

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1



นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร

ศูนย์วิจัยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A STUDY ON MISCONCEPTIONS ABOUT NUMBERS
OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN SCHOOLS
UNDER RATCHABURI EDUCATIONAL SERVICE AREA OFFICE 1



Miss Khaimook Luangsoontorn

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

521601

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา
ราชบุรี เขต 1

โดย

นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร

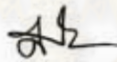
สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต



..... คณบดีคณะครุศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



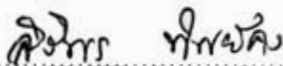
..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิตมงคล)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)



..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง)

ไข่มุก เลื่องสุนทร: การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1.

(A STUDY ON MISCONCEPTIONS ABOUT NUMBERS OF SEVENTH GRADE
STUDENTS IN SCHOOLS UNDER RATCHABURI EDUCATIONAL SERVICE
AREA OFFICE 1) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง,
167 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่
การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย
เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเอง และมีค่าความเที่ยง 0.76 และแบบ
สัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง วิเคราะห์ข้อมูลโดยค่ามัธยฐานเลขคณิต
(Arithmetic Mean: \bar{x}) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation: S.D.) และค่าเฉลี่ยร้อยละ

ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง "จำนวน" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย ดังนี้

- 1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ: ด้านนี้นักเรียนขาดความเข้าใจ
พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือจำทฤษฎีบท กฎ
สูตร บทนิยามและสมบัติไม่ถูกต้อง
- 2) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา: ด้านนี้นักเรียนมีขั้นตอนการคิดคำนวณถูกต้อง
แต่คำตอบผิดมากที่สุด รองลงมาคือ ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก
- 3) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ: ด้านนี้นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
- 4) ด้านการใช้ข้อมูลผิด: ด้านนี้นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการมากที่สุด
รองลงมาคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 5) ด้านการตีความด้านภาษา: ด้านนี้นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์
ไม่ถูกต้อง

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ปีการศึกษา 2552

ลายมือชื่อนิติ

ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ไข่มุก เลื่องสุนทร
อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

5083314127 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: MISCONCEPTIONS

KHAIMOOK LUANGSOONTORN: A STUDY ON MISCONCEPTIONS ABOUT NUMBERS OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN SCHOOLS UNDER RATCHABURI EDUCATIONAL SERVICE AREA OFFICE 1. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 167 pp.

The purpose of this research was to study misconceptions about "Numbers" of seventh grade students in schools under Ratchaburi Educational Service Area Office 1.

The population of this research was seventh grade students in schools under Ratchaburi Education service area office 1. The samples were 402 students in academic year 2009. The research instrument was written mathematics test on "Numbers" constructed by the researcher with the reliability of 0.76. The interview on "Numbers" misconceptions was also conducted. The data were analyzed by means of arithmetic means, standard deviation, and percentage.

The results of this research revealed that misconceptions categories were ranked from highest to lowest as below.

- 1) Distortion of theorem, law, formula, definition, and property: most of students misunderstood about basic theorem, law, formula, definition, and property. Consecutively, students memorized basic theorem, law, formula, definition, and property wrongly.
- 2) No verification of solutions: most of students worked correctly on mathematical procedures, but they could not find the right answers. Consecutively, students used wrong mathematical procedures, but they could find the right answers.
- 3) Technical Error: the misconception was the careless calculations.
- 4) Data Misusing: most of students did not work for relevant or wanted answers. Consecutively, students neglected some necessary data for solving problems.
- 5) Misinterpretation of question: the students could not translate verbal sentences into mathematical sentences.

Department : Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Field of Study : Mathematics Education

Academic Year : 2009

Student's Signature *Khaimook Luangsoontorn*

Advisor's Signature *A. Makanong*

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยได้ให้แนวคิด ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดในปัจจุบัน ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแลเป็นอย่างดี จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิตมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร. สิทธิพร ทิพย์คง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครู และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนในจังหวัดราชบุรี ที่ให้ความร่วมมือในการนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปทดลองใช้ ตลอดจนให้ความช่วยเหลือ ร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษา และเพื่อนๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน รวมถึงนายอธิราชญ์ ชันติธีวาโร ที่ได้ให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อไกรวิชญ์ และคุณแม่กาญจนา เลื่องสุนทร เป็นอย่างสูงที่อบรมสั่งสอน ให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์และตลอดมา จนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
3. ขอบเขตของการวิจัย.....	7
4. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	10
1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	10
1.2 ประเภทของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	14
1.3 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	18
1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	22
1.5 การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	24
1.6 การพัฒนามโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	30
1.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	33
1.8 ปัญหาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	34
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	36
2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	36
2.2 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	37
2.3 ผลกระทบของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	39

บทที่	หน้า
2.4 ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	40
2.5 การแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	42
3. การวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	44
3.1 ความหมายของการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	44
3.2 ความสำคัญของการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	45
3.3 วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	46
3.4 ความหมายของแบบสอบวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	49
3.5 ประโยชน์ของแบบสอบวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	50
3.6 ลักษณะของแบบสอบวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	53
3.7 ขั้นตอนการสร้างแบบสอบวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน.....	55
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์.....	58
3 วิธีดำเนินการวิจัย	70
1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	70
2. การออกแบบการวิจัย.....	71
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	71
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	73
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	78
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	79
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	80
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	81
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	104
1. สรุปผลการวิจัย.....	105
2. อภิปรายผลการวิจัย.....	106
3. ข้อเสนอแนะ.....	114
รายการอ้างอิง	116

	หน้า
ภาคผนวก.....	127
ภาคผนวก ก รายงานผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย หนังสือเชิญ ผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขออนุญาตใช้เครื่องมือวิจัย และหนังสือขอ ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย.....	128
ภาคผนวก ข นิยามของมโนทัศน์ย่อย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1	145
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง	150
ภาคผนวก ง ตัวอย่างการให้ความถี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในหัวข้อสมบัติของจำนวนนับ.....	161
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	167

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	จำนวนโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ จำแนกตามอำเภอ.....	72
2	มโนทัศน์ เรื่องจำนวน.....	74
3	จำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ใช้จริง และจำนวนข้อที่ออกข้อสอบ ของแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำแนกตามหัวข้อ.....	76
4	จำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ใน 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละด้าน.....	82
5	ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "สมบัติของจำนวนนับ" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน...	83
6	ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "ระบบจำนวนเต็ม" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน...	84
7	ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "เลขยกกำลัง" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน.....	86
8	แสดงเจตย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา)	89
9	แสดงเจตย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ)	91

ตารางที่		หน้า
10	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.3 คัดลอกโจทย์ผิด)	92
11	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตีความด้านภาษา	93
12	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ)	95
13	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด)	97
14	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ)	98
15	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก)	99
16	แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ	102

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการใช้ข้อมูลผิดของนักเรียนในการทำแบบ วัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	91
2	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการตีความด้านภาษา ของนักเรียนในการ ทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	93
3	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	95
4	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	100
5	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	101
6	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ของนักเรียนใน การทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัยเรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1	102
7	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ของนักเรียนใน การทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัยเรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1	103
8	แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ) และด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก) ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่อง จำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	152

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคนและการพัฒนาประเทศ ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์เข้าใจสิ่งต่างๆ รอบตัว สามารถแก้ปัญหาในชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังเป็นพื้นฐานของการพัฒนาความคิดเพื่อสร้างความเจริญในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (อัมพร ม้าคนอง, 2551: 1) และดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545: 1) ได้กล่าวอย่างสอดคล้องกันว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองที่ดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม ด้วยความสำคัญดังกล่าว การพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของการจัดการศึกษาของไทย ดังจะเห็นได้จากการกำหนดคุณภาพนักเรียนในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544: 5) ที่กำหนดให้นักเรียนต้องมีคุณภาพใน 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อจะได้นำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการดำรงชีวิตและการพัฒนาสังคม

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญมากดังกล่าว แต่ในปัจจุบันกลับพบว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งจะเห็นได้จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของสำนักทดสอบทางการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนจบช่วงชั้นที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ประจำปี พ.ศ. 2544 ได้คะแนนเฉลี่ย 32.36% (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2551) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ประจำปี พ.ศ. 2547 ได้คะแนนเฉลี่ย 34.88 % (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2551) และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ประจำปี พ.ศ. 2549 ได้คะแนนเฉลี่ย 31.15 % (สำนักทดสอบทาง

การศึกษา, 2551) ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กรมวิชาการตั้งไว้คือ 50% (กรมวิชาการ, 2544: 12) ซึ่งจากรายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ดังกล่าว แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ ควรได้รับการปรับปรุง ผลการทดสอบทางการศึกษาดังกล่าว ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยอื่นๆ ที่พบว่า วิชาที่ต้องมีการปรับปรุงอย่างเร่งด่วนคือ วิชาคณิตศาสตร์ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2541: 43) ซึ่งธีรนาถ ธงงาม (2548: 2) ได้กล่าวว่า การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงนั้น อาจเนื่องมาจาก ครูยังไม่สามารถจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง และไม่แสดงความสอดคล้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนเห็น ดังนั้นนักเรียนจึงมองไม่เห็น ความสำคัญและไม่เกิดการเรียนรู้ตามที่ครูต้องการ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสุวัฒนา เขี่ยมอรพรรณ (2549: 9) ที่ว่า สาระสำคัญของคณิตศาสตร์ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม จึงมีความเข้าใจผิดได้ง่าย

มโนทัศน์ ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ในภาษาไทยมีการเรียกแตกต่างกันออกไปแต่มีความหมายเช่นเดียวกัน ได้แก่ ความคิดรวบยอด แนวคิด มโนภาพ มโนคติ มโนมติ หรือสังกัป ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” ซึ่งมีนักการศึกษา นักจิตวิทยาที่ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของคำว่า “มโนทัศน์” ไว้หลากหลาย ซึ่งกู๊ด (Good, 1973: 19) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับ สิ่งหนึ่งสิ่งใดหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการคิดคำนวณ ด้านความสัมพันธ์กับจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือเป็นความคิดสำคัญเกี่ยวกับ ลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ จึงกล่าวได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด เป็นความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน อัมพร ม้าคนอง (2551: 2-3) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่ขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แต่เรียนโดยการท่องจำ ทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์แบบซ้ำๆ หรือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการที่คุ้นเคยกับที่สอนในห้อง จะไม่เข้าใจความหมาย ที่มา ความสำคัญ และการใช้งานของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน ทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่างๆ ไปใช้ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งแตกต่างจากสถานการณ์ในห้องเรียนได้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในการทำให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมายและมีประโยชน์มากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณเกี่ยวกับตัวเลข และการดำเนินการซ้ำๆ นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีมัก

เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถอธิบายความรู้เหล่านั้นได้อย่างชัดเจน และสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างสมเหตุสมผล

ด้วยความสำคัญข้างต้น จึงกล่าวได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนจำเป็นต้องมี ครูคณิตศาสตร์จึงพยายามพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ทุกคน แต่ในความเป็นจริง พบว่าแม้นักเรียนจะได้รับการสอนจากครูคนเดียวกันและในเวลาเดียวกัน ก็ยังคงมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดได้ อาจเนื่องมาจากความแตกต่างของนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ รวมทั้งความบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งได้นำไปสู่ปัญหาสำคัญได้แก่ การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (ศิริเดช สุชีวะ, 2538: 4)

คำว่า "มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน" เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า "Misconceptions" ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของคำว่า "มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน" ไว้หลากหลาย ดังเช่นที่ โสภภาพรณ แสงศัพท์ (2518: 18) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ศิริเดช สุชีวะ (2538: 6) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือในระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนมักจะไม่รู้ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ในทุกๆ เนื้อหา หรือทุกๆ ทักษะ จึงพบเสมอว่านักเรียนหลายคนจะบ่นว่าเวลาเรียนก็เข้าใจ แต่เวลาสอบกลับสอบไม่ผ่าน หรือผ่านแต่ได้คะแนนไม่ดี ทำให้หมดกำลังใจที่จะเรียนรู้และมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อวิชานั้น อันเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ที่สูงขึ้น โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีเนื้อหาต่อเนื่อง มีความซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรม หากครูสามารถให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนแต่ละคนได้ภายหลังของการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละเนื้อหา ก่อนที่จะเรียนเรื่องต่อไป ก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ทั้งต่อตัวนักเรียนเอง และการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของครู ทำให้นักเรียนรู้ว่าตนเองยังมีความบกพร่องที่จุดใด ควรจะปรับปรุงตนเองอย่างไรเพื่อให้ผลการเรียนดีขึ้น ขณะเดียวกันครูผู้สอนเมื่อทราบข้อมูลเกี่ยวกับตัวนักเรียนแล้ว ก็สามารถจะนำมาใช้ในการปรับปรุงการสอนของตน เพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์สูงนักเรียนมากที่สุด และตามที่ ไช และ อัง (Chai and Ang, 1987: 189 - 198) ได้กล่าวถึงเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญ

ที่จะทำให้การพัฒนาในทัศนทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและการศึกษาความคลาดเคลื่อนจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการพัฒนาในทัศนทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนของนักเรียนได้แสดงออกมาให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้น

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการหาในทัศนที่คลาดเคลื่อนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่อง นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ซึ่งถ้ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นไม่ได้รับการแก้ไขก็จะส่งผลกระทบต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ และเนื้อหาที่ต่อเนื่องต่อไปด้วย ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องหาวิธีการอันใดที่จะทำให้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่างๆ ของนักเรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ความพยายามในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ได้มีอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การใช้วิธีที่ไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกต การสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคล ศิริเดช สุชีวะ (2538: 21) ได้กล่าวไว้ว่า วิธีเหล่านี้ใช้ได้ผลดีในกรณีที่เป็นนักเรียนกลุ่มเล็กและครูมีความใกล้ชิดกับนักเรียน แต่ในปัจจุบันวิธีนี้ไม่เหมาะสม เนื่องจากต้องใช้เวลาในการวินิจฉัยมาก อีกทั้งจำนวนนักเรียนและจำนวนห้องเรียนที่ครูแต่ละคนต้องรับผิดชอบมีมากขึ้น ไม่สะดวกสำหรับครูด้วยความจำกัดของเวลาที่กำหนดไว้สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละเนื้อหาและเวลา ภาระงานที่ได้รับมอบหมายนอกเหนือจากงานสอน อีกทั้งครูยังไม่สามารถวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านของนักเรียนได้เช่นกัน เพราะครูไม่มีโอกาสตรวจการบ้านของนักเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล แต่จะให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจตามที่ครูเฉลย และถ้าหากนักเรียนลอกการบ้านมาส่ง ครูก็จะยังไม่สามารถวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการบ้านหรือแบบฝึกหัดได้เลย

ต่อมาได้มีการนำเครื่องมือที่เป็นมาตรฐานมาใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน อันได้แก่ แบบวัดสติปัญญา แบบสังเกต แบบการวิเคราะห์พฤติกรรมอื่นๆ แบบวัดความถนัด และแบบสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ ลินควิสต์ (Lindquist, 1956: 4) ได้กล่าวไว้ใน

บรรดาเครื่องมือเหล่านี้ แบบสอบวินิจฉัยการเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ตรงจุดที่สุด เพราะแบบสอบนี้สามารถบ่งชี้ในทันทีที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนโดยตรง อีกทั้งยังประหยัดเวลาและแรงงานของครูผู้สอนและช่วยเหลือนักเรียนให้รู้ข้อบกพร่องของตนเอง

แบบสอบวินิจฉัย เป็นแบบสอบที่ใช้สำหรับค้นหาข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อน หรือ จุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล แต่ศิริเดช สุชีวะ (2538: 23) ได้กล่าวถึงแบบสอบวินิจฉัยไว้ว่า แบบสอบวินิจฉัยสามารถวินิจฉัยข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนได้จากตัวดวงที่นักเรียนเลือก โดยที่ข้อสอบแต่ละข้อจะบรรจุตัวดวงอันเป็นตัวแทนของแบบการคิดที่ผิดแบบต่างๆ ได้จำนวนจำกัดเพียง 3 ถึง 4 แบบเท่านั้น ในขณะที่บางเนื้อหาสามารถวิเคราะห์แบบการคิดที่ผิดของนักเรียนได้เป็นจำนวนมาก ทำให้ไม่สามารถมั่นใจได้ว่าการที่นักเรียนเลือกตัวดวงใดจะแสดงถึงการมีแบบการคิดตามที่ระบุไว้ในตัวดวงเสมอไป นักเรียนอาจจะมีแบบการคิดแบบอื่นที่ไม่ได้ใส่ไว้ในตัวดวงของข้อนั้น หรือในตัวดวงเดียวกันก็สามารถจะมาจากแบบการคิดที่ผิดได้หลายแบบ ดังนั้นจึงเป็นไปได้ยากที่จะสร้างแบบสอบวินิจฉัยชุดหนึ่งให้ครอบคลุมเนื้อหาของเรื่องนั้น พร้อมกับมีตัวดวงที่ครอบคลุมแบบการคิดที่ผิดของนักเรียนได้ทั้งหมด อีกประการหนึ่ง การที่นักเรียนตอบถูกก็ไม่ได้หมายความว่านักเรียนจะใช้แบบการคิดที่ถูกต้องเสมอไป แบบการคิดที่ผิดก็สามารถให้คำตอบที่ตรงกับคำตอบที่ถูกต้องได้ในบางข้อเช่นกัน ซึ่งถือเป็นข้อด้อยของแบบสอบวินิจฉัยนี้

ราดาซ (Radatz, 1979: 163 - 172) ได้กล่าวว่า หากจะให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ครูควรใช้แบบทดสอบ แบบอัตนัยบ้าง เพื่อที่จะวัดระดับความสามารถของนักเรียนได้ใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้น เพราะแบบทดสอบแบบอัตนัยใช้เพื่อศึกษา และวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบ วิเคราะห์ค่าความยากในกรณีนักเรียนทำแบบทดสอบได้คะแนนศูนย์และการจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง

การวินิจฉัยข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนจากการแสดงวิธีทำของนักเรียนในแบบฝึกหัด หรือในแบบสอบอัตนัย ใช้ได้ผลดีทั้งในการวินิจฉัยข้อผิดพลาดพื้นฐานและในข้อที่ซับซ้อน ดังงานวิจัยของ ทศนาพร คลังแก้ว (2532: 107-112) ซึ่งได้วิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร และนางลักษณ์ เสมอภาพ (2533: 98-102) ซึ่งได้วินิจฉัยข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา เขตการศึกษา 12 แบบสอบที่ใช้สำหรับการวินิจฉัยในการวิจัยทั้งสอง เป็นแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัยที่มีทั้งให้เขียนภาพ และ

แสดงวิธีทำอย่างละเอียด ผู้วิจัยทำการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการแสดงวิธีทำแต่ละขั้นตอน และให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ รายงานผลเป็นความถี่ของวิธีคิดที่ผิดแบบต่างๆ พร้อมกับเรียงลำดับวิธีคิดที่ผิด ตามความถี่ที่พบจากมากไปหาน้อย ซึ่งทำให้สามารถวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้อย่างละเอียด และใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัยเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัย

เนื้อหาที่มีความสำคัญอย่างหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์คือ จำนวน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีอยู่ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้แก่ ห.ร.ม. ค.ร.น. จำนวนเต็มและสมบัติของจำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เศษส่วน ทศนิยม จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ จำนวนจริง และการดำเนินการ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ รากที่สอง รากที่สาม การบวก การลบ การคูณ การหาร โจทย์ปัญหา เป็นต้น และตามที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กำหนดให้มีการจัดทำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานเพื่อประโยชน์สูงสุดแก่นักเรียน ดังนั้น กระทรวงศึกษาธิการจึงได้กำหนดหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ขึ้น และกำหนดองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2545: 5) ให้จำนวนอยู่หนึ่งในหกของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อีกด้วย โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ว่า เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้ ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้ และเข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

จากที่กล่าวมา จึงเห็นได้ว่า "จำนวน" เป็นเนื้อหาที่สำคัญเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นเนื้อหาพื้นฐานที่จะทำให้ นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ใช้ในการศึกษาต่อ นอกจากนี้ยังมีบทบาทสำคัญในคณิตศาสตร์ระดับสูง ซึ่งนักเรียนสามารถใช้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ ได้ "จำนวน" เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ทั้งเป็นทางการ และไม่เป็นทางการ เช่น การนับจำนวนสิ่งของ การใช้จ่ายเงิน การคิดหาเส้นทางที่เดินทางได้เร็วที่สุด การเปรียบเทียบขนาด น้ำหนัก และส่วนสูง ตลอดจน การบวก การลบ การคูณ และการหาร จากความสำคัญดังกล่าวจะเห็นได้ว่า นักเรียนจึงควรมีมโนทัศน์เรื่องจำนวนที่ถูกต้อง ถ้านักเรียนมีมโนทัศน์เรื่อง "จำนวน" ที่คลาดเคลื่อนแล้ว จะส่งผล

ถึงการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูง หรือในชีวิตประจำวันของนักเรียน ดังนั้นผู้วิจัยเห็นว่าหากมีการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง "จำนวน" ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นระดับชั้นแรกของการเรียนในระดับมัธยมศึกษาแล้ว จะทำให้ครูทราบว่ามีนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องจำนวนอย่างไร จะได้นำไปปรับปรุง และแก้ไข เพื่อให้ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นต่อไป ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจ ทำวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 เพื่อวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ความคิด และความเข้าใจของนักเรียน แล้ววิเคราะห์ถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ข้อมูลที่ได้รับจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน และการปรับปรุงการสอนของครูต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. ประชากรสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ
2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ เรื่องจำนวน ซึ่งประกอบด้วยสมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง โดยวิเคราะห์มโนทัศน์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
3. ตัวแปรที่ศึกษา คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดสำคัญหรือความคิดรวบยอดที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง และเป็นความคิดที่ต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับกันในสังคม อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล ซึ่งวัดได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และแบบสัมภาษณ์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามโครงสร้างของเนื้อหา เรื่องจำนวน ที่กำหนดไว้ในขอบเขต โดยปรับปรุงด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง คณิตศาสตร์ของไมวโวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) ที่มีทั้งหมด 6 ด้าน มาใช้เพียง 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อย เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
 - 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
 - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 ผู้วิจัยได้
ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ประเภทของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.5 การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.6 การพัฒนามโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1.8 ปัญหาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

- 2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 2.2 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 2.3 ผลกระทบของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 2.4 ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 2.5 การแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

- 3.1 ความหมายของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 3.2 ความสำคัญของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 3.3 วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 3.4 ความหมายของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

- 3.5 ประโยชน์ของแบบสอบถามวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 3.6 ลักษณะของแบบสอบถามวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
- 3.7 ขั้นตอนการสร้างแบบสอบถามวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ในภาษาไทยมีการเรียกแตกต่างกันออกไปแต่มีความหมายเช่นเดียวกัน ได้แก่ ความคิดรวบยอด แนวคิด มโนภาพ มโนคติ มโนมติ หรือสิ่งก้ำกึ่ง ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” ซึ่งมีนักการศึกษา นักจิตวิทยาที่ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของคำว่า “มโนทัศน์” ไว้หลากหลาย ดังต่อไปนี้

กูต (Good, 1973: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ใน Dictionary of Education ว่า “มโนทัศน์” หมายถึง

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้
2. สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจกรรมหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกเชิงนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพความคิด

โรเทินเบิร์ก (Rothenberg, 1985: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ในเชิงปรัชญา และจิตวิทยา ดังนี้ “มโนทัศน์ในเชิงปรัชญา หมายถึง ความคิดที่ประกอบด้วยแนวคิดต่างๆ ซึ่งมีลักษณะพิเศษและมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ส่วนมโนทัศน์ในความหมายทางจิตวิทยานั้น มโนทัศน์ไม่ได้เป็นเพียงการรับรู้ แต่เป็นผลสรุปที่ได้จากการกลั่นกรองการรับรู้นั้น”

ฟิลด์แมน (Fieldman, 1987: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์เป็นการจัดกลุ่ม สิ่งของ เหตุการณ์ หรือคนที่มีคุณสมบัติคล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน มโนทัศน์ทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ง่ายยิ่งขึ้น ทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งใหม่ๆ ที่เราพบให้อยู่ในรูปที่เราสามารถเข้าใจได้ตามประสบการณ์ที่ผ่านมาของเรา”

อาเรนด์ (Arends, 1994: 8) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้นๆ”

กูดวินและคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmeier, 1995: 1) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ คือ ความสามารถที่จะบอกให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ นั้น ออกจากสิ่งอื่นได้ และในขณะที่เดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้”

บุญชม ศรีสะอาด (2537: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ คือ ความสามารถในการจัดจำพวกสิ่งต่างๆ ตามคุณสมบัติที่เหมือนกัน ได้แก่ กลม เหลี่ยม สี่น้ำเงิน ฯลฯ ซึ่งผู้มโนทัศน์จะสามารถระบุสิ่งต่างๆ ตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกัน เช่น ระบุว่าสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม ได้แก่ เหยียบบาท ยางรถยนต์ จานข้าว เป็นต้น”

พรณี ชูทัย เจนจิต (2538: 1-2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถที่นักเรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้า และสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะเหมือนกันรวมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้”

สุรพันธ์ ต้นศรีวงษ์ (2538: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ คือ แนวความคิดที่สามารถสรุปรวมลักษณะเหมือน หรือแยกแยะลักษณะแตกต่างของสิ่งของหรือเหตุการณ์นั้นๆ เช่น มโนทัศน์ของคอมพิวเตอร์ สรุปได้ว่า เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ทำงานบางอย่างแทนมนุษย์ได้ เป็นอุปกรณ์ที่ประกอบด้วยตัวเครื่องโดยมนุษย์สร้างขึ้น ควบคุมการทำงานด้วยโปรแกรม”

สุขา จันทน์เอม (2540: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของ หรือสถานการณ์ต่างๆ ที่มีความหมายร่วมกัน”

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ คือ การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง”

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์ คือคำที่เป็นนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกันโดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์”

กัญติมา พรหมอักษร (2545: 4) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์เป็นความคิดที่อยู่ในรูปของนามธรรม เกิดจากผลสรุปในการรับรู้คุณลักษณะของสิ่งที่คล้ายคลึงกันมาอยู่รวมในหมวดหมู่เดียวกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

จากความหมายของคำว่า “มโนทัศน์” ตามที่นักการศึกษาไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญ หรือความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น เหตุการณ์ กระบวนการ วัตถุ สิ่งของรอบๆ ตัวเรา อันเกิดจากการสังเกตหรือประสบการณ์ที่ได้รับ และสามารถจัดประเภทของสิ่งเร้าที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน และแยกประเภทของสิ่งเร้าที่แตกต่างออกจากกันได้อย่างมีกฎเกณฑ์

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านทั้งไทยและต่างประเทศ ได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

กูต (Good, 1973: 7) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือ เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับ จำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบหรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์”

คูเนย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 12) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจของนักเรียนที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ ออกมาในรูปของบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของฟังก์ชันได้”

เอกเกน และโคแซค (Eggen and Kauchak, 1995: 9) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสิ้นเท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น”

โทมาซีส (Toumasis, 1995: 8) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้”

สวอร์ซ และเฮลชโควิทซ์ (Schwarz and Hershkowitz, 1999: 4) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์”

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2524: 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์”

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532: 11) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็น ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2547: 23) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือ เหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของคำว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” ตามที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์โดยออกมาในรูปแบบของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ได้

1.2 ประเภทของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การจำแนกประเภทของมโนทัศน์ สามารถจำแนกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับว่า ผู้เชี่ยวชาญ หรือนักการศึกษาจะใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ต่างๆ อย่างไร ซึ่งในด้านการศึกษามีการจำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็นหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

รัสเซลล์ (Russell, 1956: 16-17) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (concepts of time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่างๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (scientific concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศิลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงาม และขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (concepts of humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้
8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (miscellaneous concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

เซคโค (Cecco, 1968: 20) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (conjunction concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งของที่เรพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราค้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ
2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (disjunction concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า "กา" อาจเป็นนก หรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (X) สัญลักษณ์ "0" อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไซฟองหนึ่งก็ได้

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (relation concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้า ตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไฟ ไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะว่าเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

Hulse (1980: 83) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้ว่า จะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม
2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Illdefined Concepts) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการ จำแนก เช่น คมน้ำ แดงกว่า บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 21) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จำมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัลเซเชียน โดเบอร์แมน จิ้งจอก หมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจากวัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น
2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่น การจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน
3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จาก ส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม จะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น จัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าต่างๆ ที่เป็นสัตว์ต่างชนิดกัน

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 34) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concepts) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักเชื่อมโยงด้วยคำว่า “และ” เช่น สัตว์สี่เท้า หมายถึง อินทรีที่มีขนยาวปกคลุมร่างกายและมีสี่เท้า ดังนั้น แมว สุนัข เสือ ฯลฯ จัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวยหมายถึง คนที่หน้าตารูปร่างสมส่วน ดังนั้น อาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดี และรูปร่างสมส่วน เป็นต้น
2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้ มักใช้คำว่า “หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องกับการการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย เช่น คนที่เป็น อธิการบดี คือ บุคคลที่จบปริญญาเอก หรือปริญญาโท แต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่งหมายถึง คนที่เรียนเก่ง หรือเล่นกีฬาเก่ง เป็นต้น

สุวัฒนา เขี่ยมอรรถพรณ (2549: 29) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น
2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว โศก แก้อี เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ ดังที่กล่าวมานี้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์สามารถแบ่งได้ตามแนวคิดของแต่ละบุคคล แบ่งตามคุณสมบัติของวัตถุ สิ่งของรอบๆ ตัวเรา แบ่งตามลักษณะของมโนทัศน์ที่สามารถร่วมกัน แยกแยะออกจากกัน หรือที่สามารถเกี่ยวพันกันได้ นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งมโนทัศน์ได้ตามแบบรูปธรรม หรือนามธรรมตามแนวคิดที่แตกต่างกัน

ในการทำงานเดียวกันมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายลักษณะ เช่น มโนทัศน์เกี่ยวกับ ความหมาย คำนิยาม คำอธิบาย ลักษณะเฉพาะ สมบัติ มโนทัศน์ที่เชื่อมโยงระหว่าง ความหมายกับกระบวนการ เช่น ความหมายของการหารกับวิธีการหาร ความหมายของรากที่สองกับวิธีการหารากที่สอง ด้วยความหลากหลายดังกล่าว นักวิชาการจึงแบ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลาย เช่น เบล(Bell, 1978: 15) ได้แบ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เช่น การจัดประเภทของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประเภทต่างๆ
2. มโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความเข้าใจ เช่น 275 เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทน 200+70+5 โดย 2 แทน 200, 7 แทน 70 และ 5 แทน 5
3. มโนทัศน์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ เป็นการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ และมโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์

จะเห็นได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกได้หลายประเภท ตามเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา ซึ่งการแบ่งประเภทจะช่วยทำให้การพัฒนา มโนทัศน์ในแต่ละประเภทบรรลุวัตถุประสงค์ได้ง่ายขึ้น

1.3 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูย่อมมีความคาดหวังว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนในสิ่งที่ครูสอนไปแล้ว จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ดีนั้น ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 1-2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่างๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น"

เซคโค (Cecco, 1968: 13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่จะตอบสนองสิ่งเร้าเป็นอย่างไรๆ นั้นเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์จัดแบ่งสิ่งแวดล้อมต่างๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเข้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ซึ่งต้องใช้ความสามารถ เช่น การคิดว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร พวกไหน และมโนทัศน์เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มาก เมื่อเรียนครั้งหนึ่งๆ แล้วก็นำไปใช้ได้เลย โดยไม่ต้องเรียนซ้ำอีก เช่น เมื่อรู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม ต่อไปเมื่อพบสัตว์ประเภทเดียวกันจะแยกแยะได้
4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้ตัดสินใจต่อไปได้ การมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับรู้จักการแก้ปัญหา
5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนใช้สื่อมาก เช่น การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน

อาคม จันทรสุนทร (2522: 34) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบ ไม่สับสน เรียนรู้ง่าย ไม่ยุ่งยาก
2. ทำให้ประหยัดเวลา ไม่ต้องเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งมากเกินไปจนเกินจำเป็น
3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปและเร็วขึ้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 15) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอ ถ้ามีสิ่งเร้าเข้ามาปะทะประสาทสัมผัส จะทำให้เกิดการเรียนรู้ประโยชน์ของมโนทัศน์ มีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่จัดเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เช่น จะเรียกสัตว์ที่อยู่บนบก ว่าสัตว์บก เป็นต้น
2. มโนทัศน์ช่วยแบ่งแยกประเภท ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร เช่น เราสามารถแยกเสียงรุดออกจากเสียงมั่ววังได้ เป็นต้น
3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้เร็ว
4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่นักเรียน คือ นักเรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในรายละเอียดหรือปลีกย่อย ซึ่งบางอย่างไม่จำเป็นก็อาจข้าม หรือไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องกลับมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5. มโนทัศน์ช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 14) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยนักเรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูล ทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์จะทำให้ให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด"

นวลจิตต์ เขาวงกิตพิงศ์ (2537: 6) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "การเรียนรู้มโนทัศน์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่ และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย"

พวงเพ็ญ อินทรประวัตติ (2537: 1-3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า "มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว ก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ และสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่างๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อย มโนทัศน์จะช่วยให้จำลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ทำให้สามารถขยายขอบเขตความรู้ของตัวเองให้กว้างขวางออกไป"

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2541: 7) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมาย ที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน"

จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญต่อมนุษย์ในการทำให้มนุษย์รู้จักหรือเรียนรู้สิ่งต่างๆ ได้ง่ายขึ้น และสามารถใช้มโนทัศน์ในการแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้

ในทำนองเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจที่ถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์นั้นๆ (อัมพร ม้าคนอง, 2551: 43) ดังที่มีผู้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

คูเนย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้อินทรีย์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องจำนวนตรรกยะ ก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวนๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่นๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

นาตยา ภัทรแสงไทย (2524: 34) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า "ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์จากการเรียน เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดประเภท สรุป และมองสิ่งหนึ่งสิ่งใดในลักษณะร่วมกันมากกว่าที่จะมองแยกออกจากกัน จะช่วยให้นักเรียนสามารถตีความได้โดยกระบวนการคิด เมื่อนักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้แล้ว จะสามารถนำไปใช้และเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นๆ ได้"

จากการที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน หากสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้วนั้น จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้ และสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่ทฤษฎี สมบัติ และนิยามต่างๆ ร่วมกันได้ ทำให้สามารถเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหา

คณิตศาสตร์ได้รวดเร็ว และชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น อีกทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อีกด้วย

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละมโนทัศน์นั้น จะต้องมีขั้นตอนหลายขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนทั้งหมดที่ใช้ในการสร้างมโนทัศน์นั้น เรียกว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งนักการศึกษาเสนอความคิดเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ต่างๆ ไว้ดังนี้

โพเดล (Podell, 1958: 24) ได้แบ่งกระบวนการในการสร้างมโนทัศน์ออกเป็น 2 กระบวนการ คือ

1. การมองเห็นลักษณะร่วม (composite Photograph) คือ การที่นักเรียนสามารถเข้าใจ ลักษณะร่วมของวัตถุหรือสภาพการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยนักเรียนซึ่งได้ทำกิจกรรม ค้นหาความคิดรวบยอดมากมาย เช่น เด็กเห็นสุนัขบ่อยๆ ทั้งๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นคนละ พันธุ์กัน แต่เด็กสามารถเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้ เช่น มีสี่ขา หางยาว มีปาก มีขน เป็นต้น ครั้งต่อไป ถ้าเห็นสัตว์ประเภทนี้อีกเด็กก็จะบอกได้ว่าเป็นสุนัข
2. การกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาโมทัศน์ (active search) คือ การที่นักเรียนต้องทำ กิจกรรมต่างๆ เพื่อค้นหาโมทัศน์ โดยที่นักเรียนคาดการณ์ไว้ล่วงหน้าว่า ลักษณะร่วม ของสิ่งต่างๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบ

แมคโดนัลด์ (McDonald, 1959: 16) มีความคิดเห็นว่า การสร้างมโนทัศน์ เช่น มโนทัศน์ ของอ่าว ซึ่งนักเรียนจะผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. สามารถแยกแยะ (discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างของ อ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่นๆ ได้ก่อน
2. สามารถสรุปครอบคลุม (generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของอ่าว เพื่อที่จะเชื่อมโยงกับอ่าวอื่นๆ ได้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 27) ได้กล่าวถึง กระบวนการในการสร้างมโนทัศน์ ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

โลเวล (Lovell, 1972: 13) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า "กระบวนการในการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (perception) การย่อ (abstraction) และการสรุป (generalization) การย่อเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นๆ นักเรียนจะสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อสามารถแยกแยะ (discrimination) สมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้"

จากลำดับขั้นในการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จะเกิดต่อเนื่องกันไม่มีข้อยุติและจะขยายออกไปพร้อมกับการเพิ่มพูนความรู้และประสบการณ์ ดังนั้นกระบวนการสร้างมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้า แล้วนำมาสัมพันธ์กับความคิดแล้วสรุปเป็นลักษณะเฉพาะ

ในทำนองเดียวกัน กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะต้องมีการจัดสภาพและกระบวนการที่เหมาะสม ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เบลล์ (Bell, 1978: 31) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า เป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟัง ดู จับต้อง อภิปราย หรือคิดจากสิ่งที่เป็นตัวอย่างหรือสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างและดูสิ่งที่มีสมบัติตรงข้ามกัน นักเรียนระดับประถมศึกษาจะจัดอยู่ในขั้นของความคิดที่เป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจะต้องเห็นด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้มโนทัศน์โดยวิธีอภิปรายและตรรกะตรง คนที่เรียนรู้มโนทัศน์แล้ว จะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ออกจากกันได้

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีจุดเริ่มต้นที่ต้องรู้จักการสังเกต การรับรู้ การจัดระบบแนวความคิด แล้วสามารถแยกแยะบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ มาสัมพันธ์กับความคิดของตนเองให้เป็นมโนทัศน์ใหม่ และสามารถดึงออกมาใช้เทียบเคียง เพื่อทำความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่รับรู้ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งกระบวนการเหล่านี้จะเกิดต่อเนื่องกัน ไม่มีข้อยุติ และจะขยายออกไปพร้อมกับการเพิ่มพูนความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์

1.5 การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การสอนของครูมีบทบาทสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในตัวนักเรียนนั้น จะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ด้วยตนเองได้เร็ว และเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ตามที่นักวิชาการได้เสนอแนวการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ไว้ ดังต่อไปนี้

เซคโค (Cecco, 1968: 52) ได้เสนอวิธีการสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากเรียนมโนทัศน์นั้นแล้ว นักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะให้เรียนมีหลายลักษณะ ครูควรพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะที่เด่นๆ และสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น
3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาที่ทำให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายอย่างถูกต้อง
4. เสนอดตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบจะต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้นและจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นออกไป
5. เสนอดตัวอย่างในทางบวกและทางลบที่ละอย่าง ในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกัน หรือเสนอพร้อมกัน
6. เสนอดตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน ให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดทั่วไปและตอบสนองต่อสิ่งเร้าใหม่
7. เสนอดตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่าง มาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างในทางบวกหรือที่ไม่เกี่ยวข้องกันเท่านั้น
8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น
9. ให้โอกาสนักเรียนลองใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และให้แรงเสริมในการที่นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้นๆ

บาร์นาร์ด (Barnard, 1971: 46) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ว่า วิธีสอนมโนทัศน์แบ่งออกได้ 2 วิธี คือ วิธีสอนแบบสืบสอบและวิธีสอนแบบค้นคว้า ในการปฏิบัติจริง วิธีทั้ง 2 นี้ต้องใช้สอนรวมกัน ไม่สามารถแยกเป็นอิสระจากกันได้ แต่ไม่ว่าจะเป็นวิธีการสอนแบบใดต่างก็มุ่งที่จะพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนทั้งสิ้น

กันเทอร์ และชวัด (Gunter and Schwad, 1995: 19) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอน เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ สรุปไว้ดังนี้

1. ครูจะต้องเลือกมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับบทเรียน และให้นิยามของมโนทัศน์ที่ชัดเจน
2. ครูจะต้องกำหนดคุณลักษณะที่สำคัญๆ ของมโนทัศน์
3. ครูจะต้องเตรียมตัวอย่างทางบวกให้มากพอ และครอบคลุมลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์ และในขณะเดียวกันต้องมีตัวอย่างทางลบด้วย
4. ครูจะต้องอธิบายให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนจะต้องทำอะไรได้บ้างในกระบวนการเรียน การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์
5. ครูจะต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบได้
6. ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนให้คำจำกัดความของสิ่งเร้าต่างๆ ให้ถูกต้องด้วยตนเอง
7. ครูจะต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์เพิ่ม เพื่อให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ให้ได้ทุกคน
8. ครูจะต้องซักถามถึงการเกิดมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งอาจจะใช้การอภิปราย เพื่อเตือน ความทรงจำของนักเรียน

ลาสเลย์ และแมทซินสกี (Lasley and Matczynski, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 25) ได้นำเสนอขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ผู้สอน หรือจากทั้งนักเรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) นักเรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่นักเรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและนักเรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็น

การขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ผู้สอนอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกับอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

พรพนี ชูทัย เจนจิต (2538: 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอน เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่างๆ
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะ พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจง่าย
3. ใช้สื่อทางภาษาในการสอนอธิบายให้เข้าใจ หรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ นักเรียนจะต้องรู้จักคำต่างๆ ให้มาก
4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรมีทั้งตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียว เช่น การสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่างๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ส่วนตัวอย่างที่ไม่ใช่ชนก คือ แมว หมา แมลง ผึ้ง ฯลฯ
5. ให้ดูตัวอย่างต่างๆ ทั้งในทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้ว ตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้นักเรียนมโนทัศน์ง่ายขึ้น
6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามได้ตอบ และให้กำลังใจเป็นการเสริมแรงทุกกระยะ ถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์
7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปด้วยคำพูดของตนเอง

จากการที่การศึกษาได้กล่าวถึง การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์นั้น ครู วิธีการสอนของครู และตัวนักเรียนเองต่างเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งในการที่จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ดังนั้นในการที่ครูจะสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จะต้องคำนึงถึงปัจจัยในการสร้างมโนทัศน์ ลำดับชั้นในการสอน และวิธีการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องดังกล่าว

ในการทำงานเดียวกัน การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนจะต้องวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจว่ามโนทัศน์นั้นคืออะไร เกิดขึ้นได้อย่างไร ดังที่ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ลาสเลย์ และแมทซินสกี (Lasley and Matczynski, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2551: 59) ได้เสนอว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) ในขั้นนี้ ผู้สอนจะเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ โดยอาจได้มาจากการวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสอน หนังสือเรียน หรือคำอธิบายรายวิชา

ขั้นตอนที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) เมื่อเลือกมโนทัศน์ในขั้นที่ 1 แล้ว ผู้สอนจะให้ตัวอย่างหลากหลายทั้งตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ ตัวอย่างทางบวกประกอบด้วยลักษณะที่จะเป็นของมโนทัศน์ ในขณะที่ตัวอย่างทางลบขาดลักษณะเหล่านั้น สิ่งสำคัญคือ ตัวอย่างทางบวกจะต้องชัดเจนและเฉพาะเจาะจง เพื่อให้นักเรียนสืบสอบไปถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ ตัวอย่างที่ให้ควรมีจำนวนมากพอที่จะให้นักเรียนแยกแยะลักษณะที่หลากหลายได้

ขั้นตอนที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ในขั้นนี้ ผู้สอนจะถามเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์ ขั้นการให้ตัวอย่างและขั้นการตั้งสมมติฐานจะเป็นวงจรย่อย กล่าวคือ เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐานแล้ว ผู้สอนอาจเพิ่มตัวอย่างทางบวกและทางลบได้อีก เพื่อช่วยให้นักเรียนตั้งสมมติฐานได้ใกล้เคียงความจริงมากขึ้น หรือเพื่อให้กำจัดสมมติฐานที่เป็นเท็จออกไปได้ นักเรียนจะเป็นผู้เปรียบเทียบตัวอย่างต่างๆ ทั้งในแง่ความคล้ายคลึงและความแตกต่าง ดังนี้

1. ผู้สอนให้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง
2. นักเรียนวิเคราะห์ตัวอย่างและตั้งสมมติฐาน
3. ผู้สอนให้ตัวอย่างเพิ่มเติม
4. นักเรียนตั้งสมมติฐานเพิ่มเติมและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
5. ผู้สอนและนักเรียนยืนยันสมมติฐานที่ถูกต้องและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
6. ผู้สอนเตรียมสำหรับขั้นสรุปมโนทัศน์เมื่อได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้ว

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) ในขั้นนี้ ผู้สอนจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้ให้นักเรียนช่วยกันคิดหาข้อสรุปของลักษณะมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ ขั้นนี้เปรียบเสมือนเป็นขั้นสังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application) ในขั้นนี้ นักเรียนจะใช้ความเข้าใจมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 ในการสร้างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ และผู้สอนจะตรวจสอบว่านักเรียนแต่ละคนนิยามลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ได้ถูกต้องหรือไม่

จากขั้นตอนทั้ง 5 อาจแสดงได้ด้วยตัวอย่างการสอนเรื่องจำนวนคละ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ผู้สอนกำหนดมโนทัศน์เรื่อง "จำนวนคละ"

ขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนให้ตัวอย่างแรกคือ $1\frac{1}{3}$ แล้วจัดอยู่ในกลุ่ม "เก่ง" และให้ตัวอย่างที่สองคือ 6 แล้วจัดอยู่ในกลุ่ม "ไม่เก่ง"

ขั้นตอนที่ 3 ผู้สอนให้นักเรียนคาดคะเนหรือตั้งสมมติฐานว่า "เก่ง" คืออะไร และ "ไม่เก่ง" คืออะไร ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่า เก่งคือเศษส่วน ไม่เก่งคือจำนวนเต็ม และอื่นๆ ที่นักเรียนจะสามารถคิดได้ ผู้สอนจึงให้ตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น $12\frac{1}{4}$ ซึ่งคือ "เก่ง" และ $\frac{3}{4}$ ซึ่งคือ "ไม่เก่ง" แล้วให้นักเรียนตั้งสมมติฐานใหม่ ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งนักเรียนสังเกตได้ว่า จำนวนที่อยู่ในกลุ่ม "เก่ง" ต้องประกอบด้วยจำนวนเต็มและเศษส่วนแท้เท่านั้น

ขั้นตอนที่ 4 ผู้สอนและนักเรียนช่วยกันบรรยายคุณลักษณะของจำนวนที่อยู่ในกลุ่ม "เก่ง" แล้วคิดต่อว่าจำนวนประเภทนี้มีชื่อว่าอะไร ซึ่งนักเรียนควรคิดได้ว่า คือจำนวนคละ

ขั้นตอนที่ 5 ผู้สอนให้นักเรียนแต่ละคนหาตัวอย่างที่เป็นจำนวนคละ และที่ไม่เป็นจำนวนคละมาอย่างละ 5 ตัวอย่าง

การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนข้างต้นเป็นกระบวนการที่ค่อยเป็นค่อยไป และต่อเนื่องตั้งแต่ขั้นแรกจนนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ในขั้นสุดท้าย ผู้สอนต้องทำงานหนักในการวางแผนและควบคุมสถานการณ์ให้เป็นไปตามแผน ในขณะที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามสูงในการคิดวิเคราะห์อย่างมีหลักการและเหตุผล เพื่อให้ข้อสรุปที่ได้ถูกต้องและเป็นที่ยอมรับ แต่ผลที่ได้คือ ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในมโนทัศน์ที่ต้องการเรียนรู้ จึงมีประโยชน์มากสำหรับการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.6 การพัฒนามโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้เรื่อยๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 12) ดังนั้น ผู้สอนจึงควรมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างเหมาะสมอยู่เสมอ เพื่อนักเรียนจะได้นำไปใช้ในการเรียนระดับสูงและประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ไว้ดังนี้

คลอสเมียร์ และริฟเฟิล (Klausmeier and Ripple, 1971: 23) ได้แนะนำวิธีการพัฒนามโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ผู้สอนควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม ให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง
5. ส่งเสริม และแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า ซึ่งเป็นสิ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

ไวโลวรรณ ศรีศรีชนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนได้มีการพัฒนา
มโนทัศน์ ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 78) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ ซึ่งมี
2 แบบ คือ การสอนแบบนิรนัย และการสอนแบบอุปนัย ดังนี้

การสอนแบบนิรนัย มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย มีขั้นตอนดังนี้

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้นักเรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคิดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน
3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้
4. ให้นักเรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

จากการพัฒนามโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่า ขั้นตอนต่างๆ เหล่านี้ล้วนเป็นลำดับต่อเนื่องกันไป ผู้สอนอาจเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมต่อนักเรียน หรือตามความถนัดของผู้สอน เพื่อให้การพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ทำนองเดียวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรพิจารณาปัจจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ เช่น กระบวนการทางปัญญาและกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ความซับซ้อนของมโนทัศน์ ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการคิด ดังที่ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เซคโค (Cecco, 1968: 108) ได้ให้แนวคิดในการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า ผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

1. คาดหวังการกระทำหรือตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในการเรียนรู้มโนทัศน์ เพื่อที่จะทราบ ว่าหลักการเรียนรู้แล้ว นักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไร
2. คัดเลือกลักษณะเฉพาะและลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์มาใช้ในการสอน เพื่อลดความสับสนในการทำความเข้าใจ
3. ใช้ภาษาที่สื่อความหมายชัดเจนในการแสดงหรืออธิบายมโนทัศน์
4. ยกตัวอย่างที่สอดคล้อง และไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์
5. ให้ตัวอย่างที่ใช่และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนตัดสินใจว่า ตัวอย่างใดบ้างที่ใช่ มโนทัศน์
6. ให้นักเรียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง
7. ให้โอกาสนักเรียนซักถามและประเมินการทำงาน เพื่อให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2545: 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

ชั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร
การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับ
การเรียนรู้ของนักเรียน

ชั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญๆ ดังนี้

ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่
ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโน
ทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์

ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็น
มโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่
ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้ สรุป
ได้ว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น สามารถทำได้หลายวิธีและขึ้นอยู่กับ
หลายๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน การ
ประเมินผล เป็นต้น

1.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ศึกษา และวิเคราะห์ถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1994: 65) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า
การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่ง
ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการ
เรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว
นั้นมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 อ้างถึงในยลนภา พลชัย, 2548: 63)
ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้แก่
การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์

เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่ามโนทัศน์เป็นความคิดเชิงนามธรรมที่บุคคลหนึ่งมีต่อสิ่งเร้านั้นเอง สำหรับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ก็คือการวัดความคิดเชิงนามธรรมของนักเรียน เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจของนักเรียน โดยนักเรียนจะต้องสามารถสรุปความหมายตามความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับความรู้คณิตศาสตร์นั้นๆ ได้

1.8 ปัญหาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น ทำได้หลายวิธีและขึ้นอยู่กับหลายๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีการสอนของครู สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล เป็นต้น ซึ่งปัจจัยเหล่านี้ล้วนมาจากองค์ประกอบของครูผู้สอน ดังที่อัมพร ม้าคนอง (2551: 43) ได้กล่าวไว้ว่า โดยทั่วไปแล้ว มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้สอนระดับโรงเรียนจะเกิดขึ้นและสะสมมาตั้งแต่ผู้สอนเรียนอยู่ในโรงเรียนทุกระดับ และความรู้ความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเนื้อหาเหล่านั้นจะมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงขึ้นไป หรือเมื่อได้มีการนำมโนทัศน์และความรู้เหล่านั้นไปใช้งานมากพอ มโนทัศน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้สอนส่วนใหญ่จึงมีลักษณะคล้ายกับมโนทัศน์และความรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้สอนได้รับมาจากโรงเรียน (Fennema and Franke, 1992: 57) และเมื่อต้องเปลี่ยนสถานภาพไปเป็นผู้สอนคณิตศาสตร์ ลักษณะการสอนจึงไม่แตกต่างจากประสบการณ์ที่ตนเคยได้รับมามากนัก นั่นคือ เน้นการสอนเนื้อหาที่เป็นขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มากกว่าเน้นมโนทัศน์และความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือที่มา หรือความเชื่อมโยงระหว่างหลักการกับขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนในรุ่นต่อๆ มา เรียนรู้คณิตศาสตร์ในแนวทางที่ไม่แตกต่างจากในอดีตมากนัก

เหตุผลสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้ผู้สอนไม่เน้นการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือ หลักสูตรและหนังสือเรียนมักไม่ได้ระบุมโนทัศน์เหล่านั้นไว้อย่างชัดเจน ทำให้ผู้สอนไม่แน่ใจว่า มโนทัศน์ที่จะสอนนั้นถูกต้องหรือไม่ ผู้สอนจะต้องเริ่มสับสนและรู้สึกไม่แน่ใจที่จะสอนสิ่งเหล่านั้น (Heaton, 1992: 23) ลักษณะเช่นนี้ มีผลทำให้บทบาทการเป็นผู้พัฒนามโนทัศน์และความรู้ของผู้สอนลดน้อยลง (Schoenfeld, 1992: 12) ผู้สอนจึงรู้สึกว่าการสอนมโนทัศน์และเนื้อหาในแบบเรียนมีความสามารถเพียงพอและทำให้ตนมีความมั่นใจในความรู้ที่มีอยู่ ว่าสามารถอธิบายหรือตอบคำถามของนักเรียนได้ (Wilson, 1994: 7) ด้วยเหตุผลข้างต้น ทำให้ผู้สอนคณิตศาสตร์หลีกเลี่ยงสถานการณ์ที่ทำให้ตนเองไม่มั่นใจและกลับไปสู่การสอนแบบที่ตนคุ้นเคย คือ การสอนที่เน้นขั้นตอนและวิธีการทำงานมากกว่าการเน้นมโนทัศน์และความเข้าใจที่แท้จริง โดยไม่คำนึงว่า ควรต้องสอนมโนทัศน์บางอย่างเพื่อที่จะเป็นพื้นฐานของการคิดและการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งาน การสอนดังกล่าว แม้จะเป็นวิธีที่ปลอดภัยและทำให้การถ่ายทอดความรู้เป็นไปได้อย่างราบรื่น และสามารถช่วยให้ผู้สอนสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่อบอุ่นและเป็นระเบียบ ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้สำคัญถึงความสำเร็จของผู้สอนแต่ก็ทำให้นักเรียนไม่ได้เรียนรู้และเข้าใจความหมายและคุณค่าที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ เมื่อมีการปฏิรูปการศึกษาเกิดขึ้น และแนวการจัดการเรียนรู้ มุ่งเน้นความเข้าใจและการอภิปรายเหตุผลมากกว่าการเรียนรู้โดยการจดจำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือวิธีการคำนวณ ผู้สอนยังไม่แน่ใจว่าจะสอนอะไร และสอนอย่างไร (Simon, 1993: 45) ให้แตกต่างจากที่เคยทำอยู่ การจะเน้นการสอนมโนทัศน์ซึ่งเป็นสิ่งที่เพิ่มเติมจากที่เคยทำอยู่นั้น จึงเป็นการยาก สิ่งที่เกิดขึ้นเหล่านี้ ทำให้การสอนมโนทัศน์ถูกละเลยอย่างต่อเนื่อง และทำให้การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ถูกพัฒนาไปมากเท่าที่ควร ซึ่งอาจมีสาเหตุอื่นๆอีกหลายประการ เป็นต้นว่า

ผู้สอนขาดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในเรื่องที่จะสอน

ผู้สอนขาดประสบการณ์ทั้งในการเรียนรู้มโนทัศน์ และการสอนมโนทัศน์ให้นักเรียน

ผู้สอนขาดความตระหนักในสำคัญของมโนทัศน์ เนื่องจากไม่ชัดเจนว่าการมีมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ (Do math) หรือนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร

ผู้สอนเห็นว่าการสอนมโนทัศน์ทำให้เสียเวลาในการสอนเนื้อหาอื่น

ผู้สอนคุ้นเคยกับการใช้งานคณิตศาสตร์โดยใช้เพียงขั้นตอนหรือวิธีการที่คุ้นเคย

สิ่งที่เกิดขึ้น ทำให้นักเรียนไม่ได้รับการพัฒนาให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์มากพอ อีกทั้งยังทำให้ขาดสมดุลระหว่างการพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ ทักษะ และการนำไปใช้

การพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าความเข้าใจเชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ และการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจำนวนมากไม่ได้ตระหนักถึงประเด็นนี้และสอนโดยเน้นที่การฝึกขั้นตอนการทำงานซ้ำๆหรือฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ ยังขาดการเน้นที่ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และการนำมโนทัศน์ไปใช้ ทำให้นักเรียนขาดมโนทัศน์ที่จะนำไปใช้ในการคิดแก้ปัญหา เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ซับซ้อนหรือมีเงื่อนไขแตกต่างไปจากสิ่งที่เคยฝึก การสอนคณิตศาสตร์โดยรักษาสมดุลระหว่างการสอนเพื่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งที่ผู้สอนควรปฏิบัติ สำหรับมโนทัศน์หรือเนื้อหาที่ไม่อยู่ในหลักสูตร แต่มีความเกี่ยวข้องหรือเป็นแนวคิดเชิงลึกของมโนทัศน์หรือเนื้อหาที่สอนอยู่ ซึ่งการได้เรียนรู้จะมีส่วนช่วยหรือส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถมากขึ้น ผู้สอนก็ควรสอนมโนทัศน์หรือเนื้อหานั้นให้กับนักเรียน เพราะแม้ว่ามโนทัศน์และเนื้อหาบางอย่างที่ยังไม่จำเป็นสำหรับนักเรียนในวันนี้ อาจมีประโยชน์หรือจำเป็นสำหรับการใช้งานในวันข้างหน้า

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

คำว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน” เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า “Misconceptions” ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของคำว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน” ไว้หลากหลาย ดังนี้

โกวิน (Gowin, 1982: 34) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิด หรือข้อสรุปที่แปรปรวนไปจากความจริง ซึ่งจะยึดติดกับความคิด ยากแก่การเปลี่ยนแปลง”

ฮัลลูน และเฮสเทนส์ (Halloun and Hestenes, 1985: 14) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความรู้ที่ได้มาจากประสบการณ์ส่วนตัวของแต่ละบุคคล ซึ่งไม่สอดคล้องกับทฤษฎี”

พีเตอร์สัน และเทรกัสท์ (Peterson and Treagust, 1989: 37) ได้กล่าวว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคิด ความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหา”

โลกาพรณ แสงศัพท์ (2518: 67) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ”

จากความหมายของคำว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดสำคัญหรือความคิดรวบยอดที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง และเป็นความคิดที่ต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับกันในสังคม อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล

2.2 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาที่พยายามศึกษา และวิเคราะห์ถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ ดังต่อไปนี้

ฮัลลูน และเฮสเทนส์ (Halloun and Hestenes, 1985: 71) ได้เสนอความเห็นเกี่ยวกับสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทางปรัชญา พอสรุปได้ว่า “ในบางครั้ง การแปลความหมายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ธรรมชาติตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต ก็เป็นผลให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆ ได้ เช่น อริสโตเติล เชื่อว่าดินคืออาหารของพืช เป็นต้น”

ออสบอร์น และเฟรเบิร์ก (Osborne and Freyberg, 1985: 38) ได้วิเคราะห์ และ ได้ผลสรุปว่า มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนจะแตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมี เป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการ ได้แก่

1. มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน
2. มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์

3. มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม
4. มโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่างๆ

เคียวแก้ว (Kiokaew, 1988: 24) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน่าจะมาจากสาเหตุ 4 ประการคือ

1. ตำราเรียน ตำราเรียนบางเล่มนำเสนอข้อมูลหรือความหมายในบางเรื่องไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนบางส่วนคิด หรือตีความหมายขึ้นมาเอง ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆ
2. การพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน ในการที่นักเรียนจะศึกษามโนทัศน์ในบางเรื่องให้เข้าใจทั้งหมด จะต้องอาศัยวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญาในระดับหนึ่ง ซึ่งถ้าวุฒิภาวะและการพัฒนาทางสติปัญญายังไม่เพียงพอก็จะทำให้ไม่สามารถทำความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ ได้ หรือเข้าใจได้เพียงบางส่วน แต่บางส่วนคลาดเคลื่อนไป
3. ภาษา นักเรียนมักจะนำภาษาที่ใช้ในชีวิตประจำวันมาปะปนกับศัพท์เฉพาะทาง คำบางคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันกับที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์ใช้คำเดียวกัน แต่ความหมายไม่เหมือนกัน นักเรียนมักนำคำที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ไปเทียบความหมายกับคำที่ใช้ในชีวิตประจำวัน จึงเป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
4. ครู ครูบางคนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่อง จึงทำให้นักเรียนได้รับการถ่ายทอดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆ จากครูต่ออีกทอดหนึ่ง

ซิมสัน และมาเร็ก (Simson and Marek, 1988: 41) ได้กล่าวถึงสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “ประสบการณ์ในโรงเรียน ไม่ใช่สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิด แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้นๆ ดีพอด้วย จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิดโดยรู้เท่าไม่ถึงการณ์”

จากที่นักการศึกษาได้เสนอสาเหตุต่างๆ ที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอที่จะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายๆ ประการ อาทิ เช่น คำอธิบายของผู้ใหญ่หรือครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้นๆ ดีพอ หรือเกิดจากตำราเรียนที่นำเสนอข้อมูลที่ไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนบางส่วนคิด ตีความหมายขึ้นมาเอง แล้วสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นมาให้สอดคล้องกับตำราที่อ่านในภาษา หรือคำศัพท์ของตนเองซึ่ง

อาจบิดเบือนไปจากความเป็นจริง นอกจากนี้อาจเป็นเพราะระดับสติปัญญาของนักเรียนที่ยังไม่เพียงพอต่อการรับรู้โน้ตทัศน์ที่ยากเกินความสามารถได้ เป็นต้น เหล่านี้ล้วนเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนขึ้นทั้งสิ้น

2.3 ผลกระทบของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้วิเคราะห์ถึงผลกระทบที่เกิดขึ้น เมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985: 34) ได้กล่าวถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียว หรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปได้ เนื่องจากคนเรามีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันกับบุคคลจำนวนมาก
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงกว้างออกไป จากเรื่องที่ยากไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข ถ้ายังคงใช้วิธีสอนแบบเดิม
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเชื่ออื่นๆ ซึ่งเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบ และทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ใน ชีวิตของเขาด้วย

โสภภาพรรณ แสงศัพท์ (2518: 71) กล่าวถึงผลกระทบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่อการเรียนการสอนว่า “เมื่อมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อน จะมีผลให้การรับรู้เรื่องราวต่างๆ ต่อมาในการเรียนการสอนเกิดความคลาดเคลื่อนได้ง่ายขึ้น และเนื่องจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่างๆ เมื่อเกิดขึ้นแล้วมักฝังใจ ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข และไม่รู้สึกรู้ว่ากำลังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่ อันมีผลให้นักเรียนตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้ที่ครูตั้งใจจะให้ และเพิกเฉยต่อความแตกต่างที่เกิดขึ้น โดยนักเรียนคิดว่าเข้าใจและตีความหมายถูกต้องแล้วในสิ่งที่ครูสอน เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อไป ก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ การเชื่อมโยงประสบการณ์ทำได้ช้า และไม่บังเกิดผล”

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 105) ได้กล่าวถึงผลกระทบที่เกิดจากที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “ถ้านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือผิดพลาด ก็จะเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ ทำให้การเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่ทำได้ช้าลงหรือไม่บังเกิดผล”

จากที่นักการศึกษาได้เสนอผลกระทบของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังกล่าว ทำให้สามารถที่จะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จะส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจเนื้อหาใหม่ที่เกี่ยวเนื่องกันหรือเนื้อหาในระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีเนื้อหาต่อเนื่อง มีความซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรม นอกจากนั้นการเชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ก็จะเกิดขึ้นได้ช้าหรือไม่เกิดขึ้นเลย ซึ่งจะส่งผลให้เกิดความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียนในที่สุด

2.4 ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ในการหาวิธีและแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สอนจะต้องรู้ว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะใดบ้าง ซึ่งได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษา และวิเคราะห์ถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ ดังนี้

ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985: 49) ได้กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ ดังนี้

1. เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไปจากมโนทัศน์ของผู้ทรงคุณวุฒิหรือผู้เชี่ยวชาญในแขนงวิชานั้นๆ
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปได้ เนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคลจำนวนมาก
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงกว้างออกไปจากเรื่องที่ยากไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข หรือแก้ไขได้น้อยมาก ถ้าใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิม
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องก็เกี่ยวข้องกับความสำเร็จอื่นๆ ซึ่งเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบ และทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย
5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องเป็นสิ่งที่ถ่ายทอดกันมาแต่อดีต จากผู้ที่เป็นผู้นำทางความรู้ในแขนงวิชานั้นๆ แล้วถูกถ่ายทอดมาสู่นักเรียน

มอว์โชวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) ได้วิเคราะห์รูปแบบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยได้วิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 6 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ ใช้หน่วยผิด ลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง
3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ บกพร่องในการหาค่าความจริงของประพจน์ภายใต้เงื่อนไขถ้า.....แล้ว.....สรุปการให้เหตุผล ภายใต้เงื่อนไขถ้า.....แล้ว..... ไม่ถูกต้อง ใช้วิธีบอกปริมาณในตำแหน่งไม่ถูกต้อง การอ้างหลักตรรกศาสตร์ที่ข้ามขั้นตอน
4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ นักเรียนประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทผิดจากเงื่อนไข จำสูตรผิด
5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดไปจากโจทย์กำหนด ลักษณะของข้อบกพร่องในด้านนี้ คือ ในแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนทำมาจะถูกต้องหมดแต่ผิดตรงคำตอบ ไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้มีการตรวจสอบในระหว่างที่ทำ
6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ บกพร่องในการใช้ข้อมูลจากตาราง ใส่เครื่องหมายหน่วยผิด

แบลนด์ และคณะ (Blando and Other, 1989: 39) ได้วิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต ได้สรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน ดังนี้

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการทำผิดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดในการทำผิดความหมาย เช่น หารแทนการบวก ลบแทนการบวก คูณแทนการหาร เป็นต้น

3. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

จากการศึกษาลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ดังกล่าว พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะที่แตกต่างกันไปในแต่ละเนื้อหาวิชาที่ได้ทำการศึกษา และยังมีรายละเอียดในแต่ละลักษณะข้อผิดพลาดอีกมากมาย ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องศึกษาให้มีความเข้าใจในแต่ละลักษณะและควรศึกษาว่าตัวอย่างของลักษณะข้อผิดพลาดนั้นมีลักษณะอย่างไรบ้าง

2.5 การแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ครูสามารถเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้ ดังที่ แอชลอค (Ashlock, 1982: 14-17) ได้เสนอแนวทางเพื่อการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียน ดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการประเมินตนเอง ด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผล เพื่อหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของตนเอง
2. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนในแง่ของการมีพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจ ความคิดรวบยอดย่อย ก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ซึ่งซับซ้อนกว่าเดิม
3. คำนึงถึงความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อตนเอง คือ ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองยังเป็นคนมีคุณค่าและสามารถแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตนเองได้
4. การสอนซ่อมควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลให้มากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนซ่อมเป็นกลุ่ม ผู้เรียนแต่ละคนก็ต้องได้รับการดูแลแก้ไขเป็นรายบุคคลด้วย
5. สร้างโปรแกรมการสอนซ่อมบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียน
6. วางแผนการสอนซ่อมอย่างเป็นลำดับขั้น พยายามให้ง่าย ไม่ซับซ้อน
7. พยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่เคยเรียนไปแล้ว เพราะผู้เรียนมักมีความกังวล หรือเกิดความรู้สึกกลัวต่อวิธีการเดิม ซึ่งทำให้ตนไม่ประสบความสำเร็จมาแล้ว

8. ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลาย เพื่อให้ประสบการณ์ที่กว้างขวางแก่นักเรียน ซึ่งประสบการณ์ที่หลากหลายเหล่านี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาศักยภาพความรู้ ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น
9. สนับสนุนให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับวัตถุให้มากที่สุดเท่าที่ตนเองเห็นว่าจะช่วยให้เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่ต้องคำนึงว่าจะเป็นการเสียเวลา
10. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง
11. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ โดยที่กิจกรรมเหล่านั้นจะต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน
12. จัดประสบการณ์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมและไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด
13. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับผลการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวผู้เรียนดียิ่งขึ้น
14. เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน เช่น เด็กที่คิดคำนวณผิดจะสามารถคิดคำนวณได้แม่นยำขึ้นถ้ามีความสามารถในการกะประมาณ ซึ่งจะช่วยในการพิจารณาคำตอบว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่
15. ให้ความสนใจเรื่องลายมือ เพราะผู้เรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิด เพราะเขียนตัวเลขไม่ชัดเจน ทำให้ตนเองอ่านตัวเลขผิด จึงคิดคำนวณผิดไปด้วย
16. การฝึกหัดควรทำหลังจากที่ผู้เรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนดีแล้ว
17. สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึก ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของนักเรียนถูกหรือผิด
18. ในเรื่องการฝึกทักษะการคิดคำนวณ ควรใช้ระยะเวลาสั้นๆ แต่ฝึกบ่อยๆ
19. ฝึกให้นักเรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง เช่น ให้นักเรียนเก็บแผนภูมิและกราฟแสดงความก้าวหน้าในการเรียนของตนไว้

จากแนวทางเพื่อการแก้ไขหมกมุ่นที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียนดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ผู้สอนควรเป็นผู้กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการประเมินตนเอง ด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผล เพื่อหมกมุ่นที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของตนเอง ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลาย แล้วเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ ที่สำคัญคือ ฝึกให้ผู้เรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของ

ตนเอง กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองยังสามารถแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของตนเองได้

3. การวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน

3.1 ความหมายของการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน

สิงหะ (Singha, 1974: 9) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนว่า หมายถึง การสืบค้นกระบวนการที่ไม่ประสบความสำเร็จทางการศึกษาหรือทางการเรียน เพื่อหาสาเหตุ แล้วพยายามหาทางแก้ไข

คลาร์ค และสตาร์ (Clark and Starr, 1976: 45) ได้กล่าวว่า การวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การค้นหาปัญหาหรืออุปสรรคที่อยู่ในตัวนักเรียน พร้อมทั้งหาสาเหตุของปัญหา

เคนเนดี (Kennedy, 1980: 11) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนว่า เป็นกระบวนการที่ครูผู้สอนพยายามค้นหาจุดบกพร่องของนักเรียน เพื่อที่จะใช้ในการวางแผนการสอนและหาวิธีการสอนที่เหมาะสม

จุรี ภูสาระ (2520: 18) ให้ความหมายของการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เป็นการค้นหาข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนที่ทำให้นักเรียนเรียนไม่ได้ในวิชาต่างๆ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2528: 51) ได้กล่าวถึงการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนว่า เป็นการค้นหาข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรค ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน

อัมพร ม้าคอง (2536: 56) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนว่า หมายถึง การค้นหาข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน อันเป็นสาเหตุทำให้นักเรียนเรียนไม่ได้ หรือทำให้นักเรียนไม่สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จกกล ทำสวน (2547: 61) การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนหมายถึง การค้นหา ปัญหาและอุปสรรคในการเรียน พร้อมทั้งวิเคราะห์สาเหตุของปัญหาที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถบรรลุจุดประสงค์ในการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อที่จะได้นำไปช่วยแก้ไข ปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จากความหมายข้างต้น พอสรุปได้ว่า การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง กระบวนการสืบค้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ทำให้นักเรียนมีปัญหาหรือไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน

3.2 ความสำคัญของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ชัย และอึ้ง (Chai and Ang, 1987: 43) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ และการศึกษาในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา และสามารถอธิบายได้ว่า เพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่าเมื่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้แสดงออกมาทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงขึ้นในภายหลัง

รี (Ree, 1987: 23) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่าเป็นการทำให้การสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และทำให้ครูระมัดระวังเกี่ยวกับการถามนักเรียนด้วยคำถามที่ถูกต้อง ซึ่งจะให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ ทำให้ครูตระหนักถึงอุปสรรคของนักเรียนโดยทั่วไป อีกทั้งตระหนักถึงการสอนที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และทักษะที่สำคัญ ดังนั้นการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างละเอียดจะสามารถวิเคราะห์และพัฒนาความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากธรรมชาติและสิ่งรอบตัวของนักเรียนได้

คารณี คำแหง (2533: 35) ได้กล่าวสรุปถึงประโยชน์ของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า การวัดผลและประเมินผล เป็นส่วนที่จำเป็นและสำคัญส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้น การสอบเพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนจะเป็นผลที่ทำให้เกิดประโยชน์ทั้งต่อตัวนักเรียน ผู้สอน และยังเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งสำหรับผู้พัฒนาหลักสูตรพิจารณาปรับปรุงแก้ไขหลักสูตร นอกจากนี้ ยังใช้ในการตัดสินผลการเรียนได้อีกด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นนั้นจะเห็นได้ว่า ความสำคัญของการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นมีความสำคัญมาก เพราะเมื่อทราบถึงปัญหาและอุปสรรคในการเรียน ว่าเพราะเหตุใดจึงไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน เพื่อจะได้นำไปวิเคราะห์หาแนวทางในการแก้ไข ปรับปรุง และพัฒนาการเรียนการสอน เพื่อผู้สอนจะได้เตรียมหาวิธีที่จะแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนได้ดีขึ้นและทำให้การสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นด้วย

3.3 วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่อง นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ซึ่งถ้ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นไม่ได้รับการแก้ไขก็จะส่งผลต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหานั้นๆ และเนื้อหาที่ต่อเนื่องต่อไปด้วย ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องหาวิธีการอันใดที่จะทำให้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่างๆ ของนักเรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 3) ดังที่มิ้นักการศึกษาได้กล่าวถึงวิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

ลินควิสท์ (Lindquist, 1956: 4) ได้กล่าวว่า เครื่องมือที่เป็นมาตรฐานมาใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน อันได้แก่ แบบวัดสติปัญญา แบบสังเกต แบบการวิเคราะห์พฤติกรรมอื่นๆ แบบวัดความถนัด และแบบสอบวินิจฉัยการเรียน และได้กล่าวว่าในบรรดาเครื่องมือเหล่านี้ แบบสอบวินิจฉัยการเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ตรงจุดที่สุด เพราะแบบสอบนี้สามารถบ่งชี้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนโดยตรง อีกทั้งยังประหยัดเวลาและแรงงานของครูผู้สอนและช่วยเหลือนักเรียนให้รู้ข้อบกพร่องของตนเอง

ราดาซ (Radatz, 1979: 8) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า แบบทดสอบแบบเลือกตอบที่นิยมใช้ในปัจจุบัน จะมีผลต่อการให้คะแนนและความสะดวกของผู้วัดและประเมินผล และมีความเที่ยงตรงในการให้คะแนนสูง แต่หากจะให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ควรใช้แบบทดสอบเป็นอันดับยั้งเพื่อที่จะวัดระดับความสามารถของนักเรียนได้ใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้น เพราะแบบทดสอบแบบอัตนัยจะใช้เพื่อศึกษา และวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบ วิเคราะห์ค่าความยากในกรณีนักเรียนทำแบบทดสอบได้คะแนนศูนย์ และการจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง

วิธีการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจต้องใช้หลายวิธีประกอบกัน ดังที่พันทิพาอุทัยแสง (2524: 14) ได้กล่าวถึงวิธีการเหล่านั้น ไว้ดังนี้

1. การสังเกตการสอน เป็นการพิจารณาดูว่า นักเรียนมีความสนใจและมีสมาธิในการเรียนหรือไม่
2. การศึกษาเด็กเป็นรายกรณี เป็นการศึกษาเรื่องต่างๆ ไป ของนักเรียนบางคนที่คิดว่าอาจมีปัญหา
3. การทดสอบปกติ เป็นการดูผลการเรียนที่ได้จากการสอบและดูความก้าวหน้าของนักเรียน
4. การทดสอบอย่างละเอียด เป็นการค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ตรงจุดจริงๆ ว่า ส่วนใดต้องแก้ไข โดยพยายามออกข้อสอบให้ได้คำตอบอย่างชัดเจนถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน
5. การสัมภาษณ์ผู้ปกครอง เป็นการปรึกษาหรือเกี่ยวกับปัญหาต่างๆ ของนักเรียนทั้งด้านการเรียน และด้านอื่นๆ

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2522: 91) ได้เสนอวิธีการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. ใช้แบบทดสอบทั่วไป แบบทดสอบชนิดนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสำรวจว่านักเรียนมีความรู้เพียงใด
2. ใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อค้นพบว่าเรื่องใด หรือองค์ประกอบของเรื่องใดที่นักเรียนยังไม่ประสบความสำเร็จ
3. ใช้การสังเกตนักเรียน ขณะนักเรียนทำงานในระหว่างที่ผู้สอนมอบหมายงานให้นักเรียนทำ
4. ใช้การประชุมร่วมกับนักเรียน
5. ใช้การวินิจฉัยโดยนักเรียนเอง เพราะนักเรียนจะรู้ว่าตนเองไม่มีความรู้เรื่องใด

ศิริเดช สุชีวะ (2538: 21) ได้กล่าวว่า ความพยายามในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ได้มีอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การใช้วิธีที่ไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกต การสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคล วิธีเหล่านี้ใช้ได้ผลดีในกรณีที่เป็นนักเรียนกลุ่มเล็กและครูมีความใกล้ชิดกับนักเรียน แต่ในปัจจุบันวิธีนี้ไม่เหมาะสม เนื่องจากต้องใช้เวลาในการวินิจฉัยมาก อีกทั้งจำนวนนักเรียนและจำนวนห้องเรียนที่ครูแต่ละคนต้องรับผิดชอบมีมากขึ้น ไม่สะดวกสำหรับครู เครื่องมือที่นิยมใช้อีกอย่างหนึ่ง คือ แบบสอบวินิจฉัย เป็นแบบสอบที่ใช้สำหรับค้นหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล แต่แบบสอบวินิจฉัยสามารถวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้จากตัวลงที่นักเรียนเลือก โดยที่ข้อสอบแต่ละข้อจะบรรจุตัวลงอันเป็นตัวแทนของแบบการคิดที่ผิดแบบต่างๆ ได้จำนวนจำกัดเพียง 3 ถึง 4 แบบเท่านั้น ในขณะที่บางเนื้อหาสามารถวิเคราะห์แบบการคิดที่ผิดของนักเรียนได้เป็นจำนวนมาก ทำให้ไม่สามารถมั่นใจได้ว่าการที่นักเรียนเลือกตัวลงใดจะแสดงถึงการมีแบบการคิดตามที่ระบุไว้ในตัวลงเสมอไป นักเรียนอาจจะมีแบบการคิดแบบอื่นที่ไม่ได้ใส่ไว้ในตัวลงของข้อนั้น หรือในตัวลงเดียวกันก็สามารถจะมาจากแบบการคิดที่ผิดได้หลายแบบ ดังนั้นจึงเป็นไปได้ยากที่จะสร้างแบบสอบวินิจฉัยชุดหนึ่งให้ครอบคลุมเนื้อหาของเรื่องนั้น พร้อมกับมีตัวลงที่ครอบคลุมแบบการคิดที่ผิดของนักเรียนได้ทั้งหมด อีกประการหนึ่ง การที่นักเรียนตอบถูกก็ไม่ได้หมายความว่านักเรียนจะใช้แบบการคิดที่ถูกต้องเสมอไป แบบการคิดที่ผิดก็สามารถให้คำตอบที่ตรงกับคำตอบที่ถูกต้องได้ในบางข้อเช่นกัน ซึ่งถือเป็นข้อด้อยของแบบสอบวินิจฉัยนี้

รุจิร ภูสาระ (2550: 76) ได้กล่าวถึงวิธีการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่ามีหลายวิธี เช่น ใช้แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) ใช้แบบทดสอบวัดเชาว์ปัญญา (Intelligence Test) หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) แต่เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบหา รายละเอียดของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด คือ แบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบนี้มีสมบัติที่ศึกษารายละเอียดเป็นเรื่อยๆ ไป การวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นอาจทำได้กับทุกวิชา โดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ หนึ่ง ในการวิเคราะห์นี้ควรทำอย่างน้อยสองครั้งในการศึกษาแต่ละเนื้อหา ทั้งนี้เพื่อที่จะได้มั่นใจมากยิ่งขึ้นเพราะว่าการทำผิดบางครั้งอาจจะผิดเพราะตัวเลือกก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาสาเหตุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนเพราะการที่เราได้รู้ว่ามีนักเรียนบกพร่องตรงไหนเพียงอย่างเดียวไม่พอ จะต้องรู้ด้วยว่าทำไมจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเช่นนั้นขึ้น การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นมีสิ่งที่จะต้องสังเกตและพิจารณาอยู่ 5 ประการคือ สมอง

ของนักเรียน บุคลิกภาพ สุขภาพร่างกาย สิ่งแวดล้อมทางบ้านและสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลทางโรงเรียน

จากการที่นักการศึกษาได้กล่าวถึง วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังกล่าวข้างต้น ทำให้สามารถสรุปได้ว่า วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่มีประสิทธิภาพ และได้ผลการวินิจฉัยที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด คือ แบบสอบวินิจฉัยการเรียนรู้แบบอัตนัย เพราะสามารถวิเคราะห์หา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ จากการแสดงวิธีทำของนักเรียนในแบบฝึกหัด หรือในแบบสอบอัตนัย และใช้ได้ผลดีทั้งในการวินิจฉัยมโนทัศน์พื้นฐานและมโนทัศน์ที่ซับซ้อนอีกด้วย

3.4 ความหมายของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

แบบสอบวินิจฉัยเป็นแบบสอบที่ใช้ในการค้นหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน จึงนับว่าเป็นแบบสอบที่ให้ประโยชน์อย่างมากในด้านการศึกษา จึงทำให้เป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไป ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

ธอร์นไดค์ และฮาเกน (Thorndike and Hagen, 1969: 56) กล่าวว่า แบบสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่รวบรวมปัญหาและสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาต่างๆ เพื่อเป็นแนวทางในการหาวิธีการสอนเสริมที่ถูกต้องเป็นการช่วยในการปรับปรุงความรู้ของนักเรียนให้เพิ่มมากขึ้นด้วย

บลูม (Bloom , 1971: 23) กล่าวว่า แบบสอบวินิจฉัยการเรียนรู้เป็นแบบทดสอบที่ค้นหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานและระดับการเรียนรู้เพื่อคัดแยกนักเรียนหรือเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน

เชคอฟท์ (Shaycoft, 1979: 62) กล่าวว่า แบบสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ เป็นแบบสอบที่ใช้วัดความก้าวหน้าในการเรียนและค้นหาจุดอ่อนในทักษะหรือหัวข้อที่สำคัญ

เคนเนดี (Kennedy , 1980: 24) ได้ให้ความหมายของแบบสอบวินิจฉัยว่า เป็นแบบสอบที่ใช้ในการที่บ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนและสามารถค้นหาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น

เบญจา เขียวสม (2534: 78) กล่าวว่า แบบสอบวินิจฉัย เป็นเครื่องมือตรวจค้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียน พร้อมทั้งวิเคราะห์สาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นๆ เพื่อให้ครูผู้สอนนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถของนักเรียน

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า แบบสอบวินิจฉัยการเรียน เป็นแบบสอบที่ใช้ค้นหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ข้อบกพร่อง ปัญหาหรืออุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะนำมาวิเคราะห์สาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นๆ และนำมาใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุง แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเป็นรายบุคคล ในส่วนที่นักเรียนแต่ละคนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและใช้เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนที่จะนำไปจัดเตรียมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาและเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

3.5 ประโยชน์ของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

แบบสอบวินิจฉัยการเรียน เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะพิเศษกว่าแบบทดสอบชนิดอื่น เพราะมีข้อดีอยู่หลายประการ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

ลินควิสท์(Lindquist, 1956: 62)กล่าวถึงประโยชน์ของแบบสอบวินิจฉัยการเรียนไว้ว่า

1. สามารถวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนของนักเรียนได้ละเอียดกว่าวิธีการอื่นๆ
2. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ลำดับชั้นที่จะเป็น ตลอดจนอุปสรรคในการเรียนการสอน
3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย ทำให้มีเวลาจัดซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลได้มากขึ้น
4. ช่วยให้นักเรียนทราบว่า ตนเองต้องเรียนอะไรเพิ่มเติมจากการปรับปรุงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตนเอง

5. ประหยัดเวลาของครูในการจัดหรือเตรียมการซ่อมเสริม และช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอน

บลูม (Bloom , 1971: 32) ได้กล่าวถึงหน้าที่และประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนสรุปได้ดังนี้

1. ใช้วัดพื้นฐานความรู้ก่อนเข้าเรียน
2. ใช้วัดระดับความรอบรู้
3. ให้แยกนักเรียนเป็นกลุ่มเป็นพวกเพื่อหาทางใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม
4. ใช้ค้นหาสาเหตุของความผิดที่เกิดซ้ำซาก

กรอนลัน (Gronlund , 1981: 81) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบสอบวินิจฉัยในทัศนคติคลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. แบบสอบวินิจฉัยในทัศนคติคลาดเคลื่อนแต่ละฉบับสะท้อนถึงมโนคติเกี่ยวกับเรื่องที่จะวัดของผู้สร้างและข้อคิดของนักเรียนในการวินิจฉัย
2. แบบสอบวินิจฉัยในทัศนคติคลาดเคลื่อนที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำจึงเหมาะสำหรับพิจารณาในทัศนคติคลาดเคลื่อนทางการเรียน แต่จะไม่เหมาะสำหรับพิจารณาความชำนาญ
3. แบบสอบวินิจฉัยในทัศนคติคลาดเคลื่อน จะเป็นตัวบอกประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน แต่จะไม่บอกสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น แม้ว่าบางครั้งจะสามารถบอกสาเหตุจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือจากการอธิบายคำตอบของนักเรียน แต่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางชนิดอาจเกิดจากหลายสาเหตุหรือเกี่ยวข้องกันในลักษณะที่ซับซ้อน
4. แบบสอบวินิจฉัยการเรียนที่ทำการวินิจฉัยอุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนเพียงส่วนเดียว ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ที่มีต่อส่วนประกอบนั้นด้วย
5. ผลที่ได้จากแบบทดสอบย่อยหรือกลุ่มของข้อสอบ ในการวินิจฉัยการเรียนอาจเชื่อถือได้น้อย เพราะอาจมีบางหัวข้อเท่านั้นที่วัดทักษะเฉพาะ ดังนั้นการหาข้อเด่น ข้อด้อยทางการเรียนควรสังเกตจากห้องเรียนประกอบด้วย

ทองหล่อ วิชาวิน (2521: 67) ได้กล่าวถึงการใชแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ว่าให้ประโยชน์หลายประการ กล่าวคือ

สำหรับนักเรียน :

1. เมื่อนักเรียนทราบล่วงหน้าว่า จบบทเรียนจะมีการทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ นักเรียนจะกลัวความล้มเหลว ซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ ทั้งยังมีผลทางด้านจิตวิทยา ทำให้นักเรียนเรียนดีขึ้น
2. ผลการสอบจะทำให้นักเรียนประเมินตนเองได้ว่า เขาได้เรียนรู้เรื่องนี้มากน้อยเพียงใด และควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้นักเรียนรู้จักความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร
3. แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้จะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาหรือทักษะในเรื่องเหล่านั้น ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือยัง

สำหรับครู :

1. ช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนของครู เพื่อให้รู้ว่า ครูควรสอนเรื่องอะไร และหัวข้อใดที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตามความต้องการของนักเรียน โดยใช้เทคนิคได้เหมาะสมกับนักเรียนในเนื้อหาแต่ละตอน

มาลินี นิยมเสมอ (2532: 34) ได้กล่าวถึงประโยชน์ที่ได้รับจากแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้สรุปได้ว่า

1. ครูสามารถทราบแนวความคิดที่คลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิดในเนื้อหาวิชา ของนักเรียนแต่ละคนได้
2. ครูสามารถวิเคราะห์สาเหตุของความคลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิดในเนื้อหาวิชา ของนักเรียนแต่ละคนได้
3. ครูสามารถหาเทคนิควิธีการสอนที่เหมาะสม
4. นักเรียนสามารถนำผลจากแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้มาเป็นข้อมูลในการพัฒนาความคิดของตนเองในเนื้อหาวิชาให้ถูกต้องได้

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบสอบวินิจฉัยการเรียนดังกล่าวข้างต้น ซึ่งสรุปได้ว่า ประโยชน์ของแบบสอบวินิจฉัยการเรียนมีทั้งต่อนักเรียน และครู ประโยชน์สำหรับนักเรียนคือ ผลการสอบนั้นทำให้นักเรียนรู้จักความสามารถของตนเอง และสิ่งที่ควรปรับปรุง และประโยชน์สำหรับครูคือ ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย และช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนของครูได้อีกด้วย

3.6 ลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

แบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น เป็นแบบสอบที่มีลักษณะแตกต่างจากแบบสอบชนิดอื่นๆ ดังที่ได้มีนักการศึกษา ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ ดังนี้

- บลูม (Bloom, 1971: 43) กล่าวถึงลักษณะแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า
1. เป็นแบบทดสอบที่ชี้ให้เห็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานและระดับการเรียนรู้เพื่อคัดแยกนักเรียน ปรับปรุงการเรียนการสอน และหาว่านักเรียนคนใดควรซ่อมเสริมและซ่อมเสริมตรงจุดใด
 2. ใช้เมื่อนักเรียนได้เรียนบทเรียนแต่ละบทสิ้นสุดลงแล้ว
 3. ให้ประเมินผลได้ทั้งพฤติกรรมด้านความรู้ ความรู้สึก และด้านการปฏิบัติ
 4. ประกอบด้วยข้อสอบจำนวนมาก และเป็นข้อสอบที่ง่าย แต่ละข้อมีค่าความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป
 5. การประเมินคะแนนจากแบบทดสอบ อาจประเมินได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม
 6. การรายงานคะแนนจากแบบทดสอบ จะรายงานในรูปแบบเส้นภาพ (Profile) ของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อยๆ

กรอนลัน (Gronlund, 1981: 49) ได้อธิบายถึงลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่ามีลักษณะดังนี้

1. ยึดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนเป็นขอบข่ายการวัด
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่จะวัดเป็นความบกพร่องเฉพาะอย่าง
3. ข้อสอบมีลักษณะง่าย

4. ให้อัดสอบระหว่างการเรียนการสอน
5. สร้างขึ้นเพื่อหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียน
6. นำผลไปใช้ในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริม

สุเทพ สันติวรานนท์ (2533: 83) กล่าวถึงลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยมีรากฐานมาจาก การวิเคราะห์ทักษะเฉพาะอย่าง ที่ส่งผลให้การเรียนสำเร็จ
2. แยกเป็นแบบทดสอบย่อยๆ หลายฉบับ แต่ละฉบับเพื่อใช้วัดทักษะเฉพาะอย่าง
3. ในแต่ละฉบับย่อยประกอบด้วยข้อสอบหลายๆข้อ ซึ่งใช้วัดในทักษะเดียวกัน
4. ข้อสอบแต่ละข้อได้จากการวิเคราะห์และรวบรวมคำตอบที่เป็นปัญหา หรือสาเหตุซึ่งเกิดขึ้นกับนักเรียนจำนวนมาก ดังนั้นข้อสอบแต่ละข้อต้องสามารถบอกสาเหตุของการตอบผิดได้
5. เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นหลัก
6. ไม่ควรจำกัดเวลาตอบหรือสอบฯ
7. การให้คะแนนจะแยกเป็นด้านๆ เพื่อค้นหาข้อบกพร่องในแต่ละด้าน จึงไม่สนใจคะแนนรวมของนักเรียนแต่ละคน
8. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) เพราะไม่ต้องการเปรียบเทียบกับบุคคลอื่น แต่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาข้อบกพร่องเป็นรายบุคคล

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้างต้นนั้น สามารถสรุปลักษณะที่สำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนดังนี้

1. เป็นแบบสอบที่ใช้สำหรับค้นหาหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนเป็นเรื่องๆ
2. เป็นแบบสอบที่ค่อนข้างง่ายและมีจำนวนข้อมาก โดยที่เนื้อหาของข้อสอบต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ซึ่งแบบทดสอบนั้นใช้วัดทักษะย่อยๆ โดยแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยๆ หลายฉบับและแยกทดสอบในทักษะเฉพาะที่แตกต่างกัน
3. ลักษณะของแบบสอบต้องสามารถที่จะให้นักเรียนได้แสดงกระบวนการคิด ได้อย่างเพียงพอ เพื่อที่จะสามารถค้นหาหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนและสาเหตุนั้นๆ ได้

4. ควรเป็นแบบสอบที่ไม่กำหนดเวลาในการทำการสอบ

3.7 ขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากประโยชน์ของแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวข้างต้น การสร้างแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงต้องมีวิธีการและขั้นตอนที่ชัดเจน ดังที่มีผู้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

นอลล์ และแสกนเนอร์ (Noll and Scanner, 1972: 45) กล่าวถึงลำดับขั้นที่สำคัญในการสร้างแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1. ต้องวิเคราะห์กฎ หลักการ ความรู้ หรือทักษะที่ต้องการจะวัดอย่างรอบคอบ
2. ต้องมีการวางแผนและโครงสร้างครอบคลุมกฎและหลักการอย่างเพียงพอตามจุดประสงค์ที่จะทดสอบ
3. เรียบเรียงข้อสอบเป็นกลุ่มเพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ และวินิจัย

กรอปเปอร์ (Groppe, 1974: 61) กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. เขียนข้อสอบโดยใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นเกณฑ์
3. หาสาเหตุที่ไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
4. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

สิงหะ (Singha, 1974: 48) กล่าวถึงลำดับขั้นในการสร้างแบบสอบวินิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

1. วางแผน
2. เขียนข้อสอบ
3. รวบรวมเป็นแบบทดสอบ
4. เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบ
5. เตรียมเฉลยพร้อมแบบแผนการให้คะแนน
6. ตรวจสอบความเรียบร้อยของแบบทดสอบ

ในกรณีที่สร้างข้อสอบเป็นแบบปรนัยหรือแบบเติมคำตอบสั้นๆ ควรมีข้อสอบไม่น้อยกว่า 3 ข้อ ในแต่ละจุดประสงค์ ไม่ต้องคำนึงถึงความต่อเนื่องของเนื้อหาในแต่ละด้าน ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและไม่คำนึงถึงเกณฑ์ปกติ

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2522: 76) สรุปลำดับขั้นในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นไว้ดังนี้

1. แยกหรือวิเคราะห์ทักษะใหญ่ออกเป็นส่วนย่อย
2. สร้างข้อคำถามในแต่ละทักษะย่อยเหล่านั้น โดยไม่จำเป็นต้องเป็นคำถามที่ยากนัก แต่ควรมีจำนวนมากข้อ

วรรณดี ชุนหวดมียานนท์ (2524: 53) ได้ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแล้วสรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดและแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อยๆ
3. วิเคราะห์ทักษะที่ต้องการจะวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ ให้ชัดเจน
4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
5. วิเคราะห์สาเหตุที่นักเรียนไม่รอบรู้ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
6. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

จินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์ (2526: 103) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์หรือแยกแยะกฎ หลักการ ความรู้ในเนื้อหา และทักษะใหญ่ออกเป็นส่วนย่อยๆ อย่างละเอียด และต้องสร้างให้ครอบคลุมกฎ และหลักการต่างๆ
2. ข้อสอบแต่ละทักษะย่อยๆ ไม่จำเป็นต้องยากนัก แต่ควรมีหลายๆ ข้อ ข้อสอบจัดเป็นกลุ่มๆ ตามลักษณะที่ต้องการวินิจฉัย
3. ข้อสอบแต่ละข้อต้องมีความตรงในการวัดทักษะย่อยๆ และทดลองใช้ข้อสอบเพื่อปรับปรุงให้ดีขึ้น

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2531: 98) กล่าวถึงการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในทัศนที่คลาดเคลื่อนที่ดี มีลำดับในการสร้างรูปได้ดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยอย่างละเอียด
2. วิเคราะห์ทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ
3. ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนในแต่ละทักษะย่อย
4. เขียนข้อสอบให้สามารถวัดทักษะย่อยๆได้และให้มีจำนวนข้อสอบมาก
5. ข้อสอบในแต่ละทักษะเป็นข้อสอบที่ง่าย
6. ตรวจสอบความถูกต้องและทดลองใช้แบบทดสอบ
7. เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบ

สุเทพ สันติวรานนท์ (2533: 113) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในทัศนที่คลาดเคลื่อนในเชิงปฏิบัติการดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์ทักษะที่จำเป็นและเนื้อหาวิชาอย่างละเอียดแล้วแบ่งเป็นองค์ประกอบย่อยๆ
3. เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objective) ให้ครอบคลุมเนื้อหาที่กำหนด
4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ในข้อสอบจะกำหนดให้นักเรียนหาคำตอบและสาเหตุของการเลือกตอบ ซึ่งในขั้นนี้ถือเป็นการสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจสาเหตุของการเลือกตอบ
5. นำไปสอบกับนักเรียนในกลุ่มที่ได้เรียนเนื้อหานั้นมาแล้ว
6. วิเคราะห์คำตอบและสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ ทั้งนี้เพื่อนำผลการวิเคราะห์มากำหนดสร้างตัวเลือกของแบบสอบวินิจฉัย
7. เขียนข้อสอบ โดยตัวเลือกสร้างจากสาเหตุของการเลือกตอบของนักเรียน
8. นำข้อสอบในขั้นที่ 7 มารวบรวมเป็นฉบับแบบสอบวินิจฉัย แล้วนำไปทดลองใช้และพัฒนาปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น

จากขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่กล่าวมานั้น จะพบว่า มีขั้นตอนที่ต่อเนื่องและจำเป็นที่ผู้สร้างต้องคำนึงถึงขั้นตอนดังกล่าว เพื่อให้ได้มาซึ่งเครื่องมือ สำหรับการวินิจจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่มีคุณภาพต่อไป ซึ่งผู้วิจัยพอที่จะสรุปขั้นตอนในการสร้างได้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์เนื้อหารายวิชาที่ต้องการศึกษาอย่างละเอียดและแบ่งเนื้อหาออกเป็น องค์ประกอบย่อยๆ
3. วิเคราะห์ทักษะและความรู้พื้นฐานที่ต้องการวัดโดยแบ่งออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆแล้ว ตั้งเป็นวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. ศึกษารวบรวมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น
5. สร้างแบบสอบวินิจจัยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและสามารถวัดทักษะย่อยๆเหล่านั้น
6. นำแบบสอบวินิจจัยที่สร้างไปทดลองใช้ ปรับปรุงและพัฒนาให้มีคุณภาพ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศ และในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ ดังต่อไปนี้

บรูคเนอร์ และบอนด์ (Brueckner and Bond, 1955: 1-25) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนเรื่องเศษส่วนและการสร้างแบบสอบวินิจจัยเป็นหน่วยย่อยๆคือการบวก การลบ การคูณและการหาร โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 จำนวน 600 คน พร้อมทั้งได้รวบรวมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของเด็กไว้หลายประการคือ

1. การบวก มีความไม่เข้าใจในกระบวนการ เช่น การบวกเศษกับเศษ บวกส่วนกับส่วน มีปัญหาเรื่องการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ มีปัญหาในการทำเศษส่วนให้เป็นจำนวนคละ มีปัญหาในการคิดคำนวณและบวกเฉพาะบางส่วนของจำนวน
2. การลบ มีความไม่เข้าใจในกระบวนการ มีปัญหาในการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคิดคำนวณ และลบเฉพาะบางส่วนของจำนวน
3. การคูณ มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคิดคำนวณ ไม่เข้าใจกระบวนการ มีปัญหาในการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ฯลฯ

4. การหาร ใช้วิธีการผิด เช่น การเปลี่ยนเป็นวิธีคูณ โดยไม่กลับเศษเป็นส่วนของตัวหาร มี
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการคิดคำนวณ

บอสแลนด์ (Bosland, 1978: 2-27) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อทำการสอน
ซ่อมเสริมในจุดที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวก สำหรับนักเรียน
เกรด 3 และเกรด 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยค้นหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผลการศึกษาพบว่า
นักเรียนซึ่งมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเพราะขาดทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับ
ระบบจำนวน

เดวิส (Davis, 1979: 1-57) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับ
โครงสร้างของสาเหตุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พร้อมทั้งวิธีการแก้ไข ผลการวิจัยพบมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7
อย่าง คือ ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุ่มกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การ
สรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

ชัย และอัง (Chai and Ang, 1987: 3-68) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิต และสมการโดย
ทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการ
วิจัยเป็นแบบสอบถามวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของเชลเรียว ซึ่งสร้างโดยปรับปรุงจากแบบสอบของ
โครงการในประเทศอังกฤษ ซึ่งมีชื่อว่ามโนทัศน์ของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้น
มัธยมศึกษาตอนปลาย (CSMS) และโครงการที่มีชื่อว่า กลวิธีและความผิดพลาดของวิชา
คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (SESM) และการทดสอบนักเรียน
โดยการสัมภาษณ์ นำผลการสอบทั้งสองอย่างของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหาจุดบกพร่องใน
วิธีการ 6 อย่าง คือ การประเมินตัวอักษร ตัวอักษรที่ไม่มีประโยชน์ ตัวอักษรที่ใช้แทนสิ่งของ
ตัวอักษรที่ไม่ทราบความหมาย ตัวอักษรที่ใช้แทนตัวเลขและตัวแปร ผลที่พบคือ นักเรียนที่ใช้
กลวิธีของเขาเองจะล้มเหลวถ้าพบปัญหาที่ยาก นอกจากนั้นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วน
ใหญ่ก็เนื่องมาจากการตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมาย

ของตัวอักษร และจากการสัมภาษณ์ทำให้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์หรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ

โมวโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) ได้วิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศอิสราเอล" ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ เกณฑ์การพิจารณา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามเกณฑ์การพิจารณา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยเป็นดังนี้ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) และด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)

อง และลิม (Ong and Lim, 1987: 2-31) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต" โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี ในสิงคโปร์ 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 356 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 356 คน และนักเรียนระดับวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ง่ายๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการซึ่งมีตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวแปร หรือสมการที่ยากกว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ และนักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้ เช่น การใช้ 0 แทนค่าใดค่าหนึ่งในสมการ

ทรูแรน (Truran, 1987: 1-32) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษาในกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุที่ผิดของนักเรียนแต่ละคนตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้านของคาร์เธย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากการขาดความระมัดระวัง และความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมาย ใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยค อ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดังๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

แบลนด์ และคณะ (Blando and others, 1989: 3-47) ได้ทำการศึกษาเรื่อง "การวิเคราะห์และรูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต" วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษารูปแบบความผิดพลาดของนักเรียนในการใช้เครื่องมือทางเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐซานฟรานซิสโก โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตอยู่ในเกณฑ์ดีกับกลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตในเกณฑ์ต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเลขคณิตที่เกี่ยวกับความผิดพลาดในการทำเลขคณิตของนักเรียนจำนวน 3 ฉบับ โดยศึกษาความคลาดเคลื่อนของนักเรียนในด้านการมีลำดับที่มากกว่า การทำผิดเครื่องหมาย และรูปแบบของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดความระมัดระวัง ผลการวิจัยพบว่า ข้อผิดพลาดในการคำนวณของนักเรียนมีหลายรูปแบบ เช่น ผิดพลาดในการบวกก่อนคูณ เป็นจำนวน 67 เปอร์เซ็นต์ การคูณแทนการบวก 10 เปอร์เซ็นต์ ขาดความระมัดระวังในการคูณ 3 เปอร์เซ็นต์

เบคเกอร์ (Becker, 1992: 1-14) ได้ศึกษาหาสาเหตุและการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และการนำเสนอรูปแบบของฟังก์ชัน โดยใช้แบบสอบถามก่อนและหลังการสอนกับนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น และเลือกนักเรียนที่มีความสนใจจำนวน 20 คน มาสอนเพิ่มเติม เพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบกราฟว่าเป็นฟังก์ชันโดยการลากเส้นขนานกับแกน y หรือโดยการมองภาพ นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบตารางว่าเป็นฟังก์ชัน ถ้าเป็นความสัมพันธ์แบบ 1-1 นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบสมการว่าเป็นฟังก์ชัน ถ้าความสัมพันธ์นั้นอธิบายได้รูปแบบเดียว นักเรียนไม่สามารถเขียนรูปแบบของฟังก์ชัน นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายฟังก์ชันโดยการนำเสนอด้วยสูตรหรือกราฟ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบใช้บทนิยามในการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ นอกจากนี้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน สรุปได้ดังนี้ ฟังก์ชันเชิงเส้น ชนิดของฟังก์ชัน ฟังก์ชัน 1-1 กราฟของฟังก์ชันที่เป็นแนวราบ ความต่อเนื่องของกราฟ การนำเสนอฟังก์ชันด้วยสูตรหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอฟังก์ชันในรูปของตัวแปร x

แอลเลน (Allen, 1996: 3-4) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 146 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ และเกณฑ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่สร้างขึ้นตามเกณฑ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของ ราดัทซ์ (Radatz, 1979) ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์อย่างมากระหว่างรูปแบบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่แน่นอนกับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ คะแนนที่นักเรียนได้จากแบบทดสอบจะเทียบได้กับรูปแบบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์และอายุอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 ความถี่ของข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิตกับเลขคณิตและเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญ แต่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนแต่ละคนในวิชาเลขคณิตไม่สัมพันธ์กับเรขาคณิตที่ระดับ 0.01 และความแตกต่างของรูปแบบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่สำคัญยังคงมีอยู่ระหว่างกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดและกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด

อุไรวรรณ ทศนบุตร (2523: 1-9) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 990 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วน การลบเศษส่วน การคูณเศษส่วน และโจทย์ปัญหาเศษส่วน เป็นแบบเติมคำตอบสั้นๆ ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุของความบกพร่องที่สำคัญ ไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการบวกลบคูณหารเศษส่วน และบกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

วรรณดี ชุนหวดมียานนท์ (2524: 2-14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องโพลิโนเมียล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตท้องที่การศึกษา 4 กรุงเทพมหานคร" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 750 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือ การบวกโพลิโนเมียล การลบโพลิโนเมียล สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุของความบกพร่องที่สำคัญคือ ไม่เข้าใจความหมายของโพลิโนเมียล และโพลิโนเมียล ไม่เข้าใจทักษะการคำนวณเลขยกกำลัง สับสนเครื่องหมาย และไม่เข้าใจคุณสมบัติการแจกแจง

จินดา ลิ่มถาวรศิริพงศ์ (2526: 1-21) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างลำดับชั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตมัธยม กรุงเทพมหานคร จำนวน 42 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็มจาก 34 จุดประสงค์ จุดประสงค์ละ 3 ข้อ รวม 102 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความบกพร่องเนื่องมาจากไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องคุณสมบัติของศูนย์เกี่ยวกับการหารมากที่สุด รองลงมาได้แก่ เรื่องการลบจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ และไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2528: 1-9) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรมในเขตการศึกษา 6 จำนวน 353 คน เป็นนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรมอาชีวศึกษาจำนวน 166 คน และนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษาจำนวน 187

คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียน ลับสนกระบวนการและเครื่องหมายในการคำนวณ

ปราโมทย์ มากฐ (2530: 1-12) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์ คณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนประจำจังหวัด 8 โรงเรียน ในภาคเหนือของประเทศไทยจำนวน 160 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นโจทย์สมการพีชคณิตจำนวน 19 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์ทำข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและการทำให้เป็นผลสำเร็จน้อย แต่ทำข้อผิดพลาดในด้านการประยุกต์มาก

กรมวิชาการ (2532: 6-13) ได้รายงานผลการวิจัยเกี่ยวกับการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 41 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ข้อสอบวินิจฉัยคู่ขนานจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมี ข้อบกพร่องใน 3 ลักษณะเรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อย คือ ด้านการคิดคำนวณ การ แก้ปัญหาโจทย์ และความคิดรวบยอด นอกจากนี้ยังพบว่าในด้านความคิดรวบยอดนักเรียน บกพร่องในเรื่องเลขศูนย์มากที่สุด รองลงมาเรื่องการนับเลขหนึ่ง และหลักเลข สำหรับด้านการ คิดคำนวณนักเรียนบกพร่องส่วนมากในเรื่องความสะเพร่า รองลงมาเรื่องลบเลขสองหลักไม่มียืม และลับสนในวิธีการ เป็นต้น สำหรับด้านการแก้ปัญหาโจทย์ นักเรียนทุกคนบกพร่องในการ แปลงภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์

ทัศนพร คลังแก้ว (2532: 2-16) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการ ทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร" กลุ่ม ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 70 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น แบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยเรื่อง ภาคตัดกรวย และตรีโกณมิติ การวิเคราะห์ข้อบกพร่อง ในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยได้ใช้เกณฑ์ ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การพิจารณา ข้อบกพร่องของแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของ โมวโชวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบ คณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร เรียงลำดับจากมากไป

หาน้อย คือ บทพร้องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ และข้อผิดพลาดในด้านการใช้ภาษา

ดารณี คำแหง (2533: 3-37) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5" ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ และชนิดเรียงความ ซึ่งปรับปรุงมาจากลักษณะข้อบกพร่องของ แบลนโด และคณะ คาเชย์และไมวโซวิทซ์ – ฮาดาร์ และคณะ ผลการวิจัยพบว่า แบบสอบชนิดเลือกตอบนั้นนักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องการนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบางประการของกลุ่ม และคุณสมบัติการเท่ากันไปใช้พิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้ หรือวิจารณ์การพิสูจน์ ส่วนแบบสอบชนิดเรียงความนั้นนักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องการนำความรู้เรื่องการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้หาค่าตัวแปร หาคิโนเวอร์สการบวก และการคูณผิด ตามลำดับ

วนิดา มณีวรรณ (2534: 3-53) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2533 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 877 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ สูงในมโนทัศน์การแก้อสมการที่เป็นโจทย์ปัญหาการแก้อสมการ โดยใช้คุณสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยนำจำนวนลบและจำนวนบวกมาบวกทั้งสองข้าง นักเรียนชายที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากกว่านักเรียนหญิง และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นอกจากนี้นักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากกว่านักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ยุพิน กรณ์ทอง (2534: 2-36) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา

2533 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 687 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีการตีปัญหาโจทย์สมการเกี่ยวกับอายุ อัตราเร็ว ระยะทาง โจทย์สมการเกี่ยวกับอัตราเร็ว อายุ และการแก้สมการในรูปเศษส่วนพหุนาม และมีความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการ การตีปัญหาโจทย์ สมการ และการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สมชาย บุญรักษา (2536: 2-11) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 316 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่นักเรียนบกพร่องมากได้แก่ กราฟของสมการที่ขนานกัน การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกราฟ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สาเหตุของข้อบกพร่องที่พบมากได้แก่ ขาดความรอบคอบ เขียนจุดตัดบนแกน X ผิด เข้าใจผิดและเข้าใจว่า 0 เป็นจำนวนเต็มบวก

อัมพร ม้าคนอง (2536: 1-13) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย " ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 21 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ ตามลำดับ

รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (2538: 1-13) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2537 โรงเรียนมัธยมศึกษาในสังกัดกรมสามัญกระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดอ่างทอง จำนวน 335 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ จำแนกตามขั้นตอนในการแก้ปัญหาเรื่องร้อยละคิดเป็นร้อยละ 72 และมีข้อบกพร่องในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหาโจทย์ร้อยละ โดยเรียงลำดับจำนวนนักเรียนที่มีความบกพร่องจากมากไปน้อยดังนี้คือ อันดับที่ 1 บกพร่องในการเขียนอัตราส่วนและสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์ อันดับที่ 2 บกพร่องในการตีความ อันดับที่ 3 บกพร่องในการตอบคำถามโจทย์ อันดับที่ 4 บกพร่องในการแก้สมการหาคำตอบและอันดับสุดท้ายบกพร่องในการทำความเข้าใจโจทย์ข้างต้น

สนหาติ เหล็กชาย (2538: 2-15) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมการกำลังสอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในกรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบปรนัย 5 ตัวเลือก เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามและสมการกำลังสอง ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องมากที่สุดคือ ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง การคำนวณตัวเลขผิดพลาดและการแทนค่าผิด ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองกรณีที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวไม่ทราบค่ามีค่ามากกว่าหนึ่ง ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบโดยใช้ผลต่างกำลังสองและการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ การคำนวณโดยใช้สูตรผิดพลาดและแทนค่าในสูตรผิด

สุนิสา พงษ์ประยูร (2543: 3-17) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยแบบเต็มคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คิดเป็นร้อยละ 55 โดยมีระดับจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อยดังนี้ อันดับที่ 1 มีข้อบกพร่องในการตรวจคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ ร้อยละ 80 อันดับที่ 2 มีข้อบกพร่องในการเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ ร้อยละ 72.5 อันดับ 3 มีข้อบกพร่องในการวิเคราะห์โจทย์

เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร ร้อยละ 32.5 อันดับ 4 มีข้อบกพร่องในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ร้อยละ 25

ณัฐใจโล พริงมาตี (2544: 2-17) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น" เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 415 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ผลการวิจัยพบว่า ตัวอย่างประชากรมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานในระดับต่ำใน 3 มโนทัศน์ย่อย คือ บทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง และเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ในระดับปานกลางคือ มโนทัศน์ย่อยเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน

เกษสุตา บุรณพันศักดิ์ (2545: 1-9) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ และศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2545 จากโรงเรียนสังกัดกรมสามัญ กรุงเทพมหานคร และสัมภาษณ์นักเรียน 24 คน และให้นักเรียน 307 คน ตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัธยฐาน เลขคณิต ค่ามัธยฐานเลขคณิตร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์สมบัติและตัวแปร ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

จากการที่ได้ศึกษาวรรณคดี งานวิจัยต่างประเทศ และงานวิจัยในประเทศมาแล้ว ดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่ามีผู้ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านลักษณะ วิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน วิธีการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่

ฉลาดเคลื่อนที่แตกต่างกันไป แบบวัดมโนทัศน์ที่ฉลาดเคลื่อนต่างๆ ทั้งเป็นแบบปรนัย แบบอัตนัย แบบสัมภาษณ์ เป็นต้น เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่ฉลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาต่างๆ กัน จะเห็นว่าการศึกษามโนทัศน์ที่ฉลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการพัฒนาทางด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะจะทำให้ทราบถึงสิ่งที่เป็นปัญหา อุปสรรค ที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์ ดังนั้นการศึกษานักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในทักษะส่วนใดหรือขั้นตอนใดของกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงสามารถที่จะนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐาน เพื่อใช้ในการแก้ไขปรับปรุง ช่อมเสริมในส่วนที่นักเรียนยังมีความบกพร่องในทักษะหรือขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ที่ฉลาดเคลื่อน โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย และใช้แบบสัมภาษณ์ประกอบด้วย เพื่อให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ฉลาดเคลื่อนให้สมบูรณ์ที่สุด เพื่อให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดการพัฒนาที่ดีขึ้นและการสอนคณิตศาสตร์ของครูผู้สอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ



คุรุวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 ผู้วิจัยมี
วิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง
กับการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศ และต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับ
มโนทัศน์ ความสำคัญของมโนทัศน์ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการวิจัย
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548)
3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องจำนวน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบไปด้วย หัวข้อสมบัติ
ของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พุทธศักราช 2544
(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) หนังสือคู่มือครูของสถาบันส่งเสริม
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548)

4. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิจัย วิธีการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และใช้แบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง ประกอบการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการสำรวจในปีการศึกษา 2552 พบว่ามีประชากรทั้งหมด 4,134 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง 402 คน โดยดำเนินการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) มีขั้นตอนดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

1.1 สำรวจโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ พบว่าครอบคลุมทั้งหมด 5 อำเภอ คือ อำเภอวัดเพลง อำเภอสวนผึ้ง อำเภอปากท่อ อำเภอจอมบึง และอำเภอเมือง มีโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 36 โรงเรียน มีห้องเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 108 ห้องเรียน และมีนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 4,134 คน (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1, 2552)

1.2 กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่พอที่จะเป็นตัวแทนของประชากร จากตารางสำเร็จรูปของยามาเน (Yamane 1973 : 886) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยยอมให้มีความคลาดเคลื่อนได้ $\pm 5\%$ คำนวณได้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนประชากรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 367 คน

1.3 กำหนดจำนวนห้องเรียนที่ใช้ในการวิจัยให้มีจำนวนนักเรียนรวมเพียงพอที่จะใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างได้ เนื่องจากจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเฉลี่ยคือ 40 คน / ห้องเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสุ่มห้องเรียนทั้งหมด 10 ห้องเรียน ซึ่งจะได้จำนวนกลุ่มตัวอย่าง 402 คน

1.4 สุ่มตัวอย่าง โดยใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) ตามลำดับชั้นดังนี้

1.4.1 สุ่มโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ จากแต่ละอำเภอ ซึ่งมีจำนวนโรงเรียนไม่เท่ากัน ด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยการจับสลากจำนวน 10 โรงเรียน โดยพิจารณาตามสัดส่วนจำนวนโรงเรียนในแต่ละอำเภอ (อัตราส่วนระหว่างจำนวนโรงเรียน : จำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา คือ 4:1) ดังรายละเอียดในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 จำนวนโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ จำแนกตามอำเภอ

อำเภอ	จำนวนโรงเรียน	จำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา
วัดเพลง	2	1
สวนผึ้ง	3	1
ปากท่อ	8	2
จอมบึง	9	2
เมือง	14	4
รวม	36	10

1.4.2 ในแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามจำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา จากห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด โดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยวิธีการจับสลาก หากโรงเรียนใดมีห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพียงหนึ่งห้องเรียนจึงเลือกห้องเรียนนั้น และให้นักเรียนทุกคนในห้องที่สุ่มมาได้เป็นกลุ่มตัวอย่าง ได้ห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 ห้อง และได้จำนวนนักเรียน 402 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยดำเนินการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยคัดเลือกนักเรียนที่มีความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวนมากที่สุด จำนวน 10 คน โดยพิจารณาให้ครอบคลุมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนครบทั้ง 5 ด้าน เพื่อประกอบการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด คือ แบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ฉบับ และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบมีโครงสร้างเรื่องจำนวน โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

แบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1. ศึกษาวิธีสร้างแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อเป็นแนวทางวางแผนการสร้างแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน
3. วิเคราะห์เนื้อหาเรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยสมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง ซึ่งสามารถจำแนกเป็นมโนทัศน์ย่อยได้ดังตารางที่ 2 (นิยามของมโนทัศน์ย่อย แสดงในภาคผนวก ข)

ตารางที่ 2 มโนทัศน์ เรื่องจำนวน

เรื่อง	หัวข้อ	มโนทัศน์ย่อย
จำนวน	1. สมบัติของจำนวนนับ	1.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับตัวประกอบ 1.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนคู่ จำนวนคี่ 1.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนเฉพาะ 1.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับตัวประกอบเฉพาะ 1.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบ 1.6 มโนทัศน์เกี่ยวกับตัวหารร่วมมาก 1.7 มโนทัศน์เกี่ยวกับตัวคูณร่วมน้อย 1.8 มโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และค.ร.น.
	2. ระบบจำนวนเต็ม	2.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนเต็ม 2.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนเต็มลบ 2.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม 2.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนเต็มบวก 2.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม 2.6 มโนทัศน์เกี่ยวกับการบวกจำนวนเต็ม 2.7 มโนทัศน์เกี่ยวกับการลบจำนวนเต็ม 2.8 มโนทัศน์เกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม 2.9 มโนทัศน์เกี่ยวกับการหารจำนวนเต็ม
	3. เลขยกกำลัง	3.1 มโนทัศน์เกี่ยวกับการหาค่าของเลขยกกำลัง 3.2 มโนทัศน์เกี่ยวกับการคูณของเลขยกกำลัง 3.3 มโนทัศน์เกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีฐานในรูปการคูณ 3.4 มโนทัศน์เกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง 3.5 มโนทัศน์เกี่ยวกับการหารเลขยกกำลัง 3.6 มโนทัศน์เกี่ยวกับการใช้เลขยกกำลังเขียนแสดงจำนวนที่มีค่ามากหรือมีค่าน้อย

4. ศึกษาด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากงานวิจัยของไมวโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987) ที่ได้ตั้งไว้ทั้งหมด 6 ด้าน โดยภายหลังจากวิเคราะห์ด้านที่เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ผู้วิจัยได้ปรับมาใช้เพียง 5 ด้าน โดยตัดด้านที่ 3 คือ การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ออก รายละเอียด คือ

การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) บทพร่องในการหาค่าความจริงของประพจน์ภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว... สรุปการให้เหตุผล ภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว...ไม่ถูกต้อง ใช้วิธีบอกปริมาณในตำแหน่งไม่ถูกต้อง การอ้างหลักตรรกศาสตร์ที่ข้ามขั้นตอน

ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์เรื่องจำนวน พบว่ามีหัวข้อระบบจำนวนเต็ม และหัวข้อเลขยกกำลังเท่านั้นที่สามารถเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนี้ได้ แต่ในหัวข้อสมบัติของจำนวนนับนั้น ไม่มีมโนทัศน์ย่อยใดที่จะสามารถเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนี้ได้ ดังนั้น เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูล และการสรุปผลของทั้ง 3 หัวข้อเป็นไปในแนวทางเดียวกัน ผู้วิจัยจึงตัดด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ออก และมีการรวมด้านย่อย ผู้วิจัยจึงได้ด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ด้าน รายละเอียดดังในคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยข้างต้น

5. วิเคราะห์ด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 5 ด้านที่ได้ปรับปรุงแล้ว และทำการวิเคราะห์แต่ละเนื้อหา เลือกให้การออกข้อคำถามในแบบวัดมโนทัศน์แต่ละข้อสามารถเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ครบทั้ง 5 ด้าน

6. วิเคราะห์จำนวนชั่วโมงเรียน จากคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

7. สร้างแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ หัวข้อระบบจำนวนเต็ม และหัวข้อเลขยกกำลัง ให้สอดคล้อง และครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์เนื้อหา จำนวนชั่วโมงเรียน และข้อคำถามแต่ละข้อสามารถเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ครบทั้ง 5 ด้าน ซึ่งแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอนที่คิดลงในเอกสาร ใช้เวลา 2 ชั่วโมง ประกอบด้วยข้อคำถามจำนวน 18 ข้อ ดังนี้

วัดมโนทัศน์ หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ จำนวน 3 ข้อ

วัดมโนทัศน์ หัวข้อระบบจำนวนเต็ม จำนวน 10 ข้อ

วัดมโนทัศน์ หัวข้อเลขยกกำลัง จำนวน 5 ข้อ

รายละเอียดของจำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ใช้จริง และจำนวนข้อที่ออกข้อสอบ ของแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 จำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ใช้จริง และจำนวนข้อที่ออกข้อสอบ ของแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำแนกตามหัวข้อ

หัวข้อ	จำนวนชั่วโมงเรียน	จำนวนข้อที่ใช้จริง	จำนวนข้อที่ออกข้อสอบ
สมบัติของจำนวนนับ	6	2	3
ระบบจำนวนเต็ม	26	7	10
เลขยกกำลัง	13	3	5
รวม	45	12	18

8. นำแบบวัดมโนทัศน์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้คำปรึกษา เพื่อแก้ไขปรับปรุงให้ถูกต้อง แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่านตรวจความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความถูกต้องของภาษา ความเป็นปรนัยของคำตอบ และความสอดคล้องครอบคลุมตามแนวคิดของมโนทัศน์เรื่องจำนวน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และพิจารณาข้อคำถามในแต่ละข้อว่าเป็นแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ที่ใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวน ได้หรือไม่ โดยใช้เกณฑ์จากความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นสอดคล้องกันอย่างน้อย 2 ใน 3 ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นสอดคล้องกันว่า แบบวัดมโนทัศน์ ทั้ง 18 ข้อ เป็นแบบวัดที่ใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวน ได้จริง แบบวัดมีความครอบคลุมมโนทัศน์เรื่องจำนวน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แต่มีประเด็นที่ต้องปรับปรุงแก้ไขในเรื่องภาษา จำนวนที่ใช้ และความซับซ้อนของข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ดังนี้

- 8.1 แบบวัดบางข้อมีคำถามซับซ้อน กำกวม ต้องปรับคำถามให้ง่ายต่อการตีความมากขึ้น
- 8.2 โจทย์บางข้อยาวเกินไป ทำให้นักเรียนไม่ยอมอ่าน เป็นผลให้นักเรียนทำข้อสอบข้อนั้นโดยใช้วิธีเขียนเดาคำตอบได้
- 8.3 แบบวัดบางข้อมีคำถามไม่ชัดเจน ให้ปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามให้เข้าใจชัดเจนยิ่งขึ้น

9. นำแบบวัดมโนทัศน์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ทั้ง 18 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเล็กจำนวน 5 คน ซึ่งได้เรียนเนื้อหา คณิตศาสตร์ เรื่องจำนวน ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ หัวข้อระบบจำนวนเต็ม และหัวข้อเลขยกกำลังมาแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาปรับปรุงความเหมาะสมด้านการ ใช้ภาษา และความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ทำแบบวัดมโนทัศน์ พบว่าเวลาที่เหมาะสมในการทำ แบบวัดมโนทัศน์ฉบับนี้ คือ 2 ชั่วโมง

10. นำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วทั้ง 18 ข้อ ไปทดลองใช้กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มใหญ่ จำนวน 40 คน ซึ่งได้เรียนเนื้อหาเรื่องจำนวน ซึ่ง ประกอบด้วย หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ หัวข้อระบบจำนวนเต็ม และหัวข้อเลขยกกำลังมาแล้ว ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และไม่ใช่นักเรียนกลุ่มเล็ก 5 คน ที่ใช้ในการตรวจสอบความเหมาะสมด้าน การใช้ภาษา และความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ทำแบบวัดมโนทัศน์ตามข้อ 9

11. ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ของนักเรียนทั้ง 40 คน มาตรวจ โดยผู้วิจัยมี เกณฑ์ คือ

ผู้วิจัยตรวจหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจากการแสดงวิธีทำ โดย ตรวจหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 5 ด้าน ถ้าพบ ผู้วิจัยทำการบันทึกความถี่ของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนั้น จากนั้นผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ต่อว่า มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในด้านนั้น เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในส่วนประกอบใด ผู้วิจัยทำการ บันทึกความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในส่วนประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน ด้านนั้น

12. นำความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient Alpha) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งค่าความเที่ยงที่ใช้ได้ตามเกณฑ์ต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยคำนวณหาค่าความเที่ยงได้ 0.76 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์

13. ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 12 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหา และเป็นไปตาม สัดส่วนจำนวนชั่วโมงเรียนของแต่ละเนื้อหา

14. นำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มี คุณภาพตามเกณฑ์ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

แบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

แบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความถนัดของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน มากที่สุด จำนวน 10 คน ซึ่งโครงสร้างของแบบสัมภาษณ์นั้น เป็นไปตามสถานการณ์ของแบบวัดมโนทัศน์ที่กำหนดให้ โดยก่อนทำการสัมภาษณ์นั้น ผู้วิจัยสร้างความคุ้นเคยกับนักเรียน โดยการถามเรื่องทั่วไป ทำให้นักเรียนรู้สึกผ่อนคลาย เพื่อให้ผู้วิจัยจะสามารถได้ข้อมูลเชิงลึก และเป็นไปตามความเป็นจริงของนักเรียนมากยิ่งขึ้น จากนั้นเริ่มการสัมภาษณ์ โดยผู้วิจัยสัมภาษณ์ในแต่ละข้อที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการคิดในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึกว่านักเรียนมีความคิด และความเข้าใจอย่างไร โดยบันทึกลักษณะ และสาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนั้น

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำหนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย จากบัณฑิตวิทยาลัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนต่างๆ ด้วยตนเอง
2. ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด และอยู่ภายใต้การดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา ใช้เวลาในการทำแบบวัดมโนทัศน์เป็นเวลา 2 ชั่วโมง โดยก่อนดำเนินการวัด ผู้วิจัยชี้แจงวัตถุประสงค์ของการทดสอบพร้อมทั้งประโยชน์ที่จะได้รับ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทดสอบ และตั้งใจทำแบบวัดอย่างเต็มความสามารถ และอ่านคำสั่ง คำชี้แจงของแบบวัด โดยถ้ามีนักเรียนคนใดสงสัยจะให้ซักถามจนเข้าใจ แล้วจึงลงมือทำพร้อมกัน ภายหลังจากดำเนินการทำแบบวัดตามที่กำหนดไว้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด มาทำการตรวจหาความถนัดของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ พร้อมทั้งวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบ
3. ผู้วิจัยคัดเลือกนักเรียนที่มีความถนัดของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดจำนวน 10 คน เพื่อทำการสัมภาษณ์

4. ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 10 คน ที่คัดเลือกได้เป็นรายบุคคล โดยใช้แบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้างที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในรายชื่อที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพื่อศึกษาว่านักเรียนมีความคิด และความเข้าใจอย่างไร พร้อมบันทึกลักษณะ สาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนั้นๆ ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อนำผลที่ได้จากการสัมภาษณ์มาประกอบการสรุปลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแต่ละด้าน

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ ของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้

1. ตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบ

2. ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 วิเคราะห์จำนวน ร้อยละและความถี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง จำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน

หลังจากคัดเลือกนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่มากที่สุด จำนวน 10 คน แล้วทำการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ทั้งจากแบบวัดมโนทัศน์ และจากการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์ ดังนี้

ตอนที่ 2 วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน โดยนำเสนอในรูปความเรียง แสดงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด จำนวน 10 คน

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

1. หาค่าความเที่ยงของแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (Index of Difficulty) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient Alpha) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อในแบบสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมลิน, 2544)

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยใช้สูตร

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}{N-1}}$$

เมื่อ	S_x	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	x	แทน	คะแนนของตัวอย่างประชากรแต่ละคน
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนตัวอย่างประชากร
	N	แทน	จำนวนตัวอย่างประชากร

(ประคอง กรรณสุด, 2535)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยคำนวณหาค่ามัธยฐานเลขคณิต (Arithmetic Mean : \bar{x}) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation : S.D.) ค่าเฉลี่ยร้อยละ จำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 5 ด้าน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 402 คน และศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความถนัดของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวนมากที่สุด จำนวน 10 คน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอนดังนี้

- ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง จำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน แสดงในตารางที่ 4 ถึงตารางที่ 7
- ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน โดยนำเสนอในรูปความเรียง แสดงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด จำนวน 10 คน แสดงในตารางที่ 8 ถึงตารางที่ 16

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง จำแนกตามโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน แสดงในตารางที่ 4 ถึง ตารางที่ 7

ตารางที่ 4 จำนวนนักเรียนที่มีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ใน 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง โดยจำแนกตามโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละด้าน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	จำนวนนักเรียนจำแนกตามหัวข้อ (คน)		
	สมบัติของจำนวนนับ	ระบบจำนวนเต็ม	เลขยกกำลัง
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)	154	149	121
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language)	86	102	98
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)	204	287	241
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)	139	270	215
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error)	112	227	176

จากตารางที่ 4 เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมพบว่า จากนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 402 คน นักเรียนมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน ในแต่ละหัวข้อ ดังนี้

หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ นักเรียนมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ คิดเป็นจำนวน 204 คน และด้านที่มีความถี่น้อยที่สุดคือ ด้านการตีความด้านภาษา คิดเป็นจำนวน 86 คน

หัวข้อระบบจำนวนเต็ม นักเรียนมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ คิดเป็นจำนวน 287 คน และด้านที่มีความถี่น้อยที่สุดคือ ด้านการตีความด้านภาษา คิดเป็นจำนวน 102 คน

หัวข้อเลขยกกำลัง นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ คิดเป็นจำนวน 241 คน และด้านที่มีความถี่น้อยที่สุดคือ ด้านการตีความด้านภาษา คิดเป็นจำนวน 98 คน

ตารางที่ 5 ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "สมบัติของจำนวนนับ" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ของความคลาดเคลื่อน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ได้แก่		
1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา	62	15.42
1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ	98	24.38
1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	6	1.95
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	86	21.39
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)		
3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ	211	47.51
3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด	27	11.69
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)		
4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ	107	26.62
4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก	32	7.96
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ	112	27.86

จากตารางที่ 5 พบว่า จากนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 402 คน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของหัวข้อ "สมบัติของจำนวนนับ" ในแต่ละด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ด้านการใช้ข้อมูลผิด: ด้านนี้นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 98 คน รองลงมาคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา คิดเป็นจำนวน 62 คน และจำนวนน้อยที่สุดคือคัดลอกโจทย์ผิด คิดเป็นจำนวน 6 คน

ด้านที่ 2 ด้านการตีความด้านภาษา: ด้านนี้นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง คิดเป็นจำนวน 86 คน

ด้านที่ 3 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ: ด้านนี้นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 211 คน รองลงมาคือจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิดคิดเป็นจำนวน 27 คน

ด้านที่ 4 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา: ด้านนี้นักเรียนมีขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 107 คน รองลงมาคือ ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก คิดเป็นจำนวน 32 คน

ด้านที่ 5 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ: ด้านนี้นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ คิดเป็นจำนวน 112 คน

ตารางที่ 6 ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "ระบบจำนวนเต็ม" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ของความคลาดเคลื่อน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ได้แก่		
1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา	47	11.69
1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ	107	26.62
1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	8	1.99
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) คือตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	102	25.37
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)		
3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ	259	61.94
3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด	51	15.17
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)		
4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ	198	49.25
4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก	72	17.91

ตารางที่ 6 ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ "ระบบจำนวนเต็ม" โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน (ต่อ)

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ของความคลาดเคลื่อน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ	227	56.47

จากตารางที่ 6 พบว่า จากนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 402 คน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของหัวข้อ "ระบบจำนวนเต็ม" ในแต่ละด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ด้านการใช้ข้อมูลผิด: ด้านนี้นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 107 คน รองลงมาคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่เป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา คิดเป็นจำนวน 47 คน และจำนวนน้อยที่สุดคือคัดลอกโจทย์ผิด คิดเป็นจำนวน 8 คน

ด้านที่ 2 ด้านการตีความด้านภาษา: ด้านนี้นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง คิดเป็นจำนวน 102 คน

ด้านที่ 3 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ: ด้านนี้นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 259 คน รองลงมาคือจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิดคิดเป็นจำนวน 51 คน

ด้านที่ 4 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา: ด้านนี้นักเรียนมีขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 198 คน รองลงมาคือ ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก คิดเป็นจำนวน 72 คน

ด้านที่ 5 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ: ด้านนี้นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ คิดเป็นจำนวน 227 คน

ตารางที่ 7 ความถี่ของจำนวนนักเรียนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 402 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อ “เลขยกกำลัง” โดยจำแนกตามมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ของความคลาดเคลื่อน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ได้แก่		
1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา	48	14.43
1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ	78	25.12
1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	9	2.74
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) คือตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	98	17.16
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)		
3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ	173	43.03
3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด	84	27.11
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)		
4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ	178	47.01
4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก	37	11.69
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ	176	43.78

จากตารางที่ 7 พบว่า จากนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 402 คน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของหัวข้อ “เลขยกกำลัง” ในแต่ละด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ด้านการใช้ข้อมูลผิด: ด้านนี้นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการมากที่สุด คิดเป็นจำนวน 78 คน รองลงมาคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา คิดเป็นจำนวน 48 คน และจำนวนน้อยที่สุดคือคัดลอกโจทย์ผิด คิดเป็นจำนวน 9 คน

ด้านที่ 2 ด้านการตีความด้านภาษา: ด้านนี้นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง คิดเป็นจำนวน 98 คน

ด้านที่ 3 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ: ด้านนี้นักเรียน
ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติมากที่สุด คิดเป็น
จำนวน 173 คน รองลงมาคือจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิดคิดเป็นจำนวน 84 คน

ด้านที่ 4 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา: ด้านนี้นักเรียนมีขั้นตอน
ถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จมากที่สุด คิดเป็นจำนวน
178 คน รองลงมาคือ ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก คิดเป็นจำนวน 37 คน

ด้านที่ 5 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ: ด้านนี้นักเรียนขาดความระมัดระวังในการ
คิดคำนวณ คิดเป็นจำนวน 176 คน



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน โดยนำเสนอในรูปความเรียง แสดงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด จำนวน 10 คน แสดงในตารางที่ 8 ถึงตารางที่ 16

จากการตรวจแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามเกณฑ์การพิจารณามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด จำนวน 10 คน ผู้วิจัยพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทุกข้อตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)

มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังรายละเอียดต่อไปนี้


1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนนำข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการหาคำตอบแทน นักเรียนไม่ได้นำข้อมูลที่จำเป็นจากโจทย์มาใช้ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>อากาศประกอบด้วยไอน้ำและแก๊สชนิดต่างๆ ได้แก่ แก๊สไนโตรเจนประมาณร้อยละ 78 แก๊สออกซิเจนประมาณร้อยละ 21 แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ประมาณร้อยละ 0.04 และแก๊สชนิดอื่นๆ เมื่อนักเรียนหายใจเข้า จะเป็นการนำแก๊สออกซิเจนเข้าไปใช้ในกระบวนการเปลี่ยนแปลงสารอาหาร ทำให้เกิดพลังงาน แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ และน้ำ ซึ่งแก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ที่เกิดขึ้นในร่างกายจะถูกขับออกทางลมหายใจออก</p> <p>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมาก ถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมาก ถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</p> <p>น้ำมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียส แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่ 183 องศาเซลเซียส แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่ -78 องศาเซลเซียส</p> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p>	<p>จากโจทย์ นักเรียนจะต้องนำข้อมูลจุดเดือดของสารชนิดต่างๆ มาเปรียบเทียบกันเพื่อหาว่าสารชนิดใดมีจุดเดือดสูงที่สุด และต่ำที่สุด แล้วนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป แต่นักเรียนกลับใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา คือ ส่วนประกอบของอากาศที่โจทย์กำหนดให้ขึ้นมาทดแทนจุดเดือดของสารชนิดต่างๆ</p>
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>โรงกลั่นน้ำมันแห่งหนึ่งสามารถผลิตน้ำมันได้วันละ 6.2×10^4 บาร์เรล และจำหน่ายน้ำมันได้วันละ 5.6×10^4 บาร์เรล จงหาว่าโรงกลั่นน้ำมันนี้ สามารถผลิตน้ำมันได้วันละกี่ลิตร โดยเขียนในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ (1 บาร์เรล มีค่าประมาณ 160 ลิตร)</p>	<p>จากโจทย์นักเรียนจะต้องนำข้อมูลที่ว่าโรงกลั่นสามารถผลิตน้ำมันได้วันละกี่ลิตรไปใช้ในการแก้ปัญหา แต่นักเรียนกลับใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา คือ จำหน่ายน้ำมันได้วันละ 5.6×10^4 บาร์เรลขึ้นมาแทน</p>

ตารางที่ 8 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา) (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p>  <p>จงหา ห.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้ที่มีลำดับที่เป็นจำนวนเฉพาะ</p>	<p>เมื่อวิเคราะห์จากโจทย์ จะเห็นว่า นักเรียนจะต้องหา ห.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้ลำดับที่ 2 และ 3 ซึ่งจำนวนในดอกไม้ลำดับที่ 2 คือ ผลรวมของตัวประกอบทุกตัวของ 6 ซึ่งต้องนำ 1, 2, 3 และ 6 มาบวกกันได้ 12 และจำนวนในดอกไม้ลำดับที่ 3 คือ ผลรวมของตัวประกอบทุกตัวของ 7 ซึ่งต้องนำ 1 และ 7 มาบวกกันได้ 8 แล้วนำ 12 และ 8 มาหา ห.ร.ม. และค.ร.น. แต่นักเรียนนำ 6 และ 7 มาหา ห.ร.ม. และค.ร.น. เลย นั่นคือนักเรียนละเลยการใช้ข้อมูล "ผลรวม" ในขั้นตอนการแก้ปัญหา</p>
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>จงยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่ผลรวมของทั้ง 3 จำนวนนี้มีค่าเท่ากับ -10 จำนวนเต็ม 3 จำนวนที่ยกตัวอย่างคือ</p> <p>สามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงผลรวมของจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่มีค่าเท่ากับ -10 ได้ดังนี้</p>	<p>จากโจทย์ นักเรียนจะต้องยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่มีผลรวมเท่ากับ -10 แต่นักเรียนละเลยข้อมูลที่จำเป็นคือโจทย์ให้ใช้ผลรวม แต่นักเรียนใช้ทั้งผลรวมและผลต่าง ซึ่งจากการสัมภาษณ์สรุปได้ว่า "ตอนแรกคิดว่าจะใช้บวก ลบ คูณ หาก็ได้ เหมือนกับเล่นเกม 24 แต่ผลลัพธ์ที่ได้ต่างกันเท่านั้น คือต้องเท่ากับ -10 ไม่ทันได้อ่านโจทย์ให้ครบว่าต้องใช้ผลรวม" ดังภาพที่ 1 วิเคราะห์ได้ว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการใช้ข้อมูลจากโจทย์ ทำให้ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็น นั่นคือ "ผลรวม" ในขั้นตอนการแก้ปัญหา อาจเป็นเพราะการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเน้นการทำโจทย์ที่เป็นกระบวนการทำ แต่ไม่ได้เน้นการวิเคราะห์ข้อมูลของโจทย์ปัญหา ซึ่งมีวิธีการแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิดคือ ครูฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ดังๆ ซ้ำๆ กันหลายรอบ แล้วให้นักเรียนฝึกบอกข้อมูลที่จำเป็น และข้อมูลที่ไม่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาให้ถูกต้อง</p>

ตารางที่ 8 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา) (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
	<p>ภาพที่ 1 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการใช้ข้อมูลผิด ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <p>ยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่ผลรวมของทั้ง 3 จำนวนนี้มีค่าเท่ากับ -10 จำนวนเต็ม 3 จำนวนที่ยกตัวอย่าง คือ $-15, 0, -5$</p> <p>สามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงผลรวมของจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่มีค่าเท่ากับ -10 ได้ดังนี้ $-15 - (-5) + 0 = \square$</p>

1.2 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนนำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง หรือนำไปหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.2 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>โรงกลั่นน้ำมันแห่งหนึ่งสามารถผลิตน้ำมันได้วันละ 6.2×10^4 บาร์เรล และจำหน่ายน้ำมันได้วันละ 5.6×10^4 บาร์เรล จงหาว่าโรงกลั่นน้ำมันนี้ สามารถผลิตน้ำมันได้วันละกี่ลิตร โดยเขียนในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ (1 บาร์เรล มีค่าประมาณ 160 ลิตร)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - จากโจทย์ นักเรียนจะต้องหาว่าโรงกลั่นน้ำมันจะสามารถผลิตน้ำมันได้วันละกี่ลิตร แต่ นักเรียนกลับนำข้อมูลที่กำหนดให้ไปหาว่า โรงงานนี้จะผลิต และจำหน่ายน้ำมันได้วันละกี่ลิตร - บางส่วนพบว่านักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้ไปแก้ปัญหาว่า หลังจากจำหน่ายน้ำมันไปแล้ว โรงกลั่นน้ำมันจะเหลือน้ำมันกี่ลิตร

1.3 คัดลอกโจทย์ผิด

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ผิด เช่น เครื่องหมายผิด จำนวนผิด ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิด (1.3 คัดลอกโจทย์ผิด)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
โจทย์คณิตศาสตร์ แก๊สในโตรเจนมีจุดเดือดที่ -196 องศาเซลเซียส	จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนคัดลอกจำนวนผิดเป็น "แก๊สในโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส"
โจทย์คณิตศาสตร์ แก๊สในโตรเจนมีจุดเดือดที่ -196 องศาเซลเซียส	จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนคัดลอกจำนวนผิดเป็น "แก๊สในโตรเจนมีจุดเดือดที่ -169 องศาเซลเซียส"
โจทย์คณิตศาสตร์ โรงกลั่นน้ำมันสามารถผลิตน้ำมันได้วันละ 6.2×10^4 บาร์เรล	จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนคัดลอกจำนวนผิดเป็น "โรงกลั่นน้ำมันสามารถผลิตน้ำมันได้วันละ 6.2×10^{14} บาร์เรล"

2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language)

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตีความด้านภาษา

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</p> <p>น้ำมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่ 183 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่ -78 องศาเซลเซียส</p> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p> <p>จะได้ว่า</p> <p>สารที่มีจุดเดือดสูงสุด คือ</p> <p>สารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด คือ</p> <p>การหาว่า “สารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร” สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> <p>.....</p>	<p>จากโจทย์ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ว่า สารใดมีจุดเดือดสูงสุด และสารใดมีจุดเดือดต่ำที่สุด และเมื่อวิเคราะห์จากภาพที่ 2 จะพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็มที่ถูกต้อง แต่นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง คือ โจทย์ให้หาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร นั่นหมายถึง ต้องนำจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดสูงสุด ลบจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด แต่นักเรียนนำจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด ลบจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดสูงสุด</p> <p>ภาพที่ 2 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการตีความด้านภาษา ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>จะได้ว่า สารที่มีจุดเดือดสูงสุด คือ 100</p> <p>สารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด คือ -196</p> <p>การหาว่า “สารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร” สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> <p>$-196 - 100 = \square$</p> </div> <p>จากการสัมภาษณ์นักเรียนสรุปได้ว่า “ไม่แน่ใจว่าจากโจทย์ ต้องนำจุดเดือดสูงสุดหรือจุดเดือดต่ำสุดเป็นตัวตั้งกันแน่ จึงนำจุดเดือดต่ำสุดลบกับจุดเดือดสูงสุดดีกว่า เพราะเห็นว่าตัวเลขมากกว่า น่าจะคิดได้ง่ายกว่า คำตอบคงได้เหมือนกัน” วิเคราะห์ได้ว่า นักเรียนขาดทักษะในเรื่องของการฝึกฝนการสร้างประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง แก้ไขได้โดยฝึกให้นักเรียนตั้งประโยคสัญลักษณ์ก่อนการแก้ปัญหาในขั้นตอนต่อไปทุกครั้ง ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนในเรื่องการฝึกการแก้ปัญหาให้เป็นขั้นตอนอย่างมีระบบ</p>

3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)

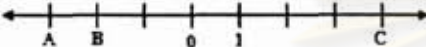
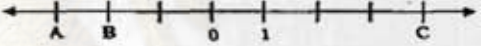
มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการหา.ร.ม. และค.ร.น. ด้วยวิธีต่างๆ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการเปรียบเทียบจำนวน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 12

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3.1 ชาติความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>กำหนด จำนวน A, B และ C อยู่บนเส้นจำนวน ดังรูป</p>  <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร</p>	<p>จากโจทย์ นักเรียนจะต้องหาค่าของจำนวน A และจำนวน C จากเส้นจำนวน แล้วนำมาหาค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 3 วิเคราะห์ได้ว่านักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม ภาพที่ 3 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p>
<p>1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนต้องใช้ข้อมูลใดบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ในการหาคำตอบ</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>กำหนด จำนวน A, B และ C อยู่บนเส้นจำนวน ดังรูป</p>  <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร</p>
<p>จำนวน มีค่าเท่ากับ</p> <p>ค่าสัมบูรณ์มีค่าเท่ากับ.....</p> <p>จำนวน มีค่าเท่ากับ</p> <p>จำนวนตรงข้ามมีค่าเท่ากับ.....</p>	<p>1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนต้องใช้ข้อมูลใดบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้</p> <p>เส้นจำนวน ดังรูป ดังต่อไปนี้</p> <p>จำนวน A... มีค่าเท่ากับ (-2) ค่าสัมบูรณ์มีค่าเท่ากับ (2)</p> <p>จำนวน C... มีค่าเท่ากับ 3 จำนวนตรงข้ามมีค่าเท่ากับ -3</p>
	<p>จากการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ว่า "ครูไม่ได้เน้นการสอนความหมายของค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม จะสอนแบบถาม-ตอบกันซะมากกว่า" สามารถวิเคราะห์ได้ว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนี้ สาเหตุส่วนหนึ่งมาจากครู โดยครูจะสอนทักษะ/กระบวนการมากกว่าการสอนให้นักเรียนได้เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แนวทางการแก้ไขคือ ครูสอนเน้นย้ำถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มั่นใจว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง นำสื่อการสอนมาใช้ประกอบการสอนบ้างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ปรับการออกข้อสอบในชั้นเรียนให้มีการวัดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ครูควรวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนหลังจากเรียนจบเนื้อหาหนึ่งก่อนที่จะขึ้นเนื้อหาต่อไปเสมอ</p>

ตารางที่ 12 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ) (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</p> <p>น้ำมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่ 183 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่ 78 องศาเซลเซียส</p> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p> <p>จะได้ว่า</p> <p>สารที่มีจุดเดือดสูงสุด คือ</p> <p>สารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด คือ</p>	<p>จากโจทย์ นักเรียนจะต้องหาว่า สารใดมีจุดเดือดสูงที่สุด และสารใดมีจุดเดือดต่ำที่สุดเป็นอันดับแรก แล้วนำไปแก้ปัญหาต่อ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม โดยนักเรียนตอบว่า</p> <p>สารที่มีจุดเดือดสูงที่สุดคือ แก๊สไนโตรเจน</p> <p>สารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดคือ แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์</p> <p>ซึ่งวิเคราะห์ได้ว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องเกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม คือ นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนเต็มจากตัวเลขเท่านั้น โดยไม่ได้พิจารณาเครื่องหมายของจำนวนเต็มนั้นประกอบด้วย</p>

3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการจำบทนิยามการหา.ร.ม. และค.ร.น. ผิด จำทฤษฎีบทเรื่องการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม ผิด จำบทนิยามของเลขยกกำลัง ผิด จำสมบัติของเลขยกกำลัง ผิด ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงเจตย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด)

เจตย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
เจตย์คณิตศาสตร์ $3^2 = \dots\dots\dots$	จำบทนิยาม ผิด คือ $3^2 = 3 \times 2 = 6$ แต่ที่ถูกต้องคือ $3^2 = 3 \times 3 = 9$
เจตย์คณิตศาสตร์ $3^1 \times 3^3 = \dots\dots\dots$	จำสมบัติ ผิด คือ $3^1 \times 3^3 = 3^{1 \times 3} = 3^3$ แต่ที่ถูกต้องคือ $3^1 \times 3^3 = 3^{1+3} = 3^4$
เจตย์คณิตศาสตร์ $72^2 = \dots\dots\dots$	จำบทนิยาม ผิด คือ $72^2 = 72 \times 2 = 144$ แต่ที่ถูกต้องคือ $72^2 = 72 \times 72 = 5,184$



4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)

มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่เจตย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนมีขั้นตอนการหา.ร.ม. ที่ถูกต้อง แต่คำตอบยังไม่เป็นผลสำเร็จคืออยู่ในรูปของผลคูณ นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ แต่นักเรียนสรุปคำตอบสุดท้ายผิดจากที่เจตย์ต้องการ ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 14

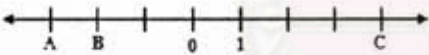
ตารางที่ 14 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p>  <p>จงหา น.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้มี่ลำดับที่เป็นจำนวนเฉพาะ</p>	<p>จากโจทย์ข้างต้น และวิเคราะห์จากการแสดงวิธีทำของนักเรียน พบว่านักเรียนแสดงวิธีการหา น.ร.ม. และค.ร.น. ได้ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนด แต่นักเรียนสรุปคำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด คือ ต้องสรุปคำตอบทั้ง น.ร.ม. และ ค.ร.น. แต่นักเรียนสรุปคำตอบเพียง ค.ร.น.</p>
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>จากโจทย์ ข้อใดมีค่าแตกต่างไปจากข้ออื่น เมื่อ $x = -8, y = 4$ และ $z = 16$</p> <p>ข้อ A $\frac{z}{1} \div (-8)$</p> <p>ข้อ B $\frac{(1)z}{x}$</p> <p>ข้อ C $\frac{(0)x}{z}$</p>	<p>จากโจทย์ข้างต้น และวิเคราะห์จากการแสดงวิธีทำของนักเรียน พบว่านักเรียนใช้ข้อมูลและมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง คือ หาค่าของ A, B และ C ได้ถูกต้อง คือ $A = -2, B = -2$ และ $C = 0$ และโจทย์กำหนดให้หาว่า ข้อใดมีค่าแตกต่างไปจากข้ออื่น ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือข้อ C นั่นเอง แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสรุปคำตอบ เป็นค่าของข้อ A ข้อ B และข้อ C จากการสัมภาษณ์นักเรียนสรุปได้ว่า "ครั้งแรกอ่านโจทย์แล้วก็เข้าใจว่าให้มีการเปรียบเทียบ แต่เมื่อหาค่าของ A, B, C ได้แล้วก็คิดว่าคิดว่าเสร็จแล้ว จึงข้ามไปทำข้ออื่นต่อ" ซึ่งวิเคราะห์ได้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องในเรื่องการหาค่าของเลขยกกำลัง แต่นักเรียนขาดความรอบคอบในการทำโจทย์ วิธีการแก้ไขคือฝึกให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ และที่สำคัญคือหลังจากนักเรียนทำโจทย์แต่ละข้อเสร็จให้นักเรียนตรวจสอบกับโจทย์/คำสั่งเสมอว่าคำตอบที่ได้นั้นตรงกับที่โจทย์ต้องการหรือไม่</p>
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p>  <p>จงหา น.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้มี่ลำดับที่เป็นจำนวนเฉพาะ</p>	<p>ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ เช่น นักเรียนมีวิธีการหา.ร.ม.โดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่ได้หา.ร.ม. ออกมาเป็นผลสำเร็จ โดยที่คำตอบอยู่ในรูปของผลคูณ</p>

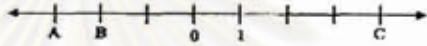
4.2 ชั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนมีขั้นตอนการหา.ร.ม.ที่ผิด แต่คำตอบสุดท้ายของนักเรียนถูก นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม แต่นักเรียนได้คำตอบสุดท้ายถูก นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม แต่นักเรียนได้คำตอบสุดท้ายถูก ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แสดงเจตย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.2 ชั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก)

เจตย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>เจตย์คณิตศาสตร์</p> <p>กำหนด จำนวน A, B และ C อยู่บนเส้นจำนวน ดังรูป</p>  <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร</p> <p>1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนต้องใช้ข้อมูลใดบ้างจากสิ่งที่เจตย์กำหนดให้ ในการหาคำตอบ</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>จำนวน มีค่าเท่ากับ</p> <p>ค่าสัมบูรณ์มีค่าเท่ากับ.....</p> <p>จำนวน มีค่าเท่ากับ</p> <p>จำนวนตรงข้ามมีค่าเท่ากับ.....</p>	<p>นักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ผิด คือ มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม แต่คำตอบสุดท้ายของนักเรียนถูก ดังภาพที่ 4</p>

ตารางที่ 15 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.2 ขั้นตอน ผิด แต่คำตอบถูก) (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
	<p>ภาพที่ 4 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <p>กำหนด จำนวน A, B และ C อยู่ในเส้นจำนวน ดังรูป</p>  <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร</p> <p>1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนต้องใช้ข้อมูลใดบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดไว้ ในการหาคำตอบ</p> <p>เส้นจำนวน ดังรูป มีจุด A กับ C</p> <p>จำนวน A มีค่าเท่ากับ (-3) ค่าสัมบูรณ์มีค่าเท่ากับ (-3)</p> <p>จำนวน C มีค่าเท่ากับ 4 จำนวนตรงข้ามมีค่าเท่ากับ 4</p> <p>2) การพบว่า 'ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร' สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> <p>$4 \times (-3) = \square$</p> <p>3) จะแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 2)</p> <p>วิธีทำ $4 \times (-3) = 4 \times (-3)$</p> <p>$= (-12)$</p> <p>สรุปคำตอบ (-12)</p>

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก) (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน										
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</p> <p>น้ำมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่ 183 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่ -78 องศาเซลเซียส</p> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p>	<p>จากโจทย์ และการวิเคราะห์ข้อมูลจากการแสดงวิธีทำของนักเรียน ดังภาพที่ 5 พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนเต็มที่ถูกต้อง คือ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบได้ว่า น้ำเป็นสารที่มีจุดเดือดสูงสุด และแก๊สไนโตรเจนเป็นสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดในสารทั้งหมดที่กำหนดจุดเดือดมาให้ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตีความเกี่ยวกับภาษา คือ แปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ผิด และขาดความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องการลบจำนวนเต็มอีกด้วย แต่คำตอบสุดท้ายของนักเรียนถูก</p> <p>ภาพที่ 5 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก) ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <table border="1"> <tr> <td>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</td> <td></td> </tr> <tr> <td>น้ำมีจุดเดือดที่</td> <td>100 องศาเซลเซียส</td> </tr> <tr> <td>แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่</td> <td>-196 องศาเซลเซียส</td> </tr> <tr> <td>แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่</td> <td>-183 องศาเซลเซียส</td> </tr> <tr> <td>แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่</td> <td>-78 องศาเซลเซียส</td> </tr> </table> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p> <p>1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนต้องใช้ข้อมูลใบ้จากสิ่งโจทย์กำหนดให้ ในการหาคำตอบ ที่ยังคล้ายกับวิธีการที่ถูกต้องที่ถูกต้อง</p> <p>2) จะได้ว่า สารที่มีจุดเดือดสูงสุด คือ 100 องศา - สารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด คือ -196 องศา -</p> <p>3) การหาว่า "สารที่มีจุดเดือดสูงสุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร" สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> $(-196) - (100) = 0$ <p>4) จงแสดงวิธีแก้ก่อนหาคำตอบในข้อ 3)</p> $100 - (-196) = 296$ <p>ตอบ: 296</p>	สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้		น้ำมีจุดเดือดที่	100 องศาเซลเซียส	แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่	-196 องศาเซลเซียส	แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่	-183 องศาเซลเซียส	แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่	-78 องศาเซลเซียส
สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้											
น้ำมีจุดเดือดที่	100 องศาเซลเซียส										
แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่	-196 องศาเซลเซียส										
แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่	-183 องศาเซลเซียส										
แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่	-78 องศาเซลเซียส										

5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error)

นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ปรากฏจากการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีรายละเอียดดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 แสดงเจตย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

เจตย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>เจตย์คณิตศาสตร์</p> <p>จงหา น.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้ที่มีลำดับที่เป็นจำนวนเฉพาะ</p>	<p>จากเจตย์ และการวิเคราะห์ข้อมูลจากการแสดงวิธีทำของนักเรียน ดังภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนหา น.ร.ม. ถูกต้อง และเลือกใช้วิธีการหา ค.ร.น. ที่ถูกต้อง แต่นักเรียนผิดพลาดในการคิดคำนวณ</p> <p>ภาพที่ 6 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <p>จงหา น.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนในดอกไม้ที่มีลำดับที่เป็นจำนวนเฉพาะ</p> <p>จากคำถามข้างต้น นักเรียนค้นหา น.ร.ม. และค.ร.น. ของดอกไม้ลำดับที่เท่าไรบ้าง เพราะเหตุใด</p> <p>2. มี 2 : 3 1 x 2 : 2 1 และ 2 1/2 x 2 = 1/2</p> <p>ดังนั้น จำนวนในดอกไม้ลำดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 12</p> <p>จำนวนในดอกไม้ลำดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ 2</p> <p>ดังนั้น นักเรียนจะหา น.ร.ม. ของจำนวน 12 // 8 = 3</p> <p>จงแสดงวิธีหาที่หา น.ร.ม.</p> <p>2) 12, 8</p> <p>2) 6, 4</p> <p>3) 2</p> <p>ค.ร.น. 4 x 12 = 12 12 x 2 = 24</p> <p>นักเรียนสามารถหา ค.ร.น. ของ ในดอกไม้ได้กี่ตัว โดยใช้ความรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่าง น.ร.ม. และค.ร.น. ได้ดังนี้</p> <p>4 x 12 = 12 x 8</p> <p>12 x 8 = 12 x 8</p> <p>= 3</p> <p>สรุปคำตอบ ค.ร.น. 24, 8, 12, 4, 8</p>

ตารางที่ 16 แสดงโจทย์ และลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (ต่อ)

โจทย์	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
<p>โจทย์คณิตศาสตร์</p> <p>สารต่างๆ ในโลกนี้ อาจมีทั้งสารที่มีจุดเดือดสูงมากถึงหลายล้านองศาเซลเซียส และสารที่มีจุดเดือดต่ำมากถึงติดลบเช่นกัน ซึ่งสารต่างๆ ข้างต้นมีจุดเดือดที่แตกต่างกัน ดังนี้</p> <p>น้ำมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ 196 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สออกซิเจนมีจุดเดือดที่ 183 องศาเซลเซียส</p> <p>แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์มีจุดเดือดที่ -78 องศาเซลเซียส</p> <p>จากข้อมูลจุดเดือดของสารที่กำหนดให้ข้างต้น จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร</p> <p>การหาว่า "สารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร" สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> <p>.....</p> <p>จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 3)</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>สรุปคำตอบ.....</p>	<p>จากโจทย์ และวิเคราะห์ข้อมูลจากการแสดงวิธีทำของนักเรียน ดังภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องการลบจำนวนเต็มที่ถูกต้อง แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ จากการสัมภาษณ์นักเรียนสรุปได้ว่า "เข้าใจเรื่องการบวกจำนวนเต็มอยู่แล้ว แต่ปกติเป็นคนคิดเลขไว ส่วนใหญ่ชอบสะเพร่า ทำให้คิดเลขได้คำตอบผิดเสมอ" วิเคราะห์ได้ว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องในเรื่องการบวกจำนวนเต็ม แต่นักเรียนขาดทักษะในการทำโจทย์ปัญหา ทำให้ได้คำตอบที่ผิดพลาด ซึ่งมีวิธีการแก้ไขคือ ฝึกให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ เมื่อแก้โจทย์ครบ 1 ข้อต้องฝึกกลับมาทบทวนทุกครั้ง ให้นักเรียนมีสมาธิในการทำข้อสอบให้มากขึ้นโดยอาจจะให้นักเรียนนั่งสมาธิเป็นประจำ</p> <p>ภาพที่ 7 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>การหาว่า "สารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร" สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้</p> $100 - (-196) = \square$ <p>จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 3)</p> <p>วิธีทำ $100 - (-196) = 100 + 196$</p> <p>$= 296$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>สรุปคำตอบ $100 - (-196) = 296$</p> </div>

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) สุ่มโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากแต่ละอำเภอ ซึ่งมีจำนวนโรงเรียนไม่เท่ากัน ด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยการจับสลากจำนวน 10 โรงเรียน โดยพิจารณาตามสัดส่วนจำนวนโรงเรียนในแต่ละอำเภอ (อัตราส่วนระหว่างจำนวนโรงเรียน : จำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษาคือ 4:1) ในแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามจำนวนโรงเรียนที่เลือกศึกษา จากห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด จะได้ห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 ห้อง และได้กลุ่มตัวอย่าง 402 คน และสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน มากที่สุด จำนวน 10 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด คือ แบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอนที่คิดลงในเอกสาร ใช้เวลา 2 ชั่วโมง ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.76 และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล แล้วนำข้อมูลที่ได้ทั้งหมด มาทำการตรวจหาความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบ พร้อมด้วยผลจากการสัมภาษณ์

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1 สรุป
ผลการวิจัยดังนี้

1. เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบ
อัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง "จำนวน" ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติ
ของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่ของจำนวนนักเรียน
จากมากไปหาน้อย ดังนี้

1.1 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ โดยในด้านนี้
นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติมาก
ที่สุด รองลงมาคือจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติผิด

1.2 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ในด้านนี้ นักเรียนมี
ขั้นตอนการคิดคำนวณถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด รองลงมาคือ ขั้นตอน
ผิด แต่คำตอบถูก

1.3 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ โดยมาจากขาดความระมัดระวังในการ
คิดคำนวณ

1.4 ด้านการใช้ข้อมูลผิด ในด้านนี้ นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่
ต้องการมากที่สุด รองลงมาคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

1.5 ด้านการตีความด้านภาษา โดยนักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็น
ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

2. เมื่อพิจารณาความถี่ของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวนในแต่ละ
หัวข้อนั้น พบว่า

2.1 หัวข้อ "สมบัติของจำนวนนับ" เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย
คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านการใช้ข้อมูลผิด
ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และ
ด้านการตีความด้านภาษา

2.2 หัวข้อ “ระบบจำนวนเต็ม” เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และ ด้านการตีความด้านภาษา

2.3 หัวข้อ “เลขยกกำลัง” เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และ ด้านการตีความด้านภาษา

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์หิมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “จำนวน” ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อคือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย ดังนี้

1. เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “จำนวน” ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่ของจำนวนนักเรียนจากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ มากที่สุด จากการอภิปรายข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบกับข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สามารถอภิปรายได้ว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัตินั้น สาเหตุส่วนหนึ่งมาจากการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ที่ครูจะเน้นสอนทักษะ/กระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ โดยขาดการสอนนักเรียนให้เข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ทำให้นักเรียนนั้น เรียนโดยการจำมากกว่าเข้าใจ ซึ่งการเรียนโดยการจำขั้นตอนหรือกระบวนการต่างๆ แล้วนำไปใช้แก้ปัญหาเหล่านั้น มีข้อดีคือ การเรียนการสอนในห้องเป็นไปด้วยความรวดเร็ว นักเรียนฝึกทำโจทย์ได้มาก ครูสอนครบเนื้อหาในหลักสูตรที่ได้กำหนดไว้ แต่ข้อเสียอันใหญ่หลวงคือ นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งถือเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทุกแขนง การเรียนในระดับสูงขึ้นไปต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานที่ได้เรียนมาแล้วทั้งสิ้น หากนักเรียนยังเรียนโดยการจำแต่ขาดความเข้าใจเช่นนี้ต่อไปแล้ว การเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะขาดคุณภาพเช่นกัน ซึ่งแนวทางการแก้ไขคือ ครูสอนเน้นย้ำถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มั่นใจว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง นำสื่อการสอนมาใช้ประกอบการสอนบ้างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ปรับการออกข้อสอบในชั้นเรียนให้มีการวัดความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ครูควรวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนหลังจากเรียนจบเนื้อหาหนึ่งก่อนที่จะขึ้นเนื้อหาต่อไปเสมอ เพื่อให้นักเรียนจะได้ทราบว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงส่วนใด ขาดความเข้าใจในทศน์ในเรื่องใด จะได้ทำความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นก่อนที่จะเรียนในเนื้อหาต่อไป ส่วนครูเองก็ได้รับประโยชน์เช่นกัน คือได้ปรับวิธีการสอนให้เหมาะสม และเป็นไปตามความสามารถของนักเรียนในชั้นเรียนให้มากยิ่งขึ้น ผลการวิจัยที่ได้นี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อัมพร ม้าคนอง (2536) ซึ่งได้ทำการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พบว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดในด้านทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ มากที่สุดในด้านนี้นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ มากที่สุด เช่น นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนเต็มจากตัวเลขเท่านั้น โดยไม่ได้พิจารณาเครื่องหมายของจำนวนเต็มนั้นด้วย นักเรียนคิดว่าทุกจำนวนที่มีเครื่องหมายลบล้วนเป็นจำนวนเต็มลบทั้งสิ้น เป็นต้น ส่วนที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนรองลงมาคือ จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด เช่น จำบทนิยามผิด คือ $72^2 = 72 \times 2 = 144$ หรือจำสมบัติผิด คือ $3^1 \times 3^3 = 3^{1 \times 3} = 3^3$ โดยสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2528) ซึ่งได้ทำการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6 พบว่านักเรียนสับสนกระบวนการในการหาค.ร.น. และนักเรียนบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็มที่มี

เครื่องหมายต่างกันไม่ถูกต้อง และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของจินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์ (2526) ซึ่งได้ทำการสร้างลำดับชั้นเนื้อหาจากการวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วพบว่า นักเรียนบกพร่องเรื่องการลบ จำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ และไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วย จำนวนเต็มบวก

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 รองลงมาได้แก่ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา โดยในด้านนี้ นักเรียนมีขั้นตอนการคิดคำนวณถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จมากที่สุด สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนไม่สามารถจับประเด็น ได้ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา แล้วโจทย์ต้องการให้หาคำตอบอะไรบ้าง ส่งผลให้นักเรียน วิเคราะห์หากรณีที่จะหาคำตอบซึ่งสอดคล้องกับโจทย์ได้ไม่ครบ คำตอบที่ได้จึงยังไม่ ถูกต้อง เช่น จากโจทย์ ข้อใดมีค่าแตกต่างไปจากข้ออื่น เมื่อ $x = -8, y = 4$ และ $z = 16$ ข้อ A $\frac{z}{1} \div (-8)$ ข้อ B $\frac{(1)z}{x}$ ข้อ C $\frac{(0)x}{z}$ นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องเลข ยกกำลังที่ถูกต้อง ได้ว่า $A = -2$ $B = -2$ และ $C = 0$ ซึ่งโจทย์กำหนดให้หาว่า ข้อใดมี ค่าแตกต่างไปจากข้ออื่น ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือข้อ C นั่นเอง แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสรุปคำตอบ เป็นค่าของข้อ A ข้อ B และข้อ C และในบางกรณี คำตอบที่ได้ยังไม่เป็นผลสำเร็จ เช่น จากโจทย์ จงหาห.ร.ม.ของจำนวน 8 และ 12 ซึ่งนักเรียนมีวิธีการหาห.ร.ม.โดยใช้วิธีการ แยกตัวประกอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่ได้หาห.ร.ม. ออกมาเป็นผลสำเร็จโดยคำตอบอยู่ ในรูปของผลคูณ เป็นต้น ส่วนที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนรองลงมา คือ ขั้นตอน ผิด แต่คำตอบถูก ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุนิสา พงษ์ประยูร (2543) ที่ได้ สรุปผลการวิจัยเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียน ส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อยดังนี้ คือ บกพร่องในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ จากเงื่อนไขโจทย์ การเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียน สมการการวิเคราะห์โจทย์ เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร และการแก้ สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ จึงสรุปว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในการ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์มาก

1.3 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ซึ่งนักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องจำนวนที่ถูกต้อง แต่นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ หรือความไม่รอบคอบของนักเรียน จากข้อมูลที่ได้รับจากแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัยเรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ สามารถอภิปรายได้ว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนี้ อาจเป็นเพราะการคิดคำนวณต้องใช้ทักษะและความเข้าใจในทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติเป็นพื้นฐานสำคัญที่จะฝึกฝนให้เกิดความชำนาญ ซึ่งควรปฏิบัติมาตั้งแต่เริ่มเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับพื้นฐาน เช่น การหาห.ร.ม. และค.ร.น. การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม การดำเนินการของเลขยกกำลัง เป็นต้น เนื่องจากเนื้อหาในระดับนี้เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไป ผู้วิจัยขอเสนอแนวทางการแก้ไขคือ ฝึกให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ เมื่อแก้โจทย์ครบ 1 ข้อต้องฝึกกลับมาทบทวนทุกครั้ง ให้นักเรียนมีสมาธิในการทำข้อสอบให้มากขึ้นโดยอาจจะให้นักเรียนนั่งสมาธิเป็นประจำ โดยผลสรุปนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของทัศนพร คลังแก้ว (2532) ที่ได้สรุปผลเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องโดยเรียงลำดับจากมากไปน้อยคือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ และผิดพลาดในการใช้ภาษา

1.4 ด้านการใช้ข้อมูลผิด โดยในด้านนี้ นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการมากที่สุด เช่น จากโจทย์ จงยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 3 จำนวน ที่มีผลรวมเท่ากับ -10 จากโจทย์ข้อนี้นักเรียนละเลยข้อมูลที่จำเป็นคือโจทย์ให้ใช้ผลรวม แต่นักเรียนนำจำนวนเต็ม 3 จำนวนที่นักเรียนยกตัวอย่างนั้นมาสร้างเป็นประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งใช้ทั้งผลรวมและผลต่าง เป็นต้น ซึ่งอภิปรายได้ว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการใช้ข้อมูลจากโจทย์ ทำให้ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นนั่นคือ “ผลรวม” ในขั้นตอนการแก้ปัญหา สาเหตุอาจเป็นเพราะการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเน้นการทำโจทย์ที่เป็นกระบวนการทำ แต่ไม่ได้เน้นการวิเคราะห์ข้อมูลของโจทย์ปัญหา ซึ่งมีวิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิดคือ ครูฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ต่างๆ ซ้ำๆ กันหลายรอบ แล้วให้นักเรียนฝึกบอกข้อมูลที่จำเป็น และข้อมูลที่ไม่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาให้ถูกต้อง ความถี่รองลงคือ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอน

การแก้ปัญหา เช่น จากโจทย์ “จงหาว่าสารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร” ซึ่งนักเรียนละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา นั่นคือ จุดเดือดของสารทั้ง 4 ชนิด แต่ไปใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา คือ ส่วนประกอบของอากาศที่โจทย์ให้ขึ้นมาแทน และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านนี้ที่พบความถ้อยน้อยที่สุดคือ การคัดลอกโจทย์ผิด เช่น โจทย์กำหนดข้อมูลให้ว่า “แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ -196 องศาเซลเซียส” แต่นักเรียนคัดลอกเป็น “แก๊สไนโตรเจนมีจุดเดือดที่ -169 องศาเซลเซียส” เป็นต้น

1.5 ความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านที่พบน้อยที่สุดคือ ด้านการตีความด้านภาษา โดยนักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เช่น จากโจทย์ สารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด มีจุดเดือดสูงกว่าสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุดอยู่เท่าไร นั้นหมายถึง ต้องนำจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด ลบจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด แต่นักเรียนตีความเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง คือ นำจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดต่ำที่สุด ลบจุดเดือดของสารที่มีจุดเดือดสูงที่สุด เป็นต้น ซึ่งผู้วิจัยสามารถอภิปรายได้ว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตีความด้านภาษานี้ เป็นเพราะนักเรียนขาดทักษะในเรื่องของการฝึกฝนการสร้างประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง อาจมาจากการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่ไม่ได้เน้นให้นักเรียนฝึกเขียนประโยคสัญลักษณ์ก่อนที่จะดำเนินการหาคำตอบในขั้นตอนต่อไป ซึ่งผู้วิจัยขอเสนอแนวทางการแก้ไข ในชั้นเรียนครูฝึกให้นักเรียนตั้งประโยคสัญลักษณ์ก่อนการแก้ปัญหาในขั้นตอนต่อไปทุกครั้ง ครูอาจมอบหมายใบงานให้นักเรียนฝึกเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ปัญหาที่ครูกำหนดให้ ฝึกเช่นนี้เป็นประจำอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งจะเกิดประโยชน์ต่อนักเรียนในเรื่องการฝึกการแก้ปัญหาให้เป็นขั้นตอนอย่างมีระบบด้วยเช่นกัน โดยที่ อัมพร ม้าคนอง (2536 : 66) ได้ให้เหตุผลไว้ว่า นักเรียนขาดทักษะในการตีความจากโจทย์ โจทย์ที่มีระดับความยากสูง มักจะไม่ให้ข้อมูลที่นักเรียนต้องการใช้โดยตรง แต่มักให้มาในรูปความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ซึ่งนักเรียนต้องพยายามตีความในส่วนนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงกับที่ต้องการใช้ โดยอ่านโจทย์หลายๆ ครั้งให้เข้าใจ ดังที่ ทูราน (Turun, 1987 : 92 - 96) ได้เสนอว่า ในการทำโจทย์ปัญหานั้น ควรใช้ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา คือ วิเคราะห์ประโยค อ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านดังๆ ถ้ายังไม่เข้าใจปรับระดับและสไตล์

การอ่านไปสู่การคำนวณ ซึ่งครูควรอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนทำ เพื่อแก้ไข ปัญหาในทัศนที่คลาดเคลื่อนนี้ และผลการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ชัย และอัง (Chai and Ang, 1987) ที่ได้สรุปผลการวิจัยเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการ เรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิตและ สมการ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องด้านการตีความหมายจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมายของตัวอักษร และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของสุนิสา พงษ์ประยูร (2543) ที่ได้สรุปผลการวิจัยเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อยดังนี้ คือ บกพร่องใน การตรวจสอบคำตอบที่ได้จากเงื่อนไขโจทย์ การเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ให้เป็น ประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการการวิเคราะห์โจทย์ เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมา ให้ และให้หาอะไร และการแก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ซึ่งจากผลการวิจัย ของสุนิสา พงษ์ประยูร นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการมากเป็นอันดับที่สอง นั้นแสดงให้เห็นว่า ใน ด้านการตีความจากโจทย์นั้น นักเรียนควรฝึกฝนและทำความเข้าใจในการแปล ความหมายจากประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ให้มากยิ่งขึ้น และส่วนที่นักเรียน มีข้อผิดพลาดตรงลงมาคือ การนำข้อมูลมาใช้ผิด ซึ่งสาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียนขาด ทักษะในการตีความจากโจทย์ซึ่งส่งผลให้การนำเอาข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดมาใช้ไม่ ถูกต้อง ซึ่งผลการวิจัยในครั้งนี้ สอดคล้องกับการวิจัยของโมวโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987) ที่ได้สรุปผลการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์รูปแบบความ บกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาพบว่า ลักษณะข้อบกพร่องของ นักเรียนสามารถจัดกลุ่มข้อบกพร่องได้ 6 ด้านดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา
3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2. เมื่อพิจารณาความถี่ของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวนในแต่ละหัวข้อ สามารถอภิปรายได้ดังนี้

2.1 หัวข้อ "สมบัติของจำนวนนับ" จะพบว่า ด้านที่มีความถี่ของจำนวนนักเรียนมากที่สุดคือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยโดยรวมที่ได้ โดยสามารถวิเคราะห์ได้ว่า เนื้อหาในเรื่องสมบัติของจำนวนนับ ประกอบด้วยเนื้อหาเรื่องห.ร.ม. และค.ร.น. เป็นสำคัญ ซึ่งการที่นักเรียนจะสามารถหาค่าของห.ร.ม. และค.ร.น. ได้ถูกต้อง ต้องมีมโนทัศน์ย่อยที่ถูกต้องในหลายเรื่อง เช่น ตัวประกอบ จำนวนคู่ จำนวนคี่ จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบเฉพาะ การแยกตัวประกอบ และความสัมพันธ์ของห.ร.ม. และค.ร.น. หากนักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานที่สำคัญ หรือบิดเบือนในมโนทัศน์ย่อยใดก็จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติในเนื้อหาเรื่องสมบัติของจำนวนนับนั่นเอง รองลงมาลำดับที่ 2 คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด ซึ่งการที่ในหัวข้อสมบัติของจำนวนนับนี้มีความถี่ของจำนวนนักเรียนในด้านการใช้ข้อมูลผิดมากเป็นลำดับที่ 2 นั้น เป็นเพราะนักเรียนส่วนใหญ่ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ เพราะนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่า โจทย์สั่งให้หาคำตอบของอะไร โดยใช้วิธีใด แล้วพบว่านักเรียนจำนวนมากละเลยการใช้ข้อมูลที่จะเป็น หรือเงื่อนไขที่สำคัญจากโจทย์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา จึงทำให้พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้ข้อมูลผิดเป็นจำนวนมาก รองลงมาคือ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และด้านการตีความด้านภาษา

2.2 หัวข้อ "ระบบจำนวนเต็ม" จะพบว่า ด้านที่มีความถี่ของจำนวนนักเรียนมากที่สุดคือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยโดยรวมที่ได้ โดยสามารถวิเคราะห์ได้ว่า เนื้อหาในเรื่องระบบจำนวนเต็มนั้น เป็นเนื้อหาที่ใช้ความรู้เดิมในเรื่องของการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็มบวกที่นักเรียนเคยเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเนื้อหาเหล่านี้ใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเรื่องการบวก ลบ คูณ หารทั้งจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ซึ่งจะต้องอาศัยความรู้และความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ใน

เรื่องข้อกำหนด และเงื่อนไขที่จำเป็นในการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่างๆ หากนักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานที่สำคัญ หรือบิดเบือนในมโนทัศน์ย่อยใดก็จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติในเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนเต็มนั่นเอง รองลงมาคือ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

2.3 หัวข้อ "เลขยกกำลัง" จะพบว่า ด้านที่มีความถี่ของจำนวนนักเรียนมากที่สุดคือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยโดยรวมที่ได้ โดยสามารถวิเคราะห์ได้ว่า เนื้อหาในเรื่องเลขยกกำลังนั้น เป็นเนื้อหาที่ต้องใช้ความรู้ในเรื่องของการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็มที่นักเรียนได้เรียนในบทเรียนก่อนหน้า ซึ่งเนื้อหาเหล่านี้ใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องเลขยกกำลังทั้งสิ้น ซึ่งจะต้องอาศัยความรู้และความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ โดยในเรื่องเลขยกกำลังนี้ มีข้อกำหนด และเงื่อนไขที่จำเป็นในการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่างๆ อยู่จำนวนมาก หากนักเรียนไม่ใส่ใจกับข้อกำหนดหรือเงื่อนไขที่จำเป็นก่อนให้ข้อมูล ขาดความเข้าใจพื้นฐานที่สำคัญ หรือบิดเบือนในมโนทัศน์ย่อยใดก็จะส่งผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติในเนื้อหาเรื่องเลขยกกำลังนั่นเอง รองลงมาคือด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ผลการวิจัยครั้งนี้ แสดงให้เห็นถึงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนมี และควรใช้ลักษณะต่างๆ เหล่านี้ให้เป็นประโยชน์ในการสอน โดยที่ครูควรอธิบาย ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าผิดอย่างไร และที่ถูกต้องเป็นอย่างไร เพื่อให้ นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบที่ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในจุดนั้นน้อยลง และหลีกเลี่ยงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น
2. ครูควรสำรวจความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์เนื้อหาต่างๆ ของนักเรียนภายหลัง การเรียนการสอนทุกครั้ง โดยการซักถามและการทดสอบจะทำให้ทราบว่านักเรียนแต่ละ คนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือไม่ ครูควรนำผลที่ได้จากการสอบมาแก้ไขมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนที่พบได้อีกด้วย เพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป
3. ในการวัดและประเมินผลการเรียนนั้น ข้อสอบควรเป็นข้อสอบอัตนัย เพราะ สามารถแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องนั้นๆ ได้มากน้อยเพียงใด และหากเป็นข้อสอบช้อมไม่ควรใช้ข้อสอบชุดเดิม เพราะนักเรียนอาจจะนำคำตอบมา ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องนั้นๆ จริงหรือไม่เพียงใด
4. ครูควรมีการนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่างๆ ไปใช้ในการ เรียนการสอน ประเมินผลตนเองและนักเรียน เพื่อศึกษาข้อดี หรือข้อบกพร่องที่เป็น ปัญหาและอุปสรรคในการเรียนของนักเรียน เพื่อหาทางแก้ไขและช่วยเหลือนักเรียนต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

1. ควรนำเกณฑ์การพิจารณาโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไปใช้ในการวิเคราะห์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อื่นๆ ต่อไป
2. ควรมีการวิจัยโดยการแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการเรียน แล้วพิจารณารูปแบบ หรือลักษณะของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. ควรหากระบวนการ หรือวิธีการสอนที่เหมาะสมในการพัฒนาความเข้าใจเนื้อหาเรื่องจำนวน เพื่อไม่ให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน อันจะส่งผลต่อการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไป
4. ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ควรมีการทำการวิจัยให้ครบในทุกระดับและทุกเนื้อหา เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ในการเตรียมทั้งด้านเนื้อหา การเรียน การสอน เทคนิควิธีการสอน รูปแบบการสอน เพื่อให้เหมาะสมกับนักเรียนและช่วยให้มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ลดน้อยลง และยังคงจะทำให้เกิดความร่วมมือกันในการหาแนวทางที่จะลดและแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. 2528. จิตวิทยาการศึกษา ฉบับปรับปรุงใหม่. ภาควิชาการแนะแนวและ
จิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
กัญติมา พรหมอักษร. 2545. ผลของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับ
แนวการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร
การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์. 2545. การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร.
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทเซสมิเดีย.
- จงกล ทำสวน. 2547. การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม.
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จินดา ลิมถาวรศิริพงศ์. 2526. การสร้างลำดับขั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐใจโล พริ้งมาตี. 2544. การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของ
นักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2533. การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดารณี คำแหง. 2533. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทัศนพร คลังแก้ว. 2532. การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์
แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ทองหล่อ วิภาวีน. 2521. "แบบทดสอบวินิจฉัย," พัฒนาวัดผล. 14: 49-52.
- ธีรนาถ ธงงาม. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขที่มีต่อมโนทัศน์ และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นงลักษณ์ เสมอภาพ. 2533. การวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา เขตการศึกษา 12. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นวลจิตต์ เขาวีรติพงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร 14 (ตุลาคม – ธันวาคม).
- นาตยา ภัทรแสงไทย. 2524. การออกแบบการสอน : แผนพัฒนาการสอนและรายวิชา. กรุงเทพมหานคร : โอเดียนสโตร์.
- นาตยา ปิลาธนนานนท์. 2542. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด. กรุงเทพมหานคร : แม็ค.
- บุญชม ศรีสะอาด. 2537. เอกสารคำสอนแบบทดสอบวัดความถนัด. มหาสารคาม : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.
- บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523. การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชากรศึกษา 31 (กุมภาพันธ์).
- เบญจา เขียวสม. 2534. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ประคอง กรรณสูต. 2535. สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ มากชู. 2530. ความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในประเทศไทย. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรรณิ ชูทัยเจนจิต. 2538. จิตวิทยาการเรียนการสอน. ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร : ต้นอ่อนแกรมนี่.
- พรรณทิพย์ ม้ามณี. 2532. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สารศึกษการพิมพ์.

- พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2531. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร: โครงการตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- พวงเพ็ญ อินทรประวัตติ. 2537. รูปแบบการสอน. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒสงขลา (พฤษภาคม – มิถุนายน).
- พันทิพา อุทัยแสง. 2524. พฤติกรรมการสอนมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักเทคโนโลยี
ทางการศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- มาลินี นิมเมสมอ. 2532. "การใช้ประโยชน์จากแบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัย". วารสาร สสวท. 17
(มกราคม – มีนาคม 2532).
- ยลนาภา พลชัย. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล
การได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. วิทยานิพนธ์
ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน กรณ์ทอง. 2534. การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขต
กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา คณะ
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- รุ่งฟ้า จันทร์จาตุรณ. 2538. การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- รุจิรี ภู่อาระ. 2550. เอกสารประกอบคำบรรยายกระบวนวิชาการวัดและประเมินผล
การศึกษา. กรุงเทพมหานคร. ภาควิชาการทดสอบและวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วรรณดี ชุณหวิมลยานนท์. 2524. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
โพลิโนเมียลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตท้องที่การศึกษา 4.
กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร.

- วนิดา มณีวรรณ. 2534. **มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วิจัยทางการศึกษา, กอง. 2541. **การศึกษาศักยภาพของเด็กไทย ระยะที่ 1 (พ.ศ. 2540).** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- วิชาการ, กรม. 2532. **โครงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทางด้านความรู้ความคิด.** กรุงเทพมหานคร : กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.
- วิชาการ, กรม. 2544. **คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- วิชาการ, กรม. 2545. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- วิไลวรรณ ศรีศรีชนะมา. 2537. **แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร. 113 (เม.ย.-มิ.ย.) : 49-51.**
- ศศิวรรณ ศรีพหล. 2536. **การวิเคราะห์พฤติกรรมกรรมการเรียน. ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิธีการสอน หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพมหานคร มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.**
- ศิริเดช สุชีวะ. 2538. **การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.**
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2544. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2548. **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.** กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2550. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.**

- สมชาย บุญรักษา. 2536. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้น สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การวัดผล การศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมศักดิ์ จันทานุรักษ์. 2528. การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. 2522. แบบทดสอบวินิจฉัย. กรุงเทพมหานคร: สำนักทดสอบทางการ ศึกษา กรมวิชาการ.
- สหชาติ เหล็กชาย. 2538. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามและสมการกำลังสอง สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. (online). <http://www.ratchaburi1.org/web>. (2551, กันยายน 15).
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. (online). <http://bet.obec.go.th/eqa>. (2551, ตุลาคม 2).
- สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทพัฒนา คุณภาพวิชาการ จำกัด.
- สุชา จันทร์เอม. 2540. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช.
- สุนิสา พงษ์ประยูร. 2543. การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุรพันธ์ ดันศรีวงษ์. 2538. วิธีการสอน. กรุงเทพมหานคร : สกายบุ๊คส์.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. 2541. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2541. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา เขี่ยมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด สำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.

- สุวิทย์ มูลคำ. 2547. กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร : การพิมพ์.
 สุเทพ สันติวรานนท์. 2533. "แบบทดสอบวินิจฉัยและแนวทางในการสร้าง". ศึกษาศาสตร์.
 5(15-16):67-74; สิงหาคม 2532 – 2 มีนาคม 2533
- โสภภาพรรณ แสงศัพท์. 2518. การสำรวจความรู้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากแบบเรียน
 วิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุไรวรรณ ทศนบุตร. 2523. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนการ
 สอนเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์.
 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. 2524. การเปรียบเทียบการสอนมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
 ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยาย สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2.
 วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. 2536. การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
 มัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพมหานคร :
 ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. 2545. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์.
 กรุงเทพมหานคร : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. 2547. เอกสารประกอบการสอน วิชาการพัฒนาหลักสูตรและการเรียน
 การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. 2547. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน
 พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการ
 และแนวทางการ จัดการเรียนรู้อุทิศสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์.
 กรุงเทพมหานคร : บพิธการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคอง. 2551. การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่ง
 มโนทัศน์ และคำถามระดับสูง. รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
 มหาวิทยาลัย.
- อาคม จันทร์สุนทร. 2522. การสอนความคิดรวบยอด. คู่มือปริทัศน์ 4 (สิงหาคม).
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2540. หลักการสอน. ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โอเดียนสโตร์.

ภาษาอังกฤษ

- Allen, G.L. 1996. **Predicting Environment Learning from Spatial Abilities : An Indirect Route.** Intelligence. 22.
- Arends R.I. 1994. **Learning to Teach.** 3rd ed. New York : McGraw – Hill.
- Ashlock, R. B., 1982. **Error Patterns in Computation.** Ohio : Bell & Howell Co.
- Ausubel, D.P. 1968. **Educational Psychology : A Cognitive View.** New York : Holt, Rinehart and Winston.
- Barnard, J.D. 1971. **Science Teaching : The Concepts Teaching.** The Encyclopedia of Education, pp. 8 New York : Macmillan Company.
- Becker, B.A. 1992. **The Concept of Function : Misconceptions and Remediation at the Collegiate Level (Function Concepts, Precalculus).** **Dissertation Abstract International.** 52(February) : 2850-A.
- Bell, F.H. 1978. **Teaching and learning mathematics.** Dubuque, Iowa : Wm.c. Brown.
- Blando, J.A. , and Others. 1989. "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors", **Journal for Research in Mathematics Education**, 20(May).
- Bloom, B.S. 1971. **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.** New York; McGraw – Hill.
- Bosland, V.J. 1978. **Diagnostics Assessment of Addition Processes with Identification and Remediation of Error Patterns.** Ph.d. Dissertation, George Peabody College for teacher. **Dissertation Abstracts International.** 38(February) : 4696-A.
- Bruecker, L. J., and Bond, G. L. 1955. **The Diagnostic and Treatment of Learning Difficulties.** New York: Appleton – Century – Crefts.
- Casay, L. M. 1987. **Measurement and Education School Learning.** Massachusetts: Newton & Company.
- Cecco, J.P. 1968. **The Psychology Learning and Instruction : Education Psychology.** United States of America : Prentice – Hall.

- Chai, C.M. and Ang, B.H. 1987. Identifying the reasons underlying pupils particular errors in simple algebraic expressions and equations. **Proceedings of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. (ICMI-SEAMS)** (June1-3).
- Clark, L.H., and S.S. 1976. **Secondary School Teaching Methods. 3rd ed.** New York: Macmillan Publishing Co.Inc.
- Cooney, T.J., Davis, E.J. and Henderson, K.B. 1975. **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.** Boston : Houghton Mifflin Company.
- Davis, R.B. 1979. Error Analysis in High School Mathematics. In **Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association.** San Francisco, California April. n.p..
- Denna G.B. 1976. A Basic Mathematics Diagnostic Instrument. **Dissertation Abstracts International.** 37(July) : 7260-A.
- Eggen, P.D. and Kauchak, D.P. 1995. **Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. 3rd ed.** Boston : Allyn and Bacon.
- Fennema, E. and Franke, M.L. 1992. Teachers' Knowledge and its impact, In D.A. Grouws (Ed.). **Handbook of researc on mathematics teaching and learning.** (pp. 147-164). New York : Macmillan.
- Fieldman, R.S. 1987. **Understanding Psychology.** New York : Mcgraw – Hill, Inc.
- Fisher, K.M. 1985. "A Misconception in Biology : Amino Acid and Translation". **Journal of Research in Science Teaching.** 22(January). 53-62.
- Good, C.V. 1973. **Dictionary of Education. 3rd, ed.** New York : Mcgraw – Hill.
- Goodwin, W.L. and Klausmeier, H.J. 1995. **Facilitating Student Learning : An Introduction to Educational Psychology.** New York : Harrer and Row.
- Gowin, D.B. 1982. **Education.** New York : Cornell University Press.
- Gronlund, N.E. 1981. **Measurement and Evaluation in Teaching. 4th ed.** New York: Macmillan Publishing Co.Inc.

- Gropper, G.L. 1974. A Technology for Developing Instructional Materials Vol. 3
Handbook Part F. "Developing Diagnostics and Evaluation Test". **Research in Education**, 9: 145 October.
- Gunter, M.A. and Schwad, J. 1995. **Instruction : A Models Approach**. 2nd ed.
Boston : Allyn and Bacon.
- Halloun, I.A. and Hestenes, D. 1985. "Common Sense Concepts about Motion". **The American Journal of Physics**. 53 : 1056-1065.
- Heaton, R.M. 1992. Who is minding the mathematics content : A case study of a fifth-grade teaching. **Elementary School Journal**. 93(2), 153-162.
- Hulse, S.H. 1980. **The psychology of learning**. 5th ed. New York : McGraw – Hill Book.
- Kennedy, E.C. 1980. **Classroom Approaches to Remedial Reading**. 3th ed. Itasca:
F.E. Peacock Publishers.
- Kiokaew, S. 1988. **Comparing College Freshmens Concepts of Covalent Bonding and the College of Science and the College of Education at Prince of Songkhla University, Thailand**. Ph.D. Thesis, University of Missouri – Columbia.
- Klausmeier, H.J. and Ripple, R.E. 1971. **Learning and human abilities**. New York :
Harper International Edition.
- Lindquist, F. 1956. **Educational Measurement**. Washington : American Council on
Education.
- Lovell, K. 1972. **The Growth of Basic Mathematics and Scientific Concepts in Children**. London : University of London Press.
- McDonald, F.J. 1959. **Educational Psychology**. San Francisco : Wadsworth
Publishing.
- Movshovitz, H.N. and others. 1987. "An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics" **Journal for Research in Mathematics Education**.
- Noll, V.H. and Scanner, D.P. 1972. 3rd ed. **Introduction to education measurement**.
Boston : Houghton Mifflin.
- Ong, S.T. and Lim, S.K. 1987. Understanding and Errors in Algebra. **Proceedings of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education**.
(ICMI-SEAMS) (June 1-3).

- Osborne, R. and Freyberg, P. 1985. **Learning in Science : The Implication of Children's Science**. London : Heinemann Publishers.
- Peterson, R.F. and Treagust, D.R. 1989. "Development and Application of a Diagnostic Instrument to Evaluation Gradee 11 and 12 Student' concepts of Covalent Bonding and Structure Following a Course of Instruction". **Journal of Research in Science Teaching**. 26(April) : 301-314.
- Podell, H.A. 1958. **Two Process of Concept Formation**. Psychological Monography.
- Radatz, H. 1979. Error analysis in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**.
- Ree, R. M. 1987. The Use of Diagnostic Assessment in Secondary Mathematics. **Proceedings of Fouth Southeast Asian Conference on Mathematical Education**.
- Rothenberg, M.E. 1985. **Encyclopedia Americana**. Danbury, Connecticut : Grolier Incorporated.
- Russell, D.H. 1956. **Children's Thinking**. Boston : Ginn and Company.
- Schoenfeld, A.H. 1992. Learning to think mathematically : Problem Solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.). **Handbook of researc on mathematics teaching and learning**. (pp. 334-370). New York : Macmillan.
- Schwarz, B.B. and Hershkowitz, R. 1999. Prototypes : Brake of Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools. **Journal for Research in Mathematics Education** 30 (4).
- Shaycoft, M.F. 1979. **Handbook of Criterion – referenced Testing**. New York: Gasland STPM Press.
- Simon, M.A. 1993. Prospective teachers'knowledge of division. **Journal for Research in Mathematics Education**. 24(3), 233-254.
- Simson, W.W., and Marek, A.E., 1988. "Understanding and Misconception of Biology Concepts Hold by Students Atteding Small High Schools," **Journal of Research in Science teaching**.
- Singha, H.S. 1974. **Modern Education Testing**. New Delhi : Sterling Pub.


- Thorndike, R. L., and Hagen, E. P. 1969. **Measurement and Evaluation in Psychology and Education**. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Truran, K.M. 1987. Error Analysis as a Remedial Teaching Technique. **Proceedings of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education**. (ICMI-SEAMS) (June 1-3).
- Toumasis, C. 1995. **Concept Worksheet : An Important Tool for Learning**. The Mathematics Teacher. 88 (2) (February).
- Wilson, J.W. 1994. Evaluation of learning in secondary school Mathematics. **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning**. New York : McGraw-Hillbook.
- Yamane, T. 1973. **Statistics-An Introductory Analysis**. 3rd, ed. New York, Harper.



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขออนุญาตใช้เครื่องมือวิจัย
- หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเป็น
ปรนัยของคำตอบ และความสอดคล้องครอบคลุมตามแนวคิดของมโนทัศน์เรื่องจำนวน ใน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และพิจารณาข้อคำถามในแต่ละข้อว่าเป็นแบบวัดมโนทัศน์แบบ
อثنัย ที่ใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวน ได้หรือไม่

1. อาจารย์ ดร. ชนิศรวา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ชังใจ อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
(ฝ่ายมัธยม)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/1179

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

3 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอบัญชีบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษานวัตกรรมที่ตลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ แบบ วิชาคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะส่งรายงาน ในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



บันทึกข้อความ

สำนักงาน ตำหนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680-2 ต่อ 612

ที่ ศร 0512.6(2771)/1181

วันที่ 3 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากร ในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

ด้วย นางสาวไข่มุก เกื้องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ชังใจ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ชังใจ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุปถ)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศร 0512.6(2771)1689

คณะครูศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เตืองสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ
เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง
"การศึกษามโนทัศน์ที่คลาเคชั่นเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขต
พื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอ
เชิญ อาจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังกะนภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตโนมัติ
เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังกะนภัทรขจร เป็น
ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาชัยญา รัตนอุบล)

รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศษ 0512.6(2771)1690

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวิสุทธิราษฎร์อุปถัมภ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาคลุ้งเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร นาคทอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบพระคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา วัฒนสุนทร)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศษ 0512.6(2771)1691

คณะกรรมาธิการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดเกาะทอง (ชุมชนวัดราษฎร์รังสรรค์)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไฉ่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไฉ่มุก เลื่องสุนทร ได้ทดลองใช้ เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1692

คณะครูศรฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนเบญจมราชูทิศ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ
เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาภาคศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการศึกษาวิทยานิพนธ์เรื่อง
“การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงาน
เขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้
นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ
ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนสุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรรณคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศร 0512.6(2771)1693


 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนราชโบริกานุเคราะห์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เกื้องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการศึกษาวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร น้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เกื้องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อารัม น้าคนอง)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)ว1694



คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดเขาวัง (แสง ช่วงสุวนิช)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เสื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ
เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาภาคศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการศึกษาวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง
“การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงาน
เขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้
นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอักษณัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เสื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ
ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)1695

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดหัวฝ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอ้อม เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา วัฒนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/1696

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอนุบาลเป่าก่อก่อ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เอื้องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงาน เขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอ้อม เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เอื้องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนสุบถ)

รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดีสำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศร 0512.6(2771)/1697



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนปากท่อพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวใจมุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีากนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวใจมุก เลื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญูญา มีคนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศษ 0512.6(2771)/1698

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกุรุวรรณรังษณภูมิ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไฉ่บุก เรื่องตุนทร นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาภาคศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาคลั่งเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไฉ่บุก เรื่องตุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและคาวสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศษ 0512.6(2771)/1699

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชุมชนวัดรางบัว (แหลมราษฎร์รัง)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไฉ่มก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาภาคศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไฉ่มก เลื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชีัญญา วัฒนสุนทร)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ที่ ศษ 0512.6(2771)1700

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียน ไสภณศิริราษฎร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไฉ่มุก เลื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาภาคศึกษาศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษานวัตกรรมที่ตลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนิว เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดแบบนวัตกรรม เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไฉ่มุก เลื่องสุนทร ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/1701

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 กรกฎาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสวนผึ้งวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวไข่มุก เสื่องสุนทร นิสิตชั้นปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวไข่มุก เสื่องสุนทร ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญูชา รัตนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นิยามของมโนทัศน์ย่อย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เนื้อหาเรื่อง จำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง แล้วทำการวิเคราะห์ได้นิยามของมโนทัศน์ย่อยดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 นิยามมโนทัศน์ย่อย ของหัวข้อสมบัติของจำนวนนับ

มโนทัศน์ย่อย	นิยาม
1. ตัวประกอบ	ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว
2. จำนวนคู่ จำนวนคี่	จำนวนคู่ คือ จำนวนนับที่มี 2 เป็นตัวประกอบ ส่วนจำนวนนับอื่นๆที่ไม่ใช่จำนวนคู่ คือ จำนวนคี่
3. จำนวนเฉพาะ	จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนนับที่มีค่ามากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และตัวมันเอง
4. ตัวประกอบเฉพาะ	ตัวประกอบเฉพาะของจำนวนนับใดๆ คือ ตัวประกอบของจำนวนนับนั้นที่เป็นจำนวนเฉพาะ
5. การแยกตัวประกอบ	การแยกตัวประกอบของจำนวนนับใดๆ คือ ประโยคที่แสดงการเขียนจำนวนนับนั้นในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ
6. ตัวหารร่วมมาก	ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) คือ ตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุดที่สามารถหารจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป
7. ตัวคูณร่วมน้อย	ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) คือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่มีจำนวนนับสองจำนวนใดๆ เป็นตัวประกอบ
8. ความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. และค.ร.น.	ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของสองจำนวนใดๆ คือ ห.ร.ม. คูณด้วย ค.ร.น. เท่ากับผลคูณของสองจำนวนนั้น

ตารางที่ 5 นิยามของมโนทัศน์ย่อย ของหัวข้อระบบจำนวนเต็ม

มโนทัศน์ย่อย	นิยาม
1. จำนวนเต็ม	จำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์
2. จำนวนเต็มลบ	จำนวนเต็มลบ คือ จำนวนเต็มที่น้อยกว่า 0 โดยเริ่มจาก -1 และลดลงทีละ 1 ไปเรื่อยๆ ไม่มีที่สิ้นสุด ได้แก่ จำนวน -1, -2, -3, -4,...
3. การเปรียบเทียบ จำนวนเต็ม	บนเส้นจำนวน จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวามือ จะมีค่ามากกว่าจำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายมือเสมอ ดังนั้น บนเส้นจำนวน จำนวนเต็มลบที่อยู่ทางขวามือจะมีค่ามากกว่าจำนวนเต็มลบที่อยู่ทางซ้ายมือ หรือจำนวนเต็มลบที่อยู่ทางซ้ายมือจะมีค่าน้อยกว่าจำนวนเต็มลบที่อยู่ทางขวามือ
4. สมบัติของ จำนวนเต็มบวก	สมบัติของจำนวนเต็มบวกมีดังนี้ 4.1 เมื่อ a และ b แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $a + b = b + a$ เรียก "สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก" 4.2 เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $(a + b) + c = a + (b + c)$ เรียก "สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก" 4.3 เมื่อ a และ b แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $a \times b = b \times a$ เรียก "สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ" 4.4 เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ เรียก "สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ" 4.5 เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ และ $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$ เรียก "สมบัติการแจกแจง" 4.6 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ $a + 0 = 0 + a$ เรียก 0 ว่า "เอกลักษณ์การบวก" 4.7 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ $a \times 0 = 0 \times a = 0$ 4.8 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 แล้ว $0 \div a = \frac{0}{a} = 0$ 4.9 เมื่อ a และ b แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a \times b = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ 4.10 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ $a \times 1 = 1 \times a = a$ เรียก 1 ว่า "เอกลักษณ์การคูณ"

ตารางที่ 5 นิยามของมโนทัศน์ย่อย ของหัวข้อระบบจำนวนเต็ม (ต่อ)


มโนทัศน์ย่อย	รายละเอียด
	<p>4.11 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ $\frac{a}{1} = a$</p> <p>4.12 เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 แล้ว $\frac{a}{a} = 1$</p>
<p>5. ค่าสัมบูรณ์ และ จำนวนตรงข้าม</p>	<p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ เท่ากับระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน โดยมีสัญลักษณ์คือ $$</p> <p>จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆ คือ จำนวนเต็มที่มีระยะห่างจาก 0 เท่ากับจำนวนเต็มนั้น ดังนั้น ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a มีเพียงจำนวนเดียวเขียนแทนด้วย $-a$</p>
<p>6. การบวกจำนวนเต็ม</p>	<p>6.1 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มบวกมาบวกกัน เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนบวก</p> <p>6.2 การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มลบมาบวกกัน เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนลบ</p> <p>6.3 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ให้พิจารณาค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวน แล้วนำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนที่มากกว่าเป็นตัวตั้ง ลบด้วยค่าสัมบูรณ์ของจำนวนที่น้อยกว่า เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เหมือนกับเครื่องหมายของจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า</p>
<p>7. การลบจำนวนเต็ม</p>	<p>การลบของจำนวนสองจำนวนใดๆ ให้นำจำนวนที่เป็นตัวตั้งบวกกับจำนวนตรงข้ามของจำนวนที่เป็นตัวลบ</p>
<p>8. การคูณจำนวนเต็ม</p>	<p>8.1 จำนวนเต็มบวกคูณกับจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบคูณกับจำนวนเต็มลบ ให้นำทั้งสองจำนวนมาคูณกัน เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนบวก</p> <p>8.2 จำนวนเต็มบวกคูณกับจำนวนเต็มลบ หรือจำนวนเต็มลบคูณกับจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนมาคูณกัน เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนลบ</p>

ตารางที่ 5 นิยามของมโนทัศน์ย่อย ของหัวข้อระบบจำนวนเต็ม (ต่อ)

มโนทัศน์ย่อย	รายละเอียด
9. การหารจำนวนเต็ม	<p>9.1 การหารจำนวนเต็มเมื่อตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่ หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งมาหารค่าสัมบูรณ์ของตัวหาร เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนบวก</p> <p>9.2 การหารจำนวนเต็มเมื่อตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบ โดยที่จำนวนอีกจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งมาหารค่าสัมบูรณ์ของตัวหาร เครื่องหมายของผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนลบ</p>

ตารางที่ 6 นิยามของมโนทัศน์ย่อย ของหัวข้อเลขยกกำลัง

มโนทัศน์ย่อย	รายละเอียด
1. การหาค่าของเลขยกกำลัง	<p>a แทนจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า</p> $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$ <p>a^n เป็นเลขยกกำลังที่มี a เป็นฐาน และมี n เป็นเลขชี้กำลัง</p>
2. การคูณของเลขยกกำลัง	ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a^m \times a^n = a^{m+n}$
3. เลขยกกำลังที่มีฐานในรูปการคูณ	ถ้า a และ b เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $(ab)^n = a^n b^n$
4. เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง	ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $(a^m)^n = a^{mn}$
5. การหารเลขยกกำลัง	เมื่อ a เป็นจำนวนใดๆ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว <p>5.1 ถ้า $m > n$ และ $a \neq 0$ จะได้ว่า $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$</p> <p>5.2 ถ้า $m < n$ และ $a \neq 0$ จะได้ว่า $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$</p> <p>5.3 ถ้า $m = n$ และ $a \neq 0$ จะได้ว่า $a^0 = 1$</p>
6. การใช้เลขยกกำลังเขียนแสดงจำนวนที่มีค่ามากหรือมีค่าน้อย	รูปมาตรฐานของเลขยกกำลัง หรือสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือ $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์นักสนที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์ในทัศนที่คลาดเคลื่อน เรื่องจำนวน แบบมีโครงสร้าง

1. ผู้วิจัยแนะนำตัวเอง และบอกถึงความสำคัญในการสัมภาษณ์

: นางสาวไฉ่มก เลื่องสุนทร เป็นนิสิตระดับปริญญาโท สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชนบุรี เขต 1" โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยมีการเก็บข้อมูลคือ ให้นักเรียนจำนวน 402 คนทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากนั้นนำแบบวัดที่ได้ไปตรวจและวิเคราะห์ข้อมูล แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนจำนวน 10 คน ทำการสัมภาษณ์ เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น จึงขอความร่วมมือจากนักเรียนในการตอบคำถามตามความเป็นจริงให้มากที่สุด

2. ผู้วิจัยทำความคุ้นเคยโดยการถามเรื่องทั่วไป ทำให้นักเรียนรู้สึกผ่อนคลาย

: นักเรียนดูละครหลังข่าวหรือไม่ เรื่องอะไรบ้าง เพื่อนสนิทในกลุ่ม ชนที่ชอบทาน สัตว์ที่ชอบ อาชีพที่อยากเป็นในอนาคต วิชาที่ชอบเรียน ฯลฯ

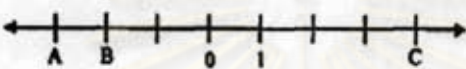
3. ผู้วิจัยเตรียมพร้อมนักเรียนเพื่อการสัมภาษณ์

: ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ในข้อที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้นักเรียนดู ดังภาพที่ 8 แล้วผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิธีการคิด และความเข้าใจ ในขณะที่ทำแบบวัดมโนทัศน์ในข้อที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามที่ผู้วิจัยได้ตั้งคำถามไว้ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ และสร้างแนวคำถามตามสถานการณ์ของนักเรียนแต่ละคนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแตกต่างกัน ดังภาพที่ 8 บางกรณีผู้วิจัยอาจมีคำถามเพิ่มเติมในขณะนั้นด้วย เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนให้มากยิ่งขึ้น

ภาพที่ 8

แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ (ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ) และด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก) ของนักเรียนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

4. กำหนด จำนวน A, B และ C อยู่บนเส้นจำนวน ดังรูป



ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร

1) จากคำถามข้างต้น นักเรียนคิดจะใช้ข้อมูลใดบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ในการหาคำตอบ

เส้นจำนวน อีกเลข คูณกับค่าลบ

จำนวน A มีค่าเท่ากับ (-3) ค่าสัมบูรณ์มีค่าเท่ากับ (-3) (3)

จำนวน C มีค่าเท่ากับ 4 จำนวนตรงข้ามมีค่าเท่ากับ -4 (3)

2) การหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวน A คูณกับจำนวนตรงข้ามของจำนวน C มีค่าเท่าไร

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

$4 \times (-3) = \square$

3) จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 2)

วิธีทำ $4 \times (-3) = 4 \times (-3)$ (4)

$= (-12)$

สรุปคำตอบ (-12)

จากภาพที่ 8 ผู้วิจัยสร้างแนวคำถามเพื่อใช้ในการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

แนวคำถามที่ 1 : นักเรียนรู้หรือไม่ว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ มีความหมายว่าอะไร

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 2 : ในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูได้สอนความหมายของค่าสัมบูรณ์หรือไม่

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 3 : ความหมายของ "ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ คือ ระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน" ดังนั้นนักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 3 มีค่าเท่าไร

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 4 : ค่าสัมบูรณ์ของ -3 มีค่าเท่าไร

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 5 : ค่าสัมบูรณ์ของ 8 และ -8 มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 6 : จากความหมายของ "ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ คือ ระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน" ดังนั้น นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า ค่าสัมบูรณ์สามารถเป็นจำนวนเต็มลบได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน :

แนวคำถามที่ 7 : นักเรียนรู้หรือไม่ว่าจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆ มีความหมายว่าอย่างไร

นักเรียน :

.....

.....

แนวคำถามที่ 8 : ในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูได้ให้ความหมายของจำนวนตรงข้ามหรือไม่

นักเรียน :

.....

.....

แนวคำถามที่ 9 : ความหมายของ “จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆ คือ จำนวนเต็มที่มีระยะห่างจาก 0 เท่ากับจำนวนเต็มนั้น” ดังนั้น นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่าจำนวนตรงข้ามของ 7 มีค่าเท่าไร

นักเรียน :

.....

แนวคำถามที่ 10: จำนวนตรงข้ามของ -7 มีค่าเท่าไร

นักเรียน :

.....

แนวคำถามที่ 11: จำนวนตรงข้ามของ 12 และ -12 มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน :

.....

.....

แนวคำถามที่ 12: จากความหมายที่ว่า “จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆ คือ จำนวนเต็มที่มีระยะห่างจาก 0 เท่ากับจำนวนเต็มนั้น” ดังนั้น นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่าจำนวนตรงข้ามสามารถเป็นจำนวนเต็มลบได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน :

.....

แนวคำถามที่ 13: จำนวนตรงข้ามสามารถเป็นจำนวนเต็มบวกได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน :

.....

แนวคำถามที่ 14: ในแบบวัดฉบับที่นักเรียนได้ทำนั้น นักเรียนตอบว่า ค่าสัมบูรณ์ของ -3 มีค่าเท่ากับ -3 และจำนวนตรงข้ามของ 4 เท่ากับ 4 เป็นเพราะเหตุใด นักเรียนจึงตอบเช่นนั้น

นักเรียน :

.....

.....

แนวคำถามที่ 15: ในแบบวัดมโนทัศน์ฉบับที่นักเรียนทำมานี้ พบจุดที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม ซึ่งตอนนี้นักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องดังกล่าวถูกต้องแล้ว นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า แบบวัดฉบับที่นักเรียนทำนี้ผิดพลาดตรงส่วนใด และจะแก้ไขอย่างไรให้ถูกต้อง

นักเรียน :

.....

.....

คำถามเพิ่มเติม :

.....

นักเรียน :

.....

.....

คำถามเพิ่มเติม :

.....

นักเรียน :

.....

.....

คำถามเพิ่มเติม :

.....

นักเรียน :

.....

แนวคำถามที่ 1 : นักเรียนรู้หรือไม่ว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ มีความหมายว่าอะไร

นักเรียน : $|x| = x$

แนวคำถามที่ 2 : ในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูได้สอนความหมายของค่าสัมบูรณ์หรือไม่

นักเรียน : ก็ไม่เข้าใจ ถ้าไม่ได้ บอกครูคือสอนอะไรจากที่ว่า
ค่าสัมบูรณ์ของ x คืออะไร ค่าสัมบูรณ์ของ 0 คืออะไร ...
ถาม - ตอบ ก็แบบนั้น

แนวคำถามที่ 3 : ความหมายของ "ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ คือ ระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน" ดังนั้นนักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 3 มีค่าเท่าไร

นักเรียน : 3 หรือว่าคือ 1 ค่าคือ 3 คือ

แนวคำถามที่ 4 : ค่าสัมบูรณ์ของ -3 มีค่าเท่าไร

นักเรียน : 3 เค้ามีเครื่องหมายลบคือ 1 ค่าคือ 3 คือ

แนวคำถามที่ 5 : ค่าสัมบูรณ์ของ 8 และ -8 มีค่าเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : 9 ค่าคือ 8 เท่ากับค่าคือ 8 เพราะว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 8 เท่ากับ 8
แล้วค่าสัมบูรณ์ของ -8 ก็เท่ากับ 8 ก็เลยเท่ากันนั่นแหละ
/ ค่าคือ 8 คือ

แนวคำถามที่ 6 : จากความหมายของ "ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ คือ ระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน" ดังนั้น นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า ค่าสัมบูรณ์สามารถเป็นจำนวนเต็มลบได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่เท่าไรได้หาค่า : / ค่าคือ 8 คือ เพราะว่าค่าสัมบูรณ์ไม่ใช่
ถ้าเราคิดว่าเป็นค่าลบแล้วคิดมันได้ เพราะว่า $8 = 8 = 8$ ห่างจาก 0
จนเห็นค่าของมันไม่ใช่ค่าลบแล้วมันค่าลบได้คือ

แนวคำถามที่ 14: ในแบบวัดฉบับที่นักเรียนได้ทำนั้น นักเรียนตอบว่า ค่าสัมบูรณ์ของ -3 มีค่าเท่ากับ -3 และจำนวนตรงข้ามของ 4 เท่ากับ 4 เป็นเพราะเหตุใด นักเรียนจึงตอบเช่นนั้น

นักเรียน : คือตอนนั้น คิดเพราะว่าค่าสัมบูรณ์ก็คือจำนวนเต็ม ส่วนจำนวนตรงข้ามของจำนวนก็ตรงข้ามกันนะ ไรเงั้นตอนนั้นคิดว่าจำนวนตรงข้ามก็ไม่ใช่ใจก็ได้ ตอนนั้นเข้าใจว่าจำนวนอื่นไป

แนวคำถามที่ 15: ในแบบวัดฉบับที่นักเรียนทำมานี้ พบจุดที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม ซึ่งตอนนี้นักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องดังกล่าวถูกต้องแล้ว นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า แบบวัดฉบับที่นักเรียนทำนี้มีผิดพลาดตรงส่วนใด และจะแก้ไขอย่างไรให้ถูกต้อง

นักเรียน : แก้ตรงค่าสัมบูรณ์ของ -3 คือค่าเท่ากับ 3
แต่จำนวนตรงข้ามของ 4 มีค่าเท่ากับ -4
| ถูกข้อค :


คำถามเพิ่มเติม : ให้นักเรียนเขียนแก้ข้อที่ผิดและชี้แจงว่าข้อใดที่ถูกต้อง
แบบวัดฉบับที่ 15 ของ

นักเรียน : $(3) \times (-4) = -12$

คำถามเพิ่มเติม : ถ้าตอบที่นักเรียนมีข้อผิดพลาด ซึ่งจากภาพ คำตอบที่ได้มีตรงกับคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนเขียนคำตอบที่ถูกต้อง
นักเรียน : การคิดของข้อค แล้วนักเรียนเขียนส่วนที่ผิด ซึ่งก็คือที่มโนทัศน์ที่ผิดพลาดคือตรงส่วนที่ข้อ ค คือ ด้านจาก การตรงจุดในข้อที่ข้อ ก และ ข้อ ค ในส่วนของการเขียนคำตอบ
แต่คำตอบถูกใจแล้ว

คำถามเพิ่มเติม :

นักเรียน :



ภาคผนวก ง

ตัวอย่างการให้ความถี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีในทัศนที่คลาดเคลื่อน
ในหัวข้อสมบัติของจำนวนนับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างการให้ความถี่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีโมณฑัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ในหัวข้อสมบัติของจำนวนนับ

หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ มีจำนวนข้อสอบ 2 ข้อ

กรณีที่ 1

ข้อ 1 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.1 และ 1.2

ข้อ 2 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.1 1.2 และ 1.3

มณฑัศน์ที่คลาดเคลื่อน	หัวข้อสมบัติของจำนวนนับ	มณฑัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ความถี่ของจำนวนนักเรียน (คน)
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด	1	1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่เป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา	1
2. ด้านการตีความด้านภาษา		1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ	1
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ		1.3 คัดลอกใจหัยผิด	1
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา			
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ			

กรณีที่ 2

ข้อ 1 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.1

ข้อ 2 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.2 และ 1.3

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	หัวข้อ สมบัติของ จำนวนนับ	มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน	ความถี่ของ จำนวนนักเรียน (คน)
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด	1	1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 1.1 ละเลยการใช้ ข้อมูลที่จำเป็นใน ขั้นตอนการแก้ปัญหา	1
2. ด้านการตีความด้าน ภาษา		1.2 ทำผิดคำสั่งโดย หาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	1
3. ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บท นิยาม และสมบัติ		1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	1
4. ด้านขาดการ ตรวจสอบในระหว่างการ แก้ปัญหา			
5. ด้านข้อผิดพลาดใน เทคนิคการทำ			

กรณีที่ 3

ข้อ 1 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.1

ข้อ 2 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.2

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	หัวข้อ สมบัติของ จำนวนนับ	มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน	ความดีของ จำนวนนักเรียน (คน)
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด	1	1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 1.1 ละเลยการใช้ ข้อมูลที่จำเป็นใน ขั้นตอนการแก้ปัญหา	1
2. ด้านการตีความด้าน ภาษา		1.2 ทำผิดคำสั่งโดย หาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	1
3. ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บท นิยาม และสมบัติ		1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	0
4. ด้านขาดการ ตรวจสอบในระหว่างการ แก้ปัญหา			
5. ด้านข้อผิดพลาดใน เทคนิคการทำ			

กรณีที่ 4

ข้อ 1 นักเรียนไม่มีความคลาดเคลื่อน

ข้อ 2 นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในด้านย่อยที่ 1.2

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	หัวข้อ สมบัติของ จำนวนนับ	มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน	ความถี่ของ จำนวนนักเรียน (คน)
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด	1	1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 1.1 ละเลยการใช้ ข้อมูลที่จำเป็นใน ขั้นตอนการแก้ปัญหา	0
2. ด้านการตีความด้าน ภาษา		1.2 ทำผิดคำสั่งโดย หาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	1
3. ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บท นิยาม และสมบัติ		1.3 คัดลอกโจทย์ผิด	0
4. ด้านขาดการ ตรวจสอบในระหว่างการ แก้ปัญหา			
5. ด้านข้อผิดพลาดใน เทคนิคการทำ			

กรณีที่ 5

ข้อ 1 นักเรียนไม่มีความคลาดเคลื่อน

ข้อ 2 นักเรียนไม่มีความคลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	หัวข้อ สมบัติของ จำนวนนับ	มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน	ความถี่ของ จำนวนนักเรียน (คน)
1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด	0	1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 1.1 ละเลยการใช้ ข้อมูลที่จำเป็นใน ขั้นตอนการแก้ปัญหา	0
2. ด้านการตีความด้าน ภาษา		1.2 ทำผิดคำสั่งโดย หาคำตอบในสิ่งที่ไม่ ต้องการ	0
3. ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บท นิยาม และสมบัติ		1.3 คัดลอกใจหยมผิด	0
4. ด้านขาดการ ตรวจสอบในระหว่าง การแก้ปัญหา			
5. ด้านข้อผิดพลาดใน เทคนิคการทำ			

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวไข่มุก เลื่องสุนทร เกิดเมื่อวันอาทิตย์ที่ 9 ธันวาคม พุทธศักราช 2527
อยู่บ้านเลขที่ 159/3 ถนนรถไฟ ตำบลหน้าเมือง อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี 70000 สำเร็จ
การศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา มัธยมศึกษา วิชาเอกวิทยาศาสตร์ทั่วไป และ
วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2549 เข้า
ศึกษาต่อในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร
การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย