียบกับจำนวน โหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซน จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.28 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี V-2 เทียบกับจำนวนโหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.29 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี V-3 เทียบกับจำนวนโหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลารีไรเซชันจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ค) ด้วยวิธี VMSV (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.30 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี V-3 เทียบกับจำนวนโหมดและตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

4.4.6 กรณี VI

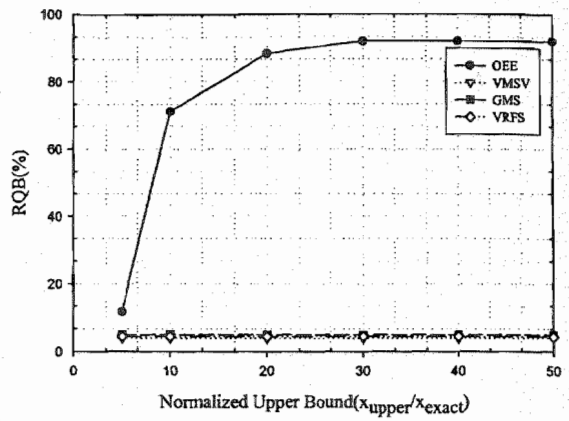
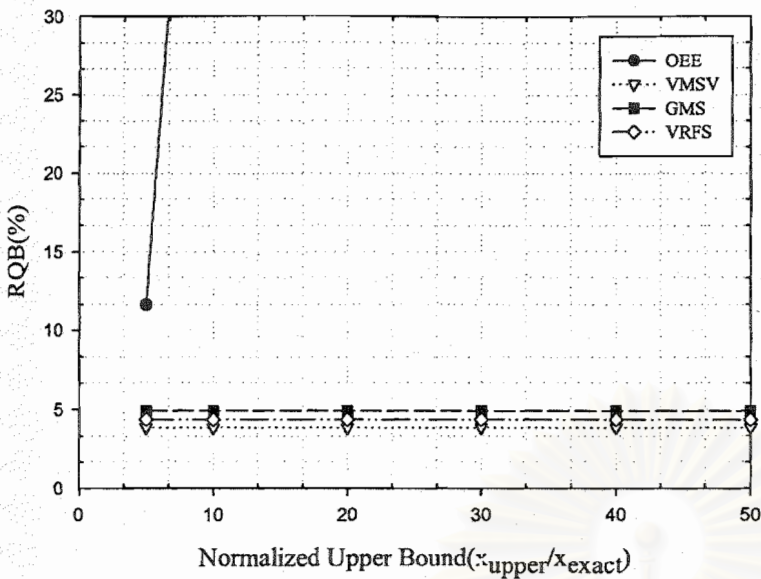
กรณีนี้เป็นการศึกษาผลของค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ที่มีค่าเท่ากับ $5\hat{x}$ $10\hat{x}$ $20\hat{x}$ $30\hat{x}$ $40\hat{x}$ และ $50\hat{x}$ ที่มีต่อวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS เมื่อใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) โดยที่แต่ละรูปแบบทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวครบทั้ง 9 โหมด ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแบบเป็นอัตราส่วนกำหนดไว้คงที่เป็น 20% และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าเท่ากับ 0.9 สำหรับวิธี VMSV และ VRFS นอกจากนี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$

ตัวอย่างกรณี VI-1 และ VI-2 ดังรูปที่ 4.31 และ 4.32 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ก) และ (ข) ตามลำดับ จากรูปที่ 4.31 และ 4.32 จะเห็นได้ว่ามีเพียงวิธี OEE เท่านั้นที่มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS เพิ่มมากขึ้นเมื่อค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์เพิ่มขึ้น สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS คงที่ทุกค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ จากข้อสังเกตข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการเพิ่มฟังก์ชันสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี VMSV GMS และ VRFS เข้าไปในสมการเป้าหมาย (2.3.1) สามารถจัดผลของค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ที่มีต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี OEE ได้ทั้งกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ก) และ (ข)

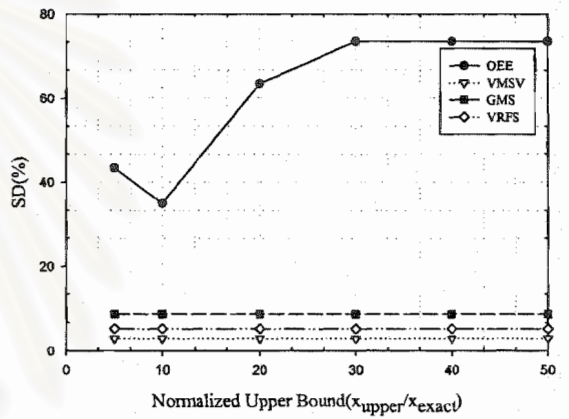
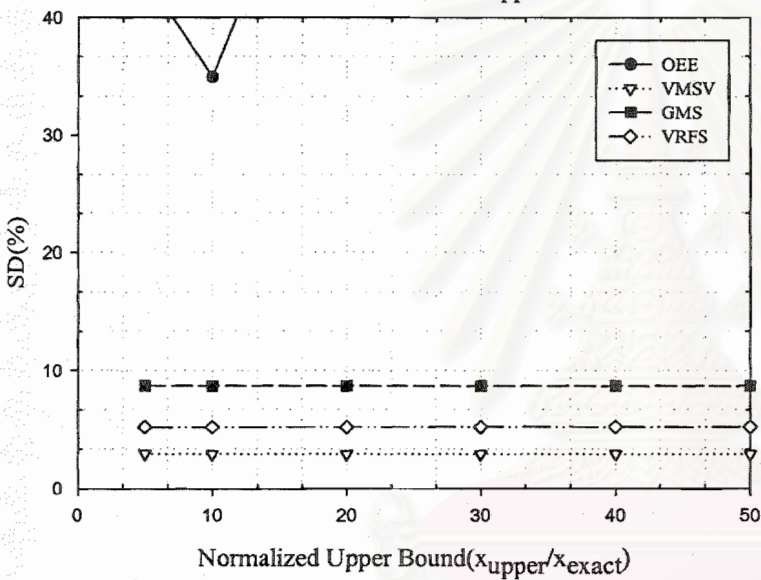
ตัวอย่างกรณี VI-3 ดังรูปที่ 4.33 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวรูปแบบ (ค) จากรูปที่ 4.33 จะเห็นได้ว่าวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS คงที่ทุกค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ ในกรณีนี้ไม่สามารถสรุปได้ว่าการเพิ่มฟังก์ชันสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันโดยวิธี VMSV GMS และ VRFS เข้าไปในสมการเป้าหมาย (2.3.1) สามารถจัดผลของค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ได้เนื่องจากการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี OEE มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS คงที่ทุกค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์อยู่แล้ว

4.4.7 กรณี VII

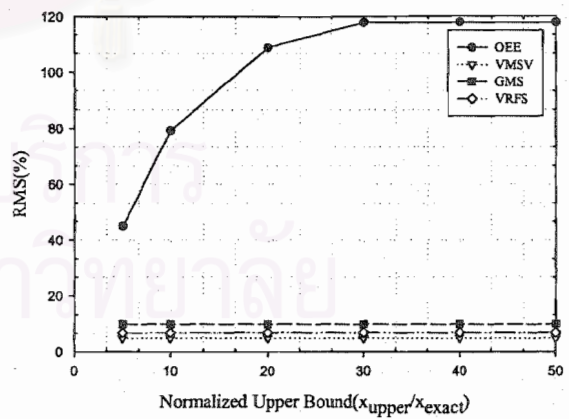
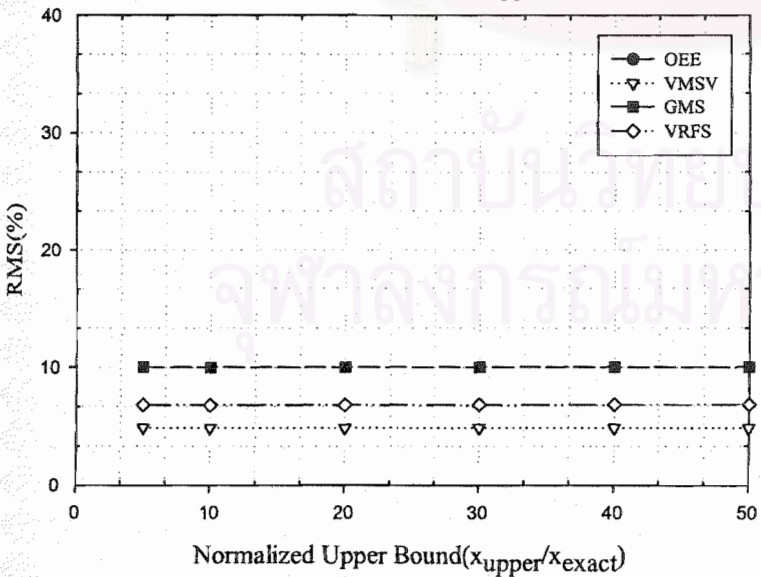
กรณีนี้เป็นการศึกษาผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิง x_0 สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS ที่มีค่าเท่ากับ $0.5\hat{x}$ \hat{x} $1.5\hat{x}$ และ $2\hat{x}$ เมื่อใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหว ทั้งรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แต่ละรูปแบบทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวครบทั้ง 9 โหมด ค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์ที่มีค่าเท่ากับ $50\hat{x}$ และระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแบบเป็นอัตราส่วนกำหนดให้คงที่เป็น 20% นอกจากนี้กำหนดให้ตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าเท่ากับ 0.9 สำหรับวิธี VMSV และ VRFS



(a)

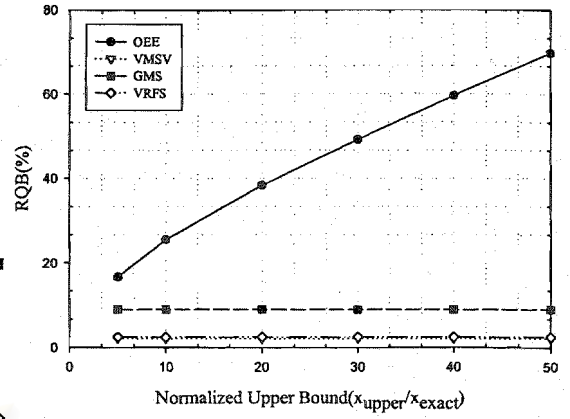
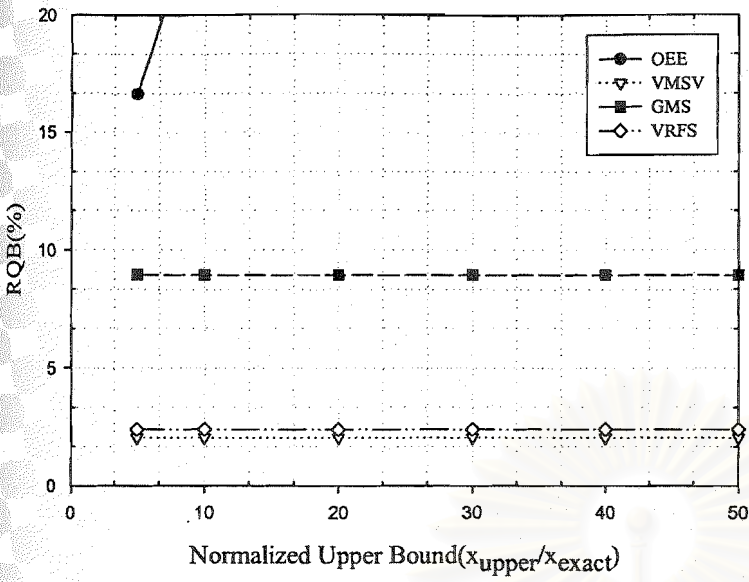


(b)

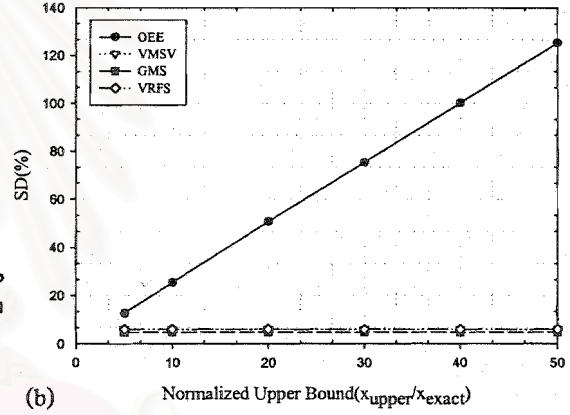
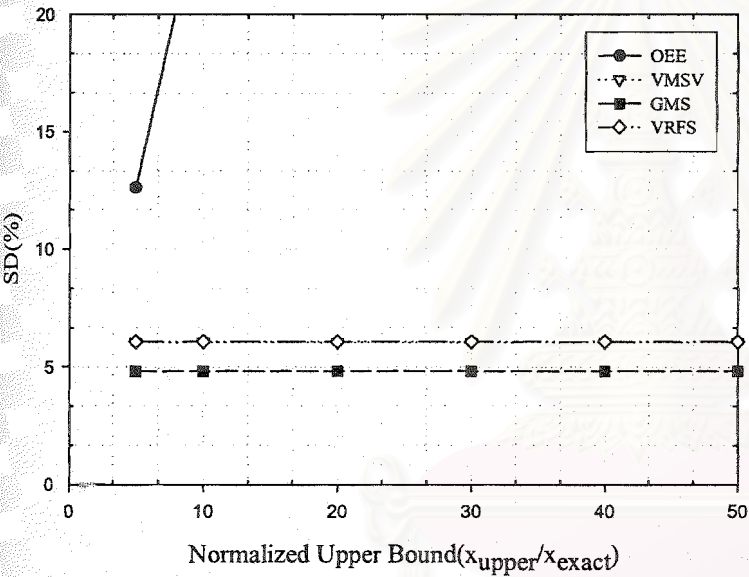


(c)

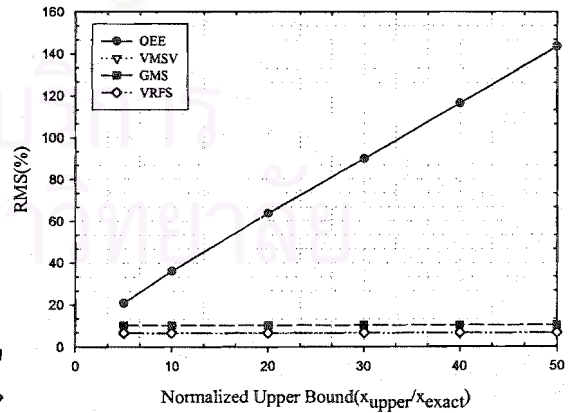
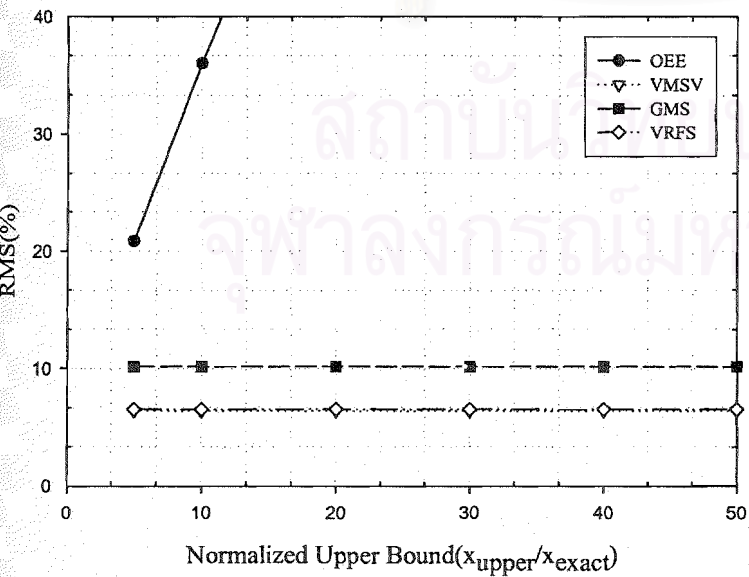
รูปที่ 4.31 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VI-1 เทียบกับค่าขอบเขตบนของค่าสถิติในสหพารามิเตอร์จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



(a)

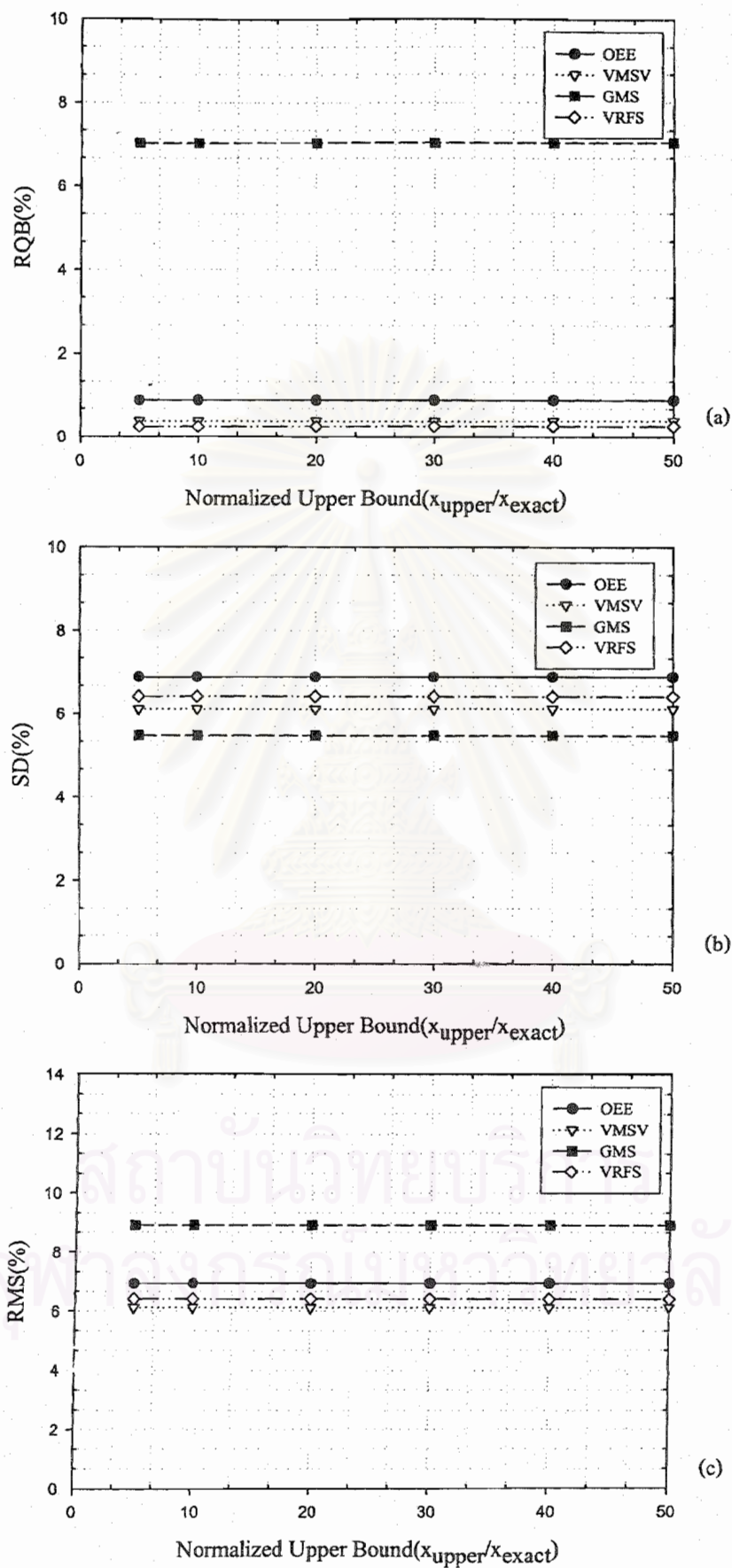


(b)



(c)

รูปที่ 4.32 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VI-2 เทียบกับค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสซารามิเตอร์จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.33 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VI-3 เทียบกับค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเนสพารามิเตอร์จากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

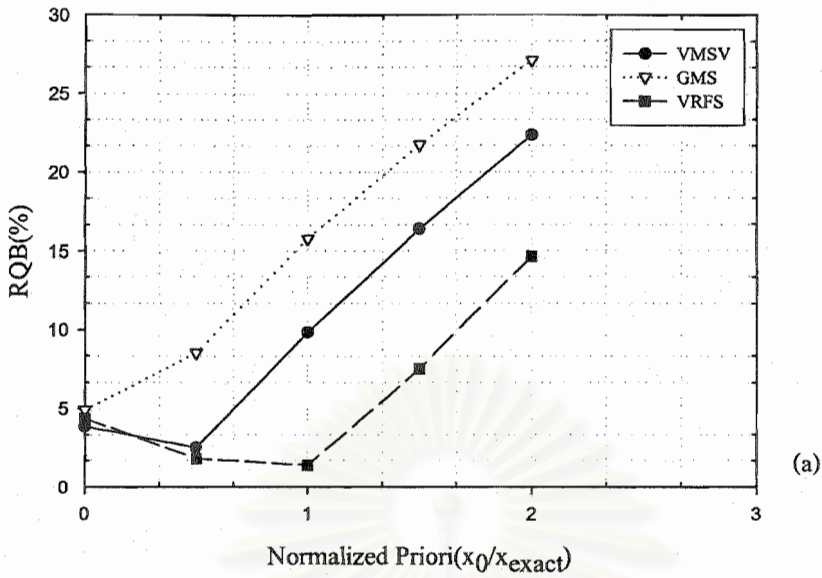
ตัวอย่างกรณี VII-1 ดังรูปที่ 4.34 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) จากรูปที่ 4.34 จะเห็นได้ว่าเมื่อ x_0 มีค่าเพิ่มขึ้นวิธี VMSV และ GMS มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS เพิ่มขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งค่าดัชนี RQB และ RMS ดังรูปที่ 4.34 (a) และ 4.34(c) ที่มีค่าเพิ่มขึ้นมากที่สุดเมื่อ x_0 เท่ากับ $2\hat{x}$ และการเพิ่มขึ้นของค่าดัชนี RQB SD และ RMS นี้แสดงให้เห็นว่าวิธี VMSV และ GMS มีความถูกต้องและความแม่นยำลดลงเมื่อ x_0 มีค่าเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณารูปที่ 4.34 วิธี VMSV และ GMS จะมีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อไม่มี x_0 ในสมการที่ (3.2.1) ซึ่งต่างจากวิธี VRFS ที่มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมที่สุดเมื่อ x_0 เท่ากับ \hat{x} นอกจากนี้เมื่อไม่มี x_0 ในสมการที่ (3.2.1) วิธี VMSV มีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี GMS และ VRFS

พิจารณารูปที่ 4.35 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของตัวอย่างกรณี VII-2 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) จะเห็นได้ว่าวิธี VMSV GMS และ VRFS มีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อ x_0 เท่ากับ \hat{x} และที่แต่ละค่าของ x_0 รวมทั้งเมื่อไม่มี x_0 ในสมการที่ (3.2.1) พบว่าวิธี VMSV มีค่าดัชนี RMS น้อยกว่าวิธี GMS และ VRFS แสดงว่าวิธี VMSV ที่มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมกว่าวิธี GMS และ VRFS ที่ทุกค่าของ x_0 นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า x_0 มีผลต่อค่าดัชนี RQB และ RMS ในกรณี VII-2 น้อยกว่ากรณี VII-1 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ลดลงของการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีทางสถิติที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของ x_0

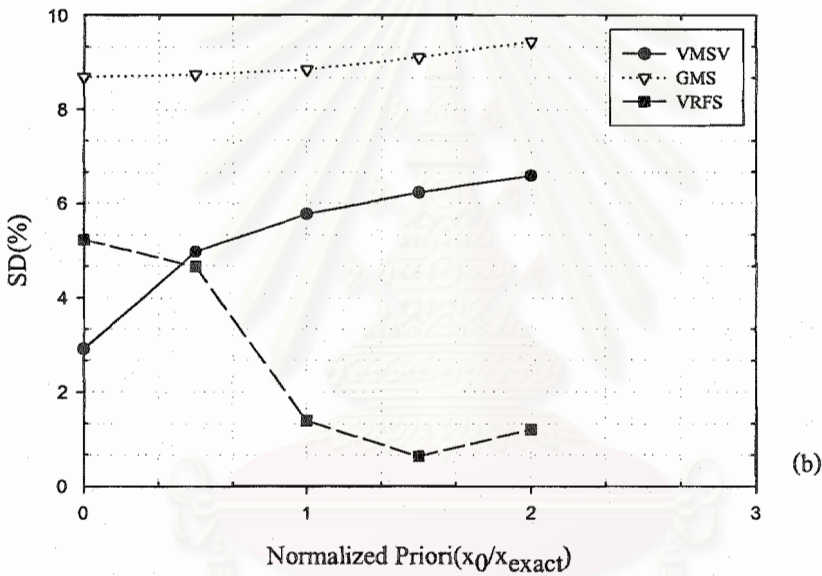
รูปที่ 4.36 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของตัวอย่างกรณี VII-3 สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค) จะเห็นได้จากค่าดัชนี RMS ของวิธี VMSV GMS และ VRFS ว่ามีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมที่สุดเมื่อ x_0 เท่ากับ \hat{x} ขณะเดียวกันเมื่อไม่มี x_0 ในสมการที่ (3.2.1) พบว่าวิธี VMSV มีความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมกว่าวิธี GMS และ VRFS อย่างไรก็ตามเมื่อสังเกตค่าดัชนี RMS ของวิธี VMSV และ VRFS ดังรูปที่ 4.36(c) จะเห็นได้ว่าเมื่อ x_0 มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RMS ของวิธี VMSV และ VRFS จะให้ค่าใกล้เคียงกันมาก และค่อนข้างคงที่เมื่อเปรียบเทียบกับค่าดัชนี RMS ของวิธี GMS ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงค่า x_0 มีผลต่อความถูกต้องและความแม่นยำโดยภาพรวมของวิธี VMSV และ VRFS เมื่อใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค) ไม่มากนัก

4.5 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

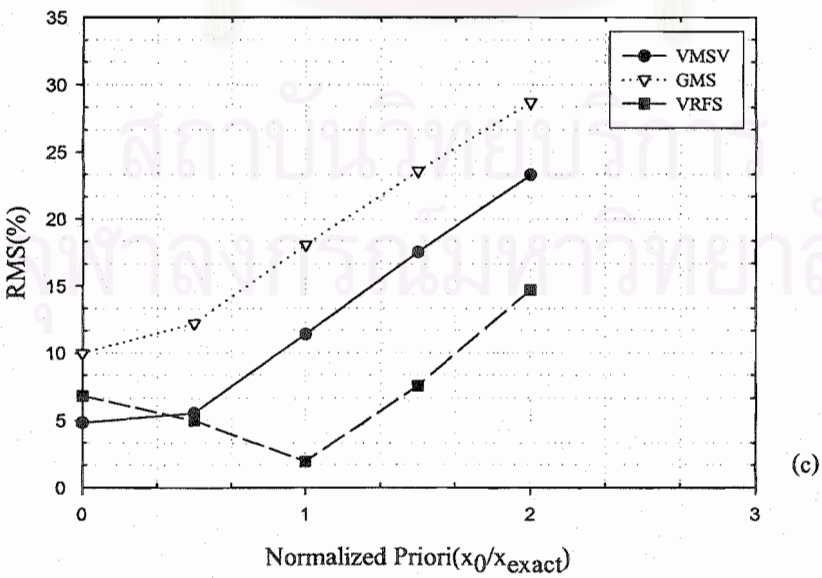
เพื่อเป็นการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบของขั้นตอนวิธี OEE VRFS GMS และ VMSV งานวิจัยนี้จึงได้ทำการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบสองกรณีคือ เมื่อข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวปราศจากความคลาดเคลื่อน และเมื่อข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% โดยทั้งสองกรณีใช้ตัวอย่างแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น และใช้รูปแบบระดับชั้นความเสถียรที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) โดยทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวครบทั้ง 9 โหมด ค่าขอบเขตบนของค่าสถิติเพนสฟารามีเตอร์เท่ากับ $50\hat{x}$ และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันสำหรับวิธี VMSV และ VRFS เท่ากับ 0.9



(a)

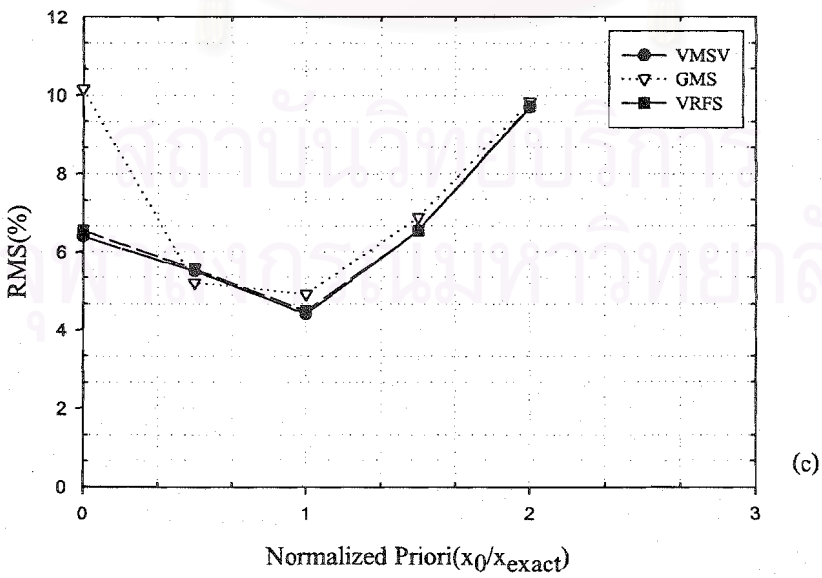
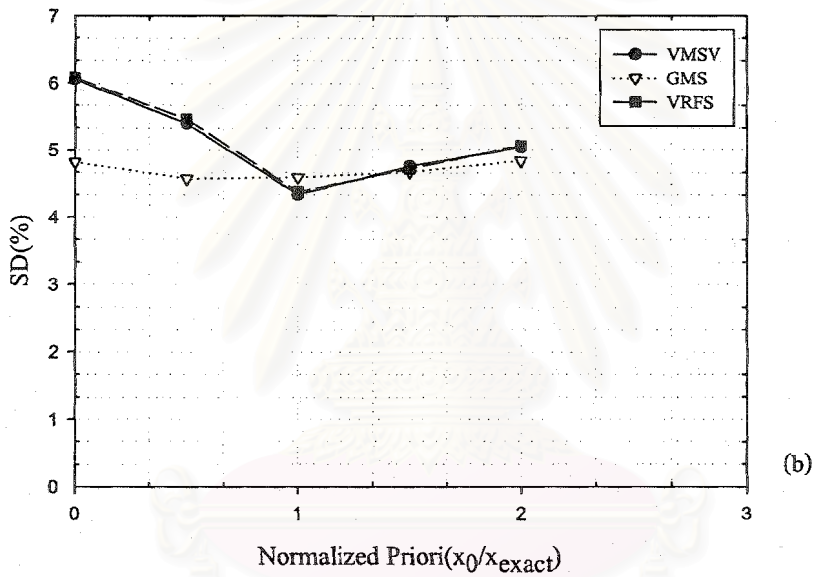
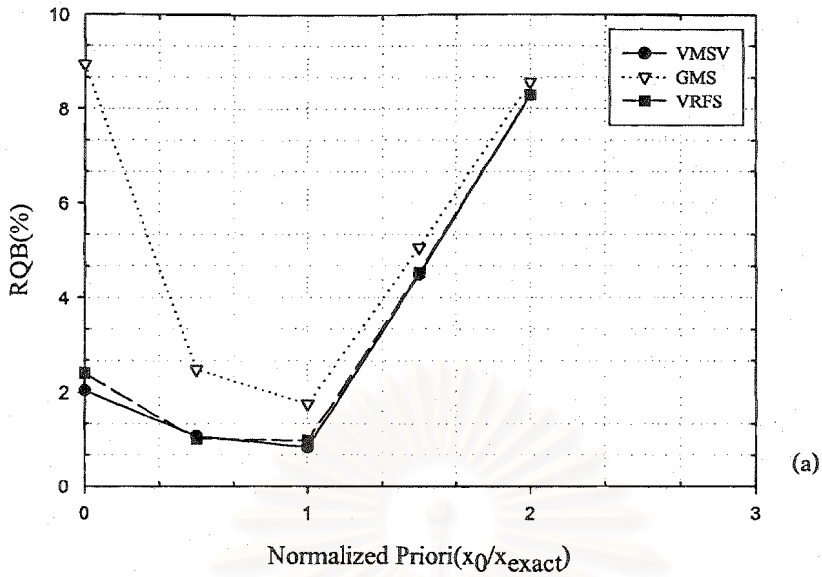


(b)

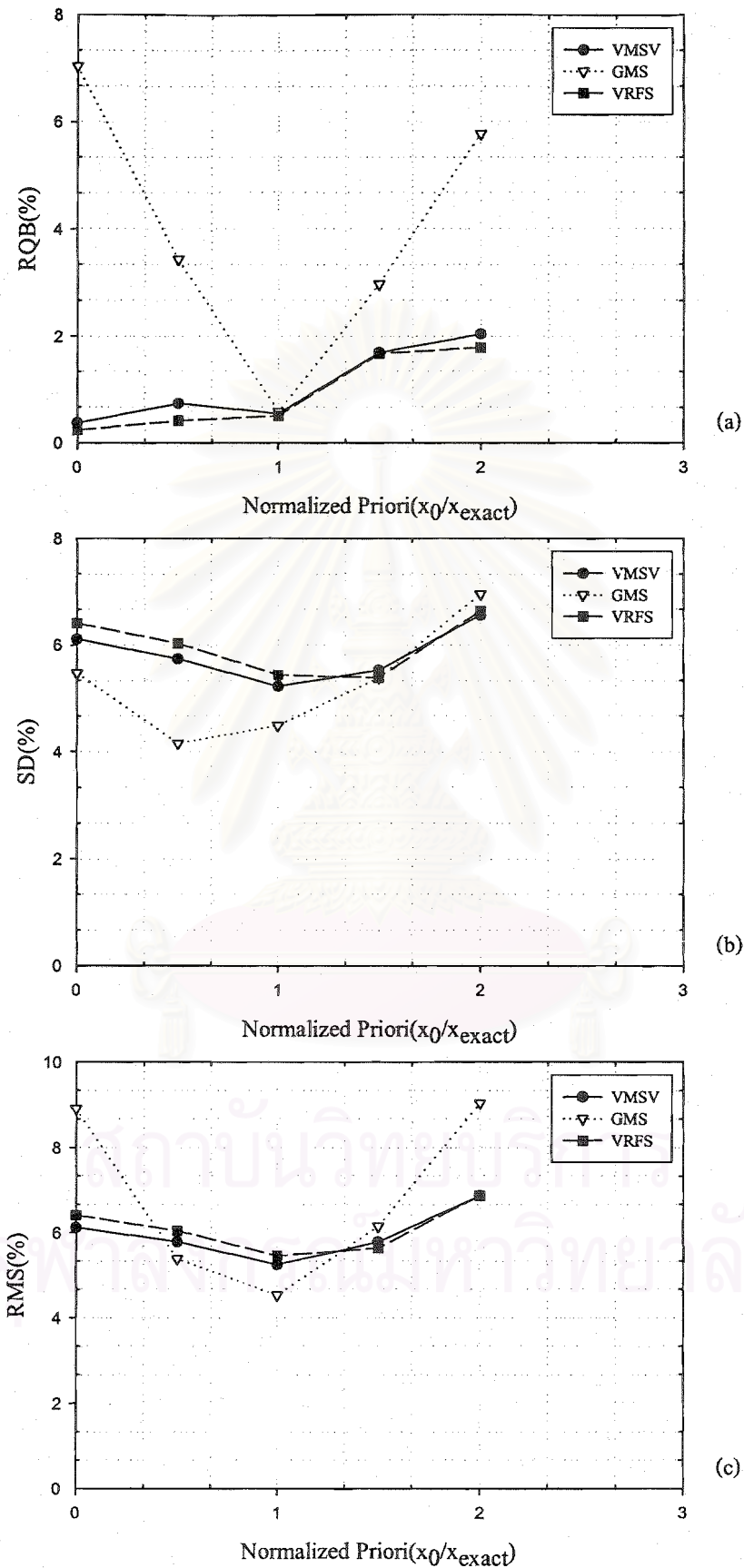


(c)

รูปที่ 4.34 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII - 1 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



รูปที่ 4.35 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII – 2 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของ โครงสร้างจากการใช้รูปแบบ การสั้นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

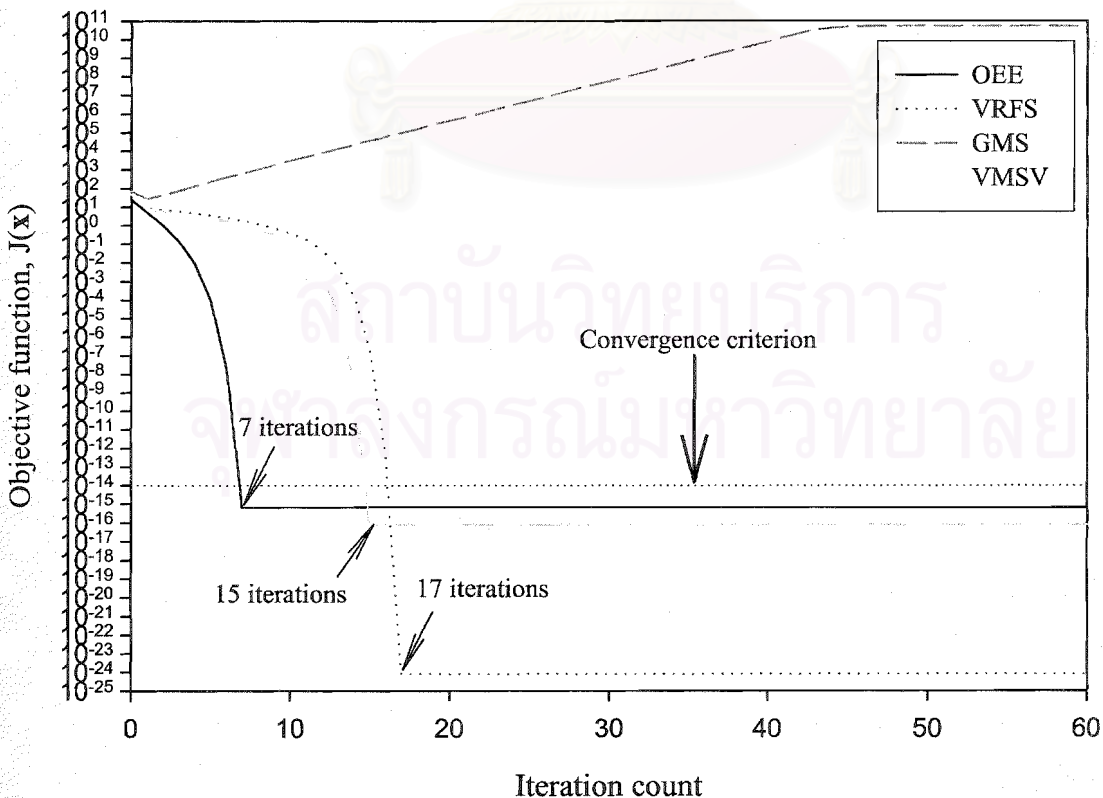


รูปที่ 4.36 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของตัวอย่างกรณี VII – 3 เทียบกับผลของค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างจากการใช้รูปแบบการสั้นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$ นอกจากนี้ได้ทำการจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนทั้งหมด 1 ชุดสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม 1 ค่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์

รูปที่ 4.37 แสดงค่าสมการเป้าหมายที่คำนวณตามสมการที่ (3.2.2) เทียบกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ซึ่งเป็นกรณีที่มีข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวปราศจากความคลาดเคลื่อน จากรูปที่ 4.37 จะเห็นได้ว่าค่าสมการเป้าหมายของวิธี VMSV ผู้เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของคำตอบที่ใช้สมการเป้าหมายเป็นเกณฑ์ตรวจสอบตามสมการที่ (2.7.2) เร็วกว่าวิธี VRFS และ GMS ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีที่ใช้วิธีเรกูลาร์ไรเซชันเหมือนกัน แต่วิธี VMSV ผู้เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของคำตอบช้ากว่าวิธี OEE นอกจากนี้จะเห็นได้อีกว่าวิธี GMS เป็นเพียงวิธีเดียวที่ลู่ออกจากเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของคำตอบ สำหรับผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธีต่างๆสามารถพิจารณาได้จากตารางที่ 4.6 ซึ่งจะเห็นได้ว่าทุกวิธีให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์เท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างเมื่อข้อมูลปราศจากความคลาดเคลื่อน

รูปที่ 4.38 แสดงค่าสมการเป้าหมายที่คำนวณตามสมการที่ (3.2.2) เทียบกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ซึ่งเป็นกรณีที่มีข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวมีความคลาดเคลื่อน 10% จากรูปที่ 4.38 จะเห็นได้ว่า



รูปที่ 4.37 กราฟเปรียบเทียบสมการเป้าหมายกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 0% จากการ ใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)

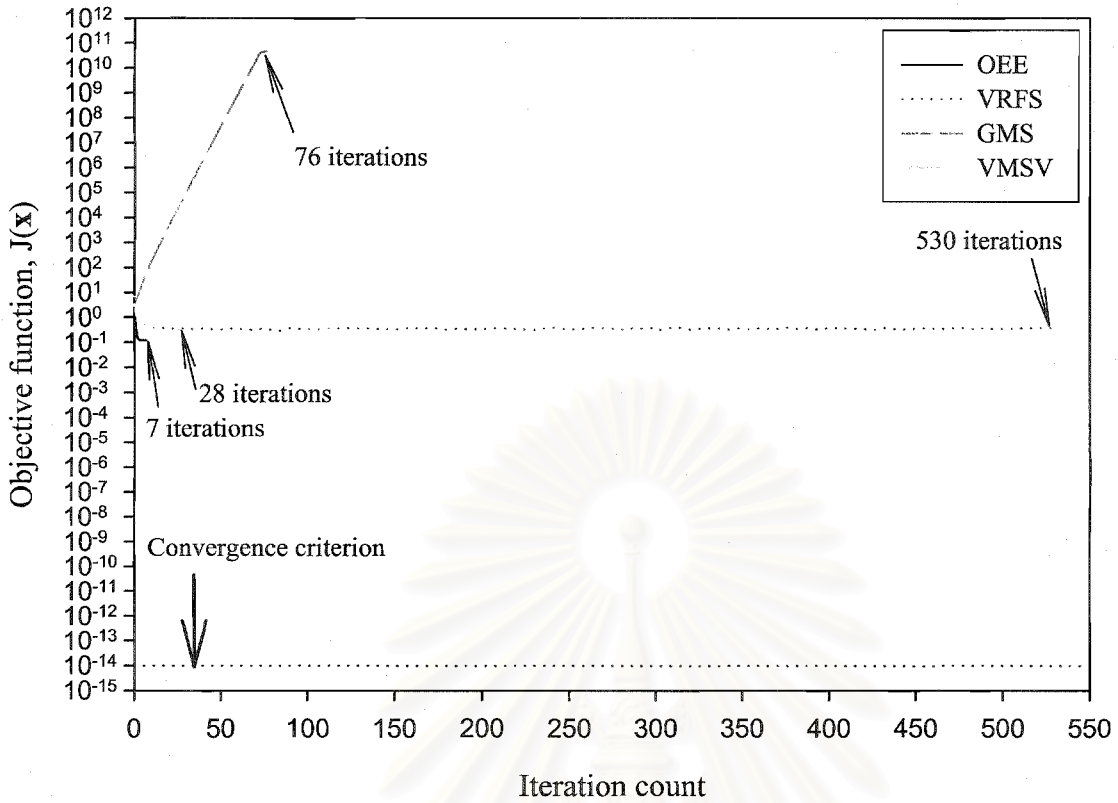
ทุกวิธีไม่ลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบที่ใช้สมการเป้าหมายเป็นเกณฑ์ตรวจสอบตามสมการที่ (2.7.2) เนื่องจากข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวที่มีความคลาดเคลื่อนซึ่งไม่มีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติของวัสดุหรือค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้าง ดังนั้นฟังก์ชันค่าผิดพลาดที่อยู่ในสมการเป้าหมายที่ (3.2.2) จึงไม่สามารถลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบที่ใช้สมการเป้าหมายเป็นเกณฑ์ตรวจสอบตามสมการที่ (2.7.2) ได้ ขณะเดียวกันวิธี GMS เป็นวิธีเดียวที่ลู่ออกจากเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบ แต่เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4.39 ที่แสดงค่าแอมพลิจูดของเวกเตอร์ทิศทางของค่าตอบเทียบกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมพบว่าทุกวิธีลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบที่ใช้ค่าแอมพลิจูดของเวกเตอร์ทิศทางของค่าตอบเป็นเกณฑ์ตรวจสอบตามสมการที่ (2.7.4) โดยวิธี OEE ลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบเร็วกว่าทุกวิธี รองลงมาคือ วิธี VMSV GMS และ VRFS ตามลำดับ อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าวิธี OEE จะลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบเร็วกว่าวิธี VMSV แต่วิธี VMSV กลับให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องและใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างมากกว่าวิธี OEE GMS และ VRFS ซึ่งพิจารณาได้จากตารางที่ 4.7

อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าตอบจากตารางที่ 4.7 จะพบว่าทุกวิธีลู่เข้าหาเกณฑ์กำหนดการลู่เข้าของค่าตอบ แต่ไม่จำเป็นว่าทุกวิธีจะให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องเสมอไป ซึ่งเป็นข้อควรระวังในการใช้วิธี OEE VRFS GMS และ VMSV สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ โครงสร้าง

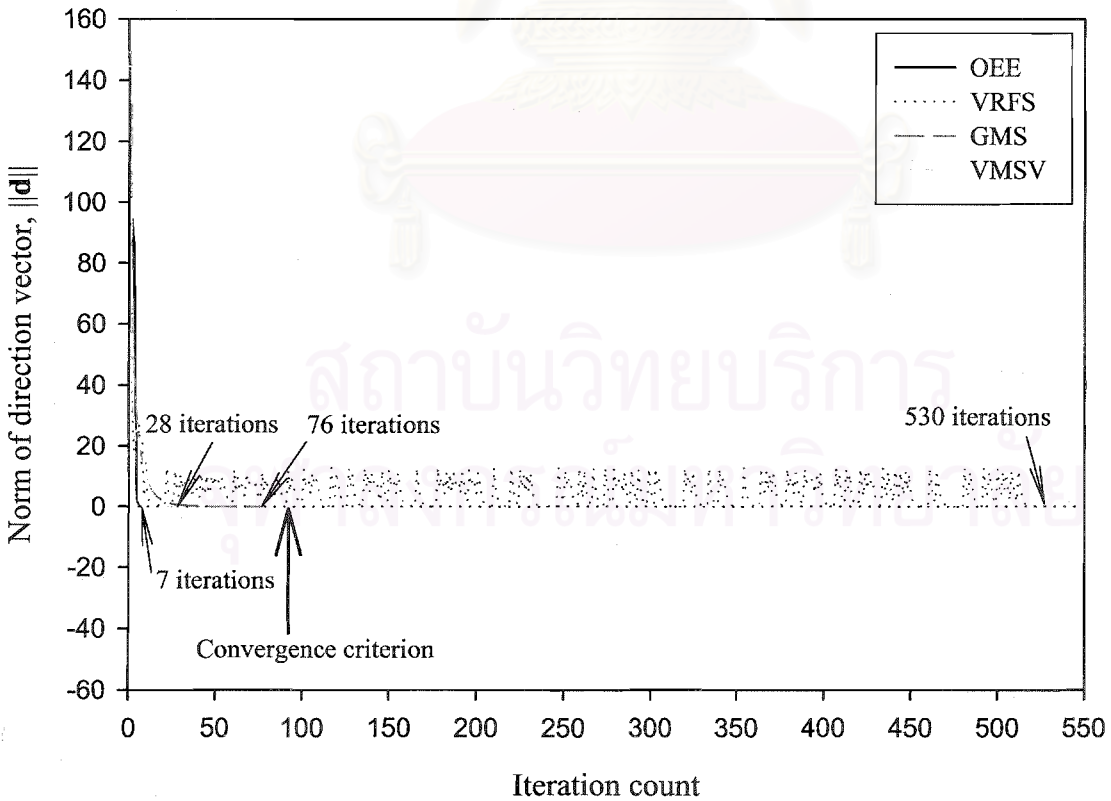
เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของวิธี VMSV ที่เสนอ ดังตารางที่ 4.7 พบว่าค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ a_1 , a_2 และ a_3 มีความผิดพลาดเท่ากับ 4.83% 28.35% และ 9.76% ตามลำดับ ที่ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 10% ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ a_2 และ a_3 ยังมีความผิดพลาดมากและยอมรับไม่ได้ ดังนั้นเพื่อที่จะพิจารณาว่าที่ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเป็นเท่าใด แล้วค่าพารามิเตอร์ค่าตอบยังมีความผิดพลาดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ถ้ากำหนดให้เกณฑ์ความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบไม่เกิน 5% จะพบว่าขั้นตอนวิธี VMSV ให้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบ a_1 , a_2 และ a_3 ที่มีความผิดพลาดในช่วง 0%-5% เมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีค่าเท่ากับ 2% ผลจากการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับกรณีนี้เป็นดังแสดงในตารางที่ 4.8

4.6 บทสรุป

จากการทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขที่มีตัวอย่างกรณีศึกษาเป็นแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้นซึ่งประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์ 3 ค่า เพื่อประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่พัฒนาขึ้นตามวิธี VMSV เปรียบเทียบกับวิธี OEE GMS และ VRFS โดยใช้ค่าดัชนีทางสถิติเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของแต่ละขั้นตอนวิธีดังกล่าว แสดงให้เห็นว่า ผลลัพธ์จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยขั้นตอนวิธี VMSV ที่เสนอมีความถูกต้องและความแม่นยำมากที่สุด ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั้นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับขั้นความเสรีของโครงสร้างขั้นตอนวิธีที่เสนอให้การกระจายตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลลดลง ขณะเดียวกันขั้นตอนวิธีที่เสนอให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีกว่าวิธีอื่นแม้ว่าจะใช้จำนวนโหมดและค่าขอบเขตบนของค่าสถิติพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบจากขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความถูกต้องและความแม่นยำที่สุดเมื่อตัวถูกปรับลดค่า



รูปที่ 4.38 กราฟเปรียบเทียบสมการเป้าหมายกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)



รูปที่ 4.39 กราฟเปรียบเทียบนอร์มของเวกเตอร์ทิศทางกับจำนวนรอบที่ใช้ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้นเมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก)

ตารางที่ 4.6 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 0% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	a_1	a_2	a_3	$\frac{a_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{a_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{a_3}{\hat{a}_3}$
OEE	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
VRFS	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
GMS	123456789	0%	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	0%	2.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

ตารางที่ 4.7 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 10% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	a_1	a_2	a_3	$\frac{a_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{a_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{a_3}{\hat{a}_3}$
OEE	123456789	10%	3.3548	1.7675	1.1224	1.6774	1.7675	1.1224
VRFS	123456789	10%	1.9802	1.2249	0.8704	0.9901	1.2249	0.8704
GMS	123456789	10%	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	10%	2.0966	1.2835	0.9024	1.0483	1.2835	0.9024

ตารางที่ 4.8 ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบและอัตราส่วนของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น เมื่อข้อมูลมีระดับความคลาดเคลื่อน 2% จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	a_1	a_2	a_3	$\frac{a_1}{\hat{a}_1}$	$\frac{a_2}{\hat{a}_2}$	$\frac{a_3}{\hat{a}_3}$
VMSV	123456789	2%	1.9527	1.0471	0.9847	0.9764	1.0471	0.9847

สัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเท่ากับ 0.9 และเมื่อกำหนดให้ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์

ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างและจำนวนตำแหน่งที่ทำการวัดรูปแบบการสั่นไหวลดลงพบว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลง แต่ยังไม่ให้ผลดีกว่าวิธีอื่น นอกจากนี้ความถูกต้องและความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธีที่เสนอไม่ขึ้นอยู่กับกำหนดค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้าง และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเท่ากับ 0.9 ยังคงเป็นค่าที่ดีที่สุดสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้าง

บทที่ 5

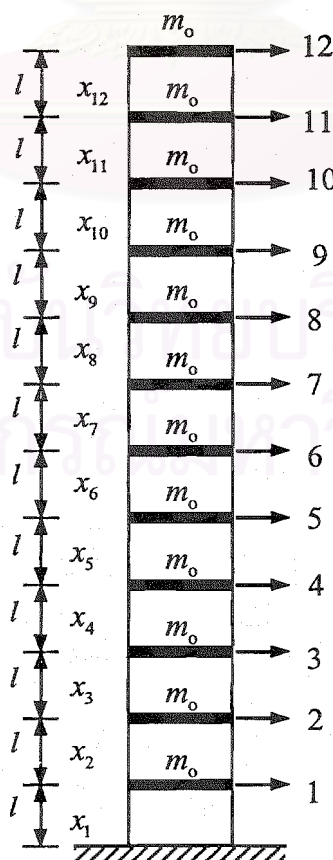
กรณีศึกษาแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น

5.1 ความนำ

กรณีศึกษาในบทนี้เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 4 วิธี โดยใช้แบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้นที่มี 12 พารามิเตอร์ วัตถุประสงค์หลักของกรณีศึกษานี้เพื่อเป็นการตรวจสอบขั้นตอนวิธี VMSV ว่าอยู่ในเกณฑ์ที่น่าเชื่อถือได้เมื่อเพิ่มจำนวนชั้นและจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนเปรียบเทียบกับผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธี OEE GMS และ VRFS ที่ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลต่างๆ

5.2 ข้อมูลเบื้องต้นของแบบจำลองโครงสร้าง

โครงสร้างที่ใช้เป็นกรณีศึกษาในบทนี้เป็นโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น 12 พารามิเตอร์ที่มีฐานรองรับแบบยึดแน่นดังแสดงในรูปที่ 5.1 ค่ามวลที่แต่ละชั้นของโครงสร้างแทนด้วย m_o แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างประกอบด้วยระดับชั้นความเสรีทั้งหมด 12 ตำแหน่งซึ่งใช้อธิบายการเคลื่อนที่ในแนวราบของโครงสร้างที่แต่ละชั้นดังแสดงด้วยลูกศร และค่าสตีเฟนพารามิเตอร์ x_o ถูกกำหนดโดยอัตราส่วน $x_o/m_o = 1.0 / \text{sec}^2$ เหมือนกรณีศึกษาในบทที่ 4 แตกต่างกันตรงที่แต่ละชั้นของ



รูปที่ 5.1 แบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น

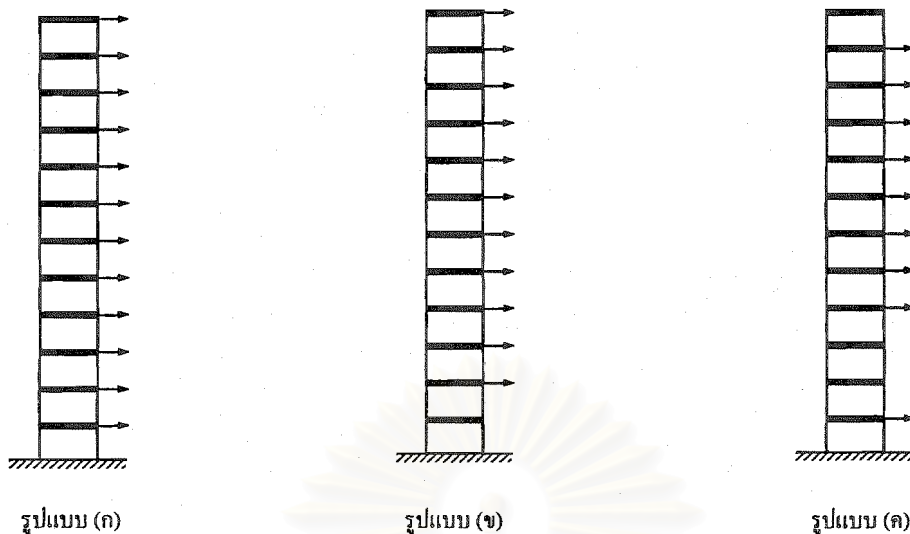
แบบจำลองโครงสร้างที่ใช้เป็นกรณีศึกษาในบทนี้มีค่าสตีเฟนสพารามิเตอร์ x ประจำแต่ละชั้น โดยที่ $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\}^T$ กรณีศึกษาในบทนี้ได้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้างคือ $\hat{x} = \{12x_0, 11x_0, 10x_0, 9x_0, 8x_0, 7x_0, 6x_0, 5x_0, 4x_0, 3x_0, 2x_0, x_0\}^T$ หรือ $\hat{d} = \{12.0, 11.0, 10.0, 9.0, 8.0, 7.0, 6.0, 5.0, 4.0, 3.0, 2.0, 1.0\}^T$

ผลจากการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างแสดงดังตารางที่ 5.1 โดยที่รูปแบบการสั่นไหวของแต่ละโหมด ϕ_i ถูกปรับขนาดเทียบกับมวลของโครงสร้างด้วยความสัมพันธ์ $\phi_i^T M \phi_i = 1$ รูปแบบการสั่นไหวจากตารางที่ 5.1 ใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน

การศึกษานี้เป็นการศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 15 ระดับคือ 0% 2.5% 5% 7.5% 10% 12.5% 15% 17.5% 20% 22.5% 25% 27.5% 30% 32.5% และ 35% ที่มีต่อวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS เมื่อใช้รูปแบบระดับขั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) ดังรูปที่ 5.2 สำหรับข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) และ (ค) จะศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล 9 ระดับคือ 0% 2.5% 5% 7.5% 10% 12.5% 15% 17.5% และ 20% โดยที่แต่ละรูปแบบทำการวัดข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวครบทั้ง 12 โหมด ค่าขอบเขตบนของค่าสตีเฟนสพารามิเตอร์ เท่ากับ $50\hat{x}$ และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชัน γ มีค่าเท่ากับ 0.9 สำหรับวิธี VMSV และ VRFS นอกจากนี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ทราบค่าก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับวิธี VMSV GMS และ VRFS คือ $x_0 = \{0, 0, 0\}^T$

ตารางที่ 5.1 ความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวที่วิเคราะห์ได้จากแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น

โหมดที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	.34018	.78215	1.22988	1.68337	2.14458	2.61621	3.10183	3.60639	4.13725	4.70649	5.33741	6.09090
รูปแบบการสั่นไหว												
ชั้นที่ 1	.00818	-.01882	.02959	.04050	-.05159	-.06294	-.07462	-.08676	-.09953	-.11322	.12840	-.14652
ชั้นที่ 2	.01702	-.03830	.05779	.07424	-.08630	-.09243	-.09075	-.07882	-.05323	-.00874	-.06406	.18781
ชั้นที่ 3	.02655	-.05738	.08008	.09032	-.08479	-.06161	-.02119	.03242	.08881	.12555	-.09327	-.14117
ชั้นที่ 4	.03680	-.07469	.09138	.07975	-.03978	.01949	.07876	.10917	.07773	-.03425	.16950	.07523
ชั้นที่ 5	.04779	-.08844	.08682	.03961	.03372	.09405	.09648	.01803	-.10105	-.11919	-.13848	-.03019
ชั้นที่ 6	.05957	-.09644	.06285	-.02230	.09557	.08731	-.01588	-.11963	-.05827	.16090	.07311	.00932
ชั้นที่ 7	.07216	-.09593	.01903	-.08400	.09447	-.02016	-.12150	-.02091	.15787	-.10635	-.02715	-.00222
ชั้นที่ 8	.08559	-.08358	-.03930	-.11043	.00625	-.12152	-.01445	.15195	-.12321	.04411	.00725	.00040
ชั้นที่ 9	.09991	-.05537	-.09736	-.06523	-.11121	-.04029	.15412	-.12604	.05267	-.01207	-.00137	-.00005
ชั้นที่ 10	.11515	-.00646	-.12568	.05664	-.09733	.15994	-.11540	.04973	-.01336	.00214	.00018	.00001
ชั้นที่ 11	.13134	.06888	-.07311	.15920	.14731	-.08708	.03548	-.01002	.00190	-.00022	-.00001	.00000
ชั้นที่ 12	.14853	.17743	.14262	-.08682	-.04093	.01490	-.00412	.00083	-.00012	.00001	.00000	.00000



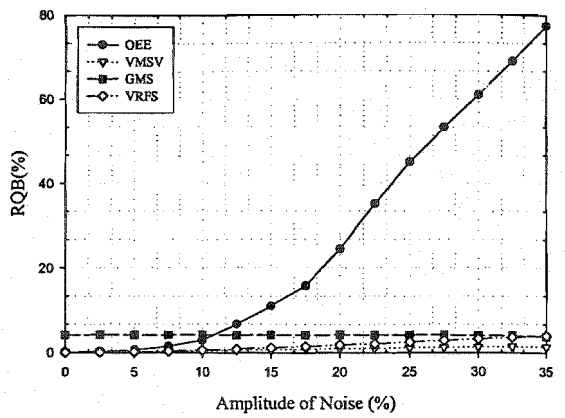
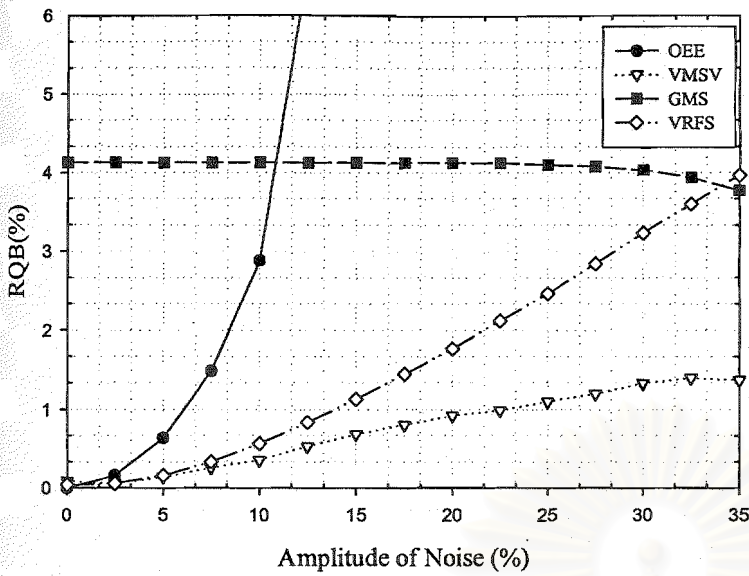
รูปที่ 5.2 รูปแบบระดับชั้นความเร็วของแบบจำลองโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล

ในการศึกษาผลของระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้ง 9 ระดับ ได้ทำการจำลองข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่มีความคลาดเคลื่อนทั้งหมด 30 ชุดสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูล และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม 100 ค่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ x สำหรับข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างที่มีความคลาดเคลื่อนแต่ละชุด ดังนั้นจึงต้องทำการแก้ปัญหาค่าน้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย (3.2.2) ทั้งหมด 3000 ครั้งสำหรับแต่ละระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่พิจารณา

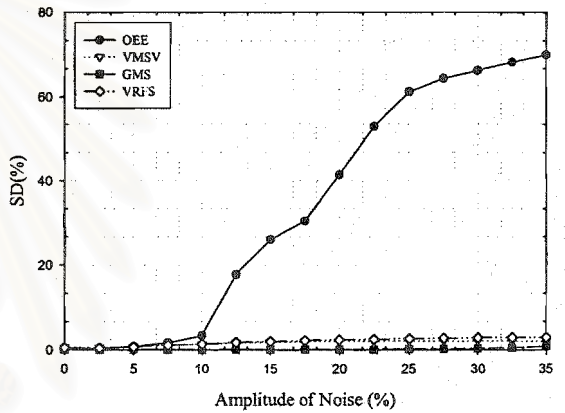
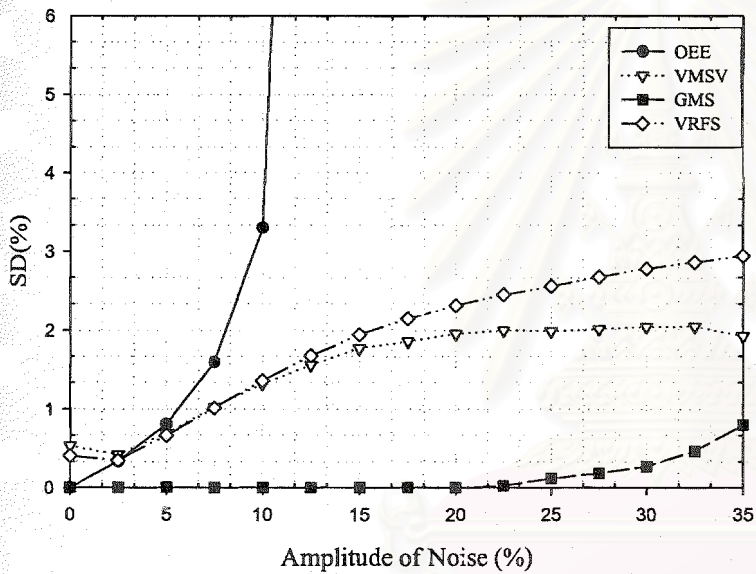
5.3 ผลการศึกษา

ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงในรูปของค่าดัชนีทางสถิติซึ่งถูกนิยามไว้ในบทที่ 4 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละขั้นตอนวิธี โดยการแสดงผลการศึกษาเริ่มด้วยรูปแบบระดับชั้นความเร็วที่ทำการวัดข้อมูลรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) ตามลำดับ

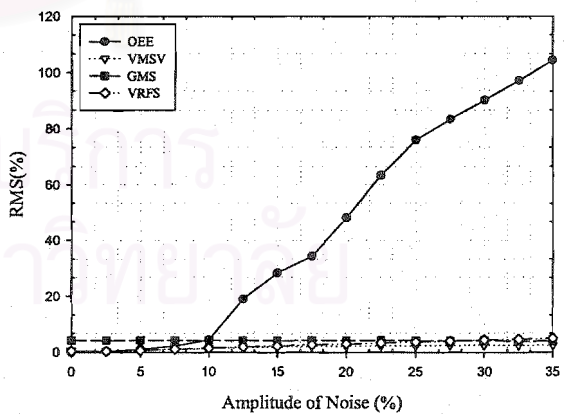
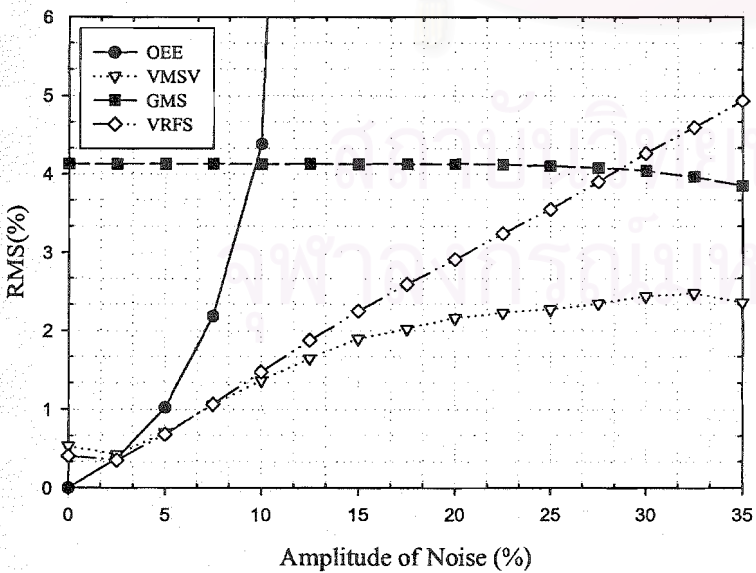
ในกรณีที่รูปแบบการสั่นไหวทำการวัดครบทุกระดับชั้นความเร็วของโครงสร้างผลการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงในรูปของค่าดัชนี RQB SD และ RMS ดังแสดงในรูปที่ 5.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของทุกวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ยกเว้นวิธี GMS ที่มีค่าดัชนี RQB SD และ RMS ค่อนข้างคงที่ทุกระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลที่ทำการศึกษา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลไม่มีผลกระทบต่อวิธี GMS อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาจากรูปที่ 5.3 จะเห็นได้ว่าวิธี VMSV และ VRFS เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและความแม่นยำกว่าวิธีอื่น ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมากกว่า 7.5% วิธี VMSV แสดงประสิทธิภาพดีที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์



(a)

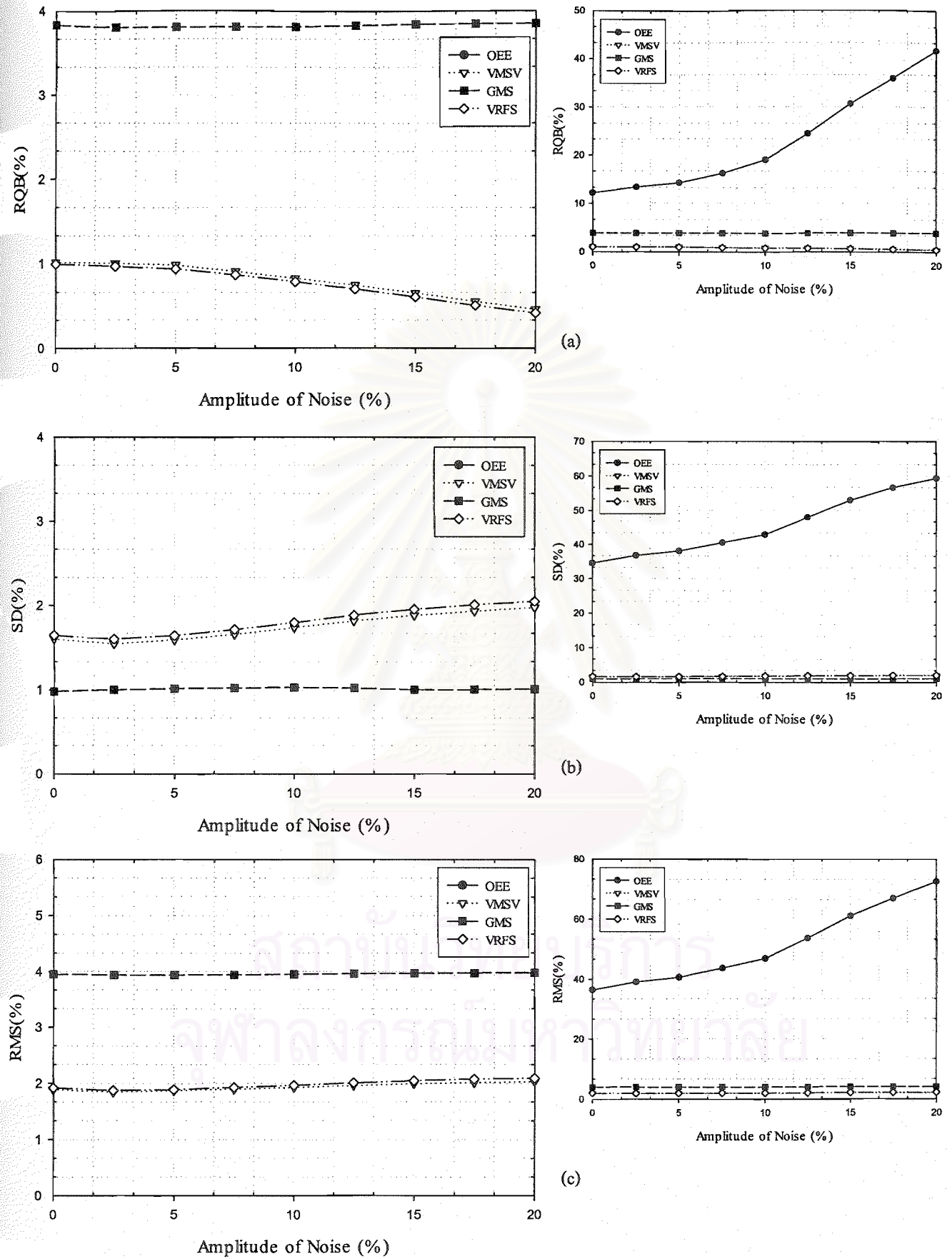


(b)

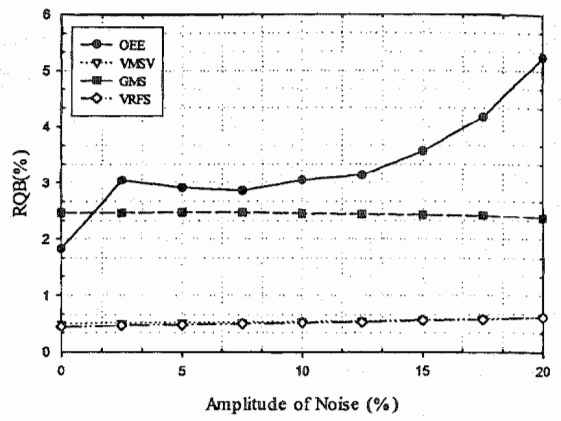
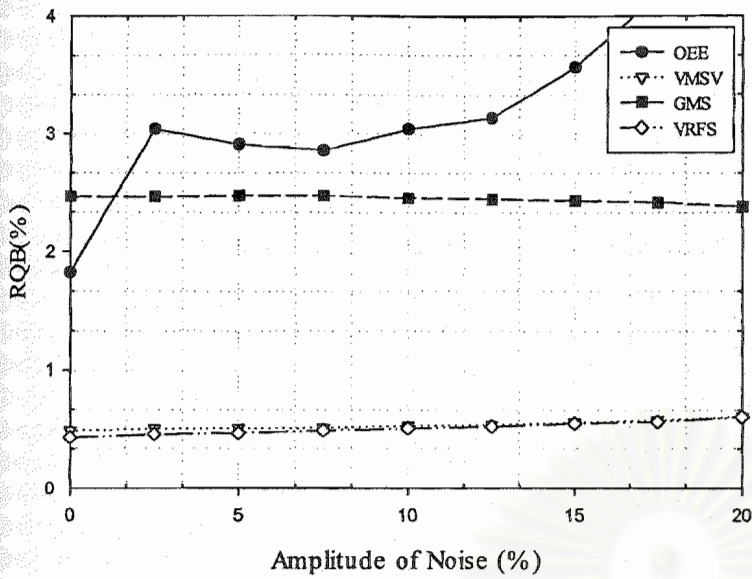


(c)

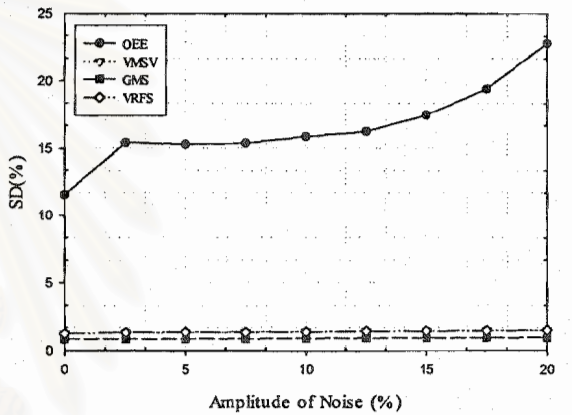
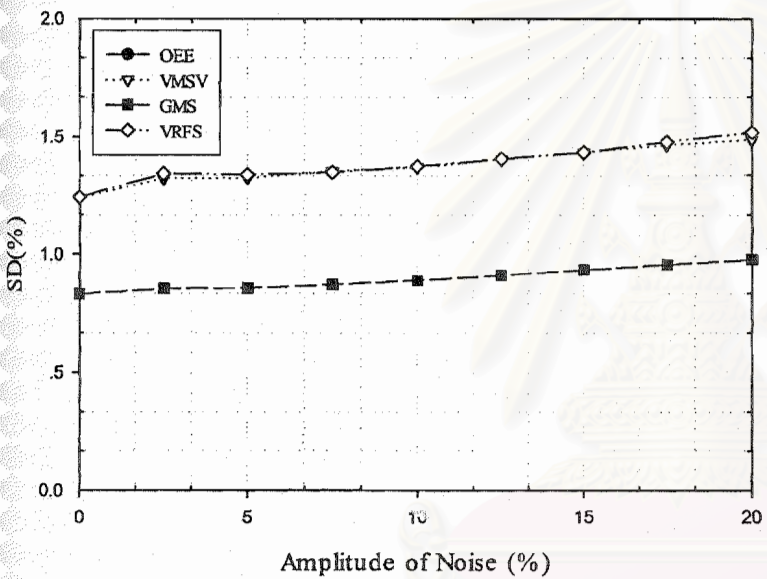
รูปที่ 5.3 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น กับระดับความคลาดเคลื่อนของ ข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



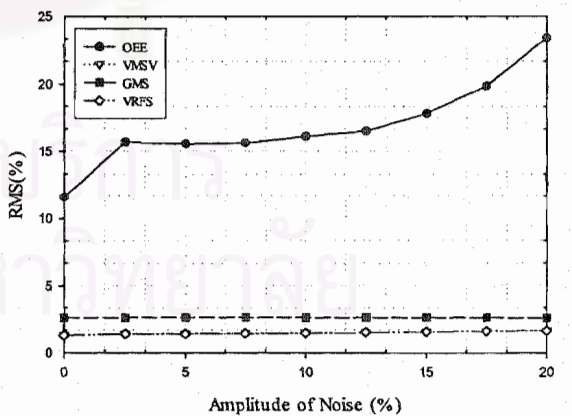
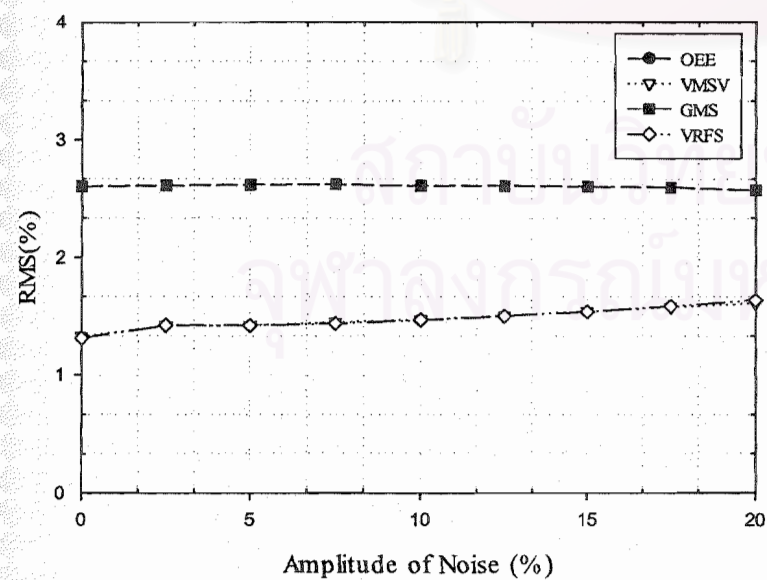
รูปที่ 5.4 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ข) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS



(a)



(b)



(c)

รูปที่ 5.5 กราฟเปรียบเทียบค่าดัชนีทางสถิติของแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น กับระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากการใช้รูปแบบการสั่นไหวแบบ (ก) ด้วยวิธี OEE VMSV GMS และ VRFS (a) RQB (b) SD และ (c) RMS

รูปที่ 5.4 แสดงค่าดัชนี RQB SD และ RMS สำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข) จากรูปที่ 5.4 จะเห็นได้ว่าวิธี VMSV GMS และ VRFS ให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ก่อนข้างคองที่และน้อยกว่าวิธี OEE ขณะเดียวกันค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น จากการสังเกตพบว่าเมื่อข้อมูลปราศจากความคลาดเคลื่อนทุกวิธีให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ไม่เท่ากับศูนย์ และวิธี OEE มีความถูกต้องและความแม่นยำน้อยที่สุด นอกจากนี้วิธี VMSV และ VRFS เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและความแม่นยำมากกว่าวิธี GMS และ OEE โดยวิธี VMSV มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี VRFS เล็กน้อย

ค่าดัชนีทางสถิติสำหรับกรณีที่ใช้ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค) แสดงดังรูปที่ 5.4 ซึ่งจะเห็นว่าทุกวิธีให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ก่อนข้างคองที่ ยกเว้นค่าดัชนี RQB SD และ RMS ของวิธี OEE ที่ก่อนข้างคองที่ในช่วงที่มีระดับความคลาดเคลื่อน 2.5%-12.5% หลังจากนั้นค่าดัชนีต่างๆก็มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอีกจนถึงระดับความคลาดเคลื่อน 20% จากการสังเกตยังพบว่าทุกวิธีให้ค่าดัชนี RQB SD และ RMS ไม่เท่ากับศูนย์แม้ว่าข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวจะปราศจากความคลาดเคลื่อน นอกจากนี้วิธี VMSV และ VRFS มีความถูกต้องและความแม่นยำมากที่สุด โดยทั้งสองวิธีมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันมาก

สำหรับผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก) (ข) และ (ค) แสดงดังตารางที่ 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ

5.4 บทสรุป

ผลจากการศึกษาและการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นตามขั้นตอนวิธีที่เสนอกับวิธี OEE GMS และ VRFS เมื่อแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนมีจำนวนชั้นและจำนวนพารามิเตอร์เพิ่มขึ้นจากแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนในบทที่ 4 ที่มีขนาด 9 ชั้น และ 3 พารามิเตอร์เป็น 12 ชั้น และ 12 พารามิเตอร์ ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่า ผลลัพธ์จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความถูกต้องและความแม่นยำมากที่สุดแม้ว่าจำนวนชั้นและจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลองโครงสร้างจะเพิ่มขึ้น ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างขั้นตอนวิธีที่เสนอให้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่มีความไหวตัวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลลดลงสำหรับในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างและจำนวนตำแหน่งที่ทำการวัดรูปแบบการสั่นไหวลดลงจะเห็นได้ชัดเจนว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลงแต่ยังให้ผลดีกว่าวิธีอื่น ดังนั้นความถูกต้องและความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธีที่เสนออยู่ในเกณฑ์ที่เชื่อถือได้แม้ว่าจำนวนชั้นและจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลองโครงสร้างเพิ่มขึ้นก็ตาม

ตารางที่ 5.2 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	\bar{a}_4	\bar{a}_5	\bar{a}_6	\bar{a}_7	\bar{a}_8	\bar{a}_9	\bar{a}_{10}	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{12}
OEE	123456789	0%	12.0000	11.0000	10.0000	9.0000	8.0000	7.0000	6.0000	5.0000	4.0000	3.0000	2.0000	1.0000
VRFS	123456789	0%	11.8810	10.8910	9.9008	8.9107	7.9207	6.9306	5.9406	4.9505	3.9605	2.9704	1.9803	0.9902
GMS	123456789	0%	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	0%	11.7300	10.7590	9.7788	8.8119	7.8352	6.8576	5.8822	4.8907	3.9268	2.9474	1.9669	0.9844
OEE	123456789	5%	13.6950	13.1180	11.7490	10.1630	9.4328	7.6158	6.8649	5.5785	4.1862	3.0266	2.1411	0.9947
VRFS	123456789	5%	11.9230	11.4790	10.3950	9.0777	8.5483	7.0062	6.4214	5.2934	4.0262	2.9435	2.1103	0.9838
GMS	123456789	5%	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	5%	11.8220	11.3940	10.3200	9.0074	8.4857	6.9605	6.3709	5.2571	4.0037	2.9299	2.1029	0.9819
OEE	123456789	10%	21.1430	19.9570	17.5620	14.3900	14.4540	10.1350	9.0688	7.2929	4.7046	3.2439	2.3721	1.0098
VRFS	123456789	10%	12.5540	12.7310	11.5080	9.7782	9.8348	7.3351	7.1796	6.0112	4.1858	3.0042	2.3082	0.9773
GMS	123456789	10%	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	10%	11.8330	12.0100	10.8880	9.2445	9.2870	6.9784	6.8382	5.7389	4.0410	2.9196	2.2610	0.9651
OEE	123456789	20%	77.1130	84.4790	73.1370	53.6910	84.4140	26.9690	25.5630	28.6310	6.3427	4.0285	3.0296	1.0676
VRFS	123456789	20%	15.5740	16.6500	14.7420	12.2880	12.5960	8.7975	9.0562	7.2883	4.8876	3.3813	2.8490	0.9880
GMS	123456789	20%	0.0030	0.0024	0.0021	0.0025	0.0024	0.0017	0.0019	0.0016	0.0010	0.0009	0.0008	0.0004
VMSV	123456789	20%	13.1950	14.0650	12.6230	10.3840	10.6410	7.6462	7.8482	6.2446	4.3667	3.0412	2.6334	0.9452

ตารางที่ 5.2 (ต่อ) ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	\bar{a}_4	\bar{a}_5	\bar{a}_6	\bar{a}_7	\bar{a}_8	\bar{a}_9	\bar{a}_{10}	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{12}
OEE	123456789	25%	143.0100	159.4700	144.4200	160.6000	101.0000	33.1000	43.9400	38.3800	7.5957	4.5855	3.4810	1.1037
VRFS	123456789	25%	17.5190	18.6910	16.7430	13.7240	14.0350	10.0460	10.0720	7.8532	5.3913	3.6631	3.0979	1.0070
GMS	123456789	25%	0.0854	0.0622	0.0471	0.0700	0.0696	0.0451	0.0526	0.0443	0.0239	0.0202	0.0192	0.0075
VMSV	123456789	25%	13.6600	14.6460	13.2590	10.6540	10.9610	8.0718	8.1010	6.2555	4.4840	3.0538	2.7111	0.9350
OEE	123456789	30%	184.2100	234.6800	172.6600	140.3600	119.2300	42.9560	65.0760	44.7910	9.2675	5.2544	3.9789	1.1428
VRFS	123456789	30%	19.7130	20.7450	18.9310	15.4020	15.5590	11.5030	11.1280	8.5497	5.9597	4.0114	3.3221	1.0362
GMS	123456789	30%	0.2563	0.2339	0.2016	0.2322	0.2155	0.1673	0.1578	0.1352	0.0833	0.0670	0.0562	0.0246
VMSV	123456789	30%	14.3790	15.1950	14.1280	11.1480	11.3760	8.6607	8.3574	6.3935	4.6212	3.2043	2.7829	0.9338
OEE	123456789	35%	230.8300	291.9700	217.2700	181.9600	143.5600	58.5220	80.7430	54.2930	11.4090	6.0653	4.4054	1.1832
VRFS	123456789	35%	21.8410	22.6060	20.9690	17.0350	16.9760	12.9850	12.1350	9.2358	6.5679	4.4126	3.5244	1.0732
GMS	123456789	35%	0.9269	0.9371	0.8309	0.8940	0.7693	0.6207	0.5685	0.4587	0.3301	0.2478	0.1816	0.0811
VMSV	123456789	35%	14.6830	15.1530	14.2820	11.2360	11.3580	8.9327	8.4337	6.2685	4.7011	3.2817	2.7425	0.9258

ตารางที่ 5.3 อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1 \hat{a}_1	\bar{a}_2 \hat{a}_2	\bar{a}_3 \hat{a}_3	\bar{a}_4 \hat{a}_4	\bar{a}_5 \hat{a}_5	\bar{a}_6 \hat{a}_6	\bar{a}_7 \hat{a}_7	\bar{a}_8 \hat{a}_8	\bar{a}_9 \hat{a}_9	\bar{a}_{10} \hat{a}_{10}	\bar{a}_{11} \hat{a}_{11}	\bar{a}_{12} \hat{a}_{12}
OEE	123456789	0%	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
VRFS	123456789	0%	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9901	0.9902	0.9902
GMS	123456789	0%	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	0%	0.9775	0.9781	0.9779	0.9791	0.9794	0.9797	0.9804	0.9781	0.9817	0.9825	0.9835	0.9844
OEE	123456789	5%	1.1413	1.1925	1.1749	1.1292	1.1791	1.0880	1.1442	1.1157	1.0466	1.0089	1.0706	0.9947
VRFS	123456789	5%	0.9936	1.0435	1.0395	1.0086	1.0685	1.0009	1.0702	1.0587	1.0066	0.9812	1.0552	0.9838
GMS	123456789	5%	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	5%	0.9852	1.0358	1.0320	1.0008	1.0607	0.9944	1.0618	1.0514	1.0009	0.9766	1.0515	0.9819
OEE	123456789	10%	1.7619	1.8143	1.7562	1.5989	1.8068	1.4479	1.5115	1.4586	1.1762	1.0813	1.1861	1.0098
VRFS	123456789	10%	1.0462	1.1574	1.1508	1.0865	1.2294	1.0479	1.1966	1.2022	1.0465	1.0014	1.1541	0.9773
GMS	123456789	10%	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
VMSV	123456789	10%	0.9861	1.0918	1.0888	1.0272	1.1609	0.9969	1.1397	1.1478	1.0103	0.9732	1.1305	0.9651
OEE	123456789	20%	6.4261	7.6799	7.3137	5.9657	10.5518	3.8527	4.2605	5.7262	1.5857	1.3428	1.5148	1.0676
VRFS	123456789	20%	1.2978	1.5136	1.4742	1.3653	1.5745	1.2568	1.5094	1.4577	1.2219	1.1271	1.4245	0.9880
GMS	123456789	20%	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004
VMSV	123456789	20%	1.0996	1.2786	1.2623	1.1538	1.3301	1.0923	1.3080	1.2489	1.0917	1.0137	1.3167	0.9452

ตารางที่ 5.3 (ต่อ) อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าคอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ก)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1 \hat{a}_1	\bar{a}_2 \hat{a}_2	\bar{a}_3 \hat{a}_3	\bar{a}_4 \hat{a}_4	\bar{a}_5 \hat{a}_5	\bar{a}_6 \hat{a}_6	\bar{a}_7 \hat{a}_7	\bar{a}_8 \hat{a}_8	\bar{a}_9 \hat{a}_9	\bar{a}_{10} \hat{a}_{10}	\bar{a}_{11} \hat{a}_{11}	\bar{a}_{12} \hat{a}_{12}
OEE	123456789	25%	11.9175	14.4973	14.4420	11.1778	12.6250	4.7286	7.3233	7.6760	1.8989	1.5285	1.7405	1.1037
VRFS	123456789	25%	1.4599	1.6992	1.6743	1.5249	1.7544	1.4351	1.6787	1.5706	1.3478	1.2210	1.5490	1.0070
GMS	123456789	25%	0.0071	0.0057	0.0047	0.0078	0.0087	0.0064	0.0088	0.0089	0.0060	0.0067	0.0096	0.0075
VMSV	123456789	25%	1.1383	1.3315	1.3259	1.1838	1.3701	1.1531	1.3502	1.2511	1.1210	1.0329	1.3556	0.9350
OEE	123456789	30%	15.3508	21.3345	17.2660	15.5956	14.9038	6.1366	10.8460	8.9582	2.3169	1.7515	1.9895	1.1428
VRFS	123456789	30%	1.6428	1.8859	1.8931	1.7113	1.9449	1.6433	1.8547	1.7099	1.4899	1.3371	1.6611	1.0362
GMS	123456789	30%	0.0214	0.0213	0.0202	0.0258	0.0269	0.0239	0.0263	0.0270	0.0208	0.0223	0.0281	0.0246
VMSV	123456789	30%	1.1983	1.3814	1.4128	1.2387	1.4220	1.2372	1.3929	1.2787	1.1553	1.0681	1.3915	0.9338
OEE	123456789	35%	19.2358	26.5427	21.7270	20.2178	17.9450	8.3603	13.4572	10.8586	2.8523	2.0218	2.2027	1.1832
VRFS	123456789	35%	1.8201	2.0551	2.0969	1.8928	2.1220	1.8550	2.0225	1.8472	1.6420	1.4709	1.7622	1.0732
GMS	123456789	35%	0.0772	0.0852	0.0831	0.0993	0.0962	0.0887	0.0947	0.0917	0.0825	0.0826	0.0908	0.0811
VMSV	123456789	35%	1.2236	1.3775	1.4282	1.2484	1.4198	1.2761	1.4056	1.2537	1.1753	1.0939	1.3713	0.9258

ตารางที่ 5.4 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าคอบของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	\bar{a}_4	\bar{a}_5	\bar{a}_6	\bar{a}_7	\bar{a}_8	\bar{a}_9	\bar{a}_{10}	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{12}
OEE	-23456789	0%	11.9870	13.3770	62.4340	37.0990	36.1960	30.8870	30.7430	13.1780	10.2790	7.5515	4.2548	2.0395
VRFS	-23456789	0%	11.9130	7.9950	8.2754	7.1035	4.8320	4.4895	4.5012	3.6090	3.0100	2.2403	1.6342	0.8285
GMS	-23456789	0%	4.1710	0.0934	0.0657	0.0550	0.0487	0.0442	0.0401	0.0362	0.0321	0.0275	0.0220	0.0146
VMSV	-23456789	0%	11.8940	7.9869	8.1308	6.9738	4.8453	4.4586	4.4601	3.5499	3.0031	2.2347	1.6290	0.8319
OEE	-23456789	5%	11.9010	14.0370	60.0020	60.7200	42.8180	35.2580	26.2710	11.5470	8.9063	6.7834	5.5971	2.9841
VRFS	-23456789	5%	11.7040	8.1315	8.2172	7.2322	5.0123	4.6333	4.6492	3.9344	3.0163	2.3182	1.6602	0.8467
GMS	-23456789	5%	4.7644	0.0808	0.0567	0.0483	0.0431	0.0390	0.0351	0.0329	0.0268	0.0238	0.0189	0.0124
VMSV	-23456789	5%	11.7010	8.0326	7.9921	7.0462	4.9686	4.5713	4.5472	3.8359	2.9790	2.2950	1.6502	0.8472
OEE	-23456789	10%	11.9440	14.8580	74.4320	85.4220	45.4940	42.5590	35.9580	13.9490	10.8840	7.1462	6.6002	2.8436
VRFS	-23456789	10%	11.7790	8.3232	8.3978	7.6938	5.4593	5.0945	5.0201	4.4011	3.1833	2.4498	1.7577	0.8564
GMS	-23456789	10%	4.4886	0.0958	0.0688	0.0620	0.0549	0.0493	0.0435	0.0422	0.0315	0.0286	0.0226	0.0144
VMSV	-23456789	10%	11.7780	8.2245	8.2038	7.5360	5.4282	5.0406	4.9249	4.3178	3.1405	2.4291	1.7468	0.8577
OEE	-23456789	20%	11.9970	18.2360	140.2500	190.2600	73.1340	71.9450	78.0300	53.2790	26.3350	11.0390	7.7512	2.8509
VRFS	-23456789	20%	11.9440	9.1125	9.2701	8.9791	6.6615	6.3231	5.9296	5.3762	3.5804	2.7284	2.0519	0.8976
GMS	-23456789	20%	3.6823	0.1232	0.0947	0.0940	0.0783	0.0729	0.0615	0.0601	0.0397	0.0360	0.0290	0.0169
VMSV	-23456789	20%	11.9200	8.9748	9.0422	8.7745	6.5604	6.2319	5.8131	5.2724	3.4901	2.6930	2.0229	0.8959

ตารางที่ 5.5 อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าคอบต่อค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ข)

ขั้นตอนวิธี	รูปแบบ	ความคลาดเคลื่อน	\bar{a}_1 \hat{a}_1	\bar{a}_2 \hat{a}_2	\bar{a}_3 \hat{a}_3	\bar{a}_4 \hat{a}_4	\bar{a}_5 \hat{a}_5	\bar{a}_6 \hat{a}_6	\bar{a}_7 \hat{a}_7	\bar{a}_8 \hat{a}_8	\bar{a}_9 \hat{a}_9	\bar{a}_{10} \hat{a}_{10}	\bar{a}_{11} \hat{a}_{11}	\bar{a}_{12} \hat{a}_{12}
OEE	-23456789	0%	0.9989	1.2161	6.2434	4.1221	4.5245	4.4124	5.1238	2.6356	2.5698	2.5172	2.1274	2.0395
VRFS	-23456789	0%	0.9928	0.7268	0.8275	0.7893	0.6040	0.6414	0.7502	0.7218	0.7525	0.7468	0.8171	0.8285
GMS	-23456789	0%	0.3476	0.0085	0.0066	0.0061	0.0061	0.0063	0.0067	0.0072	0.0080	0.0092	0.0110	0.0146
VMSV	-23456789	0%	0.9912	0.7261	0.8131	0.7749	0.6057	0.6369	0.7434	0.7100	0.7508	0.7449	0.8145	0.8319
OEE	-23456789	5%	0.9918	1.2761	6.0002	6.7467	5.3523	5.0369	4.3785	2.3094	2.2266	2.2611	2.7986	2.9841
VRFS	-23456789	5%	0.9753	0.7392	0.8217	0.8036	0.6265	0.6619	0.7749	0.7869	0.7541	0.7727	0.8301	0.8467
GMS	-23456789	5%	0.3970	0.0073	0.0057	0.0054	0.0054	0.0056	0.0058	0.0066	0.0067	0.0079	0.0095	0.0124
VMSV	-23456789	5%	0.9751	0.7302	0.7992	0.7829	0.6211	0.6530	0.7579	0.7672	0.7448	0.7650	0.8251	0.8472
OEE	-23456789	10%	0.9953	1.3507	7.4432	9.4913	5.6868	6.0799	5.9930	2.7898	2.7210	2.3821	3.3001	2.8436
VRFS	-23456789	10%	0.9816	0.7567	0.8398	0.8549	0.6824	0.7278	0.8367	0.8802	0.7958	0.8166	0.8789	0.8564
GMS	-23456789	10%	0.3741	0.0087	0.0069	0.0069	0.0069	0.0070	0.0072	0.0084	0.0079	0.0095	0.0113	0.0144
VMSV	-23456789	10%	0.9815	0.7477	0.8204	0.8373	0.6785	0.7201	0.8208	0.8636	0.7851	0.8097	0.8734	0.8577
OEE	-23456789	20%	0.9998	1.6578	14.0250	21.1400	9.1418	10.2779	13.0050	10.6558	6.5838	3.6797	3.8756	2.8509
VRFS	-23456789	20%	0.9953	0.8284	0.9270	0.9977	0.8327	0.9033	0.9883	1.0752	0.8951	0.9095	1.0260	0.8976
GMS	-23456789	20%	0.3069	0.0112	0.0095	0.0104	0.0098	0.0104	0.0102	0.0120	0.0099	0.0120	0.0145	0.0169
VMSV	-23456789	20%	0.9933	0.8159	0.9042	0.9749	0.8201	0.8903	0.9689	1.0545	0.8725	0.8977	1.0115	0.8959

ตารางที่ 5.6 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของแบบจำลอง โครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค)

ชั้นตอน วิธี	รูปแบบ	ความคลาด เคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	\bar{a}_4	\bar{a}_5	\bar{a}_6	\bar{a}_7	\bar{a}_8	\bar{a}_9	\bar{a}_{10}	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{12}
OEE	1--45678-	0%	19.0580	9.7896	18.5090	9.8409	9.1674	7.6554	6.3688	5.4084	4.7269	3.3464	2.0712	0.9586
VRFS	1--45678-	0%	11.7920	8.5701	9.1116	8.9596	7.7843	6.5201	5.6581	4.9354	4.0221	3.2119	2.1595	0.9963
GMS	1--45678-	0%	4.7396	4.4095	6.1373	3.1856	2.3947	2.0955	2.0356	1.9272	1.8413	1.6798	1.3641	0.8958
VMSV	1--45678-	0%	10.9820	8.5427	9.1995	8.6222	7.4123	6.2441	5.4494	4.7111	3.8688	3.1037	2.1202	0.9958
OEE	1--45678-	5%	18.0300	9.2870	26.4630	10.0560	9.8307	8.5323	7.4123	6.1470	5.5283	3.5430	2.1935	0.9705
VRFS	1--45678-	5%	12.0160	8.1261	9.6711	9.1538	7.9364	6.7172	5.8019	5.0725	4.0361	3.1689	2.1280	1.0201
GMS	1--45678-	5%	4.6244	4.2979	6.8267	3.0996	2.3139	2.0566	1.9940	1.8898	1.8096	1.6722	1.3902	0.9543
VMSV	1--45678-	5%	11.4190	8.0039	9.7156	8.9355	7.7032	6.4509	5.6423	4.8782	3.8963	3.0717	2.0995	1.0229
OEE	1--45678-	10%	18.3790	8.9269	26.5570	10.5680	11.5160	9.2837	8.6550	6.9136	5.7213	3.5884	2.2159	0.9804
VRFS	1--45678-	10%	11.9050	7.9108	9.6312	9.3767	8.1635	7.0159	6.1066	5.1976	4.0579	3.1694	2.1459	1.0509
GMS	1--45678-	10%	4.6853	4.3717	7.0689	3.0887	2.3186	2.0851	2.0006	1.8906	1.8002	1.6756	1.4193	1.0115
VMSV	1--45678-	10%	11.1430	7.8545	9.8065	9.0586	7.9344	6.6711	5.8581	4.9763	3.8910	3.0759	2.1370	1.0542
OEE	1--45678-	20%	24.1530	8.5671	27.5660	13.2170	23.1000	15.3080	20.8750	11.2180	7.1330	3.8269	2.3009	0.9886
VRFS	1--45678-	20%	11.2300	7.8135	9.8107	9.9519	8.8927	7.7749	6.8179	5.4819	4.0873	3.1789	2.2806	1.1943
GMS	1--45678-	20%	4.7467	4.4449	7.5771	3.3101	2.5425	2.2915	2.1362	1.9671	1.8520	1.7896	1.5971	1.2496
VMSV	1--45678-	20%	10.3120	7.7234	10.1260	9.3455	8.4224	7.2162	6.2657	5.1126	3.8353	3.1107	2.3126	1.2028

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.7 ค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบของแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนขนาด 12 ชั้น จากการใช้รูปแบบการสั่นไหวรูปแบบ (ค)

ชั้นตอน วิธี	รูปแบบ	ความคลาด เคลื่อน	\bar{a}_1	\bar{a}_2	\bar{a}_3	\bar{a}_4	\bar{a}_5	\bar{a}_6	\bar{a}_7	\bar{a}_8	\bar{a}_9	\bar{a}_{10}	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{12}
			\hat{a}_1	\hat{a}_2	\hat{a}_3	\hat{a}_4	\hat{a}_5	\hat{a}_6	\hat{a}_7	\hat{a}_8	\hat{a}_9	\hat{a}_{10}	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{12}
OEE	1--45678-	0%	1.5882	0.8900	1.8509	1.0934	1.1459	1.0936	1.0615	1.0817	1.1817	1.1155	1.0356	0.9586
VRFS	1--45678-	0%	0.9827	0.7791	0.9112	0.9955	0.9730	0.9314	0.9430	0.9871	1.0055	1.0706	1.0798	0.9963
GMS	1--45678-	0%	0.3950	0.4009	0.6137	0.3540	0.2993	0.2994	0.3393	0.3854	0.4603	0.5599	0.6821	0.8958
VMSV	1--45678-	0%	0.9152	0.7766	0.9200	0.9580	0.9265	0.8920	0.9082	0.9422	0.9672	1.0346	1.0601	0.9958
OEE	1--45678-	5%	1.5025	0.8443	2.6463	1.1173	1.2288	1.2189	1.2354	1.2294	1.3821	1.1810	1.0968	0.9705
VRFS	1--45678-	5%	1.0013	0.7387	0.9671	1.0171	0.9921	0.9596	0.9670	1.0145	1.0090	1.0563	1.0640	1.0201
GMS	1--45678-	5%	0.3854	0.3907	0.6827	0.3444	0.2892	0.2938	0.3323	0.3780	0.4524	0.5574	0.6951	0.9543
VMSV	1--45678-	5%	0.9516	0.7276	0.9716	0.9928	0.9629	0.9216	0.9404	0.9756	0.9741	1.0239	1.0498	1.0229
OEE	1--45678-	10%	1.5316	0.8115	2.6557	1.1742	1.4395	1.3262	1.4425	1.3827	1.4303	1.1961	1.1080	0.9804
VRFS	1--45678-	10%	0.9921	0.7192	0.9631	1.0419	1.0204	1.0023	1.0178	1.0395	1.0145	1.0565	1.0730	1.0509
GMS	1--45678-	10%	0.3904	0.3974	0.7069	0.3432	0.2898	0.2979	0.3334	0.3781	0.4501	0.5585	0.7097	1.0115
VMSV	1--45678-	10%	0.9286	0.7140	0.9807	1.0065	0.9918	0.9530	0.9764	0.9953	0.9728	1.0253	1.0685	1.0542
OEE	1--45678-	20%	2.0128	0.7788	2.7566	1.4686	2.8875	2.1869	3.4792	2.2436	1.7833	1.2756	1.1505	0.9886
VRFS	1--45678-	20%	0.9358	0.7103	0.9811	1.1058	1.1116	1.1107	1.1363	1.0964	1.0218	1.0596	1.1403	1.1943
GMS	1--45678-	20%	0.3956	0.4041	0.7577	0.3678	0.3178	0.3274	0.3560	0.3934	0.4630	0.5965	0.7986	1.2496
VMSV	1--45678-	20%	0.8593	0.7021	1.0126	1.0384	1.0528	1.0309	1.0443	1.0225	0.9588	1.0369	1.1563	1.2028

บทที่ 6

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผล

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างสามารถใช้วิธีการกำหนดสมการเป้าหมายให้อยู่ในรูปของกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาดระหว่างข้อมูลผลตอบสนองของโครงสร้างจริงที่ได้จากการวัดและข้อมูลผลตอบสนองของโครงสร้างที่ได้จากการคำนวณด้วยแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้าง โดยข้อมูลผลตอบสนองของโครงสร้างที่นิยมใช้คือ ความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้าง การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างส่งผลให้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบขาดความเป็นเอกภาพซึ่งค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่ไม่มีเอกภาพนี้สามารถหาได้โดยวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นแบบสุ่ม นอกจากนี้ระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ได้จากการวัดยังส่งผลให้ค่าพารามิเตอร์ค่าตอบกระจายตัวออกจากค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของโครงสร้าง

เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดจากการที่ข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างและข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวมีความคลาดเคลื่อนงานวิจัยนี้จึงได้เพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมายเพื่อทำหน้าที่ปรับค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่กำลังหาอยู่ไม่ให้ลู่ออกจากค่าพารามิเตอร์ค่าตอบที่แท้จริง ส่งผลให้สามารถลดปัญหาความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบได้ นอกจากนี้การเลือกค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันอย่างเหมาะสมยังสามารถลดความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์ค่าตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลได้ ซึ่งจากการแยกเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างด้วยวิธี SVD และกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณมีผลกระทบต่อสมการเป้าหมายน้อยที่สุดพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะเหมาะสมที่สุดเมื่อใช้ค่าเชิงคูณที่มากที่สุดของเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง ขณะเดียวกันค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกเปลี่ยนแปลงในแต่ละรอบของการคำนวณโดยให้ผลของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีน้อยกว่าผลของฟังก์ชันค่าผิดพลาด ซึ่งถ้าฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาดสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันจะถูกลดลงด้วยตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเพื่อไม่ให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากเกินไป

เพื่อประเมินประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่เสนอจึงได้ทำการทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขที่มีตัวอย่างกรณีศึกษาเป็นแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนขนาด 9 ชั้น 3 พารามิเตอร์ เปรียบเทียบกับวิธี OEE GMS และ VRFS โดยใช้ค่าดัชนีทางสถิติเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของแต่ละขั้นตอนวิธีดังกล่าว ผลจากการประเมินประสิทธิภาพแสดงให้เห็นว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความไหวตัวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลลดลง ขณะเดียวกันขั้นตอนวิธีที่เสนอให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีกว่าวิธีอื่นแม้ว่าจะใช้จำนวน โหมดและค่าขอบเขตบนของค่าสถิติในส

พารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ค่าพารามิเตอร์คำตอบจากขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความถูกต้องและแม่นยำที่สุด เมื่อตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเท่ากับ 0.9 และเมื่อกำหนดให้ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของ โครงสร้างก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์ และจากการกำหนดให้เกณฑ์ความผิดพลาดของค่าพารามิเตอร์คำตอบ ไม่เกิน 5% จะพบว่าขั้นตอนวิธีที่เสนอให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบ a_1 , a_2 และ a_3 ที่มีความผิดพลาดอยู่ในช่วง 0%-5% เมื่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลมีค่าเท่ากับ 2% ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั้นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความเสถียรของโครงสร้างและจำนวนตำแหน่งที่ทำการวัดรูปแบบการสั้นไหวลดลงพบว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลงแต่ยังให้ผลดีกว่าวิธีอื่น อีกทั้งปัญหาความไม่มีเอกภาพของค่าพารามิเตอร์คำตอบก็ลดลงเมื่อพิจารณาจากค่าดัชนี SD นอกจากนี้ความถูกต้องและความแม่นยำ ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธีที่เสนอก็ไม่ขึ้นอยู่กับกำหนดค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของ โครงสร้าง และตัวคูณปรับลดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันเท่ากับ 0.9 ยังคงเป็นค่าที่ดีที่สุดสำหรับขั้นตอนวิธีที่เสนอ

การตรวจสอบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่เสนอว่าอยู่ในเกณฑ์ที่น่าเชื่อถือได้อาศัยกรณีศึกษาแบบจำลองโครงสร้างอาคารรับแรงเฉือนที่มีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 12 ชั้นและประกอบด้วย 12 พารามิเตอร์ที่ข้อมูลรูปแบบการสั้นไหวมีความคลาดเคลื่อน ผลจากการตรวจสอบแสดงให้เห็นว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำแม้ว่าจำนวนชั้น จำนวนพารามิเตอร์และระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั้นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับขั้นความเสถียรของ โครงสร้างขั้นตอนวิธีที่เสนอสามารถลดปัญหาความไหวตัวของค่าพารามิเตอร์คำตอบต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ สำหรับในกรณีที่ใช้รูปแบบการสั้นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความเสถียรของโครงสร้างและจำนวนตำแหน่งที่ทำการวัดรูปแบบการสั้นไหวลดลงจะเห็นได้ชัดเจนว่า ขั้นตอนวิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลงแต่ยังให้ผลดีกว่าวิธีอื่น อีกทั้งขั้นตอนวิธีที่เสนอสามารถลดปัญหาความไม่มีเอกภาพเมื่อพิจารณาจากค่าดัชนี SD ดังนั้นความถูกต้องและความแม่นยำในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของขั้นตอนวิธีที่เสนออยู่ในเกณฑ์ที่น่าเชื่อถือได้แม้ว่าจำนวนชั้นและจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลองโครงสร้างเพิ่มขึ้น

จากตัวอย่างกรณีศึกษาทั้งสองพบว่า การเพิ่มฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันเข้าไปในสมการเป้าหมายด้วยขั้นตอนวิธีที่เสนอนอกจากจะให้ผลลัพธ์การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องและแม่นยำแล้วยังใช้จำนวนรอบและเวลาน้อยในการหาคำตอบที่แท้จริง นับเป็นข้อดีของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นตามขั้นตอนวิธีที่เสนอ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อแบบจำลองโครงสร้างมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งโดยปกติแล้วเกิดจากที่แบบจำลองโครงสร้างมีจำนวนชิ้นส่วนและจำนวนพารามิเตอร์เพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมใช้จำนวนรอบและเวลาในการหาคำตอบที่แท้จริงเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย

ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่ได้จากวิธีที่เสนอเป็นค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งมีที่มาจากทฤษฎีการแยกเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างด้วยวิธี SVD สามารถนำมาใช้เป็นค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันในขั้นต้นก่อนเริ่มกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในแต่ละรอบของ

การคำนวณ นับเป็นข้อดีอีกข้อหนึ่งของขั้นตอนวิธีที่เสนอเนื่องจากในทางปฏิบัติผู้ใช้โปรแกรมไม่สามารถทราบและกำหนดค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันได้ล่วงหน้าก่อนกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ซึ่งเมื่อผู้ใช้โปรแกรมทำการสุ่มค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันใดเป็นค่าเริ่มต้นแล้วก็อาจมีปัญหามาตามาค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่เลือกสุ่มขึ้นมาเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ ในทำนองเดียวกันผู้ใช้โปรแกรมอาจไม่ทราบค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือหากทราบ ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณอาจไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ในกรณีเช่นนี้ขั้นตอนวิธีที่เสนอสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำเมื่อข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้าง และเมื่อข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวที่ทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้างขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความถูกต้องและความแม่นยำลดลงแต่ให้ผลดีกว่าวิธีอื่น

ข้อดีอีกประการหนึ่งของขั้นตอนวิธีที่เสนอคือ ค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันมีการปรับเปลี่ยนค่าทุกรอบของการคำนวณ โดยการใช้ค่าซิงกูลาร์ที่มากที่สุดจากเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างที่มีการปรับเปลี่ยนในทุกรอบของการคำนวณเช่นเดียวกัน การปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันในทุกรอบของการคำนวณเป็นข้อดีของขั้นตอนวิธีที่เสนอ เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์เรกูลาร์ไรเซชันที่คงที่อาจทำให้ฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันมีค่ามากหรือน้อยกว่าฟังก์ชันค่าผิดพลาดตลอดกระบวนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ทำให้ค่าพารามิเตอร์คำตอบที่ได้จากสมการเป้าหมายไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด

6.2 ข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้เป็นครั้งแรกที่ได้นำหลักการของวิธีเรกูลาร์ไรเซชันมาพัฒนาการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้างจากข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวของโครงสร้างตามขั้นตอนวิธีที่ได้เสนอนี้ โดยทำการทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขที่มีตัวอย่างกรณีศึกษาเป็นแบบจำลองโครงสร้างอาคารแบบรับแรงเฉือนซึ่งพิจารณาเฉพาะสติฟเนสการดัด (bending stiffness) ที่มีเฉพาะการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากการดัด แต่ในกรณีที่แต่ละชิ้นส่วนของแบบจำลองโครงสร้างประกอบด้วยสติฟเนสเฉือน (shear stiffness) สติฟเนสการดึงและการอัด (axial stiffness) และสติฟเนสการบิด (torsional stiffness) ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากแรงเฉือน การเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากการยึดหดในแนวแกน และการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากการบิด ตามลำดับ สติฟเนสเหล่านี้ของแต่ละชิ้นส่วนอาจมีความไหวตัวต่อระดับความคลาดเคลื่อนของข้อมูลแตกต่างกัน ซึ่งอาจส่งผลให้ขั้นตอนวิธีที่เสนอมีความถูกต้องและแม่นยำในการประมาณค่าสติฟเนสพารามิเตอร์ดังกล่าวแตกต่างกันไป ด้วย ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยขั้นตอนวิธีที่เสนอเพิ่มเติมเมื่อแต่ละชิ้นส่วนของแบบจำลองโครงสร้างประกอบด้วยสติฟเนสชนิดต่างๆ พร้อมทั้งขยายแนวทางในการประมาณค่าพารามิเตอร์อย่างเหมาะสมในโครงสร้างชนิดอื่น เช่น โครงสร้างข้อแข็งหรือโครงสร้างข้อมุมสามมิติ หรือในโครงสร้างที่แบบจำลองประกอบด้วยชิ้นส่วนแผ่นพื้นที่มีเงื่อนไขของแรงกระทำเฉพาะในแนวระนาบของแผ่นพื้นเท่านั้น (plane stress element) หรือในโครงสร้างที่แบบจำลองประกอบด้วยชิ้นส่วนแผ่นพื้นที่มีเงื่อนไขของแรงกระทำเฉพาะในแนวตั้งฉากกับแผ่นพื้น (plate element) ซึ่งทั้งชิ้นส่วนแผ่นพื้นทั้งสองชนิดนี้ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์โมดูลัสความยืดหยุ่น อัตราส่วนปัวซอง และมวล ที่ใช้สำหรับอธิบายคุณสมบัติของวัสดุ ทำนองเดียวกันงานวิจัยนี้

พิจารณาเฉพาะสตีเฟนแทนที่เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และสมมติให้ทราบค่ามวลของโครงสร้างล่วงหน้า ก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์จึงเป็นการดีสำหรับในการพัฒนาขั้นต่อไปเพื่อศึกษาถึงการใช่มวลของแต่ละชิ้นส่วนในโครงสร้างเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

ดังที่ได้กล่าวถึงแล้วว่าขั้นตอนวิธีที่เสนอมีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ลดลงเมื่อข้อมูลรูปแบบการสั่นไหวทำการวัดได้ไม่ครบทุกระดับขั้นความถี่ของโครงสร้าง วิธีหนึ่งที่จะเพิ่มประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเรกูลาร์ไรเซชันได้คือ การเปลี่ยนเมตริกซ์ปรับขนาด L ให้เป็นอนุพันธ์ของเวกเตอร์ $x - x_0$ ที่มีอันดับสูงขึ้น โดยอาจเพิ่มขึ้นเป็นเป็นอนุพันธ์อันดับที่สองและสาม ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ ซึ่งหากต้องการให้การประมาณค่าพารามิเตอร์มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นมากควรใช้อนุพันธ์อันดับสาม การเปลี่ยนเมตริกซ์ปรับขนาดจะช่วยให้การปรับขนาดของเวกเตอร์ $x - x_0$ มีประสิทธิภาพมากขึ้นในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา

อย่างไรก็ตามพบว่าทุกวิธีดูเข้าหาเกณฑ์กำหนดการดูเข้าของค่าตอบ แต่ไม่จำเป็นว่าทุกวิธีจะให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องเสมอไป ซึ่งเป็นข้อควรระวังในการใช้วิธี OEE VRFS GMS และ VMSV สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโครงสร้าง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- Ahmadian, H., Mottershead, J.E., and Friswell, M.I., "Regularisation methods for finite element model updating." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(1), 47-64, 1998.
- Banan, M. R., and Hjelmstad, K.D., "Identification of structural systems from measured response." *Civ. Engrg. Studies*, SRS579, UILU-ENG-93-2002, University of Illinois at Urbana-Champaign, Ill, 1993.
- Brian, B., "Tikhonov regularization notes, Part II." 2000.
- Busby, H. R., and Trujillo, D. M., "Optimal regularization of an inverse dynamics problem." *Computers & Structures*, 63(2), 243-248, 1995.
- Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*. John Wiley. New York, N. Y., 2000.
- Golub, G. H., Heath, M., and Wahba, G., "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter." *Technometrics*, 21, 215-223, 1979.
- Golub, G. H., and Van Loan, C.F., *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press: London, 1983.
- Haber, E., Ascher, U. M., and Oldenburg, D., "On optimization techniques for solving nonlinear inverse problems." *Inverse Problems* 16, 1263-1280, 2000.
- Hansen, P. C., "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve." *SIAM Review*, 34, 561-580, 1992.
- Hjelmstad, K.D., Wood, S. L., and Clark, S. J., "Mutual residual energy method for parameter estimation in linear structures." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 118(1), 223-242, 1992.
- Hjelmstad, K.D., Banan, M. R., and Banan, M. R., "On building finite element models of structures from modal response." *Earthquake Engrg. Struct. Dynamic*, 24(1), 53-67, 1995.
- Hjelmstad, K.D., "On the uniqueness of modal parameter estimation." *J. Sound Vibration*, 192(2), 581-598, 1996.
- Kilmer, M.E., and O'leary, D.P., "Choosing regularization parameters in iterative methods for ill-posed problems." *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 22, no. 4, 1204-1221, 2000.
- Lee, H. S., Kim, Y. H., Park, C. J., and Park, H. W., "A new spatial regularization scheme for the identification of the geometric shape of an inclusion in a finite body." *Int. J. Numer. Meth. Engrg*, 46, 973-992, 1999.
- Park, H. W., Shin, S., and Lee, H. S., "Determination of an optimal regularization factor in system identification with Tikhonov regularization for linear elastic continua." *Int. J. Numer. Meth. Engrg*, 51, 1211-1230, 2001.
- Pothisiri, T., and Hjelmstad, K.D., "Structural damage detection and assessment from spatially sparse and noise-polluted modal response." *Civ. Engrg. Studies*, SRS632, UILU-ENG-2001-2002, University of Illinois at Urbana-Champaign, Ill, 2001.
- Press, W., Flannery, B., Teukolsky, S., and Vetterling, W., *Numerical recipes*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 390-395, 1986.

- Sanayei, M., and Scampoli, S. F., "Structural element stiffness identification from static test data." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 117(5), 1021-1036, 1990.
- Sanayei, M., and Seletnik, M. J., "Parameter estimation of structures from static strain measurements. II: Error sensitivity analysis." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 122(5), 563-572, 1996.
- Yeo, I., Shin, S., Lee, H. S., and Chang, S. P., "Statistical damage assessment of framed structures from static responses." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 126(4), 414-421, 2000.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

การแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

ก.1 วิธีกำหนดการแบบรีเคอร์ซีฟควอดราติก (Recursive Quadratic Programming, RQP)

พิจารณาปัญหาที่สมการเป้าหมายและสมการและอสมการขอบเขตมีลักษณะไร้เชิงเส้น (nonlinear problem) ดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & J(\mathbf{x}) = J_E(\mathbf{x}) + J_R(\mathbf{x}) \\ & \mathbf{x} \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, \dots, m' \\ & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = m' + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (\text{ก.1.1})$$

โดยที่ $J(\mathbf{x})$ คือ สมการเป้าหมายที่มีฟังก์ชันค่าผิดพลาด $J_E(\mathbf{x})$ และฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน $J_R(\mathbf{x})$
 m' คือ จำนวนสมการขอบเขต
 m คือ จำนวนอสมการขอบเขต

ในกรณีที่สมการเป้าหมายอยู่ในรูปของฟังก์ชันค่าผิดพลาด $J_E(\mathbf{x})$ เท่านั้น สมการที่ (ก.1.1) ลดรูปเป็น

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & J(\mathbf{x}) = J_E(\mathbf{x}) \\ & \mathbf{x} \end{aligned} \quad (\text{ก.1.2})$$

ค่าพารามิเตอร์ในแต่ละรอบของการคำนวณสามารถเขียนในรูปของค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณในรอบก่อนหน้าดังสมการ

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k \quad (\text{ก.1.3})$$

โดยที่ β_k คือ ค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ (step length)

\mathbf{d}_k คือ เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ (search direction)

k คือ คำนับอกจำนวนรอบของการคำนวณ

ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k ของรอบการคำนวณที่ k สามารถหาได้จากการเปลี่ยนสมการเป้าหมาย (ก.1.1) ให้เป็นสมการกำลังสอง และเปลี่ยนอสมการขอบเขตให้เป็นสมการเชิงเส้น โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด \mathbf{x}_k จะได้ว่า

$$J(\mathbf{x}_{k+1}) = J(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \approx J(\mathbf{x}_k) + \nabla J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k + \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \nabla^2 J(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_k \quad (\text{ก.1.4})$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}_{k+1}) = \mathbf{c}(\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k) \approx \mathbf{c}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \quad (\text{ก.1.5})$$

ขั้นตอนวิธีของการแก้ปัญหา (ก.1.1) ด้วยวิธี RQP สามารถแสดง ได้ดังนี้

ก. กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น \mathbf{x}_k และกำหนดค่าดัชนี $k = 0$

ข. กำหนดเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k ที่เหมาะสมสามารถหาได้จากปัญหาย่อยแบบควอดราติก ดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & J(\mathbf{d}_k) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k + \nabla J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \\ & \mathbf{d}_k \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k = 0 \quad i = 1, \dots, m' \\ & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \leq 0 \quad i = m' + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (\text{ก.1.6})$$

โดย $\nabla J(\mathbf{x}_k)$ และ \mathbf{H}_k คือ เกรเดียนท์และเฮสเซียนของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x}_k)$

ก. ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

ถ้า $J(\mathbf{x}_k) < \eta_J$ หรือ $\|\nabla J(\mathbf{x}_k)\| < \eta_{\nabla J}$ หรือ $\|\mathbf{d}_k\| < \eta_d$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และ \mathbf{x}_k เป็นค่าพารามิเตอร์คำตอบ

ง. กำหนดหาค่าที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของคำตอบ β_k ที่เหมาะสมโดยวิธีการค้นหาโกลเด้นเซกชัน (Golden Section Search) ดังสมการ (Press et al. 1986)

$$\text{Minimize} \quad J(\mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k) + r \left[\sum_i^{m'} |\mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k)| + \sum_i^m \max[\mathbf{c}_i(\mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k), 0] \right] \\ \beta_k \quad (\text{ก.1.7})$$

โดยที่ $|\cdot|$ คือ ค่าสัมบูรณ์

จ. กำหนดเมตริกซ์เฮสเซียน \mathbf{H}_{k+1} ของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x}_{k+1})$ โดยวิธีเกาซ์-นิวตัน และกำหนดให้ $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta_k \mathbf{d}_k$ และ $k = k + 1$ จากนั้นย้อนกลับไปทำขั้นที่ ข จนกว่าจะได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

ก.2 วิธีเฟลทเซอร์แอคทีฟเซต (Fletcher Active Set) สำหรับการแก้ปัญหาห้อยแบบควอดราติก

พิจารณาปัญหาห้อยแบบควอดราติกที่อยู่ในรูปของสมการที่ (ก.1.6) ใช้เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบสำหรับการคำนวณรอบที่ $i+1$ สามารถเขียนในรูปของเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบของการคำนวณรอบที่ i ในรูป $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \xi_i \mathbf{p}_i$ โดยการใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด \mathbf{d}_i จะได้ว่า

$$J(\mathbf{d}_{i+1}) = J(\mathbf{d}_i + \mathbf{p}_i) \approx J(\mathbf{d}_i) + \nabla J(\mathbf{d}_i)^T \mathbf{p}_i + \frac{1}{2} \mathbf{p}_i^T \nabla^2 J(\mathbf{d}_i) \mathbf{p}_i \quad (\text{ก.2.1})$$

ปัญหาห้อยแบบควอดราติกสามารถใช้วิธีเฟลทเซอร์แอคทีฟเซต (Banan และ Hjelmstad 1993) โดยแปลงสมการขอบเขตให้อยู่ในรูปของสมการขอบเขตและคำนวณทิศทางของคำตอบ \mathbf{p}_i ที่เหมาะสมในการคำนวณรอบที่ i จากสมการ

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{p}_i^T \nabla^2 J(\mathbf{d}_i) \mathbf{p}_i + \nabla J(\mathbf{d}_i)^T \mathbf{p}_i \\ \mathbf{p}_i \quad & \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{a}_i^T \mathbf{p}_i = 0 \end{aligned} \quad (\text{ก.2.2})$$

โดยที่ $\mathbf{a}_i = \nabla c_j(\mathbf{x}_k)$ สำหรับ $j \in \mathbf{W}_i$

\mathbf{W}_i คือ เซตของสมการขอบเขตที่กำลังทำงาน (active) อยู่ขณะในการคำนวณรอบปัจจุบัน

$\nabla J(\mathbf{d}_i)$ และ $\nabla^2 J(\mathbf{d}_i)$ สามารถหาได้จากสมการที่ (ก.1.6) จะได้ว่า

$$\nabla^2 J(\mathbf{d}_i) = \mathbf{H}_k \quad (\text{ก.2.3})$$

$$\nabla J(\mathbf{d}_i) = \mathbf{G}_i = \mathbf{H}_k \mathbf{d}_i + \nabla J(\mathbf{x}_k) \quad (\text{ก.2.4})$$

โดยที่ $\nabla J(\mathbf{x}_k)$, \mathbf{H}_k คือ เกรเดียนท์และเฮซเซียนของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x}_k)$

แทนสมการที่ (ก.2.3) และ (ก.2.4) ในสมการที่ (ก.2.2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{p}_i^T \mathbf{H}_k \mathbf{p}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{p}_i \\ \mathbf{p}_i \quad & \\ \text{Subject to} \quad & \mathbf{a}_i^T \mathbf{p}_i = 0 \end{aligned} \quad (\text{ก.2.5})$$

จากสมการที่ (ก.2.5) สามารถเขียนฟังก์ชันของลากรองจ์ได้ดังนี้

$$\ell(\mathbf{p}, \Lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{p}_i^T \mathbf{H}_k \mathbf{p}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{p}_i + \Lambda_i^T (\mathbf{a}_i \mathbf{p}_i) \quad (\text{ก.2.6})$$

เงื่อนไขที่จำเป็นอันดับแรกสำหรับเวกเตอร์ \mathbf{p}_i ที่เหมาะสม

$$\nabla_{\mathbf{p}} \ell(\mathbf{p}, \Lambda) : \mathbf{H}_k \mathbf{p}_i + \mathbf{G}_i + \mathbf{a}_i^T \Lambda_i = 0 \quad (\text{ก.2.7})$$

$$\nabla_{\Lambda} \ell(\mathbf{p}, \Lambda) : \mathbf{a}_i \mathbf{p}_i = 0 \quad (\text{ก.2.8})$$

เขียนสมการที่ (ก.2.7) และ (ก.2.8) ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_k & \mathbf{a}_i^T \\ \mathbf{a}_i & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_i \\ \Lambda_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{G}_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{ก.2.9})$$

แก้สมการที่ (ก.2.9) จะได้ว่า

$$\Lambda_i = -[\mathbf{a}_i \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{a}_i^T]^{-1} [\mathbf{a}_i \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{G}_i] \quad (\text{ก.2.10})$$

$$\mathbf{p}_i = -\mathbf{H}_k^{-1} [\mathbf{a}_i \Lambda_i + \mathbf{G}_i] \quad (\text{ก.2.11})$$

ขั้นตอนวิธีของการหาเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_k ในสมการที่ (ก.1.6) ด้วยวิธีเฟลทเชอร์แอกทีฟเซต สามารถแสดงได้ดังนี้

ก. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $\mathbf{W}_0 \in \mathcal{O}$ โดยที่ \mathcal{O} คือ เซตว่าง และเวกเตอร์ทิศทางของคำตอบ \mathbf{d}_0 ที่เป็นไปได้ จากนั้นกำหนดดัชนี $i = 0$

ข. แก้สมการที่ (ก.2.11) เพื่อหาเวกเตอร์ \mathbf{p}_i ถ้าค่า $\mathbf{p}_i = 0$ ให้ทำขั้นที่ ง

ค. คำนวณ $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \xi_i \mathbf{p}_i$ โดยที่ ξ_i ที่เหมาะสมหาได้จากสมการที่ (ก.2.12)

$$\text{Minimize}_{\xi_i} \quad \text{minimum}_{\substack{\nabla c_j(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}_i > 0 \\ j=1, \dots, m}} \left[1, -\frac{\mathbf{c}_j + \nabla c_j(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_i}{\nabla c_j(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}_i} \right] \quad (\text{ก.2.12})$$

ถ้า $\xi_i < 1$ ให้เพิ่มดัชนีที่น้อยที่สุดจากสมการที่ (ก.2.12) ใน \mathbf{W}_i เพื่อสร้าง \mathbf{W}_{i+1} จากนั้นกำหนดให้ $i = i + 1$ จากนั้นไปทำขั้นที่ ข

ง. ตรวจสอบ Λ_i (t คือ ดัชนีของ Λ ที่น้อยที่สุด) ถ้า $\Lambda_i \geq 0$ ให้หยุดการคำนวณในรอบถัดไป และเวกเตอร์ \mathbf{d}_i คือ เวกเตอร์ทิศทางของคำตอบที่เหมาะสมที่สุด แต่ถ้า $\Lambda_i < 0$ ให้นำดัชนี t ออกจาก \mathbf{W}_i และสร้าง \mathbf{W}_{i+1}

ภาคผนวก ข

การแยกเมทริกซ์ด้วยวิธีการแยกส่วนด้วยค่าซิงกูลาร์

(Singular Value Decomposition, SVD)

วิธีการแยกส่วนวางนัยทั่วไปด้วยค่าซิงกูลาร์ (Generalized Singular Value Decomposition, GSVD) เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้สมการเป้าหมาย (3.2.2) โดยแยกเมทริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง S และเมทริกซ์ปรับขนาด L กำหนดให้ $S \in \mathcal{R}^{m \times n}$, $L \in \mathcal{R}^{p \times n}$, $m \geq n \geq p$ และ $\text{rank}(L) = p$ เมทริกซ์ S และ L สามารถแยกได้ดังสมการ

$$S = Z \Sigma X^{-1} \quad (\text{ข.1})$$

$$L = V U X^{-1} \quad (\text{ข.2})$$

กำหนดให้ $Z \in \mathcal{R}^{m \times n}$ และ $V \in \mathcal{R}^{p \times p}$ โดยที่ Z และ V มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonal) ดังสมการที่ (ข.3) และ (ข.4) ตามลำดับ และ $X \in \mathcal{R}^{n \times n}$ โดยที่ X ไม่เป็นเมทริกซ์ซิงกูลาร์ และ $\Sigma \in \mathcal{R}^{n \times n}$ และ $U \in \mathcal{R}^{p \times n}$ เป็นเมทริกซ์ที่เขียนได้ดังสมการ

$$Z^T Z = I_n \quad (\text{ข.3})$$

$$V^T V = I_p \quad (\text{ข.4})$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_{n-p} \end{bmatrix} \quad (\text{ข.5})$$

$$U = \begin{bmatrix} U_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{ข.6})$$

โดยที่ Σ_p คือ เมทริกซ์ทแยงมุมขนาด $p \times p$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก $0 \leq \gamma_1 \leq \dots \leq \gamma_p \leq 1$

U_p คือ เมทริกซ์ทแยงมุมขนาด $p \times p$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก $1 \geq \mu_1 \geq \dots \geq \mu_p > 0$

ค่า γ_i และ μ_i ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน (normalized) ดังสมการ

$$\gamma_i^2 + \mu_i^2 = 1 \quad ; i = 1, \dots, p \quad (\text{ข.7})$$

จากสมการที่ (ข.2) จะได้ว่า

$$X^{-1} = U^{-1} V^T L \quad (\text{ข.8})$$

แทน \mathbf{X}^{-1} จากสมการที่ (ข.8) ในสมการที่ (ข.1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{Z}\Sigma(\mathbf{U}^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{L}) \\ &= \mathbf{Z}(\Sigma\mathbf{U}^{-1})\mathbf{V}^T\mathbf{L} \end{aligned} \quad (\text{ข.9})$$

$$\text{โดยที่ } \Sigma\mathbf{U}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{\gamma_i}{\mu_i}\right)$$

กำหนดให้ ψ_i คือ ค่าซิงกูลาร์วางนัยทั่วไป (generalized singular value) ของเมตริกซ์ \mathbf{S} และ \mathbf{L} เขียนได้ดังสมการ

$$\psi_i = \frac{\gamma_i}{\mu_i} \quad (\text{ข.10})$$

$$\mathbf{W} = \Sigma\mathbf{U}^{-1} \quad (\text{ข.11})$$

ดังนั้นสมการที่ (ข.9) สามารถเขียนได้ใหม่ในรูป

$$\mathbf{S} = \mathbf{Z}\mathbf{W}\mathbf{V}^T\mathbf{L} \quad (\text{ข.12})$$

$$\text{โดยที่ } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n-p} \end{bmatrix}$$

\mathbf{W}_p คือเมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $p \times p$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก $0 \leq \psi_1 \leq \dots \leq \psi_p$

สมการที่ (ข.12) เป็นการแยกเมตริกซ์ \mathbf{S} โดยวิธี GSVD สำหรับกรณีที่ $\mathbf{L} = \mathbf{I}_n$ ซึ่งเป็นกรณีพิเศษของวิธี GSVD จะได้ว่าเมตริกซ์ \mathbf{X}^{-1} ในสมการที่ (ข.2) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{X}^{-1} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{V}^T \quad (\text{ข.13})$$

โดยที่ $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ และ $\mathbf{U} \in \mathcal{R}^{n \times n}$

แทน \mathbf{X}^{-1} จากสมการที่ (ข.13) ในสมการที่ (ข.1) จะได้ว่า

$$\mathbf{S} = \mathbf{Z}(\Sigma\mathbf{U}^{-1})\mathbf{V}^T \quad (\text{ข.14})$$

โดยที่ $\Sigma\mathbf{U}^{-1} = \text{diag}(\psi_{n-i+1})$; $i = 1, \dots, n$ และ $\mathbf{Z} \in \mathcal{R}^{m \times n}$, $\Omega \in \mathcal{R}^{n \times n}$

กำหนดให้ $\sigma_i = \psi_{n-i+1}$ และ σ_i คือ ค่าซิงกูลาร์ของเมตริกซ์ S ดังนั้นสมการที่สามารถเขียนใหม่ในรูป

$$S = Z\Omega V^T \quad (\text{ข.15})$$

โดยที่ $\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n \end{bmatrix}$ และ Ω คือ เมตริกซ์ทแยงมุมขนาด $n \times n$ ที่ประกอบด้วยสมาชิก $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$

สำหรับกรณีที่ $L = I_n$ นี้วิธี GSVD จะถูกเรียกแทนว่าวิธีการแยกส่วนวางนัยทั่วไปด้วยค่าซิงกูลาร์ (Singular Value Decomposition, SVD) และแต่ละหลักในเมตริกซ์ Z จะเรียกว่า ซิงกูลาร์เวกเตอร์ด้านซ้าย (Left Singular Vector, LSV) ของเมตริกซ์ S ซึ่งหาได้จากเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector) ของ SS^T และแต่ละหลักในเมตริกซ์ V จะเรียกว่า ซิงกูลาร์เวกเตอร์ด้านขวา (Right Singular Vector, RSV) ของเมตริกซ์ S ซึ่งหาได้จากเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ $S^T S$ และ σ_i^2 คือ ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ของเมตริกซ์ $S^T S$ และ SS^T

คุณสมบัติที่สำคัญของวิธี SVD ในการวิเคราะห์เมตริกซ์ S มีดังนี้

(1) เมื่อ $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_n = 0$ จะได้ว่า

$$\text{rank}(S) = r \quad (\text{ข.16})$$

(2) วิธี SVD สามารถบอกขนาดของเมตริกซ์ S ได้โดยใช้นอร์มของเมตริกซ์ S ซึ่งสามารถหาได้ดังสมการ

$$\|S\| = \sigma_1 \quad (\text{ข.17})$$

โดยที่ $\|\cdot\|$ คือ สเปกตรัลนอร์มของเมตริกซ์

สเปกตรัลนอร์มของเมตริกซ์เป็นนอร์มของเมตริกซ์ที่เกิดจากยุคตินนอร์มของเวกเตอร์นิยามได้ดังสมการ

$$\|S\| = \max_{x \neq 0} \frac{\|Sx\|}{\|x\|} \quad (\text{ข.18})$$

โดยที่ $\|x\|$ คือ ยุคตินนอร์มของเวกเตอร์ x ที่มีขนาด $n \times 1$

$\|Sx\|$ คือ ยุคตินนอร์มของเวกเตอร์ Sx ที่มีขนาด $m \times 1$

(3) ในการกำหนดสถานะของเมตริกซ์ S ว่ามีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์หรือไม่เป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์สามารถกำหนดได้โดยสมการ

$$\kappa_2(S) = \|S\| \|S^{-1}\| = \frac{\sigma_1(S)}{\sigma_n(S)} \quad (\text{ข.19})$$

โดยที่ $\sigma_1(S), \sigma_n(S)$ คือ ค่าซิงกูลาร์ของเมตริกซ์ S ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดตามลำดับ

$\kappa_2(S)$ คือ ตัวเลขบอกสถานะ (condition number) ของเมตริกซ์ S

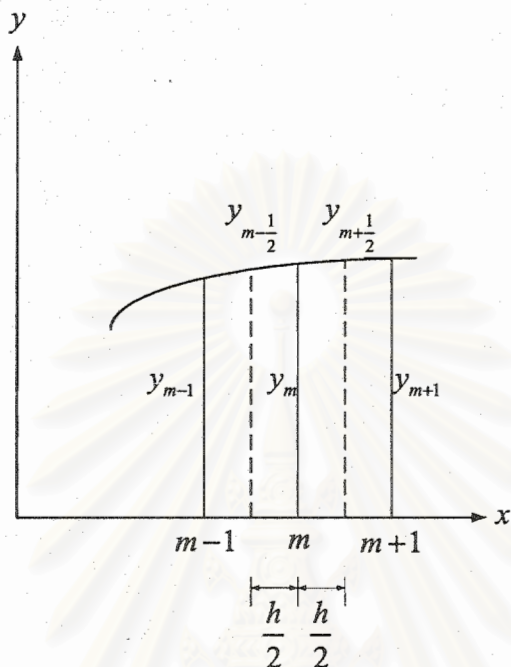
ถ้า $\kappa_2(S)$ มีค่าเป็นอนันต์แสดงว่าเมตริกซ์ S มีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์หรืออาจกล่าวได้ว่าเมตริกซ์ S มีสถานะไม่เหมาะสม (ill-conditioned) และถ้า $\kappa_2(S)$ มีค่าน้อยมากแสดงว่าเมตริกซ์ S มีคุณสมบัติไม่เป็นเมตริกซ์ซิงกูลาร์หรืออาจกล่าวได้ว่าเมตริกซ์ S มีสถานะดี (well-conditioned)



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

การหาอนุพันธ์ด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และอันดับของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน



รูปที่ ค.1 แสดงการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

จากรูปที่ ค.1 อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชัน $y(x)$ เทียบกับ x สามารถหาได้จาก

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \quad (ค.1)$$

ถ้ากำหนดให้ Δx มีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ h ดังนั้น $\frac{dy}{dx}$ ที่ $x = x_m$ ในรูปของไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

(finite difference) เขียนได้ดังสมการ

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_m = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_m = \frac{y_{m+\frac{1}{2}} - y_{m-\frac{1}{2}}}{h} \quad (ค.2)$$

โดยที่ x_m คือ ค่า x ที่ตำแหน่ง m

สมการที่ (ค.2) เรียกว่า ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ศูนย์กลาง (central finite difference) อันดับที่หนึ่งของ y และอนุพันธ์อันดับที่สองของฟังก์ชัน $y(x)$ เทียบกับ x สามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x} - \frac{y(x) - y(x-\Delta x)}{\Delta x}}{\Delta x} \end{aligned} \quad (\text{ค.3})$$

ถ้ากำหนดให้ Δx มีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ h ดังนั้น $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ที่ $x = x_m$ ในรูปของไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เขียนได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_m &= \left(\frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} \right)_m = \frac{\frac{y_{m+1} - y_m}{h} - \frac{y_m - y_{m-1}}{h}}{h} \\ &= \frac{y_{m+1} - 2y_m + y_{m-1}}{h^2} \end{aligned} \quad (\text{ค.4})$$

สมการที่ (ค.4) เรียกว่า ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ศูนย์กลางอันดับที่สองของ y

ถ้ากำหนดให้ $\Delta x = h = 1$ จะได้ว่า

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_m = y_{m+\frac{1}{2}} - y_{m-\frac{1}{2}} \quad (\text{ค.5})$$

$$\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_m = y_{m+1} - 2y_m + y_{m-1} \quad (\text{ค.6})$$

พิจารณาฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันดังสมการ

$$J_R(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \alpha^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\|^2 \quad (\text{ค.7})$$

Brian 2000 แบ่งอันดับของฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันโดยกำหนดให้สมการที่ (ค.7) เป็นฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันของติกโคนอฟ (Tikhonov) อันดับศูนย์ เมื่อ $L = I_n$ โดยที่ I_n คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ และ n คือ จำนวนค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

สมการที่ (ค.7) เป็นฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันของติกโคนอฟอันดับที่หนึ่ง เมื่อ $L(x - x_0)$ คือ ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ศูนย์กลาง อันดับที่หนึ่งของ $x - x_0$ เขียนได้ดังสมการ

$$L(x - x_0)_m = (x - x_0)_{m+\frac{1}{2}} - (x - x_0)_{m-\frac{1}{2}} \quad (\text{ค.8})$$

ในรูปเมทริกซ์

$$L(x - x_0) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \dots & & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} x_1 - x_{0,1} \\ x_2 - x_{0,2} \\ \vdots \\ x_{n-1} - x_{0,n-1} \\ x_n - x_{0,n} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (\text{ค.9})$$

สมการที่ (ค.7) เป็นฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชันของติกโคนอฟอันดับที่สอง เมื่อ $L(x - x_0)$ คือ ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ที่ศูนย์กลาง อันดับที่สองของ $x - x_0$ เขียนได้ดังสมการ

$$L(x - x_0)_m = (x - x_0)_{m+1} - 2(x - x_0)_m + (x - x_0)_{m-1} \quad (\text{ค.10})$$

ในรูปเมทริกซ์

$$L(x - x_0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \dots & & & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} x_1 - x_{0,1} \\ x_2 - x_{0,2} \\ \vdots \\ x_{n-1} - x_{0,n-1} \\ x_n - x_{0,n} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (\text{ค.11})$$

ในการศึกษานี้เมทริกซ์ปรับขนาด (L) อยู่ในรูป $L = I_n$ สำหรับการแยกเมทริกซ์ S ด้วยวิธี SVD ซึ่งเป็นกรณีพิเศษของวิธี GSVD ซึ่งรายละเอียดของวิธี GSVD และ SVD ได้กล่าวถึงในภาคผนวก ข

ภาคผนวก ง

การหาเมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้าง

จากสมการแสดงสถานะสมดุลที่แต่ละโหนดภายใต้การสั่นอิสระแบบไร้ความหน่วงตามความสัมพันธ์ $\mathbf{K}(\mathbf{x})\phi_i = \lambda_i \mathbf{M}\phi_i$ ดังนั้นเวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลที่ได้จากการคำนวณในแต่ละโหนด $\hat{\phi}_i^c$ สามารถหาได้จากสมการที่ (2.2.11) ในกรณีที่มี N_m โหนดจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_1^c &= \lambda_1 \mathbf{Q}\mathbf{B}_1^{-1}(\mathbf{x})\hat{\mathbf{M}}\hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2^c &= \lambda_2 \mathbf{Q}\mathbf{B}_2^{-1}(\mathbf{x})\hat{\mathbf{M}}\hat{\phi}_2 \\ &\vdots \\ \hat{\phi}_{N_m}^c &= \lambda_{N_m} \mathbf{Q}\mathbf{B}_{N_m}^{-1}(\mathbf{x})\hat{\mathbf{M}}\hat{\phi}_{N_m} \end{aligned} \tag{ง.1}$$

โดยที่ $\hat{\phi}_i^c$ คือ เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลที่ได้จากการคำนวณสำหรับโหนดที่ i สามารถแสดงได้ดังเวกเตอร์

$$\hat{\phi}_i^c = \begin{Bmatrix} \hat{\phi}_{i1}^c \\ \hat{\phi}_{i2}^c \\ \vdots \\ \hat{\phi}_{ij}^c \\ \vdots \\ \hat{\phi}_{iN_d}^c \end{Bmatrix}_{N_d \times 1} \tag{ง.2}$$

โดยที่ $\hat{\phi}_{ij}^c$ คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ตำแหน่งระดับชั้นความเสรีที่ทำการวัดข้อมูลที่ j ได้จากการคำนวณในแต่ละโหนดที่ i และ N_d คือ จำนวนระดับชั้นความเสรีของโครงสร้างที่ทำการวัดข้อมูล

เมื่อกำหนดถึงตัวคูณน้ำหนักสำหรับแต่ละโหนดและพิจารณาจัดเรียงเวกเตอร์รูปแบบการสั่นไหวของแต่ละโหนดให้อยู่ในแถวเดียวกัน จะได้ว่า

$$\hat{\psi}^c(\mathbf{x}) = \begin{Bmatrix} \sqrt{\delta_1}\hat{\phi}_1^c \\ \sqrt{\delta_2}\hat{\phi}_2^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_i}\hat{\phi}_i^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_{N_m}}\hat{\phi}_{N_m}^c \end{Bmatrix}_{(N_d \times N_m) \times 1} \tag{ง.3}$$

โดยที่ $\psi^c(\mathbf{x})$ คือ เวกเตอร์ของรูปแบบการสั่นไหวที่ได้จากการคำนวณที่แต่ละโหนดอยู่ในแถวเดียวกัน
 δ_i คือ ตัวคูณน้ำหนักสำหรับโหนดที่ i

นิยามให้เมตริกซ์ความไหวตัวของผลตอบสนองของโครงสร้างคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ $\psi^c(\mathbf{x})$
 เทียบกับ \mathbf{x} สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\mathbf{S} = \nabla \psi^c(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

ในรูปของเมตริกซ์

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_{N_p}} \\ \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_{N_p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_{N_p}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_{N_p}} \end{bmatrix}_{(N_d \times N_m) \times N_p} \quad (3.5)$$

โดยที่ x_j คือ ค่าพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าที่ j ของโครงสร้าง

สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

เกรเดียนต์ และเฮซเซียนของสมการเป้าหมาย

ในการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เป็นคำตอบของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x})$ ที่มีทั้งฟังก์ชันค่าผิดพลาด $J_E(\mathbf{x})$ และฟังก์ชันเรกูลาร์ไรเซชัน $J_R(\mathbf{x})$ โดยใช้วิธี RQP จำเป็นต้องคำนวณเวกเตอร์ของเกรเดียนต์ $\nabla J(\mathbf{x})$ และเฮซเซียนเมทริกซ์ \mathbf{H} โดยเกรเดียนต์ของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x})$ สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}\nabla J(\mathbf{x}) &= \nabla J_E(\mathbf{x}) + \nabla J_R(\mathbf{x}) \\ &= \sum_{i=1}^{N_m} \delta_i \nabla^T \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \\ &= \nabla^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\end{aligned}\tag{จ.1}$$

ในกรณีที่ $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ สมการที่ (จ.1) ลดรูปเป็น

$$\nabla J(\mathbf{x}) = \nabla^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \alpha^2 (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\tag{จ.2}$$

พิจารณา $\nabla \mathbf{e}(\mathbf{x})$ ในสมการที่ (จ.2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\nabla \mathbf{e}(\mathbf{x}) &= \nabla [\hat{\psi} - \hat{\psi}^c(\mathbf{x})] \\ &= -\nabla \hat{\psi}^c(\mathbf{x}) \\ &= -\mathbf{S}\end{aligned}\tag{จ.3}$$

ดังนั้นสมการที่ (จ.2) เขียนได้ใหม่ว่า

$$\nabla J(\mathbf{x}) = -\mathbf{S}^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \alpha^2 (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\tag{จ.4}$$

ในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{aligned}
 &= - \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_1} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_1} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_1} \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_2} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_j} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_{N_p}} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_{N_p}} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_{N_p}} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_{N_p}} \end{bmatrix}_{N_p \times (\hat{N}_d \times N_m)} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1 - \sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1^c \\ \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2 - \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_i} \hat{\phi}_i - \sqrt{\delta_i} \hat{\phi}_i^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m} - \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m}^c \end{array} \right\}_{(\hat{N}_d \times N_m)} \\
 &+ \alpha^2 \begin{pmatrix} x_1 - x_{0,1} \\ x_2 - x_{0,2} \\ \vdots \\ x_j - x_{0,j} \\ \vdots \\ x_{N_p} - x_{0,N_p} \end{pmatrix}_{N_p \times 1}
 \end{aligned}$$

(จ.5)

โดยที่ $x_{0,j}$ คือ ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงที่ j ของโครงสร้างที่ทราบค่าก่อนการประมาณ

ในกรณีที่สมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x})$ มีเฉพาะฟังก์ชันค่าผิดพลาด $J_E(\mathbf{x})$ เท่านั้น สมการที่ (จ.5) ลดรูปเป็น

$$\nabla J_E(\mathbf{x}) = -\mathbf{S}^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (จ.6)$$

ในรูปของเมตริกซ์

$$\begin{aligned}
 &= - \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_1} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_1} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_1} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_1} \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_2} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_2} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_j} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_j} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\delta_1} \frac{\partial \hat{\phi}_1^c}{\partial x_{N_p}} & \sqrt{\delta_2} \frac{\partial \hat{\phi}_2^c}{\partial x_{N_p}} & \dots & \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_{N_p}} & \dots & \sqrt{\delta_{N_m}} \frac{\partial \hat{\phi}_{N_m}^c}{\partial x_{N_p}} \end{bmatrix}_{N_p \times (\hat{N}_d \times N_m)} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1 - \sqrt{\delta_1} \hat{\phi}_1^c \\ \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2 - \sqrt{\delta_2} \hat{\phi}_2^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_i} \hat{\phi}_i - \sqrt{\delta_i} \hat{\phi}_i^c \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m} - \sqrt{\delta_{N_m}} \hat{\phi}_{N_m}^c \end{array} \right\}_{(\hat{N}_d \times N_m) \times 1}
 \end{aligned}$$

(จ.7)

เฮซเซียนเมตริกซ์ของสมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x})$ สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \nabla^2 J(\mathbf{x}) = \nabla^2 J_E(\mathbf{x}) + \nabla^2 J_R(\mathbf{x}) \\ &= \sum_i^{N_m} \delta_i [\nabla^2 \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) + \nabla^T \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{e}_i(\mathbf{x})] + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} \end{aligned} \quad (จ.8)$$

เฮซเซียนเมตริกซ์จากสมการที่ (จ.8) ต้องการอนุพันธ์อันดับสองของสมการเป้าหมาย ซึ่งยากต่อการคำนวณ และเฮซเซียนเมตริกซ์ที่ได้อาจไม่เป็น Positive-definite ดังนั้นเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวเฮซเซียนเมตริกซ์ในสมการที่ (จ.8) จึงถูกประมาณด้วยวิธีเกาซ์-นิวตัน ดังสมการที่ (จ.9)

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &\approx \sum_i^{N_m} \delta_i \nabla^T \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{e}_i(\mathbf{x}) + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} \\ &= \nabla^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} \end{aligned} \quad (จ.9)$$

ในกรณีที่ $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ สมการที่ (จ.9) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{H} = \nabla^T \mathbf{e}(\mathbf{x}) \nabla \mathbf{e}(\mathbf{x}) + \alpha^2 \mathbf{I} \quad (จ.10)$$

จาก $\nabla \mathbf{e}(\mathbf{x}) = -\mathbf{S}$ ในสมการที่ (จ.3) จะได้ว่า

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \alpha^2 \mathbf{I} \quad (จ.11)$$

เพื่อความสะดวกในการแสดงเมตริกซ์ \mathbf{S} กำหนดให้

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1j} & \cdots & S_{1N_p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2j} & \cdots & S_{2N_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ij} & \cdots & S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N_m 1} & S_{N_m 2} & \cdots & S_{N_m j} & \cdots & S_{N_m N_p} \end{bmatrix}_{(N_d \times N_m) \times N_p} \quad (จ.12)$$

$$\text{โดยที่ } S_{ij} = \sqrt{\delta_i} \frac{\partial \hat{\phi}_i^c}{\partial x_j}$$

แสดง \mathbf{H} จากสมการที่ (จ.11) ในรูปของเมตริกซ์

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & \cdots & S_{j1} & \cdots & S_{N_m1} \\ S_{12} & S_{22} & \cdots & S_{j2} & \cdots & S_{N_m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1j} & S_{2j} & \cdots & S_{jj} & \cdots & S_{N_mj} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1N_p} & S_{2N_p} & \cdots & S_{iN_p} & \cdots & S_{N_mN_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1j} & \cdots & S_{1N_p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2j} & \cdots & S_{2N_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ij} & \cdots & S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N_m1} & S_{N_m2} & \cdots & S_{N_mj} & \cdots & S_{N_mN_p} \end{bmatrix} \\
 &+ \alpha^2 \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p} \\
 &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{i1} + \alpha^2 & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{iN_p} \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{i2} + \alpha^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{ij} + \alpha^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{iN_p} + \alpha^2 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}
 \end{aligned} \tag{จ.13}$$

ในกรณีที่สมการเป้าหมาย $J(\mathbf{x})$ มีเฉพาะฟังก์ชันค่าผิดพลาด $J_E(\mathbf{x})$ เท่านั้น สมการที่ (จ.11) ลดรูปเป็น

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \tag{จ.14}$$

ในรูปของเมตริกซ์

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i1}^T S_{iN_p} \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{i2}^T S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{ij}^T S_{iN_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{i1} & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{ij} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_m} S_{iN_p}^T S_{iN_p} \end{bmatrix}_{N_p \times N_p} \quad (9.15)$$



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน

นายสุวิทย์ วัชรธัญญากร เกิดเมื่อวันที่ 3 เดือนมกราคม พ.ศ. 2519 มีภูมิลำเนาอยู่ที่ อ.เมือง จ.ชลบุรี เรียนชั้นประถมศึกษาที่โรงเรียนประภัสสรวิทยา ชั้นมัธยมต้นที่โรงเรียนชลราษฎรอำรุง และมัธยมปลายที่โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) สำเร็จการศึกษาวศกรรมศาสตรบัณฑิตด้วยเกียรตินิยมอันดับสองจาก ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษา หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยเมื่อปีการศึกษา 2542



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย