การพัฒนาโปรแกรมการออกแบบระบบท่อส่งที่เหมาะสมที่สุดด้วย MATLAB

นาย โชคชัย จิตรมั่นมานะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1969-8

DEVELOPMENT OF OPTIMUM PIPELINE DESIGN PROGRAM BY MATLAB

Mr. Chokechai Jitmonmana

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering in Chemical Engineering

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1969-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาโปรแกรมการออกแบบท่อส่งที่เหมาะสมที่สุดด้วย MATLAB
โดย	นาย โชคชัย จิตรมั่นมานะ
สาขาวิชา	วิศวกรรมเคมี
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร.สมประสงค์ ศรีชัย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	นาย สุพรรณ จินดาเวช

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชัยฤทธิ์ สัตยาประเสริฐ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ ดร.สมประสงค์ ศรีชัย)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(นาย สุพรรณ จินดาเวช)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล กิตติศุภกร)

.... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.วิทย์ สุนทรนันท์)

โชคชัย จิตรมั่นมานะ : การพัฒนาโปรแกรมการออกแบบระบบท่อส่งที่เหมาะสมที่สุดบน MATLAB. (DEVELOPMENT OF OPTIMUM PIPELINE DESIGN PROGRAM BY MATLAB) อ. ที่ปรึกษา : ดร. สมประสงค์ ศรีชัย, อ.ที่ปรึกษาร่วม : นาย สุพรรณ จินดาเวช 107 หน้า ISBN 974-17-1969-8

วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์และพัฒนาโปรแกรมออกแบบระบบท่อส่งที่เหมาะสมที่สุดบน MATLAB เพื่อใช้ในการหาต้นทุนของระบบท่อส่งที่คิดเป็นค่าใช้จ่ายรายปีน้อยที่สุด โดยโปรแกรมจะแจ้ง ความดันลด,ความเร็วที่เหมาะสมและขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายในท่อส่งกลมที่ประหยัด โดยที่จะมีการศึกษาพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบระบบท่อส่งทั้งหมด 19 ค่า ซึ่งประกอบด้วยอาทิ เช่น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน D ของท่อส่ง , ความยาว L ของท่อส่ง ,ความดันลดระหว่างท่อส่ง ,ความเร็วของของไหล v,ความหนาแน่นและความหนืดของของไหล , อัตราดอกเบี้ยและอายุการใช้งานของโครงการ,อัตราค่าบำรุงรักษารายปีของระบบท่อ,อัตราค่าใช้จ่ายด้านพลังงานไฟฟ้า,เวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี,ราคาท่อ,ค่าใช้จ่ายของวัสดุอื่นของระบบท่อส่ง,สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งต่อราคารวมวัสดุท่อส่งทั้งหมด,สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของท่อและผลรวมเฮดจากแรงเสียดทานจากข้อต่อต่างๆในระบบท่อส่ง

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะถูกสร้างบนจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสมการไม่เชิงเส้นแบบหลายตัวแปรโดยมีเงื่อนไขเชิงวิศวกรรมและเศรษฐศาสตร์เป็นเงื่อนไขบังคับในการออกแบบ โดยจะใช้เทคนิค sequential quadratic programming (SQP) ในการแก้ปัญหา โดยที่ในวิทยานิพนธ์นี้ศึกษาความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่มีผลกระทบต่อต้นทุนของระบบท่อส่ง โดยสามารถสรุปได้ว่า ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน D ของท่อส่งจะมีอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวมต่อการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด และตรงกันข้ามความหนืดของของไหลจะมีผลน้อยที่สุด โดยที่ความเร็วของของไหลที่ได้จากการทำนายของโปรแกรมนั้นจะสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ทั่วไปของการออกแบบระบบท่อ

ภาควิชา วิศวกรรมเคมี.......................... ลายมือชื่อนิสิต..
สาขาวิชา..วิศวกรรมเคมี......................... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.......................................
ปีการศึกษา 2545 ลายมือชื่ออาจารย์ทีปรึกษาร่วม................................

4271422121 : MAJOR CHEMICAL ENGINEERING

KEY WORD: optimum/ pipeline / design / SQP / NLP

CHOKECHAI JITMONMANA : THESIS TITLE. (DEVELOPMENT OF OPTIMUM PIPELINE DESIGN PROGRAM BY MATLAB) THESIS ADVISOR : SOMPRASONG SRICHAI Ph.D., THESIS COADVISOR : SUPAN JINDAVET, 107 pp. ISBN 974-17-1969-8

The research objective is to develop both mathematical model and design program using MATLAB version 6 for optimization of cost of pipeline system, in order to obtain their minimum annual cost. Outputs of this developed program included internal pipeline diameter , velocity and pressure drop of fluid at the optimum point. Nineteen parameters considered in the design were internal pipeline diameter , length of pipeline , pressure drop, velocity of fluid, density and viscosity of fluid, interest and design life of pipeline project, pipeline system yearly maintenance cost, electricity cost, yearly pipeline system operating hours, pipe cost, fitting cost , ratio of total pipeline system cost per pipe material cost , friction factor and ratio of pressure loss by all fitting per all straight pipes.

The program was developed based upon mathematical model ; nonlinear multivariable optimization corresponding to engineering and economics constrains, using sequential quadratic programing (SQP) techniques to solve this complicated model. This research also studied sensitivity of all parameters in the pipeline system.Results showed that sensitive parameters was internal pipeline diameter and viscosity was found to have less sensitivity than others. Velocity optained from the program agreed with recommened value normally used in the pipeline design.

Department....Chemical engineering.........Student's signature..

Field of study. Chemical engineering ...... Advisor's signature..

Academic year 2002................ Co-advisor's signature..

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของอาจารย์ ดร.สมประสงค์ ศรีชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งกรุณาสละเวลาตรวจแก้ข้อบกพร่องตลอดจนให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆด้วยความเอาใจใส่ตลอดการวิจัย ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ชัยฤทธิ์ สัตยาประเสริฐ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล กิตติศุภกร และดร.วิทย์ สุนทรนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ทำให้งานวิจัยนี้มีความสมบูรณ์และถูกต้องเที่ยงตรงยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณคุณสุพรรณ จินดาเวช ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและข้อมูลที่เป็นประโยชน์อย่างมากในการทำวิจัยนี้ ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ได้สนับสนุนและเป็นกำลังใจเสมอมา ท้ายที่สุดนี้ ขอขอบคุณพี่ๆและเพื่อนๆทุกคนที่มีส่วนช่วยเหลือในการวิจัยด้วยดีตลอดมา

โชคชัย จิตรมั่นมานะ

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง หน้า

สารบัญรูป

คำอธิบายสัญลักษณ์(ต่อ)

$\mathbf{A}$	พื้นที่หน้าตัดของการไหลในท่อกลม
A	เงินเท่ากันรายปี
A	เมทริกซ์ขนาด nxm ของค่าสัมประสิทธิ์ของเงื่อนไขบังคับ
A_P	อัตราส่วนเงินเท่ากันรายปี
a	ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันกำลังสอง
b_{ij}	ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันกำลังสอง
b	เวคเตอร์ขนาด m ของเงื่อนไขบังคับสมการ
B	เมตริกซ์เฮสเซียนประมาณการที่ใช้ใน sequential quadratic programming
C	เวคเตอร์ของค่าคงที่ระบุไว้ขนาด n
C_{pipe}	ค่าใช้จ่ายคงที่รายปีของระบบท่อ ต่อความยาวท่อ 1 เมตร
C_{tpipe}	ค่าใช้จ่ายคงที่รายปีของระบบท่อทั้งหมด
$C_{pumping}$	ค่าใช้จ่ายด้านพลังงานรายปี,บาทต่อความยาวของท่อ 1 เมตร
C_{total}	ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ+ค่าใช้จ่ายต้นทุนสินทรัพย์+ค่าใช้จ่ายในด้านการบำรุงรักษา
c	ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันกำลังสอง
c	อัตราการลู่เข้าคำตอบคงที่
c_{pipe}	ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อ, บาท/เมตร
$\mathbf{c}$	เวคเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์,ค่าใช้จ่าย
C	ค่าใช้จ่าย
$\mathrm{C_{total}}$	ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ + ค่าใช้จ่ายคงที่
$\boldsymbol{d}$	เวคเตอร์ทิศทางดีสเซนต์
D	เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ
D^{opt}	ขนาดท่อที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร
e	เวคเตอร์ของค่าคงที่ระบุไว้ขนาด p
E	ประสิทธิภาพของปั้มในรูปอัตราส่วน
f	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของผิวในท่อ

คำอธิบายสัญลักษณ์(ต่อ)

f(x)	เป็นฟังก์ชันของตัวแปร ซึ่งมักถูกเรียกว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ซึ่งสัมพันธ์กับ x
F	เงินต้นรวมดอกเบี้ยเมื่อปีที่ n
F	ตัวคูณเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อที่ใช้แทนค่าใช้จ่ายของ ข้อต่อ
$\mathbf{F}$	แรงที่กระทำของของไหล
$g_i(x)$	แทนเวคเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นอสมการ
h_L	เฮดจากความเสียดทาน(friction head)
$\mathrm{h_p}$	เฮดของพลังงานที่เครื่องสูบน้ำให้แก่ของไหล
$h_j(x)$	เวคเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นสมการ
H	เฮดรวม(total head)ของของไหล
$\mathbf{H}$	เมตริกซ์เฮสเซียนขนาด nxn ของค่าคงที่ระบุ
$\tilde{\mathbf{H}}$	เมตริกซ์เฮสเซียนที่ดัดแปลง ในสมการที่
$\mathbf{H}^{(\mathbf{k})}$	เมตริกซ์เฮสเซียนประมาณการที่ลำดับขั้นคำนวณที่ k
H_y	จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี
i	อัตราดอกเบี้ย
I	พลังงานภายในของของไหล
J	ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head)จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง
k	อัตราการนำความร้อนของวัสดุ
K	ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh
K_F	สัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับต้นทุนการลงทุนเริ่มแรกของระบบท่อทั้งระบบ
k	จำนวนขั้นตอนการคำนวณ
L	ความยาวของท่อ
$\mathbf{L}$	ฟังก์ชันลากรองจ์
m	อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s
M	งานที่กระทำโดยระบบ
n	จำนวนระยะเวลาปีของโครงการระบบท่อส่ง
n	ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ
N	เมทริกซ์ขนาด nxp ของค่าคงที่ระบุ

คำอธิบายสัญลักษณ์(ต่อ)

N_R	เลขเรยโนลด์ (Reynolds number)
p	ความดันของของไหลในระบบ
P	เงินต้น
P_c	ความดันวิกฤต Critical Pressure
q_f	อัตราการไหลของของไหลโดยปริมาตร, ft^3/s
$\mathbf{Q}$	อัตราการไหลของของไหลโดยปริมาตร
R	ค่าคงที่ของก๊าซ
s_i^{2*}	slack variable
T	สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมดเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ
T	อุณหภูมิสมบูรณ์
T_c	อุณหภูมิวิกฤต Critical Temperature
u_i^*	ตัวคูณลากรองจ์สำหรับอสมการที่ i
$\mathbf{v}$	ความเร็วของของไหลในท่อกลม
V	ปริมาตรเฉพาะ
V_c	ปริมาตรเฉพาะวิกฤต Critical Volume
v^{opt}	ความเร็วที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร
v_i^*	ตัวคูณลากรองจ์สำหรับสมการที่ i
W'	งานที่กระทำให้กับระบบจากพลังงานภายนอก
$\mathbf{x}$	ตัวแปรอิสระ (dependent variable)
$\mathbf{x}$	เวคเตอร์ของค่าที่ไม่ทราบค่าขนาด n
x^{ref}	ตัวแปรหรือตำแหน่งอ้างอิง
x^*	จุด x ที่ให้ค่าเหมาะสมที่สุด
x^k	ตัวแปร x ณ ลำดับขั้นตอนการคำนวณขั้นที่ k ในการหาค่าเหมาะสมที่สุด
X	ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อในกรณีขนาดท่อ1นิ้ว,บาท/เมตร
Z	ความสูงของอนุภาคของของไหลที่วัดจากระนาบที่กำหนดให้

คำอธิบายสัญลักษณ์(ต่อ)

<u>สัญลักษณ์กรีก</u>

α	ขนาดการเปลี่ยนแปลง
∇	ตัวปฏิบัติการเกรเดียนต์(“del”)
Δ	ความแตกต่าง
Δp_a	ความดันลดที่ระบบท่อส่งสูญเสียที่ยอมรับได้
λ_i	ตัวคูณลากรองจ์
ρ	ความหนาแน่นของของไหล
γ	น้ำหนักจำเพาะของของไหล
ν	ความเร็วเชิงเส้นเฉลี่ย
μ	ความหนืดของของไหลในท่อ
μ_c	ความหนืดของของไหล,เซนติพอยต์
ε	ขนาดความขรุขระของผิวในท่อ
ε	ค่าความผิดพลาด
$\frac{\varepsilon}{D}$	ความขรุขระสัมพันธ์
ω	acentric factor

<u>ตัวห้อย</u>

i	ของไหลที่ไหลเข้าท่อ สภาวะเข้า
o	ของไหลที่ไหลออกท่อ สภาวะออก
l	ขอบเขตล่าง
u	ขอบเขตบน

<u>ตัวยก</u>

k	ลำดับขั้นตอนในการหาค่าเหมาะสมที่สุด
T	ทรานโพสของเมตริกซ์
opt	ออปติไมซเซชั่น
‘	อนุพันธ์อันดับที่ 1
*	ออปติมัม

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันประเทศไทยต้องสูญเสียเงินตราแก่ต่างประเทศจำนวนมากจากการนำเข้าระบบท่อ ซึ่งในโรงงานอุตสาหกรรมเคมีระบบท่อถือว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก เนื่องจากเป็นเส้นทางลำเลียงสิ่งต่างๆไปสู่ส่วนต่างๆของระบบ ฉะนั้นในการวางระบบในโรงงานอุตสาหกรรมหากมีการออกแบบและวางระบบท่อส่งที่ไม่มีประสิทธิภาพแล้ว ผลกระทบที่ตามมาจะส่งผลไปสู่ระบบต่างๆของกระบวนการอีกมาก รวมทั้งอาจทำให้สูญเสียค่าใช้จ่ายเกินควรอีกด้วย

ระบบท่อส่งที่ใช้งานในทางอุตสาหกรรมโดยทั่วไปจะประกอบด้วยองค์ประกอบหลักๆอยู่ 3 ส่วน ด้วยกันคือ

1. เส้นท่อที่จะเป็นตัวกลางในการขนถ่ายของไหลจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่ง
2. ปั๊มหรือคอมเพรสเซอร์ที่ใช้ในการขับของไหลให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นท่อ
3. วาวล์ที่ใช้ควบคุมความดันหรือทิศทางของของไหลให้เป็นไปตามที่ต้องการ

การออกแบบทางวิศวกรรม วิศวกรผู้ออกแบบส่วนมากจะมุ่งหวังให้โครงงานเหล่านั้นเป็นโครงงานมีประสิทธิภาพและให้ผลงานดีเด่นทางด้านวิศวกรรม โดยยึดหลักวิชาการการประยุกต์ทฤษฎี ในปัจจุบันนี้เนื่องจากความจำกัดของทรัพยากร เช่น วัสดุ แรงงาน ทรัพย์สิน รวมทั้งเวลาทำให้การออกแบบทางวิศวกรรมมีข้อจำกัดสูงขึ้น การออกแบบเพื่อมุ่งหวังผลงานดีเด่นเชิงวิศวกรรมด้านเดียวทำได้ยากขึ้น การพิจารณาเชิงเศรษฐศาสตร์ในด้านคุณค่าของผลงานเปรียบเทียบกับค่าใช้จ่ายจึงมีบทบาทมากขึ้น

อย่างไรก็ตามในอดีตการออกแบบระบบท่อโดยเฉพาะการหาขนาดท่อและความดันลดที่ผ่านมาในอดีตมาวิเคราะห์ประกอบกับผลแง่ในเศรษฐศาสตร์โดยคำนึงถึงค่าความเหมาะสมที่สุด (Optimization)นั้นยังคงอาศัยประสบการณ์ของผู้ออกแบบเป็นหลักซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพของคำตอบ ประกอบกับการลองผิดลองถูกในการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรออกแบบจนกระทั่งผลการออกแบบอยู่ในเกณฑ์ที่พอใจโดยมีเงื่อนไขบังคับและความจำเป็นต่างๆของระบบขนส่งของไหลโดยท่อจึงทำให้สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายและเวลาค่อนข้างมาก และจากการหาคำตอบนี้มีความยุ่งยากซับซ้อน

จึงจำเป็นต้องใช้ ซอฟท์แวร์และคอมพิวเตอร์ช่วย แต่การใช้ เครื่องมือทั้งสองนั้น จะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาดีพอ สามารถเขียนแบบจำลองเป็นสมการคณิตศาสตร์ของปัญหานั้นๆได้

และเนื่องจากกิจการที่ดำเนินการเป็นกิจการที่มีขนาดใหญ่มีการลงทุนสูงมีบุคคลที่เกี่ยวข้องมากการตัดสินใจผิดพลาดหมายถึงความเสียหายที่เกิดขึ้นต่อองค์กรของกิจการนั้นๆทั้งทางตรงและหรือทางอ้อม ความพยายามที่จะไม่ให้เกิดความเสียหายดังกล่าวมีผลทำให้เกิดแนวคิดเพื่อหาวิธีการอย่างมีหลักการในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องยิ่งขึ้น โดยกำหนดแนวทางของปัญหา จุดประสงค์ วิธีการดำเนินงานตัดสินใจที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องน้อยที่สุด และส่งผลดีต่อองค์กรได้ดีที่สุด

เนื่องจากปัจจัยที่กล่าวข้างต้นนี้ จึงเป็นเหตุจูงใจในการทำการศึกษาเกี่ยวกับการออกแบบระบบท่อโดยคำนึงถึงค่าความเหมาะสมที่สุด(Optimization)เพื่อคำนวณถึงตัวแปรออกแบบที่ทำให้ต้นทุนของระบบท่อส่งต่ำสุด ภายใต้เงื่อนไขออกแบบและข้อบังคับที่ต้องปฏิบัติตาม ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับภาคอุตสาหกรรมในการนำไปประยุกต์ใช้ในการตัดสินใจออกแบบที่มีรูปแบบและลักษณะคล้ายคลึงกับงานวิจัยนี้ต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาโปรแกรมออกแบบระบบท่อส่งเพื่อใช้ในการหาความดันลด,ความเร็วที่เหมาะสมและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อที่ประหยัดโดยคำนึงถึงค่าความเหมาะสมที่สุด (Optimization) บน MATLAB โดยมีเงื่อนไขเชิงวิศวกรรมและเศรษฐศาสตร์เป็นเงื่อนไขบังคับในการออกแบบ

1.2.2 เพื่อคำนวณหาพารามิเตอร์ที่ทำให้ต้นทุนของระบบท่อที่เหมาะสมภายใต้ข้อจำกัดและความจำเป็นต่างๆของระบบขนส่งของไหลด้วยท่อ ผลการคำนวณที่ได้นั้นจะนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบเบื้องต้นของระบบท่อ ในการออกแบบมีความต้องการให้ผลการคำนวณมีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เวลาที่ใช้ในการคำนวณจึงไม่ใช่ตัวแปรที่สำคัญเมื่อเทียบกับผลที่นำไปใช้ในงานประเภทควบคุมเพราะการคำนวณควรจะเสร็จสิ้นก่อนปรากฏการณ์นั้นเกิดขึ้นและควรมีเวลาเหลือให้ระบบควบคุมทำงานได้

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 พัฒนาโปรแกรมบนเพื่อออกแบบระบบท่อส่งเพื่อใช้ในการหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อที่ประหยัดโดยคำนึงถึงค่าความเหมาะสมที่สุด (Optimization) บน MATLAB โดยคำนึงถึงค่าความเหมาะสมที่สุด โดยพฤติกรรมของของไหลต้องอยู่ภายใต้ขอบเขตที่วิจัยดังนี้

- ระบบขนส่งของไหลเป็นท่อกลมเท่านั้น
- การไหลของไหลที่อัดตัวได้ และอัดตัวไม่ได้
- การไหลของไหลอยู่ในสภาวะคงตัว steady state flow
- การไหลทั้งแบบแปรปรวน turbulent และ แบบราบเรียบ laminar
- การไหลแบบสม่ำเสมอ uniform
- การไหลแบบ subcritical
- ของไหลในระบบไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงวัฏภาค
- คุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนืด และ ความหนาแน่น คงที่ตลอดท่อส่ง

1.3.2 ตัวแปรออกแบบและพารามิเตอร์ที่ศึกษา ประกอบด้วย ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D ของท่อส่ง,ความยาว L ของท่อส่ง ,ความดันลดระหว่างท่อส่ง Δp,ความเร็วของของไหล v, ความหนาแน่นและความหนืดของของไหล , อัตราดอกเบี้ยและอายุการใช้งานของโครงการ และอัตราค่าบำรุงรักษารายปีของระบบท่อ,อัตราค่าใช้จ่ายด้านพลังงานไฟฟ้า,เวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี,ต้นทุนสินทรัพย์ของระบบท่อ,สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของท่อ

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้ optimal decision making คือให้ผลลัพธ์หรือแนวทางการแก้ปัญหาของระบบที่ซับซ้อนได้เหมาะสมที่สุด เพื่อช่วยในการตัดสินใจในการออกแบบและตัดสินใจระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลมเพื่อหาตัวแปรออกแบบที่ทำให้ต้นทุนของระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลม ภายใต้ข้อจำกัดและความจำเป็นต่างๆของระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลม ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.4.2 ทราบตัวแปรออกแบบต่างๆที่มีผลทำให้ต้นทุนของระบบท่อส่งมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรออกแบบ ช่วยให้นักวิจัยสามารถกำหนดได้ว่าข้อมูลใดเป็นข้อมูลที่สำคัญที่สุด และข้อมูลใดมีความแม่นยำที่สุด

1.4.3 หลักการนี้เป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับฝ่ายจัดการ ก็คือ การกำหนดช่วงการดำเนินงาน(managerial operating range) หรือ (MOR) ซึ่งใช้แสดงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของระบบปัญหาใดๆ ให้สามารถเข้าใจและนำไปใช้ได้โดยง่าย ช่วยให้สามารถกำหนดช่วงการดำเนินงานระดับบริหารได้ ซึ่งจะช่วยให้ฝ่ายจัดการมีความคล่องตัวในการจัดการและแก้ไขสถานการณ์ที่เปลี่ยนแปลงโดยไม่ต้องปรับค่าตัวแปรใหม่อยู่เสมอ และจะมีผลดีโดยสามารถให้คำตอบได้รวดเร็วสำหรับคำถามในลักษณะ(What…if?) ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของนโยบาย ราคา อัตราดอกเบี้ย สภาวะเศรษฐกิจ และองค์ประกอบที่สำคัญอื่นๆ

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1.5.1 ศึกษาทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในช่วงเวลาที่ผ่านมาโดยจะศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องการออกแบบขนส่งของไหลโดยท่อกลมและศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องการออปติไมซ์แบบไม่เชิงเส้น (nonlinear multivariable optimization with constrains)

1.5.2 ศึกษาระบบที่ศึกษาและความสัมพันธ์อื่นๆที่เกี่ยวข้องอย่างชัดแจ้งและเข้าใจแล้วทำการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์แทนระบบของปัญหา

1.5.3 กำหนดจุดประสงค์ของการทำวิจัยซึ่งก็คือหาขนาดท่อส่งที่มีความเหมาะสมในเชิงเศรษฐศาสตร์ และ พัฒนาโปรแกรมการออกแบบระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลมโดยมีการคำนึงถึงการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยมีการศึกษาและวิเคราะห์ผลจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์และตัวแปรออกแบบต่างๆที่มีผลต่อฟังก์ชันจุดประสงค์โดยมีตัวแปรหลักๆดังนี้

- ปริมาณการขนส่ง (ราคาต่อหน่วย และ ปริมาณ)
- ระบบท่อ (ระยะทาง,ขนาดท่อ)
- พลังงานที่สูญเสียในระหว่างขนส่งของไหล(ความดันลด)

1.5.4 หาผลลัพธ์ของปัญหาโดยใช้โปรแกรมที่พัฒนา

1.5.5 ตั้งขอบข่ายการควบคุมผลลัพธ์

1.5.6 วิเคราะห์และสรุปผล

บทที่ 2
ความรู้พื้นฐาน ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวคิดและทฤษฎี

ในบทนี้เริ่มแรกจะกล่าวถึงทฤษฎีสำคัญระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลมซึ่งประกอบด้วยการคำนวณอัตราการไหล , ความดันลด , ความร้อนสูญเสียของระบบขนส่งของไหลโดยท่อกลมและสุดท้ายจะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออปติไมซ์การขนส่งของไหลโดยท่อกลมซึ่งเป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้นหลายตัวแปรด้วยเงื่อนไขบังคับ

2.1 ความรู้พื้นฐานทางกลศาสตร์ของไหล

สมการพื้นฐานทางกลศาสตร์ของไหล ได้แก่ สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation) สมการโมเมนตัม (Momentum equation) สมการพลังงาน (Energy equation) สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli equation) โดยสมการทั้งสี่แสดงเฉพาะในกรณีการไหลในท่อปิดเท่านั้นและพิจารณาการไหลในมิติเดียว

2.1.1 <u>สมการความต่อเนื่อง</u>

สมการความต่อเนื่องของของไหลเป็นสมการที่ใช้หลักการอนุรักษ์มวลสาร (Conservation of mass) กล่าวคือ มวลสารไม่มีทางสูญหายหรือเพิ่มขึ้นได้ แต่มวลสารสามารถเคลื่อนย้ายตำแหน่งได้ ดังนั้นปริมาตรควบคุมใดๆที่มีการไหลเข้าและออกปริมาตรควบคุมนั้น อัตราการไหลของมวลโดยสุทธิข้ามผิวควบคุมสำหรับการไหลแบบคงตัว steady state สามารถเขียนได้เป็น

$$\sum \rho_o \mathbf{v}_o \mathbf{A}_o = \sum \rho_i \mathbf{v}_i \mathbf{A}_i \qquad (2.1)$$

$$\sum \mathbf{Q}_o = \sum \mathbf{Q}_i = \sum \mathbf{v}_o \mathbf{A}_o = \sum \mathbf{v}_i \mathbf{A}_i \qquad (2.2)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

$\mathbf{v}$ คือ ความเร็วของของไหล

$\mathbf{A}$ คือ พื้นที่หน้าตัดของการไหล

Q คือ อัตราการไหลของของไหล

ส่วนตัวห้อย o และ i คือ การไหลออกและเข้าปริมาตรควบคุมตามลำดับ

2.1.2 สมการโมเมนตัม

สมการโมเมนตัมที่คิดผลของโมเมนตัมที่เกิดจากมวลของไหลที่เคลื่อนที่เข้ากระทบโดยตรงต่อสิ่งที่กีดขวางการไหล เช่น ข้อต่อ หรือ ข้องอ ของท่อ เป็นต้น การวิเคราะห์อาศัยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน และสมการความต่อเนื่องดังนี้

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\Sigma F = \frac{d(mv)}{dt} \tag{2.3}$$

2.1.3 สมการพลังงาน

สมการพลังงานหรือกฎข้อที่ 1 ของเทอรโมไดนามิกส์ กรณีการไหลแบบคงตัวในหนึ่งมิติภายในท่อสมการพลังงานสามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์นี้ได้

$$\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} + M + q = Z_2 - Z_1 + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + I_2 - I_1 \tag{2.4}$$

เมื่อ M คือ งานที่กระทำโดยระบบ

p คือ ความดันของของไหลในระบบ

q คือ ความร้อนที่ให้กับระบบ

I คือ พลังงานภายใน

γ คือ น้ำหนักจำเพาะของของไหล

Z คือ ความสูงของอนุภาคของของไหลที่วัดจากระนาบที่กำหนดให้

v คือ ความเร็วเชิงเส้นเฉลี่ยในท่อ

ส่วนตัวห้อย 1 และ 2 จะระบุตำแหน่งของจุดที่พิจารณาตามลำดับ

สมการพลังงานและสมการการไหลต่อเนื่อง (continuity equation) เป็นสมการสำคัญที่ใช้แก้ปัญหาต่างๆในกลศาสตร์ของไหล แต่ถ้าหากเป็นของไหลที่อัดตัวได้ก็จะต้องมีสมการที่สามมาช่วย สมการนี้คือ สมการสถานะของแก๊ส (equation of state) ซึ่งเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความดัน อุณหภูมิ และปริมาตรจำเพาะ (หรือน้ำหนักจำเพาะ หรือ ความหนาแน่น)ของของไหล

2.1.4 <u>สมการเบอร์นูลลี</u>

สมการเบอร์นูลลีนี้เป็นผลจากสมการพลังงาน 2.4 เมื่อไม่มีงานกระทำให้ระบบ และตัดทิ้งการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากพลังงานภายใน ซึ่งมีผลกระทบต่อการไหลน้อยมาก สมการเบอร์นูลลีสามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์นี้ได้

$$\frac{p_1}{\gamma_1}+\frac{v_1^2}{2g}+Z_1=\frac{p_2}{\gamma_2}+\frac{v_2^2}{2g}+Z_2=H \qquad (2.5)$$

สำหรับสมการเบอร์นูลลีนี้ ไม่ได้คิดผลกระทบเนื่องจากแรงเสียดทาน ถ้าพิจารณาเทอมต่างๆ ในสมการ 2.5 แล้วจะเห็นได้ว่าเทอมแต่ละเทอมนั้นมีหน่วยเป็นหน่วยของความยาวทั้งสิ้น

$\frac{p}{\gamma}$ คือ เฮดความดัน(pressure head) ซึ่งเป็นความสูงของของเหลวที่เทียบเท่าความดัน p ของของไหลที่มีน้ำหนักจำเพาะเป็น γ

Z คือ เฮดของระดับความสูง(elevation head)

$\frac{v^2}{2\mathbf{g}}$ คือ เฮดความเร็ว(velocity head)

H คือ เฮดรวม(total head)

$$H_1 = H_2 + h_L \qquad (2.6)$$

h_L คือ เฮดจากความเสียดทาน(friction head)

$$M = H_2 - H_1 + h_L = h_p \qquad (2.7)$$

h_p คือ เฮดของพลังงานที่เครื่องสูบน้ำให้แก่ของไหล

$$m = \left(\frac{\rho \pi D^2}{4}\right) v \qquad (2.8)$$

โดยที่ m คือ อัตราการไหลโดยน้ำหนัก

2.1.5 <u>การสูญเสียความดันในระบบท่อของเหลว</u>

จากสมการ 2.6 พลังงานที่สูญเสียไปกับความเสียดทานในท่อกลมสามารถแสดงได้ดังนี้

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v_2^2}{2g} \qquad (2.9)$$

f คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ moody $= f(N_R, \frac{\varepsilon}{D}) = 4 f_f$

f_f คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ fanning

L คือ ความยาวของท่อ

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ

$$N_R = \frac{\rho v D}{\mu} \qquad (2.10)$$

N_R คือ เลขเรยโนลด์ (Reynolds number)

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

μ คือ ความหนืดของของไหลในท่อ

ε คือ ขนาดความขรุขระของผิวในท่อ

$\frac{\varepsilon}{D}$ คือ ความขรุขระสัมพันธ์

เราเรียกสมการ 2.9 นี้ว่า สมการสำหรับหาความเสียดทานของท่อ (pipe friction equation) หรือ เรียกอีกชื่อว่า Darcy-Weisbach Equation

จากการทดลองที่ผ่านมาในอดีตการไหลผ่านท่อแบบราบเรียบ (Laminar) เกิดขึ้นที่ค่าเลขเรยโนลด์ ไม่เกิน 2100 และการไหลผ่านท่อแบบปั่นป่วน(Turbulent)เกิดขึ้นที่ค่าเลขเรยโนลด์โดยเฉลี่ยมากกว่า 4000

$$h_L = 32\frac{\mu}{\gamma}\frac{L}{D^2}v \qquad (2.11)$$

เราเรียกสมการ 2.11 นี้ว่า Hangen-Poiseuille Law ที่สำหรับใช้กับการไหลในท่อที่มีการไหลแบบราบเรียบ จะเห็นได้ว่าพลังงานที่สูญเสียไปกับความเสียดทาน h_L นี้สามารถหาได้โดยวิธีการวิเคราะห์ทางมิติตามสมการ 2.9 อีกด้วย ดังนั้นเมื่อนำเอา h_L จากสมการ 2.9 และสมการ 2.11 มาเท่ากันแล้ว ค่า friction factor , f ก็จะมีค่าเป็น :

$$f = \frac{64}{N_R} \qquad (2.12)$$

ดังนั้น ในการหา f จึงสัมพันธ์กับเลขเรยโนลด์พบว่า

สำหรับการไหลแบบราบเรียบ

$$f = \frac{64}{N_R}$$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

Colebrook
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86\ln[(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.7}) + \frac{2.51}{N_R\sqrt{f}}] \qquad (2.13)$$

Blasius
$$f = \frac{0.046}{(N_R)^{0.2}} \qquad (2.14)$$

Blasuis พบว่า friction factor ,f ของท่อที่มีผิวเรียบมาก และมีค่าเลขเรยโนลด์อยู่ในช่วง 3,000 กับ 100,000 (Bird,1964)

ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการปั๊มของไหล ซึ่งอาจอยู่ในรูปพลังงานไฟฟ้าหรือเชื้อเพลิงของเครื่องยนต์ กำลังงานเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับและการเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ จะเป็นสมการดังนี้

$$W^{'} = \frac{m\Delta p}{\rho E} \qquad (2.15)$$

$$\Delta p = 0.5 f \rho v^{2} \frac{L}{D}(1 + J) + \rho g Z \qquad (2.16)$$

โดยที่ $W^{'}$ คือ งานที่กระทำให้กับระบบจากพลังงานภายนอก

v คือ ความเร็วเชิงเส้นเฉลี่ยของของไหล

J คือ ผลรวมของจากความเสียดทาน(friction head)จากข้อต่อต่างๆในระบบท่อส่งอยู่ในรูปสัดส่วนของความยาวของท่อทั้งหมด

m คือ อัตราการไหลโดยน้ำหนัก

E คือ ประสิทธิภาพของปั้ม

2.1.6 สมการแห่งสภาวะ (Equations of state)

โดยทั่วไปแล้วที่สภาวะบรรยากาศปกติก๊าซจะไม่ได้มีพฤติกรรมเป็นไปตามก๊าซอุดมคติ การเบี่ยงเบนของก๊าซจริงจากก๊าซอุดมคติจะแตกต่างกันไปแต่ละชนิดของก๊าซ ขึ้นอยู่กับขนาดของโมเลกุล โครงสร้างของโมเลกุล และคุณสมบัติทางฟิสิกส์อื่นๆ ดังนั้นการคำนวณเกี่ยวกับพฤติกรรมของก๊าซจริงจึงต้องอาศัยข้อมูลของก๊าซจริงแต่ละชนิดที่ได้จากการทดลองเท่านั้น เช่น อุณหภูมิวิกฤต และ ความดันวิกฤต ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีสมการแห่งสภาวะ(Equation of state)ซึ่งค่อนข้างสะดวกและให้ค่าที่แม่นยำเพียงพอสำหรับวิศวกร

สมการแห่งสภาวะ คือสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความดัน ปริมาตร และอุณหภูมิ ของก๊าซจริงโดยหาความสัมพันธ์แบบเอมไพริกัล นั่นคือ สร้างความสัมพันธ์ระหว่างความดัน p ปริมาตร V และ อุณหภูมิ T ขึ้นจากการสังเกตผลการทดลองจริง ในงานวิจัยนี้ เราจะใช้สมการ Soave-Redlich-Kwong (SRK) แสดงพฤติกรรมของก๊าซจริงในช่วงที่อยู่เหนือสภาวะวิกฤต (critical conditions)

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a\alpha}{V(V+b)} \qquad (2.17)$$

$$a = \frac{0.4278\, R^{2}\, T_c^{2}}{P_c} \qquad (2.18)$$

$$b = \frac{0.0867 R T_c}{P_c} \tag{2.19}$$

$$\alpha = [1 + \mathbf{S}(1 - \sqrt{\mathbf{T_r}})]^2 \tag{2.20}$$

$$S = 0.48508 + 1.55171\omega - 0.15613\omega^2 \tag{2.21}$$

เมื่อ P = ความดัน

V = ปริมาตรเฉพาะ

T = อุณหภูมิสมบูรณ์

R = ค่าคงที่ของก๊าซ

a,b คือ ค่าคงที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการทดลองของก๊าซแต่ละชนิด

$$T_r = T/T_c \tag{2.22}$$

$$P_r = P/P_c \tag{2.23}$$

$$V_r = V/V_c \tag{2.24}$$

T_c คือ อุณหภูมิวิกฤต Critical Temperature

P_c คือ ความดันวิกฤต Critical Pressure

V_c คือ ปริมาตรเฉพาะวิกฤต Critical Volume

ω คือ acentric factor

2.2 เศรษฐศาสตร์วิศวกรรม

ในปัจจุบันนี้เนื่องจากความจำกัดของทรัพยากร เช่น วัสดุ แรงงาน ทรัพย์สิน รวมทั้งเวลา ทำให้การออกแบบทางวิศวกรรมมีข้อจำกัดสูงขึ้น การออกแบบเพื่อมุ่งหวังผลงานดีเด่นเชิงวิศวกรรมด้านเดียวทำได้ยากขึ้น การพิจารณาเชิงเศรษฐศาสตร์ในด้านคุณค่าของผลงานเปรียบเทียบกับค่าใช้จ่ายจึงมีบทบาทมากขึ้น ดังนั้นการออกแบบทางด้านวิศวกรรมต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายต่างๆ และการใช้ทรัพยากรอย่างมีประสิทธิภาพด้วยการประยุกต์เศรษฐศาสตร์วิศวกรรม

(Engineering Economy) จะช่วยให้การตัดสินใจต่างๆเป็นไปอย่างมีหลักเกณฑ์และมาตรการที่ถูกต้อง

2.2.1 การวิเคราะห์เชิงเศรษฐศาสตร์

คือส่วนหนึ่งของการวิเคราะห์แนวปฏิบัติซึ่งกำหนดเพื่อใช้เปรียบเทียบและตัดสินใจแนวทางแก้ปัญหาของระบบ การวิเคราะห์แนวนี้จึงไม่พ้นในเรื่องเกี่ยวกับการวิเคราะห์เกี่ยวกับค่าใช้จ่ายและผลประโยชน์อื่นๆโดยมีจำนวนเงินเป็นหน่วยเปรียบเทียบ โดยมีหลักการดังนี้

- เงินมีความสัมพันธ์กับเวลา
- การเปลี่ยนแปลงในอนาคตมีไม่มาก
- การคาดหมายในอนาคตมีความแม่นยำพอสมควร

โดยอาศัยหลักการดังกล่าว การวิเคราะห์จะทำได้โดยการรวบรวมข้อมูลรายรับรายจ่ายในอนาคตของแต่ละแนวปฏิบัติ แล้วจึงเปรียบเทียบเข้าสู่เกณฑ์การเปรียบเทียบมาตรฐานเดียวกันคือ ค่าเทียบเท่าเงินต้นปัจจุบัน หรือเงินรายปีเท่าๆกัน

2.2.2 ต้นทุนและค่าใช้จ่าย

ต้นทุนคงที่ (Fixed Cost) คือ ต้นทุนที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามจำนวนหน่วยที่ผลิตได้

ต้นทุนแปรผัน (Variable Cost) คือ ต้นทุนที่เปลี่ยนแปลงไปตามจำนวนหน่วยที่ผลิตได้

ต้นทุนแรกเริ่ม (First Cost) คือ ค่าใช้จ่ายที่ใช้สำหรับการลงทุน เช่น ต้นทุนทรัพย์สินต่างๆเพื่อการผลิตหรือ การบริการ เช่น การก่อสร้างท่อส่ง การซื้อและติดตั้งเครื่องสูบน้ำ บางทีเรียกต้นทุนเริ่มนี้ว่าต้นทุนทุนทรัพย์ (Capital Cost)

ต้นทุนดำเนินงาน (Operating Cost) คือ ค่าใช้จ่ายที่ต้องเตรียมไว้เพื่อดำเนินการเกี่ยวกับต้นทุนแรกเริ่ม เพื่อให้สามารถให้เกิดผลผลิต เช่น ค่าใช้จ่ายพลังงานเกี่ยวกับเครื่องสูบน้ำ

2.2.3 อายุการใช้งานของระบบท่อส่ง และ ค่าของเงินที่เปลี่ยนไปตามเวลา

โดยปกติแล้วทรัพย์สินที่ใช้งานแล้วจะมีสภาพทรุดโทรมลง ค่าใช้จ่ายในด้านการดำเนินงานและค่าซ่อมบำรุงมีแนวโน้มจะสูงขึ้น ดังนั้นจึงต้องมีการกำหนดอายุการใช้งานทรัพย์สิน ซึ่งจะเป็นส่วนที่ใช้กำหนดค่าใช้จ่ายของต้นทุนทุนทรัพย์สินด้วย ถ้ากำหนดอายุการใช้งานได้น้อยจะทำให้ค่าใช้จ่ายต้นทุนทรัพย์สินต่อปีสูงกว่าการกำหนดอายุการใช้งานไว้มาก การคาดคะเนอายุการใช้งานทรัพย์สินที่ผิดพลาดจะมีส่วนทำให้การวิเคราะห์ผิดพลาดไปด้วยการกำหนดอายุการใช้งานได้

อย่างถูกต้องจึงเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งจำเป็นต้องใช้ประสบการณ์ของผู้ใช้ทรัพย์สินและรายละเอียดต่างๆของทรัพย์สิน

ตามหลักเศรษฐศาสตร์ เงินจะมีความผูกพันกับเวลา คือ เงินจะเพิ่มขึ้นตามกาลเวลา ส่วนที่เพิ่มเราเรียกว่า ดอกเบี้ย ดังนั้นเงินลงทุนของทรัพย์สินจึงเป็นจำนวนเงินที่จะมีจำนวนเพิ่มมากขึ้นในเวลาต่อมา ถ้าสภาวะเศรษฐกิจไม่เปลี่ยนแปลง เงินลงทุนนั้นจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นจำนวนหนึ่งซึ่งสามารถกำหนดได้ถูกต้อง แต่ถ้าสภาวะเศรษฐกิจเปลี่ยนแปลงไป อัตราดอกเบี้ยที่จะใช้ก็จะไม่ได้แทนความหมายเศรษฐกิจได้อย่างถูกต้อง เพื่อตัดข้อยุ่งยากของการเปลี่ยนแปลงสภาวะเศรษฐกิจดังกล่าว ในการวิเคราะห์ต้นทุนต่างๆจะใช้สมมุติฐานว่า การการเปลี่ยนแปลงสภาวะเศรษฐกิจในช่วงระยะเวลาที่ศึกษานั้นสามารถคาดการณ์ได้

ก่อนที่จะพิจารณาค่าใช้จ่ายของทรัพย์สิน เราจะต้องเข้าใจคณิตศาสตร์ทางเศรษฐศาสตร์ซึ่งเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของเงินที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ในที่นี้สามารถแสดงความสัมพันธ์พร้อมสูตรได้ดังนี้

เมื่อ P = เงินต้น

F = เงินต้นรวมดอกเบี้ยเมื่อปีที่ n

A = เงินเท่ากันรายปี

i = อัตราดอกเบี้ย

n = อายุการใช้งานของโครงการ

$$F = P(F/P,i,n) = P(1+i)^n \qquad (2.25)$$

$$P = A(P/A,i,n) = P[\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}] \qquad (2.26)$$

$$A = F(A/F,i,n) = F[\frac{i}{(1+i)^n - 1}] \qquad (2.27)$$

$$A = P(A/P,i,n) = P[\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}] \qquad (2.28)$$

(F/P,i,n) เรียกว่า compound amount factor

(P/A,i,n) เรียกว่า series present worth factor

(A/F,i,n) เรียกว่า sinking fund factor

(A/P,i,n) เรียกว่า capital recovery factor

2.3 การหาค่าเหมาะสมที่สุด OPTIMIZATION

ในส่วนนี้ เริ่มแรกจะกล่าวถึงหลักการพื้นฐานและขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดซึ่งผู้ทำวิจัยได้รวบรวมจากหนังสือ Optimization of chemical processes (Edgar และ Himmelblau, 2001) และ การหาค่าเหมาะสมที่สุด ธนัญชัย ลีภักดิ์ปรีดา , 2543

Edgar และ Himmelblau ได้ให้นิยามของการ ออปติไมซ์ไว้ว่า คือกระบวนการคิดและตัดสินใจทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา

2.3.1 <u>การดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุด</u>

โดยทั่วไปเราสามารถสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการวิเคราะห์และการหาคำตอบของการออปติไมซ์ได้ 6 ขั้นตอน โดยไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอนเหล่านี้ทุกประการ บางขั้นตอนอาจทำก่อนหรือ สลับกันก็ได้ ซึ่งขอสรุปการทำออปติไมซ์ขั้นตอนจะต้องมีขั้นตอนทั้ง 6 ประการดังนี้

1. วิเคราะห์กระบวนการการของระบบ หาจำนวนตัวแปรที่เกี่ยวกับปัญหาว่ามีอะไรบ้าง คุณลักษณะเฉพาะของปัญหาที่สนใจ ตั้งคำถามว่าปัญหาคืออะไร

2. หาเกณฑ์สำหรับการออปติไมซ์และกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยเขียนสมการในเทอมตัวแปรในขั้นแรกพร้อมกับสัมประสิทธิ์ สรุปว่าสิ่งที่ต้องการแท้จริง

3. เขียนสมการคณิตศาสตร์ของปัญหา ทั้งสมการ และ อสมการ ข้อกำหนดหรือ เงื่อนไขบังคับต่างๆ แยกแยะว่าตัวแปรใดบ้างเป็นตัวแปรอิสระ และตัวแปรไม่อิสระ

4. ถ้าปัญหามีขนาดใหญ่ ให้แยกเป็นปัญหาย่อยๆหรือลดความยากหรือซับซ้อนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์และแบบจำลองของกระบวนการ ทยอยจัดหาส่วนประกอบของคำตอบ

5. เลือกเทคนิคการออปติไมซ์ที่เหมาะสมกับปัญหา ทำปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วทำการออปติไมซ์เซชัน เพื่อสังเคราะห์ปัญหา

6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้และตรวจหาความไวของผลลัพธ์กับการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์บางตัวของปัญหา

รายละเอียดของเทอมต่างๆจะถูกอธิบายดังต่อไปนี้

แบบจำลองกระบวนการ

แบบจำลองกระบวนการคือแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบ ระบบในที่นี้หมายถึงสิ่งที่ทำการศึกษาหรืออาจกล่าวว่า แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้มานั้นจะถูกนำมาใช้เป็นตัวแทนระบบเพื่อศึกษาพฤติกรรมต่างๆของระบบ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบแบ่งตามที่มาได้ 2 ประเภท

1 Physical theory แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ได้มาจากหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางธรรมชาติที่นักวิทยาศาสตร์ได้สังเกตและทำการทดลองมาแล้ว เป็นต้นว่า หลักการอนุรักษ์มวลสาร หลักการอนุรักษ์พลังงาน กฎของนิวตัน กฏเกณฑ์ทางฟิสิกส์ หรือเคมี มาสร้างและอธิบายแบบจำลอง

2 Empirical แบบจำลองเอมไพริกัลที่อ้างอิงมาข้อมูลหรือพารามีเตอร์ต่างๆจากผลการทดลองที่ได้มาสร้างเป็นแบบจำลอง เนื่องจากไม่สามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบจาก physical theory ได้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function)

คือ ค่าที่ต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ซึ่งปัญหาทางวิศวกรรมส่วนมากจะเป็นการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน ตัวอย่างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้แก่ กำไร ค่าใช้จ่าย พลังงานที่ใช้ หรือต้นทุน

ตัวแปรออกแบบ (design variable)

คือ ตัวแปรที่สามารถใช้ในการปรับเปลี่ยน หรือควบคุมในขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแล้วทำให้เป้าหมาย หรือ จุดประสงค์เปลี่ยนแปลงได้ โดยปกติการหาค่าเหมาะสมที่สุดมักเกี่ยวข้องกับตัวแปรออกแบบมากกว่าหนึ่งตัวแปร ดังนั้นสิ่งที่สำคัญคือการคัดเลือกตัวแปรออกแบบที่มีผลต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ให้มากที่สุด โดยอาจจะกำจัดหรือให้ตัวแปรออกแบบที่ไม่สำคัญให้เป็นค่าคงที่ตลอดการดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุด แต่การกำหนดนี้ได้ต้องขึ้นอยู่กับความชำนาญของผู้ออกแบบ โดยควรลดจำนวนตัวแปรออกแบบให้น้อยที่สุด

เงื่อนไขบังคับ (constrain)

หลังจากที่ได้ทำการเลือกตัวแปรออกแบบของปัญหาได้แล้ว จะพบว่าตัวแปรออกแบบจะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันหรือกับพารามิเตอร์อื่นๆโดยมากจะมาจากการที่ต้องสอดคล้องกับข้อเท็จจริงต่างๆทางกายภาพ ทางเคมี หรืออื่นๆของระบบ สามารถแบ่งเงื่อนไขบังคับออกเป็น 2 ชนิด คือ

1 ข้อบังคับที่เป็นสมการ (equality constraint) คือข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย = เป็นสมการที่แสดงข้อจำกัดต่างๆของกระบวนการ

2 ข้อบังคับที่เป็นอสมการ (inequality constraint) คือข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย $>,\geq,<,\leq,\neq$ เป็นอสมการที่แสดงข้อจำกัดต่างๆของกระบวนการ

2.3.2 <u>เทคนิคการทำออปติไมซเซชั่น</u>

เทคนิคการออปติไมซ์เซชันสามารถหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้นมีหลายวิธี ซึ่งความเหมาะสมนั้นขึ้นกับลักษณะของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เงื่อนไขบังคับ ซึ่งสามารถแบ่งวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ดังนี้

2.3.2.1 การหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันจุดประสงค์หนึ่งตัวแปร

ขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดต่ำสุดดังต่อไปนี้ ถูกนำไปใช้ในการหาจุดเหมาะสมที่จุดต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์หนึ่งตัวแปร โดยส่วนใหญ่จะพิจารณาไปตามเส้นของค่าฟังก์ชันจุดประสงค์จากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่ง ดังนั้นขบวนการค้นหาจุดต่ำสุดนี้ บางครั้งจึงเรียกว่า line search โดยทั่วไป สามารถแบ่งขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดต่ำสุดออกได้เป็น 2 ลักษณะโดยคำนึงถึงข้อมูลที่ใช้ในการหาจุดต่ำสุดได้ดังนี้

1. วิธีการค้นหาโดยตรง (Direct search methods)

วิธีการนี้จะใช้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นข้อมูลในการหาจุดต่ำสุด และอาศัยหลักการของวิธีการตัดลดช่วงได้แก่

- วิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Interval halving method)

- วิธีการไฟโบแนกซี (Fibonacci search method)

- วิธีการโกลเดนเซกชัน (Golden section search method)

- วิธีการประมาณค่าในช่วงด้วยพหุนามกำลังสอง(Successive quadratic interpolation method)

2. วิธีการค้นหาโดยอ้างอิงความชัน (Gradient based methods)

วิธีการนี้จะใช้ค่าของฟังก์ชันและค่าของอนุพันธ์หรือความชันของฟังก์ชันจุดประสงค์นั้นในการค้นหาจุดต่ำสุด ประสิทธิภาพในการค้นหาดีขึ้น เนื่องจากทราบทิศทางที่จะลู่เข้าสู่จุดต่ำสุดซึ่งสามารถกำหนดได้จากอนุพันธ์หรือความชันของฟังก์ชันจุดประสงค์ แต่จะใช้ได้ต่อเมื่อฟังก์ชันจุดประสงค์นั้นเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องซึ่งได้แก่

- วิธีการนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method)

- วิธีการไบเซคชั่น (Bisection method)

- วิธีการซีแค็นท์ (Secant method)

2.3.2.2 การหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันจุดประสงค์หลายตัวแปรปราศจากเงื่อนไขบังคับ

ขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดต่ำสุดดังต่อไปนี้ ถูกนำไปใช้ในการหาจุดเหมาะสมที่สุดต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์หลายตัวแปร โดยทั่วไป สามารถแบ่งขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดต่ำสุดออกได้เป็น 2 ลักษณะดังนี้

1วิธีการค้นหาโดยตรง (Direct search methods)

วิธีการนี้จะใช้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่จุดต่างๆในการค้นหาจุดเหมาะสมที่สุด ขั้นตอนนี้มักใช้กับปัญหาการหาค่าต่ำสุดมีแค่ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์เท่านั้นที่สามารถคำนวณได้ หรือการคำนวณอนุพันธ์อาจจะเป็นเรื่องยากหรือใช้เวลาการคำนวณมาก ขั้นตอนที่ใช้มีดังต่อไปนี้ได้แก่

- วิธีการหาค่าเหมาะสมเชิงวิวัฒน์ (Evolutionary Optimization method)

- วิธีการออลเทอร์เนติงไดเรกชัน (Alternating Direction method)

- วิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex method)

- วิธีการทิศทางสังยุค (Conjugate Direction method)

2. วิธีการค้นหาโดยอ้างอิงความชัน (Gradient based methods)

วิธีการต่อไปนี้จะใช้ค่าของฟังก์ชันและค่าของอนุพันธ์หรือความชันของฟังก์ชันจุดประสงค์นั้นในการค้นหาจุดต่ำสุด ประสิทธิภาพในการค้นหาเร็วขึ้น ดีขึ้น เนื่องจากทราบทิศทางที่จะลู่เข้าสู่จุดต่ำสุดซึ่งสามารถกำหนดได้จากอนุพันธ์หรือความชันของฟังก์ชันจุดประสงค์ แต่จะใช้ได้ต่อเมื่อฟังก์ชันจุดประสงค์นั้นเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เนื่องจากข้อมูลเชิงอนุพันธ์ต้องถูกคำนวณ แต่ถ้าฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นฟังก์ชันภินทนะ (discrete function) แล้วเราต้องใช้ระเบียบการค้นหาโดยตรงแทน

- ระเบียบวิธีการดีสเซนต์ (Descent method)
- ระเบียบวิธีการสตีเพสต์ดีสเซนต์ (Steepest Descent method)
- วิธีการนิวตัน (Newton’s method)
- วิธีการมาร์ควอร์ดต์ (Marquardt method)
- วิธีการควาไซ-นิวตัน (Quasi-Newton method)

2.3.2.3 การหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันหลายตัวตัวแปรด้วยเงื่อนไขบังคับ

การหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือและข้อจำกัดเป็นสมการไม่เชิงเส้นทั้งหมด ปัญหาประเภทนี้พบมากที่สุดในกระบวนการอุตสาหกรรม ซึ่งงานวิจัยนี้จะเป็นปัญหาประเภทนี้

2.3.2.4 การโปรแกรมแบบเชิงเส้น (linear programing)

การหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัดเป็นสมการเชิงเส้นทั้งหมด

2.3.2.5 การโปรแกรมแบบจำนวนเต็ม (integer programing)

การออปติไมซ์ปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็มอย่างเดียว

2.3.2.6 การโปรแกรมแบบผสมจำนวนจริง (mixed integer programing)

แต่อย่างอื่นใดก็ตามไม่มีวิธีการที่เป็นขั้นตอนหรืออัลกอริทึมวิธีใดวิธีหนึ่ง ที่สามารถใช้กับปัญหาทุกปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การเลือกวิธีการสำหรับแต่ละกรณีขึ้นอยู่กับปัจจัยดังต่อไปนี้ ลักษณะของฟังก์ชันวัตถุประสงค์และความชัดเจนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ,ธรรมชาติของเงื่อนไขบังคับ หรือจำนวนตัวแปรอิสระและไม่อิสระ การแก้ปัญหาให้ถูกต้องและมีประสิทธิภาพนั้นไม่ได้ขึ้นกับขนาดของปัญหาในแง่ของจำนวนตัวแปรออกแบบและเงื่อนไขบังคับเท่านั้น แต่ยังขึ้นอยู่กับลักษณะของลักษณะของฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขบังคับอีกด้วยว่าทั้งคู่นั้นมีลักษณะเชิงเส้นหรือไม่ โดยสามารถสรุปได้ดังนี้

ในกรณีที่ทั้งสองมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้น ปัญหานี้จะเรียกว่า การโปรแกรมเชิงเส้น

ในกรณีที่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีรูปเป็นสมการพหุนามกำลังสอง แต่มีเงื่อนไขบังคับเป็นสมการเชิงเส้น เราเรียกว่า Quadratic Programming

ในกรณีที่ทั้งสองมีลักษณะเป็นสมการไม่เชิงเส้น ปัญหานี้จะเรียกว่า การโปรแกรมไม่เชิงเส้น (Nonlinear Programming) การแก้ปัญหานี้ต้องมีขั้นตอนการคำนวณซ้ำเพื่อที่จะหาทิศทางที่จะลู่เข้าหาคำตอบทำให้ยุ่งยากมากยิ่งขึ้น ในงานวิจัยนี้จะเป็นการไขปัญหาโดยวิธีนี้ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

2.3.3 <u>พื้นฐานการหาค่าเหมาะสมที่สุดหลายตัวแปร (Multi-variable Optimization Background)</u>

การแก้ปัญหาในการออกแบบเชิงวิศวกรรมหรือในด้านอื่นๆนั้นโดยวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้น มักจะเป็นการหาค่าจุดสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์โดยที่มีเงื่อนไขบังคับที่เนื่องมาจากข้อจำกัดต่างๆของการออกแบบนั้นๆ โดยปกติแล้วการหาค่าเหมาะสมมักจะเป็นรูปแบบทั่วๆไปของปัญหาออปติไมซ์สามารถเขียนในรูปคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\min_{x \in R^n} imize\, f(x) \tag{2.29}$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับ

$$h_j(\mathbf{x^*}) = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,p \tag{2.30}$$

$$g_i(\mathbf{x^*}) \leq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{2.31}$$

$$x_{il} \leq x_i \leq x_{iu} \qquad n = 1,2,\ldots,n \tag{2.32}$$

โดยที่ f(x) เป็นฟังก์ชันของตัวแปร ซึ่งมักถูกเรียกว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์(objective function) และ เป็นตัวแปรออกแบบ(design variable) และอาจเป็นจำนวนจริงใดๆ แต่อย่างไรก็ตาม ระเบียบขั้นตอนวิธีการที่จะกล่าวต่อไปนี้ สามารถใช้กับการหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้เช่นกัน โดยการกำหนดให้เป็นปัญหาคู่กัน (dual problem) ซึ่งทำได้โดยการคูณฟังก์ชันวัตถุประสงค์ด้วยจำนวนลบหนึ่ง อาทิ {-f(x)}

เมื่อ f(x) เป็นฟังก์ชันของตัวแปร ซึ่งมักถูกเรียกว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ซึ่งสัมพันธ์กับ x

$h_j(x)$ แทนเวคเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นสมการ

$g_i(x)$ แทนเวคเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นอสมการ

x แทนตัวแปรอิสระ (dependent variable)

i แทนขอบเขตล่าง

u แทนขอบเขตบน

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $f:R^n \to R$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตัวแปร n ตัว โดยที่ x เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรออกแบบ ($x \in R^n$) บางครั้งเซตจำนวนจริงนี้ถูกเรียกว่า เซตเป็นไปได้ (feasible set) จุด x ประกอบด้วยสมาชิกตัวแปรจริงอิสระ n ตัว นั่นคือ $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_n]$

จุดเหมาะสมที่สุด (Optimal Points)

นิยามจุดเหมาะสมที่สุด โดยทั่วไปแล้วจุดเหมาะสมที่สุดสามารถถูกอธิบายได้ดังนี้

1. จุดเหมาะสมที่สุดเฉพาะที่(local optimum point) x*

สมมุติว่า $f:R^n \to R$ เป็นฟังก์ชันจำนวนจริง R ซึ่งถูกกำหนดโดยเซต $\overline{\Omega} \subset R^n$ จุดใดๆ $\mathbf{x}^* \in \overline{\Omega}$ ถูกเรียกว่าจุดต่ำสุดเฉพาะที่ (local optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ ถ้ามี ε >0 โดยที่ $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ สำหรับทุกๆ $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$ และ $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \varepsilon$ จุดใดๆ $\mathbf{x}^* \in \overline{\Omega}$ ถูกเรียกว่าจุดต่ำสุดเฉพาะที่โดยแท้ (strict local optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ ถ้ามี ε >0 โดยที่ $\mathbf{f}(\mathbf{x}) > \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ สำหรับทุกๆ $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$ และ $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \varepsilon$

2. จุดเหมาะสมที่สุดวงกว้าง(global optimum point) $\mathbf{x}^{**}$

สมมุติว่า $f\!:\!R^n \rightarrow R$ เป็นฟังก์ชันจำนวนจริง R ซึ่งถูกกำหนดโดยเซต $\overline{\Omega} \subset R^n$ จุดใดๆ $\mathbf{x}^{**} \in \overline{\Omega}$ ถูกเรียกว่าจุดต่ำสุดวงกว้าง (global optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ ถ้า $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{f}(\mathbf{x}^{**})$ สำหรับทุกๆ $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$ จุดใดๆ $\mathbf{x}^{**} \in \overline{\Omega}$ ถูกเรียกว่าจุดต่ำสุดวงกว้างที่โดยแท้ (strict global optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ ถ้า $\mathbf{f}(\mathbf{x}) > \mathbf{f}(\mathbf{x}^{**})$ สำหรับทุกๆ $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$

3. จุดเปลี่ยนความเว้า(inflection point) คือจุดที่ค่าของ x เพิ่มขึ้นเล็กน้อย ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ก็เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นเล็กน้อย

หมายเหตุ อาจจะกล่าวได้ว่าขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ทำให้งานเรียบร้อยเมื่อเราพบจุดเหมาะสมวงกว้าง แต่อย่างไรก็ตาม มักพบว่าไม่ง่ายนักที่จะพบจุดเหมาะสมวงกว้าง ดังนั้นโดยทั่วไปแล้ว ถ้าเราค้นหาแล้วพบจุดเหมาะสมที่สุดเฉพาะที่ก่อน ถ้าจุดดังกล่าวให้ความสอดคล้องกับความต้องการของฟังก์ชันจุดประสงค์เพียงพอ เราอาจจะยอมรับจุดเหมาะสมที่สุดเฉพาะที่แทน

จุดใดๆที่สอดคล้องหรือเป็นไปตามเงื่อนไขบังคับ เราเรียกจุดเหล่านั้นว่า จุดเป็นไปได้(feasible points) นอกเหนือจากจุดเป็นไปได้นั้น เราเรียกว่าจุดเป็นไปไม่ได้ (infeasible points) ซึ่งจุดเหล่านี้จะไม่สามารถเป็นจุดที่ให้ค่าเหมาะสมที่สุด

การที่จุดหนึ่งจุดใดจะสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับแบบอสมการนั้นได้ 2 กรณีดังนี้

กรณีแรกโดยการที่จุดนั้นอยู่บนพื้นผิวของโดเมนเงื่อนไขบังคับหรือ $g_i(x) = 0$ และจะเรียกเงื่อนไขบังคับนี้ว่าเงื่อนไขบังคับแอ็คทีพ (actives constrains)

กรณีที่สองโดยการที่จุดนั้นอยู่ในพื้นผิวของโดเมนเงื่อนไขบังคับหรือ $g_i(x) > 0$ และจะเรียกเงื่อนไขบังคับนี้ว่าเงื่อนไขบังคับอินแอ็คทีพ (inactives constrains)

เกรเดียนต์เวคเตอร์ Gradient Vector

$\nabla f(\mathbf{x}^*)$ เป็นอนุพันธ์ย่อยอันดับที่ 1ของ$f(\mathbf{x})$ โดยที่ $\mathbf{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]$ ที่จุด x* ซึ่งสามารถเขียนอยู่รูปแบบของเวคเตอร์ได้ดังนี้

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_2} & ,..., & \dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_n} \end{bmatrix}^T \qquad (2.33)$$

เมตริกซ์เฮสเซียน Hessian Matrix

H หรือ $\nabla^2 f$ เป็นอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ$f(\mathbf{x})$ โดยที่บางครั้งเราเรียกว่า เฮสเซียนของฟังก์ชัน f โดยกำหนดได้จากสมการดังนี้

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_n} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \qquad (2.34)$$

โดยที่อนุพันธ์ย่อยจะคำนวณที่จุด x* เมตริกซ์เฮสเซียนจะมีขนาด nxn และเนื่องจากฟังก์ชันนี้สามารถทำการอนุพันธ์ได้ถึงอันดับที่ 2 ดังนั้นสามารถมีรูปได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i x_j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j x_i}; \quad i = 1 \text{ to } n,\ j = 1 \text{ to } n \qquad (2.35)$$

จะเห็นว่าเมตริกซ์เฮสเซียนเป็นเมตริกซ์ที่สมมาตร ซึ่งสามารถแสดงในอีกรูปแบบสมการได้

$$H = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i x_j} \right]; \qquad i = 1 \text{ to } n,\ j = 1 \text{ to } n \tag{2.36}$$

เราสามารถประมาณฟังก์ชันหนึ่งตัวแปรให้อยู่ในรูปพหุนามโดยการใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด x* ได้ดังสมการดังนี้

$$f(x) = f(x^*) + \frac{df(x^*)}{dx}(x - x^*) + \frac{1}{2}\frac{d^2 f(x^*)}{d\,x^2}(x - x^*)^2 + R \tag{2.37}$$

โดยที่ R คือ ตัวแปรที่แทนรูปส่วนที่เหลือซึ่งถือให้มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเทอมก่อนหน้านี้ ในกรณีที่ x ใกล้เคียงกับจุด x* ถ้าให้ *x –x* =d* สมการข้างบนจะมีอนุกรมเทย์เลอร์ดังนี้

$$f(x^* + d) = f(x^*) + \frac{df(x^*)}{dx}d + \frac{1}{2}\frac{d^2 f(x^*)}{d\,x^2}d^2 + R \tag{2.38}$$

เราสามารถประมาณฟังก์ชันสองตัวแปรให้อยู่ในรูปพหุนามโดยการใช้อนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด (x_1*,x_2*) ได้ดังสมการดังนี้

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= f(x_1^*, x_2^*) + \frac{\partial f}{x_1}(x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f}{x_2}(x_2 - x_2^*) + \\ &\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1 - x_1^*)^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_2}(x_1 - x_1^*)(x_2 - x_2^*) + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_2 - x_2^*)^2 \right] + R \end{aligned} \tag{2.39}$$

จากสมการข้างบนเราสามารถประมาณฟังก์ชันสองตัวแปรให้อยู่ในรูปอนุกรมได้ดังสมการดังนี้

$$f(x_1, x_2) = f(x_1^*, x_2^*) + \sum_{i=1}^{2}\frac{\partial f}{x_i}(-x_i^*) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\ \sum_{j=1}^{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x_i x_j}(x_i - x_i^*)(x_j - x_j^*) + R \tag{2.40}$$

จากสมการที่กล่าวมาแล้วเราสามารถเขียนฟังก์ชันสองตัวแปรให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังสมการดังนี้

$$\mathrm{f(x) = f(x^*) + \nabla f^T (x - x^*) + \frac{1}{2}(x - x^*)^T H (x - x^*) + R} \tag{2.41}$$

โดยที่ **x** =(x_1,x_2) , **x*** =(x_1^*,x_2^*) และ **H** เป็นเมตริกซ์เฮสเซียนขนาด 2x2 จากอนุกรมของเทย์เลอร์ในรูปของเมตริกซ์ดังสมการข้างบนนี้ และในกรณีที่ **x** , **x*** และ **∇f** เป็นเวคเตอร์ n มิติ และ **H** เป็นเมตริกซ์เฮสเซียนขนาด nxn และถ้าให้ *x –x* =d* สมการข้างบนจะมีอนุกรมเทย์เลอร์ดังนี้

$$f(x^*+d) = f(x^*) + \nabla f^T d + \frac{1}{2} d^T H d + R \quad (2.42)$$

โดยที่ $$\Delta f = f(x^*+d) - f(x^*) \quad (2.43)$$

$$\Delta f = \nabla f^T d + \frac{1}{2} d^T H d + R \quad (2.44)$$

ถ้าอยู่ในรูปเมตริกซ์สมการกำลังสองให้อยู่ในรูป $F(x) = \frac{1}{2} x^T A x$ โดยที่ A เป็นเมตริกซ์สมมาตรอาจจะมีค่าเป็นบวก,ลบหรือ ศูนย์ สำหรับค่า **x** ใดๆ ในกรณีที่ผลของ $x^T Ax$ มีค่าเป็นบวกยกเว้นF(**0**)จะเรียกว่า positive definite ในกรณีที่ผลของ $x^T Ax$ มีค่าเป็นลบยกเว้นF(**0**) จะเรียกว่า negative definite และถ้า $x^T Ax \geq 0$ สำหรับทุกค่า x และถ้ามีอย่างน้อยหนึ่งค่า(ยกเว้นค่า x เท่ากับ 0) ที่ทำให้ผลของ $x^T Ax$ เท่ากับศูนย์ จะเรียกว่า positive semidefinite และ $x^T Hx \leq 0$ สำหรับทุกค่า x และถ้ามีอย่างน้อยหนึ่งค่า(ยกเว้นค่า x เท่ากับ 0) ที่ทำให้ผลของ $x^T Ax$ เท่ากับศูนย์ จะเรียกว่า negative semidefinite

วิธีการตรวจสอบความเป็นบวกแน่นอนของรูปสมการกำลังสองในรูปแบบเมตริกซ์นั้นสามารถทำได้โดยการหาค่า eigenvalue ของเมตริกซ์ **A** ขนาด nxn โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้

1 **F(x)** เป็น บวกแน่นอน positive definite ถ้าค่าeigenvalue ทั้งหมดของ A เป็นบวกหมดอย่างแท้จริง, $\lambda_i > 0$,i =1 to n

2 **F(x)** เป็น กึ่งบวก positive semidefinite ถ้าค่าeigenvalue ของ A เป็นบวกหรือศูนย์, $\lambda_i \geq 0$,i =1 to n

3 **F(x)** เป็น ลบแน่นอน negative definite ถ้าค่าeigenvalue ทั้งหมดของ A เป็นลบหมดอย่างแท้จริง, $\lambda_i < 0$,i =1 to n

4 **F(x)** เป็น กึ่งลบ negative semidefinite ถ้าค่า eigenvalue ของ A เป็นลบหรือศูนย์, $\lambda_i \leq 0$,i =1 to n

5 **F(x)** เป็น ไม่แน่นอนindefinite ถ้าค่า eigenvalue ของ A $\lambda_i > 0$ หรือ $\lambda_i < 0$,i =1 to n

ทฤษฎีรูปเมตริกซ์สมการกำลังสองให้อยู่ในรูป $F(x)=\frac{1}{2}x^{T}Ax$ จะถูกใช้เป็นเงื่อนไขอันดับที่ 2 สำหรับการหาจุดต่ำสุดใกล้เคียง local optimal point และถูกใช้ในการพิจารณาในการหาความนูนของฟังก์ชัน convex function ในการหาค่าความเหมาะสมที่สุดโดยเฉพาะการหาจุดเหมาะสมวงกว้าง global optimization

เมื่อทำการอนุพันธ์ $F(x)=\frac{1}{2}x^{T}Ax$ จะได้เกรเดียนต์ของรูปเมตริกซ์สมการกำลังสองดังนี้

$$\nabla F(x) = A(x) \tag{2.45}$$

เมื่อทำการอนุพันธ์สมการเบื้องบนเทียบกับ x_j จะได้สมการที่มีรูปดังนี้

$$\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_j \partial x_i} = a_{ij} \tag{2.46}$$

จากสมการข้างบน จะเห็นว่าสัมประสิทธิ์ของเมตริกซ์ a_{ij} ของเมตริกซ์ A ก็คือส่วนประกอบของเมตริกซ์เฮสเซียนสำหรับรูปเมตริกซ์กำลังสอง และที่สำคัญ A ต้องเป็นเมตริกซ์สมมาตรเท่านั้น

2.3.4 <u>หลักการของเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอในการหาค่าเหมาะสมที่สุด</u>

เงื่อนไขในการพิจารณาในการหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้นจะมีข้อสมมุติฐานว่าเราอยู่จุดต่ำที่สุดและทำการศึกษาค่าของฟังก์ชันและอนุพันธ์ของบริเวณข้างเคียงจุดต่ำที่สุด โดยจุดต่ำที่สุดต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นดังต่อไปนี้ แต่อย่างไรก็ตามก็ไม่สามารถยืนยันว่าจุดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นจะเป็นจุดต่ำสุด เพราะว่าอาจจะมีจุดอื่นๆที่สอดคล้องกับเงื่อนไขแต่ไม่ใช่จุดต่ำสุดก็ได้ ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าจะมีจุดอื่นๆที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นนอกจากจำนวนจุดต่ำที่สุดเท่านั้น เราเรียกจุดเหล่านี้ว่าจุดคู่แข่งจุดต่ำสุด candidate optimal point ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้เงื่อนไขเพียงพอ sufficient condition มาแยกแยะจุดเหล่านี้เพื่อหาจุดที่ต่ำที่สุด ถ้าจุด candidate optimal point สอดคล้องกับเงื่อนไขเพียงพอแล้วจุดเหล่านั้นจะเป็นจุดที่เหมาะสมที่แท้จริงโดยที่ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบหาจุดอื่นอีกต่อไป แต่ถ้าจุดนั้นไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขเพียงพอแล้วเราก็ยังไม่สามารถสรุปว่าจุดนั้นไม่ใช่จุดต่ำที่สุด ดังนั้นเราสามารถสรุปคร่าวๆได้ดังนี้

1 จุดต่ำที่สุด(เหมาะสมที่สุด)ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็น จุดที่ไม่สอดคล้องจะไม่ใช่จุดต่ำที่สุด

2 จุดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นอาจจะไม่ใช่จุดที่ต่ำที่สุด เช่นจุดที่ไม่ใช่จุดต่ำที่สุดจึงอาจสอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นได้

3 จุดคู่แข่งตัวเลือกต่ำที่สุด(candidate point) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเพียงพอแล้วจะเป็นจุดที่ต่ำที่สุด

4 ถ้าเงื่อนไขเพียงพอไม่สามารถใช้ได้ ก็ยังไม่สามารถสรุปได้ว่าจุดนั้นไม่ใช่จุดที่ต่ำที่สุดได้

นิยามที่ 1 เงื่อนไขจำเป็นอันดับแรก (first-order necessary condition)

พิจารณา $\overline{\Omega} \subset R^n$ และ $f \in C^1$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ 1ของ f(**x**)ถ้า **x*** เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่ (local optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ และถ้าจุด **x*** อยู่ภายใน $\overline{\Omega}$ แล้วเราจะได้

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = 0 \qquad (2.47)$$

ดังนั้นจุดที่สอดคล้องกับสมการข้างบนนี้สามารถเป็นไปได้ทั้งจุดต่ำสุดเฉพาะที่,จุดสูงสุดเฉพาะที่,หรือเป็นจุดไม่ใช่ทั้งสอง(inflection or saddle point) เราเรียกจุดนี้ว่า stationary point

นิยามที่ 2 เงื่อนไขจำเป็นอันดับสอง (second order necessary condition)

พิจารณา $\overline{\Omega} \subset R^n$ และ $f \in C^2$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f(**x**) ถ้า **x*** เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่ (local optimum point) ของฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ และถ้าจุด **x*** อยู่ภายใน $\overline{\Omega}$ แล้วเราจะได้

$$H(x^*) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i x_j}\right]; \qquad i = 1 \text{ to } n,\ j = 1 \text{ to } n \qquad (2.48)$$

เป็นบวกแน่นอน positive definite หรือ กึ่งบวกก็ได้ที่จุด **x***

นิยามที่ 3 เงื่อนไขเพียงพออันดับสอง (second order sufficiency condition)

เงื่อนไขเพียงพอนี้สามารถใช้เพื่อในการแยกแยะจุดต่ำสุดจากจุด stationary point ถ้าเมตริกซ์เฮสเซียนเป็นบวกแน่นอนที่จุด **x*** แล้ว ดังนั้นที่จุดนั้นจะเป็นจุดที่ต่ำที่สุดเฉพาะที่โดยแท้

ที่กล่าวข้างบนมาแล้วนั้นจะเป็นเงื่อนไขจำเป็นสำหรับการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยปราศจากเงื่อนไขบังคับ ในกรณีที่การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยมีเงื่อนไขบังคับไม่ว่าทั้งแบบสมการ หรือ อสมการนั้นจะใช้กรรมวิธี Kuhn-Tucker (K-T) necessary condition ดังนี้

นิยามที่ 4 เงื่อนไขจำเป็นที่มีเงื่อนไขบังคับ (Kuhn-Tucker K-T necessary condition)

พิจารณา $\overline{\Omega} \subset R^n$ และ $f \in C^1$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับที่ 1ของ f(**x**) ,g(**x**), h(**x**), ถ้า **x*** เป็นจุดที่เรียกว่า(regular point) ของเงื่อนไขบังคับที่เป็นค่าต่ำสุดเฉพาะที่สำหรับฟังก์ชัน f บนช่วง $\overline{\Omega}$ และถ้าจุด **x*** อยู่ภายใน $\overline{\Omega}$ บนเงื่อนไขบังคับดังนี้

$$h_i(\mathbf{x}^*) = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,p \tag{2.49}$$

$$g_i(\mathbf{x}^*) \leq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{2.50}$$

ดังนั้นฟังก์ชันลากรองจ์จะมีรูปแบบดังนี้

$$L(\mathbf{x},\mathbf{v},\mathbf{u},\mathbf{s}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{p} v_i h_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} u_i (g_i(\mathbf{x}) + s_i^2) \tag{2.51}$$

$$\mathbf{L(x,u,v,s) = f(x) + v^T h(x) + u^T (g(x) + s^2)} \tag{2.52}$$

ตัวคูณลากรองจ์ **v*** (a *p*-vector) และ **u*** (a *m*-vector) ทำให้ฟังก์ชันลากรองจ์ที่ตำแหน่งจุด stationary point โดยเทียบกับ x_j ,v_i,u_i,และ s_i ดังสมการ ที่อนุพันธ์ย่อยกระทำที่จุด **x*** ดังสมการ

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{p} v_i^* \frac{\partial h_i}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{p} u_i^* \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0; \quad j = 1 \text{ to } n \tag{2.53}$$

$$h_i(\mathbf{x}^*) = 0; \qquad i = 1,2,\ldots,p \tag{2.54}$$

$$g_i(\mathbf{x}^*) + s_i^2 = 0; \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{2.55}$$

$$u_i^* s_i = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{2.56}$$

$$u_i^* \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{2.57}$$

โดยที่ ที่อนุพันธ์ย่อยทั้งหมดกระทำที่จุด x*

u_i* คือ ตัวคูณลากรองจ์สำหรับอสมการที่ i

v_i* คือ ตัวคูณลากรองจ์สำหรับสมการที่ i

s_i^2* คือ ตัวแปรที่เข้าไปบวกในอสมการที่ i เพื่อเปลี่ยนอสมการให้เป็นสมการเราเรียกว่า slack variable ถ้ามีค่าเป็นลบจะหมายถึง จุดนั้นไม่ได้เป็นจุดตัวแทนแสดงต่ำสุด candidate point

เงื่อนไข mในสมการจะถูกเรียกว่าเงื่อนไขของการเปลี่ยน (switching conditions) or เงื่อนไขของตัวแปรสแล็ค (complementary slackness conditions) จำนวน m อสมการจะทำให้เกิดจำนวนเงื่อนไข switching conditions เท่ากับ 2^mในการแก้ไขปัญหาเพื่อที่จะหาจุดตัวแทนแสดงต่ำสุด ซึ่งจะเห็นว่าการแก้ไขปัญหาโดยวิธีวิเคราะห์นั้นบางทีไม่สามารถแก้ไขปัญหาที่มีลักษณะเช่น การไม่เป็นเชิงเส้นของฟังก์ชัน ซึ่งเราจะต้องใช้วิธีเชิงตัวเลขเช่น วิธีการของ Newton-Raphson ในการแก้ปัญหา ซึ่งโดยปกติแล้วเงื่อนไขจำเป็นของ Kuhn-Tucker (K-T) จะให้รูปสมการเป็นไม่เชิงเส้น

จากเงื่อนไขจำเป็น Kuhn-Tucker (K-T) จะเห็นว่ามีจำนวนตัวแปรของ x,u,s และ v เท่ากับ (n+2m+p) ซึ่งเราต้องใช้จำนวนสมการ(n+2m+p) เข้ามาแก้ไขสมการ ซึ่งสมการเหล่านี้เงื่อนไขจำเป็น Kuhn-Tucker (K-T) มีให้อยู่แล้ว สมการเหล่านี้จะถูกแก้ไขปัญหาเพื่อหาจุดตัวแทนแสดงต่ำสุด candidate point หลังจากพบแล้วจึงทำการตรวจสอบเงื่อนไขจำเป็นที่เหลือ

นิยามที่ 5 เงื่อนไขจำเป็นอันดับที่ 2 สำหรับปัญหาทั่วไปที่มีเงื่อนไขบังคับ

ถ้า x* สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นในนิยามที่ 4 สามารถแสดงเมตริกซ์เฮสเซียนของฟังก์ชันลากรองจ์ที่ x* ได้ดังนี้

$$\nabla^2 \boldsymbol{L} = \nabla^2 \mathbf{f} + \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{p}} v_{\mathbf{i}}^* \nabla^2 \mathbf{h_i} + \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{m}} u_{\mathbf{i}}^* \nabla^2 \mathbf{g_i} \tag{2.58}$$

ในกรณีที่ $\mathbf{d} \neq 0$ ทำให้สอดคล้องกับสมการเชิงเส้นที่จุด x* ดังนี้

$$\nabla \mathbf{h_i^T d} = 0; \qquad i = 1 \text{ to } p \tag{2.59}$$

$$\nabla \mathbf{g_i^T d} = 0 \qquad \text{สำหรับอสมการที่เป็นแอ็คทีพทั้งหมด} \tag{2.60}$$

ดังนั้น ถ้า x* เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่แล้ว ดังนั้น

$$\mathbf{Q} \geq 0 \text{ โดยที่ } \mathbf{Q} = \mathbf{d}^{\mathrm{T}} \nabla^2 \boldsymbol{L}(\mathbf{x}^*) \mathbf{d} \tag{2.61}$$

ข้อสังเกต จุดใดๆที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นอันดับที่ 2 จะไม่ใช่จุดต่ำสุดเฉพาะที่ และในกรณีที่เมตริกซ์เฮสเซียนของลากรองจ์ฟังก์ชัน$\nabla^2 \boldsymbol{L}(\mathbf{x}^*)$เป็นบวกแน่นอนดังนั้น x* เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่อย่างโดดเดี่ยว(isolated minimum point)

2.3.5 <u>การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical Methods for Optimum Design)</u>

2.3.5.1 ขั้นตอนกระบวนการ

ขั้นตอนกระบวนการนี้สามารถใช้ได้ทั้งการหาค่าเหมาะสมที่สุดทั้งแบบปราศจากเงื่อนไขและมีเงื่อนไขบังคับ เนื่องจากระเบียบวิธีการนี้จะพยายามลดค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ในแต่ละขั้นของการกระทำซ้ำ โดยจะมีการค้นคิดขั้นตอนกระบวนการคำนึงถึงการลู่เข้าหาคำตอบและอัตราการลู่เข้าหาคำตอบ โดยส่วนใหญ่ขั้นตอนกระบวนการจะอาศัยอ้างอิงอนุพันธ์ของฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับ บางครั้งการหาอนุพันธ์โดยอาศัยการวิเคราะห์จะยุ่งยากหรือไม่สามารถทำได้ จึงต้องอาศัยระเบียบวิธีการเชิงตัวเลขแทน

โดยปกติแล้วขั้นตอนกระบวนการหาค่าเหมาะสมที่สุดสามารถแบ่งได้ออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆด้วยกัน คือ การหาเวคเตอร์ทิศทางเพื่อการกำหนดทิศทางในการหาจุดต่ำสุด และ ขนาดก้าวในทิศทางนั้น ทันทีที่หาเวคเตอร์ทิศทางเรียบร้อยแล้วจะทำการคำนวณหาขนาดก้าวต่อไป

เวคเตอร์ทิศทางดีสเซนต์

ระเบียบวิธีการนี้จะพยายามลดค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ในแต่ละการกระทำซ้ำ การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยอ้างอิงอนุพันธ์ จะใช้เวคเตอร์ทิศทางเพื่อการกำหนดทิศทางในการหาจุดต่ำสุดโดยการกระทำซ้ำ

หลักการการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยวิธีการเชิงตัวเลขนั้นจะแตกต่างจากวิธีวิเคราะห์ (analytical) ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขของค่าเหมาะสมที่สุดและทำการแก้ไขปัญหาเพื่อหาตัวแทนจุดต่ำที่สุด แต่การใช้ระเบียบวิธีการเชิงตัวเลขนั้นจะต้องเลือกค่าเริ่มต้นสำหรับการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้ค่าต่ำที่สุด โดยมีหลักการดังนี้

รูปเวคเตอร์ $\mathbf{x}^{(\mathbf{k}+1)} = \mathbf{x}^{(\mathbf{k})} + \Delta\,\mathbf{x}^{(\mathbf{k})}$; k=0,1,2,.... (2.62)

รูปตัวประกอบ $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \Delta\, x_i^{(k)}$; k=0,1,2,.... (2.63)

i = 1 to n

จากสมการนี้ตัวยก *k* จะแสดงถึงตัวชี้บอกโดยดัชนีของการกระทำซ้ำ *k* และ *k+1* ตัวห้อย i จะแสดงถึงอันดับของตัวแปรออกแบบ $x^{(0)}$ ตำแหน่งเริ่มต้นของการคำนวณ $\Delta\,x^{(k)}$ บ่งบอกถึงการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยจาก ณ ตำแหน่งปัจจุบัน โดยที่การเปลี่ยนแปลงค่านี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน ดังสมการนี้

$$\Delta\,\mathbf{x}^{(\mathbf{k})} = \alpha_{\mathbf{k}}\,\mathbf{d}^{(\mathbf{k})} \tag{2.64}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k}+1)}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k})} + \alpha\mathbf{d}^{(\mathbf{k})}) \tag{2.65}$$

โดยที่ $\mathbf{d}^{(\mathbf{k})}$ เป็นเวคเตอร์ทิศทางดีสเซนต์ที่การกระทำซ้ำ *k* , α_k เป็นขนาดของการก้าวในทิศทางของ $\mathbf{d}^{(\mathbf{k})}$ ของการกระทำซ้ำที่ *k* ซึ่งจะเห็นได้ว่ากระบวนการหาค่า $\Delta\,\mathbf{x}^{(\mathbf{k})}$ นี้จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 ส่วน โดยกระบวนการนี้จะกระทำซ้ำจนกระทั่งได้ค่าที่น้อยที่สุด กรรมวิธีนี้เรียกว่า search techniques หรือ direct method ของการหาค่าเหมาะสมที่สุด ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่ามีขั้นตอนวิธีการดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดจุดเริ่มต้นตัวแปรออกแบบ $x^{(0)}$ ที่สมเหตุสมผล โดยกำหนดดัชนีการคำนวณซ้ำ เท่ากับศูนย์ k =0

ขั้นตอนที่2 คำนวณหาเวคเตอร์ทิศทาง $\mathbf{d}^{(\mathbf{k})}$ โดยต้องอาศัยค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์รวมทั้งอนุพันธ์ของเงื่อนไขบังคับต่างๆ (ถ้ามี)

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบการลู่เข้าหาคำตอบ ถ้าลู่เข้าหาคำตอบแล้วให้หยุดการคำนวณซ้ำ แต่ถ้ายังไม่ลู่เข้าหาคำตอบ ให้คำนวณซ้ำต่อไป

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหา α_k ขนาดของการก้าวในการกระทำซ้ำที่ *k*

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาค่าใหม่จากสมการ

$$\mathbf{x}^{(\mathbf{k}+1)} = \mathbf{x}^{(\mathbf{k})} + \alpha_{\mathbf{k}}\,\mathbf{d}^{(\mathbf{k})} \tag{2.66}$$

ตั้งค่า k = k+1 และไปขั้นตอนที่ 2

2.3.5.2 วิธีการสตีเพสต์ดีส์เซนต์ (Steepest Descent Method)

ระเบียบวิธีการสตีเพสต์ดีส์เซนต์จะใช้เวคเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับเวคเตอร์เกรเดียนต์ที่จุดต่างๆตามเส้นทางของการหาจุดต่ำที่สุด หรือเวคเตอร์ทิศทางสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{d} = -\nabla \mathbf{f(x)} \tag{2.67}$$

เหตุที่เลือกเพราะทิศทางนี้จะให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ลดลงมากที่สุด ณ จุดที่ใช้ในการคำนวณค่าของเกรเดียนต์

ทุกครั้งของการกระทำซ้ำ ค่าของเกรเดียนต์ของฟังก์ชันจุดประสงค์จะต้องถูกคำนวณแล้วคูณด้วย-1 ก็จะได้เวคเตอร์ทิศทาง เมื่อทราบทิศทางที่จะลดค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ การค้นหาทิศทางเดียวถูกดำเนินการเพื่อหาจุดใหม่ที่ให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์น้อยกว่า การกระทำซ้ำจะดำเนินไปเรื่อยๆจนกระทั่งจะพบจุดที่ค่าของเกรเดียนต์น้อยมากหรือเท่ากับศูนย์ ขั้นตอนวิธีการนี้ฟังก์ชันจุดประสงค์จะลดลงตลอดเวลาการกระทำซ้ำ

อัตราการลู่เข้าหาคำตอบ (Rate of Convergence)

ในทางปฏิบัติ ระเบียบวิธีการเชิงตัวเลขบางครั้งอาจต้องมีการกระทำซ้ำจำนวนมากกว่าจะเข้าถึงจุดต่ำที่สุด ดังนั้นเป็นสิ่งที่สำคัญที่จะหาวิธีการที่มีอัตราการเข้าหาสู่จุดต่ำสุดได้เร็วยิ่งขึ้น การวัดประสิทธิภาพของอัตราเร็วนั้น สามารถประเมินได้โดยจากจำนวนการคำนวณซ้ำและจำนวนการประเมินผลของฟังก์ชันในการเข้าหาผลลัพธ์ที่ยอมรับได้ โดยปกติแล้วขั้นตอนกระบวนการของอัตราเร็วการเข้าสู่คำตอบที่เร็วแล้วจะใช้อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของฟังก์ชันของปัญหา เช่น กรรมวิธีนิวตัน เป็นข้อมูลเพื่อที่จะเข้าการเข้าหา และยังมีขั้นตอนกระบวนการของอัตราเร็วการเข้าสู่คำตอบอีกหลายวิธีที่ประมาณอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของฟังก์ชันของปัญหาโดยใช้ข้อมูลของอนุพันธ์อันดับที่1 ของฟังก์ชันของปัญหาเท่านั้น เช่นกรรมวิธีที่เรียกว่าควาไซ-นิวตัน(quasi-Newton Method)

เป็นการยุ่งยากมากในการหาเกรเดียนต์เวคเตอร์หรือเมตริกซ์เฮสเซียนโดยวิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical) แต่ว่าเราสามารถค่าทั้งสองได้โดยระเบียบวิธีการเชิงตัวเลข วิธีการนี้จะใช้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่จุดรอบๆจุดที่เรากำลังพิจารณา เราจะคำนวณหาค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1และ 2

โดยอ้างอิงเทคนิคผลต่างกลาง (central difference technique) ซึ่งจะให้ผลการประมาณที่ใกล้เคียง

พิจารณาพจน์ที่เป็นสมาชิกแถวที่ i ของเวคเตอร์เกรเดียนต์

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \cong \frac{f(\mathbf{x}+\Delta x_i)-f(\mathbf{x}-\Delta x_i)}{2\Delta x_i} \tag{2.68}$$

โดยที่ Δx_i=[0,0,0,..., δx_i,0,...0]^{T}และ δx_i เป็นขนาดของการก้าวไปข้างเคียง

พิจารณาพจน์ที่เป็นสมาชิกแถวที่ i และแนวตั้งที่ j ของเมตริกซ์เฮสเซียน

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i^2} \cong \frac{f(\mathbf{x}+\Delta x_i)-2f(\mathbf{x})+f(\mathbf{x}-\Delta x_i)}{(\Delta x_i)^2} \tag{2.69}$$

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{f(\mathbf{x}+\Delta x_i+\Delta x_j)-f(\mathbf{x}+\Delta x_i-\Delta x_j)-f(\mathbf{x}-\Delta x_i+\Delta x_j)+f(\mathbf{x}-\Delta x_i-\Delta x_j)}{4\Delta x_i \Delta x_j} \tag{2.70}$$

2.3.5.3 ฟังก์ชันนูน convexity function

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $f:R^n \longrightarrow R$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตัวแปร n ตัว โดยที่ x เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรออกแบบ ($x \in R^n$) จุด xประกอบด้วยสมาชิกตัวแปรจริงอิสระ n ตัว นั่นคือ $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_\mathbf{n}]$ บนเซตของของ convex set S โดยที่ S สามารถแสดงได้ดังนี้

$$S = \{x | g_i(x) \le 0, i = 1 \text{ to } m; h_j(x) = 0, j = 1 \text{ to } p\} \tag{2.71}$$

ดังนั้น S เป็นเซตนูนถ้า ฟังก์ชัน$\mathbf{g}_i$ เป็นฟังก์ชันนูน และ h_j เป็นสมการเชิงเส้น

ในกรณีของฟังก์ชันตัวแปรเดียว เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าถ้าค่าอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันต่อเนื่องแล้วช่วงบริเวณที่เป็น concave จะมีค่าอนุพันธ์อันดับสองเป็นลบ ในทางกลับกันช่วงบริเวณที่เป็น convex จะมีค่าอนุพันธ์อันดับสองเป็นบวก เมื่อมีตั้งแต่สองตัวแปรขึ้นไป จะนิยมใช้คำว่า Negative definite แทน concave และ Positive definite แทน convex โดยจริง เราสามารถสรุปได้ดังนี้

1. H(x) จัดเป็น positive definite ถ้า $x^T Hx > 0$ เมื่อ x ไม่เท่ากับ 0 สามารถจัดเป็น strictly convex

2. H(x) จัดเป็น negative definite ถ้า $x^T Hx < 0$ เมื่อ x ไม่เท่ากับ 0

3. H(x) จัดเป็น indefinite ถ้า $x^T Hx > 0$ หรือ $x^T Hx < 0$ ขึ้นอยู่กับค่าของ x

4. เมทริกซ์นั้นจะจัดเป็น semidefinite ซึ่งอาจเป็น positive semidefinite ถ้า $x^T Hx \geq 0$ เมื่อ x ไม่เท่ากับ 0 หรือ negative semidefinite ถ้า $x^T Hx \leq 0$ เมื่อ x ไม่เท่ากับ 0

5. ถ้าทั้งสมการและอสมการเป็นเชิงเส้นแล้วโดยปกติจะเป็นช่วงฟังก์ชันนูนสำหรับปัญหา

6. ถ้าทั้งสมการและอสมการไม่เป็นเชิงเส้นแล้วโดยปกติจะไม่เป็นช่วงฟังก์ชันนูนสำหรับปัญหา

7. ในกรณีที่เมตริกซ์เฮสเซียนเป็นบวกแน่นอนหรือเป็นกึ่งบวกที่ทุกจุดในเซต Sแล้วฟังก์ชันนี้จะเป็นฟังก์ชันนูน และถ้าในกรณีที่เมตริกซ์เฮสเซียนเป็นบวกแน่นอนอย่างเดียวนั้นฟังก์ชันนี้จะเป็นฟังก์ชันนูนอย่างแท้จริง

8. ถ้าฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นฟังก์ชันนูน แล้วปัญหานี้จะเรียกว่า convex programming problem ซึ่งสามารถสอดคล้องเงื่อนไขจำเป็นอันดับแรกของ Khun-Tucker แล้วจุดต่ำสุดเฉพาะที่จะสามารถเป็นจุดต่ำสุดวงกว้าง

9. ปัญหาที่ไม่ใช่ฟังก์ชันนูนก็สามารถมีจุดต่ำสุดวงกว้างได้

ถ้า f(x*) เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่และยังคงเป็นฟังก์ชันนูนด้วยที่อยู่ในเซตนูน S ด้วยแล้วจุดนั้นจะเป็นจุดต่ำสุดวงกว้างด้วย

2.3.5.4 วิธีการควาไซ-นิวตัน (Quasi-Newton Method)

เนื่องจากวิธีการสตีเพสต์ดีสเซนต์มีข้อด้อย คือ อัตราเร็วของการลู่เข้าหาคำตอบนั้นช้าเพราะว่าใช้ข้อมูลของอนุพันธ์อันดับที่ 1 และถึงแม้ว่าจะแก้ไขด้วยวิธีนิวตันซึ่งมีอัตราเร็วสูงเนื่องจากใช้ข้อมูลของอนุพันธ์อันดับที่ 2 แล้วก็ตามแล้วนั้น แต่ว่าวิธีนิวตันก็ยังไม่มีประสิทธิภาพเนื่องจากต้องมีการคำนวณค่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 เป็นจำนวน n(n+1)/2 ครั้ง โดยที่ n เป็นจำนวนตัวแปรของการออกแบบ และกรรมวิธีทั้งสองจะใช้ค่าใหม่ในการคำนวณแต่ละครั้งไม่ได้ใช้ข้อมูลที่ได้จาก

การคำนวณครั้งที่ผ่านมา และถึงแม้ว่าระเบียบวิธีการนิวตันมีขั้นตอนวิธีการที่ให้ประสิทธิภาพสูงในการหาจุดต่ำสุด อย่างไรก็ตาม ระเบียบวิธีการนิวตันมีข้อเสียที่จะต้องมีการคำนวณหาค่าของเมทริกซ์เฮสเซียนผกผันทุกๆการกระทำซ้ำ ซึ่งจะทำให้ใช้เวลาคำนวณมากเมื่อเมทริกซ์มีขนาดมิติที่ใหญ่ หรือในบางครั้งความถูกต้องในการคำนวณหาค่าลดลงเมื่อดีเทอร์มิแนนต์มีขนาดเข้าใกล้ศูนย์ รวมทั้งวิธีการนิวตันจะประสบปัญหาถ้าได้เมตริกซ์เฮสเซียนเป็นค่าเอกลักษณ์ (singular) ในการคำนวณในขั้นตอนนั้นๆ

ระเบียบวิธีการควาไซ-นิวตันหรือ update method ใช้อนุพันธ์อันดับที่1ของฟังก์ชันเท่านั้นของการคำนวณซ้ำแต่ละครั้ง โดยการใช้ข้อมูลที่ได้จากผลลัพธ์ที่ได้จากการการคำนวณครั้งที่ผ่านมา แต่อย่างไรก็ตามก็ยังคงสามารถรักษาอัตราเร็วในการลู่เข้าหาคำตอบได้เร็ว ระเบียบวิธีการควาไซ-นิวตันหรือ update method นี้จะสร้างอนุพันธ์อันดับที่1เพื่อประมาณเมตริกซ์เฮสเซียน

ระเบียบวิธีการนี้จะเริ่มต้นด้วยโดยหลักการพื้นฐานที่ประมาณฟังก์ชันที่ที่ถูกหาค่าต่ำสุดนั้นด้วยฟังก์ชันกำลังสองที่เป็นบวกอย่างแน่นอน ณ จุดกำลังพิจารณา โดยทางอุดมคติฟังก์ชันกำลังสองนี้จะลู่เข้าหาคำตอบค่าต่ำที่สุดในการคำนวณซ้ำครั้งที่ n โดยที่ n เป็นจำนวนของตัวแปรออกแบบ ฟังก์ชันกำลังสองที่เป็นบวกอย่างแน่นอนนี้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับลักษณะของเส้นโค้งของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทั่วๆไปโดยเฉพาะในช่วงใกล้จุดต่ำที่สุด แต่สำหรับฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันนูน (nonconvex) นั้นไม่สามารถรับประกันว่าจะลู่เข้าหาคำตอบเมื่อการกระทำครั้งที่ n ได้

ด้วยเหตุนี้ระเบียบวิธีการควาไซ-นิวตันจึงคงใช้หลักการและสูตรการกระทำซ้ำของระเบียบนิวตัน แต่ใช้การประมาณค่าของเมทริกซ์เฮสเซียนด้วยการปรับปรุงจากเมทริกซ์บวกแน่นอนใดๆในการกระทำซ้ำจนกระทั่งแสดงคุณสมบัติเมทริกซ์เฮสเซียน และถ้าในระหว่างการคำนวณเมทริกซ์เฮสเซียน เป็นชนิดบวกแน่นอน แสดงว่าการคำนวณไปถูกทางแล้ว ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการขั้นตอนการประมาณค่าของเมทริกซ์เฮสเซียนผกผันด้วยสูตรแก้ไข BFGS

2.3.5.5 สูตรแก้ไข BFGS

สูตรนี้แนะนำโดย Broyden,Fletcher,Goldfarb และ Shanno ในปี ค.ศ.1970 สูตรนี้สนใจหาค่าประมาณของเมตริกซ์เฮสเซียนมากกว่าใช้เพื่อหาประมาณค่าของเมทริกซ์เฮสเซียนผกผัน โดยที่มาของสูตรนี้เริ่มจากสูตรแก้ไข DFP (สูตรนี้ถูกพัฒนาโดย Davidon ค.ศ.1959 และต่อมาถูกดัดแปลงโดย Fletcher และ Powell ในปี ค.ศ.1963 ดังนั้นถูกให้ชื่อว่า สูตรแก้ไข DFP) สูตร BFGS นี้มีประสิทธิภาพสูงสำหรับปัญหาทั่วไป โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดจุดเริ่มต้นตัวแปรออกแบบ $x^{(0)}$ เลือกเมทริกซ์เฮสเซียนสมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน $H^{(0)}$ ให้เป็นค่าเริ่มต้นในการประเมินค่าเมทริกซ์เฮสเซียนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ในกรณีที่ข้อมูลไม่เพียงพอ ให้สมมุติค่า $H^{(0)}= I$ กำหนดค่าคงที่ของค่าลู่เข้าหาคำตอบ ε โดยกำหนดดัชนีการคำนวณซ้ำ เท่ากับศูนย์ k =0 และคำนวณค่าเกรเดียนต์เวคเตอร์ได้จากสมการนี้

$$\mathbf{c}^{(0)} = \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) \tag{2.72}$$

ขั้นตอนที่2 คำนวณหาขนาดเกรเดียนต์เวคเตอร์ norm of the gradient vector $\|\mathbf{c}^{(\mathbf{k})}\|$ ถ้า $\|c^{(k)}\| < \varepsilon$ แล้วให้หยุดการคำนวณซ้ำ มิฉะนั้นให้คำนวณซ้ำต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 เพื่อที่จะได้เวคเตอร์ทิศทางดีส์เซนต์ (Descent Direction) $\mathbf{d}^{(\mathbf{k})}$ จะต้องแก้สมการข้างล่างนี้

$$\mathbf{H}^{(\mathbf{k})}\mathbf{d}^{(\mathbf{k})} = -\mathbf{c}^{(\mathbf{k})} \tag{2.73}$$

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหา α_k ขนาดของการก้าวที่เหมาะสม $\alpha_k = \alpha$ เพื่อที่จะลด

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k})} + \alpha\, \mathbf{d}^{(\mathbf{k})}) \tag{2.74}$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาค่าใหม่จากสมการ

$$\mathbf{x}^{(\mathbf{k+1})} = \mathbf{x}^{(\mathbf{k})} + \alpha_{\mathbf{k}}\mathbf{d}^{(\mathbf{k})} \tag{2.75}$$

ขั้นตอนที่ 6 ปรับค่าประมาณเมตริกซ์เฮสเซียนสำหรับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ใหม่ได้จากสมการ

$$\mathbf{H}^{(\mathbf{k}+1)} = \mathbf{H}^{(\mathbf{k})} + \mathbf{D}^{(\mathbf{k})} + \mathbf{E}^{(\mathbf{k})} \tag{2.76}$$

โดยที่
$$\mathbf{D}^{(\mathbf{k})} = \frac{\mathbf{y}^{(\mathbf{k})}\mathbf{y}^{(\mathbf{k})^{\mathbf{T}}}}{(\mathbf{y}^{(\mathbf{k})}.\mathbf{s}^{(\mathbf{k})})} \tag{2.77}$$

;
$$\mathbf{E}^{(\mathbf{k})} = \frac{\mathbf{c}^{(\mathbf{k})}\mathbf{c}^{(\mathbf{k})^{\mathbf{T}}}}{(\mathbf{c}^{(\mathbf{k})}.\mathbf{d}^{(\mathbf{k})})} \tag{2.78}$$

$$\mathbf{s}^{(\mathbf{k})} = \alpha\, \mathbf{d}^{(\mathbf{k})} \qquad \text{(change in design)} \tag{2.79}$$

$$\mathbf{y}^{(\mathbf{k})} = \mathbf{c}^{(\mathbf{k}+1)} - \mathbf{c}^{(\mathbf{k})} \quad \text{(change in gradient)} \tag{2.80}$$

$$\mathbf{c}^{(\mathbf{k}+1)} = \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k}+1)}) \tag{2.81}$$

ขั้นตอนที่ 7 ตั้งค่า k = k+1 และไปขั้นตอนที่ 2

ในกรรมวิธีการเชิงตัวเลขนั้นปัญหายุ่งยากสามารถเกิดขึ้นได้ถ้าเมตริกซ์เฮสเซียนนั้นมีค่าเป็น singular หรือ ไม่จำกัด เนื่องจากเวคเตอร์ทิศทางที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือการปัดค่าเศษผิดพลาด ดังนั้นจะต้องมีวิธีป้องกันความยุ่งยากเหล่านี้โดยการปรับปรุงโปรแกรมคำนวณให้ลู่เข้าหาคำตอบและคงที่ หรืออาจใช้กรรมวิธีที่ปรับตัวแปรที่เรียกว่า (Cholesky factors) ของเมตริกซ์เฮสเซียน ซึ่งวิธีนี้สามารถรับรองได้ว่าเมตริกซ์เฮสเซียนที่ได้นั้นจะมีค่าเป็นบวกแน่นอน

2.3.5.6 Quadratic Programming (QP) Subproblem

กรรมวิธีนี้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีรูปแบบสมการกำลังสองและเงื่อนไขบังคับเป็นสมการเส้นตรง มีขั้นตอนกระบวนการเชิงตัวเลขหลายวิธีที่สามารถแก้ไขปัญหา QP ได้อย่างมีประสิทธิภาพและถูกต้อง เช่น วิธี modified simplex หรือ กรรมวิธีเงื่อนไขจำเป็น Khun-Tucker ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธี KT ในการแก้ปัญหา โดยปกติแล้วรูปแบบกรรมวิธี QP จะทำการแก้สมการดังต่อไปนี้

minimize
$$\mathbf{q}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} + 0.5\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{H}\mathbf{x} \tag{2.82}$$

โดยที่
$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} \le \mathbf{b} \tag{2.83}$$

$$\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} = \mathbf{e} \tag{2.84}$$

และ
$$\mathbf{x} \ge 0 \tag{2.85}$$

โดยที่ C คือ เวคเตอร์ของค่าคงที่ระบุไว้ขนาด n

x คือ เวคเตอร์ของค่าที่ไม่ทราบค่าขนาด n

b คือ เวคเตอร์ของค่าคงที่ระบุไว้ขนาด m

e คือ เวคเตอร์ของค่าคงที่ระบุไว้ขนาด p

H คือ เมทริกซ์เฮสเซียนขนาด nxn ของค่าคงที่ระบุ

A คือ เมทริกซ์ขนาด nxm ของค่าคงที่ระบุ

N คือ เมทริกซ์ขนาด nxp ของค่าคงที่ระบุ

โดยที่
$$c_i = \frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_i} \qquad (2.86)$$

$$n_{ij} = \frac{\partial h_j(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_i} \qquad (2.87)$$

$$a_{ij} = \frac{\partial g_j(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_i} \qquad (2.88)$$

$$\mathbf{n}^{(j)} = \left(\frac{\partial h_j}{\partial x_1}, \frac{\partial h_j}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial h_j}{\partial x_n}\right) \qquad (2.89)$$

$$\mathbf{a}^{(j)} = \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_1}, \frac{\partial g_j}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial g_j}{\partial x_n}\right) \qquad (2.90)$$

$$\mathbf{N} = \left[\mathbf{n}^{(j)}\right]_{(nxp)} \qquad (2.91)$$

$$\mathbf{A} = \left[\mathbf{a}^{(j)}\right]_{(nxm)} \qquad (2.92)$$

โดยที่QP จะมีฟังก์ชันลากรองจ์ดังนี้

$$\mathbf{L} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + 0.5\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{u}^{\mathrm{T}}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \mathbf{s} - \mathbf{b}) - \zeta^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} - \mathbf{e}) \qquad (2.93)$$

โดยที่ u , v และ ζ เป็นเวคเตอร์ตัวคูณลากรองจ์สำหรับเงื่อนไขบังคับอสมการ และ s เป็นตัวแปรสแล็ค ดังนั้นเงื่อนไขจำเป็น(Khun-Tucker) สำหรับฟังก์ชันลากรองจ์ข้างบนนี้ จะเป็นดังสมการ

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}} \equiv \mathbf{c} + \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{u} - \zeta + \mathbf{N}\mathbf{v} = \mathbf{0} \qquad (2.94)$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \mathbf{s} - \mathbf{b} = \mathbf{0} \qquad (2.95)$$

$$\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} - \mathbf{e} = \mathbf{0} \qquad (2.96)$$

$$\mathbf{u}_{\mathrm{i}}\mathbf{s}_{\mathrm{i}} = 0; \qquad \mathrm{i} = 1 \text{ to } \mathrm{m} \qquad (2.97)$$

$$\zeta_{\mathrm{i}}\mathbf{x}_{\mathrm{i}} = 0 \qquad \mathrm{i} = 1 \text{ to } \mathrm{n} \qquad (2.98)$$

$$\mathbf{s}_i, \mathbf{u}_i \geq 0 \text{ for i = 1 to m} \qquad \zeta_i \geq 0 \text{ for i = 1 to n} \tag{2.99}$$

เช่นเดียวกับวิธีการควาไซ-นิวตันของการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ปราศจากเงื่อนไขบังคับ เราสามารถประมาณเมตริกซ์เฮสเซียนสำหรับฟังก์ชันลากรองจ์ของการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยมีเงื่อนไขบังคับ โดยสมมุติทราบค่าประมาณของเมตริกซ์เฮสเซียนที่ขั้นตอน k, $\widetilde{\mathbf{H}}^{(\mathbf{k})}$ และปรับเปลี่ยน $\widetilde{\mathbf{H}}^{(\mathbf{k+1})}$ โดยการใช้วิธี BFGS ที่ทำการแก้ไขโดย Powell ดังสมการดังนี้

$$\mathbf{s}^{(\mathbf{k})} = \alpha_k \mathbf{d}^{(\mathbf{k})}; \text{ การเปลี่ยนของเวคเตอร์} \tag{2.100}$$

$$\mathbf{z}^{(\mathbf{k})} = \mathbf{H}^{(\mathbf{k})}\mathbf{s}^{(\mathbf{k})}; \text{ เวคเตอร์} \tag{2.101}$$

$$\mathbf{y}^{(\mathbf{k})} = \nabla \mathbf{L}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k+1})}, \mathbf{u}^{(\mathbf{k})}, \mathbf{v}^{(\mathbf{k})}) - \nabla \mathbf{L}(\mathbf{x}^{(\mathbf{k})}, \mathbf{u}^{(\mathbf{k})}, \mathbf{v}^{(\mathbf{k})}) \tag{2.102}$$

โดยความแตกต่างเกรเดียนต์ของฟังก์ชันลากรองของทั้ง 2 จุดเป็นดังนี้

$$\xi_1 = \mathbf{s}^{(\mathbf{k})}.\mathbf{y}^{(\mathbf{k})}; \text{ ปริมาณสเกลาร์} \tag{2.103}$$

$$\xi_2 = \mathbf{s}^{(\mathbf{k})}.\mathbf{z}^{(\mathbf{k})}; \text{ ปริมาณสเกลาร์} \tag{2.104}$$

$$\theta = 1 \text{ if } \xi_1 \geq 0.2\xi_2, \text{ หรือมิฉะนั้น } \theta = \frac{0.8\xi_2}{\xi_2 - \xi_1} \text{ ; ปริมาณสเกลาร์} \tag{2.105}$$

$$\mathbf{w}^{(\mathbf{k})} = \theta \mathbf{y}^{(\mathbf{k})} + (1-\theta)\mathbf{z}^{(\mathbf{k})}; \text{ เวคเตอร์} \tag{2.106}$$

$$\xi_3 = \mathbf{s}^{(\mathbf{k})}.\mathbf{w}^{(\mathbf{k})}; \text{ ปริมาณสเกลาร์} \tag{2.107}$$

$$\mathbf{D}^{(\mathbf{k})} = \frac{1}{\xi_3}\mathbf{w}^{(\mathbf{k})}\mathbf{w}^{(\mathbf{k})^{\mathbf{T}}}; \text{ เมตริกซ์ n x n} \tag{2.108}$$

$$\mathbf{E}^{(\mathbf{k})} = \frac{1}{\xi_2}\mathbf{z}^{(\mathbf{k})}\mathbf{z}^{(\mathbf{k})^{\mathbf{T}}}; \text{ เมตริกซ์ n x n} \tag{2.109}$$

ดังนั้นเมตริกซ์เฮสเซียนที่ปรับเปลี่ยนแล้วจะเป็นดังนี้

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{(\mathbf{k+1})} = \widetilde{\mathbf{H}}^{(\mathbf{k})} + \mathbf{D}^{(\mathbf{k})} - \mathbf{E}^{(\mathbf{k})} \tag{2.110}$$

2.4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Coker (1991) ได้กล่าวว่าค่าใช้จ่ายในการลงทุนของระบบท่อจะมีค่าประมาณ 20 – 40 % ของงบการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมเคมี

Peter and Timmerhaus, 1968. Notice 1978 , Coulson and Richardson,1983 ได้เสนอผลงานว่า ค่าใช้จ่ายโดยรวมของระบบท่อซึ่งมีการส่งถ่ายของไหลโดยเครื่องสูบน้ำนั้น เมื่ออัตราการไหลคงที่นั้น ค่าใช้จ่ายในการลงทุนสร้างของระบบท่อเป็นฟังก์ชันแปรผันตรงกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ และค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับเครื่องสูบน้ำนั้นเป็นฟังก์ชันแปรผกผันกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ดังนั้นจะมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเชิงเศรษฐศาสตร์ที่เหมาะสมที่สุดหนึ่งขนาดที่ทำให้ค่าใช้จ่ายโดยรวมต่ำที่สุด

Kameli, Gadish and S.Meyers (1968) ได้เสนอวิธีการออกแบบระบบท่อโดยใช้สมการเชิงเส้น ทั้งฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับโดยมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ค่าใช้จ่ายของระบบท่อ $$\mathbf{F(n)} = \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{G(n)}} \mathbf{l(n,j)c(n,j)} \qquad (2.111)$$

โดยที่ $c(n,j)$ คือ ราคาต่อหน่วยของขนาดท่อที่เลือก j ในส่วนของ n

$l(n,j)$ คือ ความยาวของท่อที่เลือก j ในส่วนของ n

ค่าใช้จ่ายของระบบเครื่องสูบน้ำ = $$c(0)H(0) \qquad (2.112)$$

โดยที่ $c(0)$ คือ ค่าใช้จ่ายรายปีต่อหน่วย (ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการรวมกับค่าใช้จ่ายของการติดตั้งเมื่อมีการคิดการชดใช้เป็นรายปี)

$H(0)$ คือ เฮดของพลังงานที่เครื่องสูบน้ำให้แก่ของไหล

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ คือ

$$\text{minimize } \mathbf{F} = \mathbf{c}(0)\mathbf{H}(0) + \sum_{\mathbf{n=1}}^{\mathbf{N}} \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{G(n)}} \mathbf{c(n,j)l(n,j)} \qquad (2.113)$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับดังนี้

$$\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{G(n)}} \mathbf{l(n,j)} = \mathbf{L(n)} \qquad (2.114)$$

$$\mathbf{H}(0) - \sum_{\mathbf{n'}} \sum_{\mathbf{j}=1}^{\mathbf{G(n')}} \mathbf{l}(\mathbf{n'}, \mathbf{j}) \mathbf{h}_{\mathbf{f}}(\mathbf{n'}, \mathbf{j}) \geq \mathbf{H}^{\mathbf{a}}(0) \quad (2.115)$$

$$\mathbf{H}(0) \geq \mathbf{H}^{\mathbf{a}}(0) \quad (2.116)$$

$$l(n, j) \geq 0 \quad (2.117)$$

โดยเมื่อ F(x) คือ ค่าใช้จ่ายรายปีของระบบ

H(n) คือ เฮดรวมของของไหลที่ตำแหน่ง n

L(n) คือ ความยาวรวมของท่อในช่วง n

$h_f(n', j)$ คือ เฮดจากความเสียดทานต่อหน่วยของท่อที่เลือก j ในช่วง n

G(n) คือ จำนวนแนวทางเลือกของท่อในช่วงการพิจารณาในช่วง n

จุดประสงค์เพื่อทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ F ในแบบจำลองน้อยที่สุดโดยการเลือก c(n,j) โดยมีเงื่อนไขบังคับความดันที่ปลายทางของทุกจุดต้องมากกว่าหรือเท่ากับค่าที่ต้องการ

Fujiwara and Dey (1988) ได้เสนอว่าแบบจำลองคณิตศาสตร์โดยใช้สมการเชิงเส้นนั้นมีความเหมาะสมเพียงกับการออกแบบเครือข่ายท่อที่มีความซับซ้อนไม่ค่อยมากเท่านั้นเนื่องจากมีขีดจำกัดในความสามารถของคอมพิวเตอร์ ด้วยเหตุนี้ Perez , Martinez and Vela (1993) ได้มีข้อแนะนำให้ลดจำนวนทางเลือกของขนาดท่อในแต่ละส่วนที่พิจารณา โดยใช้เงื่อนไขบังคับที่จำเป็น ซึ่งก็คล้ายกับข้อเสนอของ Bhave (1979) ซึ่งใช้แนวทางเลือกวิกฤติ critical path ในการกำหนดจำนวนทางเลือกของขนาดท่อในแต่ละช่วง

Edgar and Himmelblau (1988) ได้เสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นสมการไม่เชิงเส้น โดยมีเงื่อนไขบังคับ โดยใช้เทคนิคการต่อเชื่อมด้วยตัวคูณลากรองจ์ (Adjoint Method with Lagrange Multiplier) แก้ไขปัญหา เทคนิคนี้ จะทำการเชื่อมฟังก์ชันจุดประสงค์เข้ากับเงื่อนไขบังคับแบบสมการโดยจะใช้ตัวคูณลากรองจ์เป็นตัวเชื่อม

Chiplunkar and Khanna (1983) ได้เสนอบทวิจัยขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดเหมาะสมที่สุดสำหรับการขนส่งของไหลโดยท่อกลมโดยอยู่ในแบบจำลองคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นสมการไม่เชิงเส้น ดังนี้

ค่าใช้จ่ายของระบบท่อ

$$C_p = KD^m \tag{2.118}$$

โดยที่ C_p คือ ค่าใช้จ่ายของระบบท่อต่อหน่วยความยาว

D คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

K และ m คือ ค่าคงที่ ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น วัสดุของท่อ

ดังนั้นค่าใช้จ่ายทั้งหมดของท่อจำนวน N ส่วน สามารถแสดงเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$F = \sum_{i=1}^{N} K l_i D_i^m \tag{2.119}$$

โดยที่ l_i คือ ความยาวของท่อในช่วง i

D_i คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อในช่วง i

N คือ จำนวนของส่วนทั้งหมด

ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับระบบเครื่องสูบน้ำ

สมการแสดงเฮดของความเสียดทานของท่อในช่วง iสามารถแสดงได้ดังนี้

$$h_{fi} = \frac{l_i Q_i^p}{K_R C_R^p D_i^r} = C_i D_i^{-r} \tag{2.120}$$

โดยที่ K_R คือ ค่าคงที่

Q_i คือ อัตราการไหลโดยปริมาตรในช่วง i

C_R คือ สัมประสิทธิ์ความหยาบของผิวท่อ

โดยมีเงื่อนไขบังคับ $$\sum_{i=1}^{N} C_i D_i^{-r} = H_0 - H_n \tag{2.121}$$

โดยที่ H_0 คือ เฮดของของไหลที่ตำแหน่งเริ่มต้น 0

H_n คือ เฮดของของไหลที่ตำแหน่ง n

ดังนั้นค่าใช้จ่ายเริ่มต้นของเครื่องสูบน้ำ $C_{pump} = K^{'}(HP)^{m1}$ (2.122)

โดยที่ $K^{'}$ คือค่าคงที่

m_1 คือค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทและขนาดของปั้ม

HP คือ แรงม้าของเครื่องสูบน้ำ = $\dfrac{\rho g Q_1 H_0}{\eta 746} = AQ_1H_0$ (2.123)

$$C_{pump} = K_1(Q_1H_0)^{m1} \quad (2.124)$$

โดยที่ $K_1 = K^{'}A^{m1}$ (2.125)

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการของเครื่องสูบน้ำ $C_{power} = A_1Q_1H_0$ (2.126)

โดยที่ A_1 คือ ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับราคาของพลังงาน,เวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อวัน,ประสิทธิภาพของปั้มและมอเตอร์,อัตราการจ่ายเพื่อใช้หนี้

ดังนั้นค่าใช้จ่ายโดยรวมสามารถแสดงเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ดังนี้

$$\min\ F = \sum_{i=1}^{N} Kl_iD_i^m + K_1(Q_1H_0)^{m1} + A_1Q_1H_0 \quad (2.127)$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับ

$$\sum_{i=1}^{N} C_iD_i^{-r} = H_0 - H_n \quad (2.128)$$

$$D_i > 0 \qquad \text{for } i = 1,2,\ldots, N \quad (2.129)$$

ทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้เทคนิคการต่อเชื่อมด้วยตัวคูณลากรองจ์ (Adjoint Method with Lagrange Multiplier) แก้ไขปัญหา เทคนิคนี้ จะทำการเชื่อมฟังก์ชันจุดประสงค์เข้ากับเงื่อนไขบังคับแบบสมการโดยจะใช้ตัวคูณลากรองจ์เป็นตัวเชื่อม ซึ่งจะได้สมการดังนี้

$$F(D_i,\lambda) = \sum_{i=1}^{N} Kl_iD_i^m + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i[C_iD_i^{-r} - (H_0 - H_n)] \quad (2.130)$$

โดยที่ λ_i = ตัวคูณลากรองจ์

ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เป็นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางในภายท่อค่าความเหมาะสมที่สุดซึ่งมีค่าความต่อเนื่องContinuous จึงต้องมีการปัดตัวเลขขึ้นหรือลงเพื่อให้ได้ขนาดท่อตามอุตสาหกรรม

Yang,Liang and Wu (1975) ได้เสนอบทวิจัยขั้นตอนระเบียบวิธีการหาจุดเหมาะสมที่สุดสำหรับการขนส่งของไหลโดยท่อกลมโดยโดยใช้หลักการโปรแกรมพลวัตร dynamic programing stage ซึ่งจะมีหลักการที่หาขนาดท่อเหมาะสมที่สุดตามแต่ละช่วง ค่าเฮดและอัตราการไหลของทางออกของช่วงหนึ่งจะเป็นเฮดและอัตราการไหลของขาเข้าอีกช่วงที่ต่อกันถัดมา ซึ่งจะนำค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดของแต่ละช่วงมารวมกันเป็นค่าใช้จ่ายรวม

ทศพล ชัชวาลพาณิชย์ (2537) ได้เสนองานวิจัยเพื่อพัฒนาโปรแกรมการออกแบบระบบข่ายงานท่อซึ่งใช้ฐานข้อมูลเชิงวัตถุและยึดเทคนิคการสร้างโปรแกรมเชิงพลวัต โดยแบบจำลองของระบบท่อถูกออกแบบและพัฒนาเป็นฐานข้อมูลโดยการใช้ POET Release 2.0 ซึ่งเป็นฐานข้อมูลเชิงวัตถุของ POET Software Corporation) โปรแกรมที่ได้ถูกพัฒนาเป็นโปรแกรมต้นแบบซึ่งวางบนไมโครซอฟต์วินโดว์ โปรแกรมดังกล่าวใช้สำหรับของไหลที่ไม่สามารถอัดตัวได้เดี่ยวซึ่งถูกสูบผ่านระบบท่อแบบกิ่ง โปรแกรมหาเส้นผ่านศูนย์กลางที่เหมาะสมที่สุดของทุกส่วนประกอบและให้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด

2.5 บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีทั่วไปของการออกแบบระบบท่อ,กลศาสตร์ของไหล,สมการสภาวะสำหรับหาปริมาตรเฉพาะของก๊าซ,ความร้อนสูญเสียที่เกิดระหว่างการขนส่งของไหลและเศรษฐศาสตร์วิศวกรรมรวมทั้งการออปติไมซ์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบเครือข่ายท่อซึ่งจะใช้ในส่วนของการคำนวณหาค่าเหมาะสมที่สุดของการออกแบบระบบท่อส่งซึ่งเป็นสภาวะที่พบทั่วไปในระหว่างการออกแบบท่อ

จากสมการและความสัมพันธ์ที่ใช้ในการออกแบบและจากทฤษฎีและผลงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของการออกแบบระบบท่อส่งนั้นเป็นสมการไม่เชิงเส้นหลายตัวแปรโดยมีเงื่อนไขบังคับที่ต้องการคำตอบของค่าเส้นผ่านศูนย์กลางเหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์เป็นจำนวนเต็มตามลักษณะท่อที่แท้จริงตามสภาพท้องตลาดนั้นแต่วิธีการที่จะได้คำตอบเป็นเลขจำนวนเต็มนั้นจะมีความยุ่งยากในการแก่สมการมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้เทคนิคแก้สมการไม่เชิงเส้นหลายตัวแปรโดยมีเงื่อนไขบังคับโดยใช้เทคนิคตัวคูณลากรองจ์โดยคำนึงเงื่อนไขจำเป็นที่มีเงื่อนไขบังคับ (Kuhn-Tucker K-T necessary condition) ซึ่งจะได้คำตอบเป็นจำนวนจริงหลังจาก

นั้นจะทำการปัดเศษขึ้นหรือลงเพื่อให้ได้เลขจำนวนเต็มเพื่อให้ได้ขนาดท่อตามท้องตลาดโดยมีการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่เกิดจากการปัดตัวเลขนี้ด้วย

ในบทต่อไปจะกล่าวถึงการสร้างแบบจำลองของปัญหาโดยแปลงเป็นสมการคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นงานเน้นเทคนิคเชิงปริมาณอย่างมาก ฉะนั้นการตั้งรูปแบบสมการหรืออสมการในทางคณิตศาสตร์แทนระบบของปัญหาจะต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการวิเคราะห์ปัญหานั้นๆจึงเป็นงานหลัก

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

โดยความหมายของเนื้อเรื่องจะเห็นว่าวิทยานิพนธ์นี้ดำเนินงานเน้นเทคนิคเชิงปริมาณอย่างมาก ฉะนั้นการตั้งรูปแบบสมการหรืออสมการในทางคณิตศาสตร์แทนระบบของปัญหาจะต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการวิเคราะห์ปัญหานั้นๆจึงเป็นงานหลักซึ่งมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

3.1 การจัดตั้งปัญหา (formulating problem)

หลังจากได้ศึกษาระบบที่กำลังเป็นปัญหาและความสัมพันธ์อื่นๆที่เกี่ยวข้องอย่างชัดแจ้งและเข้าใจ โดยที่ระบบคือ เส้นท่อที่เป็นตัวกลางในการขนส่งของไหลจากต้นทางไปยังปลายทาง โดยที่ความดันและอัตราการไหลของปลายทางที่ได้จะต้องมากกว่าค่าที่ต้องการ โดยอาจมีการให้พลังงานแก่ของของไหลโดยเครื่องสูบน้ำหรือเครื่องอัดอากาศก็ได้ โดยจะคำนึงถึงสิ่งแวดล้อมของระบบไม่ว่า อุณหภูมิ หรือ ความดันบรรยากาศคงที่

3.1.1 <u>กำหนดจุดประสงค์และวิธีการจัดทำให้เป็นไปตามจุดประสงค์</u>

เพื่อออกแบบระบบท่อขนส่งของไหลระหว่างจุด 2 จุด โดยต้องการให้มีต้นทุนในการลงทุนระบบท่อส่งคือต้นทุนแรกเริ่มและต้นทุนดำเนินงานต่ำที่สุด ดังนั้น จึงต้องหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในท่อส่งเชิงเศรษฐศาสตร์ที่เหมาะสม คือเส้นผ่านศูนย์กลางที่ทำให้ค่าใช้จ่ายโดยรวมของระบบท่อน้อยที่สุด ค่าใช้จ่ายโดยรวมจะประกอบด้วยค่าใช้จ่ายคงที่ (Fixed Cost) บวกกับ ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ (Operating Cost) โดย ค่าใช้จ่ายคงที่ได้แก่ ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับท่อ ข้อต่อต่างๆ ที่แขวนท่อหรือที่หนุนรับท่อ (Hanger or Support) เครื่องสูบน้ำ หรือ เครื่องอัดอากาศ รวมทั้งการติดตั้ง จากงานวิจัยที่ผ่านมาค่าใช้จ่ายคงที่หรือแรกเริ่มเป็นฟังก์ชันแปรผันตรงกับขนาดท่อ ส่วนค่าใช้จ่ายปฏิบัติการได้แก่ ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการให้เฮดแก่ของไหลซึ่งอาจอยู่ในรูปพลังงานไฟฟ้าหรือเชื้อเพลิงของเครื่องยนต์ กำลังงานเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับ และ การเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ

ในการวิเคราะห์หาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อที่ประหยัดหรือที่เหมาะสมเชิงเศรษฐศาสตร์จะทำการหาสมการสำหรับค่าใช้จ่ายเริ่มต้นและปฏิบัติการของท่อ ข้อต่อต่างๆและแสดงผลลัพธ์ในลักษณะค่าใช้จ่ายต่อปี โดยการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์แทนระบบแล้วทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นบน MATLAB

3.1.2 <u>กำหนดขอบข่ายของปัญหาและข้อสมมุติต่างๆ</u>

สมมุติฐานที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความเหมาะสมที่สุดของระบบท่อส่งของไหลที่ศึกษาจะอยู่ภายใต้ขอบเขตที่วิจัยดังนี้

- ระบบขนส่งของไหลเป็นท่อกลมเท่านั้น
- การไหลของไหลที่อัดตัวได้ และอัดตัวไม่ได้
- การไหลของไหลอยู่ในสภาวะคงตัว steady state flow
- การไหลทั้งแบบแปรปรวน turbulent และ แบบราบเรียบ laminar
- การไหลแบบสม่ำเสมอ uniform
- ของไหลในระบบไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงวัฏภาค
- การไหลแบบ subcritical
- คุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนืด และ ความหนาแน่น คงที่ตลอดท่อส่ง

3.1.3 <u>กำหนดแนวทางดำเนินงานต่างๆที่เป็นไปได้เพื่อการแก้ปัญหา</u>

ในงานวิจัยนี้จะใช้การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method) โดยการเขียนโปรแกรมบน MATLAB เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบมีความซับซ้อน ทำให้การแก้ปัญหาด้วยวิธีวิเคราะห์ (Analytical) ที่ใช้กันอยู่เดิมไม่เหมาะสมกับระบบสมการขนาดใหญ่และระบบที่มีความไม่เชิงเส้นของระบบ ดังนั้นเราจะแก้ปัญหาโดยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method)

3.1.4 <u>กำหนดช่วงเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาและในการตัดสินใจเพื่อดำเนินการแก้ปัญหานั้นๆ</u>

ในงานวิจัยนี้จะใช้การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method) โดยการเขียนโปรแกรมบน MATLAB ในการเขียนโปรแกรมนี้ มีเป้าหมายแน่นอนว่า ผลการคำนวณที่ได้นั้นจะนำไปใช้เป็นทางในการออกแบบเบื้องต้นของระบบท่อ การออกแบบเพียงต้องการผลการคำนวณที่มีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เวลาที่ใช้ในการคำนวณจึงไม่ใช่ตัวแปรที่สำคัญดั่งกับผลที่ได้ไปใช้ในงานประเภทควบคุมเพราะการคำนวณควรจะเสร็จสิ้นก่อนปรากฏการณ์นั้นเกิดขึ้นและควรมีเวลาเหลือให้ระบบควบคุมทำงานด้วย

3.2 การสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์จำลองระบบ (constructing a mathematical model) และหาผลลัพธ์ของปัญหา (deriving a solution)

หลังจากได้ศึกษาระบบที่กำลังเป็นปัญหาและความสัมพันธ์อื่นๆที่เกี่ยวข้องอย่างชัดแจ้งและเข้าใจ เพื่อหาแนวทางการดำเนินงานอันเป็นที่ถูกต้องแล้ว งานขั้นต่อไปคือ การจัดรูปแบบของปัญหาเพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ยิ่งขึ้น โดยการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์มาจำลองพฤติกรรมของระบบเพื่อทำการหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยที่ฟังก์ชันจุดประสงค์ที่สร้างขึ้นนี้จะมีเงื่อนไขบังคับที่เนื่องมาจากข้อจำกัดต่างๆของการออกแบบนั้นๆ

หลักใหญ่ของวิทยานิพนธ์นี้ คือ การหาผลลัพธ์แนวปฏิบัติที่ได้ค่าเหมาะสมที่สุด ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์และอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นมาช่วยแก้ปัญหาซึ่งจะเป็นหลักเกณฑ์และรวดเร็วมากยิ่งขึ้น จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบจะเห็นว่า ก่อนที่จะได้ผลลัพธ์ขั้นตอนสุดท้ายที่ต้องการได้นั้นจะต้องหาผลลัพธ์ในแนวปฏิบัติหลัก 3 ส่วนตามลำดับดังนี้

3.2.1 <u>การหาค่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในท่อ f</u>

ในขั้นตอนนี้จะทำการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในท่อ f โดยจะมีขั้นตอนที่จำเป็นต้องมีการระบุตัวแปรอิสระของระบบ independent variable และ มีการกำหนดค่าคงที่ของระบบให้กับสมการกลศาสตร์ของไหล เช่น ความยาวของท่อ L , ขนาดท่อ D , ความเร็วของของไหล จากทฤษฎีที่กล่าวมาแล้วเป็นที่เข้าใจว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในท่อ f นั้น สามารถแบ่งเป็น 2 ช่วงดังนี้

สำหรับการไหลแบบราบเรียบ

$$f = \frac{64}{N_R} \tag{2.12}$$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

Colebrook
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86\ln[(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.7}) + \frac{2.51}{N_R\sqrt{f}}] \tag{2.13}$$

ของของไหลแปรปรวนนั้น เป็นฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรอื่นๆ ดังนี้ $f(N_R, \varepsilon/D)$ ในที่นี้เราจะใช้ colebrook equation ช่วยในการหาค่า f โดยเราต้องระบุตัวแปรเริ่มต้น D และ Q เป็นค่าเริ่มต้นในการคำนวณ เมื่อพิจารณา colebrook equation แล้วจะเห็นว่า เป็น สมการไม่เชิงเส้นของระบบสมการหนึ่งสมการหนึ่งตัวแปร เราจะใช้วิธีการหาราก (Root finding) ช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งเราสามารถใช้ วิธีการ 3 แนวทางในการแก้สมการนี้ โดยมีเงื่อนไขในการจะหยุดการคำนวณการกระทำซ้ำ 2 กรณี ขึ้นอยู่กับจะเจอกรณีไหนก่อนก็ได้

รูปแบบที่ 1 ตัวแปร x มีการเปลี่ยนแปลงน้อยกว่าค่าที่กำหนด โดยกำหนดค่าแรกเริ่ม default value = 10^{-6} ถ้า $[x_n - x_{n-1}] \le tol$ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ ให้ยุติการคำนวณ

รูปแบบที่ 2.ถ้า i >N ในเมื่อ N คือจำนวนรอบที่กำหนด โดยกำหนดค่าแรกเริ่ม default value = 100

3.2.1.1 การหาราก (Root finding)

การหาราก (Root finding) คือการหาคำตอบของระบบสมการไม่เชิงเส้น (nonlinear) ซึ่งอาจจะมีสมการเดียวหรือเป็นระบบสมการ ซึ่งในงานวิจัยนี้สมการไม่เชิงเส้นที่จะต้องหาคำตอบจะเป็นสมการไม่เชิงเส้นของระบบสมการหนึ่งสมการหนึ่งตัวแปร ในการแก้ปัญหาเรานิยมเขียนสมการในรูปแบบ f(x) = 0 แล้วทำการหาจุดที่เส้นกราฟตัดแกน x

ในการหาคำตอบ มีข้อควรระวังคือระบบสมการนั้นอาจจะไม่มีคำตอบเลยก็ได้หรือ ถ้ามีคำตอบก็อาจมีได้มากกว่า 1 คำตอบ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ยังสามารถขึ้นอยู่กับจุดเริ่มต้นและทิศทางของการหาคำตอบก็ได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องรู้วิธีหาคำตอบหลายวิธี นอกจากนี้วิธีการหาคำตอบทุกวิธีเป็นแบบโดยอ้อม(Indirect method) ซึ่งเราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าจะใช้เวลาเท่าได และยังมีโอกาสที่การคำนวณจะเกินการวนรอบไม่รู้จบเกิดขึ้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีเกณฑ์ต่างๆช่วยในการพิจารณาว่าเมื่อไรควรจะหยุดคำนวณ นอกจากนี้วิธีการที่มีอยู่นั้นสามารถหาคำตอบได้ก็ต่อเมื่อจุดเริ่มต้นในการหาไม่อยู่ห่างจากจุดคำตอบมากนัก

วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method)

วิธีนิวตัน-ราฟสันจัดเป็นวิธีการหนึ่งที่แพร่หลายที่สุด โดยมีการใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันในการคำนวณนั่นคือเป็นการลากเส้นสัมผัสจากจุดเริ่มต้น หลักการเริ่มจากการกำหนดค่าเริ่มต้น x_0 แล้วทำการคำนวณค่าของฟังก์ชัน $f(x_0)$และค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f'(x_0)$ที่ตำแหน่ง x_0 นั้นค่าดัง

กล่าวจะนำไปแทนสมการดังต่อไปนี้ ก่อให้เกิดค่า x ณ ตำแหน่งใหม่ ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ราก x* มากขึ้น จากนั้นก็ใช้วิธีการทำซ้ำเพื่อค่า x ต่างๆที่เกิดจากวิธีการทำซ้ำนี้จะลู่เข้าสู่ราก x* ที่แท้จริง ลักษณะของการลู่เข้าซึ่งเกิดจากวิธีการทำซ้ำนี้สามารถอธิบายได้ดังขั้นตอนการทำงานมีดังนี้

1. กำหนดให้ i = 1 , กำหนดจุดเริ่มต้น x_0

2. ถ้า i<N (จำนวนรอบที่จะทำการคำนวณ)

2.1 คำนวณหาจุด x_i ที่เส้นสัมผัสตัดแกน x จากสมการนี้

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{3.1}$$

2.2 ถ้า $[x_{n+1} - x_n] < TOL$ ให้ยุติการคำนวณ

2.3 กำหนดให้ i = i+1 ให้ย้อนกลับไปทำข้อ 2.1 ใหม่

3. ถ้า i >N และยังไม่ได้รับคำตอบ แสดงว่าอาจกำหนดค่า N น้อยเกินไป หรือวิธีนี้ใช้ไม่ได้ผล

ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่ (False Position)

การหารากของสมการโดยระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่นั้นมีหลักการใช้ค่าของฟังก์ชันที่ตำแหน่ง x_+ และ x_- เข้ามาร่วมในการคำนวณด้วย ซึ่งสามารถอธิบายได้โดยขั้นตอนการทำงานมีดังนี้

1.เริ่มต้นด้วยวิธีล้อมกรอบเพื่อหาจุด $(x_+, f(x_+))$ และ $(x_-, f(x_-))$ ที่เป็นจุดที่ล้อมกรอบบริเวณที่มีคำตอบอยู่

2.คำนวณหาจุด x_n ซึ่งเป็นจุดที่เส้นเชื่อมระหว่างจุด$(x_+, f(x_+))$ และ $(x_-, f(x_-))$ ตัดแกน x_n จากสมการนี้

$$x_n = x^+ - \frac{f(x^+)(x^+ - x^-)}{f(x^+) - f(x^-)} \tag{3.2}$$

3.ตรวจสอบดูว่าค่า $f(x_n)$ น้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้หรือไม่ ถ้ายอมรับได้การคำนวณก็จะสิ้นสุดลง

4.ตรวจสอบดูว่า $f(x_n)$ มีเครื่องหมายเหมือน $f(x_+)$ และ $f(x_-)$ ถ้า $f(x_0)$ มีเครื่องหมายเหมือนจุดใดให้ตัดจุดนั้นออกแล้วใช้จุด x_n แทนการทดสอบทำได้โดยนำค่า $f(x_n)$ คูณกับค่า $f(x_+)$ ถ้าผลลัพธ์มีเครื่องหมายเป็นลบแสดงว่าจุด x_n อยู่คนละฟากของแกน x กับจุด x_+ ก็ให้ตัดจุด x_- ทิ้งแต่ถ้าได้เครื่องหมายเป็นบวกแสดงว่าจุด x_n อยู่คนฟากเดียวกับจุด x_+ ก็ให้ตัดจุด x_+ ทิ้ง

5.ย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ใหม่

ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบหนึ่งจุด Fixed Point Iteration

ในกรณีนี้เราจะเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบ x = g(x) แทนที่จะเป็น f(x) = 0 การหาคำตอบกระทำโดยการเดาค่า x แล้วแทนค่าลงไปใน g(x) แล้วทำการตรวจสอบดูว่าค่า x ที่ได้จากการคำนวณเท่ากับค่าที่เดาไว้หรือไม่ ถ้ายังมีความแตกต่างอยู่ก็จะนำค่าที่ได้จากการคำนวณแทนกลับเข้าไปใน g(x) ใหม่ การคำนวณจะสิ้นสุดเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าที่ใส่เข้าไปกับค่าที่ได้จากการคำนวณอยู่ในเขตที่ยอมรับได้ โดยมีสมการและขั้นตอนการทำงานมีดังนี้

$$x_{n+1} = g(x_n) \tag{3.3}$$

1.กำหนดให้ i = 1

2. ถ้า i<N (จำนวนรอบที่จะทำการคำนวณ)

2.1 กำหนดให้ x = g(x) เพื่อคำนวณหาค่า x_i

2.2 ถ้า $[x_{n+1} - x_n]$ < TOL ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ ให้ยุติการคำนวณ

2.3 กำหนดให้ i = i+1

2.4 กำหนดให้ x_0 = x (เพื่อที่จะได้กลับไปทำการคำนวณรอบใหม่) แล้วย้อนกลับไปทำขั้นตอน 2.1 ใหม่

3.ถ้า i >N และยังไม่ได้รับคำตอบ แสดงว่าอาจกำหนดค่า N น้อยเกินไป หรือวิธีนี้ใช้ไม่ได้ผล

ในกรณีนี้เราจะเขียนสมการ colebrook equation ใหม่ให้อยู่ในรูปแบบ x = g(x) ดังนี้

$$f = \frac{1}{[0.86\ln\{\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{N_R\sqrt{f}}\}]^2} = g(f) \qquad (3.4)$$

แทนที่จะเป็น f(x) = 0 การหาคำตอบกระทำโดยการเดาค่า x แล้วแทนค่าลงไปใน g(x) แล้วทำการตรวจสอบดูว่าค่า x ที่ได้จากการคำนวณเท่ากับค่าที่เดาไว้หรือไม่ ถ้ายังมีความแตกต่างอยู่ก็จะนำค่าที่ได้จากการคำนวณแทนกลับเข้าไปใน g(x) ใหม่ การคำนวณจะสิ้นสุดเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าที่ใส่เข้าไปกับค่าที่ได้จากการคำนวณอยู่ในเขตที่ยอมรับได้

3.2.2 <u>การหาปริมาตรเฉพาะโดยสมการสภาวะ</u>

ในขั้นตอนนี้จะทำการหาปริมาตรเฉพาะโดยสมการสภาวะ ในงานวิจัยนี้ เราจะใช้สมการ Soave-Redlich-Kwong (SRK) แสดงพฤติกรรมของก๊าซจริงในช่วงที่อยู่เหนือสภาวะวิกฤต (critical conditions)

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a\alpha}{V(V+b)} \qquad (2.17)$$

$$a = \frac{0.4278\,R^2\,T_c^2}{P_c} \qquad (2.18)$$

$$b = \frac{0.0867\,R\,T_c}{P_c} \qquad (2.19)$$

$$\alpha = [1 + S(1-\sqrt{T_r})]^2 \qquad (2.20)$$

$$S = 0.48508 + 1.55171\omega - 0.15613\omega^2 \qquad (2.21)$$

เมื่อ P = ความดัน

V = ปริมาตรเฉพาะ

T = อุณหภูมิสัมบูรณ์

R = ค่าคงที่ของก๊าซ

a,b คือ ค่าคงที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการทดลองของก๊าซแต่ละชนิด

$$T_r = \frac{T}{T_c} \qquad (2.22)$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} \qquad (2.23)$$

$$V_r = \frac{V}{V_c} \qquad (2.24)$$

T_c คือ อุณหภูมิวิกฤต Critical Temperature

P_c คือ ความดันวิกฤต Critical Pressure

V_c คือ ปริมาตรเฉพาะวิกฤต Critical Volume

ω คือ acentric factor

จากสมการ 2.17 จะเห็นว่าเป็นสมการพหุนามกำลัง 3 ในรูปของ V ซึ่งเราสามารถจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลได้ดังนี้เพื่อสามารถแก้สมการได้ง่ายขึ้น

$$Z^3-Z^2+(A-B-B^2)Z-AB = 0 \qquad (3.5)$$

โดยที่ $Z = \frac{PV}{RT}$ = Compressibility Factor (3.6)

$$A = \frac{\alpha aP}{R^2T^2} \qquad (3.7)$$

$$B = \frac{bP}{RT} \qquad (3.8)$$

จากสมการปริมาตรข้างบนนี้เป็นสมการยกกำลังสาม cubic equation ในรูปของ Z compressibility factor จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการหารากสมการ (Root finding) โดยใช้วิธี นิวตันราฟสันเข้าแก้สมการ เพื่อคำนวณหาค่าของปริมาตรเฉพาะ V โดยเริ่มต้นการกระทำซ้ำ iteration โดยเริ่มต้นจากค่า Z =1 ซึ่งเป็นค่า compressibility factor ของก๊าซอุดมคติก่อน แล้วใช้ค่าปริมาตรอุดมคตินั้นเป็นค่าตั้งต้นเพื่อคำนวณหาปริมาตรตามสมการดังนั้นการหาค่าของปริมาตรเฉพาะของก๊าซจริง ณ อุณหภูมิ และ ความดันที่กำหนด

3.2.3 <u>ค่าใช้จ่ายโดยรวมของระบบท่อส่ง</u>

ในขั้นตอนนี้จะทำการหาสมการสำหรับค่าใช้จ่ายโดยรวมของระบบท่อ ค่าใช้จ่ายโดยรวมประกอบด้วย ค่าใช้จ่ายคงที่ บวกค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ โดยค่าใช้จ่ายคงที่ได้แก่ ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับท่อ ข้อต่อต่างๆ ที่รองรับท่อ ที่แขวนท่อ ปั๊มและการติดตั้ง ซึ่งเป็นเป็นฟังก์ชันของขนาดท่อ

3.2.3.1 <u>ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ</u>

ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการปั๊มของไหล ซึ่งอาจอยู่ในรูปพลังงานไฟฟ้าหรือเชื้อเพลิงของเครื่องยนต์ กำลังงานเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับและการเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ จะเป็นสมการดังนี้

$$W' = \frac{m\Delta p}{\rho E} \qquad (2.15)$$

$$\Delta p = 0.5 f\rho v^2 \frac{L}{D}(1+J) + \rho g Z \qquad (2.16)$$

โดยที่ W' คือ งานที่กระทำให้กับระบบจากพลังงานภายนอก

v คือ ความเร็วเชิงเส้นเฉลี่ยของของไหล ,m/s

J คือ ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head)จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ, m

เพื่อความหลีกเลี่ยงความซับซ้อนในการคำนวณ จากทฤษฎีที่กล่าวมาแล้วเป็นที่เข้าใจว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในท่อ f นั้น สามารถแบ่งเป็น 2 ช่วงดังนี้

สำหรับการไหลแบบราบเรียบ

$$f = \frac{64}{N_R} \qquad (2.12)$$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

Blasius $$f = \frac{0.046}{(N_R)^{0.2}} \qquad (2.14)$$

Blasuis พบว่า friction factor ,f ของท่อที่มีผิวเรียบมาก และมีค่าเลขเรยโนลด์อยู่ในช่วง 3,000 กับ 100,000 (Bird,1964)

โดยการแทนที่สมการ 2.14 ลงใน สมการ 2.16 ดังนั้นค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการปั๊มของไหล เพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับและการเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ สำหรับการไหลแบบแปรปรวน จะเป็นสมการดังนี้

$$C_{pumping} = \frac{KH_y}{E}\left(\frac{0.0355m^{2.8}\rho^{0.8}\mu_c(1+J)}{D_i^{5.2}} + mgZ\right) \qquad (3.9)$$

$C_{pumping}$ คือ ค่าใช้จ่ายด้านพลังงานรายปี,บาทต่อความยาวของท่อ 1 เมตร

m คือ อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s

μ_c คือ ความหนืดของของไหล

H_y คือ จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี

K คือ ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh

E คือ ประสิทธิภาพของปั้มในรูปอัตราส่วน

และเมื่อแทนที่สมการ 2.12 ลงใน สมการ 2.16 ดังนั้นค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการปั๊มของไหล เพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับและการเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ สำหรับการไหลแบบราบเรียบ จะเป็นสมการดังนี้

$$C_{pumping} = \frac{KH_y}{E}\left(\frac{40.725m\mu_c(1+J)}{D_i^4} + mgZ\right) \qquad (3.10)$$

สมการทั้ง 2 ข้างบนนี้สามารถที่จะใช้ทั้งของเหลวและของไหลที่เป็นก๊าซ โดยที่สามารถใช้สมการทั้งสองได้โดยเมื่อความดันที่จุดปลายทางไม่น้อยกว่า90%ของความดันต้นทาง

3.2.3.2 <u>ค่าใช้จ่ายคงที่ของระบบท่อ</u>

จากงานวิจัยของ Peter and Timmerhaus ได้เสนอว่าโดยปกติแล้วราคาท่อนั้นจะมีความสัมพันธ์กับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเป็นสมการดังนี้

$$c_{pipe} = XD_i^n \quad (3.11)$$

โดยที่ c_{pipe} คือ ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อ, บาท/เมตร

X = ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อในกรณีขนาดท่อ1นิ้ว,บาท/เมตร

n = ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ

โดยที่ต้นทุนทุนทรัพย์ของระบบท่อเมื่อคิดเป็นค่าใช้จ่ายรายปีสามารถแสดงได้โดยสมการดังนี้

$$C_{pipe} = (1+F)XD_i^n A_p (1+K_F)T \quad (3.12)$$

โดยที่ C_{pipe} = ค่าใช้จ่ายต้นทุนทรัพย์สินรายปีของระบบท่อ ต่อความยาวท่อ บาท/เมตร

F = ค่าใช้จ่ายของวัสดุของข้อต่อ, ที่รองรับท่อ คิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง

K_F = สัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ

T = สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมดเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ

n = อายุการใช้งานหรือระยะเวลาที่จะเปรียบเทียบ

P = เงินต้น

A = เงินเท่ากันรายปี

i = อัตราดอกเบี้ย

A_p = (A/P,i,n) = $[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}]$ (2.28)

3.2.4 การหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันจุดประสงค์

ในขั้นตอนนี้จะทำการหาสมการสำหรับค่าใช้จ่ายโดยรวมของระบบท่อโดยวิธีวิเคราะห์ ค่าใช้จ่ายโดยรวมประกอบด้วย ค่าใช้จ่ายคงที่ บวกค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ โดยค่าใช้จ่ายคงที่ได้แก่ ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับท่อ ข้อต่อต่างๆ ที่รองรับท่อ ที่แขวนท่อ ปั้มและการติดตั้ง ซึ่งเป็นเป็นฟังก์ชันของขนาดท่อ ส่วนค่าใช้จ่ายปฏิบัติการได้แก่ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับความต้องการกำลังงานในการปั๊มของไหล ซึ่งอาจอยู่ในรูปพลังงานไฟฟ้าหรือเชื้อเพลิงของเครื่องยนต์ กำลังงานเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อเอาชนะความสูญเสียจากความเสียดทาน การเปลี่ยนระดับและการเปลี่ยนแปลงความดันใดๆ โดยแสดงผลลัพธ์ในลักษณะค่าใช้จ่ายรายปี ดังนั้นค่าใช้จ่ายโดยรวมซึ่งเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

C_{total}=ค่าใช้จ่ายปฏิบัติการ + ค่าใช้จ่ายต้นทุนสินทรัพย์+ค่าใช้จ่ายในด้านการบำรุงรักษา (3.18)

ในวิทยานิพนธ์นี้ การเปรียบเทียบโครงงานวิศวกรรมจะใช้ค่าเทียบเท่าเงินจ่ายเท่ากันรายปี(Annual Cost) ของแต่ละโครงงานแล้วนำค่าตัวเลขมาเปรียบเทียบกัน โครงงานใดที่มีค่าเทียบเท่าของเงินจ่ายรายปีน้อยกว่าก็จะถือว่าโครงงานนั้นมีความเหมาะสมมากกว่าในการตัดสินใจเลือก การเปรียบเทียบโดยวิธีนี้ก็ยังอยู่ภายใต้ขอบเขตและเงื่อนไขบางประการเช่นเดียวกัน กล่าวคือ ค่าตัวเลขต่างๆที่ประเมินได้อนาคต การที่จะตัดสินใจเลือกได้ถูกต้องและแม่นยำแค่ไหนย่อมต้องขึ้นอยู่กับความถูกต้องใกล้เคียงของตัวเลขที่ใช้ด้วย เงื่อนไขที่ถูกกำหนดขึ้นสำหรับการเปรียบเทียบโดยวิธีคิดเป็นค่าเทียบเท่าเงินจ่ายเท่ากันรายปี ก็คือ ค่าอัตราดอกเบี้ย ถือว่า มีค่าคงที่ตลอดเวลาของการเปรียบเทียบ และ ราคาและค่าใช้จ่ายต่างๆมีค่าคงที่ (Price Constant) ทำให้ค่าเทียบเท่ารายจ่ายเท่ากันรายปีของโครงงานมีค่าคงที่ไปด้วย

ข้อดีของการเปรียบเทียบโดยวิธีค่าเทียบเท่าเงินจ่ายเท่ากันรายปี คือ ความสะดวกกว่าวิธีอื่นๆ เนื่องจากมีความสอดคล้องกับระบบบัญชีซึ่งปกติต้องทำงบดุลบัญชีเป็นรายปีอยู่แล้ว บุคคลโดยทั่วไปมีความคุ้นเคยต่อคาใช้จ่ายต่างๆหรือรายรับเป็นรายปี จึงสามารถที่จะทำความเข้าใจและเห็นข้อแตกต่างได้ชัดเจนกว่าวิธีอื่นๆ ข้อดีอีกประการหนึ่งก็คือ ในกรณีที่รายการค่าใช้จ่ายหรือรายรับของโครงการที่จะเปรียบเทียบมีค่าค่อนข้างจะแน่นอนและคงที่ การเปรียบเทียบโดยคิดเป็นค่าเทียบเท่าเงินจ่ายเท่ากันรายปีก็จะมีความสะดวก และ รวดเร็วอีกด้วย

ต้นทุนแรกเริ่มและต้นทุนดำเนินงานจะเป็นลักษณะต้นทุนที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ทางเศรษฐศาสตร์วิศวกรรมบ่อยครั้งที่สุด โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกโครงงานที่มีค่าเทียบเท่าของเงินจ่ายรายปี(ต้นทุนและค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด) เป็นเป้าหมายกำหนด

ในวิทยานิพนธ์นี้จะศึกษาแบ่งออกเป็น 2 กรณีศึกษาคือจะรวมราคาปั้มกับไม่รวมราคาปั้ม

กรณีที่ 1 ไม่คิดราคาปั้ม

ในกรณีนี้จะถือว่าเมื่อเทียบค่าใช้จ่ายรายปีของราคาปั้มรวมทั้งการติดตั้งแล้วนั้นจะมีราคาน้อยเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายในด้านปฏิบัติการ จึงสามารถตัดเทอมนี้เพื่อทำให้สมการคณิตศาสตร์ง่ายต่อการแก้สมการ

จากสมการที่ 3.13 ฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีรูปสมการดังนี้

$$C_{total} = C_{tpipe} + C_{pumping} \tag{3.14}$$

โดยที่ C_{tpipe} คือ ต้นทุนทรัพย์สินของราคาระบบท่อทั้งหมด

จากสมการที่ 3.17 เมื่อท่อทั้งหมดมีความยาว ดังนั้นต้นทุนทรัพย์สินของราคาระบบท่อทั้งหมดจะเป็นดังสมการนี้

$$C_{tpipe} = C_{pipe}L = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T \tag{3.15}$$

$$C_{pumping} = \frac{Km\Delta pH_y}{\rho E} \tag{3.16}$$

$$C_{total} = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T + \frac{Km\Delta pH_y}{\rho E} \tag{3.17}$$

จะเห็นว่ามีตัวแปรอยู่ 2 ตัวคือ D และ Δp แต่อย่างไรก็ตามตัวแปรทั้ง 2 จะมีความสัมพันธ์ดังสมการนี้

$$\Delta p = 0.5 f\rho v^2 \frac{L}{D}(1+J) + \rho gZ \tag{2.16}$$

จากสมการข้างบนนี้จะเห็นว่ามีตัวแปรเพิ่มขึ้น 2 ตัวแปร คือ v และ f โดยที่ตัวแปรทั้ง 2 จะมีความสัมพันธ์ดังสมการนี้

$$m = \left(\frac{\rho\pi D^2}{4}\right)v \tag{2.8}$$

ในกรณีที่การไหลเป็นแบบแปรปรวน เพื่อง่ายต่อการคำนวณจะใช้ค่า f จากสมการดังนี้

$$f = 0.046 N_R^{-0.2} = \frac{0.046\mu^{0.2}}{D^{0.2}v^{0.2}\rho^{0.2}} \tag{2.14}$$

จากสมการที่ 3.9 ที่กล่าวมาแล้ว เพื่อที่แยกแยะตัวแปรการออกแบบทั้ง 4 ได้แก่ *D, v*, ∇p และ *f* ของสมการ เนื่องจากสมการทั้ง 3 ของสมการ จะเหลือองศาของความอิสระ(Degree of Freedom) เท่ากับหนึ่ง เพื่อที่จะทำการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด (optimization) โดยวิธีวิเคราะห์ โดยเราจะทำการแทนที่ตัวแปรทั้ง 3 คือ *v*, ∇p และ *f* จากฟังก์ชันจุดประสงค์โดยสมการทั้ง 3 ให้เหลือในรูปของ *D* เป็นตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวโดยจะได้สมการดังนี้

$$C_{total} = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T + \frac{KH_y}{E}\left(\frac{0.0355m^{2.8}\rho^{0.8}\mu_c(1+J)}{D_i^{5.2}} + mgZ\right) \quad (3.18)$$

ทำการอนุพันธ์ C_{total} เมื่อเทียบกับตัวแปร *D* เมื่อผลอนุพันธ์เป็นศูนย์ จุดต่ำสุดเฉพาะที่ของสมการจะอยู่ที่ค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 เท่ากับศูนย์จะได้ดังสมการดังนี้

$$\frac{dC_{total}}{dD_i} = (1+F)nXD_i^{(n-1)} A_p L(1+K_F)T + \frac{KH_y}{E}\left(\frac{-0.1846m^{2.8}\rho^{0.8}\mu_c(1+J)}{D_i^{6.2}} + mgZ\right)$$
(3.19)

ดังนั้นเราสามารถหาความเร็วที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ที่แปรผันตามฟังก์ชันของ m, ρ และ μ โดยแทนที่ในสมการ D^{opt} โดยที่

$$v = \frac{4m}{\pi\rho D^2} \quad (3.20)$$

ในกรณีที่การไหลเป็นแบบราบเรียบ เพื่อง่ายต่อการคำนวณจะใช้ค่า*f* จากสมการ(2.12) และจากสมการ3.10 ดังนั้น ฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีรูปสมการดังนี้

$$C_{total} = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T + \frac{KH_y}{E}\left(\frac{40.725m\mu_c(1+J)}{D_i^4} + mgZ\right) \quad (3.21)$$

ทำการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของฟังก์ชัน C_{total} เทียบกับ D

$$\frac{dC_{total}}{dD_i} = (1+F)nXD_i^{(n-1)} A_p L(1+K_F)T + \frac{KH_y}{E}\left(\frac{-162.9m\mu_c(1+J)}{D_i^5} + mgZ\right) \quad (3.22)$$

จากงานวิจัยของ Janna,W.S. ได้ศึกษาค่าใช้จ่ายในการติดตั้งเส้นท่อเทียบกับขนาดท่อระบุและค่าใช้จ่ายของปฏิบัติงานปั๊มต่อปีได้ขนาดที่ที่เหมาะสมออกมาในรูปสมการดังนี้

$$D^{opt} = \left[\frac{40 f\, m^3 C_2 t}{n(a+b)(1+F) C_1 E \pi^2 \rho^2}\right]^{\frac{1}{n+5}} \quad (3.23)$$

เมื่อพารามิเตอร์ในสมการข้างบนนี้ ดังกำหนดในตารางที่ 3.1 และได้ให้ค่าทั่วๆไปของพารามิเตอร์บางตัวไว้ด้วย ในสมการนี้มีข้อน่าสังเกตหลายประการดังนี้ คือ

1) ความยาวท่อไม่ได้ปรากฏในสมการ

2) ความหนืดของไหลไม่ได้ปรากฏในสมการ แต่มีความหนาแน่นปรากฏอยู่

3) เฮดสูญเสียไม่ได้ปรากฏในสมการ

ตารางที่ 3.1งานวิจัยของ Janna,W.S.

สัญลักษณ์	คำจำกัดความ	หน่วย	ค่าทั่วไป
D^{opt}	ขนาดท่อที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์	M	-
M	อัตรามวลการไหล	kg/s	-
f	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน	-	-
C_2	ค่าใช้จ่ายด้านพลังงานไฟฟ้า	บาท/(kw.hr.)	1.8-2.1
T	เวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี	ชั่วโมง/ปี	7860
N	ตัวเลขยกกำลังของ d ตามเลขระดับความหนาของท่อ		1.0-1.4
A	อัตราการจ่าย เพื่อใช้หนี้	1/ปี	1/7ถึง1/20
B	สัดส่วนค่าใช้จ่ายด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี	1/ปี	0.01
F	ตัวคูณเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อที่ใช้แทนค่าใช้จ่ายของปั๊ม ข้อต่อ การติดตั้ง	-	6 ถึง 7
C_1	ค่าคงที่ตามข้อมูลค่าใช้จ่ายท่อ	บาท/เมตร$^{(n+1)}$	3300/m^{n+1} ถึง8250/m^{n+1}
E	ประสิทธิภาพของปั้ม		0.6ถึง0.9
ρ	ความหนาแน่นของของเหลว	Kg/m^3	

จากงานวิจัยของ Peter and Timmerhaus ได้เสนอสูตรสำเร็จของการหาขนาดท่อที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์โดยแบ่งแยกตามลักษณะการไหลดังนี้

การไหลแบบแปรปรวน

$$D^{opt} = \left[\frac{1.32 q_f^{2.84}\, \rho^{0.84}\, \mu^{0.16} K(1+J) H_y}{n(1+F) XE\, K_F}\right]^{\frac{1}{n+4.84}} \tag{3.24}$$

การไหลแบบราบเรียบ

$$D^{opt} = \left[\frac{0.096 q_f^{2}\, \mu K(1+J) H_y}{n(1+F) X EK_F}\right]^{\frac{1}{n+4.0}} \tag{3.25}$$

โดยที่ K คือ ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh

โดยปกติแล้วค่า n สำหรับท่อเหล็กจะมีค่า n =1.3 ถ้าท่อมีขนาดใหญ่กว่าหรือเท่ากับ 1 นิ้ว และ n =1.0 ถ้าท่อมีขนาดเล็กกว่า 1 นิ้ว

<u>กรณีที่ 2 คิดราคาปั้ม</u>

จากสมการที่3.13 ฟังก์ชันจุดประสงค์จะมีรูปสมการดังนี้

$$C_{total} = C_{tpipe} + C_{pump} + C_{pumping} \tag{3.26}$$

โดยที่ $C_{pumping}$ คือค่าใช้จ่ายต้นทุนทรัพย์สินรายปีของปั้ม(ค่าเครื่องจักรรวมค่าติดตั้ง) บาท

บ่อยครั้งที่มีความจำเป็นที่ต้องประเมินราคาปั้มโดยที่ไม่มีราคาของขนาดที่ต้องการ เราสามารถประมาณราคาปั้มโดยใช้ขนาดเป็นเกณฑ์จะใช้ความสัมพันธ์ Logarithmic ที่เรียกว่า six-tenths-factor rule ดังนี้

$$\text{Cost of equip. a} = \text{Cost of equip. b}\left(\frac{capa.equip.a}{capa.equip.b}\right)^{0.6} \tag{3.27}$$

จากสมการที่ 3.27 จะเห็นว่าราคาของปั้มนั้นมีความสัมพันธ์กับปริมาณอัตราไหลของปั้มที่สามารถส่งถ่ายได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องหาความสัมพันธ์ของอัตราการไหลกับขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อส่ง ซึ่งสามารถเขียนเป็นรูปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$Y \propto D \tag{3.28}$$

$$Y = (kD)^{p} \tag{3.29}$$

โดยที่ capa = Y คือ อัตราการไหลของปั้ม หรือเครื่องอัดอากาศ

k คือ ค่าคงที่

p คือ ค่าคงที่

จากสมการ 3.29 จะเขียนสมการที่ 3.27 ใหม่ได้ดังนี้

$$\text{Cost of equip. D} = \text{Cost of equip. Dref}\left(\frac{kD}{kD_{ref}}\right)^{0.6p} \tag{3.30}$$

โดยที่ D_{ref} คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางด้านขาเข้าของเครื่องสูบน้ำที่ใช้อ้างอิงราคา

Cost of equip.D_{ref} คือ ราคาของเครื่องสูบน้ำที่ใช้อ้างอิง

Cost of equip.D คือ ราคาของเครื่องสูบน้ำที่ต้องการทราบราคาโดยมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางด้านขาเข้าของเครื่องสูบน้ำเท่ากับ D

โดยที่จริงแล้ว ราคาของปั้มหรือเครื่องอัดอากาศไม่ได้มีแค่ความสัมพันธ์กับอัตราการไหลอย่างเดียว แต่ยังคงมีความสัมพันธ์กับความดันที่ตัวมันเองสามารถทำได้ ดังนั้นสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P \propto (Y, \Delta p) \tag{3.31}$$

จากสมการที่ 3.29 และ 3.31 สามารถเขียนเป็นรูปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P = C_1 (k_1 D)^{p1} + (k_2 \Delta p)^{p2} \tag{3.32}$$

โดยที่ P คือ ราคาปั้ม

k_1 คือ ค่าคงที่ที่แทนความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของเครื่องสูบน้ำกับขนาดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

p_1 คือ ค่าคงที่ที่แทนความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของเครื่องสูบน้ำกับ

ขนาดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

C_1 คือค่าคงที่ที่แทนความสัมพันธ์ระหว่างราคาของเครื่องสูบน้ำกับขนาดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

จากสมการที่ 3.26,3.30 และ 3.32 สามารถเขียนสมการที่3.27เป็นรูปความสัมพันธ์คร่าวๆได้ดังนี้

$$C_{total} = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T + \frac{C_0 m\Delta pH_y}{\rho E} + A_{p1}(1+K_{F1})C \qquad (3.38)$$

โดยที่ A_{p1} คือ ค่าเทียบเท่าเงินจ่ายเท่ากันรายปีของเครื่องสูบน้ำ

C คือ ตัวแปรที่แทนราคาของปั้มหรือเครื่องอัดอากาศโดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$C \propto (D, Y, \Delta p)$$

3.2.5 <u>การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข</u>

จากสมการที่ 3.23 และ 3.26 จะมีขั้นตอนการหาในขั้นตอนนี้จะทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยจะมีขั้นตอนการดังนั้นค่าใช้จ่ายโดยรวมสามารถแสดงเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ดังนี้

กรณีที่ 1ไม่คิดราคาปั้ม

$$\min F(x) = C_{total} = (1+F)XD_i^n A_p L(1+K_F)T + \frac{C_0 m\Delta pH_y}{\rho E} \qquad (3.39)$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับ

$$\Delta p \le \Delta p_a$$

$$\frac{1}{4} \le D_i \le 24 \quad \text{inch for} \quad i = 1,2,\ldots, N$$

$$\Delta p = \frac{2f\rho v^2 L}{D}(1+J)$$

$$m = \left(\frac{\rho \pi D^2}{4}\right) v$$

โดยที่ Δp_a ความดันลดที่ระบบท่อส่งสูญเสียที่ยอมรับได้

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตัวแปร n ตัว โดยที่ x เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรออกแบบ จุด xประกอบด้วยสมาชิกตัวแปรจริงอิสระ n ตัว นั่นคือ $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_\mathbf{n}]$ ซึ่งในงานวิจัยจะมีพารามิเตอร์ที่ต้องศึกษาอยู่ 19 ตัว การทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยให้ทั้ง 19 ตัวนี้เป็นตัวแปรนี้นั้นเป็นสิ่งที่ไม่เหมาะสม เนื่องจากในทางปฏิบัติแล้วในงานอุตสาหกรรมระบบท่อส่งนั้นค่าตัวแปรที่ศึกษาบางตัวเช่น ความหนาแน่นและค่าความหนืดของของไหลจะไม่ค่อยเปลี่ยนแปลงหรือมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากในระหว่างการขนส่งของของไหล ดังนั้นเพื่อเป็นการลดความยุ่งยากในการหาค่าความเหมาะสมที่สุด จึงทำการกำหนดให้ตัวแปรอื่นๆให้เป็นค่าคง และกำหนดตัวแปรที่จะศึกษาให้เหลือ 2 ตัวดังนี้คือ D_i, v ดังในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

พารามิเตอร์	กำหนด
D ขนาดท่อส่ง	X1
V ความเร็วของการไหล	X2
m อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s	ค่าคงที่
ρ ความหนาแน่นของของไหล(kg/m^3)	ค่าคงที่
K ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh	ค่าคงที่
μ_c ความหนืดของของไหล(kg/m.s)	ค่าคงที่
X ราคาท่อ	ค่าคงที่
L ความยาวของท่อ (m)	ค่าคงที่
f ค่าประมาณการเริ่มแรก friction factor โดยได้ผลลัพธ์มา	ค่าคงที่

จากโปรแกรม friction	
N อายุการใช้งานของโครงการ	ค่าคงที่
F ค่าใช้จ่ายของวัสดุและการติดตั้งของข้อต่อ, ที่รองรับท่อ คิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง	ค่าคงที่
K_Fสัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	ค่าคงที่
T สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมด เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ	ค่าคงที่
E ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในรูปอัตราส่วน	ค่าคงที่
H_y จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี	ค่าคงที่
Δp_a ความดันลดที่อนุญาตให้เกิด(Pa)	ค่าคงที่
n ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ	ค่าคงที่
i อัตราดอกเบี้ยเงินกู้	ค่าคงที่
J ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head) จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง	ค่าคงที่

นำตัวแปรทั้ง 2 ในตารางที่ 3.2 ไปแทนในสมการที่ 3.39 เพื่อให้อยู่ในรูปเวคเตอร์ x จะได้ดังสมการดังนี้

$$\min f(x) = C = (1+F)Xx_1^n A_P L(1+K_F)T + \frac{C_o m \Delta p H_y}{\rho E} \tag{3.40}$$

$$\min f(x) = C = (1+F)Xx_1^n A_P L(1+K_F)T + \frac{C_o m 2 f x_2^2 L(1+J) H_y}{x_1 E} \tag{3.41}$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับ

ขนาดท่อ $= \frac{1}{4} \le x_1 \le 24$ inch

ความเร็วของของไหล $= 0.1 \le x_2 \le 50$ m/s

$$g_1(x) = 2 f \rho x_2^2 \frac{L}{x_1} - \Delta p_a \le 0 \quad \text{Pa} \tag{3.42}$$

$$h_1(x) = mass - \left(\frac{\rho \pi x_1^2}{4}\right) x_2 \tag{3.43}$$

จากนั้นทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้เทคนิค Quadratic Programming (QP) โดยกรรมวิธีเงื่อนไขจำเป็น Khun-Tucker (KT) ในการแก้ปัญหา การแก้สมการที่ 3.40 ถึง 3.43 จะใช้ฟังก์ชัน fmincon ระดับ medium scale algorithm ใน optimization toolbox ของ MATLAB เวอร์ชัน 6.1 แก้ปัญหา ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เป็นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในท่อเป็นเลขจำนวนจริงซึ่งมีความต่อเนื่อง Continuous จึงต้องมีการปัดตัวเลขขึ้นหรือลงเพื่อให้ได้ขนาดท่อตามอุตสาหกรรม

3.2.6 วิธีการหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อส่งที่เหมาะสม

หลังจากได้พัฒนารูปแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อจำลองระบบของการหาค่าเหมาะสมที่สุดระบบท่อจนได้สูตรสำเร็จรูปต่างๆ รวมทั้งวิธีการหาโดยใช้วิธีออปติไมซ์เซชันนั้น ในงานวิจัยนี้จะระบุขอบเขตการใช้ของวิธีต่างๆได้ดังในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 สรุปสูตรการหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อภายในที่เหมาะสมที่สุด

สมการ	ขอบเขตการใช้	หมายเหตุ
3.19	1. ค่าเลขเรยโนลด์อยู่ในช่วง 3,000 ถึง 100,000	- เนื่องจากแทนค่า friction factor โดยใช้ สมการของ Blasuis สมการที่ 2.14 (Bird,1964)
	2. ไม่ระบุเงื่อนไขบังคับ	- ในกรณีที่ 2 จะไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม
3.22	1.ช่วงการไหลแบบราบเรียบ	- ในกรณีที่ 2 จะไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม

	2.ไม่ระบุเงื่อนไขบังคับ	
3.23	1. ได้ทั้งช่วงการไหลแบบราบเรียบและแปรปรวน	- เนื่องจากแทนค่า friction factor โดยใช้สมการอื่นๆที่สอดคล้อง
	2.ไม่ระบุเงื่อนไขบังคับ	- ไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรมเพราะจะยากในการใช้เนื่องจากพารามิเตอร์ที่สำคัญอื่นๆไม่ปรากฏเช่น ความยาวท่อ เฮดสูญเสียต่างๆ และ ราคาท่อ
3.24	1. ได้ทั้งช่วงการไหลแบบแปรปรวน	- ไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม และพารามิเตอร์ที่สำคัญอื่นๆไม่ปรากฏเช่น อายุการใช้งานของโครงการ
	2.ไม่ระบุเงื่อนไขบังคับ	
3.25	1. ได้ทั้งช่วงการไหลแบบราบเรียบ	- ไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม และพารามิเตอร์ที่สำคัญอื่นๆไม่ปรากฏเช่น อายุการใช้งานของโครงการ
	2.ไม่ระบุเงื่อนไขบังคับ	
3.41	1. ได้ทั้งช่วงการไหลแบบราบเรียบและแปรปรวน	- เนื่องจากแทนค่า friction factor โดยใช้สมการอื่นๆที่สอดคล้อง
	2.ระบุเงื่อนไขบังคับ	- สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรมเพราะระบุพารามิเตอร์ที่สำคัญอื่นๆต่อต้นทุนระบบท่อส่งทั้งหมด

3.3 บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงวิธีการดำเนินงานวิจัย การจัดตั้งปัญหา การกำหนดขอบข่ายของปัญหาและข้อสมมุติต่างๆ โดยมีการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์มาจำลองระบบเพื่อทำการหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยที่การหาผลลัพธ์ของปัญหาเช่น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ อุณหภูมิที่ผิวของท่อส่ง ปริมาตรเฉพาะของก๊าซ การหาค่าความเหมาะสมที่สุดของระบบท่อส่ง จะแก้สมการโดยใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นแนวทางในการแก้ไขปัญหา การพัฒนารูปแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อจำลองระบบของการหาค่าเหมาะสมที่สุดระบบท่อ จะได้สมการไม่เชิงเส้นหลายตัวแปรโดยมีเงื่อนไขบังคับดังในสมการที่ 3.41 เนื่องจากไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของราคา

เครื่องสูบน้ำกับขนาดท่อได้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาเฉพาะไม่คิดราคาปั้มซึ่งอาจจะถือว่าราคาปั้มมีค่าใช้จ่ายรายปีน้อยมากเมื่อเทียบกับผลค่าใช้จ่ายรายปีทั้งหมดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์

นอกจากนี้ในบทนี้ยังให้สูตรสำเร็จรูปของการหาค่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์โดยใช้วิธีง่ายดังในสมการที่ 3.23 ถึง 3.25 รวมทั้งสูตรสำเร็จรูปของการหาค่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์โดยใช้วิธีอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการหนึ่งตัวแปรดังในสมการที่ 3.19 และ 3.22 และยังระบุขอบเขตการใช้ของแต่ละสูตร ในบทต่อไปจะกล่าวถึงโปรแกรมและการใช้โปรแกรมหาค่าผลลัพธ์ที่กล่าวมาแล้ว โดยโปรแกรมจะพัฒนาบน MATLAB โดยที่ผู้ใช้จะต้องป้อนค่าลงไปในโปรแกรม

บทที่ 4
เนื้อหาและการใช้งานโปรแกรม

ในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะของโปรแกรมและการใช้โปรแกรมของงานวิจัยนี้ โดยที่โปรแกรมทั้งหมดจะพัฒนาบน MATLAB โดยเขียนอยู่ในรูป M-file (M-file คือ ลำดับของคำสั่งโปรแกรมที่เขียนไว้หลายๆบรรทัด) จึงทำให้โปรแกรมหรือฟังก์ชันทั้งหมดของงานวิจัยนี้จะอยู่ในรูปที่มีนามสกุลของแต่ละโปรแกรม ”filename.m”

4.1 เนื้อหาของโปรแกรม

ในงานวิจัยนี้ได้มีการพัฒนาโปรแกรมเพื่อทำนายค่าต่างๆจึงได้มีการวางโครงสร้างของตัวโปรแกรมโดยให้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเรียกใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปที่ถูกพัฒนาโดย MATLABเองหรือโปรแกรมเมอร์อื่นๆและบางส่วนผู้ทำวิจัยได้พัฒนาเองมาประมวลผลโปรแกรม โดยที่งานวิจัยสามารถแบ่งเป็นโปรแกรมหลักๆได้ดังในตารางที่ 4.1 และแบ่งฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.1 รายชื่อโปรแกรม

ชื่อโปรแกรม	การทำนาย	สมการที่เกี่ยวข้อง	ฟังก์ชันที่เกี่ยวข้อง
friction.m	ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของผิวท่อ,f	Colebrook Eq. (2.13)	XGX.m, LI.m, NR.m
SRK.m	ปริมาตรเฉพาะของก๊าซ	Soave-Redlich Kwong (2.17)	NRpoly,m
pipeoptim.m	หาค่าเหมาะสมที่สุดของท่อส่ง เช่น	ฟังก์ชันจุดประสงค์ของต้นทุนรวม (3.41)	fmincon.m,objfun.m, nonlcon.m

โปรแกรมทั้ง 3 ข้างต้นนี้จะแยกอิสระจากกัน การเรียกใช้โปรแกรมนี้สามารถทำได้โดยการพิมพ์ชื่อโปรแกรม เช่น pipeoptim ไม่จำเป็นต้องเติม .m ลงไปใน Command Window ของ MATLAB หลังจากนั้น MATLAB จะทำการเรียกโปรแกรมออกมาให้ผู้ใช้ใช้งาน โดยที่ในแต่ละโปรแกรมจะทำการเรียกฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องมาทำการประมวลผล โดยมีลักษณะขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมสามารถสรุปได้อย่างคร่าวๆดังในรูปที่ 4.1 , 4.2 และ 4.3

ตารางที่ 4.2 รายชื่อฟังก์ชัน

ชื่อฟังก์ชัน	กรรมวิธี	รายละเอียด
XGX.m	Successive	แก้สมการไม่เชิงเส้นที่ 3.3
LI.m	Linear interpolation	แก้สมการไม่เชิงเส้นที่ 3.2
NR.m	Newton Raphson	แก้สมการไม่เชิงเส้นที่ 3.1
Colebrookg.m		แก้สมการ Colebrook
Colebrook.m		แก้สมการ Colebrook
Objfun.m		ฟังก์ชันจุดประสงค์
Nonlcon.m		เงื่อนไขบังคับแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชัน objfun

เนื่องจากโปรแกรม pipeoptim จะช่วยหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรโดยมีเงื่อนไขบังคับ จะใช้สมการ Khun-Tucker (KT) เป็นพื้นฐานของกรรมวิธี Sequential Quadratic Programming (SQP) ในการแก้ปัญหา โดยโปรแกรมสามารถเรียกฟังก์ชัน fmincon ใน Optimization Toolbox ของ MATLAB เพื่อเข้าทำการแก้สมการ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ fmincon ในระดับ Medium Scale ในการแก้ปัญหา โดยฟังก์ชันนี้จะมีการคำนวณซ้ำเพื่อหา ค่าเมตริซ์เฮสเซียน ,แก้ปัญหาสมการเมตริกซ์กำลังสอง ,linesearch and merit function

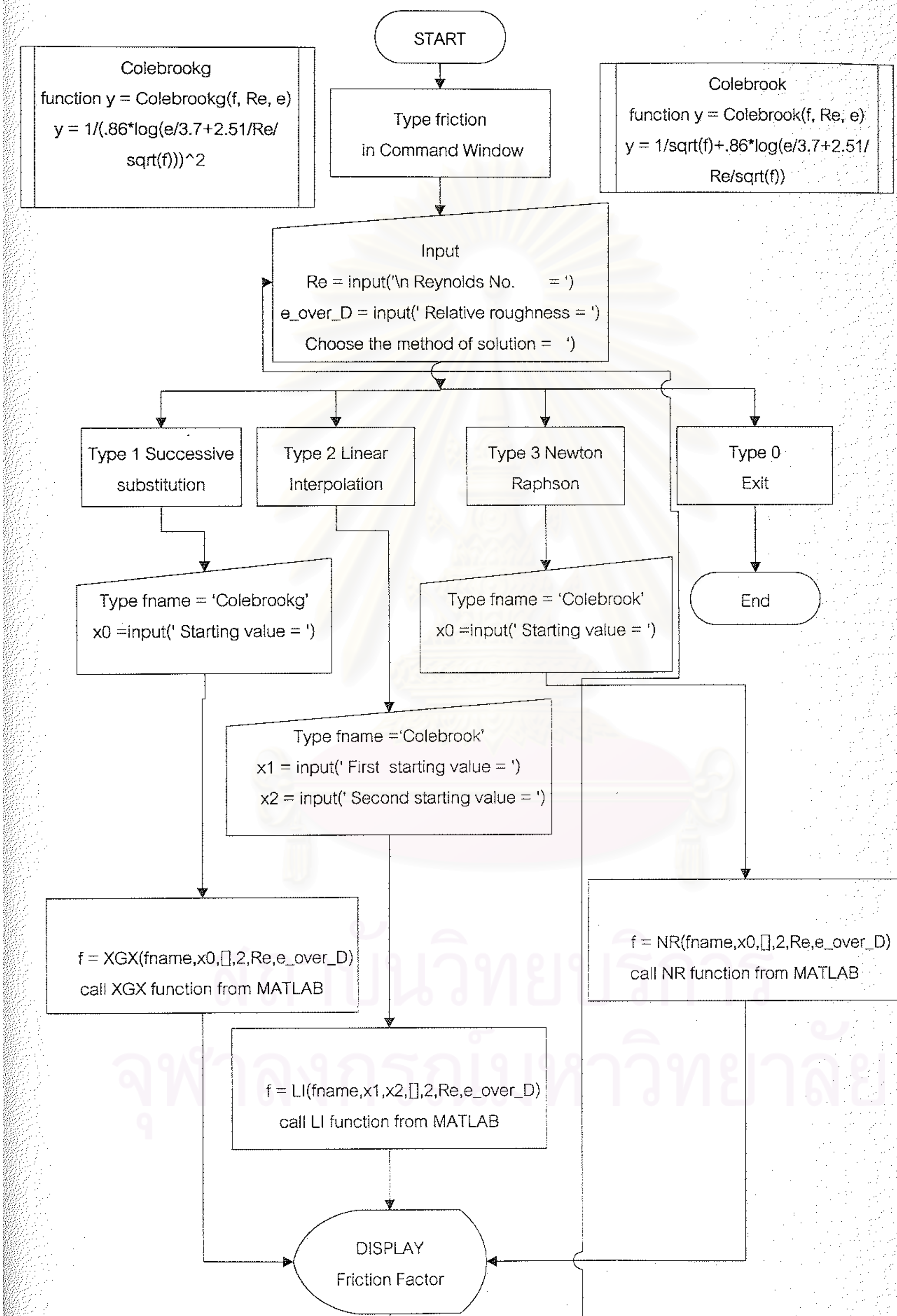
4.2 การใช้โปรแกรม

เนื่องจากได้แบ่งเป็นโปรแกรมหลักๆออกเป็นแต่ละโปรแกรมแยกออกจากกัน หลังจากได้เรียกโปรแกรมออกมาแล้ว ลักษณะของการทำงานของแต่ละโปรแกรมจะให้ผู้ใช้ผู้ใช้ต้องป้อนค่าลงไปในแต่ละโปรแกรม

โดยที่โปรแกรม”friction.m” จะต้องป้อนค่าดังในตารางที่ 4.3 และจะได้ผลลัพธ์เป็น f คือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ

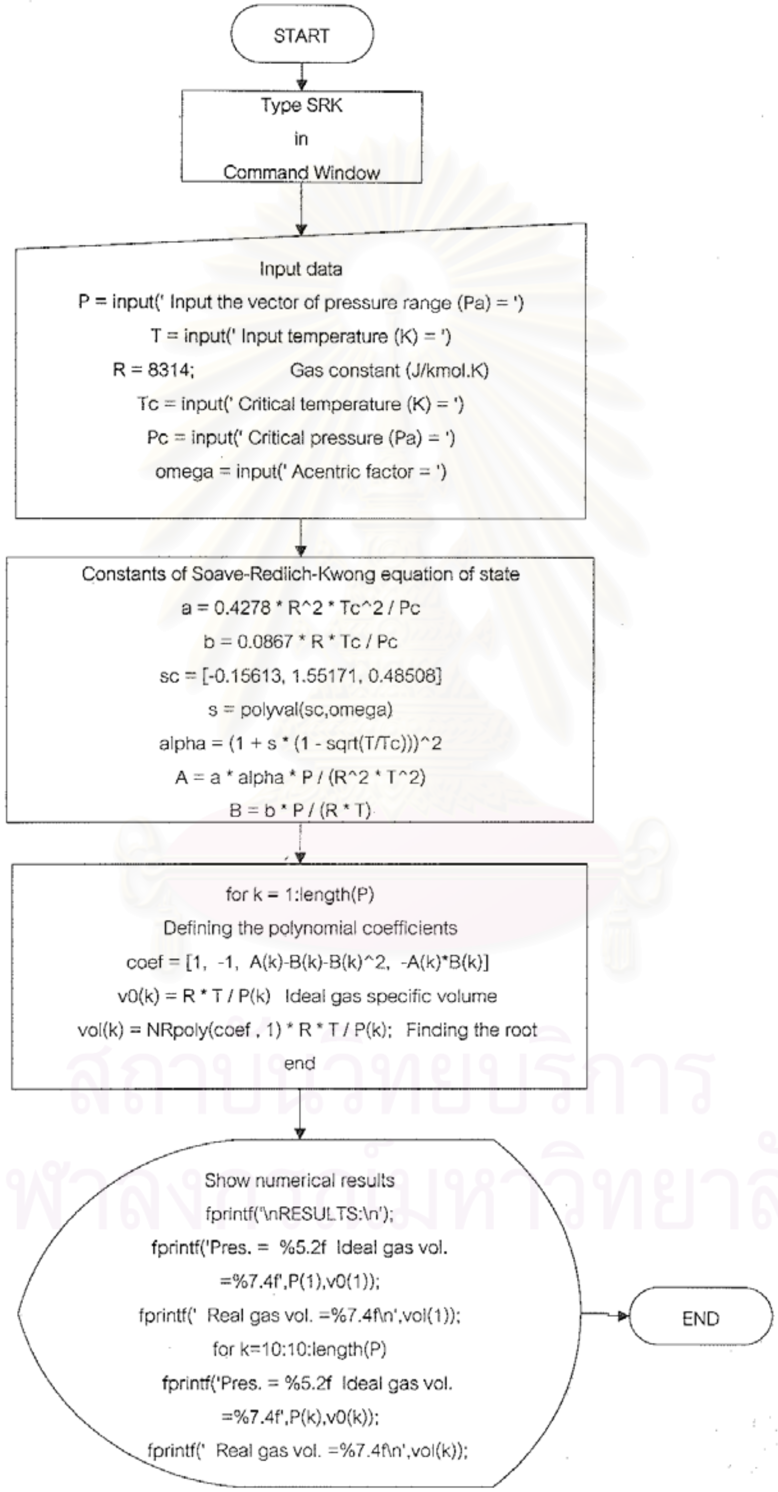
รูปที่ 4.1

This program calculates the friction factor from the Colebrook equation using the Successive Substitution , the Linear Interpolation,and the Newton-Raphson methods.



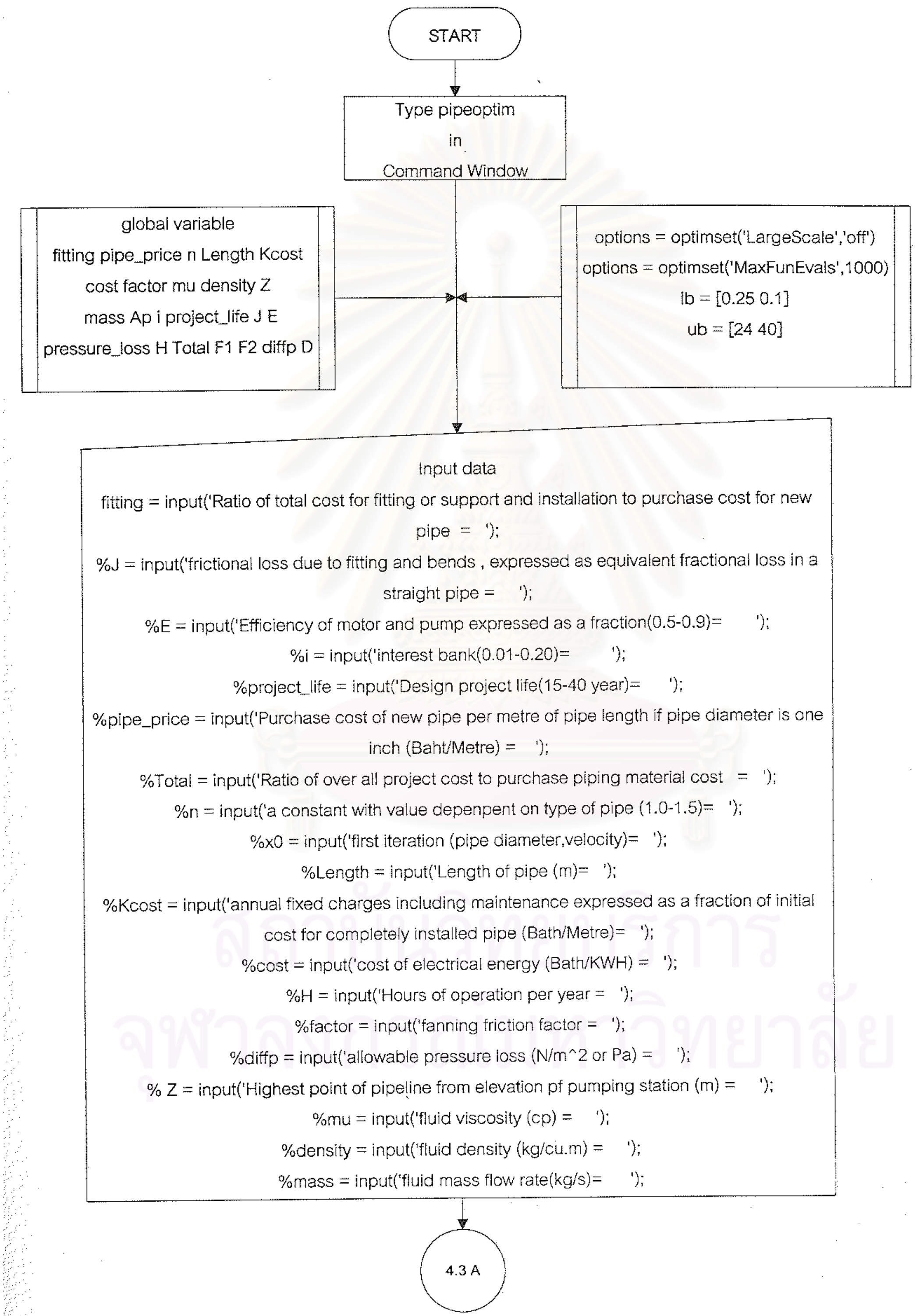
รูปที่ 4.2

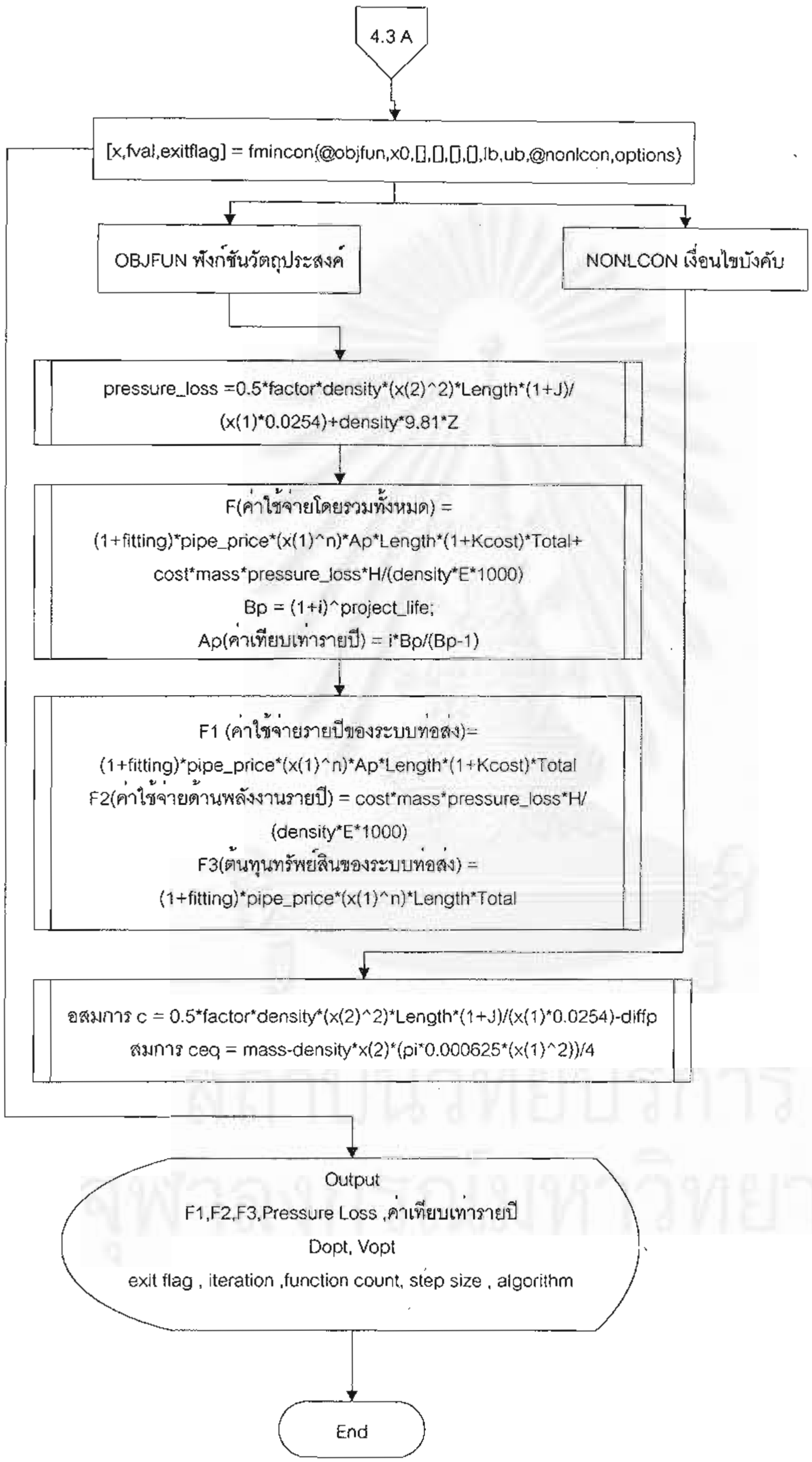
This program calculates the real gas specific volume from the SRK equation of state using the Newton-Raphson method for calculating the roots of a polynomial.



รูปที่ 4.3

This program calculates the optimum pipe and velocity volume by optimization method




4.3 A
[x,fval,exitflag] = fmincon(@objfun,x0,[],[],[],[],lb,ub,@nonlcon,options)
OBJFUN ฟังก์ชันวัตถุประสงค์
NONLCON เงื่อนไขบังคับ
pressure_loss =0.5*factor*density*(x(2)^2)*Length*(1+J)/(x(1)*0.0254)+density*9.81*Z
F(ค่าใช้จ่ายโดยรวมทั้งหมด) =
(1+fitting)*pipe_price*(x(1)^n)*Ap*Length*(1+Kcost)*Total+
cost*mass*pressure_loss*H/(density*E*1000)
Bp = (1+i)^project_life;
Ap(ค่าเทียบเท่ารายปี) = i*Bp/(Bp-1)
F1 (ค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อส่ง)=
(1+fitting)*pipe_price*(x(1)^n)*Ap*Length*(1+Kcost)*Total
F2(ค่าใช้จ่ายด้านพลังงานรายปี) = cost*mass*pressure_loss*H/(density*E*1000)
F3(ต้นทุนทรัพย์สินของระบบท่อส่ง) =
(1+fitting)*pipe_price*(x(1)^n)*Length*Total
อสมการ c = 0.5*factor*density*(x(2)^2)*Length*(1+J)/(x(1)*0.0254)-diffp
สมการ ceq = mass-density*x(2)*(pi*0.000625*(x(1)^2))/4
Output
F1,F2,F3,Pressure Loss ,ค่าเทียบเท่ารายปี
Dopt, Vopt
exit flag , iteration ,function count, step size , algorithm
End

ตารางที่ 4.3 สิ่งที่ป้อนค่าของโปรแกรม friction.m

ป้อนค่า	ทางเลือก	ป้อนค่าฟังก์ชัน	ป้อนค่าเริ่มแรก/ตัวอย่าง
N_{Re} และ $\dfrac{\varepsilon}{D}$	1 Successive	'Colebrookg'	Starting value = 0.01
	2 Linear interpolation	'Colebrook'	First starting value = 0.01
			Second starting value = 0.03
	3 Newton Raphson	'Colebrook'	Starting value = 0.01
	0 ออกจากโปรแกรม		

โปรแกรม SRK จะต้องป้อนค่าและแสดงผลลัพธ์ดังในตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 สิ่งที่ป้อนค่าและผลลัพธ์ของโปรแกรมSRK

ป้อนค่า (Input)	ผลลัพธ์
P = ความดัน หน่วย (Pa)	ความดัน Pa
T = อุณหภูมิสัมบูรณ์ (K)	ปริมาตรก๊าซทางอุดมคติ m^3
Tc = อุณหภูมิวิกฤต (K)	ปริมาตรก๊าซตามจริง m^3
Pc = ความดันวิกฤต (Pa)	
Omega = Acentric factor	

โปรแกรม pipeoptim.m นี้จะหาขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม pipeoptim.m นี้จะเขียนขึ้นโดยใช้ medium scale algorithm ที่อยู่ใน Matlab ซึ่งขั้นตอนกระบวนการนี้จะมีความถูกต้องและประสิทธิภาพสูง โดยที่โปรแกรม pipeoptim จะต้องป้อนค่าและแสดงผลลัพธ์ดังในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 สิ่งที่ป้อนค่าและผลลัพธ์ของโปรแกรมpipeoptim

ป้อนค่า (Input)	ผลลัพธ์
X ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อในกรณีขนาดท่อ 1นิ้ว,บาท/เมตร	Xตำแหน่งที่ให้คำตอบของการออปติไมซ์ถ้า Exitflag > 0 โดยแสดง x= D_{opt} v_{opt}
n ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ (1.1-1.6)	D_{opt} ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ (นิ้ว)
F ค่าใช้จ่ายของวัสดุและการติดตั้งของข้อต่อ, ที่รองรับท่อ คิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง	v_{opt} ความเร็วของของไหลที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ (m/s)
K_Fสัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	fval ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ตำแหน่งคำตอบ x .ในที่นี้ คือ ค่าใช้จ่ายของระบบท่อรายปี(บาท)
T สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมดเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ	Exitflag แสดงถึง เงื่อนไขของการออกของผลลัพธ์ >0 ฟังก์ชันสามารถลู่เข้าหาคำตอบที่ x ได้ 0 จำนวนการคำนวณการกระทำซ้ำ หรือการประเมินค่าของฟังก์ชันได้เกินค่าที่กำหนดไว้แล้ว <0 ฟังก์ชันไม่สามารถลู่เข้าหาคำตอบได้
N อายุการใช้งานของโครงการหรือระยะเวลาที่จะเปรียบเทียบ	Stepsize ขนาดการก้าว
i อัตราดอกเบี้ยเงินกู้	lb สำหรับขอบเขตล่าง
E ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในรูปอัตราส่วน	ub สำหรับขอบเขตบน

L ความยาวของท่อ (m)	c ผลลัพธ์ของเงื่อนไขบังคับอสมการ
J ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head) จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง	ceq ผลลัพธ์ของเงื่อนไขบังคับสมการ
μ_c ความหนืดของของไหล (kg/m.s)	ต้นทุนระบบท่อคิดเป็นค่าใช้จ่ายรายปี(บาท)
ρ ความหนาแน่นของของไหล(kg/m^3)	ต้นทุนค่าใช้จ่ายพลังงานรายปี(บาท)
Δp_a ความดันลดที่อนุญาตให้เกิด(Pa)	Δp ความดันลดที่เกิดขึ้นในระบบ (Pa)
m อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s	Iterations จำนวนการกระทำซ้ำของขั้นตอน
H_y จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี	Algorithm ขั้นตอนกระบวนการที่ใช้
K ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh	FuncCount จำนวนการคำนวณ
f ค่าประมาณการเริ่มแรก friction factor โดยได้ผลลัพธ์มาจากโปรแกรม friction	
ค่าประมาณการเริ่มแรก:ขนาดท่อ(นิ้ว), ความเร็ว(m/s)	

ลักษณะของการทำงานของโปรแกรม pipeoptim จะที่แสดงใน command line ใน MATLAB จะแสดงเป็นไปดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

ส่วนที่ป้อนค่า (Input Section)

Find Optimum Pipe diameter by fmincon function

Ratio of total cost for fitting or support and installation to purchase cost for new pipe = 0.3

frictional loss due to fitting and bends , expressed as equivalent fractional loss in a straight pipe = 0.3

Efficiency of motor and pump expressed as a fraction(0.5-0.9)= 0.7

interest bank(0.01-0.20)= 0.06

Design project life(15-40 year)= 20

Purchase cost of new pipe per metre of pipe length if pipe diameter is one inch

(Baht/Metre) = 63

Ratio of over all project cost to purchase piping material cost = 3

a constant with value depenpent on type of pipe (1.0-1.5)= 1.3

first iteration (pipe diameter,velocity)= [6 1]

Length of pipe (m)= 3000

annual fixed charges including maintenance expressed as a fraction of initial cost for

completely installed pipe (Bath/Metre)= 0.03

cost of electrical energy (Bath/KWH) = 2

Hours of operation per year = 7670

allowable pressure loss (N/m^2 or Pa) = 1000000

fluid viscosity (kg/m.s) = 0.0008

fluid density (kg/cu.m) = 1000

fluid mass flow rate(kg/s)= 12.5

factor = 0.022

ส่วนแสดงผล (Result Section)

โดยมีการแสดงผลเป็นไปดังนี้

Calculate the non linear constrain

เงื่อนไขบังคับอสมการ c = -4.9816e+005

เงื่อนไขบังคับสมการ ceq = -1.9011e-011

Calculate pipe line cost

pressure_loss = 2.0184e+005 kpa

ค่าเทียบเท่ารายปี Ap = 0.0937

Optimization terminated successfully:

Search direction less than 2*options.TolX and

maximum constraint violation is less than options.TolCon

Active Constraints:1

x =   ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ 6.4436 นิ้ว ,

ความเร็วของของไหลภายในท่อ   1.7317 เมตร/ วินาที

ค่าใช้จ่ายรายปีด้านต้นทุนสินทรัพย์ของระบบท่อส่ง F1 = 4.9320e+005 บาท

ค่าใช้จ่ายรายปีด้านพลังงานของระบบท่อส่ง F2 = 1.2823e+005 บาท

ค่าใช้จ่ายรายปีทั้งหมดของระบบท่อ fval = 6.2142e+005 บาท

exitflag =   1

output =

iterations: 20

funcCount: 147

stepsize: 1

algorithm: 'medium-scale: SQP, Quasi-Newton, line-search'

4.3 บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงลักษณะขั้นตอนการทำงานและการใช้งานของโปรแกรม ซึ่งต้องการค่าที่ต้องป้อนให้กับโปรแกรมในแต่ละโปรแกรม และแสดงผลลัพธ์ของแต่ละโปรแกรม การใช้งานของโปรแกรมถูกออกแบบมาเพื่อผู้ที่มีความรู้เกี่ยวกับการออกแบบระบบท่อใช้งาน

ในบทต่อไปจะกล่าวถึงผลลัพธ์ของการทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโปรแกรม ซึ่งจะกล่าวถึงการตั้งขอบข่ายควบคุมผลลัพธ์ การนำผลลัพธ์ไปใช้งาน และการทดสอบความไว

บทที่ 5
การทดสอบรูปแบบแทนระบบและผลลัพธ์

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลลัพธ์ของการทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโปรแกรม ซึ่งจะกล่าวถึงการตั้งขอบข่ายควบคุมผลลัพธ์ การทดสอบความไวของตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ต่างๆ รวมทั้งการนำผลลัพธ์ไปใช้งาน

5.1 การตั้งขอบข่ายควบคุมผลลัพธ์ (Establishing controls over the solutions)

ก่อนที่จะทดสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อที่จะหาผลลัพธ์ของระบบ จำเป็นที่ต้องตั้งข้อสมมุติฐานหรือสิ่งคาดการณ์ที่สามารถแสดงถึงความถูกต้องของผลลัพธ์ เพื่อที่จะกำหนดขอบข่ายควบคุมผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ได้ดังตาราง 5.1

ตารางที่ 5.1 ข้อสมมุติฐานของคำตอบที่ควรจะได้และการตั้งเงื่อนไขควบคุม

คำตอบที่ถูกควรจะได้	เงื่อนไขควบคุม	หมายเหตุ
$D_{opt} > 0$	X(1) = D Lower bound = 0.25 inch Upper bound =24 inch	เพื่อสอดคล้องกับภาคอุตสาหรรมที่มีขนาดท่อตั้งแต่ 1/8 นิ้ว to 48 นิ้ว แต่ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะตั้งขอบข่ายไว้เฉพาะขนาดท่อตั้งแต่ 1/4 นิ้ว to 24 นิ้ว เนื่องจากมีข้อมูลราคาครบถ้วน
$v_{opt} > 0$	X(2) = v Lower bound = 0.1 m/s Upper bound =40 m/s	เพื่อสอดคล้องกับความเป็นจริงภาคอุตสาหรรมสามารถใช้งานทั้งของเหลวและก๊าซ
$\Delta p \leq \Delta p_a$	อสมการใน nonlcon	เพื่อสอดคล้องกับความเป็นจริง ความดันลดที่เกิดขึ้นในระบบต้องน้อยกว่าความดันที่อนุญาต
Fval ,ต้นทุนระบบท่อและ ,ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับพลังงาน > 0		ต้นทุนค่าใช้จ่ายต่างๆต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ

Exitflag > 0		เงื่อนไขในตัวเองของฟังก์ชัน fmincon ใน MATLAB

ข้อสำคัญ ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม pipeoptim นั้น ต้องไม่ขัดแย้งกฎเกณฑ์ที่ตั้งไว้ข้างบน และจะต้องสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่ตั้งไว้ทุกข้อด้วย เพื่อที่จะได้ผลลัพธ์ที่สามารถเชื่อถือได้

5.2 **การทดสอบรูปแบบแทนระบบและผลลัพธ์** (Testing the Model and Solution)

การทดสอบรูปแบบแทนระบบและผลลัพธ์ของแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่แทนระบบใช้วิธีวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันต่อเนื่อง (sensitivity analysis of continuous function) คือ การเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปร ซึ่งถือเป็นค่าที่เป็น input parameter และตรวจสอบผลลัพธ์จาก output ว่ายังมีความถูกต้องมากน้อยมากแค่ไหน

โดยทั่วไปเราจะไม่สามารถกำหนดประเมินเชิงปริมาณสำหรับค่าตัวแปรซึ่งอยู่ในสมการเป้าหมายได้ทุกค่า การใช้สมมุติฐานจึงจำเป็นอย่างยิ่งในการช่วยให้เกิดรูปแบบปัญหาเพื่อการตัดสินใจ ซึ่งมีประโยชน์และเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงจะช่วยให้สามารถกำหนดได้ว่า สมมุติฐานดังกล่าวจะใช้ภายใต้เงื่อนไขอย่างไรบ้าง

ในกรณีศึกษานี้จะวิเคราะห์ความไวของระบบต่อพารามิเตอร์ต่างๆ โดยจะศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆต่อฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเมื่อพารามิเตอร์แต่ละตัวนั้นมีการเบี่ยงเบนหรือเปลี่ยนไป 0.5 ถึง 1.6 เท่าจากค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้

$$K = \frac{TVC}{TVC_o} \qquad (5.1)$$

TVC เป็นต้นทุนรวมที่เกิดขึ้น

TVC_o เป็นต้นทุนรวมต่ำสุดจากผลลัพธ์การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

K ค่าอัตราส่วนของความไวต่อการเปลี่ยนแปลง

$$x = Wx^{opt} \qquad (5.2)$$

W ค่าผลลัพธ์ผิดพลาดไปจากค่าผลลัพธ์ตามเป้าหมาย

x^{opt} ตัวแปรที่ตำแหน่งค่าเหมาะสมที่สุด

x^{ref} ตัวแปรที่ตำแหน่งอ้างอิง

x ตัวแปรที่ตำแหน่งใดๆ

วิธีวิเคราะห์ความไวจะเริ่มจากการกำหนดให้พารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงไปเดิม ต่อจากนั้นทำการออปติไมซ์เพื่อหาตัวแปรออกแบบที่เหมาะสมที่ทำให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำที่สุดเมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงไป 0.5 –1.6 ตามลำดับ โดยโปรแกรมจะทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดของตัวแปร เช่น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ความเร็วของการไหลและ ขนาดความดันลดที่เกิดขึ้นที่ทำให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำที่สุด

ในวิทยานิพนธ์นี้จะวิเคราะห์ความไวของระบบต่อพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, ความเร็วของการไหล, อัตราดอกเบี้ย ,อัตราค่าไฟฟ้า ,ความดันลดที่ยอมรับได้, ความหนืดของของไหล,อัตราการไหล,ความหนาแน่นของของไหล,อัตราค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน, อายุการใช้งานของโครงการ,อัตราดอกเบี้ยเงินกู้,ความยาวของท่อ และอื่นๆ ดังในตารางที่ 5.4 ถึง 5.24 วิธีวิเคราะห์ความไวจะใช้สมการที่ 5.1 และ 5.2 ในการหาค่าอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม โดยในงานวิจัยนี้จะขอยกกรณีตัวอย่างที่เป็นงานจริงที่มีข้อกำหนดเป็นรายละเอียดดังในตาราง 5.2

ตารางที่ 5.2 ข้อกำหนดสำหรับกรณีศึกษาในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบท่อส่ง

รายการ	ค่าที่ป้อน
X ราคาท่อใหม่ต่อความยาวท่อในกรณีขนาดท่อ1นิ้ว,บาท/เมตร	63 บาท/เมตร สำหรับท่อcarbon steel ERW API 5 L Gr.B/A106 GR.B sch 40
n ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ (1.1-1.6)	1.3
F ค่าใช้จ่ายของวัสดุและการติดตั้งของข้อต่อ, ที่รองรับท่อ คิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง	0.3
K_Fสัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	0.03
T สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมด เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ	3

N อายุการใช้งานของโครงการ	20
i อัตราดอกเบี้ยเงินกู้	6% =0.06
E ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในรูปอัตราส่วน	0.7
L ความยาวของท่อ (m)	3000
J ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head) จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง	0.3
μ_c ความหนืดของของไหล(kg/m.s)	0.0008(ของเหลว)/0.000015(ก๊าซ)
ρ ความหนาแน่นของของไหล(kg/m^3)	1000(ของเหลว)/2(ก๊าซ)
Δp_a ความดันลดที่อนุญาตให้เกิด(Pa)	1000000
m อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s	12.5(ของเหลว)/2(ก๊าซ)
H_y จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี	7670
K ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh	2
f ค่าประมาณการเริ่มแรก friction factor โดยได้ผลลัพธ์มาจากโปรแกรม friction	0.022(ของเหลว)/0.0202(ก๊าซ)
ค่าประมาณการเริ่มแรก:ขนาดท่อ(นิ้ว),ความเร็ว(m/s)	6 นิ้ว,1m/s

จากข้อกำหนดในตารางที่ 5.3 ทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบท่อส่งทั้งของเหลวและก๊าซโดยใช้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาทำนายหาค่าความเหมาะสมที่สุดของระบบท่อจะได้ผลดังในตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 ผลลัพธ์ของการหาค่าเหมาะสมที่สุดของข้อกำหนดในตารางที่ 5.2

ตัวแปรที่ตำแหน่งออปติไมซ์	ของเหลว	ก๊าซ
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ(นิ้ว)	5.8722	17.4076

ความเร็วของของไหล (เมตร/วินาที)	0.7385	6.7228
ความดันลดที่เกิดขึ้น (ปาสคาล)	627,450	32211
ผลรวมทั้งหมดค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งหมด(บาท)	832,930	3,420,900
ค่าใช้จ่ายรายปีของต้นทุนสินทรัพย์ระบบท่อทั้งหมด (บาท)	661,100	2,715,010
ค่าใช้จ่ายรายปีด้านพลังงานของเครื่องสูบน้ำ (บาท)	171,830	705,890
ค่าใช้จ่ายของโครงการระบบท่อส่ง (บาท)	7,361,400	30,233,000

ตารางที่ 5.4 ถึง 5.22 ได้แสดงผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ความไวต่อตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของการหาค่าเหมาะสมที่สุดของของเหลว และตารางที่ 5.23 ได้แสดงผลลัพธ์ของการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราการไหลกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวมของก๊าซ โดยในงานวิจัยนี้จะทำการออปติไมซ์เพื่อหาตัวแปรออกแบบที่เหมาะสมที่ทำให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำที่สุดเมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงไป 0.5 –1.6 เท่า หรือ 0.9 – 1.1เท่า ตามลำดับ โดยโปรแกรมจะทำการหาค่าเหมาะสมที่สุดของตัวแปร เช่น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ความเร็วของการไหลและ ขนาดความดันลดที่เกิดขึ้นที่ทำให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่าต่ำที่สุด

ตารางที่ 5.4 การเปลี่ยนแปลงขนาดท่อส่งกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	6.9253	1.1	1.0265
0.6	3.0622	1.2	1.0889
0.7	1.7269	1.3	1.1718
0.8	1.2235	1.4	1.2675
0.9	1.0415	1.5	1.3717

1.0	1.0000	1.6	1.4819

ตารางที่ 5.5 การเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วของการไหลกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	1.2783	1.1	1.0079
0.6	1.1962	1.2	1.0305
0.7	1.0853	1.3	1.0669
0.8	1.0357	1.4	1.1163
0.9	1.0085	1.5	1.1785
1.0	1.0000	1.6	1.2529

ตารางที่ 5.6 การเปลี่ยนแปลงค่าอัตราการไหลกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.6511	1.1	1.0608
0.6	0.7289	1.2	1.1950
0.7	0.8019	1.3	1.1764
0.8	0.8720	1.4	1.2316
0.9	0.9369	1.5	1.2853
1.0	1.0000	1.6	1.3371

ตารางที่ 5.7 การเปลี่ยนแปลงค่าความหนาแน่นกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	1.3312	1.1	0.9614

0.6	1.3240	1.2	0.9275
0.7	1.1593	1.3	0.9303
0.8	1.0964	1.4	0.8708
0.9	1.0444	1.5	0.8463
1.0	1.0000	1.6	0.8240

ตารางที่ 5.8 การเปลี่ยนแปลงค่าราคาไฟฟ้ากับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.8682	1.1	1.0199
0.6	0.9000	1.2	1.0383
0.7	0.9290	1.3	1.0556
0.8	0.9551	1.4	1.0719
0.9	0.9785	1.5	1.0873
1.0	1.0000	1.6	1.1018

ตารางที่ 5.9 การเปลี่ยนแปลงค่าความหนืดของของไหลกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.9884	1.1	1.0023
0.6	0.9908	1.2	1.0045
0.7	0.9931	1.3	1.0067
0.8	0.9958	1.4	1.0089
0.9	0.9977	1.5	1.0111

1.0	1.0000	1.6	1.0226

ตารางที่ 5.10 การเปลี่ยนแปลงค่าราคาท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.5769	1.1	1.0786
0.6	0.6667	1.2	1.1557
0.7	0.7535	1.3	1.2318
0.8	0.8377	1.4	1.3062
0.9	0.9198	1.5	1.3796
1.0	1.0000	1.6	1.4521

ตารางที่ 5.11 การเปลี่ยนแปลงค่าความยาวท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.5000	1.1	1.1000
0.6	0.6000	1.2	1.2000
0.7	0.7000	1.3	1.3000
0.8	0.8000	1.4	1.4000
0.9	0.9000	1.5	1.5000
1.0	1.0000	1.6	1.6000

ตารางที่ 5.12การเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.8667	1.1	1.0199

0.6	0.9000	1.2	1.0383
0.7	0.9290	1.3	1.0556
0.8	0.9550	1.4	1.0719
0.9	0.9785	1.5	1.0873
1.0	1.0000	1.6	1.1018

ตารางที่ 5.13 การเปลี่ยนแปลงค่าอายุการใช้งานของโครงการกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	1.4221	1.1	0.9621
0.6	1.2825	1.2	0.9311
0.7	1.1816	1.3	0.9052
0.8	1.1057	1.4	0.8836
0.9	1.0468	1.5	0.8652
1.0	1.000	1.6	0.8496

ตารางที่ 5.14 การเปลี่ยนแปลงค่าตัวคูณจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมดเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาท่อส่งทั้งหมดกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.5769	1.1	1.0786
0.6	0.6667	1.2	1.1557
0.7	0.7535	1.3	1.2316
0.8	0.8377	1.4	1.3061

0.9	0.9198	1.5	1.3796
1.0	1.000	1.6	1.4521

ตารางที่ 5.15 การเปลี่ยนแปลงค่าอัตราดอกเบี้ยเงินกู้กับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.8135	1.1	1.0389
0.6	0.8496	1.2	1.0782
0.7	0.8864	1.3	1.1180
0.8	0.9237	1.4	1.1582
0.9	0.9616	1.5	1.1987
1.0	1.0000	1.6	1.2395

ตารางที่ 5.16 การเปลี่ยนแปลงตัวคูณจำนวนเท่าของท่อของค่าความดันลดเนื่องจากข้อต่อตัวกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.9750	1.1	1.0047
0.6	0.9802	1.2	1.0094
0.7	0.9853	1.3	1.0139
0.8	0.9903	1.4	1.0184
0.9	0.9952	1.5	1.0228
1.0	1.0000	1.6	1.0271

ตารางที่ 5.17 การเปลี่ยนแปลงค่าตัวคูณจำนวนเท่าของมูลค่ารวมของข้อต่อเมื่อเทียบกับมูลค่ารวมของท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.9097	1.1	1.0183
0.6	0.9260	1.2	1.0365
0.7	0.9447	1.3	1.0546
0.8	0.9632	1.4	1.0726
0.9	0.9816	1.5	1.0965
1.0	1.0000	1.6	1.1084

ตารางที่ 5.18 การเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนค่าบำรุงรักษารายปีของระบบท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.9884	1.1	1.0023
0.6	0.9907	1.2	1.0046
0.7	0.9931	1.3	1.0069
0.8	0.9954	1.4	1.0092
0.9	0.9977	1.5	1.0115
1.0	1.0000	1.6	1.0139

ตารางที่ 5.19 การเปลี่ยนแปลงค่าตัวเลขยกกำลังของท่อตามความหนาของท่อกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$

0.9	0.8291	1.02	1.0370
0.92	0.8615	1.04	1.0750
0.94	0.8947	1.06	1.1140
0.96	0.9289	1.08	1.1540
0.98	0.9640	1.10	1.1950
1.0	1.0000	1.12	1.2371

ตารางที่ 5.20 การเปลี่ยนแปลงค่าความดันอนุญาตกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{opt}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	1.0536	1.1	1.000
0.6	1.0302	1.2	1.000
0.7	1.0152	1.3	1.000
0.8	1.0061	1.4	1.000
0.9	1.0014	1.5	1.000
1.0	1.000	1.6	1.000

หมายเหตุ ในกรณีนี้ สมมุติให้ความดันลดในระบบท่อที่อนุญาตให้เกิดในระบบเป็นค่าคงที่ ดังนั้น ในช่วง 1.1 ถึง 1.6 จะขัดแย้งกับสมมุติฐาน

ตารางที่ 5.21 การเปลี่ยนแปลงเวลาของระบบปฏิบัติการกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.8682	1.1	1.020
0.6	0.8999	1.2	

0.7	0.9290	1.3	
0.8	0.9550	1.4	
0.9	0.9785	1.5	
1.0	1.000	1.6	

หมายเหตุ ในช่วง 1.2 ถึง 1.6 เท่านั้น จะเกินจำนวนชั่วโมงใน 1 ปี

ตารางที่ 5.22 การเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.9	1.0220	1.02	0.9959
0.92	1.0174	1.04	0.9919
0.94	1.0129	1.06	0.9881
0.96	1.0085	1.08	0.9842
0.98	1.0042	1.10	0.9805
1.0	1.0000	1.12	0.9769

หมายเหตุ ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำจะเปลี่ยนแปลงไม่มากจะอยู่ในช่วง 0.6 ถึง 0.8 สำหรับเครื่องสูบน้ำใหญ่ และ 0.2 ถึง 0.6 สำหรับเครื่องสูบน้ำขนาดเล็ก

ตารางที่ 5.23 การเปลี่ยนแปลงค่าอัตราการไหลกับอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม(ก๊าซ)

$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$	$W=x/x^{ref}$	$K = TVC/TVC_o$
0.5	0.6511	1.1	1.0608
0.6	0.7289	1.2	1.1950
0.7	0.8019	1.3	1.1764

0.8	0.8720	1.4	1.2316
0.9	0.9369	1.5	1.2853
1.0	1.0000	1.6	1.3371

5.3 วิเคราะห์ผลของการหาค่าเหมาะสมที่สุด

จากตารางที่ 5.4 ถึง 5.23 แล้ว จะสามารถสรุปความไวของพารามิเตอร์ต่างๆได้ดังในตารางที่ 5.24 และ ตารางที่ 5.25 และ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.1 ถึง 5.4

ตารางที่ 5.24 สรุปความไวของพารามิเตอร์

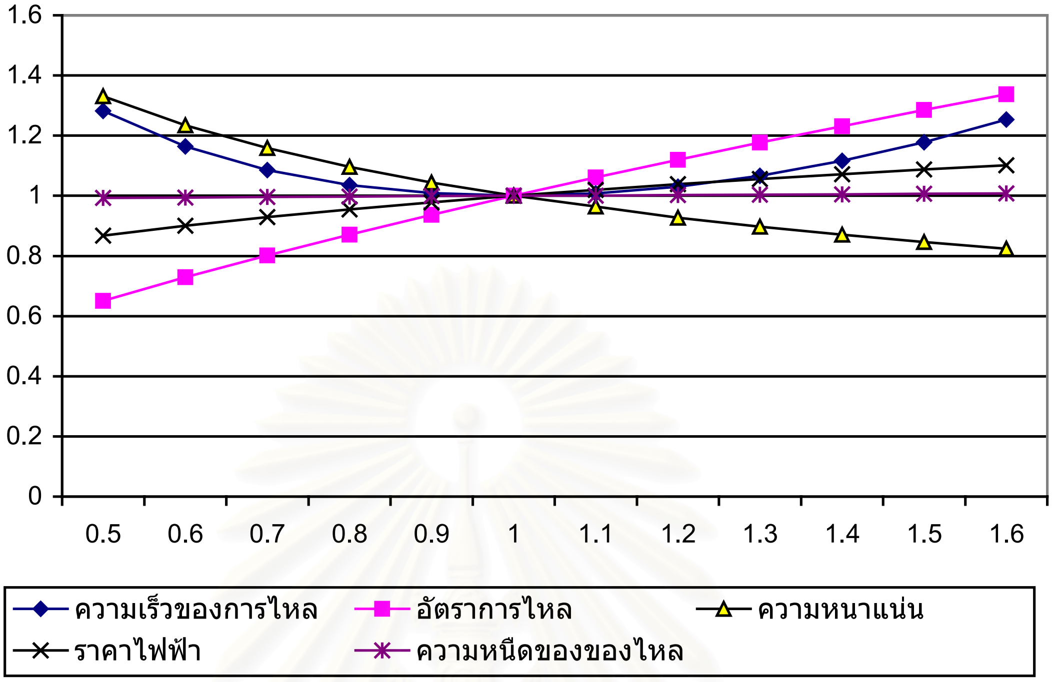
พารามิเตอร์	ค่าความไว(0.5 –1.5)
D ขนาดท่อส่ง	6.9253 – 1.3717
V ความเร็วของการไหล	1.2783 – 1.1785
m อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s	0.6511 – 1.2853
ρ ความหนาแน่นของของไหล(kg/m^3)	1.3312 – 0.8463
K ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh	0.8682 – 1.0873
μ_c ความหนืดของของไหล(kg/m.s)	0.9884 – 1.0111
X ราคาท่อ	0.5769 - 1.3796
L ความยาวของท่อ (m)	0.5000 – 1.5000
f ค่าประมาณการเริ่มแรก friction factor โดยได้ผลลัพธ์มาจากโปรแกรม friction	0.8667 – 1.0873
N อายุการใช้งานของโครงการ	1.4221 – 0.8652

F ค่าใช้จ่ายของวัสดุและการติดตั้งของข้อต่อ, ที่รองรับท่อคิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง	0.9097 – 1.0965
K_Fสัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	0.9884 -1.0115
T สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมด เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ	0.5769 – 1.3796
i อัตราดอกเบี้ยเงินกู้	0.8135 –1.1987
J ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head) จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง	0.9750 – 1.0228

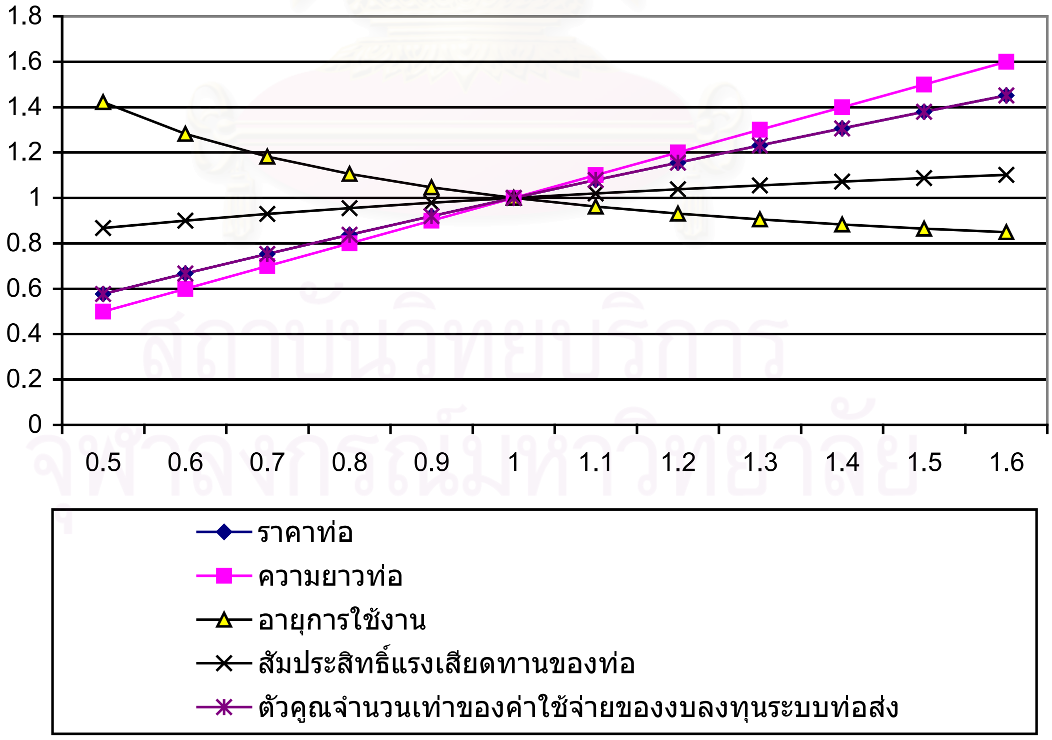
ตารางที่ 5.25 สรุปความไวของพารามิเตอร์

พารามิเตอร์	ค่าความไว
n ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ (0.9-1.1)	0.8291 – 1.1950
Δp_a ความดันลดที่อนุญาตให้เกิด(Pa) (0.5 – 1.0)	1.0536 – 1.0000
H_y จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี (0.5 – 1.1)	0.8682 – 1.020
E ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในรูปอัตราส่วน (0.9 – 1.10)	1.0220 – 0.9805

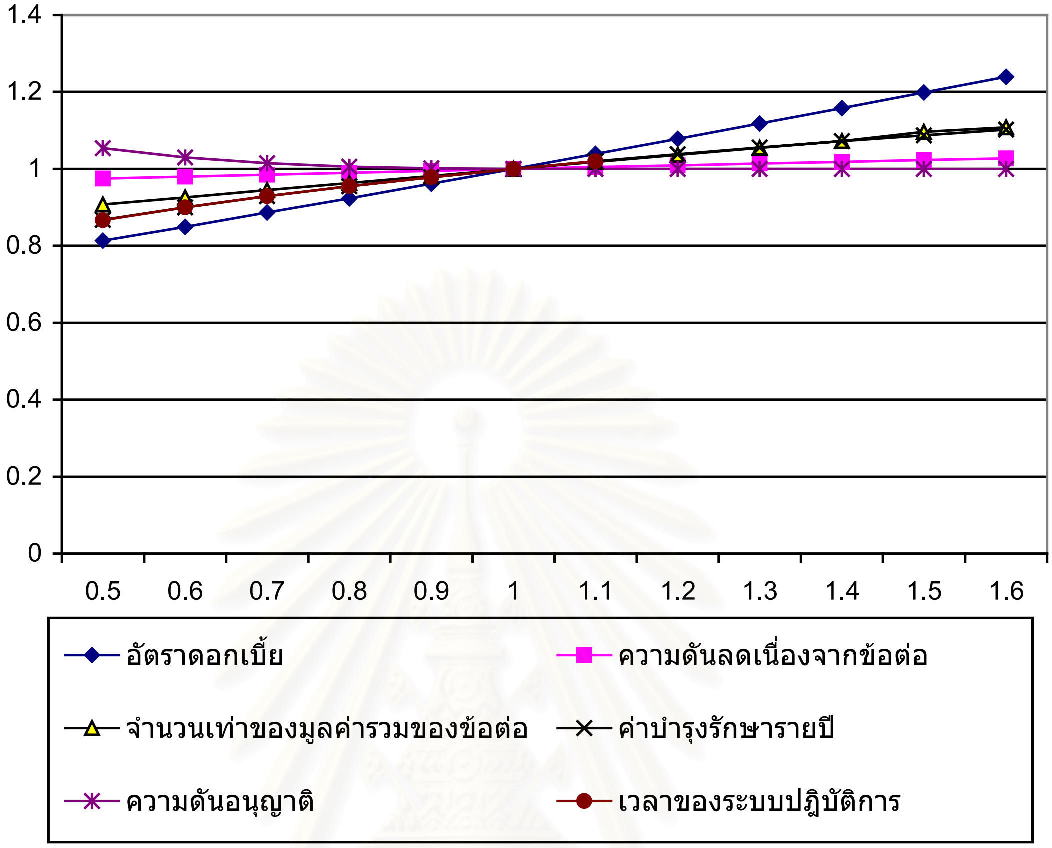
รูปที่ 5.1 ภาพอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม



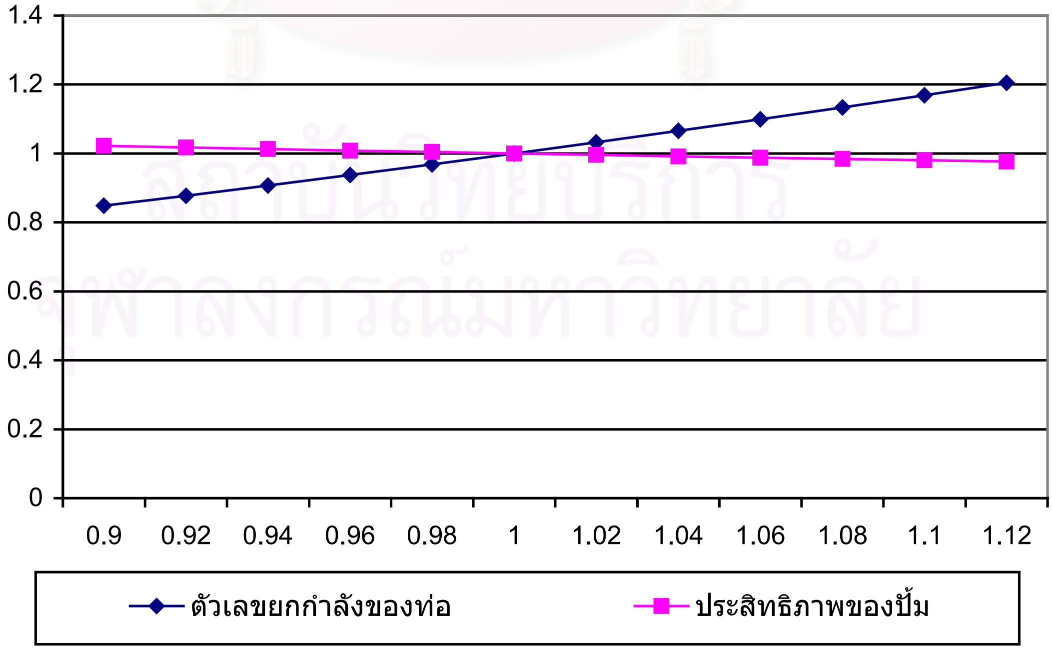
รูปที่ 5.2 ภาพอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม



รูปที่ 5.3 ภาพอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม



รูปที่ 5.4 ภาพอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวม



จากตารางที่ 5.24 และ 5.25 และรูปที่ 5.1 ถึง 5.4 จะสามารถสรุปได้ว่า

1. ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีความไวกับตัวแปรออกแบบที่เรากำหนดเรียงจากมากไปหาน้อย คือ ขนาดท่อส่ง ,ความเร็วของการไหล และ ความดันที่อนุญาตให้เกิดขึ้นในระบบ

2. ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีความไวกับค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ คือ อัตราการไหลโดยน้ำหนัก , ความหนาแน่น ,ราคาท่อ,ความยาวท่อ อายุการใช้งานของโครงการ สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนต่อราคาท่อทั้งหมด ,ค่าคงที่ของตัวเลขยกกำลังของท่อ

3. ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายไม่มีความไวกับค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ คือ ความหนืดของของไหล,

จากผลลัพธ์ของการทดสอบเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์จากจุดที่กำหนดในตารางที่ 5.2 โดยกำหนดให้พารามิเตอร์อื่นๆที่ไม่ได้ศึกษาให้คงที่โดยโปรแกรมสามารถสรุปความสัมพันธ์ของค่าต่างๆได้ดังตารางที่ 5.26

ตารางที่ 5.26 ความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์กับฟังก์ชันจุดประสงค์

พารามิเตอร์ (เมื่อปรับให้มีค่ามากขึ้น)	ค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อส่ง	ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน
D ขนาดท่อส่ง	มากขึ้น	ลดลง
V ความเร็วของการไหล	ลดลง	มากขึ้น
m อัตราการไหลของของไหลโดยน้ำหนัก, kg./s	มากขึ้น	มากขึ้น
ρ ความหนาแน่นของของไหล(kg/m^3)	ลดลง	ลดลง
K ค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน , บาท/หน่วยพลังงานไฟฟ้า kWh	มากขึ้น	มากขึ้น
μ_c ความหนืดของของไหล(kg/m.s)	มากขึ้น	มากขึ้น
X ราคาท่อ	มากขึ้น	มากขึ้น
L ความยาวของท่อ (m)	มากขึ้น	มากขึ้น
f ค่าประมาณการเริ่มแรก friction factor โดยได้ผลลัพธ์มา	มากขึ้น	มากขึ้น

จากโปรแกรม friction		
N อายุการใช้งานของโครงการ	เพิ่มขึ้น	ลดลง
F ค่าใช้จ่ายของวัสดุและการติดตั้งของข้อต่อ, ที่รองรับท่อ คิดเป็นจำนวนเท่าของค่าใช้จ่ายท่อตรง	มากขึ้น	มากขึ้น
K_F สัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	มากขึ้น	มากขึ้น
T สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อส่งทั้งหมดเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายของราคาวัสดุท่อทั้งระบบ	มากขึ้น	มากขึ้น
i อัตราดอกเบี้ยเงินกู้	มากขึ้น	มากขึ้น
n ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับประเภทของท่อ	มากขึ้น	มากขึ้น
Δp_a ความดันลดที่อนุญาตให้เกิด(Pa)	ลดลง	เพิ่มขึ้น
H_y จำนวนชั่วโมงของเวลาซึ่งระบบปฏิบัติการต่อปี	มากขึ้น	มากขึ้น
E ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในรูปอัตราส่วน	ลดลง	ลดลง
J ผลรวมเฮดจากความเสียดทาน(friction head) จากข้อต่อต่างๆ,แสดงเป็นอัตราส่วนของความดันลดของท่อตรง	มากขึ้น	มากขึ้น

5.4 บทสรุป

ในบทนี้จะกล่าวถึงการหาผลลัพธ์ของปัญหา การทดสอบรูปแบบแทนระบบของปัญหา และผลลัพธ์เพื่อพิสูจน์ความสมบูรณ์และความบกพร่องของโครงสร้างและแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบ การตั้งขอบข่ายควบคุมผลลัพธ์ การตรวจสอบความไวของค่าพารามิเตอร์ รวมทั้งวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่มีผลต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ซึ่งจะเห็นได้ว่าอัตราส่วนความไวของต้นทุนรวมต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าแต่ละพารามิเตอร์แตกต่างกัน ซึ่งเราสามารถนำข้อสังเกตนี้ไปประยุกต์ใช้กับการตัดสินใจของระบบท่อส่งได้

ในบทต่อไปจะกล่าวถึงสรุปผลการวิจัยที่ได้ทำมา รวมทั้งการนำผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัยไปประยุกต์ใช้งาน และข้อเสนอแนะของผู้ทำวิจัยด้วย

บทที่ 6
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบท่อส่ง เพื่อคำนวณหาตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ส่งผลต่อค่าใช้จ่ายทั้งหมดรายปีของระบบท่อน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับทางวิศวกรรม

โดยส่วนแรกของงานวิจัยนี้ จะทำการศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องรวมทั้งการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ โดยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ซึ่งสร้างขึ้นแทนระบบของปัญหานี้หวังว่าใช้แทนระบบได้อย่างสมบูรณ์และบกพร่องน้อยที่สุด โดยที่มีการพิจารณาองค์ประกอบของปัญหาอย่างละเอียดโดยครอบคลุมอยู่ในโครงสร้างปัญหาอย่างรัดกุมเพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์และได้ผลลัพธ์อย่างถูกต้อง องค์ประกอบบางอย่างซึ่งมีความสำคัญไม่มากหรือการเปลี่ยนแปลงขององค์ประกอบนั้นไม่มีผลต่อระบบมากนัก ก็อาจตัดทิ้งไปได้

โดยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ซึ่งสร้างขึ้นแทนระบบของปัญหานี้ จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีรวมราคาเครื่องสูบน้ำ และกรณีไม่คิดราคาเครื่องสูบน้ำ โดยที่ในงานวิจัยนี้ จะทำการศึกษาในกรณีไม่รวมราคาเครื่องสูบน้ำเนื่องจากไม่สามารถหาพัฒนาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของราคาเครื่องสูบน้ำกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อส่งและความดันของระบบท่อส่ง

6.2 การนำผลลัพธ์ไปใช้ (Implementation)

งานขั้นสุดท้ายของการวิจัยนี้ก็คือ การนำผลลัพธ์ที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับกันในกลุ่มผู้ดำเนินงานออกใช้ดำเนินการ หลักใหญ่ในการวิจัยนี้ คือการหาผลลัพธ์แนวปฏิบัติที่ได้ผลดีเหมาะสมที่สุดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งไม่ได้หมายความว่าสามารถนำผลลัพธ์ที่ดีที่สุดมาปฏิบัติการได้ การหาแนวปฏิบัติที่เหมาะสมที่สุดจึงเป็นแนวคิดที่ถูกต้องกว่า การที่จะได้มาซึ่งผลลัพธ์ที่ถูกต้องจำเป็นต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์และการวิจัยดำเนินงานมาช่วยวิเคราะห์รูปแบบที่สร้างขึ้นแทนระบบของปัญหา โดยพยายามหาผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการแก้ปัญหาในแนวทางที่เหมาะสมกับสภาพการณ์ แทนที่จะมุ่งเอาผลประโยชน์สูงสุด โดยสามารถแยกแยะได้ดังนี้

1. D ขนาดท่อส่งผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นเลขจำนวนจริงซึ่งไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม วิธีแก้ไขโดยปรับค่า D ขึ้นและลงให้ไปตรงกับขนาดท่อที่ใกล้เคียงที่สุดกับค่า D ในทางอุตสาหกรรม แล้วทำการเลือกค่า D ที่ให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดน้อยกว่า ซึ่งจะทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือเงื่อนไข

บังคับมีความไม่ต่อเนื่องของค่าพารามิเตอร์ ซึ่งจะคล้ายคลึงกับตัวอย่างอื่นๆ ได้แก่ ราคาของคอมเพรสเซอร์ หรือ เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน อาจจะไม่เปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับฟังก์ชันของตัวแปร เช่น ขนาดความดัน อุณหภูมิ และอื่นๆผลที่ตามมาคือการเพิ่มพารามิเตอร์เหล่านี้ในบางช่วงจะไม่มีผลต่อราคา ในขณะที่อีกช่วงหนึ่งจะมีผล

2. จากบทที่ 5 การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงจะมีประโยชน์ช่วยให้นักวิจัยสามารถกำหนดได้ว่าข้อมูลใดเป็นข้อมูลที่สำคัญที่สุด และข้อมูลใดมีความแม่นยำที่สุด เพื่อช่วยให้ผู้ใช้ในการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมจะได้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงเป็นค่าใช้จ่ายของการผิดพลาดผลลัพธ์จากผลลัพธ์ที่เหมาะสมและสามารถกำหนดช่วงของค่าตัวแปรที่ไม่ทำให้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมเปลี่ยนไป ซึ่งจะช่วยให้ผู้ใช้มีความคล่องตัวในการทำงานสูง องค์ประกอบบางอย่างซึ่งมีความสำคัญไม่มากหรือการเปลี่ยนแปลงขององค์ประกอบนั้นไม่มีผลต่อระบบมากนัก ก็อาจตัดทิ้งไปได้

โดยสภาพการณ์ที่เป็นจริง สภาวะและเงื่อนไขของสิ่งแวดล้อมของระบบปัญหา มักจะเปลี่ยนไปตามกาลเวลาไม่มากก็น้อย โดยมีผลทำให้รูปแบบแทนระบบบิดเบือนไปด้วย ความผิดพลาดใต้ขอบเขตที่พอจะอนุโลมได้จะไม่มีผลเสียหายเท่าใดแต่ถ้าผิดพลาดเกินขนาดขอบเขตที่กำหนด ก็มีความจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องในรูปแบบแทนระบบ โดยเหตุที่ข้อมูลต่างๆที่จะนำมาปฏิบัติใช้งานนั้นมักจะไม่ใช่ข้อมูลที่แน่นอน ผลของความผิดพลาดข้อข้อมูลต่างๆจึงสำคัญมาก การนำค่าความไวต่อการเปลี่ยนแปรจากบทที่ 5 มาวิเคราะห์ในลักษณะนี้จึงช่วยให้สามารถกำหนดระดับความผิดพลาดได้ ในทางตรงกันข้ามก็เป็นเครื่องมือสำหรับกำหนดความคุ้มค่าของข้อมูลที่มีความแม่นยำมากขึ้นเมื่อเทียบกับต้นทุนที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 6.1 และ ตารางที่ 6.2

ตารางที่ 6.1 รายการค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการความแม่นยำสูงและลักษณะที่พบในงาน

ค่าตัวแปรหรือ พารามิเตอร์	ลักษณะ
D ขนาดท่อส่ง	มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันจุดประสงค์สูง ดังนั้นต้องมีความระมัดระวังในเรื่องความผิดพลาดของข้อมูล การเลือกขนาดท่อผิดจะส่งผลกระทบกับราคามาก ดังนั้นต้องระมัดระวังสูง
ราคาท่อ	ต้องระมัดระวังความผิดพลาดของข้อมูล โดยปกติแล้วใน

	ระหว่างประเมินราคานั้นราคาท่อจะอยู่ในช่วงค่าผิดพลาด +/- 10 % ซึ่งจะส่งผลต้นทุนเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงผิดพลาดประมาณ +/- 10 % เช่นเดียวกัน
สัดส่วนค่าใช้จ่ายของงบลงทุนของระบบท่อทั้งหมดต่อค่าใช้จ่ายชองวัสดุท่อทั้งระบบ	มีความไวพอสมควร ต้องระมัดระวังความผิดพลาดของข้อมูล โดยปกติแล้วในระหว่างการออกแบบระบบท่ออายุการใช้งานของโครงการอาจจะอยู่ในช่วงค่าผิดพลาด +/- 10 % ซึ่งจะส่งผลต้นทุนเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงผิดพลาดประมาณแค่ +/- 5 %
ความยาวท่อ	ถึงแม้จะมีความไว แต่ในทางปฏิบัติจะผิดพลาดน้อยกว่าแค่+/- 3 % ซึ่งจะส่งผลต้นทุนเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงผิดพลาดประมาณอยู่ในช่วงเดียวกัน

ตารางที่ 6.2 รายการค่าพารามิเตอร์ที่มีความสำคัญไม่มากหรือการเปลี่ยนแปลงขององค์ประกอบนั้นไม่มีผลต่อระบบมากนักและลักษณะที่พบในงาน

ค่าตัวแปรหรือ พารามิเตอร์	ลักษณะ
ความหนืดของของไหล	มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันจุดประสงค์น้อย ดังนั้นจึงไม่จำเป็นที่ต้องได้ข้อมูลที่แม่นยำ
K_Fสัดส่วนค่าใช้จ่ายของการด้านการบำรุงรักษาระบบท่อ/ปี เมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายรายปีของระบบท่อทั้งระบบ	มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันจุดประสงค์น้อย ดังนั้นจึงไม่จำเป็นที่ต้องได้ข้อมูลที่แม่นยำ

หลักการที่กล่าวมาแล้วนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับฝ่ายจัดการ เพราะว่ามีการกำหนดช่วงการดำเนินงาน(managerial operating range) หรือ (MOR) ซึ่งใช้แสดงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของระบบปัญหาใดๆ ให้สามารถเข้าใจและนำไปใช้ได้โดยง่าย การวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงจะเป็นช่วยให้สามารถกำหนดช่วงการดำเนินงานระดับบริหารได้ เทคนิคการวิจัยดำเนินงานซึ่งช่วยฝ่ายจัดการในการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมจะได้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงเป็นค่าใช้จ่ายของการผิดพลาดผลลัพธ์จากผลลัพธ์ที่เหมาะสมและสามารถกำหนดช่วงของค่าตัวแปรที่ไม่ทำให้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมเปลี่ยนไป ซึ่งจะช่วยให้ฝ่ายจัดการมีความคล่องตัวในการจัดการและแก้ไขสถานการณ์ที่เปลี่ยนแปลงโดยไม่ต้องปรับค่าตัว

แปรใหม่อยู่เสมอ และจะมีผลดีโดยสามารถให้คำตอบได้รวดเร็วสำหรับคำถามในลักษณะ (What…if?) ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของนโยบาย ราคา อัตราดอกเบี้ย สภาวะเศรษฐกิจ และองค์ประกอบที่สำคัญอื่นๆ ดังนั้นการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงเป็นว่าให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์แก่ฝ่ายจัดการมากกว่าการวิเคราะห์รูปแบบของระบบปัญหาเดิมเสียด้วยซ้ำไป

6.3 ข้อเสนอแนะ

1. พัฒนาโปรแกรมออปติไมซ์ของระบบท่อส่งให้ได้ผลลัพธ์ของคำตอบเป็นเลขจำนวนเต็ม (integer nonlinear programming) เนื่องจากโปรแกรมที่พัฒนาบนงานวิจัยนี้ จะได้ผลลัพธ์ค่า *D* ขนาดท่อส่งเป็นเลขจำนวนจริงซึ่งไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม

2. พัฒนาความสัมพันธ์ของราคาเครื่องสูบน้ำกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อส่งและความดันของระบบท่อส่ง เนื่องจากในงานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนาโปรแกรมโดยพิจารณาผลของราคาเทียบเท่ารายปีของเครื่องสูบน้ำหรือเครื่องอัดอากาศนั้นมีราคาน้อยเมื่อเทียบกับค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน ดังนั้นจึงขาดความสมบูรณ์ในกรณีที่อิทธิพลของราคามีมาก

3. ค่าความไวที่ได้จากบทที่ 5 นั้นมีพื้นฐานได้จากการหาค่าความเหมาะสมที่สุดที่ได้ผลลัพธ์เป็นเลขจำนวนจริง ซึ่งจะแตกต่างกับในงานอุตสาหกรรมที่จะเป็นเลขจำนวนเต็ม ดังนั้นผู้ใช้บวกค่าความผิดพลาดส่วนนี้ด้วย

4. ความเร็วของการไหลที่ได้จากการหาค่าเหมาะสมที่สุดจากโปรแกรมนี้นั้นจะสอดคล้องกับข้อกำหนดในการออกแบบท่ออุตสาหรรมของวิศวกรโดยทั่วไป(สำหรับของเหลว 1-3 เมตรต่อวินาที และ ก๊าซ 10 –30 เมตร ต่อวินาที) ในความคิดเห็นของผู้เขียนเข้าใจว่า ข้อกำหนดในการออกแบบท่ออุตสาหรรมของวิศวกร ความเร็วของของไหลนั้นขึ้นอยู่กับค่าราคาพลังงานไฟฟ้า ถ้าราคาถูกลงความเร็วของของไหลสามารถเพิ่มขึ้นได้

5. สมการที่ 3.23 ที่พัฒนาขึ้นมานั้นผู้ทำการวิจัยจะมีโครงสร้างและพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับสมการชุดที่ 3.28 ถึง 3.30 แต่สมการชุดทั้ง 3 นั้นยังขาดรายละเอียดบางส่วนที่ไม่สอดคล้องกับการนำมาประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมได้ เช่น ค่า C1 นั้นกว้างขวางเกินไป โดยผู้ทำวิจัยมีความเห็นว่าสูตรสำเร็จรูปที่หาได้จากหนังสือนั้นยังไม่สอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรมเท่าที่ควร

6. ค่า *D* ที่ได้จากโปรแกรมนั้นสอดคล้องกับภาคอุตสาหกรรม โดยค่าที่ได้จะเป็นค่าของเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ โดยปกติแล้วท่อในท้องตลาดนั้นจะมีค่าเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อต่างกัน แต่เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของท่อเท่ากันเมื่อมีขนาดเดียวกัน เนื่องจากขึ้นอยู่กับความหนาของท่อ

7. วิทยานิพนธ์นี้ได้รวบรวมปัญหาในระหว่างการทำออปติไมซ์โดยโปรแกรมที่พัฒนาได้และได้เสนอข้อแนะนำดังตาราง 6.3

ตารางที่ 6.3 ปัญหาและข้อแนะนำในระหว่างการทำออปติไมซ์โดยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น

ปัญหา	ข้อเสนอแนะ
ผลลัพธ์ที่ได้ไม่ใช่จุดต่ำสุดวงกว้าง ฟังก์ชันวัตถุประสงค์อาจมีจุดออปติมัมเฉพาะที่ (local optimum) หลายจุด แต่เราต้องการหาจุดออปติมัมสูงสุด(global optimization) ถ้าจุดเริ่มต้นในการเริ่มค้นหาจุดออปติมัมต่างกันเราอาจได้รับคำตอบที่ต่างกัน เราสามารถตรวจสอบได้หรือไม่ว่าคำตอบที่ได้นั้นเป็นจุดออปติมัมสูงสุดวงกว้าง	ไม่สามารถยืนยันได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นจุดต่ำที่สุดวงกว้างนอกจากปัญหาที่แก้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและมีจุดต่ำที่สุดเพียงจุดเดียว ดังนั้น ควรจะเริ่มต้นจุดเริ่มต้นของการหาค่าต่ำที่สุดที่จุดต่างๆกันเพื่อที่จะได้ค้นหาจุดที่ต่ำที่สุดวงกว้างและแสดงว่าจุดที่ได้เป็นจุดต่ำสุดวงกว้าง
ปัญหาที่สลับซับซ้อน	สามารถแก้ปัญหาได้โดยการเริ่มจากจำนวนตัวแปรการออกแบบน้อยตัวก่อน การแก้ปัญหาที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีรูปแบบไม่ซับซ้อนและเงื่อนไขบังคับที่ไม่เข้มงวดนั้นสามารถลดจำนวนเวลาการคำนวณได้
ข้อความเตือน	ข้อความเตือนสามารถเกิดขึ้นได้เมื่อกฎเกณฑ์การหยุดการคำนวณที่เข้มงวดเกินไป หรือปัญหามีอัตราการเปลี่ยนแปลงต่อการเปลี่ยนแปลงตัวแปรออกแบบมาก ปัญหานี้จะเกิดขึ้นบ่อยเนื่องจากความผิดพลาดจากการตัดเศษและปัด

	ตัวเลขในการคำนวณเกรเดียนต์โดยระเบียบเชิงตัวเลข ข้อความเตือนนี้จะเป็นตัวบ่งชี้ว่าอัตราการลู่เข้าหาคำตอบนั้นจะช้ากว่าปกติ คำเตือนนี้โดยปกติสามารถเพิกเฉยได้
ตัวแปรการออกแบบ x จะเป็นเลขจำนวนเต็มเท่านั้น	ปัญหานี้สามารถแก้ไขปัญหาโดยสมมุติให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและผลลัพธ์ที่ได้เป็นเลขจำนวนจริงและให้ทำการปัดเลขขึ้นและลงเข้าหาเลขจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงและตรวจสอบค่าทั้งสอง
มีการวนรอบไม่รู้จบ หรือไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้โดยผลลัพธ์ที่ได้นั้นไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ	ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะเป็น inf ,NANหรือ จำนวนเชิงซ้อน เลขจำนวนจริงเป็นสิ่งที่ต้องการในการหาจุดต่ำสุด

รายการอ้างอิง

<u>ภาษาไทย</u>

ตระการ ก้าวกสิกรรม วิศวกรรมระบบท่ออุตสาหกรรม เอ็มแอนด์อี 2544

ทศพล ชัชวาลพาณิชย์ การพัฒนาโปรแกรมออกแบบระบบข่ายงานท่อที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้ฐานข้อมูลเชิงวัตถุ วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิศวกรรมเคมี บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ธนัญชัย ลีภักดิ์ปรีดา การหาค่าเหมาะสมที่สุด : หลักการพื้นฐานและขั้นตอนวิธีการ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

<u>ภาษาอังกฤษ</u>

Edgar,T.F and Himmelblau , D.M., Optimization of Chemical Process. 2nd ,USA., McGraw-Hill., 2001

Peters , Maxstore., Plantdesign and economics for chemical engineering 4th, Singapore., McGraw-Hill., 1997

Singiresu, S., Engineering Optimization; Theory and Practice 3rd ., Canada., McGraw-Hill., 1997

บรรณานุกรม

<u>ภาษาไทย</u>

วิจิตร ตัณฑสุทธิ์. การวิจัยดำเนินงาน ซีเอ็ดยูเคชั่น 2544

วันชัย ริจิรวนิช. เศรษฐศาสตร์วิศวกรรม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2543

ปราโมทย์ เดชะอำไพ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม พิมพ์ครั้งที่ 2 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2541

ธราธร มงคลศรี เอกสารประกอบการเรียน Applied Mathematic in Chemical Engineer ภาควิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2544

สุนันท์ ศรัณยนิตร กลศาสตร์ของไหล สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี่ (ไทย-ญี่ปุ่น) 2542

<u>ภาษาอังกฤษ</u>

Adrain Biran , MATLAB 5 for Engineers. 2nd ,England, Prentice-Hall ,1999

Geankopolis,C.J., Transport Process and Unit Operation. 3rd ., Singaporeada., Prentice-Hall ,1995

Optimaization Toolbox; For use with MATLAB 6., A User's Guide version 2.,

Perry , Robert H., Chemical Engineering's Handbook. 6th., McGraw-Hill., 1997

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย โชคชัย จิตรมั่นมานะ เกิดวันที่ 20 เมษายน พ.ศ. 2512 จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโลหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2534 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2542 ทำงานในตำแหน่ง วิศวกรโครงการ มีประสบการณ์ในการควบคุมโครงการเกี่ยวกับระบบท่อขนส่งก๊าซธรรมชาติและไอน้ำ รวมทั้งสถานีซื้อขายก๊าซธรรมชาติ, ไอน้ำ และน้ำดิบสำหรับอุตสาหกรรม