

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์สำหรับหอกลิ้นแยก
สารสองชนิด

นายอนวัช ฮารุดีน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

Wiener Nonlinear Model Predictive Control with Laguerre Function for Binary
Distillation Column

Mr. Anawach Harudeen

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์
สำหรับหอกลับแยกสารสองชนิด

โดย นายอนวัช ฮารุดิน

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

----- คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

----- ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.แนบบุญ หุ่นเจริญ)

----- อาจารย์ที่ปรึกษาที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย)

----- กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เด็ยว กุลพิทักษ์)

อนวัช ฮารุดีน: การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์สำหรับหอก
 ล้นแยกสารสองชนิด (Wiener Nonlinear Model Predictive Control with Laguerre Function for
 Binary Distillation Column) อ.ที่ปรึกษา: ศ.ดร. เดวิด บรรณเจตพงศ์ชัย, 71 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ ที่ใช้ฟังก์ชันลา
 แกร์ และการประยุกต์ใช้กับหอกล้นแยกสารสองชนิด แบบจำลองวีเนอร์ประกอบด้วยแบบจำลอง
 เชิงเส้นและฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นที่เชื่อมต่อแบบอนุกรม แบบจำลองวีเนอร์สามารถอธิบาย
 พลวัตกรรมของกระบวนการอุตสาหกรรมที่ซับซ้อน เมื่อใช้ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนาย
 แบบจำลองไม่เชิงเส้น สมบัติสำคัญของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองยังคงอยู่ คือ ฟังก์ชัน
 ต้นทุนมีรูปแบบเป็นฟังก์ชันกำลังสอง อย่างไรก็ตาม จำนวนตัวแปรในปัญหาค่าเหมาะที่สุด แปรผัน
 ตามกับแนวราบการควบคุม หรือจำนวนสัญญาณควบคุม เมื่อแนวราบการควบคุมมีค่ามาก
 ก่อให้เกิดภาระหนักในการคำนวณ และส่งผลให้จำนวนภาวะเฉว ในวิทยานิพนธ์นี้ เราใช้ฟังก์ชันลา
 แกร์และฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักเพื่อแก้ปัญหาข้างต้น การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการ
 ควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นสามารถลดจำนวนตัวแปรในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด
 นอกจากนี้ การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักสามารถแก้ปัญหาจำนวนภาวะเฉว ทำ
 ให้ผลเฉลยมีความน่าเชื่อถือ สุดท้าย เรานำเสนอตัวอย่างเชิงเลขกับระบบหอกล้นแยกสารสองชนิด
 เพื่อแสดงประสิทธิภาพของเทคนิคการออกแบบ จากผลการทดลอง เราสามารถลดจำนวนตัวแปรใน
 การแก้ปัญหาค่าเหมาะที่สุดจาก 80 ตัวแปร เหลือเพียง 10 ตัวแปร และปรับปรุงจำนวนภาวะจาก
 2.803×10^6 เหลือเพียง 407.6

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่อนิติ.....

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมืออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ปีการศึกษา 2554

5270711621: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: MODEL PREDICTIVE CONTROL / NONLINEAR SYSTEM / WIENER MODEL / QUADRATIC PROBLEM / LAGUERRE FUNCTION / EXPONENTIAL WEIGHT / BINARY DISTILLATION COLUMN

ANAWACH HARUDEEN: WIENER NONLINEAR MODEL PREDICTIVE CONTROL WITH LAGUERRE FUNCTION FOR BINARY DISTILLATION COLUMN. THESIS ADVISOR: PROF. DAVID BANJERPONGCHAI, Ph.D., 71 pp.

This thesis presents Wiener nonlinear model predictive control with Laguerre function and application to binary distillation column. Wiener model composes of linear dynamic model and nonlinear function in cascade connection. Wiener model can explain the behavior of complex industrial process. Employing Wiener model in nonlinear model predictive control, we can retain the important properties of linear model predictive control, namely, the cost function has a form of quadratic function. However, the number of variables varies with control horizon or the number of control input. When control horizon is large, it causes a heavy computational burden and results in an ill condition number. In this thesis, we use the Laguerre function and exponential weighting to handle these problems. Applying Laguerre function to nonlinear model predictive control can reduce the number of variables used in the optimization problem. Moreover, employing exponential weighting solves the ill condition number and improves the reliability of solution. Lastly, we demonstrate the effectiveness of the proposed method with an application to binary distillation column. In the experimental result, we can reduce the number of variables in the optimization problem from 80 to 5 and improve the condition number from 2.803×10^6 to 407.36.

Department Electrical Engineering

Student's signature.....

Field of study Electrical Engineering

Advisor's signature.....

Academic year 2011

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือของ ศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ใช้เวลาให้คำสั่งสอน แนะนำและให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ที่ทำให้นิสิตมีมุมมองและแนวความคิดในการทำวิจัยและ วิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ ประธานกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เดี่ยว กุลพิริกษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้เวลา ตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้ทางระบบ ควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจ ส่งเสริม และให้คำปรึกษาตลอดมา จนทำให้ ข้าพเจ้าได้ทำวิจัยจนเสร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณเพื่อนๆ รุ่นพี่ รุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ให้กำลังใจและคำปรึกษา จนข้าพเจ้าได้ทำวิทยานิพนธ์นี้ได้จนเสร็จสมบูรณ์

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่สนับสนุนสถานที่ อุปกรณ์ และหนังสือเพื่อการ ค้นคว้าและวิจัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ	ฎ
บทที่	
1.บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา	1
1.3 วัตถุประสงค์.....	3
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	3
1.5 ขั้นตอนศึกษา และวิธีดำเนินงาน	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากวิทยานิพนธ์	4
2.ทฤษฎีเบื้องต้น	5
2.1 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง	5
2.2 สรุป.....	10
3.การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์.....	11
3.1 แบบจำลองของวีเนอร์	12
3.2 การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองของวีเนอร์	13
3.3 การประยุกต์แบบจำลองของวีเนอร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้น ...	17

บทที่	หน้า
3.4 สรุป.....	19
4.การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์	20
4.1 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยใช้ฟังก์ชันลาแกร์.....	20
4.1.1 ระบบหนึ่งสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณออก	20
4.1.2 ระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก	25
4.2 การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นวี เนอร์.....	27
4.3 ตัวอย่างเชิงตัวเลข	31
4.4 สรุป.....	35
5.การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก	36
5.1 การใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักเพื่อปรับปรุงจำนวนภาวะ	37
5.2 ตัวอย่างเชิงตัวเลข	40
5.5 สรุป.....	41
6.การประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับหอกลับ แยกสารสองชนิด	42
6.1 หอกลับแยกสารสองชนิด	42
6.2 การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองของวีเนอร์สำหรับหอกลับแยกสารสองชนิด.....	44
6.3 การควบคุมหอกลับ โดยใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ ฟังก์ชันลาแกร์	48
6.4 การประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักกับห อกลับแยกสารสองชนิด	53
6.5 สรุป.....	58

บทที่	หน้า
7.บทสรุป ปัญหา และ ข้อเสนอแนะ	60
7.1 บทสรุป	60
7.2 ปัญหา.....	61
7.3 ข้อเสนอแนะ	61
รายการอ้างอิง	63
ภาคผนวก	65
ภาคผนวก ก	66
ภาคผนวก ข	69
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	71

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ค่าพารามิเตอร์ของเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง.....	14
3.2 ผลการระบุเอกลักษณ์ของเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์.....	15
4.1 เปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์และไม่ใช่ฟังก์ชันลาแกร์ กรณีแปรผันค่า α	33
4.2 เปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์และไม่ใช่ฟังก์ชันลาแกร์ กรณีแปรผันค่า N	35
5. 1 จำนวนภาวะของเมทริกซ์ Ω	39
6. 1 ผลการระบุเอกลักษณ์ของหอกลิ้นแยกสารสองชนิดโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์.....	44
6. 2 ค่าพารามิเตอร์ในการจำลองผลการควบคุมหอกลิ้นแยกสารสองชนิดด้วยการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์.....	46
6.3 การเปรียบเทียบผลตอบสนองระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมที่ไม่ใช่ฟังก์ชันลาแกร์	49
6.4 เวลาการคำนวณสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุด.....	50
6. 5 จำนวนภาวะของเมทริกซ์ Ω เมื่อแปรผันค่าแนวราบการควบคุม.....	56

สารบัญญภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 รูปแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง.....	5
2.2 โครงสร้างของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง.....	6
3.1 ระบบไม่เชิงเส้น.....	12
3.2 แบบจำลองวีเนอร์.....	12
3.3 เครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง.....	15
3.4 เปรียบเทียบสัญญาณออกจากระบบกับสัญญาณออกจากแบบจำลองวีเนอร์ของเครื่องปฏิกรณ์แบบถังกวนต่อเนื่อง.....	16
3.4 ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของแบบจำลองวีเนอร์สำหรับเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง.....	19
4.1 โครงสร้างของฟังก์ชันลาแกร์.....	21
4.2 โครงสร้างแบบจำลองวีเนอร์.....	29
4.3 ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของแบบจำลองวีเนอร์สำหรับเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง.....	31
4.4 เปรียบเทียบสัญญาณออกระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับระบบที่ใช้ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ N=5.....	32
4.5 เปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับระบบที่ ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ N=5.....	32

รูปที่	หน้า
4. 6	เปรียบเทียบสัญญาณออกระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $a=0.9$33
4. 7	เปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $a=0.9$ 33
6. 1	หอกลับที่มีโครงสร้างการควบคุมแบบ L-V43
6. 2	ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของแบบจำลองวีเนอร์ (ก) อุณหภูมิที่ฐานหอ (ข) อุณหภูมิที่ยอดหอ45
6. 3	เปรียบเทียบสัญญาณออกระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) อุณหภูมิยอดหอ และ (ข) อุณหภูมิฐานหอ47
6. 4	เปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) อัตราป้อนสารที่ยอดหอ และ (ข) อัตราการต้มซ้ำ48
6. 5	อุณหภูมิยอดหอของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก49
6. 6	อุณหภูมิฐานหอของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก52
6. 7	อัตราการป้อนกลับยอดหอของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก53
6. 8	อัตราการต้มซ้ำของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก54

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

ปัจจุบันวงการอุตสาหกรรมนับว่ามีบทบาทที่สำคัญอย่างมากและเป็นสิ่งที่แสดงถึงความเจริญของประเทศ ในอุตสาหกรรมแต่ละประเภทนั้นประกอบไปด้วยกระบวนการหลายกระบวนการ ในแต่ละกระบวนการนั้นล้วนต้องการการควบคุมที่ดีและมีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุนี้เองความรู้ทางด้านระบบควบคุมจึงนับว่ามีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในอุตสาหกรรม ความรู้ทางด้านระบบควบคุมนั้นได้มีการนำมาประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมหลายประเภท วิธีหนึ่งที่ได้รับค่านิยมและเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพคือ วิธีการควบคุมขบวนการขั้นสูง (Advanced Process Control)

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (Model Predictive Control) เป็นหนึ่งในวิธีการควบคุมขั้นสูง วิธีดังกล่าวเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในวงการอุตสาหกรรม จุดเด่นของวิธีนี้คือการหาค่าสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดเพื่อป้องกันให้กับกระบวนการ เนื่องจากกระบวนการจริงในอุตสาหกรรมส่วนใหญ่เป็นกระบวนการไม่เชิงเส้น ในบางกระบวนการมีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง เช่น กระบวนการในเครื่องปฏิกรณ์แบบถังกวนต่อเนื่อง และ กระบวนการในหอกลั่น เป็นต้น

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (MPC) ในปัจจุบันนับว่ามีออกมาอย่างแพร่หลาย การที่มีผู้สนใจวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมากทำให้เกิดการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่หลากหลายรูปแบบแตกต่างกันไป การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทุกรูปแบบนี้ก็มีหลักการพื้นฐานเหมือนกัน คือ การหาค่าสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดเพื่อส่งออกไปควบคุมระบบที่เราต้องการ โดยแบบจำลองของระบบนั้นมีความสำคัญในการหาค่าสัญญาณควบคุมดังกล่าว ในรูปแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทั้งหมดนั้นการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นนั้น (NMPC) เป็นหนึ่ง ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีผู้สนใจและทำการค้นคว้าวิจัยจำนวนมาก สาเหตุหลักที่มีการพัฒนาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นขึ้นมา คือ ในระบบทางอุตสาหกรรมจริงระบบส่วนมากเป็นระบบไม่เชิงเส้น ในบางระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นมากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่สามารถใช้ควบคุมระบบดังกล่าวได้ จึงได้มีการพัฒนาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นขึ้นมา แม้ว่าการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

ไม่เชิงเส้นนั้นสามารถใช้ควบคุมระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงได้แต่วิธีดังกล่าวก็ยังมีข้อเสียอยู่ ข้อเสียของวิธีดังกล่าวคือการหาสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดนั้นทำได้ยาก ในขณะที่การหาสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทำได้โดยง่าย จึงได้มีการวิจัยเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าวซึ่งต่อมาได้มีผู้นำเสนอการแก้ไขปัญหาดังกล่าวคือ Cervantes, Agamennoi และ Figuero

- ในปี ค.ศ. 2000 Cervantes, Agamennoi และ Figuero ได้นำเสนอ การใช้แบบจำลองวีเนอร์ (Wiener Model) ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น โดยการใช้แบบจำลองของวีเนอร์นั้นนอกจากสามารถจัดการความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบได้แล้วยังทำให้การแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดเหมือนกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

คุณสมบัติของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์นับว่าน่าสนใจมากแต่หลักจากที่ผู้ทำวิทยานิพนธ์นี้ได้ลงศึกษาและทำการทดลองใช้วิธีการควบคุมดังกล่าวพบว่ามีจุดด้อย 2 ประการคือ 1. จำนวนตัวแปรในการหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดนั้น มีจำนวนมาก ซึ่งจำนวนตัวแปรที่มากนั้นส่งผลทำให้เกิดภาระหนักทางการคำนวณ และ 2. เมื่อค่าแนวราบการทำนาย (Prediction Horizon) มีค่าสูงมากขึ้นจะทำให้ค่าของจำนวนภาวะมีค่าสูงขึ้นตาม จำนวนภาวะที่มีค่าสูงส่งผลต่อความเชื่อถือได้ต่อสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดที่คำนวณได้ ผู้วิจัยจึงได้หาวิธีลดจำนวนตัวแปรที่ใช้ในการหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุด และลดค่าของจำนวนภาวะลง ซึ่งได้แนวคิดจากงานวิจัยของ Wang

- ค.ศ. 2004 Wang ได้นำเสนอ การใช้ฟังก์ชันลาแกร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง โดยฟังก์ชันลาแกร์นั้นถูกนำมาใช้สำหรับการประมาณลำดับของสัญญาณควบคุมผลที่ได้นั้นทำให้จำนวนตัวแปรในการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดลดลง

ในงานวิจัยของ Wang นั้นประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ผู้ทำวิทยานิพนธ์เกิดแนวคิดที่จะประยุกต์ใช้วิธีของ Wang กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์ โดยวิธีที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ นั่น คือ การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ นอกจากนี้ยังได้ประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักกับฟังก์ชันต้นทุนเพื่อทำให้สัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดที่คำนวณได้นั้นเชื่อถือได้มากขึ้น

ระบบหอกลิ้นมีการใช้อย่างแพร่หลายในอุตสาหกรรมจริง เช่น อุตสาหกรรมการกลั่นน้ำมัน เนื่องจากมีการใช้งานอย่างแพร่หลายทำให้มีงานวิจัยจำนวนมากที่เกี่ยวข้องกับหอกลิ้น เช่น การระบุเอกลักษณ์หอกลิ้น การควบคุมหอกลิ้น เป็นต้น งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการควบคุมหอกลิ้นนั้นมีอยู่มาก รวมถึงการใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเพื่อควบคุมหอกลิ้นด้วย เนื่องจากหอกลิ้นแยกสารสองชนิดนั้นเป็นระบบไม่เชิงเส้น ผู้ทำวิทยานิพนธ์จึงเกิดแนวคิด ในการนำวิธีการควบคุมที่เสนอในวิทยานิพนธ์นี้มาประยุกต์กับหอกลิ้นแยกสารสองชนิด โดยวัตถุประสงค์ในการควบคุมคือการควบคุมอุณหภูมิที่ขุดหอและฐานหอให้เป็นไปตามค่าสัญญาณอ้างอิง

1.3 วัตถุประสงค์

1. เพื่อใช้แบบจำลองของวีเนอร์ในการระบุเอกลักษณ์ของหอกลิ้นสำหรับแยกสารสองชนิด
2. เพื่อประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง
3. เพื่อประยุกต์ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. ประยุกต์ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองภายในชนิดไม่เชิงเส้น
2. นำวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองภายในที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์มาประยุกต์ใช้กับระบบหอกลิ้น

1.5 ขั้นตอนศึกษา และวิธีดำเนินงาน

1. ศึกษาการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง
2. ศึกษาแบบจำลองของวีเนอร์ร่วมถึงการประยุกต์ใช้ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น
3. ระบุเอกลักษณ์ของหอกลิ้นแยกสารสองชนิด โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์
4. ศึกษาฟังก์ชันลาแกร์ร่วมถึงการประยุกต์ใช้ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง
5. ประยุกต์ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น
6. ประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์ในการควบคุมหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

7. ศึกษาระบบควบคุมแบบกระจายตัว
8. ประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์ และฟังก์ชันลาแกร์ร่วมกับระบบควบคุมแบบกระจายตัวเพื่อนำไปใช้ควบคุมหอกลิ้นแยกสารสองชนิด
9. วิเคราะห์และสรุปผลงานวิจัย
10. เรียบเรียงผลงานวิจัย

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากวิทยานิพนธ์

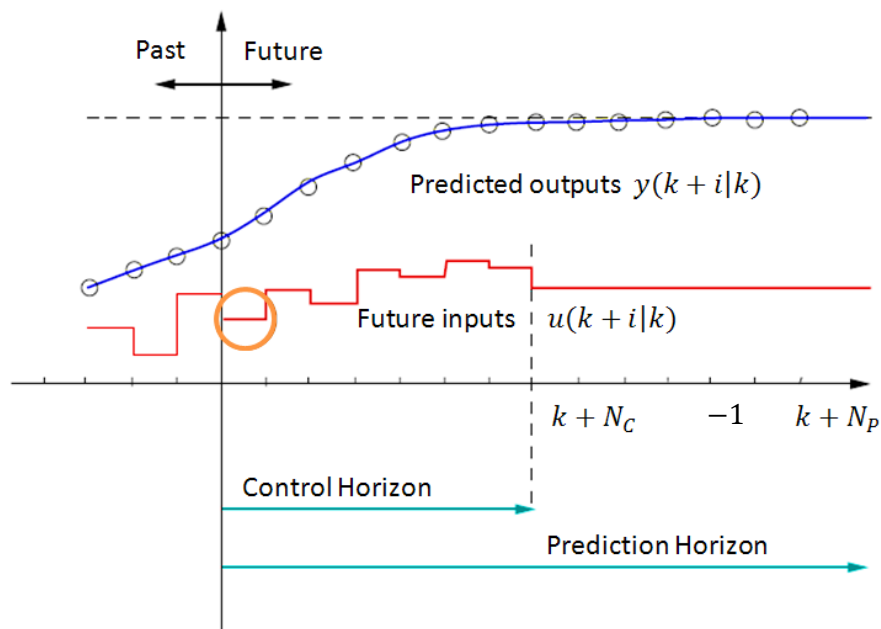
1. วิธีการระบุเอกลักษณ์ของระบบไม่เชิงเส้น โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์
2. โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ปรับปรุงการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น โดยการใช้แบบจำลองของวีเนอร์เพื่อทำให้ฟังก์ชันต้นทุนในวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นเปลี่ยนเป็นฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งเหมือนกับฟังก์ชันต้นทุนในวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเชิงเส้น และใช้ฟังก์ชันลาแกร์เพื่อลดจำนวนพารามิเตอร์ในการแก้ปัญหากำลังสองส่งผลทำให้ลดภาระในการคำนวณ
3. การประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์การกับหอกลิ้นแยกสารสองชนิดผ่านระบบควบคุมแบบกระจายตัว

บทที่ 2

ทฤษฎีเบื้องต้น

2.1 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นการควบคุมแบบหนึ่งในชนิดการควบคุมเหมาะสมที่สุด แนวคิดเบื้องต้นของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้น สามารถแสดงได้ดัง รูปที่ 2.1

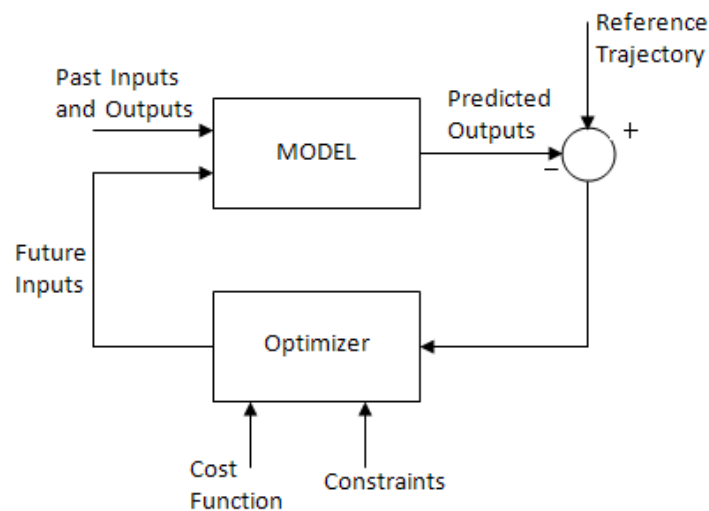


รูปที่ 2.1: รูปแบบการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

โดย ณ ที่ เวลา k ตัวควบคุมจะทำนายพฤติกรรมพลวัตของสัญญาณออกตั้งแต่เวลาที่ $k+1$ ถึง $k+N_p$ โดย N_p คือค่าแนวราบการทำนาย (prediction horizon) โดยที่พฤติกรรมพลวัตในอนาคตนั้นเกิดจากสัญญาณเข้าที่เวลา k ถึง $k+N_c-1$ โดย N_c คือค่าแนวราบการควบคุม (control horizon) โดยค่าแนวราบการควบคุมนั้นต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าแนวราบการทำนาย ($N_c < N_p$) วัตถุประสงค์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองก็คือการคำนวณหาสัญญาณควบคุมในอนาคตที่ทำให้สัญญาณออกที่ถูกทำนายนั้นเข้าใกล้ค่าเป้าหมายให้ได้มากที่สุด [1, 2, 3] การหาสัญญาณควบคุมดังกล่าวสามารถหาได้จาก การแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกำลังสองซึ่งสามารถแสดงดังต่อไปนี้

$$J_1 = (\mathbf{r} - \mathbf{y})^T Q_1 (\mathbf{r} - \mathbf{y}) + \Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} \quad (2.1)$$

โดยที่ Q_1 และ R_1 เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก $\mathbf{r}(k) = [r^T(k+1) \dots r^T(k+N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของค่าเป้าหมาย $\mathbf{y}(k) = [y^T(k+1) \dots y^T(k+N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของสัญญาณออกในอนาคต และ $\Delta \mathbf{u}(k) = [\Delta u^T(k) \dots \Delta u^T(k+N_c-1)]^T$ คือ เวกเตอร์ผลต่างของสัญญาณควบคุมในอนาคต โดยที่ $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ กลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นคือการหาสัญญาณควบคุมในอนาคตที่ทำให้สัญญาณออกที่ถูกทำนายนั้นเข้าใกล้ค่าเป้าหมายให้ได้มากที่สุด ซึ่งก็คือการหาค่า $\Delta \mathbf{u}$ ที่ทำให้ (2.1) มีค่าน้อยที่สุดนั่นเอง เมื่อได้สัญญาณควบคุมในอนาคตแล้วจะมีเพียงสัญญาณควบคุมที่เวลา k เท่านั้นที่จะถูกส่งออกไปควบคุมกระบวนการจริง จากนั้นก็จะทำซ้ำกระบวนการดังที่ผ่านมามาจนกระทั่งสัญญาณออกเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ โดยโครงสร้างของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองสามารถแสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2: โครงสร้างของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

ในการแก้ปัญหากำลังสองต่ำสุดในสมการ (2.1) เราสังเกตเห็นว่าตัวแปรของปัญหานั้นคือ $\Delta \mathbf{u}$ ดังนั้นเพื่อที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว เรามีความจำเป็นต้องจัดรูปแบบจำลองของระบบที่อยู่ในรูปสมการสถานะเสียก่อน แบบจำลองของระบบสามารถแสดงได้ดังนี้

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (2.2)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (2.3)$$

โดย เวกเตอร์ x_m คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสถานะมีขนาด n_1 , เวกเตอร์ u คือ เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมมีขนาดเป็น m , และ เวกเตอร์ y คือ เวกเตอร์ของสัญญาณออกของระบบมีขนาดเป็น q เราสามารถเขียนผลต่างของสมการสถานะระหว่างเวลาที่ $k + 1$ กับ k ได้เป็น

$$x_m(k + 1) - x_m(k) = A_m(x_m(k) - x_m(k - 1)) + B_m(u(k) - u(k - 1)) \quad (2.4)$$

กำหนดให้ผลต่างของตัวแปรสถานะและสัญญาณควบคุมคือ

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1) \quad (2.5)$$

$$\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k - 1) \quad (2.6)$$

ดังนั้นผลต่างของสมการสถานะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta x_m(k + 1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \quad (2.7)$$

จากสมการสถานะ(2.7) เราสามารถมองสมการ (2.7) เป็นสมการสถานะของระบบที่มีสัญญาณเข้าเป็น Δu ขึ้นตอนต่อไปเราจะเชื่อมต่อบetween Δx_m และ y ในการเชื่อมต่อบetween Δx_m และ y นั้นเราจะนิยามตัวแปรใหม่ดังนี้

$$x(k) = [\Delta x_m^T(k) \quad y^T(k)]^T \quad (2.8)$$

เราสามารถเขียนผลต่างของสัญญาณออกได้ดังนี้

$$\begin{aligned} y(k + 1) - y(k) &= C_m(x_m(k + 1) - x_m(k)) = C_m \Delta x_m(k + 1) \\ &= C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (2.9)$$

รวมสมการที่ (2.7) และ (2.9) เข้าด้วยกันเป็นสมการสถานะใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k + 1) \\ y(k + 1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ y(k) &= [0_m \quad C_m] \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

เรากำหนด

$$A = \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}; C = [0_m \quad C_m]$$

ดังนั้นเราสามารถนิยามแบบจำลองสถานะของระบบได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.11)$$

กำหนดสัญญาณออกและสัญญาณควบคุมในอนาคตเป็น

$$\mathbf{y} = [y^T(k+1) \quad y^T(k+2) \quad \dots \quad y^T(k+N_p)]^T \quad (2.12)$$

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta u^T(k) \quad \Delta u^T(k+1) \quad \dots \quad \Delta u^T(k+N_c-1)]^T \quad (2.13)$$

เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกที่ถูกทำนายกับสัญญาณควบคุมในอนาคตได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = Fx(k) + \Phi \Delta \mathbf{u} \quad (2.14)$$

โดย

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณควบคุมและสัญญาณออกในอนาคตทำให้เราสามารถจัดรูปฟังก์ชันต้นทุนใน (2.1) ได้โดยการแทนสมการ (2.14) ลงในสมการ (2.1) ดังต่อไปนี้

$$J_1 = (\mathbf{r}(k) - Fx(k) - \Phi \Delta \mathbf{u})^T Q_1 (\mathbf{r}(k) - Fx(k) - \Phi \Delta \mathbf{u}) + \Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} \quad (2.15)$$

$$J_1 = (\mathbf{r}(k) - F\mathbf{x}(k))^T Q_1 (\mathbf{r}(k) - F\mathbf{x}(k))^T - 2\Delta U^T \Phi^T Q_1 (\mathbf{r}(k) - F\mathbf{x}(k)) + \Delta \mathbf{u}^T (\Phi^T Q_1 \Phi + R_1) \Delta \mathbf{u} \quad (2.16)$$

เนื่องจากพจน์แรกของฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (2.16) เป็นค่าคงที่ ดังนั้นในการแก้ปัญหากำลังสองต่ำสุดพจน์ดังกล่าวจึงไม่ต้องนำมาคิด ทำให้ปัญหากำลังสองต่ำสุดในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\min_{\Delta \mathbf{u}} J_1 = \Delta \mathbf{u}^T (\Phi^T Q_1 \Phi + R_1) \Delta \mathbf{u} - 2\Delta \mathbf{u}^T \Phi^T Q_1 (\mathbf{r}(k) - F\mathbf{x}(k)) \quad (2.17)$$

subject to

$$\Delta \mathbf{u}_{min} \leq \Delta \mathbf{u} \leq \Delta \mathbf{u}_{max}$$

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max}$$

$$\mathbf{y}_{min} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{y}_{max}$$

โดย $\Delta \mathbf{u}_{min}$ และ $\Delta \mathbf{u}_{max}$ เป็นค่าผลต่างของสัญญาณควบคุมต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ \mathbf{u}_{min} และ \mathbf{u}_{max} เป็นค่าสัญญาณควบคุมต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ และ \mathbf{y}_{min} และ \mathbf{y}_{max} เป็นค่าสัญญาณออกต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ ในการแก้ปัญหากำลังสองต่ำสุดเราใช้วิธีการของฮิลเดรชเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาดังกล่าว [4, 5, 6]

กลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองสามารถสรุปได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. จัดรูปสมการสถานะของระบบใหม่ให้อยู่ในรูปดังสมการ (2.10)
2. เลือกค่าแนวราบการควบคุม (N_C) และ แนวราบการทำนาย (N_P) จะได้เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคต ($\Delta \mathbf{u}$) และเวกเตอร์ของสัญญาณออกในอนาคต (\mathbf{Y})
3. แก้ปัญหากำลังสองต่ำสุดในสมการที่ (2.17) จะได้ เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคต ($\Delta \mathbf{u}$) ที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนมีค่าต่ำสุด
4. จากขั้นตอนที่ 3. เราได้เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคตออกมา ในขั้นตอนนี้เราจะทำการป้อนค่าสัญญาณควบคุมที่ได้ให้กับระบบของเรา แต่ในการป้อนสัญญาณควบคุมนั้น

เราจะไม่ใช้สัญญาณควบคุมที่คำนวณได้ทุกตัวแต่เราจะเลือกเฉพาะสัญญาณควบคุมตัวแรกเท่านั้นที่ถูกป้อนให้กับระบบของเรา ($u(k_i) = \Delta u(k_i) - u(k_i - 1)$)

5. บันทึกค่าตัวแปรสถานะ $x(k_i + 1)$ และกลับไปทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2.

จากเนื้อหาที่ผ่านมาเราจะสังเกตได้ว่าแบบจำลองของกระบวนการที่เราต้องการควบคุมนั้นมีส่วนสำคัญในการหาสัญญาณควบคุมที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนมีค่าต่ำสุด ดังนั้นเรามีความจำเป็นที่จะต้องทราบแบบจำลองของกระบวนการเพื่อนำไปใช้ในการหาสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุด ซึ่งโดยปกตินั้นกลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นจะใช้แบบจำลองเชิงเส้น หรือ เราอาจเรียกวิธีการควบคุมดังกล่าวว่า การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเชิงเส้น

2.2 สรุป

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนับเป็นการควบคุมชนิดที่เหมาะสมที่สุด กลยุทธ์หลักของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นคือการหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนชนิดกำลังสองมีค่าต่ำสุด ในการหาสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดนั้นแบบจำลองของกระบวนการนับมีความสำคัญอย่างยิ่ง ดังนั้นในการใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทุกครั้งเราจำเป็นต้องทราบแบบจำลองของร

บทที่ 3

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (MPC) นั้นถือว่าเป็นวิธีการควบคุมที่จำเป็นต้องใช้แบบจำลอง (Model based control) และยังเป็นวิธีการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal Control) อีกด้วย การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นจำเป็นต้องใช้แบบจำลองเพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดเพื่อออกไปควบคุมระบบ แบบจำลองของกระบวนการนั้น นับว่ามีความสำคัญมากในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง แบบจำลองที่ใช้ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นส่วนมากเป็นแบบจำลองเชิงเส้น ประโยชน์ของการใช้แบบจำลองเชิงเส้นนั้น คือการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดเพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมนั้นกระทำได้ง่าย

แต่อย่างไรก็ตามระบบในกระบวนการทางอุตสาหกรรมนั้นระบบส่วนใหญ่เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยสมการสถานะของระบบไม่เชิงเส้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (3.1)$$

$$y(k) = g(x(k)) \quad (3.2)$$

โดยที่ $f: \mathbb{R}^{n \times m_i} \rightarrow \mathbb{R}^n$ และ $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m_o}$ เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์อันดับสองได้

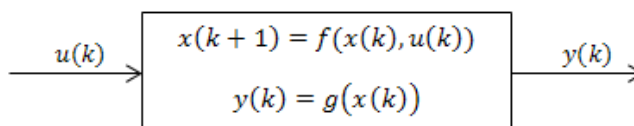
$x \in \mathbb{R}^n$ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสถานะ (State Variable) $u \in \mathbb{R}^{m_i}$ เป็นเวกเตอร์ของสัญญาณขาเข้าหรือสัญญาณควบคุมของระบบ $y \in \mathbb{R}^{m_o}$ เป็นเวกเตอร์ของสัญญาณออก

ในระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง การใช้วิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยใช้แบบจำลองเชิงเส้นนั้นไม่เพียงพอที่จะใช้ควบคุมระบบดังกล่าว จึงมีความจำเป็นต้องใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น (Nonlinear Model Predictive Control NMPC) แต่เนื่องจากการใช้วิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงนั้น ทำให้ความซับซ้อนในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดเพิ่มขึ้นมาก [8] ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว

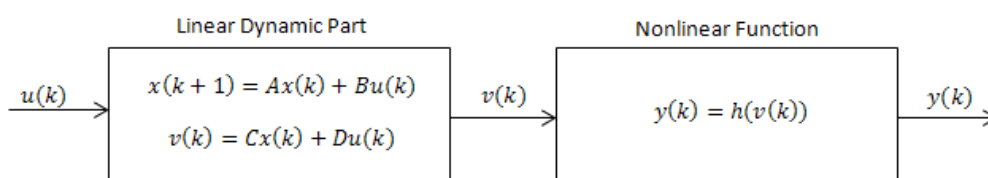
เราจึงได้นำแบบจำลองของวีเนอร์ (Wiener model) มาใช้ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้น

3.1 แบบจำลองของวีเนอร์

แบบจำลองของวีเนอร์เป็นแบบจำลองที่ใช้จำลองระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น การใช้แบบจำลองของวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นทำให้การแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดมีความง่ายขึ้นอย่างมากเป็น ผลมาจากโครงสร้างของแบบจำลองของวีเนอร์ ระบบไม่เชิงเส้นในรูปที่ 3.1 นั้นสามารถแสดงด้วยแบบจำลองของวีเนอร์ ในรูปที่ 3.2 โดยแบบจำลองของวีเนอร์นั้นมีส่วนประกอบหลัก 2 ส่วน ได้แก่ 1.ส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น และ 2.ส่วนที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น



รูปที่ 3.1: ระบบไม่เชิงเส้น



รูปที่ 3.2: แบบจำลองวีเนอร์

ส่วนที่ 1 เป็นส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น ส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นสามารถอธิบายด้วยสมการสถานะดังนี้

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (3.3)$$

$$v(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (3.4)$$

โดยที่ $v(k) \in \mathbb{R}^{m_0}$ เป็นสัญญาณกลางที่ไม่จำเป็นต้องมีความหมายทางกายภาพ

ส่วนที่ 2 เป็นส่วนที่เป็นฟังก์ชัน ไม่เชิงเส้น ฟังก์ชัน ไม่เชิงเส้นนี้สามารถเขียนแทนได้ดังนี้

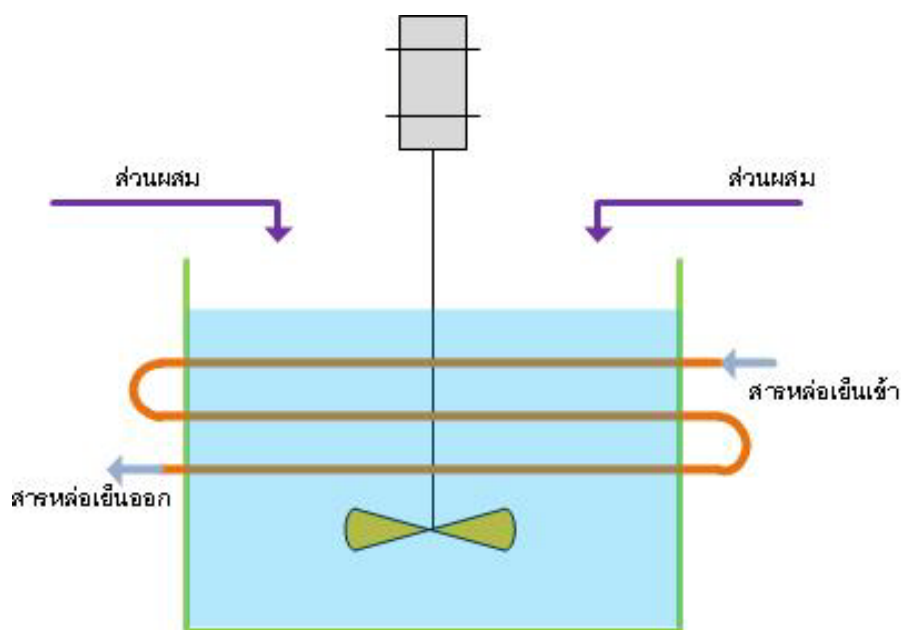
$$y(k) = h(v(k)) \quad (3.5)$$

โดยที่ฟังก์ชัน ไม่เชิงเส้นนี้สามารถหาฟังก์ชันผกผันได้

3.2 การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองของวีเนอร์

เครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง

กระบวนการในเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องนั้นประกอบด้วย กระบวนการคายความร้อนแบบผกผันไม่ได้ และถังกวนมีปริมาตรคงที่ ถังกวนจะถูกทำให้เย็น โดยสารทำความเย็นที่ไหลผ่านท่อ ดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 3.3: เครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง

สถานะของกระบวนการที่เกิดในเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\dot{C}_A(t) = \frac{q(t)}{v} [C_{A0}(t) - C_A(t)] - k_0 C_A(t) \exp \left[\frac{-E}{RT(t)} \right] \quad (3.6)$$

$$\dot{T}(t) = \frac{q(t)}{v} [T_0 - T(t)] - \frac{k_0 \Delta H}{\rho C_p} C_A(t) \exp \left[\frac{-E}{RT(t)} \right] + \frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_p v} q_c(t) \left[1 - \exp \left(\frac{-hA}{q_c(t) \rho_c C_{pc}} \right) \right] [T_{c0}(t) - T(t)] \quad (3.7)$$

โดยวัตถุประสงค์ของการควบคุมกระบวนการในเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องนั้นคือ ต้องการให้ความเข้มข้นของผลผลิต $C_A(t)$ เป็นไปตามที่ต้องการ โดยการปรับค่า อัตราการไหลของสารหล่อเย็น $q_c(t)$

ในการระบุเอกลักษณ์โดยใช้แบบจำลองของวินเนอร์นั้นเราใช้เครื่องมือการระบุเอกลักษณ์ (System identification toolbox) และ โปรแกรม Simulink ในโปรแกรม MATLAB โดยขั้นตอนการระบุเอกลักษณ์โดยใช้แบบจำลองของวินเนอร์นั้นมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. สร้างแบบจำลองจากสมการสถานะในโปรแกรม Simulink โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบในตารางที่ 1.
2. สร้างสัญญาณลำดับสุ่มเทียม (Pseudo Random Sequence) เพื่อเป็นสัญญาณขาเข้าให้แบบจำลองที่สร้างขึ้น
3. บันทึกค่าสัญญาณออกและสัญญาณเข้าเพื่อนำไปใช้สำหรับการระบุเอกลักษณ์ต่อไป
4. หาแบบจำลองของวินเนอร์โดยใช้เครื่องมือการระบุเอกลักษณ์ในโปรแกรม MATLAB

ตารางที่ 3. 1: ค่าพารามิเตอร์ของเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง

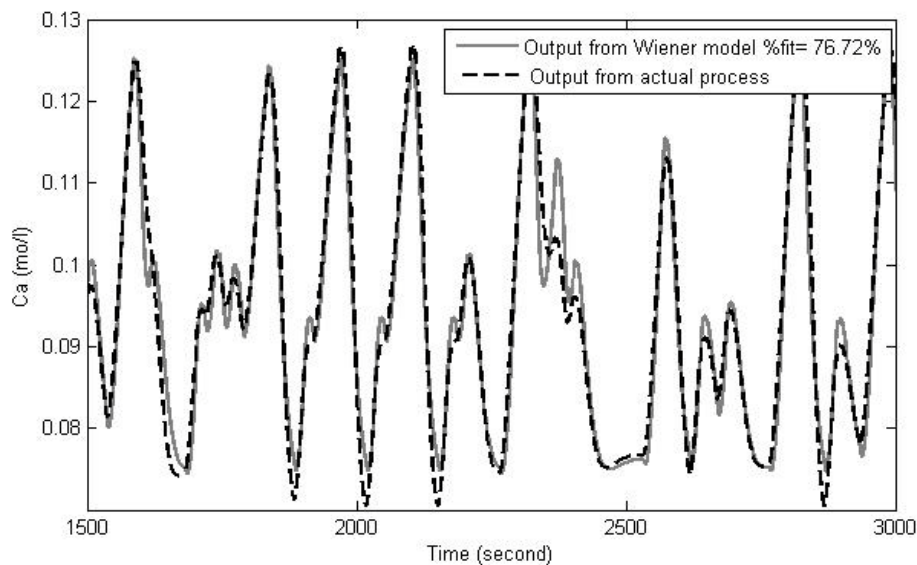
พารามิเตอร์	ค่าของพารามิเตอร์
$q(t)$	100 l/min
v	100 l
$C_{a0}(t)$	1 mol/l
k_0	7.2×10^{10} l/min
E/R	1×10^4 K
C_p, C_{pc}	1 cal/gK
ρ, ρ_c	1×10^3 g/l
ΔH	-2×10^5 cal/mol
hA	7×10^5 cal/min K
T_{c0}	350 K

ในการระบุเอกลักษณ์โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์นั้น เราได้ทำการทดลองเลือกจำนวนศูนย์ (Zero) จำนวนขั้ว (Pole) และ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นชนิดต่างๆ โดยผลการทดลองการระบุเอกลักษณ์นั้น สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3. 2: ผลการระบุเอกลักษณ์ของเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์

จำนวนศูนย์และขั้ว		ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น	เปอร์เซ็นต์ความเหมาะสม
ศูนย์	ขั้ว		
3	5	พหุนามกำลังสาม (3 rd Polynomial)	49.38%
4	5	พหุนามกำลังสาม	76.72%
5	6	พหุนามกำลังสาม	56.34%
2	4	ฟังก์ชันอิ่มตัว (Saturation)	28.96%
3	4	ฟังก์ชันอิ่มตัว	79.71%
4	5	ฟังก์ชันอิ่มตัว	47.02%
3	4	ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นช่วง (Piecewise linear)	56.98%
4	5	ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นช่วง	59.85%
5	6	ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นช่วง	39.28%

หลังจากที่ทำการระบุเอกลักษณ์เรียบร้อยแล้วผลปรากฏว่า แบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดคือ แบบจำลองที่มีฟังก์ชันไม่เชิงเส้นเป็นฟังก์ชันอิ่มตัวและจำนวนขั้วและศูนย์มีค่าเป็น 3 และ 4 ตามลำดับ



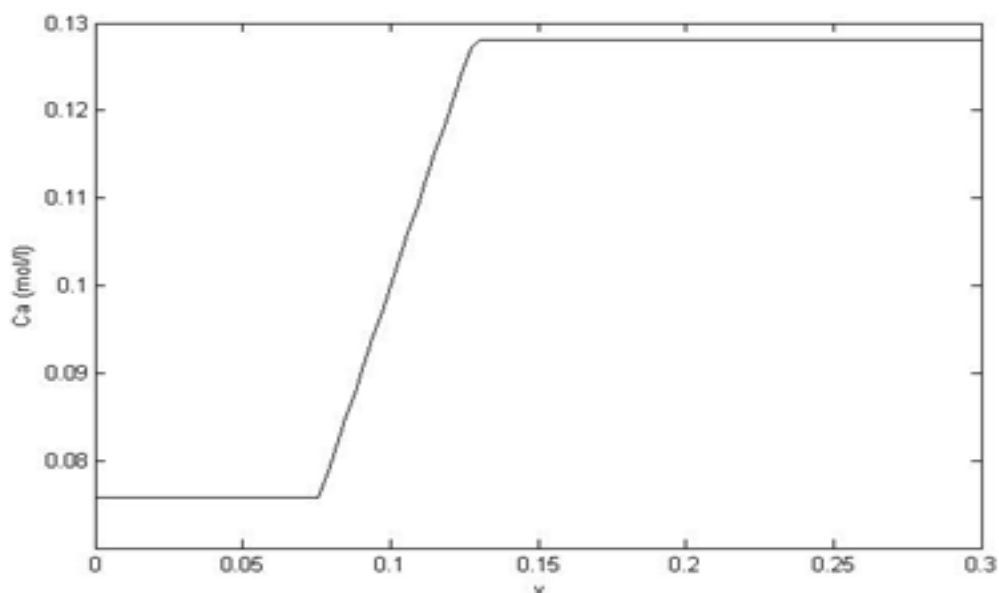
รูปที่ 3.4: เปรียบเทียบสัญญาณออกจากระบบกับสัญญาณจากแบบจำลองวีเนอร์ของเครื่อง
ปฏิกรณ์แบบถังกวนต่อเนื่อง

แบบจำลองวีเนอร์ที่เราเลือกใช้นั้นให้ความแม่นยำมากถึง 76.72% ในรูปที่ 3.4 นั้นเปรียบเทียบ
สัญญาณออกที่วัดได้จากระบบเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องที่สร้างในโปรแกรม
SIMULINK กับ สัญญาณออกที่ได้จากแบบจำลองวีเนอร์

ส่วนประกอบที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นของแบบจำลองสามารถแสดงได้ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0.8119 & 1 & 0 & 0 \\ -0.068 & 0 & 1 & 0 \\ 0.4575 & 0 & 0 & 1 \\ -3.406 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0933 \\ -0.0544 \\ 0.0383 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0], D = 0$$



รูปที่ 3.5: ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นในแบบจำลองวีเนอร์สำหรับเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง

3.3 การประยุกต์แบบจำลองของวีเนอร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้น

พิจารณาแบบจำลองวีเนอร์ในรูปที่ 3.2 ถ้ากำหนดให้เราทราบค่าของเวกเตอร์สถานะ ในขณะปัจจุบันและพฤติกรรมในอนาคตของตัวแปรสถานะสามารถทำนายได้ เราสามารถเขียนเวกเตอร์ของสัญญาณในระบบได้ดังนี้

- $\Delta u(k) = [\Delta u^T(k) \dots \Delta u^T(k + N_c - 1)]^T$ คือ เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคต และ $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$
- $y(k) = [y^T(k + 1) \dots y^T(k + N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของสัญญาณขาออก
- $r(k) = [r^T(k + 1) \dots r^T(k + N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของค่าเป้าหมาย
- $v(k) = [v^T(k + 1) \dots v^T(k + N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของสัญญาณขาออกจากบล็อกที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น

กำหนดให้ N_c และ N_p เป็น แนวราบการควบคุม (Control Horizon) และ แนวราบการทำนาย (Prediction Horizon) ตามลำดับ เนื่องจาก คุณสมบัติของ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น h ที่สามารถหา

ฟังก์ชันผกผันได้ ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ และสัญญาณ $v(k)$ ได้ใหม่ดังนี้

$$v(k) = h^{-1}(y(k)) \quad (3.8)$$

นอกจากนี้เรายังสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าสูงสุดของสัญญาณออก y_{max} และค่าต่ำสุดของสัญญาณออก y_{min} กับค่าขอบสูงสุดและต่ำสุดของสัญญาณ $v(k)$ ได้ดังนี้

$$v_{min} = h^{-1}(y_{min}) \quad (3.9)$$

$$v_{max} = h^{-1}(y_{max}) \quad (3.10)$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ และสัญญาณ $v(k)$ ข้างต้น ถ้าสัญญาณอ้างอิงของสัญญาณออกคือ $r(k)$ ดังนั้นเราสามารถหาสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการสำหรับส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น $v(k)$ ได้ สัญญาณอ้างอิงดังกล่าวสามารถหาได้จากการแปลงรูปของค่าเป้าหมายดังนี้

$$r^*(k) = h^{-1}(r(k)) \quad (3.11)$$

โดยที่ $r^*(k)$ คือสัญญาณอ้างอิงสำหรับ ส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น ดังนั้นเวกเตอร์ของค่าเป้าหมายของส่วนที่ เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นคือ

$$\mathbf{r}^*(k) = [r^{*T}(k+1) \dots r^{*T}(k+N_p)]^T \quad (3.12)$$

จากฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองในสมการ (2.1)

$$J_1 = (\mathbf{r} - \mathbf{y})^T Q_1 (\mathbf{r} - \mathbf{y}) + \Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} \quad (3.13)$$

พจน์แรกของฟังก์ชันต้นทุน นั้นเป็นผลต่างระหว่างสัญญาณอ้างอิงและสัญญาณออก ดังนั้นแทนที่เราจะหาผลต่างระหว่างสัญญาณออกและสัญญาณอ้างอิง เราสามารถหาผลต่างของสัญญาณออกของระบบพลวัตเชิงเส้น $v(k)$ และสัญญาณอ้างอิงของระบบพลวัตเชิงเส้น $r^*(k)$ โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (3.11) และ (3.8)

ฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นร่วมกับแบบจำลองของวีเนอร์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของปัญหา กำลังสองต่ำสุด (Quadratic Minimization Problem) ได้ดังต่อไปนี้

$$\min_{\Delta U} J_2 = (\mathbf{r}^* - \mathbf{v})^T Q_2 (\mathbf{r}^* - \mathbf{v}) + \Delta \mathbf{u}^T R_2 \Delta \mathbf{u}$$

$$\text{subject to} \quad \Delta \mathbf{u}_{min} \leq \Delta \mathbf{u} \leq \Delta \mathbf{u}_{max} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max}$$

$$\mathbf{v}_{min} \leq \mathbf{v} \leq \mathbf{v}_{max}$$

โดยที่ เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก Q_2 และ R_2 เป็นเมทริกซ์สมมาตรและบวกแน่นอน

การใช้แบบจำลองไม่เชิงเส้นในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นทำให้การแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดในกลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นทำได้โดยยาก แต่การใช้แบบจำลองของวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นนั้นทำให้การแก้ปัญหาดังกล่าวทำได้โดยง่าย การใช้แบบจำลองของวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นนั้นทำให้ฟังก์ชันต้นทุนนั้นเป็นฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คล้ายกับฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

3.4 สรุป

ในบทนี้เรานำเสนอแบบจำลองวีเนอร์และการประยุกต์ใช้แบบจำลองวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง แบบจำลองของวีเนอร์ประกอบไปด้วย 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นและส่วนที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น การใช้แบบจำลองวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นนั้น ทำให้การแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อหาสัญญาณควบคุมนั้นทำได้ง่ายขึ้น เนื่องจากปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดเป็นปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกำลังสองซึ่งเหมือนกับปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

บทที่ 4

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์

4.1 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองโดยใช้ฟังก์ชันลาแกร์

หลักสำคัญของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง คือ การหาแนววิถีที่เหมาะสมที่สุดของสัญญาณควบคุมในอนาคตโดยสามารถหาได้จากการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อให้ได้ผลต่างของสัญญาณควบคุมในอนาคต ผลต่างของสัญญาณควบคุมในอนาคตนั้นสามารถเขียนแทนได้ดังนี้ $\Delta u = [\Delta u^T(k) \Delta u^T(k+1) \dots \Delta u^T(k+N_c-1)]^T$ โดย N_c คือแนวราบ การควบคุม (Control Horizon) และ $\Delta u(k) = 0$ สำหรับ $k = N_c, N_c + 1, \dots, N_p$ เมื่อใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองกับระบบที่มีความซับซ้อนหรือระบบที่ต้องการสมรรถนะสูงนั้นค่าแนวราบการควบคุมจะมีค่าสูงมาก เนื่องจากการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อหาสัญญาณควบคุมในอนาคตนั้นตัวแปรในการแก้ปัญหาคือผลต่างของสัญญาณควบคุมในอนาคตซึ่งขนาดของตัวแปรดังกล่าวนี้มีขนาดเท่ากับค่าแนวราบการควบคุม ดังนั้นเมื่อค่าแนวราบการควบคุมมีค่าสูงส่งผลให้จำนวนตัวแปรในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดมีจำนวนสูงเช่นกัน การที่จำนวนตัวแปรมีจำนวนสูงนั้นจะมีผลต่อจำนวนภาวะ ทำให้เกิด จำนวนภาวะเลว (Ill-Condition Number) และนอกจากนี้ยังเพิ่มภาระหนักในการคำนวณ [11] ดังนั้นเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าวเราจึงมีการใช้ฟังก์ชันลาแกร์มาช่วยกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง

4.1.1 ระบบหนึ่งสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณออก

เพื่อความง่ายในการอธิบายเราขอเริ่มต้นจากการประยุกต์ฟังก์ชันลาแกร์กับระบบหนึ่งสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณออก (Single Input Single Output SISO) เสียก่อนจากนั้นจะอธิบายการประยุกต์ฟังก์ชันลาแกร์สำหรับระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก (Multiple Input Multiple Output MIMO) เนื่องจากเวกเตอร์ผลต่างของสัญญาณที่เหมาะสมที่สุดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta u = [\Delta u(k) \Delta u(k+1) \dots \Delta u(k+N_c-1)]^T \quad (4.1)$$

โดยมิติของเวกเตอร์ดังกล่าวขึ้นอยู่กับแนวราบการควบคุม ณ ที่เวลา k ใดๆ สมาชิกในเวกเตอร์ดังกล่าวสามารถเขียนแทนด้วยฟังก์ชันใหม่ดังนี้

$$\Delta u(k+i) = [\delta(i) \ \delta(i-1) \ \dots \ \delta(i-N_c+1)] \Delta u \quad (4.2)$$

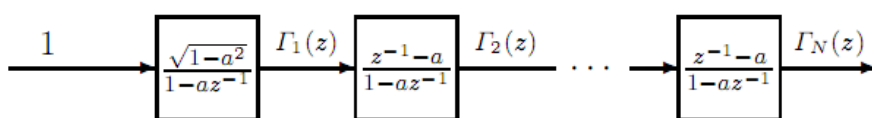
โดย $\delta(i) = 1$ ถ้า $i = 0$ และ $\delta(i) = 0$ ถ้า $i \neq 0$

วัตถุประสงค์หลักของบทนี้คือการใช้ฟังก์ชันลาแกร์เพื่อประมาณลำดับของ $\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N_c-1)$

ฟังก์ชันลาแกร์

การแปลงแซด (Z-Transform) ของฟังก์ชันลาแกร์สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \Gamma_1(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \\ \Gamma_2(z) &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \\ &\vdots \\ &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \left(\frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \right)^{N-1} \Gamma_N(z) \end{aligned} \quad (4.3)$$



รูปที่ 4.1. โครงสร้างของฟังก์ชันลาแกร์

โดย a คือขั้วของฟังก์ชันลาแกร์ ค่า a นั้นเป็นค่าที่ผู้ใช้งานกำหนดเองจะกำหนดเท่าใดก็ได้โดยที่ $0 \leq a < 1$ นอกจากนี้ a ยังมีชื่อเรียกว่า ตัวประกอบปรับค่า (Scaling Factor) ฟังก์ชันลาแกร์นั้นมีคุณสมบัติที่สำคัญคือคุณสมบัติเชิงตั้งฉากปกติ (Orthonormal) ในโดเมนความถี่สามารถอธิบายด้วยสมการดังนี้

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{jw}) \Gamma_m(e^{jw})^* dw = 1 \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_m(e^{jw}) \Gamma_n(e^{jw})^* dw = 0, m \neq n \quad (4.5)$$

เนื่องจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นวิธีการควบคุมที่ขึ้นอยู่กับโดเมนเวลาดังนั้นถ้าต้องการจะใช้ฟังก์ชันลาแกร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นเราต้องหาฟังก์ชันลาแกร์ในโดเมนเวลาเสียก่อน ฟังก์ชันลาแกร์ในโดเมนเวลานั้นสามารถหาได้โดยการแปลงผกผัน Z (Inverse Z-ransform)

$$l_m(k) = Z^{-1}[\Gamma_m(z)] \quad (4.6)$$

เรากำหนดให้ $L(k)$ เป็นเวกเตอร์ที่มีสมาชิกเป็นฟังก์ชันลาแกร์ เราสามารถเขียน $L(k)$ ได้ดังนี้

$$L(k) = [l_1(k) \quad l_2(k) \quad \dots \quad l_N(k)]^T \quad (4.7)$$

โดย N คืออันดับของฟังก์ชันลาแกร์สามารถกำหนดโดยผู้ใช้งาน จากโครงสร้างของฟังก์ชันลาแกร์ เราสามารถเขียนเซตของฟังก์ชันลาแกร์ได้ดังนี้

$$L(k+1) = A_l L(k) \quad (4.8)$$

โดยที่

$$A_l = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta & a & 0 & \dots & 0 \\ -a\beta & \beta & a & \dots & 0 \\ a^2\beta & -a\beta & \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-1)^{N-2} a^{N-2} \beta & (-1)^{N-3} a^{N-3} \beta & -a\beta & \dots & a \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$L(0) = \sqrt{\beta} \begin{bmatrix} 1 \\ -a \\ a^2 \\ \vdots \\ (-1)^{N-1} a^{N-1} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\beta = 1 - a^2 \quad (4.11)$$

ที่ผ่านมาฟังก์ชันลาแกร์นั้นถูกใช้ในการระบุเอกลักษณ์ของระบบ โดยใช้ฟังก์ชันลาแกร์ในการแสดงผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse Response) กำหนดให้ผลตอบสนองอิมพัลส์ของระบบคือ $H(k)$ เราสามารถเขียน $H(k)$ ในรูปของฟังก์ชันลาแกร์ได้ดังนี้

$$H(k) \approx c_1 l_1(k) + c_2 l_2(k) + \dots + c_N l_N(k) \quad (4.12)$$

โดยที่ c_1, c_2, \dots, c_N คือสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันลาแกร์ สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันลาแกร์สามารถหาได้จาก

$$c_i = \sum_{k=0}^{\infty} H(k) l_i(k) \quad (4.13)$$

การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นสามารถทำได้โดยกำหนดให้

$$\Delta u(k+m) = \sum_{j=1}^N c_j(k) l_j(m) = L(m)^T \eta \quad (4.14)$$

โดยที่ η คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ลาแกร์มีขนาดเท่ากับ N โดยที่ N เป็นจำนวนของสัมประสิทธิ์ลาแกร์ จำนวนสัมประสิทธิ์ลาแกร์นั้นสามารถกำหนดโดยผู้ใช้งาน เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ลาแกร์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\eta = [c_1, c_2, \dots, c_N]^T \quad (4.15)$$

เมื่อเราใช้ฟังก์ชันลาแกร์ กับแบบจำลองปริภูมิเสตคของระบบ (A, B, C) โดยมี Δu เป็นสัญญาณเข้านั้น การทำนายตัวแปรสถานะและสัญญาณออกในอนาคตนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$x(k+m) = A^m x(k) + \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \eta \quad (4.16)$$

$$y(k+m) = C A^m x(k) + \sum_{i=0}^{m-1} C A^{m-i-1} B L(i)^T \eta \quad (4.17)$$

จากสมการข้างต้นเราจะสังเกตเห็นว่าการทำนายของทั้งสัญญาณออกและตัวแปรสถานะในอนาคตขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ลาแกร์ η ซึ่งปกติแล้วการทำนายสัญญาณทั้งสองในอนาคตนั้นจะขึ้นอยู่กับสัญญาณควบคุม Δu ดังนั้นจากเดิมที่ Δu เป็นตัวแปรในการแก้ปัญหาค่าต่ำสุด หลังจากใช้ฟังก์ชันลาแกร์แล้ว η จะกลายเป็นตัวแปรในการแก้ปัญหาค่าต่ำสุดแทน

ฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทั่วไปนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$J_1 = (\mathbf{r} - \mathbf{y})^T Q_1 (\mathbf{r} - \mathbf{y}) + \Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} \quad (4.18)$$

โดย \mathbf{r} คือเวกเตอร์ของค่าเป้าหมาย, เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก Q_1 เป็นเมทริกซ์แนวทแยงมุม และ เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก R_1 เป็นเมทริกซ์ ทแยงมุม โดยที่สมาชิกในแนว ทแยง r_w มีค่าเหมือนกันทุกตัว เนื่องจาก $\Delta u(k) = 0$ สำหรับ $k = N_c, N_c + 1, \dots, N_p$ ดังนั้นเราใช้ฟังก์ชันลาแกร์โดย

$$\Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} = \sum_{m=0}^{N_c-1} \Delta u(k+m)^T r_w \Delta u(k+m)$$

$$\Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} = \sum_{m=0}^{N_p} \Delta u(k+m)^T r_w \Delta u(k+m) \quad (4.19)$$

เราสามารถประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ได้โดยแทนค่าสมการ (4.14) ลงในสมการ (4.19)

$$\sum_{m=0}^{N_p} \Delta u(k+m)^T r_w \Delta u(k+m) = \sum_{m=0}^{N_p} \boldsymbol{\eta}^T L(m) r_w L(m)^T \boldsymbol{\eta} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{N_p} \boldsymbol{\eta}^T L(m) r_w L(m)^T \boldsymbol{\eta} = \\ \sum_{m=0}^{N_p} \boldsymbol{\eta}^T [l_1(m) \ l_2(m) \ \dots \ l_N(m)]^T r_w [l_1(m) \ l_2(m) \ \dots \ l_N(m)] \boldsymbol{\eta} \end{aligned} \quad (4.21)$$

จากสมบัติเชิงตั้งฉากปรกติของฟังก์ชันลาแกร์ได้ว่า

$$\sum_{m=0}^{N_p} l_i(m) l_j(m) = \begin{cases} 0 & , i \neq j \\ 1 & , i = j \end{cases} \quad (4.22)$$

โดย N_p มีค่ามากพอที่ทำให้ (43) เป็นจริง ดังนั้น

$$\sum_{m=0}^{N_p} \boldsymbol{\eta}^T L(m) r_w L(m)^T \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^T R_L \boldsymbol{\eta} \quad (4.23)$$

โดยที่ R_L เป็นเมทริกซ์แนวทแยงมีขนาด $N \times N$ และ สมาชิกในแนวทแยงมีค่าเท่ากับ r_w

ดังนั้นฟังก์ชันต้นทุนใน(4.18) เปลี่ยนเป็น

$$J_3 = (\mathbf{r} - \mathbf{y})^T Q_3 (\mathbf{r} - \mathbf{y}) + \boldsymbol{\eta}^T R_L \boldsymbol{\eta} \quad (4.24)$$

เมื่อเราประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเราจะสังเกตเห็นได้ว่าจำนวนพารามิเตอร์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดเพื่อหาวิถีของสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดนั้นได้เปลี่ยนไปจากแนวราบการควบคุม (N_C) เป็น จำนวนอันดับของฟังก์ชันลาแกร์ (N)

4.1.2 ระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก

สำหรับการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออกนั้น เราสามารถใช้ฟังก์ชันลาแกร์สำหรับแต่ละสัญญาณเข้า โดยแต่ละสัญญาณเข้านั้นสามารถแทนด้วยฟังก์ชันลาแกร์ที่มีตัวประกอบปรับค่า (a) และจำนวนสัมประสิทธิ์ลาแกร์ (N) ที่เป็นอิสระต่อกัน สัญญาณเข้าของระบบสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\Delta \mathbf{u}(k) = [\Delta u_1(k) \quad \Delta u_2(k) \quad \dots \quad \Delta u_m(k)]^T \quad (4.25)$$

เมทริกซ์สัญญาณเข้า (B) สามารถแบ่งเป็นส่วนได้ดังนี้

$$B = [B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_m] \quad (4.26)$$

โดย m คือจำนวนสัญญาณเข้าของระบบ และ B_i แทนหลักที่ i ของ เมทริกซ์ B

เราสามารถเขียนสัญญาณควบคุมที่ i ($\Delta u_i(k)$) โดย เลือกตัวประกอบปรับค่า a_i และ จำนวนของสัมประสิทธิ์ลาแกร์ N_i ได้ดังนี้

$$\Delta u_i(k) = L_i(k)^T \eta_i \quad (4.27)$$

โดย $L_i(k)$ และ η_i คือฟังก์ชันลาแกร์สำหรับสัญญาณเข้าที่ i แต่ละสมาชิกของ $L_i(k)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$L_i(k)^T = [l_{1,i}(k) \quad l_{2,i}(k) \quad \dots \quad l_{N_i,i}(k)] \quad (4.28)$$

เนื่องจากในกลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นเราจะใช้แค่สัญญาณควบคุมตัวแรกเท่านั้นในการส่งออกไปควบคุมระบบของเรา ดังนั้นเมื่อเราใช้ฟังก์ชันลาแกร์แทนสัญญาณควบคุมสำหรับระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออกเราสามารถเขียนสัญญาณควบคุมที่ถูกส่งออกไปควบคุมระบบให้อยู่ในรูปฟังก์ชันลาแกร์ได้ดังนี้

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} L_1(0)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & L_2(0)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & L_m(0)^T \end{bmatrix} \eta \quad (4.29)$$

โดย $0_k, k = 1, 2, \dots, m$ คือ เวกเตอร์ศูนย์ที่มีขนาดเท่ากับเวกเตอร์ $L_k(0)^T$ และ η คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ลาแกร์ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\eta^T = [\eta_1^T \quad \eta_2^T \quad \dots \quad \eta_m^T] \quad (4.30)$$

เงื่อนไขบังคับของฟังก์ชันต้นทุนสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นมีรูปแบบต่างออกไปจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทั่วไป

เงื่อนไขบังคับสำหรับผลต่างสัญญาณควบคุม

เรากำหนดให้ ผลต่างของสัญญาณควบคุมสูงสุด Δu_{max} และต่ำสุด Δu_{min} เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยขอบเขตของสัญญาณควบคุมแต่ละสัญญาณ เงื่อนไขบังคับของผลต่างของสัญญาณควบคุมนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta u_{min} \leq \begin{bmatrix} L_1(m)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & L_2(m)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \eta \leq \Delta u_{max} \quad (4.31)$$

เงื่อนไขบังคับสำหรับสัญญาณควบคุม

เรากำหนดให้ สัญญาณควบคุมสูงสุด u_{max} และต่ำสุด u_{min} เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยขอบเขตของสัญญาณควบคุมแต่ละสัญญาณ ในกรณีของสัญญาณควบคุมนั้นก่อนอื่นเราจะต้องพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมทั้งหมดเสียก่อน โดยสัญญาณควบคุมทั้งหมดที่เวลา k ใดๆ นั้นมีค่า $u(k_i) = \sum_{i=0}^{k-1} \Delta u(i) + u(k_i - 1)$ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมของสัญญาณควบคุมเงื่อนไขบังคับของผลต่างของสัญญาณควบคุมนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u_{min} \leq \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{k-1} L_1(i)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & \sum_{i=0}^{k-1} L_2(i)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & \sum_{i=0}^{k-1} L_m(i)^T \end{bmatrix} \eta + u(k_i - 1) \leq u_{max} \quad (4.32)$$

เงื่อนไขบังคับของสัญญาณออก

เรากำหนดให้ สัญญาณออกสูงสุด y_{max} และต่ำสุด y_{min} เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยขอบเขตของสัญญาณออกแต่ละสัญญาณ เราสามารถเขียนเงื่อนไขบังคับของสัญญาณออกได้ดังนี้

$$y_{min} \leq CA^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} CA^{m-i-1} BL(i)^T \eta \leq y_{max} \quad (4.33)$$

4.2 การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นวีเนอร์

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นมีความซับซ้อนมาก เราแก้ไขปัญหาดังกล่าวโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์มาเป็นแบบจำลองของระบบที่ต้องการควบคุม การแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ทำให้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นมีความซับซ้อนน้อยลงโดยทำให้ฟังก์ชันต้นทุนการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นมีลักษณะเหมือนกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดเชิงเส้น เนื่องจากระบบที่เราต้องการควบคุมนั้นเป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงทำให้เวลาที่เรานำการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมาใช้ควบคุมนั้นค่าการควบคุมแนวราบมีค่าสูงมาก การที่การควบคุมแนวราบนั้นมีค่าสูงมากส่งผลเลยในเงื่อนไขในทางจำนวน และนอกจากนี้ยังเพิ่มภาระหนักในการคำนวณ ดังนั้นจึงมีการใช้ฟังก์ชันลาแกร์มาแก้ปัญหาดังกล่าว

ฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบเชิงเส้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$J_1 = (\mathbf{r} - \mathbf{y})^T Q_1 (\mathbf{r} - \mathbf{y}) + \Delta \mathbf{u}^T R_1 \Delta \mathbf{u} \quad (4.34)$$

การใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดเชิงเส้นนั้นกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงนั้นไม่เพียงพอที่จะควบคุมระบบดังกล่าว เราจึงมีความจำเป็นต้องใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นมาควบคุมแทน การที่ใช้วิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นนั้นทำให้ฟังก์ชันต้นทุนมีความซับซ้อนมากยากต่อการหาคำตอบ เราจึงใช้แบบจำลองของวีเนอร์มาช่วยคุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลองของวีเนอร์ คือ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น h นั้นสามารถหาฟังก์ชันผกผัน h^{-1} ได้ ด้วยคุณสมบัตินี้ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองภายในชนิดไม่เชิงเส้นมีลักษณะดังนี้

$$J_2 = (\mathbf{r}^* - \mathbf{v})^T Q_2 (\mathbf{r}^* - \mathbf{v}) + \Delta \mathbf{u}^T R_2 \Delta \mathbf{u} \quad (4.35)$$

โดยที่ $\mathbf{v} = [v^T(k+1) \dots v^T(k+N_p)]^T$ คือ เวกเตอร์ของสัญญาณขาออกจากบล็อกที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้น $\mathbf{R}^* = [r^{*T}(k+1) \dots r^{*T}(k+N_p)]^T$, $r^*(k) = h^{-1}(r(k))$ โดย $r(k)$ คือค่าเป้าหมายที่ต้องการ

จากนั้นเมื่อนำฟังก์ชันลาแกร์มาใช้กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวินอร์ ฟังก์ชันต้นทุนในสมการที่ (4.35) เปลี่ยนไปเป็น

$$J = (\mathbf{r}^* - \mathbf{v})^T Q (\mathbf{r}^* - \mathbf{v}) + \boldsymbol{\eta}^T R_L \boldsymbol{\eta} \quad (4.36)$$

เงื่อนไขบังคับของฟังก์ชันต้นทุนสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นเปลี่ยนจากเงื่อนไขบังคับของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองปกติ โดยเงื่อนไขบังคับของสัญญาณออกเปลี่ยนไปเนื่องจากการใช้แบบจำลองวินอร์ ส่วนเงื่อนไขของผลต่างสัญญาณควบคุมและสัญญาณควบคุมนั้นเปลี่ยนไปเนื่องจากการใช้ฟังก์ชันลาแกร์ในการประมาณผลต่างสัญญาณควบคุมและสัญญาณควบคุมนั้นเอง เงื่อนไขบังคับของผลต่างสัญญาณควบคุม, สัญญาณควบคุม และ สัญญาณออก ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์นั้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

เงื่อนไขบังคับสำหรับผลต่างสัญญาณควบคุม

เนื่องจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นเรานำฟังก์ชันลาแกร์มาใช้ในประมาณผลต่างของสัญญาณควบคุม ดังนั้นรูปแบบของเงื่อนไขบังคับสำหรับผลต่างของสัญญาณควบคุมนั้นจะเปลี่ยนไปจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองปกติ เรากำหนดให้ ผลต่างของสัญญาณควบคุมสูงสุด Δu_{max} และต่ำสุด Δu_{min} เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยขอบเขตของสัญญาณควบคุมแต่ละสัญญาณ เงื่อนไขบังคับของผลต่างของสัญญาณควบคุมนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta u_{min} \leq \begin{bmatrix} L_1(m)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & L_2(m)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \leq \Delta u_{max} \quad (4.37)$$

เงื่อนไขบังคับสำหรับสัญญาณควบคุม

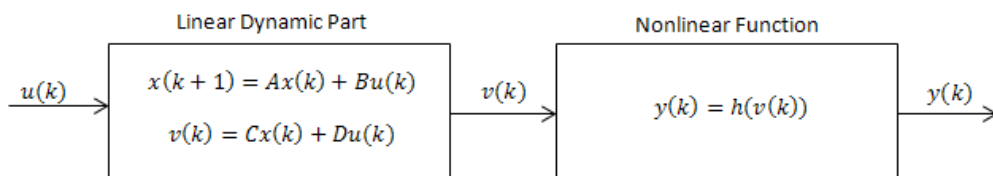
เนื่องจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นเรานำฟังก์ชันลาแกร์มาใช้ในประมาณผลต่างของสัญญาณควบคุม ดังนั้นรูปแบบของเงื่อนไขบังคับสำหรับสัญญาณควบคุมนั้นจะเปลี่ยนไปจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองปกติ เรากำหนดให้

สัญญาณควบคุมสูงสุด u_{max} และต่ำสุด u_{min} เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบไปด้วยขอบเขตของสัญญาณควบคุมแต่ละสัญญาณ ในกรณีของสัญญาณควบคุมนั้นก่อนอื่นเราจะต้องพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมทั้งหมดเสียก่อน โดยสัญญาณควบคุมทั้งหมดที่เวลา k ใดๆ นั้นมีค่า $u(k_i) = \sum_{i=0}^{k-1} \Delta u(i) + u(k_i - 1)$ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุมของสัญญาณควบคุมเงื่อนไขบังคับของผลต่างของสัญญาณควบคุมนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u_{min} \leq \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{k-1} L_1(i)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & \sum_{i=0}^{k-1} L_2(i)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & \sum_{i=0}^{k-1} L_m(i)^T \end{bmatrix} \eta + u(k_i - 1) \leq u_{max} \quad (4.38)$$

เงื่อนไขบังคับของสัญญาณออก

เนื่องจากการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นเราใช้แบบจำลองของวีเนอร์ในแทนระบบไม่เชิงเส้น โครงสร้างแบบจำลองของวีเนอร์นั้นประกอบด้วย 2 ส่วน ได้แก่ ระบบพลวัตเชิงเส้นและ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น



รูปที่ 4.2: โครงสร้างแบบจำลองวีเนอร์

เนื่องจากฟังก์ชันไม่เชิงเส้นนั้นสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้ ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออก $y(k)$ และสัญญาณ $v(k)$ ได้ใหม่ดังนี้

$$v(k) = h^{-1}(y(k)) \quad (4.39)$$

นอกจากนี้เรายังสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าสูงสุดของสัญญาณออก y_{max} และค่าต่ำสุดของสัญญาณออก y_{min} กับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของสัญญาณ $v(k)$ ได้ดังนี้

$$v_{min} = h^{-1}(y_{min}) \quad (4.40)$$

$$v_{max} = h^{-1}(y_{max}) \quad (4.41)$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนเงื่อนไขบังคับของสัญญาณ v ได้ดังนี้

$$v_{min} \leq v \leq v_{max} \quad (4.42)$$

แต่เนื่องจากเราใช้ฟังก์ชันลาแกร์ในการประมาณสัญญาณควบคุมดังนั้นเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง สัญญาณ v ในอนาคตและ η ได้ดังนี้

$$v(k_i + m) = CA^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} CA^{m-i-1} BL(i)^T \eta \quad (4.43)$$

แทนค่าสมการ (4.43) ลงในสมการ (4.421) จะได้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณ v ดังนี้

$$v_{min} \leq CA^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} CA^{m-i-1} BL(i)^T \eta \leq v_{max} \quad (4.44)$$

จากฟังก์ชันต้นทุนในสมการ และเงื่อนไขบังคับ ในสมการ เราสามารถเขียนปัญหาค่าลึงสองต่ำสุดของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ได้ดังนี้

$$\min_{\eta} J = (\mathbf{r}^* - \mathbf{v})^T Q (\mathbf{r}^* - \mathbf{v}) + \boldsymbol{\eta}^T R_L \boldsymbol{\eta} \quad (4.45)$$

$$\text{subject to} \quad \Delta u_{min} \leq \begin{bmatrix} L_1(m)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & L_2(m)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & L_m(m)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \leq \Delta u_{max}$$

$$u_{min} \leq \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{k-1} L_1(i)^T & 0_2^T & \dots & 0_m^T \\ 0_1^T & \sum_{i=0}^{k-1} L_2(i)^T & \dots & 0_m^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1^T & 0_2^T & \dots & \sum_{i=0}^{k-1} L_m(i)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} + u(k_i - 1) \leq u_{max}$$

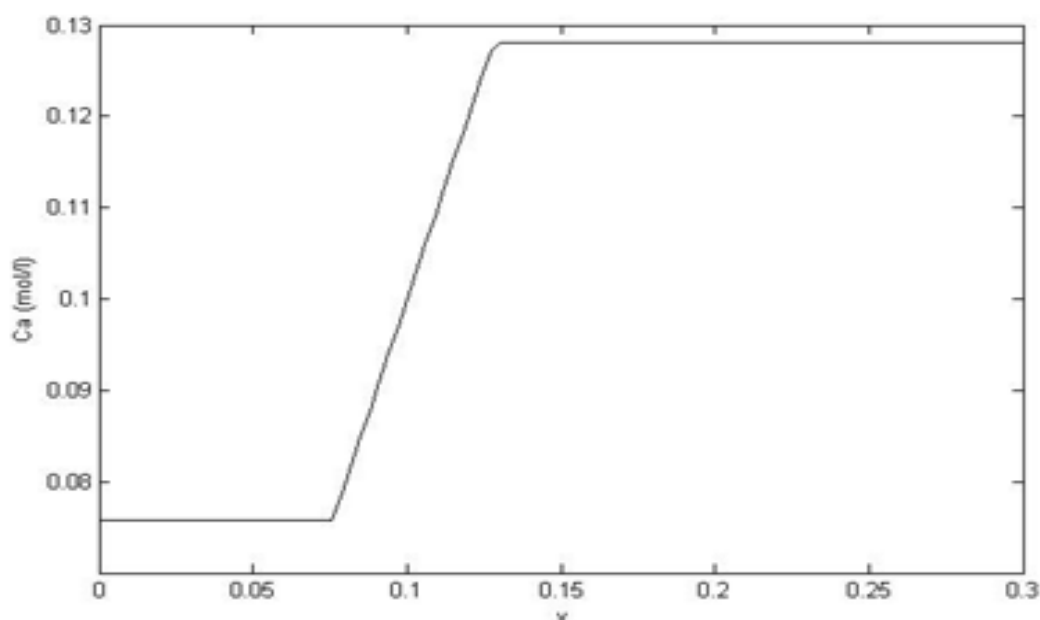
$$v_{min} \leq CA^m x(k_i) + \sum_{i=0}^{m-1} CA^{m-i-1} BL(i)^T \eta \leq v_{max}$$

4.3 ตัวอย่างเชิงตัวเลข

จากตัวอย่างการระบุเอกลักษณ์ของเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่องแบบจำลองวีเนอร์ของระบบดังกล่าวประกอบด้วย ส่วนประกอบที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นของแบบจำลองและฟังก์ชันไม่เชิงเส้นสามารถแสดงได้ดังนี้

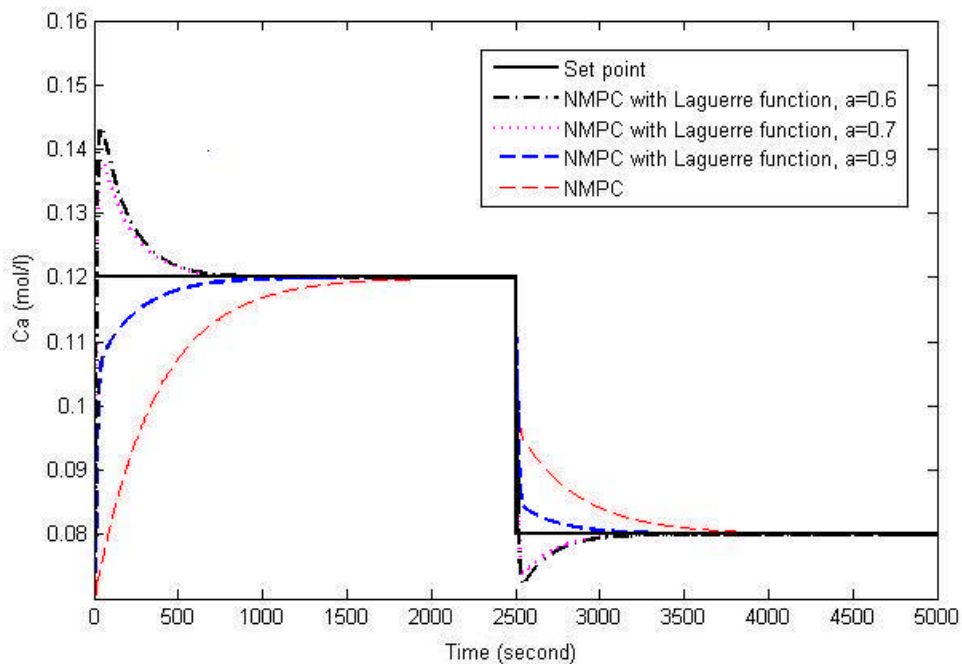
$$A = \begin{bmatrix} 0.8119 & 1 & 0 & 0 \\ -0.068 & 0 & 1 & 0 \\ 0.4575 & 0 & 0 & 1 \\ -3.406 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0933 \\ -0.0544 \\ 0.0383 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0], D = 0$$

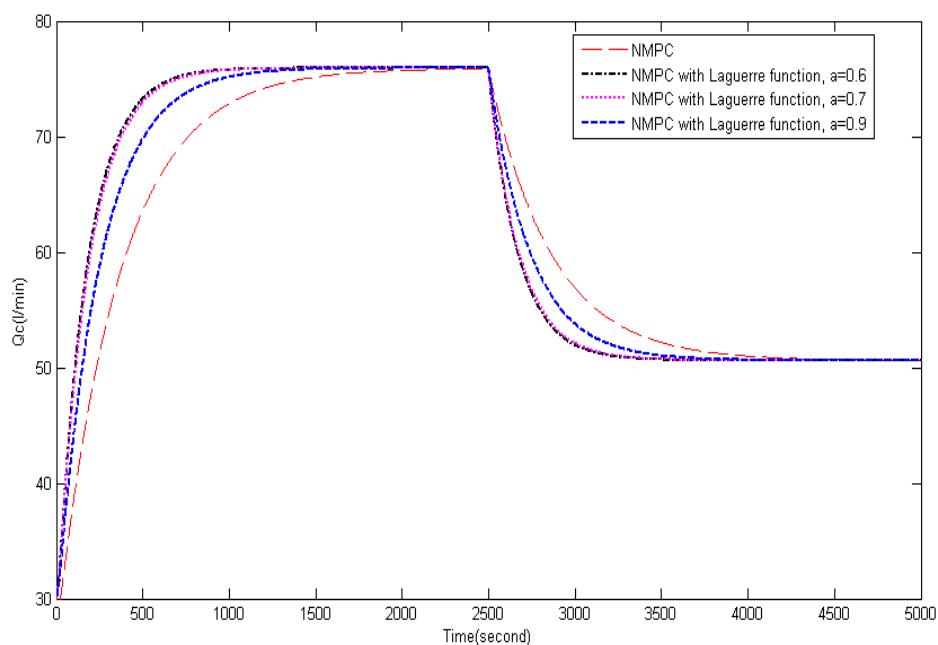


รูปที่ 4.4: ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นในแบบจำลองวีเนอร์สำหรับเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบถังกวนต่อเนื่อง

ในตัวอย่างนี้เราจะทำการเปรียบเทียบผลระหว่าง การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์ และการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์ ในการจำลองผลนั้นค่าของเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักทั้งสองและค่าของแนวราบการทำนายมีค่า มีค่า ดังนี้ $Q = 100I$, $R_L = 10I$ และ $N_p = 800$ ส่วนค่าของแนวราบการควบคุมสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์นั้นมีค่า $N_c = 200$ โดยเราได้นำเสนอผลการทดลอง 2 ส่วน ได้แก่ 1. แปรผันค่าตัวประกอบปรับค่า (a) และ 2. การแปรผันจำนวนพจน์ของฟังก์ชันลาแกร์ (N)



รูปที่ 4.5: เปรียบเทียบสัญญาณออกกระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับ ระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $N=5$

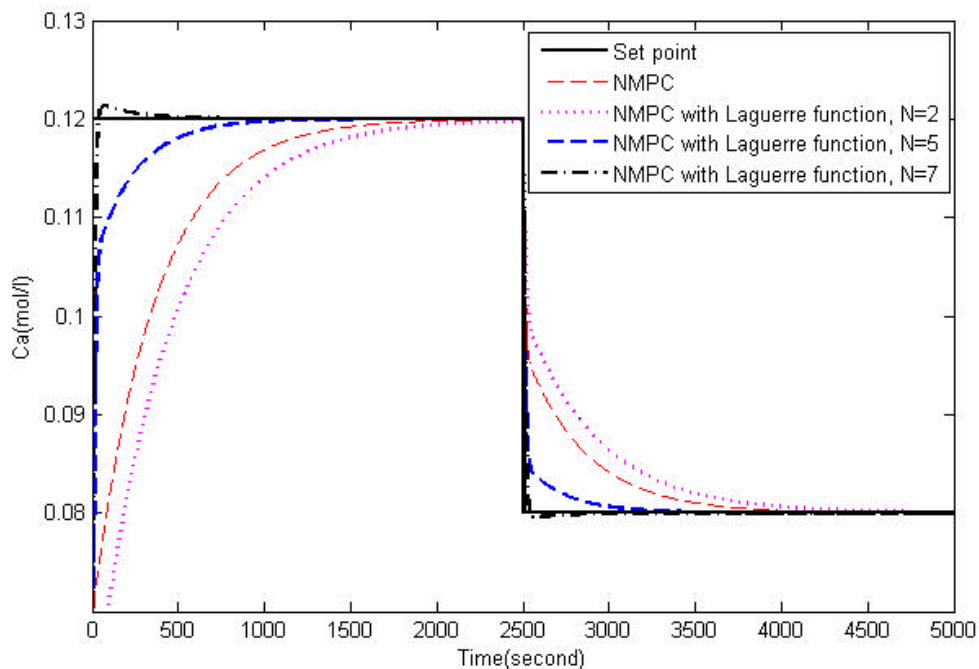


รูปที่ 4.6: เปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับ ระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $N=5$

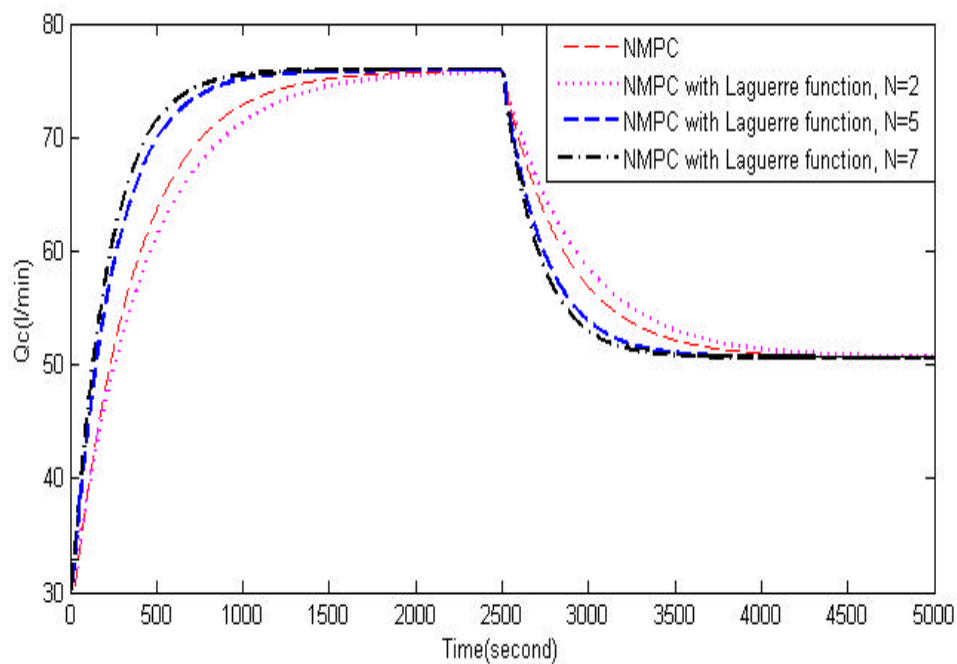
ตาราง 4. 1 เปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ และ ไม่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ กรณีแปรผันค่า α

วิธีการควบคุม	เวลาเข้าที่ (วินาที)	ส่วนพุ่งเกินสูงสุด (%)	ความผิดพลาดที่ สถานะอยู่ตัว (%)
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์	650	0	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ $\alpha = 0.6$	20	40	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ $\alpha = 0.7$	30	38	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ $\alpha = 0.9$	200	0	0

จากผลตอบสนองในรูปที่ 4.5 และ 4.6 และในตารางที่ 4.1 เราจะสังเกตเห็นว่า ผลลัพธ์จากการทดลองแปรผันค่าตัวประกอบปรับค่า (α) แสดงดังรูปที่ 4.5 และ 4.6 จากผลการทดลองนั้นเราจะสังเกตเห็นได้ชัดเจนว่าค่าของตัวประกอบปรับค่านั้นมีผลต่อสัญญาณออกของระบบโดยค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าน้อยส่งผลให้ได้ผลตอบที่เร็ว แต่ผลตอบจะไม่เรียบ ส่วนค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่ามากจะให้ผลตอบที่ช้าแต่จะได้ผลตอบที่เรียบ นอกจากนี้เรายังสังเกตเห็นได้ว่าสัญญาณออกของระบบระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์นั้นให้ผลตอบที่ดีกว่าของระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์เพียงอย่างเดียว อีกทั้งยังทำให้จำนวนพารามิเตอร์ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดลดลงจาก 200 ($N_C = 200$) เหลือเพียง 5 ($N = 5$) ส่งผลให้ภาระในการคำนวณลดลงอย่างมาก



รูปที่ 4.7: เปรียบเทียบสัญญาณออกระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับ ระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $a=0.9$



รูปที่ 4.8: เปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นกับ ระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ โดยที่ $a=0.9$

ตาราง 4.2 เปรียบเทียบสมรรถนะระหว่างการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ และ ไม่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ กรณีแปรผันค่า N

วิธีการควบคุม	เวลาเข้าที่ (วินาที)	ส่วนพุ่งเกินสูงสุด (%)	ความผิดพลาดที่ สถานะอยู่ตัว(%)
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิง เส้นวีเนอร์	650	0	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิง เส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ N=2	750	0	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิง เส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์N=5	200	0	0
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิง เส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ N=7	20	1%	0

ผลลัพธ์จากการทดลองแปรผันจำนวนพจน์ของฟังก์ชันลาแกร์ (N) แสดงดังรูปที่ 4.7 และ 4.8 จาก การทดลองแปรผันค่าของตัวประกอบปรับค่าทำให้เราทราบว่าค่าของตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าน้อย จะส่งผลให้ได้ผลตอบที่เร็วขึ้นแต่ในทางกลับกันค่าของตัวประกอบปรับค่าที่มีค่ามากจะทำให้ผล ตอบที่ช้าแต่ผลตอบจะเรียบกว่าค่าค่าของตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าน้อย จากการทดลองแปรผัน จำนวนพจน์ของฟังก์ชันลาแกร์เราจะสังเกตเห็นว่ายิ่งจำนวนพจน์น้อยยิ่งส่งผลเสริมกับค่าของตัว ประกอบปรับค่า สังเกตเห็นได้จากรูปที่ 9 ค่าตัวประกอบค่ามีค่าเป็น 0.9 ซึ่งถือว่าเป็นค่าที่มากส่งผล ให้ผลตอบช้า จากรูปที่ 4.7 ยิ่งจำนวนพจน์ของฟังก์ชันลาแกร์ลดลงผลตอบยิ่งช้าลงอย่างเห็น ได้ชัด แต่ถ้าจำนวนพจน์ของฟังก์ชันลาแกร์สูงขึ้นจะให้ผลในทางตรงกันข้ามกับผลจากตัวประกอบปรับค่า

4.4 สรุป

ในบทนี้เรานำเสนอการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่ เชิงเส้นวีเนอร์ ประโยชน์ของฟังก์ชันลาแกร์ คือ การลดจำนวนตัวแปรในปัญหาค่าเหมาะที่สุด จาก ตัวอย่างเชิงตัวเลขเราพบว่าจำนวนตัวแปรของปัญหาค่าเหมาะที่สุดลดลงอย่างมาก นอกจากนี้เรายัง พบว่าค่าตัวประกอบปรับค่าและอันดับของฟังก์ชันลาแกร์นั้นมีผลต่อผลตอบของระบบทำให้เรา สามารถใช้ค่าทั้งสองในการปรับจูนเพื่อให้ได้ผลตอบตามที่ต้องการ

บทที่ 5

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก

ในบทที่ผ่านมาเราได้เสนอวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ ประโยชน์จากการใช้แบบจำลองวีเนอร์นั้นช่วยทำให้ฟังก์ชันต้นทุนนั้นเป็นฟังก์ชันกำลังสองเหมือนในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ส่วนการใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นช่วยลดจำนวนตัวแปรในการแก้ปัญหาสำหรับการหาค่าสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุด ถึงแม้ว่าวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ จะทำให้การคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมเหมาะสมที่สุดทำได้ง่ายขึ้นแต่ตัวแปรที่สำคัญอีกตัวหนึ่งคือ ค่าแนวราบการทำนาย N_p ในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นค่าแนวราบการทำนายนั้นมีผลต่อสมรรถนะของระบบ โดยค่าแนวราบการทำนายยิ่งมีค่ามากจะยิ่งทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น แต่อย่างไรก็ตามการที่ค่าแนวราบการทำนายมีค่าสูงนั้นยังส่งผลเสียด้วย โดยผลเสียดังกล่าวนั้นคือ เมื่อค่าแนวราบการทำนายมีค่าสูงจะทำให้จำนวนภาวะ (condition number) มีค่าสูงขึ้นไปด้วย การที่จำนวนภาวะ มีค่าสูงนั้นจะส่งผลต่อความน่าเชื่อถือของคำตอบที่คำนวณได้ โดยในบทนี้เราจะใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักในการแก้ปัญหาดังกล่าว

วัตถุประสงค์หลักของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ คือ การหาค่าสัญญาณควบคุมที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนมีค่าต่ำสุด โดยสัญญาณควบคุมนั้นสามารถเขียนแทนด้วยสัมประสิทธิ์และฟังก์ชันลาแกร์ ฟังก์ชันต้นทุนสามารถแสดงได้ดังนี้

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} x(k+j|k)^T Q x(k+j|k) + \sum_{j=0}^{N_p} \Delta u(k+j)^T R \Delta u(k+j) \quad (5.1)$$

โดยที่ $Q \geq 0$ และ $R > 0$ และเงื่อนไขบังคับของฟังก์ชันต้นทุนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$M\eta \leq \gamma \quad (5.2)$$

เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคตคือ $\Delta u = [\Delta u(k)^T \Delta u(k+1)^T \dots \Delta u(k+N_p)^T]^T$ ฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (5.1) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสัมประสิทธิ์ลาแกร์ได้ดังนี้

$$J = \eta^T \Omega \eta + 2\eta^T \Psi x(k) \quad (5.3)$$

จากสมการฟังก์ชันต้นทุนข้างต้นนั้นเราสามารถแสดงเมทริกซ์ Ω และ Ψ ได้ดังนี้

$$\Omega = \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q \phi(m)^T + R_L \quad (5.4)$$

$$\Psi = \sum_{m=1}^{N_p} \phi(m) Q A^m \quad (5.5)$$

โดยที่เมทริกซ์ ϕ คือ

$$\phi^T = \sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1} B L(i)^T \quad (5.6)$$

A และ B คือเมทริกซ์ที่ได้จากการเขียนแบบจำลองปริภูมิสถานะของระบบแบบมีตัวอินทิเกรต จากสมการ (5.4), (5.5) และ (5.6) เราพบว่าเมื่อ N_p มีค่าสูงจะส่งผลให้นอร์มของเมทริกซ์ยกกำลัง $\|A^m\|$ มีขนาดเพิ่มขึ้น ทำให้ขนาดขององค์ประกอบในเมทริกซ์ Ω เพิ่มขึ้นตามค่าแนวราบการทำนายที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้จำนวนภาวะมีค่าสูงขึ้น โดยปัญหาจำนวนภาวะจะทวีความรุนแรงมากขึ้นในระบบที่ไม่เสถียรหรือในระบบที่เมทริกซ์ A มีขนาดใหญ่ เนื้อหาในส่วนต่อไปเราจะเสนอการแก้ปัญหาจำนวนภาวะ โดยการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก

5.1 การใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักเพื่อปรับปรุงจำนวนภาวะ

การแก้ปัญหาจำนวนภาวะโดยใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้นสามารถทำได้โดยใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังร่วมกับเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักในฟังก์ชันต้นทุน การใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักในฟังก์ชันต้นทุนสามารถแสดงได้ดังนี้

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \alpha^{-2j} x(k+j|k)^T Q x(k+j|k) + \sum_{j=0}^{N_p} \alpha^{-2j} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (5.7)$$

และเงื่อนไขบังคับสามารถแสดงได้ดังนี้

$$M\Delta u \leq \gamma \quad (5.8)$$

เงื่อนไขบังคับของสมการสถานะคือ

$$x(k+j+1|k) = Ax(k+j|k) + B\Delta u(k+j) \quad (5.9)$$

โดยที่ M และ γ เป็นเมทริกซ์สำหรับเงื่อนไขบังคับ และ Δu เป็นเวกเตอร์ตัวแปร สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\Delta u^T = [\Delta u(k)^T \quad \Delta u(k+1)^T \quad \cdots \quad \Delta u(k+N_p)^T] \quad (5.10)$$

ในกลยุทธ์ของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้นเราจะทำนายสัญญาณควบคุมในอนาคตที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุนมีค่าต่ำสุด โดยให้ความสำคัญกับสัญญาณควบคุมในอนาคตเท่ากันทุกสัญญาณ แต่ในการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองนั้น จะให้ความสำคัญกับสัญญาณควบคุมในอนาคตน้อยลงสำหรับสัญญาณในอนาคตที่ไกลขึ้น และจะให้ความสำคัญกับสัญญาณในอนาคตที่ใกล้มากกว่า หลังจากใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักแล้วเราสามารถแสดงเวกเตอร์ตัวแปรสถานะและเวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมในอนาคตใหม่ได้ดังนี้

เวกเตอร์สัญญาณควบคุมในอนาคต

$$\Delta \hat{u}^T = [\alpha^{-0} \Delta u(k)^T \quad \alpha^{-1} \Delta u(k+1)^T \quad \cdots \quad \alpha^{-N_p} \Delta u(k+N_p)^T] \quad (5.11)$$

เวกเตอร์ตัวแปรสถานะ

$$\hat{x}^T = [\alpha^{-1} x(k+1|k)^T \quad \alpha^{-2} x(k+2|k)^T \quad \cdots \quad \alpha^{-N_p} x(k+N_p|k)^T] \quad (5.12)$$

ในการแก้ปัญหาการหาค่าต่ำสุดสำหรับฟังก์ชันต้นทุนที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักในสมการ(5.7) นั้นสามารถทำได้เหมือนการแก้ปัญหาค่ากำลังสองต่ำสุด โดยจะต้องแปลงฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (5.7) ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันกำลังสองเสียก่อน กำหนดให้

$$\hat{x}(k+j|k) = \alpha^{-j} x(k+j|k) \quad (5.13)$$

และ

$$\Delta \hat{u}(k+j|k) = \alpha^{-j} \Delta u(k+j|k) \quad (5.14)$$

โดยที่ $\hat{x}(k) = x(k)$ และ $\Delta \hat{u}(k) = \Delta u(k)$

คูณสมการ (5.9) ด้วย $\alpha^{-(j+1)}$

$$\alpha^{-(j+1)} x(k+j+1|k) = \alpha^{-(j+1)} A x(k+j|k) + \alpha^{-(j+1)} B \Delta u(k+j) \quad (5.15)$$

จากสมการ (5.13) เราสามารถจัดรูปสมการ (5.15) ได้ใหม่ ดังนี้

$$\hat{x}(k+j+1|k) = \alpha^{-1} A \hat{x}(k+j|k) + \alpha^{-1} B \Delta \hat{u}(k+j|k) \quad (5.16)$$

สมการ(5.16) นั้นคล้ายกับ สมการ (5.9) ต่างกันตรงที่ ในสมการ (5.16) นั้นเมทริกซ์ A และ B นั้นคูณด้วย α^{-1} จากความสัมพันธ์ในสมการ (5.16) เราอาจจัดรูปฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (5.7) ได้ดังนี้

$$\hat{J} = \sum_{j=1}^{N_p} \hat{x}(k+j|k)^T Q \hat{x}(k+j|k) + \sum_{j=0}^{N_p} \Delta \hat{u}(k+j)^T R \Delta \hat{u}(k+j) \quad (5.17)$$

โดย $\hat{x}(k+j|k)$ และ $\Delta \hat{u}(k+j)$ มีความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\hat{x}(k+j+1|k) = \frac{A}{\alpha} \hat{x}(k+j|k) + \frac{B}{\alpha} \Delta \hat{u}(k+j) \quad (5.18)$$

จากสมการ (5.14) เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta \mathbf{u}^T$ และ $\Delta \hat{\mathbf{u}}^T$ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^{-1} I & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha^{-2} I & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha^{-N_p} I \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}} = \Delta \mathbf{u}^T \quad (5.19)$$

จากสมการ (5.19) เราสามารถแปลงเงื่อนไขข้างซ้ายในสมการ (5.8) ได้ดังนี้

$$M_\alpha \Delta \hat{\mathbf{u}} \leq \gamma \quad (5.20)$$

และเมทริกซ์ M_α คือ

$$M_\alpha = M \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^1 I & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha^{N_p-1} I & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha^{N_p} I \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

ในการแก้ปัญหาการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (5.7) มีเงื่อนไขบังคับเป็นสมการ (5.8) เราสามารถแก้ปัญหาดังกล่าวโดยใช้ ฟังก์ชันต้นทุนในสมการ (5.17) และเงื่อนไขบังคับ (5.20) แทนได้ การใช้ฟังก์ชันต้นทุนและเงื่อนไขบังคับในสมการ (5.17) และ (5.20) นั้นทำให้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกำลังสอง

5.2 ตัวอย่างเชิงตัวเลข

กำหนดให้แบบจำลองปริภูมิสถานะของระบบที่เราสนใจคือ

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [1 \quad 0]x(k)$$

โดยค่าตัวประกอบปรับค่าของฟังก์ชันลาแกร์ $\alpha = 0$ และอันดับของฟังก์ชันลาแกร์คือ $N = 2$ และกำหนดให้ $R_L = 0$ เราได้ทำการทดลองแปรผันค่าแนวราบการคำนวณ N_p และค่าของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง α เพื่อสังเกตค่าของจำนวนภาวะที่เปลี่ยนไปในแต่ละกรณี โดยผลการทดลองได้แสดงดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5. 2: จำนวนภาวะของเมทริกซ์ Ω เมื่อแปรผันค่าแนวราบการควบคุม

แนวราบการควบคุม N_p	เลขฐานฟังก์ชันชี้กำลัง α	จำนวนภาวะ $\kappa(\Omega)$
10	0.8	3.52×10^3
30	0.8	1.32×10^5
300	0.8	1.13×10^9
10	1	1.03×10^3
30	1	8.7×10^3
300	1	8.64×10^5
10	1.2	283.5
30	1.2	362.9
300	1.2	365.2

จากตาราง 5.1 เราสังเกตเห็นว่า เมื่อแนวราบการทำงานมีค่าสูงขึ้นนั้นเราจะส่งผลทำให้จำนวนภาวะสูงขึ้นตามไปด้วย แต่เมื่อเราใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักที่มีเลขฐานมากกว่า 1 ($a > 1$) จะทำให้จำนวนภาวะลดลงอย่างมาก แต่ในทางตรงกันข้าม เมื่อเราใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักที่มีเลขฐานน้อยกว่า 1 ($a < 1$) จะส่งผลให้จำนวนภาวะเพิ่มขึ้นอย่างมากตามแนวราบการควบคุมที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นในการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักเราควรเลือกให้เลขฐานมีค่ามากกว่า 1

5.5 สรุป

ในบทนี้เรานำเสนอการปรับปรุงจำนวนภาวะโดยการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก ผลจากการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้นทำให้ค่าของจำนวนภาวะมีขนาดลดลงแม้ว่าค่าแนวราบการควบคุมจะมีค่าสูงก็ตาม ค่าของจำนวนภาวะที่ลดลงนี้ส่งผลให้คำตอบที่เราคำนวณนั้นเชื่อถือได้

บทที่ 6

การประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์กับ หอกลับแยกสารสองชนิด

6.1 หอกลับแยกสารสองชนิด

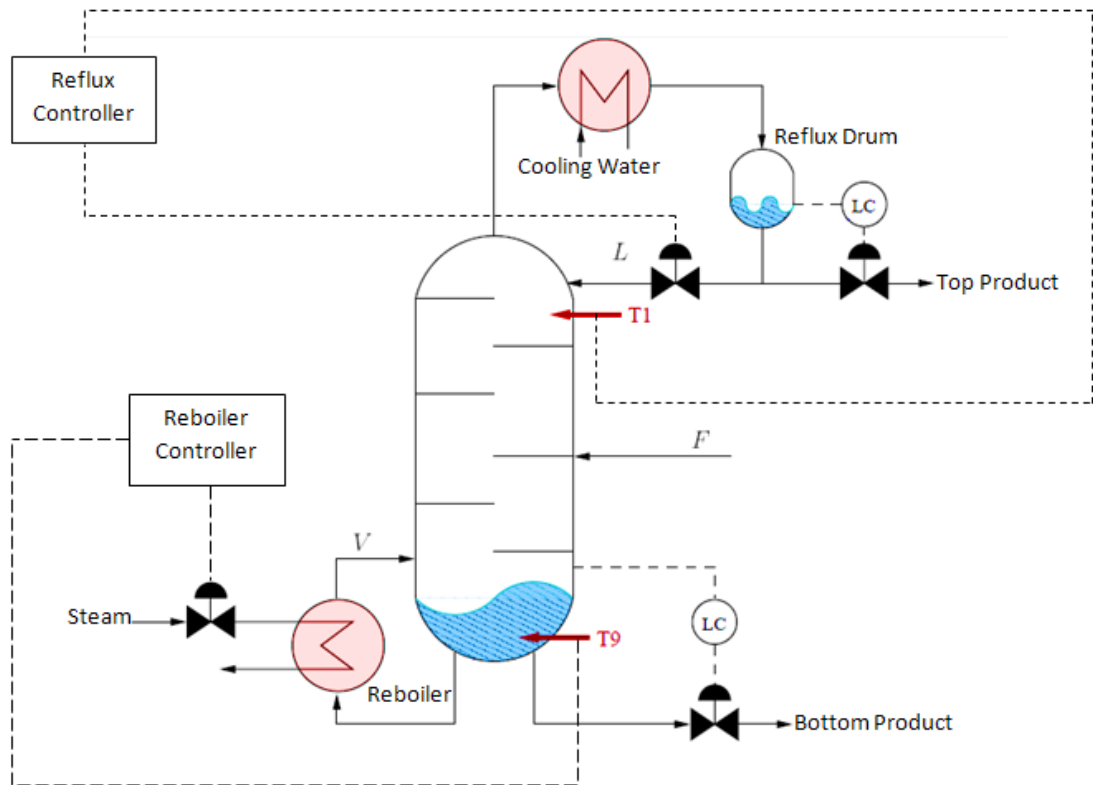
ระบบหอกลับเป็นระบบหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออก มีความไม่เป็นเชิงเส้น มีผลกระทบระหว่างวงรอบการควบคุมสูง อีกทั้งมีการรบกวนกับระบบหลากหลายรูปแบบ เช่น การเปลี่ยนแปลงอัตราการป้อนเข้าที่กลางหอ F (feedrate) หรือการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของสารที่ป้อนเข้า x_f (Feed composition) เป็นต้น ส่งผลให้การควบคุมการทำงานของหอกลับเป็นปัญหาที่ยาก และน่าสนใจอย่างยิ่ง จุดประสงค์หลักของการควบคุมการทำงานของหอกลับโดยทั่วไปคือ การควบคุมคุณภาพของสารผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการกลั่นให้มีความบริสุทธิ์ตามข้อกำหนด ซึ่งในที่นี้กระบวนการกลั่นคือการแยกสารผสมโดยอาศัยคุณสมบัติทางกายภาพคือ จุดเดือดที่แตกต่างกันของสารสองชนิดเพื่อให้ได้ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ตามต้องการ

หลักการพื้นฐานของการกลั่นเริ่มจากการให้ความร้อนแก่สารผสมที่ฐานหอ เมื่อสารที่มีจุดเดือดต่ำกว่าเดือดเป็นไอร้อน ไอร้อนดังกล่าวจะลอยตัวขึ้นสู่ชั้นของหอที่อยู่สูงขึ้นไปและถ่ายเทความร้อนให้กับสารผสมในชั้นที่สองของหอ ความร้อนที่มากับไอร้อนจะทำให้สารผสมในชั้นนั้นเดือด จากนั้นจะกลายเป็นไอร้อนแล้วจึงถ่ายเทความร้อนให้กับชั้นถัดไป กระบวนการเหล่านี้จะดำเนินต่อไปถึงยอดหอ นอกจากนี้ถ้าของเหลวในชั้นใดไม่สามารถระเหยกลายเป็นไอได้ของเหลวผสมนั้นก็จะไหลสวนทางกับไอร้อนเป็นสารป้อนกลับภายใน (internal flux) ลงสู่ชั้นระดับต่ำกว่า ทำให้สารผสมในชั้นที่อยู่สูงกว่ามีความบริสุทธิ์มากยิ่งขึ้น ขนาดของหอจำนวนชั้นของหอ และตัวแปรอื่นๆ ที่ต้องการควบคุมเช่น อุณหภูมิแต่ละชั้นของหอ จะถูกออกแบบให้เหมาะสมกับข้อกำหนดของผลิตภัณฑ์ที่ต้องการกลั่น นอกจากส่วนของหอกลับแล้วระบบหอกลับจำเป็นต้องมีกระบวนการอื่นๆ ประกอบในกระบวนการกลั่นได้แก่ หม้อต้มซ้ำ วาล์วป้อนกลับยอดหอ เครื่องควบคุม เครื่องมือวัดต่างๆ เป็นต้น โดยหอกลับที่เราทำการศึกษาเป็นหอกลับแยกสารสองชนิดใน

ห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม โดยจำลองระบบมาจากหอกลิ้นขนาดใหญ่ที่ใช้ในอุตสาหกรรม การกลั่นจริง

แผนภาพหอกลิ้นแยกสารสองชนิดแสดงดังรูปที่ 6.1 ซึ่งมีโครงสร้างแบบ L-V อุปกรณ์ เบื้องต้นที่ใช้ในการควบคุมการกลั่นได้แก่

1. ลำตัวของหอ (column) ประกอบด้วยชั้น (Tray) จำนวนหลายชั้นซึ่งมีการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างไอร้อนและสารป้อนกลับภายในหอ สำหรับหอกลิ้นแยกสารสองชนิดในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมมีจำนวนชั้นทั้งหมด 8 ชั้น
2. เครื่องควบแน่น (condenser) เป็นอุปกรณ์ซึ่งควบแน่นไอร้อนที่ออกจากยอดหอให้เป็นของเหลวด้วยน้ำที่อุณหภูมิห้อง
3. ครัมป้อนกลับ (reflux drum) คือภาชนะรองรับของเหลวที่กลั่นได้เมื่อผ่านการควบแน่นจากเครื่องควบแน่นแล้ว ของเหลวส่วนหนึ่งอาจไหลออกเป็นผลิตภัณฑ์ยอดหอ (top product x_D) อีกส่วนจะไหลกลับเข้าสู่ลำตัวของหอทางวาล์วป้อนกลับ (reflux valve) เพื่อควบคุมความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ยอดหอ และเพื่อให้สารที่กลั่นมีความบริสุทธิ์มากยิ่งขึ้นสัดส่วนของสารที่ป้อนเข้าสู่ลำตัวของหอต่อสารที่กลั่นได้เป็นผลิตภัณฑ์เรียกว่าอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอ (reflux ratio)
4. ฐานหอ (column base) เป็นบริเวณที่เกิดการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่หอกลิ้น และเป็นส่วนที่รองรับสารผสมชั้นล่างสุด สารที่ฐานหอนี้ส่วนหนึ่งอาจไหลออกเป็นผลิตภัณฑ์ฐานหอ (Bottom Product x_B) สารที่เหลือจะป้อนกลับเข้าสู่ลำตัวของหอผ่านทางหม้อต้มซ้ำ เพื่อควบคุมความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ฐานหอ
5. หม้อต้มซ้ำ (reboiler) คือเครื่องให้พลังงานความร้อนกับสารผสมที่ฐานหอ
6. เครื่องมือวัด สำหรับระบบหอกลิ้นในห้องปฏิบัติการวิจัยนี้ ใช้เซนเซอร์อุณหภูมิสำหรับตรวจวัดอุณหภูมิของสารผสมแต่ละชั้นในลำตัวของหอ
7. ท่อป้อนสารเข้าสู่หอและระบบป้อนสาร
8. วาล์วต่างๆทำหน้าที่ควบคุมการไหลของสารในกระบวนการ



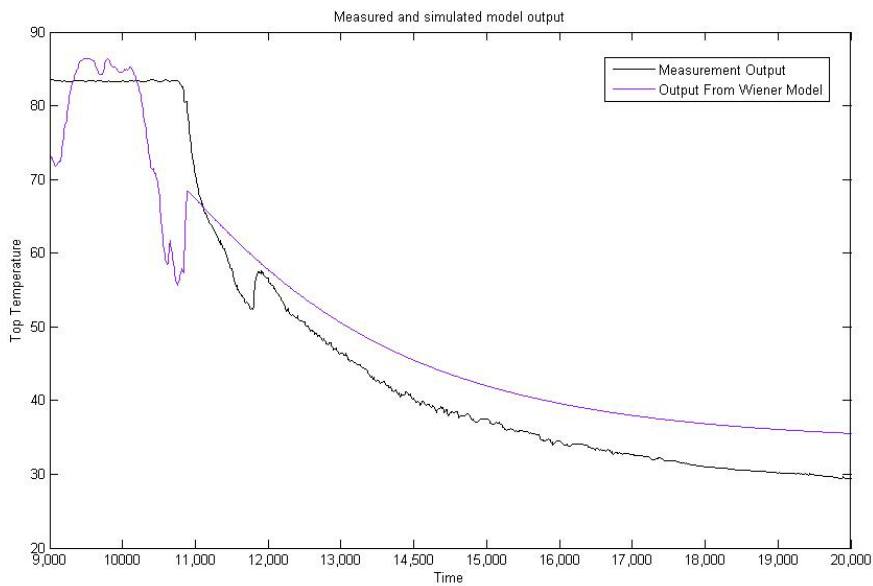
รูปที่ 6.1: หอกลั่นที่มีโครงสร้างการควบคุมแบบ L-V

6.2 การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองของวีเนอร์สำหรับหอกลั่นแยกสารสองชนิด

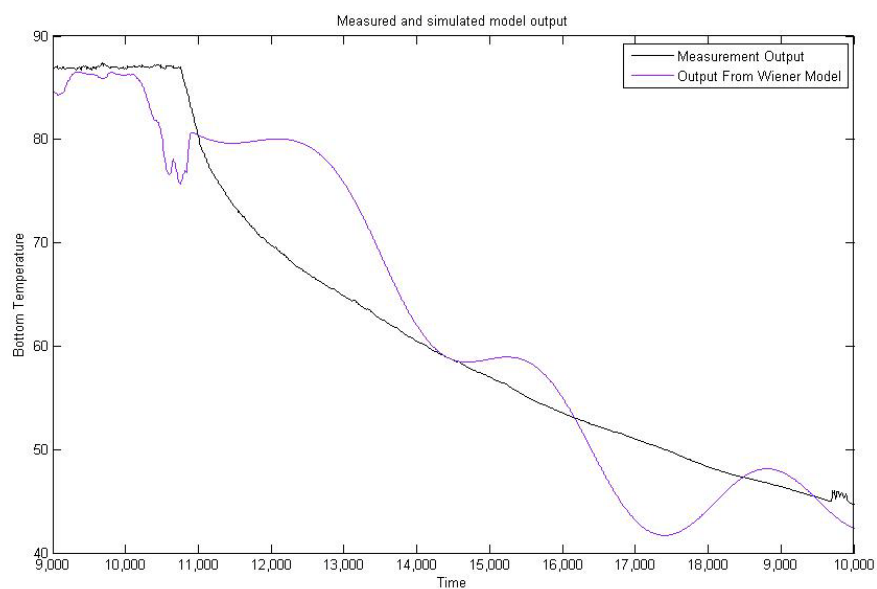
หอกลั่นแยกสารสองชนิดนั้นเป็นระบบสองสัญญาณเข้าสองสัญญาณออก สัญญาณเข้าเป็นสัญญาณควบคุมอัตราส่วนป้อนกลับยอดหอและสัญญาณควบคุมอัตราการต้มซ้ำ สัญญาณออกเป็น อุณหภูมิที่ยอดหอ และอุณหภูมิฐานหอ [11] โดยเราได้ใช้ข้อมูลของสัญญาณเข้า -ออกที่ถูกบันทึกไว้ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ในการระบุเอกลักษณ์โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์นั้น เราใช้เครื่องมือการระบุเอกลักษณ์ในโปรแกรม MATLAB เป็นตัวช่วยในการหาแบบจำลองของวีเนอร์สำหรับหอกลั่นแยกสารสองชนิด ในการระบุเอกลักษณ์โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์นั้น เราได้ทดลองเลือกจำนวนศูนย์ (Zero) จำนวนขั้ว (Pole) และ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นชนิดต่างๆ โดยผลการทดลองการระบุเอกลักษณ์นั้นสามารถแสดงดัง ตารางที่ 6.1 ผลการระบุเอกลักษณ์ของหอกลั่นแยกสารสองชนิดโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์

ตารางที่ 6. 1: ผลการระบุเอกลักษณ์ของหอกลับแยกสารสองชนิดโดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์

จำนวนข้อ และจำนวน ศูนย์ของ $G_{11} = \frac{y_1}{u_1}$		จำนวนข้อ และจำนวน ศูนย์ของ $G_{21} = \frac{y_2}{u_1}$		จำนวนข้อ และจำนวน ศูนย์ของ $G_{12} = \frac{y_1}{u_2}$		จำนวนข้อและ จำนวนศูนย์ของ $G_{22} = \frac{y_2}{u_2}$		ฟังก์ชันไม่ เชิงเส้นของ สัญญาณขา ออก Y_1	ฟังก์ชันไม่เชิง เส้นของ สัญญาณขา ออก Y_2	เปอร์เซ็นต์ ความ เหมาะสม	
ข้อ	ศูนย์	ข้อ	ศูนย์	ข้อ	ศูนย์	ข้อ	ศูนย์			y_1	y_2
1	2	1	2	1	2	1	2	ฟังก์ชันเชิง เส้นเป็นช่วง	ฟังก์ชันเชิง เส้นเป็นช่วง	37.41	37.90
1	2	1	2	1	2	1	2	ฟังก์ชันอิมพัลส์	ฟังก์ชันอิมพัลส์	42.89	46.76
1	2	1	2	1	2	1	2	พหุนามกำลัง สอง	พหุนามกำลัง สอง	38.00	39.69
1	2	1	2	1	2	1	2	พหุนามกำลัง สาม	พหุนามกำลัง สาม	37.51	39.69
2	2	2	2	2	2	2	2	ฟังก์ชันอิมพัลส์	ฟังก์ชันอิมพัลส์	42.21	42.4
2	2	2	2	2	2	2	2	พหุนามกำลัง สอง	ฟังก์ชันอิมพัลส์	40.36	41.42
2	2	2	2	2	2	2	2	พหุนามกำลัง สอง	พหุนามกำลัง สอง	38.52	39.69
2	2	2	2	2	2	2	2	พหุนามกำลัง สาม	พหุนามกำลัง สาม	40.68	41.77
2	3	2	3	2	3	2	3	ฟังก์ชันอิมพัลส์	ฟังก์ชันอิมพัลส์	48.32	50.72
2	3	2	3	2	3	2	3	พหุนามกำลัง สาม	พหุนามกำลัง สาม	45.32	48.5
3	3	2	3	3	3	3	3	ฟังก์ชันอิมพัลส์	ฟังก์ชันอิมพัลส์	42.5	48.3
3	3	2	3	3	3	3	3	พหุนามกำลัง สาม	พหุนามกำลัง สาม	44.67	46.81



(ก)



(ข)

รูปที่ 6.3 เปรียบเทียบสัญญาณออกที่วัดได้จากหอกลั่นแยกสารสองชนิดกับสัญญาณออกจากแบบจำลองวีเนอร์ (ก) อุณหภูมิยอดหอ และ (ข) อุณหภูมิฐานหอ

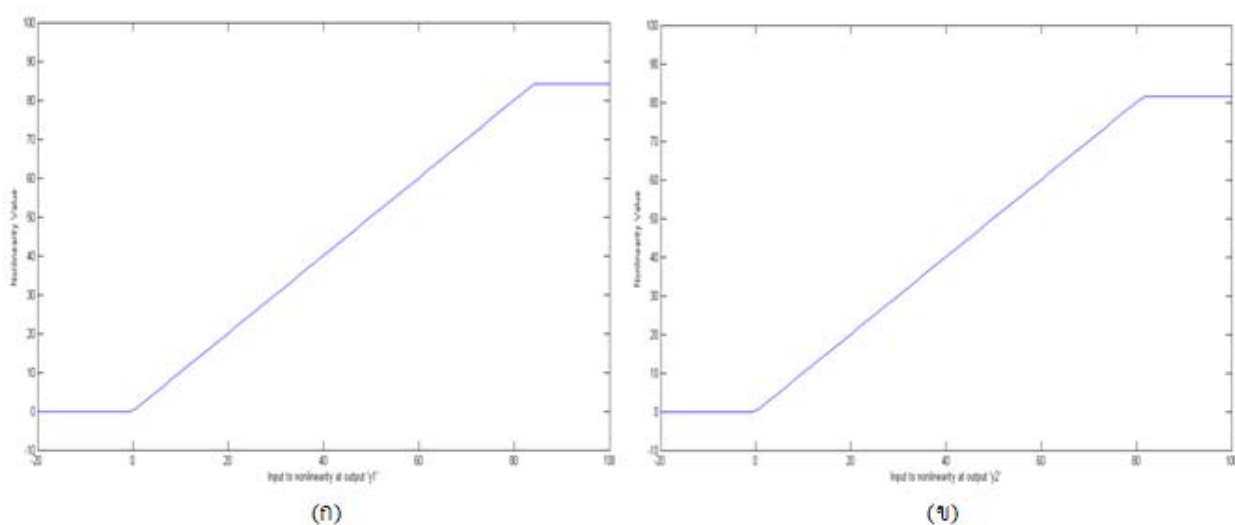
จากตารางที่ 6.1 แถวที่ตัวอักษรสีเข้มนั้นเป็นแถวที่ได้ เปรอ์เซ็นต์ความเหมาะสมสูงที่สุด ผลการระบุเอกลักษณ์หอกลั่น โดยใช้แบบจำลองของวีเนอร์ที่เราเลือกใช้นั้นแสดงดังรูปที่ 6.3 โดยแบบจำลองวีเนอร์ที่เราเลือกนั้นเป็นแบบจำลองที่มี จำนวนขั้ว เท่ากับ 4 และจำนวน ศูนย์ เท่ากับ 3

ส่วนฟังก์ชันไม่เชิงเส้น คือ ฟังก์ชันอิมพัลส์ แบบจำลองมีส่วนประกอบที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นของแบบจำลองสามารถแสดงได้ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1.2031 & 0.4348 & -0.639 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.2864 & 0.2005 & -0.487 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.4924 & -1.057 & 0.6213 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5948 & -1.142 & 0.6886 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.500 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1.000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.2500 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 0.4363 & 0 \\ -0.4299 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.7804 \\ 0 & -0.7704 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.1281 & 0 \\ 0.2409 & 0 \\ 0 & -0.1872 \\ 0 & 0.0909 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; D = 0$$

ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของสัญญาณขาออกทั้งสองสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6.2



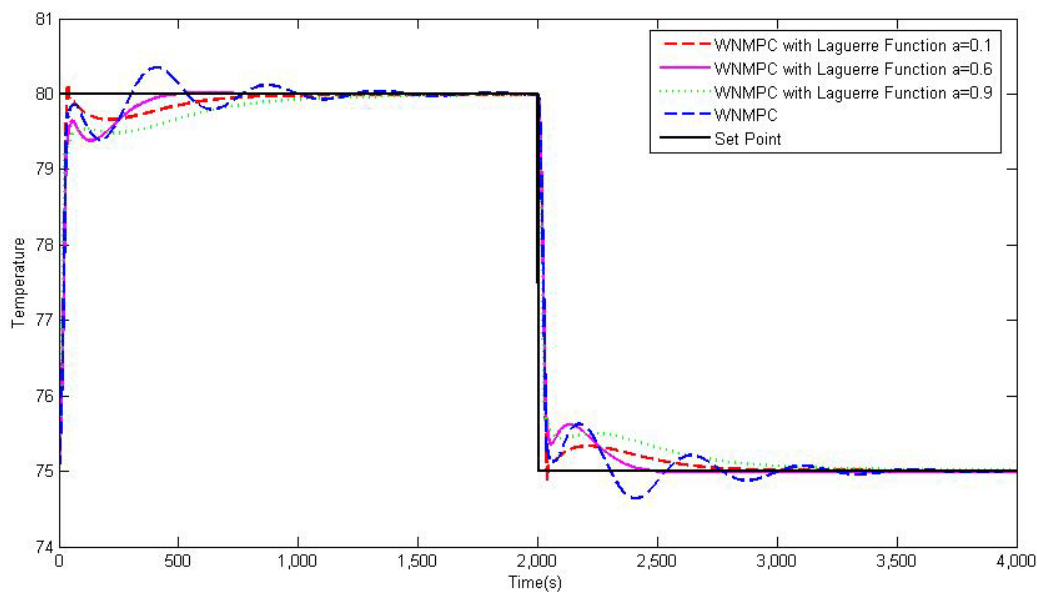
รูปที่ 6.2: ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นในแบบจำลองวินเนอร์สำหรับหอคั่นแยกสารสองชนิด (ก) อุณหภูมิที่ฐานหอ (ข) อุณหภูมิที่ยอดหอ

6.3 การควบคุมหอกลิ้นโดยใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์

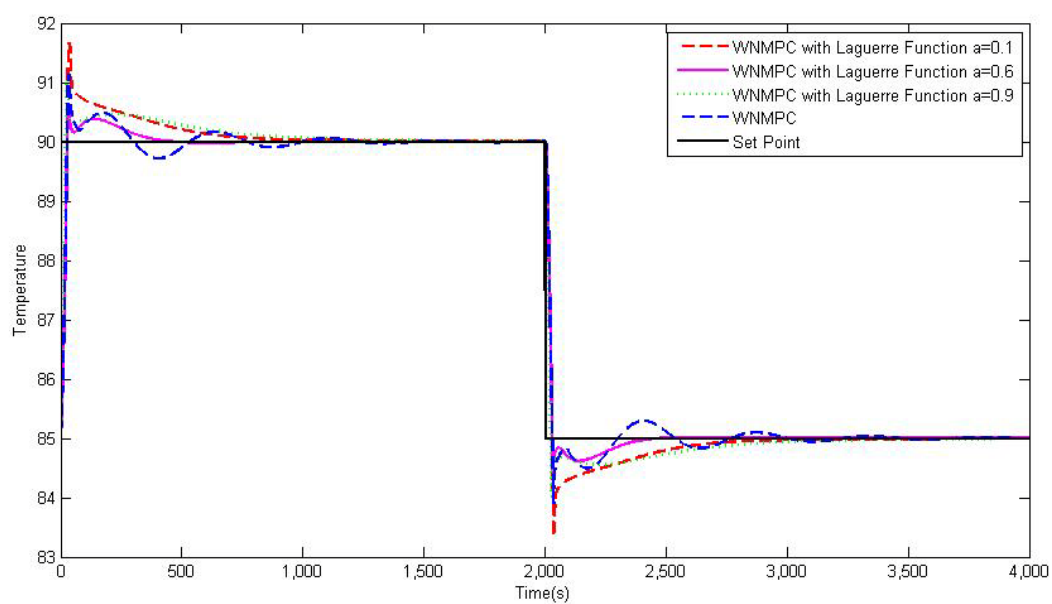
เราได้จำลองผลการควบคุมระบบหอกลิ้นแยกสารสองชนิดโดยใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองชนิดไม่เชิงเส้นที่ใช้แบบจำลองของวีเนอร์และฟังก์ชันลาแกร์ ในการจำลองผลนั้นค่าของเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักทั้งสองและค่าของแนวราบการทำนายมีค่า และ ค่าพารามิเตอร์อื่นในการจำลองผลทั้งหมดแสดงไว้ในตารางที่ 6.2 เพื่อให้เห็นผลของผลตอบของระบบที่เกิดจากขนาดของค่าตัวแปรปรับค่าเราจะทำการทดลองโดยการแปรผันค่าตัวแปรปรับค่า โดยผลการทดลองที่นำเสนอคือการแปรผันค่า a_2 จากนั้นสังเกตการเปลี่ยนแปลงผลตอบของอุณหภูมิที่ฐานหอ และ ยอดหอ โดยวัตถุประสงค์ของการควบคุมคือการให้สัญญาณขาออกทั้งสองเป็นไปตามค่าเป้าหมายที่ต้องการ ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 6.4 และ 6.5 ในการจำลองผลนั้นค่าสัญญาณออกที่แสดงนั้นเป็นค่าจากแบบจำลองวีเนอร์เนื้อ

ตารางที่ 6. 2: ค่าพารามิเตอร์ในการจำลองผลการควบคุมหอกลิ้นแยกสารสองชนิด

พารามิเตอร์	ค่าของพารามิเตอร์
Q	$C^T C$
R_L	$500I$
R	$500I$
N_c	80
N_p	250
a_1	0.9
a_2	ค่าที่แปรผัน คือ 0.2, 0.6 และ 0.9
N_1	5
N_2	5

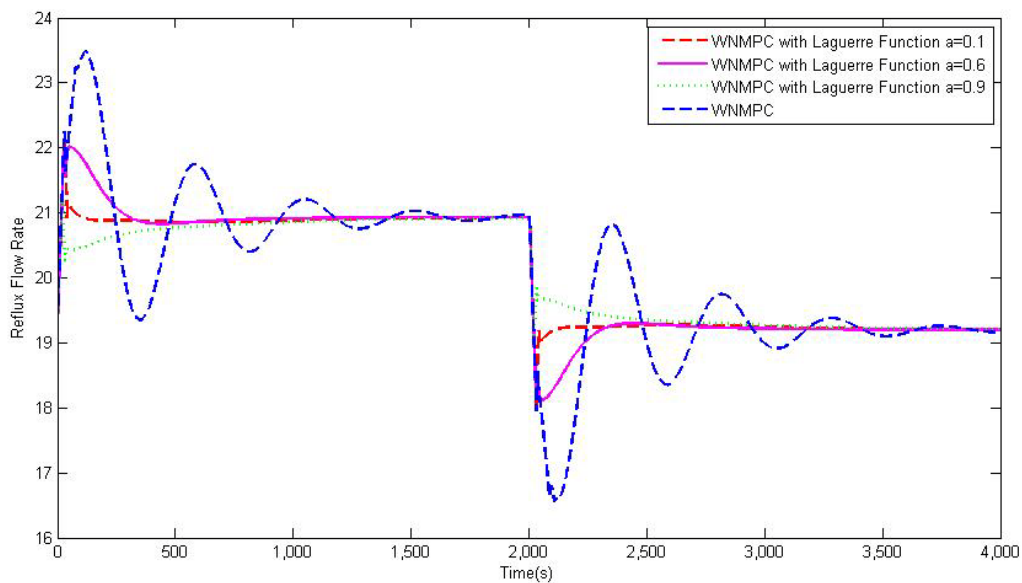


(ก)

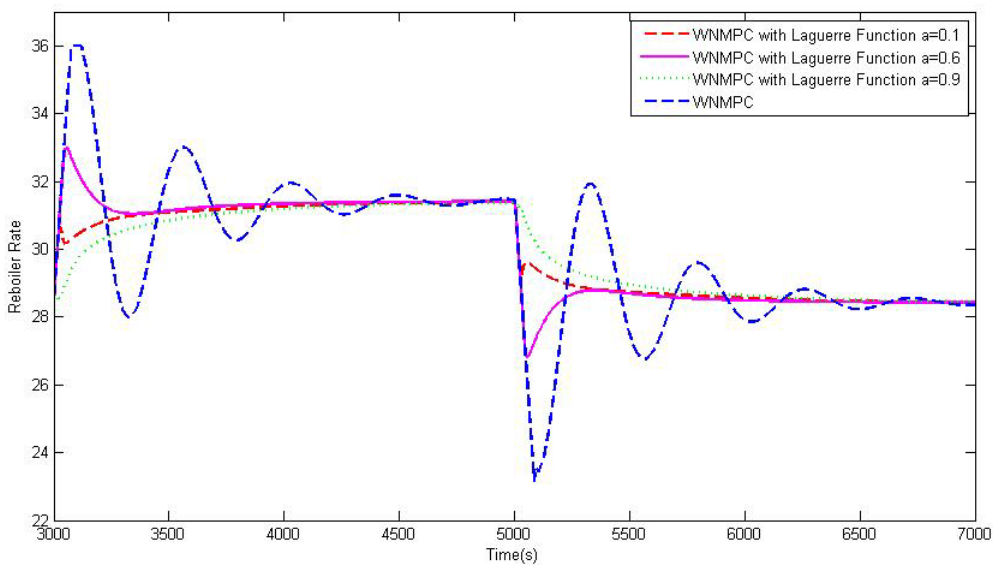


(ข)

รูปที่ 6.4 การเปรียบเทียบสัญญาณออกกระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) อุณหภูมิยอดหอ และ (ข) อุณหภูมิฐานหอ



(ก)



(ข)

รูปที่ 6.5 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมระหว่างระบบที่ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) อัตราป้อนสารที่ขอลดลง และ (ข) อัตราการต้มซ้ำ

ตารางที่ 6.3: เปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะของการควบคุมเชิงทำนายแบบไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน
ลาแกร์และไม่ใช่ฟังก์ชันลาแกร์

	เวลาเข้าที่(วินาที)		ส่วนพุ่งเกิน(%)		ความผิดพลาดที่ สถานะอยู่ตัว	
	อุณหภูมิ ยอดหอ	อุณหภูมิ ฐานหอ	อุณหภูมิ ยอดหอ	อุณหภูมิ ฐานหอ	อุณหภูมิ ยอดหอ	อุณหภูมิ ฐานหอ
การควบคุมเชิงทำนาย แบบจำลองไม่เชิงเส้น วีเนอร์	700	750	10	24	0	0
การควบคุมเชิงทำนาย แบบจำลองไม่เชิงเส้น วีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ $a = 0.1$	250	600	0.5	32	0	0
การควบคุมเชิงทำนาย แบบจำลองไม่เชิงเส้น วีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ $a = 0.6$	400	250	0	10	0	0
การควบคุมเชิงทำนาย แบบจำลองไม่เชิงเส้น วีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลาแกร์ $a = 0.9$	750	750	0	10	0	0

ผลลัพธ์จากการทดลองแปรผันค่าตัวประกอบปรับค่า (a_2) แสดงดังรูปที่ 6.4 และ 6.5 และตารางที่ 6.3 เราจะสังเกตเห็นได้ชัดเจนว่าค่าของตัวประกอบปรับค่านั้นมีผลต่อสัญญาณออกของระบบโดยค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าน้อยส่งผลให้ได้ผลตอบที่เร็วขึ้น ส่วนค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่ามากจะให้ผลตอบที่ช้า นอกจากนี้เรายังสังเกตเห็นผลของอุณหภูมิที่ยอดหอซึ่งได้รับผลกระทบจากการแปรผันค่าตัวประกอบปรับค่า (a_2) จากการทดลองเราเห็นว่าเมื่อค่า a_2 มีค่ามากขึ้นซึ่งเป็นการปรับเพื่อต้องการให้อุณหภูมิที่ฐานหอเข้าสู่ค่าเป้าหมายช้าลงส่งผลให้อุณหภูมิที่ยอดหอถึงค่าเป้าหมายช้าลงด้วยเช่นกัน และ เมื่อค่า a_2 มีเป็นการปรับเพื่อต้องการให้อุณหภูมิที่ฐานหอเข้าสู่ค่าเป้าหมายเร็วขึ้นส่งผลให้อุณหภูมิที่ยอดหอถึงค่าเป้าหมายเร็วขึ้นด้วยเช่นกัน หลักการทำงานของหอ

กลั่นนั้นคือเราจะให้ความร้อนแก่สารที่ฐานหรือทำให้สารที่มีจุดเดือดต่ำนั้นจะเดือดและลอยตัวขึ้นไป จากหลักการดังกล่าวอุณหภูมิที่ฐานหรือเข้าสู่ค่าเป้าหมายเร็วเท่าใดก็จะส่งผลในทางเดียวกันกับอุณหภูมิที่ยอดหอเช่นกัน ดังนั้นในระบบหอกลั่นแยกสารสองชนิดนั้นถ้าเราต้องการให้ผลของอุณหภูมิที่ยอดหอเข้าสู่ค่าเป้าหมายเร็วขึ้นเราสามารถทำได้โดยการปรับค่า a_2 ให้น้อยลง ที่จริงแล้วสำหรับระบบที่เป็นหลายสัญญาณเข้าหลายสัญญาณออกนั้นเราสามารถปรับตัวประกอบปรับค่าตัวใดก็ได้ตามที่ต้องการ ตัวอย่างเช่นเราต้องการให้สัญญาณออกที่สองมีค่าเร็วขึ้นหรือช้าลงเราก็สามารถไปปรับค่าของตัวประกอบปรับค่าของสัญญาณออกที่สองให้มีค่าน้อยลงหรือมากขึ้นตามลำดับ นอกจากนี้จำนวนตัวแปรในการหาสัญญาณควบคุมเหมาะที่สุดนั้นยังลดลงอย่างมากในกรณีของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์นั้น จำนวนตัวแปรที่ลดลงนั้นได้ส่งผลทำให้ระยะเวลาในการคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมเหมาะที่สุดนั้นลดลงด้วย เวลาที่ใช้ในการคำนวณสัญญาณควบคุมเหมาะที่สุดแสดงดังตารางที่ 6.4

ตารางที่ 6.4: เวลาการคำนวณสัญญาณควบคุมเหมาะที่สุด

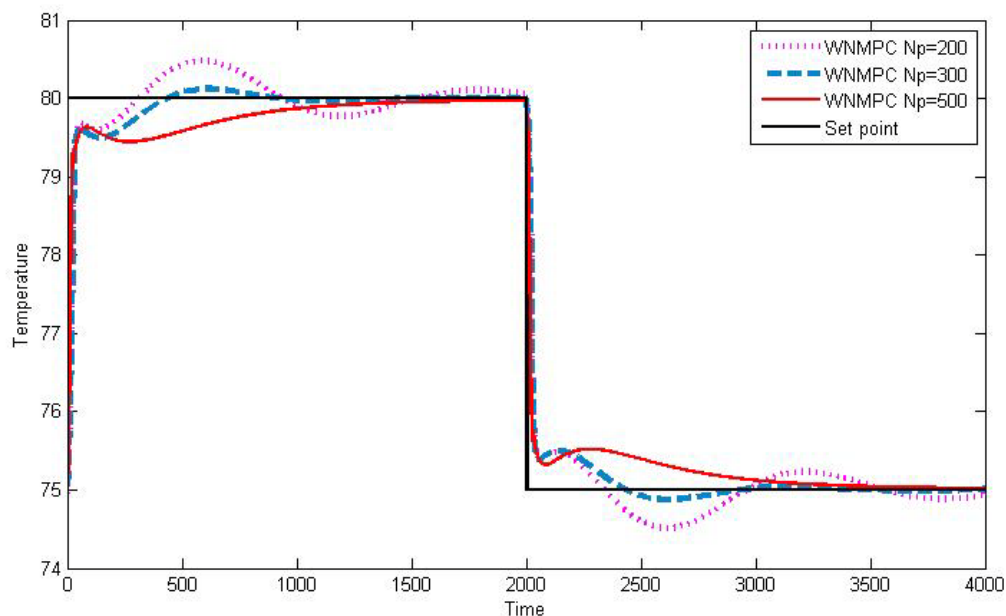
	เวลาที่ใช้คำนวณสัญญาณควบคุมเหมาะที่สุด (วินาที)
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์	25×10^{-3}
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลากเกอร์ $N_1 + N_2 = 10$	1.1×10^{-3}
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลากเกอร์ $N_1 + N_2 = 15$	1.12×10^{-3}
การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน ลากเกอร์ $N_1 + N_2 = 20$	1.20×10^{-3}

จากตารางที่ 6.4 เราพบว่าการใช้ฟังก์ชันลากเกอร์ร่วมกับควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ นั้นทำให้เวลาในการคำนวณสัญญาณควบคุมลดลงอย่างมากเนื่องมาจากจำนวนตัวแปรที่ลดลง

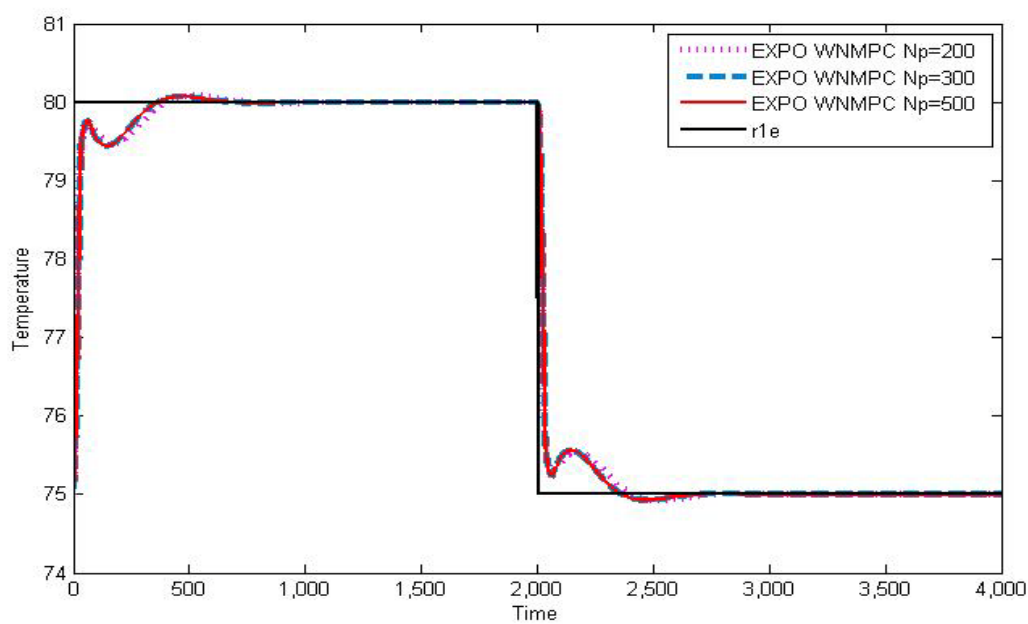
6.4 การประยุกต์การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักกับหอกลิ้น

แยกสารสองชนิด

ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้นถูกใช้เพื่อปรับปรุงจำนวนภาวะให้มีขนาดลดลง เพื่อให้คำตอบที่คำนวณได้นั้นเชื่อถือได้ ในหัวข้อนี้เราได้ทำการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์เพื่อนำไปควบคุมหอกลิ้นแยกสารสองชนิด เราได้ทำการทดลองแปรผันค่าแนวราบการทำนาย N_p ทั้งหมด 3 ค่า ได้แก่ 200, 300 และ 500 และกำไ้เลขฐานในฟังก์ชันเลขชี้กำลัง $\alpha = 4$ สำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ลาแกร์ฟังก์ชัน และ สำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ลาแกร์ฟังก์ชันที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก เพื่อทำการเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้ของค่าแนวราบการทำนายแต่ละค่าโดยผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 6.5 ถึง 6.8 ส่วนจำนวนภาวะนั้นแสดงในตารางที่ 6.3

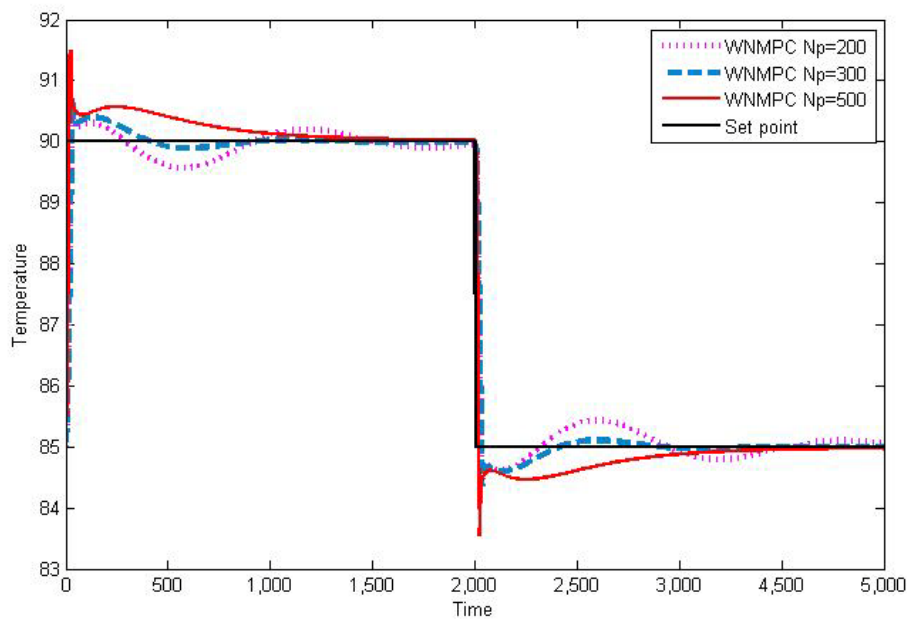


(ก)

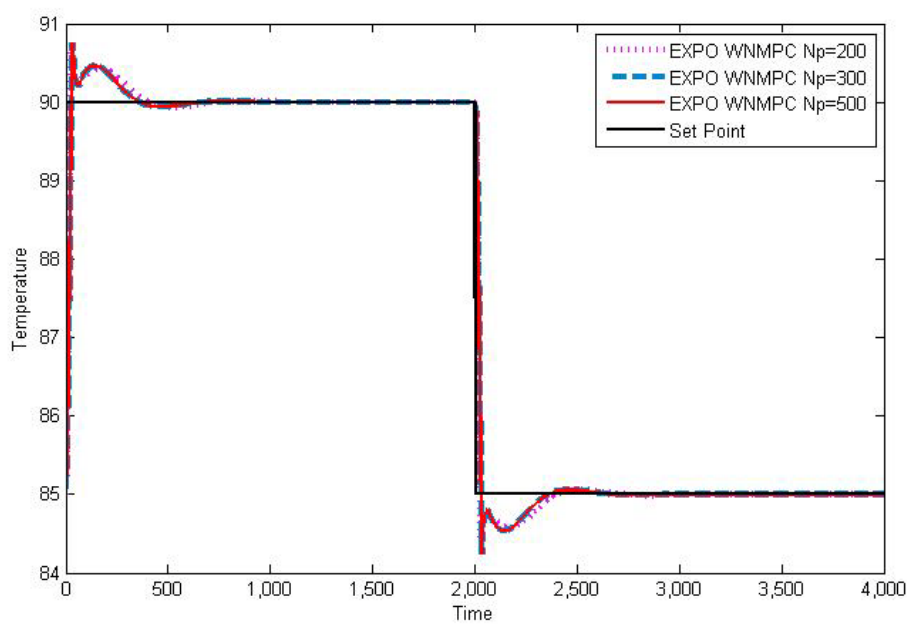


(ข)

รูปที่ 6.6 อุณหภูมิยอดหอของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์
 (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก

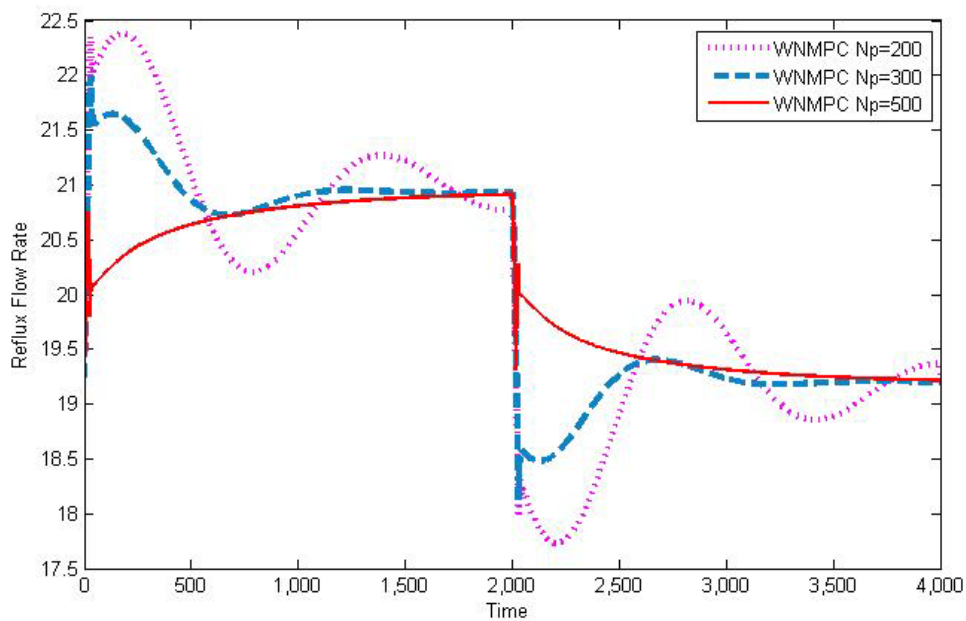


(ก)

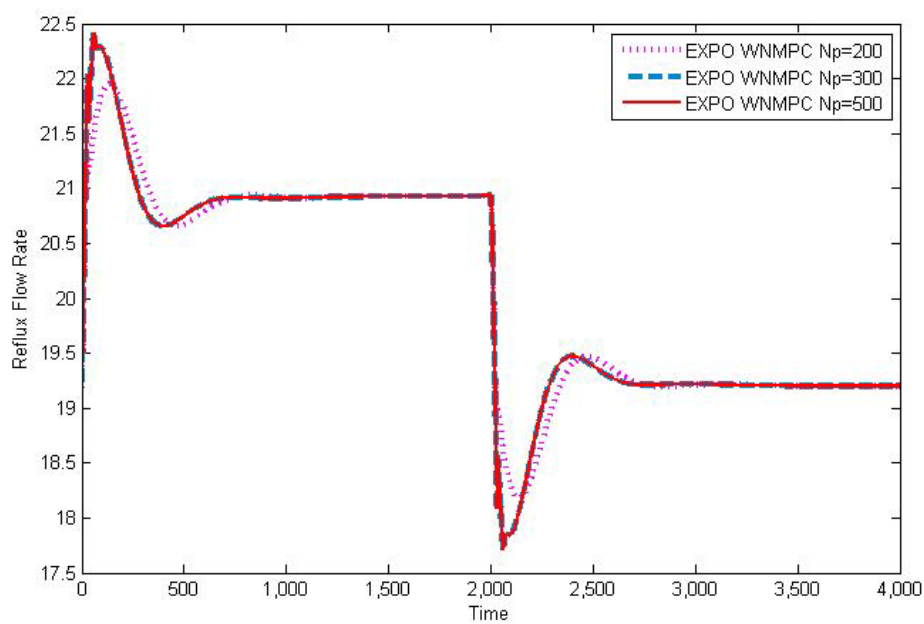


(ข)

รูปที่ 6.7 อุณหภูมิฐานของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวินเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์
 (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก

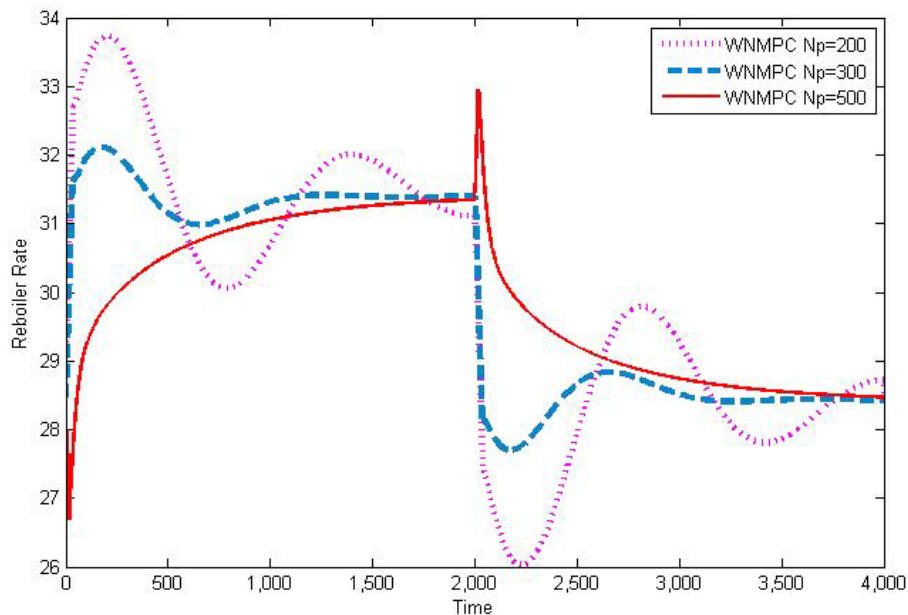


(ก)

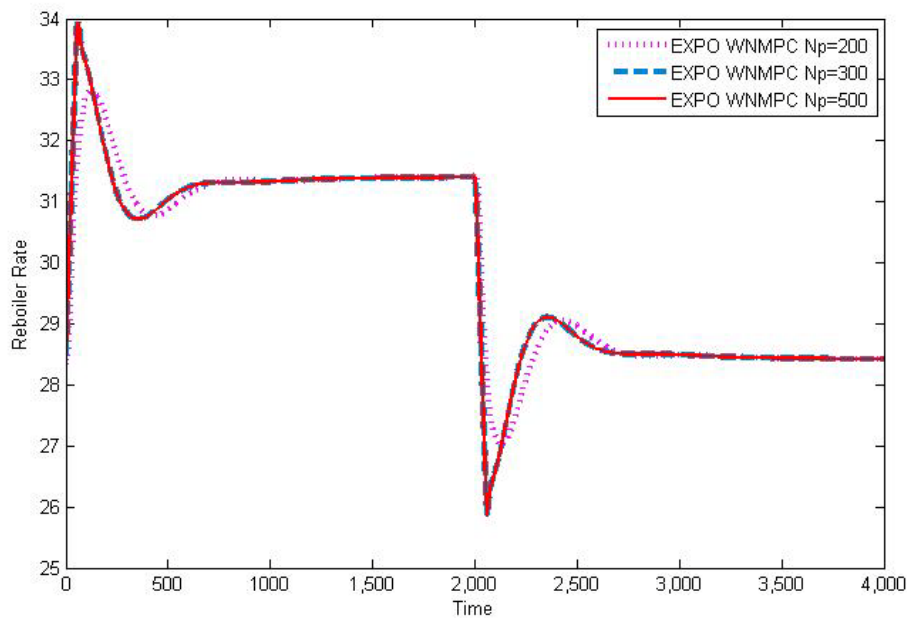


(ข)

รูปที่ 6.8 อัตราการป้อนกลับยอดหอของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก



(ก)



(ข)

รูปที่ 6.9 อัตราการต้มซ้ำของระบบที่ใช้การควบคุมการทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์ (ก) ไม่ใช่ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (ข) ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก

ตารางที่ 6.3: จำนวนภาวะของเมทริกซ์ Ω เมื่อแปรผันค่าแนวราบการควบคุม

เลขฐาน α	แนวราบการทำนาย N_p	เลขหมายเงื่อนไข $\kappa(\Omega)$
1	200	4.693×10^5
1	300	1.081×10^6
1	500	2.803×10^6
4	200	406.78
4	300	407.36
4	500	407.36

ตารางที่ 6.3 แสดงให้เห็นผลของการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักที่มีต่อจำนวนภาวะ จากผลการทดลองเราพบว่าเมื่อเราประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์นั้น ทำให้จำนวนภาวะลดลงอย่างมากแม้ว่าค่าแนวราบการการทำนายจะมีค่าสูงก็ตาม การที่จำนวนภาวะมีค่าลดลงนั้นส่งผลต่อความเชื่อถือได้ของคำตอบซึ่งในที่นี้ก็คือสัญญาณควบคุมที่เราคำนวณได้จากปัญหาค่าตั้งสองค่าสุดนั่นเอง ยิ่งจำนวนภาวะมีค่าน้อยความเชื่อถือได้ของคำตอบยิ่งเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้จากรูปที่ 6.7 ก และ 6.8 ก นั้นเราจะสังเกตได้ว่าในกรณีที่ไมใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้น ค่าแนวราบการทำนายที่เปลี่ยนไปจะส่งผลต่อผลตอบของระบบอย่างเห็นได้ชัด ส่วนในรูปที่ 6.7 ข และ 6.8 ข แสดงผลตอบในกรณีที่ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง เราพบว่าในกรณีดังกล่าวค่าแนวราบการทำนายที่เปลี่ยนไปนั้น ไม่ได้ส่งผลต่อผลตอบของระบบมากนัก

6.5 สรุป

ในบทนี้เราแสดงการระบุเอกลักษณ์ของหอกลับแยกสารสองชนิดด้วยแบบจำลองวีเนอร์ และใช้วิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันแกมมาควบคุมหอกลับแยกสารสองชนิด โดยจากการทดลองแปรผันค่าตัวประกอบค่าแสดงให้เห็นค่าของตัวประกอบปรับค่าที่มีผลต่อผลตอบของระบบ จากผลการทดลองนั้นทำให้เราสามารถใส่ค่าตัวประกอบปรับค่าในการปรับจูนผลตอบของระบบได้นอกจากนี้เรายังฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักในการแก้ปัญหาจำนวนภาวะเลย ซึ่งทำให้จำนวนภาวะลดลงอย่างมาก วิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิง

เส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้น มีพารามิเตอร์ที่มีผลต่อผลตอบสนองอยู่หลายตัว ผลของค่าพารามิเตอร์แต่ละตัวสามารถสรุปได้ดังนี้

- ตัวประกอบปรับค่า (a) ค่าตัวประกอบปรับค่าที่สามารถกำหนดได้นั้นต้องอยู่ในช่วง $0 \leq a < 1$ โดยค่าตัวประกอบปรับค่าที่ค่าน้อยจะทำให้ผลตอบสนองของระบบเร็วขึ้น ในขณะที่ค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่ามากจะทำให้ผลตอบสนองเร็วขึ้น
- จำนวนของฟังก์ชันลาแกร์ (N) สามารถกำหนดได้อิสระ จำนวนฟังก์ชันลาแกร์ยิ่งน้อยยิ่งเสริมให้ผลของตัวประกอบปรับค่ามีผลต่อผลตอบสนองมากยิ่งขึ้น
- ค่าแนวราบการควบคุม (N_p) สามารถกำหนดได้อิสระ ค่าแนวราบการควบคุมที่มากขึ้นสามารถลดความผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว แต่ค่าแนวราบการควบคุมที่เพิ่มมากขึ้นอาจทำให้จำนวนภาวะมีค่าสูงมากขึ้นส่งผลให้ความเชื่อถือได้ของสัญญาณควบคุมที่คำนวณได้ลดลง
- เลขฐานของฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนัก (a) ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักเพื่อลดจำนวนภาวะลง การที่จะทำให้จำนวนภาวะลดลงได้นั้นเลขฐานของฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักต้องมีค่ามากกว่า 1 ($a > 1$) สำหรับกรณีที่ระบบไม่มีเสถียรภาพค่าของเลขฐานของฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้นจะต้องมีค่ามากกว่าค่าของขั้ว (Pole) ตัวที่มีค่ามากที่สุด

บทที่ 7

บทสรุป ปัญหา และ ข้อเสนอแนะ

7.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ฟังก์ชันลาแกร์สำหรับหอกลับแยกสารสองชนิด แบบจำลองของวีเนอร์นั้นถูกนำมาใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น โครงสร้างของแบบจำลองวีเนอร์นั้นประกอบด้วย ส่วนที่เป็นระบบพลวัตเชิงเส้นและส่วนที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้น ต่ออนุกรมกันอยู่ สิ่งที่สำคัญสำหรับส่วนฟังก์ชันไม่เชิงเส้นนั้นคือฟังก์ชันดังกล่าวต้องมีฟังก์ชันผกผัน เนื่องจากการมีฟังก์ชันผกผันนี้เองทำให้การประยุกต์ใช้แบบจำลองวีเนอร์ร่วมกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นนั้นสามารถทำให้ฟังก์ชันต้นทุนนั้นเป็นฟังก์ชันกำลังสองเหมือนกับฟังก์ชันต้นทุนของการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองทั่วไป ถึงแม้ว่าการใช้แบบจำลองวีเนอร์นั้นจะทำให้ฟังก์ชันต้นทุนเป็นฟังก์ชันกำลังสองแต่ อย่างไรก็ตาม จำนวนตัวแปรในปัญหาค่าเหมาะที่สุด แปรผันตามกับแนวราบการควบคุม หรือจำนวนสัญญาณควบคุม เมื่อแนวราบการควบคุมมีค่ามาก ก่อให้เกิดภาระหนักในการคำนวณ และส่งผลให้จำนวนภาวะเลว เราจึงได้นำฟังก์ชันลาแกร์และฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักมาแก้ไขปัญหาดังกล่าว ผลจากการใช้ฟังก์ชันลาแกร์นั้นทำให้จำนวนตัวแปรในการแก้ปัญหาลดลง และเรายังสามารถใช้พารามิเตอร์ของฟังก์ชันลาแกร์เป็นตัวแปรสำหรับการปรับจูนผลตอบสนองของระบบได้อีกด้วย จากผลการทดลองจะพบว่าค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าน้อยนั้นจะส่งผลให้ผลตอบสนองของระบบเร็วขึ้น ส่วนค่าตัวประกอบปรับค่าที่มีค่าสูงจะให้ผลตอบที่ช้าแต่จะผลตอบไม่แกว่งตัว ผลจากการใช้ฟังก์ชันเลขชี้กำลังถ่วงน้ำหนักนั้นทำให้จำนวนภาวะมีค่าลดลงส่งผลให้คำตอบมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น

7.2 ปัญหา

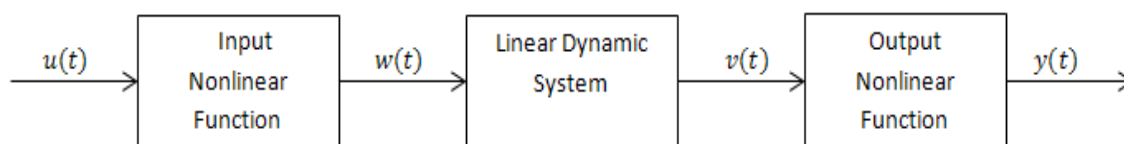
ในการทำวิทยานิพนธ์นี้มีปัญหามีปัญหาอยู่ 3 ประการ ได้แก่

1. หอกลั่นแยกสารสองชนิดในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมชำรุดจึงทำให้ไม่สามารถทำการทดลองกลับหอกลั่นจริงได้
2. ในการจำลองผลการควบคุมหอกลั่นแยกสารสองชนิดนั้นนั้นค่าสัญญาณออกที่แสดงนั้นเป็นค่าจากแบบจำลองวีเนอร์เนื่องจากไม่สามารถ ประยุกต์ใช้งานกับหอกลั่นแยกสารสองชนิดได้
3. เกิดเหตุขัดข้องระบบควบคุมแบบกระจายศูนย์ไม่สามารถใช้งานได้ ทำให้ไม่สามารถประยุกต์วิธีการที่นำเสนอกับระบบควบคุมแบบกระจายศูนย์ได้

7.3 ข้อเสนอแนะ

7.3.1 การใช้แบบจำลองแฮมเมอร์สไตน์-วีเนอร์

ในส่วนของข้อเสนอแนะในการพัฒนางานวิจัยลำดับต่อไปนั้น เราอาจเลือกใช้แบบจำลองอื่นนอกจากแบบจำลองวีเนอร์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ได้ดีกว่าแบบจำลองวีเนอร์ โดยแบบจำลองที่มีความเป็นไปได้ที่สามารถนำมาใช้ในการพัฒนางานวิจัยต่อไปคือ แบบจำลองแฮมเมอร์สไตน์-วีเนอร์ (Hammerstein-Wiener Model) โดยแบบจำลองดังกล่าวแสดงดังรูปที่ 7.2



รูปที่ 7. 1 โครงสร้างแบบจำลอง แฮมเมอร์สไตน์-วีเนอร์

แบบจำลองแฮมเมอร์สไตน์-วีเนอร์มีโครงสร้างที่คล้ายกับแบบจำลองของวีเนอร์แตกต่างกันตรงที่แบบจำลองแฮมเมอร์สไตน์-วีเนอร์มีฟังก์ชันไม่เชิงเส้นฝั่งสัญญาณเข้า เนื่องจากโครงสร้างที่

คล้ายคลึงกันทำให้การประยุกต์แบบจำลองดังกล่าวกับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นมีความเป็นไปได้ และเนื่องจากแบบจำลองดังกล่าวมีฟังก์ชันไม่เชิงเส้นทั้งฝั่งสัญญาณเข้าและออก น่าจะทำให้อธิบายพฤติกรรมของระบบไม่เชิงเส้นได้ดีกว่าแบบจำลองวีเนอร์

7.3.2 ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปประยุกต์บนระบบควบคุมแบบกระจายตัว

ในการนำไปประยุกต์ใช้งานวิธีการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองไม่เชิงเส้นวีเนอร์ที่ใช้ลาแกรีฟังก์ชันกับระบบควบคุมแบบกระจายศูนย์นั้น ผู้ทำวิทยานิพนธ์มีข้อเสนอแนะ 2 ประการ ดังนี้

1. การเขียนโปรแกรมลงระบบควบคุมแบบกระจายศูนย์ของ บริษัทโยโกกาวา นั้นมีความจำเป็นจะต้องศึกษาภาษาซีโบล (SEBOL) ซึ่งเป็นภาษาที่ไว้ใช้ในการเขียนโปรแกรมบนระบบควบคุมแบบกระจายศูนย์ของ บริษัทโยโกกาวา
2. ในการเปลี่ยนจากสถานะปกติมาเป็นการควบคุมจากโปรแกรมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ถูกเขียนขึ้นมาบนระบบการควบคุมแบบกระจายศูนย์นั้น ผู้ใช้งานจำเป็นต้องบันทึก ค่าสัญญาณเข้า สัญญาณออก และ ค่าตัวแปรสถานะ ณ ขณะนั้น ก่อนที่จะเปลี่ยนมาใช้โปรแกรมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่เขียนขึ้นมา
3. ในการประยุกต์ใช้งานจริงเราอาจมีความจำเป็นต้องคำนึงถึงสัญญาณรบกวนด้วย ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่ได้พูดถึงการจัดการสัญญาณรบกวน

รายการอ้างอิง

- [1] J. M. Maciejowski, Predictive Control with Constraints. London : Prentice Hall, 2002.
- [2] E. F. Camacho, and C. Bordons, Model Predictive Control. London : Springer-Verlag, 2000.
- [3] L. Wang, Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB.
London : Springer-Verlag, 2009.
- [4] D. G. Luenberger. Optimization by Vector Space Methods. New York : John Wiley and Sons,
1969
- [5] D. G. Luenberger. Linear and Nonlinear Programming. Second edition : Addison-Wesley
Publishing Company, 1984.
- [6] D. A. Wismer and R. Chattergy. *Itroduction to Nonlinear Optimization, a Problem Solving
Approach*. New York : North- Holland, 1978.
- [7] C. E. Garcia and A. M. Morshedi, Quadratic programming solution to Dynamic Matrix
Control. Chemical Engineering Communication, 46.(1986) :73–87.
- [8] A. L. Cervantes, O. E. Agamennoni, and J. L. Figueroa, A Nonlinear Model Predictive Control
System Based on Wiener Piecewise Linear Models . Journal of Process Control,
13 (2003) : 655-666.
- [9] The MathWorks Inc., System Identification Toolbox 7.3, 2009. Available online:
- [10] L. Ljung, System Identification – Theory for the User :Prentice-Hall, 1999.
- [11] B. Wahlberg, System identification using Laguerre models. IEEE Transactions on Automatic
Control .36(1991) : 551–562.
- [12] L. Wang, Discrete Model Predictive Control Design Using Laguerre. Journal of Process
Control .14(2004) :131-142.

- [13] วรพล กัณณีย์ และเดวิดบรรเจ็ดพงษ์ชัย, การระบุเอกลักษณ์และการวิเคราะห์ความไม่แน่นอน
ในแบบจำลองพลวัตของหอกลิ้นแยกสารสองชนิด. CD-ROM รวบรวมบทความ
ทางวิชาการซึ่งได้นำเสนอต่อที่ประชุมสัมมนา (Proceeding) ในการประชุม
วิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 29 (EECON 29) จัดโดยมหาวิทยาลัยราชภัฏ
ชัยบุรี ณ โรงแรม แอมบาสเดอร์ซิตี จอมเทียน จังหวัดชลบุรี ระหว่างวันที่ 9-10
พฤษภาคม 2549 หน้า 1073-1076

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

วิธีการแก้ปัญหาค่ากำลังสองต่ำสุดโดยวิธีการของฮิลเดรช

ปัญหาค่ากำลังสองต่ำสุดแบบมีฟังก์ชันต้นทุนเป็นฟังก์ชันกำลังสองและเงื่อนไขบังคับเป็นอสมการ[3] ดังนี้

$$\min_x J = \min_x \frac{1}{2} x^T E x + x^T F$$

$$\text{subject to } Mx \leq \gamma \quad (\text{ก.1})$$

เงื่อนไขจำเป็นสำหรับปัญหาค่าเหมาะสมสุด (เงื่อนไขของ คูณ และ ทักเกอร์) ประกอบด้วย [4], [5]

$$Ex + F + M^T \lambda = 0 \quad (\text{ก.2})$$

$$Mx - \lambda \leq 0 \quad (\text{ก.3})$$

$$\lambda^T (Mx - \gamma) = 0 \quad (\text{ก.4})$$

$$\lambda \geq 0 \quad (\text{ก.5})$$

โดยที่เวกเตอร์ λ คือ มีสมาชิกเป็นตัวคูณลากรานจ์ (Lagrange Multiplier) เงื่อนไขดังกล่าวสามารถแสดงรายละเอียดในรูปแบบเซตของเงื่อนไขแอคทีฟ (Active Constraints) นิยาม S_{act} แทนเซตของเงื่อนไขแอคทีฟ เงื่อนไขจำเป็นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$Ex + F + \sum_{i \in S_{act}} \lambda_i M_i^T = 0 \quad (\text{ก.6})$$

$$M_i x - \gamma_i = 0 \quad i \in S_{act} \quad (\text{ก.7})$$

$$M_i x - \gamma_i < 0 \quad i \notin S_{act} \quad (\text{ก.8})$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad i \in S_{act} \quad (\text{ก.9})$$

$$\lambda_i = 0 \quad i \notin S_{act} \quad (ก.10)$$

ฟังก์ชันต้นทุนของปัญหาค่าตั้งสองต่ำสุดสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$J = \frac{1}{2}x^T E x + x^T F + \lambda^T (Mx - \gamma) \quad (ก.11)$$

ค่าของ x และ λ ที่เป็นผลเฉลยในการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุนสามารถแสดงดังนี้

$$\lambda = -(ME^{-1}M)^{-1}(\gamma + ME^{-1}F) \quad (ก.12)$$

$$x = -E^{-1}(M^T \lambda + F) = x^0 - E^{-1}M^T \lambda \quad (ก.13)$$

โดยที่ $x^0 = -E^{-1}F$ คือผลเฉลยของฟังก์ชันต้นทุนที่ไม่มีเงื่อนไขบังคับ

การแก้ปัญหาค่าตั้งสองต่ำสุดโดยวิธีการของฮิลเดรชนั้นเป็นวิธีสำหรับแก้ปัญหาทวิภาวะ (Dual Problem) สำหรับปัญหาค่าตั้งสอง (ก.1) มีปัญหาทวิภาวะ ดังนี้

$$\max_{\lambda \geq 0} \min_x \frac{1}{2}x^T E x + x^T F + \lambda^T (Mx - \gamma) \quad (ก.14)$$

แทนค่าผลเฉลยของ x ที่ได้ตั้ง (ก.13) ได้ว่า

$$\max_{\lambda \geq 0} \left(-\frac{1}{2}\lambda^T H \lambda - \lambda^T K - \frac{1}{2}F^T E^{-1}F \right) \quad (ก.15)$$

โดยที่

$$H = ME^{-1}M^T \quad (ก.16)$$

$$K = \gamma + ME^{-1}F \quad (ก.17)$$

ดังนั้น (15) เป็นปัญหาค่าตั้งสองที่มีตัวแปรเป็น λ โดยสมการ (15) สามารถเปลี่ยนรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\max_{\lambda \geq 0} \left(-\frac{1}{2}\lambda^T H \lambda - \lambda^T K - \frac{1}{2}F^T E^{-1}F \right) = \min_{\lambda \geq 0} \left(+\frac{1}{2}\lambda^T H \lambda + \lambda^T K + \frac{1}{2}F^T E^{-1}F \right) \quad (ก.18)$$

วิธีการของฮิลเดรชสามารถหาผลเฉลยของ (ก.18) ในวิธีของฮิลเดรชนั้นมีเวกเตอร์บอกทิศทางคือเวกเตอร์ $e_i = [0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0]^T$ ทำให้การหาเวกเตอร์ λ นั้นสามารถหาที่ละองค์ประกอบ

λ_i โดยที่ λ_i เป็นผลเฉลยของ (19) เนื่องจาก $\lambda \geq 0$ ดังนั้นในกรณีที่ $\lambda_i < 0$ เราจะกำหนดค่าให้ $\lambda_i = 0$ เมื่อได้ค่า λ_i แล้วเราจะหา ค่า λ_{i+1} ต่อไป เมื่อหาองค์ประกอบของ λ ครบแล้วจะนับเป็นการคำนวณ 1 รอบ โดย λ สามารถเขียนแทนด้วย λ^m โดย m คือรอบการคำนวณซ้ำ จากนั้นจะทำการคำนวณซ้ำ โดยหา λ^{m+1} ต่อไป วิธีการหาเวกเตอร์ λ สามารถแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$\lambda_i^{m+1} = \max(0, w_i^{m+1}) \quad (ก.19)$$

โดยที่

$$w_i^{m+1} = -\frac{1}{h_{ii}} [k_i + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} \lambda_j^{m+1} + \sum_{j=i+1}^n h_{ij} \lambda_j^m] \quad (ก.20)$$

โดยที่ h_{ij} คือ สมาชิกลำดับที่ ij ในเมทริกซ์ $H = ME^{-1}M^T$ และ k_i คือสมาชิกลำดับที่ i ในเวกเตอร์ $K = \gamma + ME^{-1}F$ ตัวแปรที่เราต้องการหาที่จริงแล้วคือ x โดย λ กับ x มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$x = -E^{-1}(M^T \lambda + F) \quad (ก.21)$$

ภาคผนวก ข

การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองวีเนอร์

การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองวีเนอร์นั้นสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือในการระบุเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification Toolbox) ในโปรแกรม MATLAB [8] ขั้นตอนการระบุเอกลักษณ์โดยใช้เครื่องมือในการระบุเอกลักษณ์ของระบบในโปรแกรม MATLAB มีดังนี้

1. สร้างแบบจำลองจากสมการสถานะในโปรแกรม Simulink
2. บันทึกค่าสัญญาณขาเข้าแล้วสัญญาณขาออกของระบบเพื่อใช้ในการระบุเอกลักษณ์
3. นำสัญญาณขาเข้าและขาออกในขั้นตอนที่ 2 มาใช้ระบุเอกลักษณ์ การระบุเอกลักษณ์แบบจำลองวีเนอร์อาศัยโปรแกรม MATLAB ซึ่งสามารถทำได้ 2 วิธี ดังนี้

3.1 วิธีแบบบรรทัดคำสั่ง

คำสั่งที่ใช้ในการระบุเอกลักษณ์แบบจำลองวีเนอร์คือ

```
model = nlhw(data,[nb nf nk], InputNL, OutputNL)
```

data หมายถึง สัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบที่ต้องการระบุเอกลักษณ์

nb หมายถึง จำนวนศูนย์ (Zero) ที่ต้องการ

nf หมายถึง จำนวนขั้ว (Pole) ที่ต้องการ

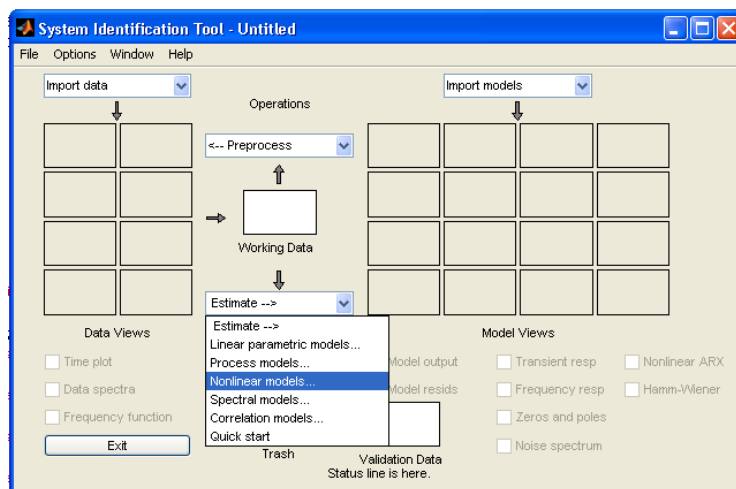
nk หมายถึง เวลาหน่วง

InputNL หมายถึง ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นขาเข้า

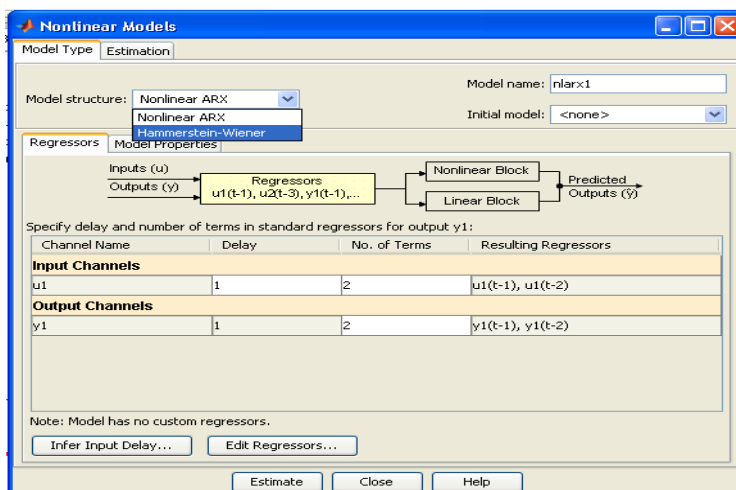
OutputNL หมายถึง ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นขาออก

3.2 วิธีแบบ GUI

การใช้ GUI ในการระบุเอกลักษณ์ของระบบทำได้โดยเข้าไปที่ GUI ของเครื่องมือระบุเอกลักษณ์ดังรูปที่ 1x แล้วเลือกที่ Estimate> Nonlinear Models เพื่อเปิดหน้าต่างสำหรับการระบุเอกลักษณ์ของแบบจำลองไม่เชิงเส้นดังรูปที่ 2x



รูปที่ 1ข. การใช้เครื่องมือระบุเอกลักษณ์โดยวิธี GUI



รูปที่ 2ข. การใช้เครื่องมือระบุเอกลักษณ์โดยวิธี GUI เพื่อทำการระบุเอกลักษณ์แบบจำลองของวีเนอร์

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอนวัช ฮารูดีน เกิดเมื่อวันที่ 7 เมษายน พ.ศ.2530 จังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของ นายอดิเรก และนางสุริยา ฮารูดีน สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551 และศึกษาต่อหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัด ห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม

ผลงานที่ได้ตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการเป็นดังนี้

- A. Harudeen and D. Banjerdpongchai, “Nonlinear Model Predictive Control with Wiener Model and Laguerre Function for CSTR Process,” in *Proc. the 8th Electrical Engineering/Electronics, Telecommunication, and information technology (ECTI con 2011)*, Khonkaen, Thailand, May 2011.