รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

บุญสม หรรษาศิริพจน์. วิธีการตรวจสอบค่าผิดปกติในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2532.

สมชาย รัตนเลิศนุสรณ์ การเปรียบเทียบวิธีตรวจสอบข้อมูลผิดปรกติในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้น วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2534.

ภาษาอังกฤษ

Beclman, R.J. ; and Cook, R.D. 1983 Outliers.....s. Technometrics 25 : 119-163.

Hadi, A.S. 1992 Identifying Multiple Outliera in Multivariate Data. Journal of the Royal Statistical Society, Ser.B 54 : 761-771.

Hadi, A.S. 1994 A Modification of a Method for the detection of Outliers in Multivariate Samples. Journal of the Royal Statistical Society, Ser.B 56 : 393-396.

Hawlins, D.m. 1980 Identification of Outliers. Chapman and Hall. London.

Hadi, A.S. ; and Simonoff,J.S. 1993 Procedures for the identification of Multiple Outliers in Linear Model. Journal of the American Statistical Association 88 : 1264-1272.

Hernandez, F. ; and Johnson; A.Richard 1980 The Large-Sample Behavior of Transformation to normality. Journal of the American Statistical Association 75 : 855-861.

Kianifard, F. ; and Swallow, W.H. 1990 A Monte Carlo Comparison of five Procedures for Identifying Outliers in Linear Regression. Communications in Statistic, Part A, Theory and Method 19(5) : 1913-1936.

Marasinghe, M.G. 1985 A Multistage Procedure for detecting Several Outliers in Linear Regression. Technometrics 27 : 395-399.

Rousseeuw, P.J. and Leroy, A.M. 1986 Robust Regression and Outliers Detection. New York : John wiley.

Rousseeuw, P.J. and van Zomeren, B.C. 1990 Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Point(with discussion). Journal of the American Statistical Association 85: 633-639.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. <u>การสร้างตัวเลขสุ่ม</u> สร้างโดยใช้โปรแกรมย่อย (IX, IY, YFL) เมื่อ IX คือเลขสุ่มที่เป็นค่าเริ่มต้น (Seed) IY คือเลขสุ่มตัวถัดไปที่เราคำนวณได้จากเลขสุ่มเริ่มต้น YFL คือเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   SUBROUTINE RANDOM VARIABLE U(0,1)                          $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE RAND(IX, IY, YFL)
      IY = IX*65539
      IF(IY)5,6,6
    5 IY = IY + 2147483647 + 1
    6 YFL = IY
      YFL = YFL / 2147483647
      IX = IY
      RETURN
      END
```

2. <u>การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปรกติ</u> สร้างจาก FUNCTION NORMAL (DMEAN,SIGMA) โดยที่ DEMEAN และ $SIGMA^2$ คือค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่กำหนดตามลำดับซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   FUNCTION NORMAL                                            $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      FUNCTION NORMAL(DMEAN,SIGMA)
      REAL NORMAL
      COMMON /SEED/IX/SELECT/KK
      PI = 3.1415926
```

```
      IF(KK.EQ.1) GOTO 10
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
      RONE = YFL
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
      RTWO = YFL
      ZONE = SQRT(-2*ALIG(RONE))*COS(2*PT*RTWO)
      ZIWO = SQRT(-2*ALIG(RONE))*SIN(2*PT*RTWO)
      NORMAL = ZONE*SIGMA+DMEAN
      KK = 1
      RETURN
10    NORMAL = ZIWO*SIGMA+DMEAN
      KK = 0
      RETURN
      END
```

3. <u>การสร้างการแจกแจงปรกติปลอมปน</u> สร้างจากรูปแบบฟังก์ชันการแจกแจงของการแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกลและการแจกแจงปรกติปลอมปนในตำแหน่งตามลำดับดังนี้

1. การแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกล มีฟังก์ชันการแจงแจกคือ

$$F(x) = (1-P)\ N(0,\sigma^2) + P\ N(0,c^2\sigma^2)$$

กล่าวคือ เราจะสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกลโดยสร้างตัวแปรสุ่ม x มาจากการแจกแจง $N(0,\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น 1 - P และสร้างจากการแจกแจง $N(0,c^2\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น P โดยที่ P คือ ร้อยละการปลอมปนและ c^2 คือพารามิเตอร์แสดงสเกลของการแจกแจงที่ปลอมปน คำสั่งในการสร้างการแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกลคือ

```
10    DMEAN = 0.
      SIGMA = 1.
      SIGMC = 3.
      DO 15 I = 1,N
```

```
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
      IF(YFL-P) 20,20,30
20    E(I) = NORMAL(DMEAN,SIGMC)
      GOTO 15
30    E(I) = NORMAL(DMEAN,SIGMA)
15    CONTINUE
```

2. การแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกลมีฟังก์ชันการแจงแจกคือ

$$F(x) = (1-P)\ N(\mu,\sigma^2) + P\ N(a,\sigma^2)$$

กล่าวคือ เราจะสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปรกติปลอมปนในสเกลโดยสร้างตัวแปรสุ่ม x มาจากการแจกแจง $N(\mu,\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น 1 - P และสร้างจากการแจกแจง $N(a,\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น P โดยที่ P คือ ร้อยละการปลอมปนและ a คือพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของการแจกแจงที่ปลอมปนมา คำสั่งในการสร้างการแจกแจงปรกติปลอมปนในตำแหน่งคือ

```
40    DMEAN = 0.
      SIGMA = 1.
      DMEANC = 3.
      DO 45 I = 1,N
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
      IF(YFL-P) 46,46,47
46    E(I) = NORMAL(DMEANC,SIGMA)
      GOTO 45
47    E(I) = NORMAL(DMEAN,SIGMA)
45    CONTINUE
```

4. <u>การแจกแจงที</u> เราจะสร้างจากสัดส่วนของการแจกแจงปรกติมาตราฐานและการแจกแจงไคกำลังสอง โดยที่ $X \sim N(0,1)$ และ $Y \sim \chi^2_k$ และอิสระกัน k คือระดับขั้นความเสรี ฟังก์ชันที่ใช้สร้างการแจกแจงทีมีดังนี้

```
      FUNCTION TDIST(NDF,DMEAN,SIGMA)
      REAL NORMAL
C     T-DISTRIBUTION : T = X(NORMAL) / Y(CHISQ)
      SQNOR = 0.0
      DO 10 I = 1,NDF
   10 SQNOR = SQNOR + (NORMAL(DMEAN,SIGMA)**2)
      CHISQ = SQRT(SQNOR / FLOAT(NDF))
      TDIST = NORMAL(DMEAN,SIGMA)/Y
      RETURN
      END
```

5. <u>การแจกแจงถอกนอร์มอล</u> เราจะสร้างจากการหาค่า exponential ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติโดยมีคำสั่งในการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงถอกนอร์มอลคือ

```
      VAR  = 0.7
      SIGMA = SQRT(VAR)
      DMEAN = 0
      DO 48 I = 1,N
      Y(I) = EXP(NORMAL(DMEANC,SIGMA)
   48 CONTINUE
```

6 . <u>การแจกแจงแกมมา</u> สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแกมมาโดยใช้คุณสมบัติ reproductive property กล่าวคือถ้า x_i , $i = 1,...,n$ เป็นตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแกมมา มีพารามิเตอร์แสดงรูปร่างและพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งเท่ากับ α และ β ตามลำดับ และ $x = \sum_{i=1}^{n} x_i$ มีรูปแบบเป็น $G(\alpha,\beta)$ และ $\alpha = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ ดังนั้นเมื่อ α เป็นจำนวนเต็มมีค่าเท่ากับ m เราสามารถสร้างเลขสุ่มได้โดยการรวมตัวแปรสุ่มชี้กำลัง (exponential variable) ที่อิสระกัน m ตัวดังนี้

$$x = \beta \sum_{i=1}^{m} \left(-\ln U_i\right)$$

$$= -\beta \ln \prod_{i=1}^{m} U_i$$

เมื่อ U_i เป็นตัวแปรสุ่มที่มาจากการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

ฟังก์ชันการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแกมมาคือ

```
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C       $    GAMMA DIST. FUNC.                                 $
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
        FUNCTION GAMMA(ALPHA1,BETA1)
        COMMON /SEED/IX
        ALPHA = ALPHA1
        U = 0.0
    5   CALL RAND(IX,IY,YFL)
        V = -ALOG(YFL)
        U = U + V
        IF(ALPHA.EQ.1.0) GOTO 10
        ALPHA = ALPHA - 1.0
        GOTO 5
   10   GAMA = BETA1*U
        RETURN
        END
```

7. <u>การแจกแจงไวบุลล์</u> สร้างจากการแปลงผกผันของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ดังนี้

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงไวบุลล์คือ

$$F(x) = 1 - e^{-(x/\beta)^{\alpha}} \quad , x > 0$$

ให้ $F(x) = U$

ดังนั้น $x = \beta\,(-\ln(1-U))^{1/\alpha}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ฟังก์ชันที่ใช้ในการสร้างตัวแปรสุ่มให้การแจกแจงไวบูลล์คือ

```
FUNCTION WEI(ALPHA1,BETA1)
COMMON/SEED/IX
CALL  RAND(IX,IY,YFL)
WEI = BETA1*(-ALOG(YFL))**(1.0/ALHA1)
RETURN
END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข.

1. โปรแกรมหลักในการตรวจสอบค่าผิดปรกติ

```
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C       $          PROGRAM FOR DETECTING OUTLIERS              $
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
        DIMENSION X(100,6),XA(100,6),Y(100),ODER(100),BT(6),EI(100),T05(100),
     *            T01(100),DH(100),RAB(100),EHAT(100),BHAT(6),WS(100),
     *            WSM(100),MODER(100),XV(100,6),ODERV(100),YV(100),
     *            AAB(100),AABM(5),SSSE(6),OD(5),SAM(5),FK(5),QK(5),
     *            YH(100),ODERH(100),XHA(100,6),M(100),FT05(5),FT01(5),
     *             Y1(100),Y2(100),Y3(100),B1(6),B2(6),B3(6),SIGN(100)
        DOUBLE PRECISION AA(6,6),EMSE
        COMMON /SEED/IX/SELECT/KK
        INTEGER ROUND,P,P1,ODER,ODERV,OD,ODERH,H,H1
        REAL NORMAL,M
        DATA NDF/14/
        DATA N,K,K1,P,ROUND/20,0,2,5,500/
        DATA (BT(I),I=1,6)/10.,5*1./
        READ (5,1) RAM
    1   FORMAT(F10.2)
C           JCODE = 1 --> CONTAMINATE NORMAL DISTRIBUTION
            JCODE = 1
C           ICODE = 1 --> LOCATION CONT.  :  ICODE = 2 --> SCALE CONT.
C           ICODE = 3 --> T-DISTRIBUTION    : ICODE = 4 --> GAMMA  DIST.
C           ICODE = 5 --> WEIBULL  DIST.     : ICODE = 4 --> LOGNORMAL  DIST.
        ICODE = 3
        DMEAN  = 0.
        SIGMA  = 1.
```

```
      DMEANC = 10.
      SIGMC  = 3.
      ALPHA1 = 1.
      BETA1 = 1.
      NK = N - K
      JI = NK + 1
      K2 = K1 - 1
      L  = P
      L1 = L + 1
      IREJ = 0
      IRR = 0
      IFAIL = 0
      IFALL = 0
      KK = 0
      IX = 973253
      WRITE(6,*)'SEED  = ',IX,'ROUND =  ',ROUND
      WRITE(6,*)'OUTLIER = 4.0'
      DATA P5P11,P5P21,P5P31,P1P11,P1P21,P1P31,
     *     P5P12,P5P22,P5P32,P1P12,P1P22,P1P32,
     *     P5P13,P5P23,P5P33,P1P13,P1P23,P1P33,
     *     P5P14,P5P24,P5P34,P1P14,P1P24,P1P34/24*0.0/
C     N = 20   P = 1
C     DATA (FT01(I),I=1,2)/0.3147,0.0000/
C     DATA (FT05(I),I=1,2)/0.3939,0.0000/
C     DATA (FT01(I),I=1,2)/0.2098,0.2981/
C     DATA (FT05(I),I=1,2)/0.2708,0.3741/
C     DATA (FT01(I),I=1,3)/0.1399,0.1912,0.2814/
C     DATA (FT05(I),I=1,3)/0.1888,0.2524,0.3543/
C     DATA (FT01(I),I=1,4)/0.0947,0.1252,0.1725,0.2553/
C     DATA (FT05(I),I=1,4)/0.1318,0.1729,0.2340,0.3296/
```

```
CCCC      N = 50   P = 1
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.6273,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.6771,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.5411,0.6206/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.5899,0.6710/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.4714,0.5331,0.6139/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.5193,0.5829,0.6650/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.4135,0.4636,0.5255,0.6071/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.4596,0.5117,0.5758,0.6589/
CCCC      N = 100  P = 1
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7804,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.8095,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7214,0.7788/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.7516,0.8078/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.6710,0.7191,0.7768/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.7022,0.7495,0.8062/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.6265,0.6684,0.7168,0.7749/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.6580,0.6998,0.7475,0.8046/
CCCC      N = 20   P = 3
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.2738,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.3517,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.1769,0.2527/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.2369,0.3310/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.1144,0.1579,0.2319/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.1605,0.2168,0.3104/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.0737,0.0981,0.1389,0.2054/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.1082,0.1422,0.1967,0.2811/
CCCC      N = 50   P = 3
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.6135,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.6646,0.0000/
```

```
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.5252,0.6072/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.5749,0.6591/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.4539,0.5181,0.6010/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.5024,0.5684,0.6536/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.3951,0.4464,0.5111,0.5948/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.4412,0.4953,0.5620,0.6481/
CCCC        N = 100  P = 3
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7756,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.8053,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7157,0.7734/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.7464,0.8034/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.6644,0.7131,0.7712/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.6960,0.7440,0.8015/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.6192,0.6614,0.7105,0.7690/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.6510,0.6933,0.7417,0.7996/
CCCC        N = 20   P = 5
        DATA (FT01(I),I=1,2)/0.2319,0.0000/
        DATA (FT05(I),I=1,2)/0.3104,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.1389,0.2054/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.1967,0.2811/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.0819,0.1190,0.1789/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.1239,0.1722,0.2518/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.0470,0.0682,0.0991,0.1525/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.0763,0.1051,0.1477,0.2226/
CCCCCC      N = 50   P = 5
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.6010,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.6536,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.5111,0.5948/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.5620,0.6481/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.4389,0.5040,0.5885/
```

```
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.4883,0.5555,0.6426/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.3797,0.4315,0.4970,0.5823/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.4265,0.4812,0.5491,0.6372/
CCCCCC          N = 100  P = 5
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7712,0.0000/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.8015,0.0000/
C       DATA (FT01(I),I=1,2)/0.7105,0.7690/
C       DATA (FT05(I),I=1,2)/0.7417,0.7996/
C       DATA (FT01(I),I=1,3)/0.6585,0.7078,0.7669/
C       DATA (FT05(I),I=1,3)/0.6905,0.7393,0.7977/
C       DATA (FT01(I),I=1,4)/0.6128,0.6555,0.7052,0.7647/
C       DATA (FT05(I),I=1,4)/0.6451,0.6879,0.7370,0.7959/
        CALL HDATA(N,P,T05,T01,T05MR,T01MR)
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C       $   GENERATE FIXED VAR. X(I,J)    $
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
        DO 15 J=2,L1
        DO 17 I=1,NK
        CALL RAND(IX,IY,YFL)
        XA(I,J) = YFL*15.
   17   CONTINUE
   15   CONTINUE
        IF (NK.EQ.N) GOTO 27
        DO 16 J=2,L1
        CONST = 0.0
        DO 18 I=JI,N
        XA(I,J) = 20.0 - CONST
        CONST = CONST + 0.05
   18   CONTINUE
   16   CONTINUE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 27   DO 28 I=1,N
      XA(I,1)=1.
 28   CONTINUE
C     ************  RUN = ROUND *********
      DO 3000 IR=1,ROUND
      DO 61 II=1,N
 61   ODER(II)=II
      DO 2 I=1,N
      DO 3 J=1,L1
      X(I,J)=XA(I,J)
  3   CONTINUE
  2   CONTINUE
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   GENERAT (EI(J) ====> NORMAL(DMEAN,SIGMA)  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     DO 75 J = 1,N
C     IF(J.LE.NK) THEN
C        EI(J) = NORMAL(DMEAN,SIGMA)
C     ELSE
C        EI(J) = 4.0
C     ENDIF
C 75  CONTINUE
      IF (JCODE.EQ.1) THEN
      IF(ICODE.EQ.1)  THEN
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  GENERAT EI(J) ====> T-DISTRIBUTION $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      DO 601 J = 1,N
      IF(J.LE.NK) THEN
         EI(J) = TDIST(NDF,DMEAN,SIGMA)
```

```
      ELSE
         EI(J) = 4.5
      ENDIF
  601 CONTINUE
      ELSE IF(ICODE.EQ.2) THEN
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  GENERATE EI(J) ====> SCALE CONTAMINATE  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      DO 603 J = 1,N
      IF(J.LE.NK) THEN
         EI(J) = NORMAL(DMEAN,SIGMA)
      ELSE
         EI(J) = NORMAL(DMEAN,SIGMC)
      ENDIF
  603 CONTINUE
      ELSE
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  GENERATE EI(J) ====> LOCAT.  CONTAMINATE  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      DO 605 J = 1,N
      IF(J.LE.NK) THEN
         EI(J) = NORMAL(DMEAN,SIGMA)
      ELSE
         EI(J) = NORMAL(DMEAC,SIGMA)
      ENDIF
  605 CONTINUE
C     ------------------------------------
      DO 22 I =1,N
      SBA = 0.
      DO 47 J = 1,L1
```

```
      SBA = SBA + X(I,J)*BT(J)
   47 CONTINUE
      Y(I) = SBA + EI(I)
   22 CONTINUE
      ENDIF
      ELSE
      IF(ICODE.EQ.4) THEN
C     ##############################################
C     #  GENERATE Y ---> GAMMA DISTRIBUTION  #
C     ##############################################
   11 DO  19 I = 1,N
      Y(I) = GAMA(ALPHA1,BETA1)
      Y(I) = Y(I) * RAM
   19 CONTINUE
      ELSE IF(ICODE.EQ.5) THEN
C     ##############################################
C     #  GENERATE Y ---> WEIBULL  DISTRIBUTION  #
C     ##############################################
   21 DO  29 I = 1,N
      Y(I) = WEI(ALPHA1,BETA1)
      Y(I) = Y(I) * RAM
   29 CONTINUE
      ELSE
C     ##############################################
C     #  GENERATE Y ---> LOGNORMAL  DISTRIBUTION  #
C     ##############################################
   33 DO  39 I = 1,N
      Y(I) = EXP(NORMAL(DMEAN,SIGMA))
      Y(I) = ALOG(Y(I))
   39 CONTINUE
```

```
      ENDIF
      ENDIF
C     ##################################################
C     # SAVE VALUE FOR MARASING AND HADI METHOD #
C     ##################################################
      DO 23 I = 1,N
      YV(I) = Y(I)
      ODERV(I) = ODER(I)
      DO 26 J =1,L1
   26 XV(I,J) = X(I,J)
   23 CONTINUE
      CALL ROYTEST(N,Y,ITEST)
      IF(ITEST.EQ.1) THEN
         IREJ = IREJ + 1
      ELSE
         IRR = IRR + 1
      ENDIF
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $    RECURSIVE RESIDUAL'S METHOD    $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      IR5P11 = 0.
      IR5P31 = 0.
      IR1P11 = 0.
      IR1P31 = 0.
      IR5P12 = 0.
      IR5P32 = 0.
      IR1P12 = 0.
      IR1P32 = 0.
      IR5P13 = 0.
      IR5P33 = 0.
```

```
      IR1P13 = 0.
      IR1P33 = 0.
      IR5P14 = 0.
      IR5P34 = 0.
      IR1P14 = 0.
      IR1P34 = 0.
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      IMN = 0
      NLL = N - L1
      DO 1200 IL = 1,NLL
      NK3 = N-IL+1
      CALL SBHAT(NK3,L1,X,Y,BHAT,AA,ICANT)
      IF(ICANT.EQ.1) THEN
      IFAIL = IFAIL + 1
      GOTO 3000
      ENDIF
      CALL SEHAT(NK3,L1,X,Y,BHAT,EHAT)
      CALL SDH(NK3,L1,X,AA,DH)
      SSSR = 0.0
      DO 31 I = 1,NK3
   31 SSSR = SSSR + (EHAT(I)**2)
      DO 400 IQ = 1,NK3
      IF(1.-DH(IQ).LE.0.0) THEN
      IFAIL = IFAIL + 1
      GOTO 3000
      ENDIF
      RAB(IQ) = EHAT(IQ)/(SQRT(1.-DH(IQ)))
      RAB(IQ) = ABS(RAB(IQ))
  400 CONTINUE
      CALL RANK(NK3,RAB,Y,X,ODER)
```

```
      CALL SBHAT(L1,L1,X,Y,BHAT,AA,ICANT)
      IF(ICANT.EQ.1) THEN
         IFAIL = IFAIL + 1
         GOTO 3000
      ENDIF
      CALL WI(NK3,L1,X,Y,SSSR,RAB,BHAT,AA,WS,ISUM)
      IF(ISUM.EQ.1) THEN
         IFALL = IFALL + 1
         GOTO 3000
      ENDIF
      CALL RANK(NK3,WS,Y,X,ODER)
      SWMAX=WS(NK3)
      IF(NK3.EQ.N) THEN
         DO 1111 II=1,N
            WSM(II) = WS(II)
            MODER(II) = ODER(II)
1111     CONTINUE
      ENDIF
C              $$$$$$ SEQUENTIAL  RECURSIVE  $$$$$$$$
      IMNO=0
      IMNO=IMNO+IMN
      IF(SWMAX.GT.T05(NK3)) THEN
         IF(ODER(NK3).GT.NK) THEN
            IR5P12=IR5P12+1
         ELSE
            IR5P32=IR5P32+1
         ENDIF
         IF(IMNO.EQ.0) THEN
            IF(SWMAX.GT.T01(NK3)) THEN
               IF(ODER(NK3).GT.NK) THEN
```

```
                IR1P12=IR1P12+1
              ELSE
                IR1P32=IR1P32+1
              ENDIF
              IMN=0
              GOTO 1200
            ELSE
              IMN=1
              GOTO 1200
            ENDIF
          ELSE
            IMN=1
            GOTO 1200
          ENDIF
        ELSE
          GOTO 1201
        ENDIF
1200  CONTINUE
C           $$$$$$$  MODIFIED RECURSIVE METHOD  $$$$$$$
1201  IJL = 0
      DO 420 I = 1,N
      IJKL = 0
      IJKL = IJKL+IJL
      NK4 = N - I + 1
      T5 = T05(N)
      T1 = T01(N)
      IF(NK4.NE.N) THEN
          T05MR = T05MR
          T01MR = T01MR
          GOTO 2226
```

```
      ENDIF
           T05MR = T5
           T01MR = T1
2226  IF(WSM(NK4).GT.T05MR) THEN
         IF(MODER(NK4).GT.NK) THEN
            IR5P11 = IR5P11+1
         ELSE
            IR5P31 = IR5P31+1
         ENDIF
         IF(IJKL.EQ.0) THEN
            IF(WSM(NK4).GT.T01MR) THEN
               IF(MODER(NK4).GT.NK) THEN
                  IR1P11 = IR1P11+1
               ELSE
                  IR1P31 = IR1P31+1
               ENDIF
               IJL=0
               GOTO 420
            ELSE
               IJL=1
               GOTO 420
            ENDIF
         ENDIF
      ELSE
         GOTO 1203
      ENDIF
 420  CONTINUE
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $              MEVYN G. MARASING'S METHOD                    $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
1203  DO 1700 IJK=1,K1
      NK1=N-IJK+1
      CALL SBHAT(NK1,L1,XV,YV,BHAT,AA,ICANT)
      IF(ICANT.EQ.1) THEN
      IFAIL = IFAIL + 1
      GOTO 3000
      ENDIF
      CALL SEHAT(NK1,L1,XV,YV,BHAT,EHAT)
      CALL SDH(NK1,L1,XV,AA,DH)
      SSE = 0.0
      DO 99 I = 1,NK1
 99   SSE = SSE + (EHAT(I)**2)
      SSSE(IJK) = SSE
      DO 220 IQ=1,NK1
      IF(1.-DH(IQ).LE.0.0) THEN
            IFAIL = IFAIL + 1
            GOTO 3000
      ENDIF
      AAB(IQ) = EHAT(IQ)/(SQRT(1.-DH(IQ)))
      AAB(IQ) = ABS(AAB(IQ))
220   CONTINUE
      CALL RANK(NK1,AAB,YV,XV,ODERV)
      AMAX=AAB(NK1)
      AABM(IJK)=AMAX
      SAM(IJK)=AABM(IJK)**2
      OMAX=ODERV(NK1)
      OD(IJK)=OMAX
         IF(NK1.EQ.N) THEN
               DO 221 J1 = 1,N
               YH(J1) = YV(J1)
```

```
            ODERH(J1) = ODERV(J1)
            DO 222 J2 = 1,L1
222         XHA(J1,J2) = XV(J1,J2)
221         CONTINUE
        ENDIF
1700  CONTINUE
      QKK=0.0
      DO 30 IJ=1,K1
      I=K1-IJ+1
      QKK=QKK+SAM(I)
      QK(I)=QKK
 30   CONTINUE
      DO 40 J=1,K2
      FK(J)=(SSSE(J)-QK(J))/SSSE(J)
 40   CONTINUE
      IJL=0
      DO 10 I=1,K2
      IJKL=0
      IJKL=IJKL+IJL
      IF(FK(I).LT.FT05(I)) THEN
      IF(OD(I).GT.NK) THEN
        IR5P13 = IR5P13 + 1
      ELSE
        IR5P33 = IR5P33 + 1
      ENDIF
      IF(IJKL.EQ.0) THEN
      IF(FK(I).LT.FT01(I)) THEN
      IF(OD(I).GT.NK) THEN
          IR1P13 = IR1P13 + 1
      ELSE
```

```
          IR1P33 = IR1P33 + 1
        ENDIF
          IJL=0
          GOTO 10
        ELSE
          IJL=1
          GOTO 10
        ENDIF
        ELSE
          IJL=1
          GOTO 10
        ENDIF
        ENDIF
   10   CONTINUE
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C       $    HADI  AND  SINONNOFF'S METHOD    $
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
 2075   H=(N+L1-1)/2
        N1=N-2
        IJL = 0
        DO 1500 IA=L1,N1
        NK2=IA+1
        CALL SBHAT(NK2,L1,XHA,YH,BHAT,AA,ICANT)
        IF(ICANT.EQ.1) GOTO 1500
        CALL SEHAT(N,L1,XHA,YH,BHAT,EHAT)
        CALL SDH(N,L1,XHA,AA,DH)
        SMSE = 0.0
        DO 101 I=1,NK2
   101  SMSE = SMSE + (EHAT(I)**2)
        EMSE = SQRT(SMSE/(NK2-L1))
```

```
      DO 305 IB=1,N
      IF(IB.LE.NK2) THEN
            IF(1.-DH(IB).LE.0.0) THEN
                  IFAIL = IFAIL + 1
                  GOTO 3000
            ENDIF
            AAB(IB)=EHAT(IB)/(SQRT(1.-DH(IB)))
           AAB(IB)=ABS(AAB(IB))
      ELSE
            IF(1.+DH(IB).LE.0.0) THEN
                  IFAIL = IFAIL + 1
                  GOTO 3000
      ENDIF
            AAB(IB)=EHAT(IB)/(SQRT(1.+DH(IB)))
            AAB(IB)=ABS(AAB(IB))
      ENDIF
305   CONTINUE
      IF(NK2.LT.H) THEN
            CALL RANK(N,AAB,YH,XHA,ODERH)
            GOTO 1500
       ELSE
            DO 309 ID=1,N
            M(ID)=AAB(ID)/EMSE
309         CONTINUE
      CALL RANK(N,M,YH,XHA,ODERH)
      H1=NK2+1
      IJKL=0
      IJKL=IJKL+IJL
      AM = M(H1)
      IF(IJKL.EQ.0) THEN
```

```
      IF(M(H1).GE.T05(H1)) THEN
      DO 311 IE=H1,N
      IF(ODERH(IE).GT.NK) THEN
          IR5P14 = IR5P14 + 1
      ELSE
          IR5P34 = IR5P34 + 1
      ENDIF
  311 CONTINUE
 1488 M(H1)=AM
      IF(M(H1).GE.T01(H1)) THEN
          DO 313 II=H1,N
          IF(ODERH(II).GT.NK) THEN
              IR1P14 = IR1P14 + 1
          ELSE
              IR1P34 = IR1P34 + 1
          ENDIF
  313     CONTINUE
          IJL=0
          GOTO 1499
      ELSE
          IJL=1
          GOTO 1500
      ENDIF
      ELSE
      GOTO 1500
      ENDIF
      ELSE
      GOTO 1488
      ENDIF
      ENDIF
```

สำนักวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 1500  CONTINUE
C      ---------------------------------
 1499  CALL PROB(K,IR5P12,IR1P12,IR5P32,IR1P32,
     * P5P12,P5P22,P5P32,P1P12,P1P22,P1P32)
       CALL PROB(K,IR5P11,IR1P11,IR5P31,IR1P31,
     * P5P11,P5P21,P5P31,P1P11,P1P21,P1P31)
       CALL PROB(K,IR5P13,IR1P13,IR5P33,IR1P33,
     * P5P13,P5P23,P5P33,P1P13,P1P23,P1P33)
       CALL PROB(K,IR5P14,IR1P14,IR5P34,IR1P34,
     * P5P14,P5P24,P5P34,P1P14,P1P24,P1P34)
 3000  CONTINUE
       IR1 = IRR - IFAIL - IFALL
       WRITE(6,*)'IRR',IRR,'IFAIL',IFAIL,'IR1',IR1
       WRITE(6,*)'IFALL =',IFALL
 4000  W5P11 = P5P11/IR1
       W5P21 = 1.0 - (P5P21/IR1)
       W5P31 = P5P31/IR1
       W1P11 = P1P11/IR1
       W1P21 = 1.0 - (P1P21/IR1)
       W1P31 = P1P31/IR1
       W5P12 = P5P12/IR1
       W5P22 = 1.0 - (P5P22/IR1)
       W5P32 = P5P32/IR1
       W1P12 = P1P12/IR1
       W1P22 = 1.0 - (P1P22/IR1)
       W1P32 = P1P32/IR1
       W5P13 = P5P13/IR1
       W5P23 = 1.0 - (P5P23/IR1)
       W5P33 = P5P33/IR1
       W1P13 = P1P13/IR1
```

```
W1P23 = 1.0 - (P1P23/IR1)
W1P33 = P1P33/IR1
W5P14 = P5P14/IR1
W5P24 = 1.0 - (P5P24/IR1)
W5P34 = P5P34/IR1
W1P14 = P1P14/IR1
W1P24 = 1.0 - (P1P24/IR1)
W1P34 = P1P34/IR1
WRITE(6,2230)
IF(ICODE.EQ.1) THEN
      WRITE(6,*)'T-DISTRIBUTION '
      WRITE(6,*)'N  P  K  K1  DF'
      WRITE(6,666)N,P,K,K1,DF
 ELSE  IF(ICODE.EQ.2) THEN
      WRITE(6,*)'SCALE CONT.'
      WRITE(6,*)'  N   P   K  K1  SIGMC PC'
      WRITE(6,666)N,P,K,K1,SIGMC,PC
 ELSE  IF(ICODE.EQ.3) THEN
       WRITE(6,*)'LOCATE CONT.'
       WRITE(6,*)'  N   P   K  K1  DMEANC PC'
       WRITE(6,666)N,P,K,K1,DMEANC,PC
 ELSE  IF(ICODE.EQ.4) THEN
      WRITE(6,*)'GAMMA DISTRIBUTION'
      WRITE(6,*)'  N   P   K  K1  ALPHA1  BETA1'
      WRITE(6,666)N,P,K,K1,ALPHA1,BETA1
 ELSE  IF(ICODE.EQ.5) THEN
       WRITE(6,*)'WEIBULL DISTRIBUTION'
       WRITE(6,*)'  N   P   K  K1  ALPHA1  BETA1'
       WRITE(6,666)N,P,K,K1,ALPHA1,BETA1
 ELSE
```

```
            WRITE(6,*)'LOGNORMAL DISTRIBUTIO'
            WRITE(6,*)' N   P   K  K1  ALPHA1  BETA1'
            WRITE(6,666)N,P,K,K1,NDF
         ENDIF
         WRITE(6,2230)
         WRITE(6,2078)
         WRITE(6,2230)
         WRITE(6,2990)W5P11,W5P21,W5P31,W1P11,W1P21,W1P31,
     *                W5P12,W5P22,W5P32,W1P12,W1P22,W1P32,
     *                W5P13,W5P23,W5P33,W1P13,W1P23,W1P33,
     *                W5P14,W5P24,W5P34,W1P14,W1P24,W1P34
         WRITE(6,2230)
  666  FORMAT(1X,I4,I3,1X,I3,1X,I3,1X,F4.0,1X,F5.2)
 2078  FORMAT(1X,'METH',4X,'P1',6X,'P2',6X,'P3',3X,'I',1X,
     * 'METH',4X,'P1',6X,'P2',6X,'P3')
 2990  FORMAT(1X,'MR05',3F8.4,1X,'I',1X,'MR01',3F8.4/
     *      1X,'SR05',3F8.4,1X,'I',1X,'SR01',3F8.4/
     *      1X,'MV05',3F8.4,1X,'I',1X,'MV01',3F8.4/
     *      1X,'HS05',3F8.4,1X,'I',1X,'HS01',3F8.4)
 2230  FORMAT(59('='))
         STOP
         END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. โปรแกรมย่อยและฟังก์ชันต่างๆ

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  SUBROUTINE RANDOM VARIABLE ==> U(0,1)  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE RAND(IX,IY,YFL)
      IY = IX*65539
      IF(IY)5,6,6
    5 IY = IY+2147483647 + 1
    6 YFL = IY
      YFL = YFL / 2147483647
      IX = IY
      RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $     FUNCTION NORMAL        $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      FUNCTION NORMAL(DMEAN,SIGMA)
      REAL NORMAL
      COMMON /SEED/IX/SELECT/KK
      PI = 3.1415926
      IF(KK.EQ.1) GOTO 10
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
          RONE = YFL
      CALL RAND(IX,IY,YFL)
          RTWO = YFL
      ZONE = SQRT(-2*ALOG(RONE))*COS(2*PI*RTWO)
      ZTWO = SQRT(-2*ALOG(RONE))*SIN(2*PI*RTWO)
          NORMAL = ZONE*SIGMA+DMEAN
      KK = 1
```

```
      RETURN
   10 NORMAL = ZTWO*SIGMA+DMEAN
      KK = 0
      RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $ T-DISTRIBUTION FUNC.  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      FUNCTION TDIST(NDF,DMEAN,SIGMA)
      REAL NORMAL
C     TDIST : T = X(NORMAL)/CHISQ:CHISQ(NDF=DF.)
      SQNOR = 0.
      DO 10 I = 1,NDF
   10 SQNOR = SQNOR + (NORMAL(DMEAN,SIGMA)**2)
      CHISQ = SQRT(SQNOR/FLOAT(NDF))
      TDIST = NORMAL(DMEAN,SIGMA)/CHISQ
      RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   SUBROUTINE RANK DATA FOR RESIDUAL   $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE RANK(NN,RR,YY,XX,OO)
      DIMENSION YY(100),XX(100,6),OO(100),RR(100)
      INTEGER OO
      N1 = NN - 1
      DO 20 I1 = 1,N1
      N2 = I1 + 1
      DO 15 J1 = N2,NN
         IF(RR(I1).LE.RR(J1)) GOTO 15
         HOLD = RR(I1)
```

```
      RR(I1) = RR(J1)
      RR(J1) = HOLD
      HOLD = YY(I1)
      YY(I1) = YY(J1)
      YY(J1) = HOLD
      HOLD = XX(I1,1)
      XX(I1,1) = XX(J1,1)
      XX(J1,1) = HOLD
      HOLD = XX(I1,2)
      XX(I1,2) = XX(J1,2)
      XX(J1,2) = HOLD
      HOLD = XX(I1,3)
      XX(I1,3) = XX(J1,3)
      XX(J1,3) = HOLD
      HOLD = XX(I1,4)
      XX(I1,4) = XX(J1,4)
      XX(J1,4) = HOLD
      HOLD = XX(I1,5)
      XX(I1,5) = XX(J1,5)
      XX(J1,5) = HOLD
      HOLD = XX(I1,6)
      XX(I1,6) = XX(J1,6)
      XX(J1,6) = HOLD
      HOLD = OO(I1)
      OO(I1) = OO(J1)
      OO(J1) = HOLD
15  CONTINUE
20  CONTINUE
    RETURN
    END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $       SUBROUTINE BHAT        $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE SBHAT(NN,LL,SX,SY,SB,AA,ICANT)
      DIMENSION SX(100,6),SY(100),SB(6),SXT(6,100),SXTY(6),S(6,6)
      DOUBLE PRECISION AA(6,6)
      ICANT = 0
      DO 20 I = 1,NN
      DO 25 J = 1,LL
      SXT(J,I) = SX(I,J)
   25 CONTINUE
   20 CONTINUE
      DO 30 I = 1,LL
      SUM = 0.0
      DO 35 J = 1,NN
   35 SUM = SUM + (SXT(I,J)*SY(J))
      SXTY(I) = SUM
   30 CONTINUE
      DO 36 I = 1,LL
      DO 40 I1 = 1,LL
      SIK = 0.0
      DO 45 J = 1,NN
   45 SIK = SIK + (SXT(I,J)*SX(J,I1))
      S(I,I1) = SIK
   40 CONTINUE
   36 CONTINUE
      DO 58 I = 1,LL
      DO 50 J = 1,LL
   50 AA(I,J) = S(I,J)
   58 CONTINUE
```

```
      DO 10 K = 1,LL
      IF(AA(K,K).EQ.0.0) THEN
      ICANT = 1
      GOTO 90
      ENDIF
   10 CONTINUE
      CALL INVS(LL,AA)
      DO 60 I = 1,LL
      SB(I) = 0.0
      DO 60 J = 1,LL
   60 SB(I) = SB(I) + (AA(I,J)*SXTY(J))
   90 RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   SUBROUTINE YHAT AND EHAT    $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE SEHAT(NN,LL,SX,SY,SB,EHAT)
      DIMENSION SX(100,6),SY(100),SB(6),YHAT(100),EHAT(100)
      DO 13 I = 1,NN
      YHAT(I) = 0.0
      DO 15 J = 1,LL
   15 YHAT(I) = YHAT(I) + (SB(J)*SX(I,J))
   13 CONTINUE
      DO 17 I = 1,NN
      EHAT(I) = SY(I) - YHAT(I)
   17 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $     SUBROUTINE HAT MATRIX     $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE SDH(NN,LL,SX,AA,DH)
      DIMENSION SX(100,6),SXT(6,100),DH(100),XH(100,6)
      DOUBLE PRECISION AA(6,6)
      DO 10 I = 1,NN
      DO 15 J = 1,LL
      SXT(J,I) = SX(I,J)
   15 CONTINUE
   10 CONTINUE
      DO 70 I = 1,NN
      DO 73 II = 1,LL
      SXH = 0.0
      DO 75 J = 1,LL
   75 SXH = SXH + (SX(I,J)*AA(J,II))
      XH(I,II) = SXH
   73 CONTINUE
   70 CONTINUE
      DO 80 I = 1,NN
      SH = 0.0
      DO 85 J = 1,LL
   85 SH = SH + (XH(I,J)*SXT(J,I))
      DH(I) = SH
   80 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  SUBROUTINE INVERSE MATRIX   $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE INVS(MM,A)
      DOUBLE PRECISION A(6,6)
      DO 20 K = 1,MM
      IF(A(K,K))56,20,56
   56 A(K,K) = -1.0/A(K,K)
      DO 5 I = 1,MM
      IF(I-K)3,5,3
    3 A(I,K) = -A(I,K)*A(K,K)
    5 CONTINUE
      DO 10 I = 1,MM
      DO 10 J = 1,MM
      IF((I-K)*(J-K))9,10,9
    9 A(I,J) = A(I,J)-A(I,K)*A(K,J)
   10 CONTINUE
      DO 20 J = 1,MM
      IF(J-K) 18,20,18
   18 A(K,J) = -A(K,J)*A(K,K)
   20 CONTINUE
      DO 25 I = 1,MM
      DO 25 J = 1,MM
   25 A(I,J) = -A(I,J)
      RETURN
      END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C       $  SUBROUTINE WI(NK3,L1,X,YRAM,SSSE,RAB,BHAT,XTXI,WS,ISUM)  $
C       $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
        DIMENSION X(100,6),YRAM(100),XT(6,100),RAB(100),
     *  BHAT(6),WS(100),SUM(100)
        DOUBLE PRECISION XTXI(6,6),XXT(6),TXX(6),HX,
     *  TXT(6,6)
        REAL MSE
        ISUM = 0
        L2 = L1 + 1
        DO 10 I = 1,NK3
        SUM(I) = SSSE - (RAB(I)**2)
 10     CONTINUE
        DO 407 I = 1,NK3
        DO 409 J = 1,L1
        XT(J,I) = X(I,J)
 409    CONTINUE
 407    CONTINUE
        DO 405 IA = L2,NK3
        YH = 0.0
        DO 505 J = 1,L1
 505    YH = YH + (X(IA,J)*BHAT(J))
        DO 525 I = 1,L1
        ATX = 0.0
        DO 535 J = 1,L1
 535    ATX = ATX + (XTXI(I,J)*XT(J,IA))
        TXX(I) = ATX
 525    CONTINUE
        DO 512 I = 1,L1
        XXT(I) = TXX(I)
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
512  CONTINUE
     HX = 0.0
     DO 550 J = 1,L1
550  HX = HX + (XXT(J)*XT(J,IA))
     DO 555 I = 1,L1
     DO 560 I1 = 1,L1
     ATXT = 0.0
     ATXT = ATXT + (TXX(I)*XXT(I1))
     TXT(I,I1) = ATXT
560  CONTINUE
555  CONTINUE
     E = YRAM(IA) - YH
     SH = 1.+ HX
          IF(SH.LE.0.) THEN
               JFELL = JFELL + 1
               GOTO 3000
          ENDIF
     SQH = SQRT(SH)
     W = E/SQH
     MSE = SUM(IA)/(NK3-L1-1)
     IF(MSE.GT.0.0) THEN
          MSE = SQRT(MSE)
     ELSE
          ISUM = 1
        GOTO 3000
     ENDIF
     WS(IA) = ABS(W/MSE)
     DO 411 J = 1,L1
     BHAT(J) = BHAT(J) + ((TXX(J)*E)/SH)
```

```
 411  CONTINUE
      DO 413 I = 1,L1
      DO 415 I1 = 1,L1
      XTXI(I,I1) = XTXI(I,I1) - (TXT(I,I1)/SH)
 415  CONTINUE
 413  CONTINUE
 405  CONTINUE
3000  RETURN
      END
C     ------------------------------------------
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $  CRITICAL VALUE HADI AND SIMONNOFF'S METHODS ===>T/2N    $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE HDATA(N,P,T05,T01,T05MR,T01MR)
      DIMENSION T05(100),T01(100), T051(100),T053(100),
     * T055(100),T011(100),T013(100),T015(100)
      INTEGER P
C     $              P = 1          $
 211 DATA (T051(I),I=1,100)/5*0.,6.23,5.07,4.53,4.22,4.03,3.90,3.81,
     * 3.74,3.69,3.65,3.62,3.59,3.57,3.56,3.54,3.53,2*3.52,3.51,4*3.50,
     * 21*3.49,10*3.51,10*3.53,10*3.55,10*3.57,10*3.59,3.60/
      DATA (T011(I),I=1,100)/5*0.,10.87,7.84,6.54,5.84,5.41,5.12,4.91,
     * 4.76,4.64,4.55,4.48,4.41,4.36,4.32,4.29,4.26,4.23,4.21,4.19,4.17,
     * 4.15,4.14,4.13,4.12,4.11,4.10,4.09,2*4.08,2*4.07,3*4.06,10*4.05,
     * 30*4.03,10*4.04,10*4.05,4.06/
C     $              P = 3          $
 212  DATA (T053(I),I=1,100)/5*0.,76.39,11.77,6.90,5.44,4.77,4.40,4.17,
     * 4.02,3.91,3.83,3.77,3.72,3.68,3.65,3.62,3.60,3.59,3.57,3.56,3.55,
     * 2*3.54,2*3.53,4*3.52,16*3.51,10*3.52,10*3.54,10*3.55,10*3.57,
     * 10*3.59,3.60/
```

```
      DATA (T013(I),I=1,100)/5*0.,382.00,26.43,11.98,8.38,6.87,6.07,
     * 5.58,5.25,5.02,4.85,4.72,4.62,4.54,4.47,4.42,4.37,4.33,4.30,
     * 4.27,4.24,4.22,4.20,4.18,4.17,4.15,4.14,4.13,4.12,2*4.11,4.10,
     * 2*4.09,11*4.08,10*4.05,20*4.04,20*4.05,4.06/
C     $              P = 5          $
  213 DATA (T055(I),I=1,100)/7*0.,101.90,13.36,7.45,5.75,4.98,4.56,
     * 4.30,4.12,4.00,3.90,3.83,3.78,3.73,3.70,3.67,3.65,3.63,3.61,
     * 3.60,2*3.58,3.57,3.56,2*3.55,4*3.54,23*3.53,10*3.54,10*3.56,
     * 10*3.58,10*3.59,3.61/
      DATA (T015(I),I=1,100)/7*0.,509.30,29.97,12.92,8.83,7.15,6.26,
     * 5.73,5.37,5.12,4.94,4.80,4.69,4.60,4.52,4.46,4.41,4.37,4.33,
     * 4.30,4.27,4.25,4.23,4.21,4.19,4.18,4.17,4.15,4.14,2*4.13,4.12,
     * 4.11,10*4.10,10*4.07,30*4.05,10*4.06,4.07/
      DO 9117 I=1,N
      IF(P.EQ.1) THEN
            T05(I) = T051(I)
            T01(I) = T011(I)
      ELSE IF(P.EQ.3) THEN
            T05(I) = T053(I)
            T01(I) = T013(I)
      ELSE IF(P.EQ.5) THEN
            T05(I) = T055(I)
            T01(I) = T015(I)
      ENDIF
 9117 CONTINUE
      T5MR21 = 2.11
      T5MR23 = 2.13
      T5MR25 = 2.16
      T5MR35 = 1.96
      T1MR21 = 2.90
```

```
      T1MR23 = 2.95
      T1MR25 = 3.01
      T1MR35 = 2.56
      IF(N.EQ.20) THEN
         IF(P.EQ.1) THEN
            T05MR = T5MR21
            T01MR = T1MR21
         ELSE IF(P.EQ.3) THEN
            T05MR = T5MR23
            T01MR = T1MR23
         ELSE IF(P.EQ.5) THEN
            T05MR = T5MR25
            T01MR = T1MR25
         ENDIF
      ELSE
         T05MR = T5MR35
         T01MR = T1MR35
      ENDIF
      RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   SUBROUTINE  FOR COMPUTE TYPE I, P1 P3 AND P3   $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE PROB(K,IR05P1,IR01P1,IR05P3,IR01P3,
     * P05P1,P05P2,P05P3,P01P1,P01P2,P01P3)
      IF(K.EQ.0) THEN
         IF(IR05P3.GT.0) P05P3 = P05P3 + 1.
         IF(IR01P3.GT.0) P01P3 = P01P3 + 1.
         GOTO 3000
      ENDIF
```

```
2999 IF((IR05P1.EQ.0) .AND. (IR05P3.EQ.0)) THEN
          GOTO 2998
     ELSE IF((IR05P1.EQ.K) .AND. (IR05P3.EQ.0)) THEN
          P05P1 = P05P1 + 1.
          P05P2 = P05P2 + 1.
     ELSE IF((IR05P1.EQ.K) .AND. (IR05P3.GT.0)) THEN
          P05P2 = P05P2 + 1.
          P05P3 = P05P3 + 1.
     ELSE IF((IR05P1.GT.0) .AND. (IR05P1.LT.K) .AND.
    * (IR05P3.EQ.0)) THEN
          P05P2 = P05P2 + 1.
     ELSE IF((IR05P1.GT.0) .AND. (IR05P1.LT.K) .AND.
    * (IR05P3.GT.0)) THEN
          P05P2 = P05P2 + 1.
          P05P3 = P05P3 + 1.
     ELSE IF((IR05P1.EQ.0) .AND. (IR05P3.GT.0)) THEN
          P05P3 = P05P3 + 1.
     ENDIF
2998 IF((IR01P1.EQ.0) .AND. (IR01P3.EQ.0)) THEN
          GOTO 3000
     ELSE IF((IR01P1.EQ.K) .AND. (IR01P3.EQ.0)) THEN
          P01P1 = P01P1 + 1.
          P01P2 = P01P2 + 1.
     ELSE IF((IR01P1.EQ.K) .AND. (IR01P3.GT.0)) THEN
          P01P2 = P01P2 + 1.
          P01P3 = P01P3 + 1.
     ELSE IF((IR01P1.GT.0) .AND. (IR01P1.LT.K) .AND.
    * (IR01P3.EQ.0)) THEN
          P01P2 = P01P2 + 1.
     ELSE IF((IR01P1.GT.0) .AND. (IR01P1.LT.K) .AND.
```

```
     * (IR01P3.GT.0)) THEN
            P01P2 = P01P2 + 1.
            P01P3 = P01P3 + 1.
          ELSE IF((IR01P1.EQ.0) .AND. (IR01P3.GT.0)) THEN
            P01P3 = P01P3 + 1.
          ENDIF
3000 RETURN
          END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $    GAMMA DIST. FUNC.  $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
          FUNCTION GAMA(ALPHA1,BETA1)
          COMMON / SEED / IX
          ALPHA = ALPHA1
          U = 0.0
    5  CALL RAND(IX,IY,YFL)
          V = -ALOG(YFL)
          U = U + V
          IF(ALPHA.EQ.1.0) GOTO 10
          ALPHA = ALPHA - 1.0
          GOTO 5
   10  GAMA = BETA1*U
          RETURN
          END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $   WEIBULL DIST. FUNC.   $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
          FUNCTION WEIBUL(ALPHA1,BETA1)
          COMMON / SEED / IX
          CALL RAND(IX,IY,YFL)
```

```
      WEIBUL = BETA1*(-ALOG(YFL))**(1.0/ALPHA1)
      RETURN
      END
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
C     $ SUBROUTINE FOR TEST NORMALITY BY W-STATISTIC WITH $
C     $                    ROYSTON'S METHOD                 $
C     $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
      SUBROUTINE ROYTEST(N,YRAM,ITEST)
      DIMENSION YRAM(100),X(100)
C     Z = 2.326
      Z = 1.645
C     Z = 1.282
      DO 10 I = 1,N
   10 X(I) = YRAM(I)
      CALL RANK1(N,X)
      SUM1 = 0.
      SUM2 = 0.
      DO 11 I = 1,N
      SUM1 = SUM1 + X(I)
      SUM2 = SUM2 + X(I)**2
   11 CONTINUE
      SSQ = SUM2 - SUM1**2/FLOAT(N)
      CALL WEXT(X,N,SSQ,N2,W,PW,IFAULT,ZC)
      IF(ZC.GT.Z) THEN
         ITEST = 1
      ELSE
         ITEST = 2
      ENDIF
   30 CONTINUE
      RETURN
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      END
C     ------------------------------------------------------------
      SUBROUTINE WEXT(X,N,SSQ,N2,W,PW,IFAULT,ZC)
      REAL X(N),A(50),LAMDA,WA(3),WB(4),WC(4),WD(6),WE(6),WF(7),
     * A1(10),A2(25),A3(50)
      DATA (WA(I),I=1,3)/0.118898,0.133414,0.327907/,
     * (WB(I),I=1,4)/-0.37542,-0.492145,-1.124332,-0.199422/,
     * (WC(I),I=1,4)/-3.15805,0.729399,3.01855,1.558776/,
     * (WD(I),I=1,6)/0.480385,0.318828,0.0,-0.0241665,0.00879701,
     * 0.002989646/,
     * (WE(I),I=1,6)/-1.91487,-1.37888,-0.04183209,0.1066339,
     * -0.03513666,-0.01504614/,
     * (WF(I),I=1,7)/-3.73538,-1.015807,-0.331885,0.1773538,
     * -0.01638782,-0.03215018,0.003852646/
      DATA UPPER,ZERO,ONE,THREE,FIVE/.TRUE.,0.0,1.0,3.0,5.0/
C     ==================== N = 20 ======================
      DATA(A1(I),I=1,10)/0.475833,0.318258,0.255700,0.208259,
     * 0.168539,0.133462,0.101357,0.071193,0.042259,0.014011/
C     ==================== N = 50 ======================
      DATA(A2(I),I=1,25)/0.375120,0.257428,0.226032,0.203152,
     * 0.184744,0.169111,0.155373,0.143011,0.131693,0.121191,
     * 0.111342,0.102026,0.093150,0.084640,0.076438,0.068496,
     * 0.060772,0.053233,0.045849,0.038593,0.031441,0.024372,
     * 0.017366,0.010405,0.003470/
C     ==================== N = 100 =====================
      DATA (A3(I),I=1,50)/0.315846,0.208853,0.189233,0.175173,
     * 0.164035,0.154707,0.146618,0.139434,0.132941,0.126992,
     * 0.121484,0.116341,0.111505,0.106930,0.102581,0.098429,
     * 0.094449,0.090621,0.086929,0.083359,0.079898,0.076535,
     * 0.073262,0.070070,0.066952,0.063901,0.060912,0.057979,
```

```
     * 0.055099,0.052266,0.049477,0.046728,0.044016,0.041338,
     * 0.038691,0.036072,0.033480,0.030911,0.028363,0.025835,
     * 0.023325,0.020829,0.018348,0.015878,0.013419,0.010968,
     * 0.008524,0.006086,0.003651,0.001219/
C
      IF(N.EQ.20) THEN
          EPS = 0.2383332
          DO 50 I=1,N2
50        A(I) = A1(I)
      ELSE IF(N.EQ.50) THEN
          EPS = 0.1435863
          DO 51 I = 1,N2
51        A(I) = A2(I)
      ELSE IF(N.EQ.100) THEN
          EPS = 0.1007661
          DO 52 I = 1 ,N2
52        A(I) = A3(I)
      ENDIF
      IFAULT = 1
      W = ONE
      IF(N .LE. 2) RETURN
      IFAULT = 3
      IF(N/2 .NE. N2) RETURN
      IFAULT = 2
      IF (N.GT.2000) RETURN
C     $$$$$$    CALCULATE W    $$$$$$
      IFAULT = 0
      W = ZERO
      AN = N
      I = N
```

```
      DO 10 J = 1,N2
      W = W+A(J)*(X(I)-X(J))
      I = I-1
   10 CONTINUE
      W = W*W/SSQ
      IF(W.LT.ONE) GOTO 20
      W = ONE
      RETURN
C     $$$$$$  GET SIGNIFICANCE LEVEL OF W   $$$$$$
   20 IF(N.GT.20) GOTO 30
      AL = ALOG(AN) - THREE
      LAMDA = POLY(WA,3,AL)
      YBAR = EXP(POLY(WB,4,AL))
      SDY = EXP(POLY(WC,4,AL))
      GOTO 40
   30 AL = ALOG(AN) - FIVE
      LAMDA = POLY(WD,6,AL)
      YBAR = EXP(POLY(WE,6,AL))
      SDY = EXP(POLY(WF,7,AL))
   40 Y = (ONE-W)**LAMDA
      ZC = (Y-YBAR)/SDY
      RETURN
      END
C     ---------------------------------------
      FUNCTION POLY(C,NORD,X)
      REAL C(NORD)
      POLY = C(1)
      IF(NORD.EQ.1) RETURN
      P = X * C(NORD)
      IF(NORD.EQ.2) GOTO 20
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
      N2 = NORD - 2
      J = N2 + 1
      DO 10 I =1,N2
          P = (P+C(J))*X
          J = J - 1
   10 CONTINUE
   20 POLY = POLY + P
      RETURN
      END
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค.

การคำนวนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน($s_{(i)}$) เมื่อตัดค่าสังเกตที่ i ออก

กรณีที่เราต้องการคำนวณค่าตกค้าง(residual)เมื่อตัดค่าสังเกตที่ i ออกไปแล้ว เราจะใช้สมการที่ได้จากทฤษฎีของเชอร์แมน, มอริสันและวูดบิวรี (Sherman-Morrison-Woodbury Theorem) ดังนี้

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐานขนาด p x p และ $\underset{\sim}{z}$ เป็นเวกเตอร์ 1 หน่วย โดยที่ $A = X'X$ และ $\underset{\sim}{z}'$ คือสมาชิกในแถวที่ i ของ X ดังนั้น $A - \underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'$ คือ $X'X$ ซึ่งตัดค่าสังเกตที่ i ออกไป โดยที่

$$\left(A - \underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'\right)^{-1} = A^{-1} + \frac{A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'A^{-1}}{1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}} \qquad (ค.1)$$

พิสูจน์

โดยการคูณ $A - \underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'$ ขวาของสมการจะได้

$$\Rightarrow \left[A^{-1} + \frac{A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'A^{-1}}{1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}}\right]\left[A - \underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'\right]$$

$$= I + \frac{A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'}{1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}} - A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}' - \frac{A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'}{1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}}A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'$$

$$= I + \frac{A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}' - A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'\left(1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}\right) - A^{-1}\underset{\sim}{z}\left(\underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}\right)\underset{\sim}{z}'}{1 - \underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}}$$

$$= I + A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}' + A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}' + A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'\left(\underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}\right) - A^{-1}\underset{\sim}{z}\underset{\sim}{z}'\left(\underset{\sim}{z}'A^{-1}\underset{\sim}{z}\right)$$

$$= I$$

กำหนดให้ $\underset{\sim i}{x}$ เป็นสมาชิกในแถวที่ i ของ X เราจะหา $X_{-i}'X_{-i}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ที่เราได้ตัดค่าสังเกตที่ i ออกไป ได้ดังนี้

$$X_{-i}'X_{-i} = X'X - x_i x_i'$$

$$= \begin{bmatrix} n-1 & \sum_{j\neq i} x_{1j} & \sum_{j\neq i} x_{2j} & \cdots & \sum_{j\neq i} x_{kj} \\ & \sum_{j\neq i} x_{1j}^2 & \sum_{j\neq i} x_{1j}x_{2j} & \cdots & \sum_{j\neq i} x_{1j}x_{kj} \\ & & \sum_{j\neq i} x_{2j}^2 & \cdots & \sum_{j\neq i} x_{2j}x_{kj} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{j\neq i} x_{kj}^2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}' = \begin{bmatrix} 1 & x_{1i} & x_{2i} & \cdots & x_{ki} \\ & x_{1i}^2 & x_{1i}x_{2i} & \cdots & x_{1i}x_{ki} \\ & & x_{2i}^2 & \cdots & x_{2i}x_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & x_{ki}^2 \end{bmatrix}$

จาก(ค.1) เราจะได้เมทริกซ์ผกผัน

$$\left(X_{-i}'X_{-i}\right)^{-1} = \left(X'X\right)^{-1} + \frac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}}{1-h_{ii}} \qquad \text{(ค.2)}$$

และจากเมทริกซ์ผกผัน (ค.2) เราจะหาเวคเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอย $\underset{\sim -i}{\hat{\beta}}$ ได้โดยการคูณ $(X'\underset{\sim}{y} - \underset{\sim i}{x}\,y_i)$ เข้าไปในสมการ(ค.2) ดังนี้

สมการซ้าย

$$\Rightarrow \left(X_{-i}'X_{-i}\right)^{-1}\left(X'\underset{\sim}{y}-\underset{\sim i}{x}\,y_i\right)$$

$$=\left(X_{-i}'X_{-i}\right)^{-1}\left[\left(X_{-i}'\underset{\sim -i}{y}+\underset{\sim i}{x}\,y_i\right)-\underset{\sim i}{x}\,y_i\right]$$

$$=\left(X_{-i}'X_{-i}\right)^{-1}X_{-i}'\underset{\sim -i}{y}$$

$$=\underset{\sim -i}{\hat{\beta}}$$

สมการขวา

$$\Rightarrow\left[\left(X'X\right)^{-1}-\frac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}}{1-h_{ii}}\right]\left(X'\underset{\sim}{y}-\underset{\sim i}{x}\,y_i\right)$$

$$=\left(X'X\right)^{-1}X'\underset{\sim}{y}-\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,y_i$$

$$+\frac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}X'\underset{\sim}{y}-\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,y_i}{1-h_{ii}}$$

$$=\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\left(X'X\right)^{-1}\left[\underset{\sim i}{x}\,y_i-\frac{\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,X'\underset{\sim}{y}+\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,\underset{\sim i}{x}\,y_i}{1-h_{ii}}\right]$$

$$=\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\left(X'X\right)^{-1}\left[\frac{\underset{\sim i}{x}\,y_i-h_{ii}\,\underset{\sim i}{x}\,y_i-\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\,X'\underset{\sim}{y}+h_{ii}\,\underset{\sim i}{x}\,y_i}{1-h_{ii}}\right]$$

$$=\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\frac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\left(y_i-\underset{\sim i}{x}'\left(X'X\right)^{-1}X'\underset{\sim}{y}\right)}{1-h_{ii}}$$

$$=\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\frac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\left(y_i-\underset{\sim i}{x}'\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)}{1-h_{ii}}$$

ดังนั้น $\underset{\sim -i}{\hat{\beta}}=\underset{\sim}{\hat{\beta}}-\dfrac{\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim i}{x}\left(y_i-\underset{\sim i}{x}'\,\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)}{1-h_{ii}}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยดังกล่าวเราสามารถนำมาใช้ในการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าตกค้างซึ่งตัดค่าสังเกตที่ i ออก($s_{(i)}$) ได้ โดยเราจะพิจารณาจากความแปรปรวนของค่าตกค้างซึ่งตัดค่าสังเกตที่ i ออกคือ $s^2_{-i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-p-1}$,$i = 1, 2, \ldots, n$ เมื่อ $e_i = y_i - \underset{\sim}{x}_i' \hat{\underset{\sim}{\beta}}$ เราจะได้ว่า

$$(n-p-1)s^2_{-i} = \sum_{j \neq i}\left(y_j - \underset{\sim}{x}_j' \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{-i}\right)^2 \qquad \text{(ค.3)}$$

ถ้าเราแทนค่า $\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{-i}$ ลงทางซ้ายของ(ค.3) จะได้ว่า

$$\Rightarrow \sum_{j \neq i}\left(y_j - \underset{\sim}{x}_j' \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{-i}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\left(y_j - \underset{\sim}{x}_j' \hat{\underset{\sim}{\beta}} + \frac{\underset{\sim}{x}_j'\left(X'X\right)^{-1}\underset{\sim}{x}_j e_i}{1-h_{ii}}\right)^2 - \left(y_i - \underset{\sim}{x}_i' \hat{\underset{\sim}{\beta}} + \frac{h_{ii}e_i}{1-h_{ii}}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\left(e_j + \frac{h_{ij}e_i}{1-h_{ii}}\right)^2 - \frac{e_i^2}{\left(1-h_{ii}\right)^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} e_j^2 + \frac{2e_i}{1-h_{ii}} e_j h_{ij} + \frac{e_i^2}{\left(1-h_{ii}\right)^2}\sum_{j=1}^{n} h_{ij}^2 - \frac{e_i^2}{\left(1-h_{ii}\right)^2}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ฉายา H มีคุณสมบัติ $H^2 = H$ ซึ่งทำให้ $\sum_{j=1}^{n} h_{ij} = h_{ii}$ และ $H\underset{\sim}{y} = H\hat{\underset{\sim}{y}}$ ซึ่งทำให้ $\sum_{j=1}^{n} e_j h_{ij} = 0$ ดังนั้นต่อจากข้างต้นจะได้

$$= \sum_{j=1}^{n} e_j^2 + \frac{e_i^2 h_{ii}}{\left(1-h_{ii}\right)^2} - \frac{e_i^2}{\left(1-h_{ii}\right)^2}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} e_j^2 - \frac{e_i^2}{1-h_{ii}}\left(\frac{-h_{ii}+1}{1-h_{ii}}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} e_j^2 - \frac{e_i^2}{1-h_{ii}}$$

$$= (n-p)s^2 - \frac{e_i^2}{1-h_{ii}}$$

จาก $(n-p-1)s^2_{-i} = \sum_{j\neq i}\left(y_j - \underset{\sim}{x}_j' \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{-i}\right)^2$

$$s^2_{-i} = \frac{(n-p)s^2 - \left[e_i^2/(1-h_{ii})\right]}{n-p-1}$$

$$= \frac{(n-p)\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{(n-p)} - \left[e_i^2/(1-h_{ii})\right]}{n-p-1}$$

$$= \frac{SSE - \left[e_i^2/(1-h_{ii})\right]}{n-p-1}$$

$$= \frac{SSE - A_i^2}{n-p-1}$$

โดยที่ $A_i = \frac{e_i^2}{1-h_{ii}}$ และ SSE คือผลบวกค่าตกค้างกำลังสอง

ดังนั้นเราสามารถคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าตกค้างซึ่งตัดค่าสังเกตที่ i ออก ได้จาก

$$s_{-i} = \sqrt{\frac{SSE - A_i^2}{n-p-1}}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การทดสอบการแจกแจงปรกติของข้อมูล

ในปี ค.ศ. 1965 ชาปิโร(Shapiro) และไวลก์(Wilk) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ W เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงปรกติของข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้ $\underset{\sim}{m}' = (m_1, m_2, \ldots, m_n)$ เป็นเวกเตอร์ค่าคาดหวังของการแจกแจงปรกติมาตรฐาน และให้ $V = (v_{ij})$ เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม และ $x_1 < x_2 <, \ldots, < x_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มอันดับ(ordered ramdom sample) ที่แจกแจงปรกติมาตรฐาน ดังนั้น

$$E(x_i) = m_i \; ; \; i = 1, 2, \ldots, n \quad \text{และ} \quad \operatorname{cov}(x_i, x_j) = v_{ij} \; ; \; i, j = 1, 2, \ldots, n$$

เราต้องการตรวจสอบตัวอย่างสุ่ม $\underset{\sim}{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ ว่ามีการแจกแจงปรกติ (ไม่ทราบค่า μ และ σ^2) หรือไม่ โดยใช้ตัวสถิติ W ถ้า $y_1 < y_2 < \ldots < y_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มอันดับ เราจะได้ตัวสถิติ W คือ

$$W = \left[\sum_{i=1}^{n} a_i y_i\right]^2 \Big/ \sum (y_i - \bar{y})^2$$

เมื่อ $\underset{\sim}{a}' = (a_1, a_2, \ldots, a_n) = \underset{\sim}{m}' V^{-1} \left[\left(\underset{\sim}{m}' V^{-1}\right)\left(V^{-1}\underset{\sim}{m}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}$

และ $\underset{\sim}{a}'\underset{\sim}{a} = 1$

กำหนดให้ $\underset{\sim}{a}^* = \underset{\sim}{m}' V^{-1}$ เราจะหาค่าประมาณ $\hat{\underset{\sim}{a}}^*$ ได้ดังนี้

$$\hat{a}_i^* = \begin{cases} 2m_i & ; \; i = 2, 3, \ldots, n-1 \\ \dfrac{\hat{a}_1^2}{1 - 2\hat{a}_1^2} \displaystyle\sum_{2}^{n-1} \hat{a}_i^{*2} & ; \; i = 1, \; i = n \end{cases}$$

โดยที่ $\hat{a}_1^2 = \hat{a}_n^2 = \begin{cases} g(n-1) & ; \; n \le 20 \\ g(n) & ; \; n > 20 \end{cases}$

และ $$g(n) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}[n+1]\right)}{\sqrt{2\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}}$$

ค่าประมาณของ g(n) โดยสูตรสเตอร์ลิง(Stirling's formula) อยู่ในรูปของ

$$g(n) = \left(\frac{6n+7}{6n+3}\right)\left(\frac{\exp(1)}{n+2}\left[\frac{n+1}{n+2}\right]^{n-2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

การคำนวณค่า W เพื่อทดสอบการแจกแจงปรกติ มีขั้นตอนดังนี้

1. จัดเรียงค่าสังเกตจากน้อยไปมาก กล่าวคือ $y_1 < y_2 < \ldots < y_n$
2. คำนวณค่า $S^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$
3. พิจารณาขนาดตัวอย่าง(n)

ก) ถ้า n เป็นเลขจำนวนคู่ k เป็นค่าของเลขจำนวนนับที่ใหญ่ที่สุดของ n/2 และ n = 2k เราจะคำนวณค่า

$$b = \sum_{i=1}^{k} a_{n-i+1}(y_{n-i+1} - y_i) \quad ; \; a_{n-i+1} = -a_i$$

ข) ถ้า n เป็นเลขจำนวนคี่ และ n = 2k + 1 เราจะคำนวณค่า b โดยไม่รวมค่ามัธยฐานคือ y_{k+1} และให้ $a_{k+1} = 0$ จะได้

$$b = a_n(y_n - y_1) + \ldots + a_{k+2}(y_{k+2} - y_k)$$

4. คำนวณ $W = b^2 / S^2$
5. เปรียบเทียบ W ที่คำนวณได้กับ W จากตาราง ถ้า $W_{\text{คำนวณ}} < W_{\text{ตาราง}}$ แสดงว่าข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ

ตัวสถิติที่ W ฌาปิโรและไวลก์(1965) เสนอไว้จะใช้ได้สำหรับข้อมูลตัวอย่างขนาดน้อยกว่า 50 ต่อมาในปี ค.ศ. 1972 ฌาปิโร(Shapiro)และฟรานเซีย(Francia) ได้ปรับปรุงตัวสถิติ W เพื่อให้สามารถใช้ได้กับข้อมูลตัวอย่างขนาดมากกว่า 50 และในปี ค.ศ. 1981 เจ พี รอยส์ตัน ได้เสนอตัวสถิติ W ซึ่งใช้สำหรับข้อมูลตัวอย่างขนาด 3 ถึง 2000* และสร้างขั้นตอนวิธีในการทดสอบการแจกแจงปรกติเพื่อให้สะดวกในการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์

ตัวสถิติ W ของรอยส์ตัน

ในปี ค.ศ. 1981 เจ พี รอยส์ตัน (J. P. Royston) ได้เสนอการทดสอบการแจกแจงปรกติเพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์และใช้ได้กับข้อมูลที่มีขนาด 3 ถึง 2000 โดยการแปลง W ซึ่งเป็นตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปรกติของฌาปิโรและไวลก์(1965) ให้อยู่ในรูปของ

$$z = \frac{(y - \mu_y)}{\sigma_y^2} \quad ; \quad y = (1 - W)^{\lambda}$$

---

* ผู้วิจัยจะนำมากล่าวถึงเฉพาะกรณีที่ $7 \le n \le 2000$

โดยที่ z คือค่าปรกติมาตรฐาน(standard normal deviate) μ_y และ σ_y คือค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ y ตามลำดับ การทดสอบสามารถพิจารณาได้ 2 ลักษณะคือ ถ้าค่า $W_{คำนวณ}$ น้อยกว่า $W_{ตาราง}$ หรือ $z_{คำนวณ}$ มากกว่า $z_{ตาราง}$ แสดงว่าข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ ค่า λ, μ_y และ σ_y ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง(n) ซึ่งเราจะคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

$$\lambda = \ln(\mu_y) = \ln(\sigma_y) = \sum c_i (\log n - d)^i \;;d = \begin{cases} 3 \;;\; n \le 20 \\ 5 \;;\; 21 \le n \le 2000 \end{cases}$$

ค่าสัมประสิทธิ์พหุนาม c_i สำหรับ λ, $\ln(\mu_y)$ และ $\ln(\sigma_y)$ แสดงในตาราง ค.1

ตัวอย่าง ค.1 เราต้องการตรวจสอบการแจกแจงปรกติของข้อมูลตัวอย่างขนาด n = 137 ซึ่งคำนวณค่า W = 0.962

จากตาราง ค.1 เราจะคำนวณค่าต่างๆได้ดังนี้

$$x = \log(n) - d = \log(137) - 5 = -0.080$$

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.480385 + (0.318828)(-0.080) + \ldots + (0.002989646)(-0.080)^5 \\ &= 0.4549 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(\mu_y) &= -1.91487 + (-1.37888)(-0.080) + \ldots + (-0.01504614)(-0.080)^5 \\ &= -1.8049 \\ \mu_y &= 0.1645 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln(\sigma_y) &= -3.73538 + (-1.015807)(-0.080) + \ldots + (0.003852646)(-0.080)^6 \\ &= -3.6563 \\ \sigma_y &= 0.02583 \end{aligned}$$

ดังนั้นเราสามารถคำนวณค่า $z_{คำนวณ}$ ได้ดังนี้

$$z = \frac{(y - \mu_y)}{\sigma_y} \qquad ; y = (1-W)^{\lambda}$$

$$= \frac{(1-0.9620)^{0.4540} - 0.1645}{0.02583}$$

$$= 2.38$$

ถ้าเราทดสอบสมมติฐานว่าง ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 เราจะพบว่า $z_{คำนวณ} = 2.38 > z_{ตาราง} = 2.32$ แสดงว่าข้อมูลชุดดังกล่าวไม่มีการแจกแจงปรกติ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนวิธีของ เจ พี รอยส์ตัน มาใช้ในการทดสอบการแจกแจงปรกติของข้อมูลที่แปลงมาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ โดยได้ปรับโปรแกรมให้เหมาะสมกับกรณีศึกษาที่ผู้วิจัยศึกษา โดยผู้วิจัยจะแยกทำการคำนวณสัมประสิทธิ์ a_i ก่อนที่จะทำการคำนวณตัวสถิติ W เนื่องจากในการวิจัยครั้งนี้เป็นการทดลองซ้ำๆกันเพื่อหาคำตอบของปัญหาการรวมวิธีการคำนวณสัมประสิทธิ์ a_i เข้าไปในโปรแกรมหลักจะเป็นการทำงานซ้ำซ้อน สัมประสิทธิ์ a_i ที่คำนวณได้จากขั้นตอนวิธีของเจ พี รอยส์ตัน แสดงในตารางที่ ค.2* โปรแกรมการคำนวณตัวสถิติ W ผู้วิจัยจะรวมไว้ในโปรแกรมหลักโดยมีชื่อว่า ROYSTEST ส่วนโปรแกรมการคำนวณสัมประสิทธิ์ a_i มีดังนี้

---

* แสดงสัมประสิทธิ์ a_i เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30, ... , 100 ส่วนขนาดตัวอย่างอื่นนอกจากนี้สามารถคำนวณได้จากโปรแกรมการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ a_i

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง ค.1 แสดงสัมประสิทธิ์พหุนาม c_i สำหรับคำนวณค่า λ , $\ln(\mu_y)$ และ $\ln(\sigma_y)$

พารามิเตอร์	ขนาดตัวอย่าง	สัมประสิทธิ์พหุนาม c_i						
		0	1	2	3	4	5	6
λ	7-20	0.118898	0.133414	0.327907				
	21-2000	0.480385	0.318828	0.0	- 0.0241665	0.00879701	0.002989646	
$\ln(\mu_y)$	7-20	- 0.37542	- 0.492145	- 1.124332	- 0.199422			
	21-2000	- 1.91487	- 1.37888	- 0.04183209	0.1066339	- 0.03513666	- 0.01504614	
$\ln(\sigma_y)$	7-20	- 3.15805	0.729399	3.01855	1.558776			
	21-2000	- 3.73538	- 1.015807	- 0.331885	0.1773538	- 0.01638782	- 0.03215018	0.003852646

โปรแกรมการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ a_i

```
C     ##############################################
C     #  PROGRAM FOR CALCULATE RANKIT A(I)  #
C     ##############################################
      DIMENSION A(50)
      DO 20 N = 20,100,10
      N2 = N/2
      CALL WCOEF(A,N,N2,EPS,IFAULT)
      WRITE(6,10)(I,A(I),I=1,N2)
10    FORMAT(I4,F10.6)
20    CONTINUE
      STOP
      END
C     ##############################################
C     # SUBROUTINE FOR COMPUTE W-STATISTICS #
C     ##############################################
      SUBROUTINE WCOEF(A,N,N2,EPS,IFAULT)
      DINSION A(N2)
      DATA ZERO,HALF,ONE,TWO,SIX,SEVEN,THIRT/
     *0.0,0.5,1.0,2.0,6.0,7.0,13.0/
      IFAULT = 1
      IF(N.LE.2) RETURN
      IFAULT = 3
      IF(N/2 .NE. N2) RETURN
      IFAULT = 2
      IF(N.GT.2000) RETURN
      IFAULT = 0
C     ### N .GT. 6 CALCULATE RANKITS USING NSCOR2 ###
      CALL NSCOR2(A,N,N2,IFAULT)
```

```
      SASTAR = ZERO
      DO 10 J = 2,N2
10    SASTAR = SASTAR + A(J)*A(J)
      SASTAR = SASTAR * 8
      NN = N
      IF(N .LE. 20) NN = N - 1
      AN = NN
      A1SQ = EXP(ALOG(SIX*AN+SEVEN) - ALOG(SIX*AN +THIRT)
     *          +HALF*(ONE+(AN-TWO)*ALOG(AN+ONE) - (AN-ONE)
     *          *ALOG(AN+TWO)))
      A1STAR = SASTAR / (ONE/A1SQ - TWO)
      SASTAR = SQRT(SASTAR+TWO*A1STAR)
      A(1) = SQRT(A1STAR+SASTAR)
      DO 20 J = 2,N2
20    A(J) = TWO*A(J)/SASTAR
70    EPS = A(1)*A(1) / (ONE-0NE / FLOAT(N))
      RETURN
      END
C     ######################################
      SUBROUTINE NSCOR2(A,N,N2,IFAULT)
      REAL A(N2),EPS(4),DL2(4),LAM(4),BB,D,B1,AN,AI,E1,E2,L1,CORREC,PPND
      DATA (EPS(I),I=1,4)/0.419885,0.450536,0.456936,0.468488/,
     *     (DL1(I),I=1,4)/0.112063,0.121770,0.239299,0.215159/,
     *     (DL2(I),I=1,4)/0.080122,0.111348,-0.211867,-0.115049/,
     *     (GAM(I),=1,4)/0.474798,0.469051,0.208597,0.259784/,
     *     (LAM(I),I=1,4)/0.282765,0.304856,0.407708,0.414093/
      DATA BB/-0.283833/,D/-0.106136/,B1/0.5641896/
      IFAULT = 3
      IF(N2 .NE. N/2) THEN
      IFAULT = 1
```

```
      IF(N .LE. 1) RETURN
      IFAULT = 0
      IF(N .GT. 2000) IFAULT = 2
      A(1) = B1
      IF(N .EQ. 2) RETURN
C     ###  CALCULATE NORMAL AREAS FOR 3 LARGEST RANKITS ###
      AN = N
      K = 3
      IF(N2 .LT. K) K = N2
      DO 5 I = K
      AI = I
      EI = (AI-EPS(I)) / (AN+GAM(I))
      E2 = E1 ** LAM(I)
      A(I) = E1 + E2*(DL1(I)+E2*(DL2(I)) / AN - CORREC(I,N)
5     CONTINUE
      IF(N2 .EQ. K) GOTO 20
C     ###  CALCULATE NORMAL AREAS FOR  REMAINING RANKITS  ###
      DO 10 I = 4,N2
      AI = I
      L1 = LAM(4) + BB/(AI+D)
      E1 = (AI-EPS(4))/(AN+GAM(4))
      E2 = E1 ** L1
      A(I) = E1 + E2*(DL1(4)+E2*(DL2(4)) / AN - CORREC(I,N)
10    CONTINUE
C     ###  CONVERT NORMAL TIAL AREAS TO NORMAL DEVIATES ###
20    DO 30 I = 1,N
30    A(I) = -PPND(A(I),IFAULT)
      RETURN
      END
C     ###################################
```

```
      FUNCTION CORREC(I,N)
      REAL C1(7),C2(7),C3(7),AN,MIC,C14
      DATA (C1(I),I=1,7)/9.5E0,28.7E0,1.9E0,0.0E0,-7.0E0,-6.2E0,-1.6E0/,
     *     (C2(I),I=1,7)/-6.195E3,-9.569E3,-6.728E3,-17.614E3,-8.278E3,
     *                  -3.570E3,1.075E3/,
     *     (C3(I),I=1,7)/9.338E4,1.7516E5,4.1040E5,2.157E6,2.376E6,
     *                  2.065E6,2.065E6/
      DATA MIC/1.0E-6/,C14/1.9E-5/
      CORREC = C14
      IF(I * N .EQ. 4) RETURN
      CORREC = 0
      IF(I .LT. 1 .OR. I .GT. 7) RETURN
      IF(I .NE. 4 .AND. N .GT. 20) RETURN
      IF(I .EQ. 4 .AND. N .GT. 40) RETURN
      AN = N
      AN = 1.0/(AN*AN)
      CORREC = (C1(I)+AN*(C2(I)+AN*C3(I)))*MIC
      RETURN
      END
C     ##########################################
      FUNCTION PPND(P,IFAULT)
      REAL A0,A1,A2,A3,B1,B2,B3,B4,C0,C1,C2,C3,D1,D2,P,Q,R
      DATA ZERO,HALF,ONE/0.0E0,0.5E0,1.0E0/
      DATA SPLIT/0.42E0/
      DATA A0/  2.506628238840/,
     *     A1/-18.615000625290/,
     *     A2/ 41.391197735340/,
     *     A3/-25.441060496370/,
     *     B1/- 8.473510930900/,
     *     B2/ 23.083367437430/,
```

```
     *       B3/-21.062241018260/
     *       B4/  3.130829098330/,
      DATA C0/ -2.78718931130/,
     *       C1/ -2.297964791340/,
     *       C2/  4.850141271350/,
     *       C3/  2.321212768580/,
     *       D1/  3.543889247620/,
     *       D2/  1.637067818970/,
      IFAULAT = 0
      Q = P - HALF
      IF(ABS(Q) .GT. SPLIT0 GOTO 1
      R = Q*Q
      PPND = Q*(((A3*R+A2)*R+A1)*R+A0) /
     *          ((((b4*R+B3)*R+B2)*R+B1)*R+ONE)
      RETURN
1     R = P
      IF(Q .GT. ZERO) R = ONE - P
      IF(R .LE. ZERO) GOTO 2
      R = SQRT(-ALIG(R))
      PPND = (((C3*R+C2)*R+C1)*R+C0)/((D2*R+D1)*R+ONE)
      IF(Q .LT. ZERO) PPND = -PPND
      RETURN
2     IFAULT = 1
      PPND = ZERO
      RETURN
      END
```

ตาราง ค. 2 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ a(i) ซึ่งคำนวณได้จากขั้นตอนวิธีของ รอยส์ตัน

I	n = 20	n = 30	n = 40	n = 50	n = 60	n = 70	n = 80	n = 90	n = 100
1	0.475833	0.425511	0.396394	0.375120	0.358553	0.345100	0.333849	0.324230	0.315846
2	0.318258	0.294372	0.273656	0.257428	0.244281	0.233333	0.224013	0.215941	0.208853
3	0.255700	0.248688	0.236808	0.226032	0.216637	0.208454	0.201273	0.194913	0.189233
4	0.208259	0.214765	0.209759	0.203152	0.196595	0.190489	0.184902	0.179813	0.175173
5	0.168539	0.186977	0.187844	0.184744	0.180547	0.176154	0.171877	0.167827	0.164035
6	0.133462	0.162975	0.169114	0.169111	0.166980	0.164074	0.160929	0.157773	0.154707
7	0.101357	0.141519	0.152549	0.155373	0.155107	0.153538	0.151404	0.149041	0.146618
8	0.071193	0.121872	0.137549	0.143011	0.144469	0.144126	0.142913	0.141274	0.139434
9	0.042259	0.103555	0.123725	0.131693	0.134770	0.135570	0.135213	0.134242	0.132941
10	0.014011	0.086235	0.110812	0.121191	0.125809	0.127689	0.128136	0.127790	0.126992
11		0.069665	0.098619	0.111342	0.117442	0.120352	0.121563	0.121809	0.121484
12		0.053655	0.087002	0.102026	0.109563	0.113465	0.115406	0.116216	0.116341
13		0.038053	0.075850	0.093150	0.102090	0.106953	0.109599	0.110949	0.111505
14		0.022728	0.065073	0.084640	0.094959	0.100759	0.104088	0.105960	0.106930
15		0.007563	0.054600	0.076438	0.088120	0.094838	0.098831	0.101211	0.102581
16			0.044368	0.068496	0.081531	0.098152	0.093796	0.096670	0.098429
17			0.034324	0.060772	0.075157	0.083671	0.088954	0.092310	0.094449
18			0.024422	0.053233	0.068970	0.078370	0.084283	0.088112	0.090621
19			0.014618	0.045849	0.062945	0.073226	0.079761	0.084057	0.086929
20			0.004871	0.038593	0.057060	0.068221	0.075374	0.080129	0.083359
21				0.031441	0.051297	0.063339	0.071106	0.076316	0.079898
22				0.024372	0.045640	0.058566	0.066944	0.072606	0.076535
23				0.017366	0.040073	0.053889	0.062879	0.068988	0.073262
24				0.010405	0.034583	0.049298	0.058899	0.065454	0.070070
25				0.003470	0.029158	0.044782	0.054997	0.061997	0.066952
26					0.023787	0.040333	0.051164	0.058609	0.063901
27					0.018459	0.035941	0.047394	0.055284	0.060912
28					0.013163	0.031600	0.043679	0.052015	0.057979
29					0.007891	0.027303	0.040015	0.048800	0.055099
30					0.002633	0.023043	0.036396	0.045631	0.052266
31						0.018813	0.032870	0.042505	0.049477
32						0.014608	0.029273	0.039419	0.046728
33						0.010422	0.025760	0.036368	0.044016
34						0.006250	0.022273	0.033349	0.041338
35						0.002086	0.018810	0.030358	0.038691
36							0.015365	0.027394	0.036072
37							0.011936	0.024451	0.033490
38							0.008518	0.021530	0.030911
39							0.005109	0.018625	0.028363
40							0.001705	0.015735	0.025835
41								0.012858	0.023325
42								0.009991	0.020829
43								0.007132	0.018348
44								0.004279	0.015878
45								0.001428	0.013419
46									0.010968
47									0.008524
48									0.006086
49									0.003651
50									0.001219

ภาคผนวก ง.

ตาราง ง.1 แสดงค่าของฟังก์ชันไดแกมมา

α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$
1	-0.57721 56649	26	3.23874 25129	51	3.92198 96734	76	4.32413 99657
2	+0.42278 43351	27	3.27720 40513	52	3.94159 75166	77	4.33729 78604
3	0.92278 43351	28	3.31424 10884	53	3.96082 82858	78	4.35028 48734
4	1.25611 76684	29	3.34995 53741	54	3.97969 62103	79	4.36310 53862
5	1.50611 76684	30	3.38443 81327	55	3.99821 47288	80	4.37576 36140
6	1.70611 76684	31	3.41777 14660	56	4.01639 65470	81	4.38826 36140
7	1.87278 43351	32	3.45002 95305	57	4.03425 36899	82	4.40060 92931
8	2.01564 14780	33	3.48127 95305	58	4.05179 75495	83	4.41280 44150
9	2.14064 14780	34	3.51158 25608	59	4.06903 89288	84	4.42485 26078
10	2.25175 25891	35	3.54099 43255	60	4.08598 80814	85	4.43675 73697
11	2.35175 25891	36	3.56956 57541	61	4.10265 47481	86	4.44852 20756
12	2.44266 16800	37	3.59734 35319	62	4.11904 81907	87	4.46014 99825
13	2.52599 50133	38	3.62437 05589	63	4.13517 72229	88	4.47164 42354
14	2.60291 80902	39	3.65068 63484	64	4.15105 02388	89	4.48300 78718
15	2.67434 66617	40	3.67632 73740	65	4.16667 52388	90	4.49424 38268
16	2.74101 33283	41	3.70132 73740	66	4.18205 98542	91	4.50535 49379
17	2.80351 33283	42	3.72571 76179	67	4.19721 13693	92	4.51634 39489
18	2.86233 68577	43	3.74952 71417	68	4.21213 67425	93	4.52721 35142
19	2.91789 24133	44	3.77278 29557	69	4.22684 26248	94	4.53796 62023
20	2.97052 39922	45	3.79551 02284	70	4.24133 53785	95	4.54860 45002
21	3.02052 39922	46	3.81773 24506	71	4.25562 10927	96	4.55913 08160
22	3.06814 30399	47	3.83947 15811	72	4.26970 55998	97	4.56954 74827
23	3.11359 75853	48	3.86074 81768	73	4.28359 44887	98	4.57985 67610
24	3.15707 58462	49	3.88158 15102	74	4.29729 31188	99	4.59006 08426
25	3.19874 25129	50	3.90198 96734	75	4.31080 66323	100	4.60016 18527

หมายเหตุ : ได้จาก Abramowitz M. and I.A. Stegun, Eds. 1965 'Handbook of Mathematical functions, New York : Dover

ประวัติผู้เขียน

นางสาวสมบูรณ์ ชาวชายโขง เกิดเมื่อวันที่ 1 เมษายน พ.ศ. 2511 ที่อำเภอท่าบ่อ จังหวัดหนองคาย สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏอุดรธานี ในปีการศึกษา 2533 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ. 2536 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งนักสถิติ ที่สถาบันราชภัฏสกลนคร อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย