



**แบบจำลองการยืดหยุ่นตัวของหิน  
เนื่องจากความดันของการระเบิด**

โดย

**รองศาสตราจารย์ ดร. สง่า ตั้งชวาล**

**โครงการวิจัยเลขที่ 130 - GER - 2536  
ทุนส่งเสริมการวิจัยคณะวิศวกรรมศาสตร์**

จพ  
วศ 15  
008384

**สถาบันวิจัยและพัฒนาของคณะวิศวกรรมศาสตร์  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
กรุงเทพฯ ฯ**

**มีนาคม 2538**

สถาบันวิจัยและพัฒนาของ คณะวิศวกรรมศาสตร์ไม่รับผิดชอบ  
ต่อผลเสียใด ๆ อันอาจเกิดจากการนำความคิดเห็นในเอกสาร  
ฉบับนี้ไปใช้ ความคิดเห็นที่ปรากฏในเอกสารเป็นความคิดเห็น  
ของผู้เขียนซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นความคิดเห็นของสถาบันฯ

b142/5159

81491072



แบบจำลองการยืดหยุ่นตัวของหิน  
เนื่องจากความดันของการระเบิด

ELASTIC MODELS OF ROCK  
DUE TO EXPLOSION PRESSURES

รายงานฉบับสมบูรณ์ เรื่อง  
แบบจำลองการยืดหยุ่นตัวของหิน  
เนื่องจากความดันของการระเบิด



โดย

รองศาสตราจารย์ ดร. สง่า ตั้งชวาล  
วุฒิ Ph.D. (Mining Engineering)

โครงการวิจัยเลขที่ 130 - GER - 2536  
ทุนส่งเสริมการวิจัยคณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันวิจัยและพัฒนาคณะวิศวกรรม  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ

เดือน มีนาคม 2538



## บทคัดย่อ

### แบบจำลองการยืดหยุ่นตัวของหินเนื่องจากการระเบิด

ทฤษฎีเบื้องต้นของคลื่นพัลส์ที่เกิดเนื่องจากการระเบิดหินในงานวิศวกรรม ได้ถูกนำมาพิจารณาทบทวนกลไกหลายรูปแบบของภาวะความเค้นเนื่องจากความดันจากวัตถุระเบิดเพื่อหา solutions ที่เหมาะสมที่สุด การจำลองแบบของระเบิดหิน bench blasting ที่มีหลายแพทเทิร์น เพื่อหาปริมาณของหินที่ต้องการนำไปใช้ประโยชน์ในงานวิศวกรรมก็มีการเสนอแนะไว้เพื่อให้ผู้ทำงานในภาคสนามหรือวิศวกรมีแนวทางในการตัดสินใจได้ถูกต้อง แม่นยำ ปลอดภัยและรวดเร็ว

## ABSTRACT

### ELASTIC MODELS OF ROCK DUE TO EXPLOSION PRESSURES


Basic theories of wave pulse initiated from conventional blasting were reviewed. Mechanics of various stress wave forms of explosion pressure were proved to find the optimum solutions. The modelling of rock blasting for many bench blasting patterns in order to find the volume of rock that will be used in engineering works has been suggested. This will encourage the field workers or engineers having their precise, accurate, safe and quick decision.



## คำนำ

รายงานฉบับสมบูรณ์โครงการวิจัยเงินทุนคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปี 2536 เรื่อง "แบบจำลองการยึดหยุ่นตัวของหินเนื่องจากความดันของการระเบิด" หมายเลขโครงการ 130-GER-2536 นี้ จะเริ่มจากทฤษฎีเบื้องต้นของกระบวนการของการระเบิดในหิน จากนั้นก็นำมาสู่การวิเคราะห์คลื่นพัลส์ชนิดต่างๆ สมมุติฐานของแบบจำลองคลื่นจากการระเบิด ตลอดจนการเขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าตัวแปรที่ฟังฟังเมื่อเทียบกับ oscillatory motion และ time นอกจากนี้ผู้วิจัยยังประยุกต์ใช้ทฤษฎีคลื่นพัลส์ในการระเบิดเพื่อพัฒนาเหมืองหินในงานแบบ bench blasting อีกด้วย

โปรแกรมแบบจำลองที่เขียนขึ้นมาใช้ภาษาซี (C) มีชื่อว่า "BMODEL" ซึ่งมีการทำงานภายใต้ Microsoft Windows 3.11 Thai Edition สำหรับ User Interface ใช้ Microsoft Visual Basic version 3.0 และมี file dynamics link library ที่เขียนโดย Borland C++ version 3.1 ทำงานในส่วนของ การคำนวณ ในการพลอตกราฟสามารถ save file และนำมาปรุ่ดแต่งบนโปรแกรม Microsoft Excel หรือโปรแกรม Paint Brush ได้

 ส่องवाल

รองศาสตราจารย์ ดร. ส่อง ด้งवाल

มีนาคม 2538

## . กิติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณต่อคณะกรรมการวิจัยของสถาบันวิจัยและพัฒนาคณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความสนับสนุนทางด้านค่าใช้จ่ายมา ณ ที่นี้ด้วย

งานวิจัยโครงการนี้มีผู้ช่วยวิจัยหลายท่านซึ่งผู้วิจัยขอขอบคุณเป็นชุดแรก ได้แก่ ศาสตราจารย์ ดร. มงคล เดชนครินทร์ และอาจารย์จักรพันธ์ แซ่ลี อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ช่วยในการตรวจสอบความถูกต้อง กับ derived solutions นายดำรง แซ่ก้วย บัณฑิตปริญญาตรีวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ กับนายภาณุ ศรีวัลลภ บัณฑิตปริญญาตรีวิศวกรรมเหมืองแร่ ที่เขียนโปรแกรมและรวบรวมให้เป็น packed program

ในส่วนผู้ช่วยวิจัยที่ผู้วิจัยขอขอบคุณเป็นชุดที่สอง ได้แก่ อาจารย์ไพบุลย์ ศรีภคการ อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล กับนายปริญญา วิสัยธรรม นิสิตภาควิชาวิศวกรรมเหมืองแร่และปิโตรเลียม ที่ช่วยตรวจสอบสมการคลื่นในบางส่วน และขอขอบคุณ นายบดิรัช จิตต์รำพึง บัณฑิตปริญญาตรีวิศวกรรมเหมืองแร่ ที่ช่วยเขียนโปรแกรมให้ในบางส่วน อนึ่ง สำหรับงานพิมพ์ผู้เขียนขอขอบคุณต่อคุณนฤมล อารมณีสวะ ที่เหน็ดเหนื่อยในการพิมพ์และแก้ไขต้นฉบับหลายครั้ง

## สัญลักษณ์และสัญกรณ์

รายงานฉบับสมบูรณ์นี้มีความหลากหลายในรูปแบบของการวิเคราะห์ เพื่อเป็นการสะดวกในการหาปริมาณต่างๆ ของสัญลักษณ์ (symbol) และสัญกรณ์ (notation) จะเรียงลำดับอักษรตามเสียงที่ออกเป็นภาษาอังกฤษ เช่น  $\alpha$  ที่ออกเสียงเป็น alpha ก็จะมาก่อน  $\psi$  ที่ออกเสียง psi เป็นต้น คำบรรยายความหมายของสัญลักษณ์และสัญกรณ์ที่ใช้ก็จะคงไว้เป็นภาษาอังกฤษ

$A$	=	receiver node
$A(n)$	=	arbitrary function
$a$	=	radius of blasthole
$\alpha$	=	positive time decay constant
$\beta$	=	second positive time decay constant
$c$	=	longitudinal (dilatation) propagational wave velocity
$c_d$	=	detonation wave velocity
$c_p$	=	primary (longitudinal) wave velocity
$\chi$	=	constant for Rinehart's function
$\Delta$	=	dilatation (change in volumes per unit volume)
$E$	=	Young's modulus
$e$	=	base of the natural system of logarithms
$\epsilon_i$	=	oriented strain
$\epsilon_r$	=	radial strain
$\epsilon_\theta$	=	tangential strain



- $\epsilon_v$  = volumetric strain
- $\epsilon_z$  = tangential strain in z direction
- $\epsilon_{xi}$  = principal strain in radial direction
- $\epsilon_{yi}$  = principal strain in tangential direction
- $\eta$  = constant for Rinehart's function
- $G$  = modulus of rigidity
- $\gamma$  = variable for integration
- $i$  = imaginary unit
- $K_n$  = Hankel function
- $L$  = length of cylindrical charge
- $\lambda$  = Lamé's constant, also a variable for impulse
- $M$  = number of spherical charges/source
- $m$  = constant of the second exponential pulse
- $N$  = number of charge sources
- $n$  = a variable for integration, and also a constant of the first exponential pulse
- $\nu$  = Poisson's ratio
- $\Psi$  = function of cylindrical wave, also a scalar potential function
- $\omega$  = angular frequency for circular oscillation
- $\omega_0$  = angular frequency for Rinehart's function

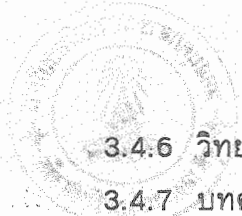
$P(t)$	=	variable (applied) pressure
$P_0$	=	constant (detonation) pressure
$\phi$	=	displacement potential function for spherical wave
$r$	=	radial distance from center of cavity (blasthole)
$\rho$	=	density of material
S.G.	=	specific gravity
SH	=	horizontal shear wave
SV	=	vertical shear wave
$\sigma_\phi$	=	another tangential stress (in 3D)
$\sigma_r$	=	radial stress
$\sigma_\theta$	=	tangential stress
$T_1 \dots T_N$	=	Detonation time of exploded charges
$t$	=	time (real)
$\tau$	=	time (retard), also a variable for integration pulse
$\theta$	=	phase angle in cylindrical coordinate system
$\theta_1$	=	phase angle for the first exponential pulse
$\theta_2$	=	phase angle for the second exponential pulse
$\theta_3$	=	phase angle for spherical pulse
$\nabla$	=	operator in cartesian coordinate
$u$	=	radial particle displacement

- v = radial particle velocity
- X or x = axis in cartesian coordinate system
- $\xi$  = transformed function
- Y or y = axis in cartesian coordinate system
- Z or z = axis in cartesian coordinate system
- $\zeta$  = constant for Rinehart's function

สารบัญ



	หน้า
ปกนอก	ก
ปกใน	ข
บทคัดย่อ	ค
คำนำ	ง
กิตติกรรมประกาศ	จ
สัญลักษณ์และสัญลักษณ์	ฉ
สารบัญ	ญ
บทที่ 1      บทนำ	1
บทที่ 2      กระบวนการระเบิดของหิน	3
2.1    ปฏิบัติการของการระเบิด	3
2.2    โชนการแตกหักของหิน	6
บทที่ 3      แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นพัลส์จากการระเบิด	7
3.1    การวิเคราะห์คลื่นทรงกลม	7
3.2    การวิเคราะห์คลื่นทรงกระบอก	9
3.3    Mechanism of stress wave from blasting	11
3.4    สมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอก	16
3.4.1    บทความของ Selberg	17
3.4.2    บทความของ Heelan	20
3.4.3    บทความของ Jordan	21
3.4.4    วิทยานิพนธ์ของ Aso	21
3.4.5    วิทยานิพนธ์ของ Daneshy	24



3.4.6	วิทยานิพนธ์ของ Aimone	25
3.4.7	บทความของ Harries	28
<b>บทที่ 4</b>	<b>แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นพัลส์ทรงกลม</b>	<b>30</b>
4.1	แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ exponential spherical pulse	30
4.2	แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ non-exponential spherical pulse	32
4.3	แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ general spherical pulse	36
<b>บทที่ 5</b>	<b>งานระเบิดหินแบบชั้นบันได</b>	<b>40</b>
5.1	การพัฒนาแบบจำลองของงานระเบิดชั้นบันได	40
5.2	แบบจำลองงานพัฒนาเหมืองหิน	45
5.2.1	ชนิดและคุณสมบัติของวัตถุระเบิด	46
5.2.2	ผลกระทบของรูปแบบเชิงเรขาคณิต	46
5.2.3	Specific charge	47
5.2.4	ผลกระทบจากค่าตัวแปรของวัตถุระเบิด	47
5.2.5	ตัวแปรของการออกแบบการเอาระเบิด	47
5.3	แบบจำลองการระเบิดหินสำหรับงานวิศวกรรม	48
<b>บทที่ 6</b>	<b>การใช้โปรแกรม ตัวอย่าง และ SOURCE CODES</b>	<b>52</b>
6.1	โปรแกรมแบบจำลองการระเบิด	52
6.1.1	ข้อแนะนำโปรแกรม	52
6.1.2	ส่วนประกอบของโปรแกรม	52
6.1.3	การใช้งานโปรแกรม	53
6.2	ตัวอย่างของการสาธิตโปรแกรม	54
6.2.1	การสาธิตโดยจอภาพ	54
6.2.2	การสาธิตโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel	61
6.3	Source codes ของโปรแกรม BMODEL	79
<b>บทที่ 7</b>	<b>บทสรุป</b>	<b>98</b>
<b>REFERENCES</b>		<b>99</b>

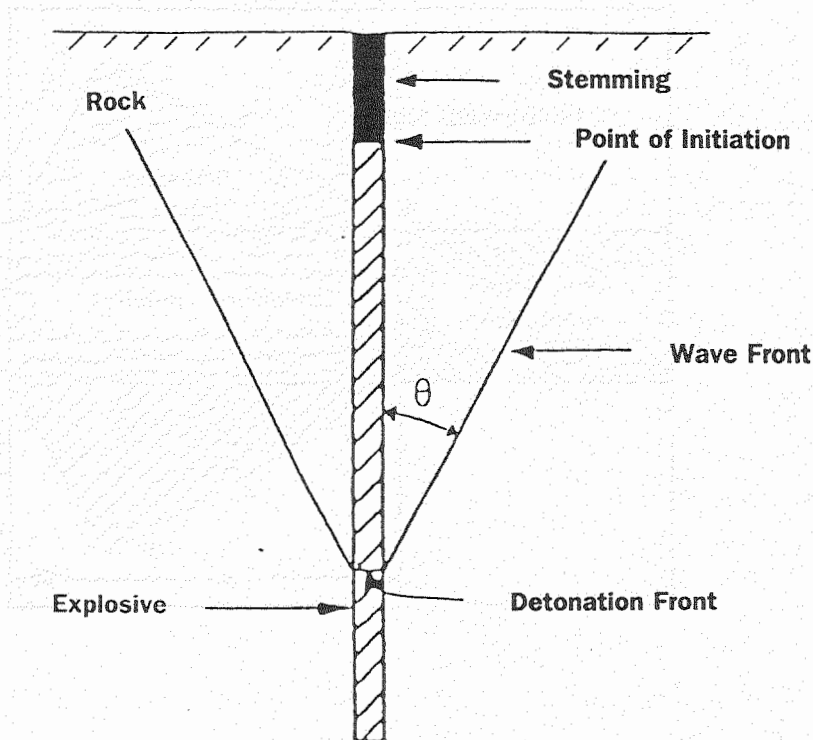
จพ

เลขหมู่	๐๙ 15
เลขทะเบียน	008384
วัน,เดือน,ปี	๒5๕๑.๓8



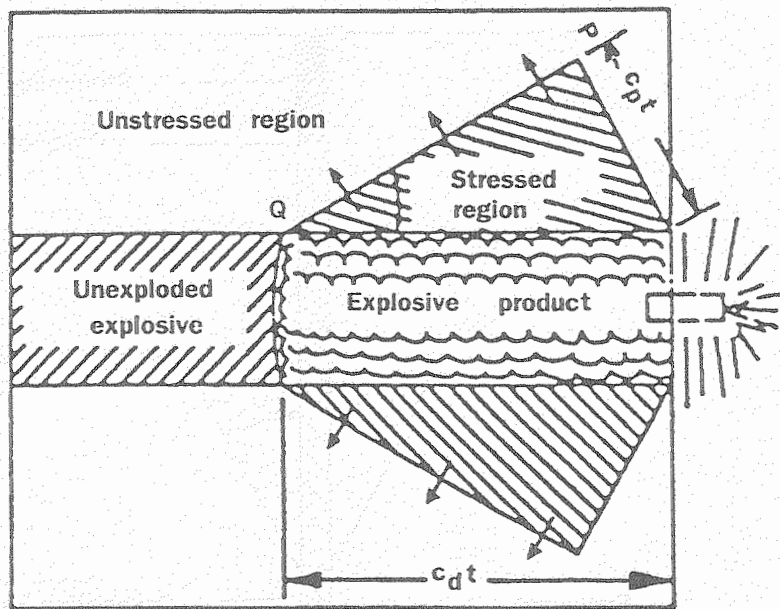
**บทที่ 1**  
**บทนำ**

ในการระเบิดหินสำหรับงานวิศวกรรม ดังที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1 เมื่อมีการเจาะหลุมระเบิดแล้วจึงใส่วัตถุระเบิด (explosive) กับอุปกรณ์ช่วยการระเบิด จากนั้นจึงปิดทับหลุมเจาะด้วยวัสดุอื่นโดยการ stemming ปากหลุมเจาะเพื่อให้เกิดสภาวะที่ confined จากนั้นจึงทำการจุดระเบิด (detonation) ทำให้มีคลื่นพัลส์ของ transient wave ที่มี impact stress และ momentum สูงมาก



รูปที่ 1 การจุดระเบิดในงานวิศวกรรมแบบ conventional blasting

ตัวอย่างของงานระเบิดหินในภาคสนามเทียบได้กับการทำระเบิดในห้องปฏิบัติการเพื่อหาสภาพของ stress situation ดังเช่นการไหลตัววัตถุระเบิดลงในแท่งโลหะทรงรูปทรงกระบอก เมื่อทำการจุดระเบิดจะเกิด sharp fronted wave ได้รูปแบบเรขาคณิตดังรูปที่ 2 มีลักษณะของการเคลื่อนที่รูปทรงแบบ conical compressive wave เพราะค่าของ detonation velocity ( $c_d$ ) สูงกว่าค่า dilatation (longitudinal) wave velocity ( $c_p$ ) จะสังเกตได้ว่า induced stress wave มีการเคลื่อนที่ในลักษณะของทั้ง outward และ downward ต่อตัววัตถุทรงกระบอกโดยที่ในแนวเส้นรอบวงจะเป็น tensile stress และเป็น compressive อีกสองแนวคือ ในแนวรัศมีกับแนวที่ขนานกับแกนแนวยาวของทรงกระบอก ขนาดความรุนแรงของ stress ทั้งสามแนวจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อคลื่นพัลส์เคลื่อนที่ผ่านไปภายในผนังโลหะของทรงกระบอก



รูปที่ 2 สภาพของ stress ที่เกิดขึ้นในช่วงสั้น ๆ ภายหลังจากจุดระเบิดในโลหะทรงกระบอกกลวง ในไดอะแกรม ค่า  $c_d$  เป็น detonation velocity ค่า  $c_p$  เป็น dilatation wave velocity และ ค่า  $t$  เป็น advancing time PQ เป็น advancing conical compressive front มีการจุดระเบิดไปได้ไกลถึงจุด Q

## บทที่ 2

### กระบวนการของการระเบิด

การระเบิด (explosion) เป็น thermochemical process ซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่างของผสม เช่น ก๊าซ ของเหลว และของแข็ง ซึ่งเป็นปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น โดยให้ความดันและความร้อนปล่อยออกมาแบบทันทีทันใด

#### 2.1 ปฏิกิริยาของการระเบิด

การที่จะเกิดการระเบิดได้จะต้องมีแหล่งที่ก่อให้เกิดจุดติด (source of ignition) และต้องมีสภาวะที่อุณหภูมิและความดันเหมาะสมที่จะเกิดการกระตุ้นให้ปฏิกิริยาเริ่มต้นได้ ของผสมเชิงเคมีที่จะอยู่ในปฏิกิริยาทั้งหมด มีผลทำให้มีการจัดตัวภายใน ระหว่างโครงสร้างของอะตอมในหลายส่วน โดยมีปฏิกิริยาแบบ exothermal

กระบวนการของการระเบิดมีปฏิกิริยา 2 แบบ แบบแรกคือ deflagration และแบบที่สองคือ detonation ปฏิกิริยาแบบแรก (ที่เรียกว่า deflagration) จะมีอยู่ในทุกปฏิกิริยาของการระเบิดโดยใช้วัตถุระเบิด (explosive reaction) แต่ปฏิกิริยาแบบที่สอง (ที่เรียกว่า detonation) จะเกิดขึ้นได้เมื่อมีสภาวะการณที่เหมาะสม

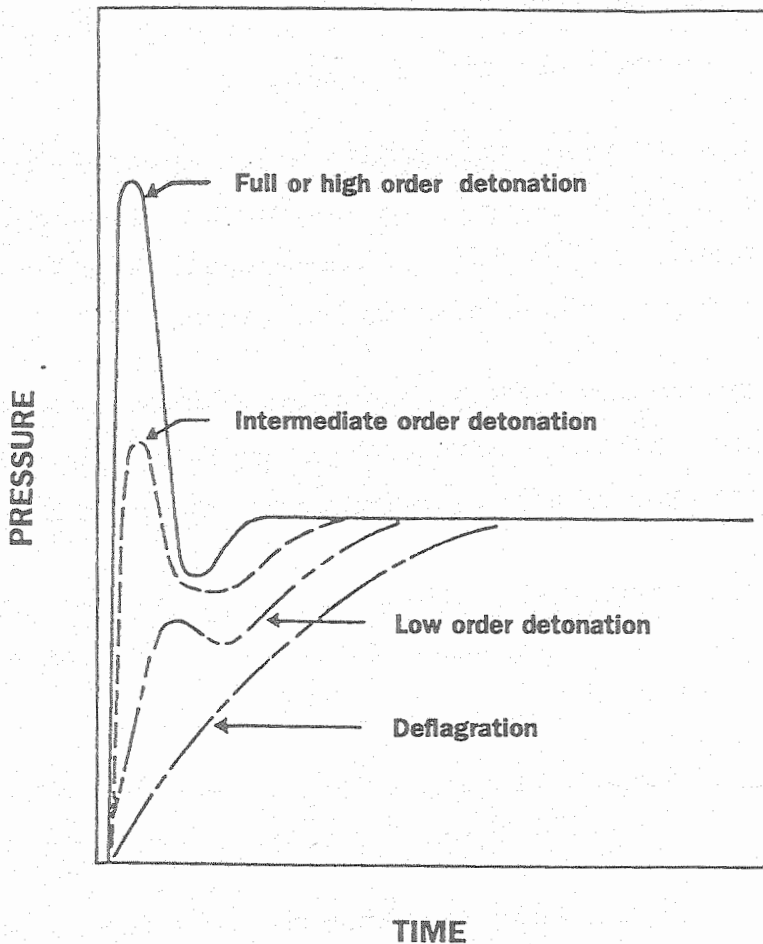
ธรรมชาติของการจุดติดและการเดินทางของคลื่นพัลส์ เริ่มต้นที่จุดเล็กๆ ในตรงที่เป็นจุดศูนย์กลางของการระเบิด มีชื่อที่เรียกว่า "hot spots" จุดที่เป็น spots นี้ ก่อให้เกิดการจุดติดและคายออกมาเป็นพลังงานความร้อนโดยมีการพัฒนามาได้ 3 แนวทาง

1. พัฒนามาจากความกดดันแบบ adiabatic compression ของฟองก๊าซที่ถูกกักขัง (entrapped) ภายในของผสมที่เป็นวัตถุระเบิด (explosive mixture)
2. เป็นผลมาจากความร้อนที่เกิดจากการเสียดสี (frictional heat) อันเป็นผลมาจากการไหลเลื่อนของพื้นผิวระหว่าง solid ingredients ซึ่งกันและกัน
3. เป็นผลมาจากความร้อนที่เกิดจากความหนืด (viscous heat) ที่มีการไหลเลื่อนอย่างรวดเร็วของวัตถุเมื่อหลุดออกจากพื้นผิวที่ตกกระทบ



ในหลายกรณีกระบวนการเกิด hot spots อาจเป็นผลมาจากการผสมกันระหว่าง 3 แนวทาง แต่ที่พบมากที่สุดเป็นการผสมปนเปกันระหว่างผลของ adiabatic compression กับ frictional heat ขนาดของ hot spot จะมีเส้นผ่านศูนย์กลางอยู่ระหว่าง  $10^{-5}$  ถึง  $10^{-3}$  ซม. ซึ่งเมื่อมาเปรียบเทียบกับขนาดของโมเลกุลจะเป็นขนาดใหญ่

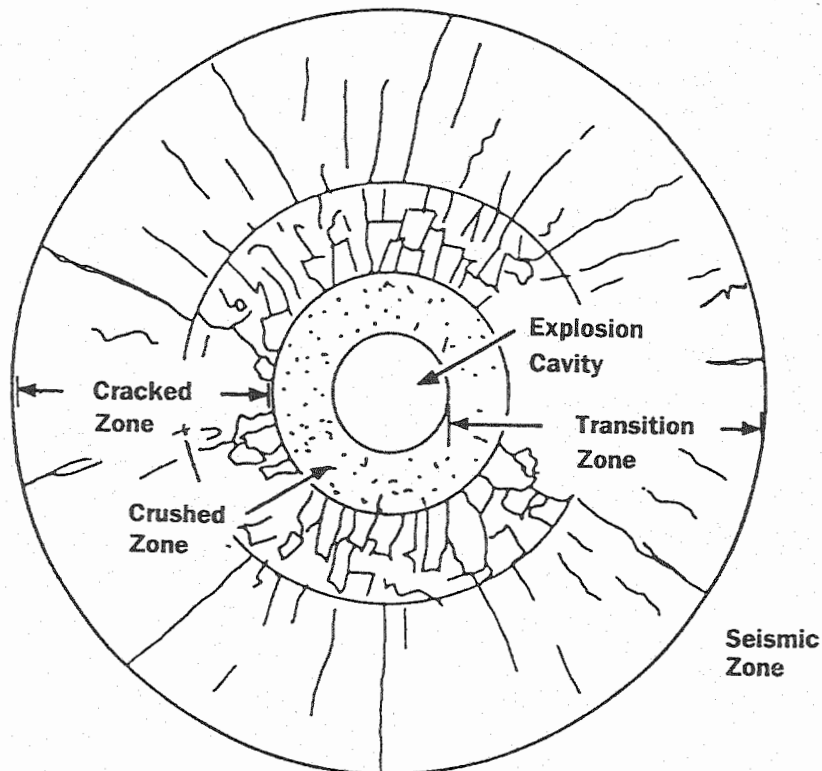
กรณีแปลกๆ อาจเกิดขึ้นถ้าหากว่า spot หรือ void ไม่เกิดขึ้น มีผลทำให้วัตถุระเบิดนั้นไม่มีการระเบิดมีศัพท์เฉพาะกรณีนี้เรียกว่า "dead-pressed" เพื่อป้องกันกรณีของ dead-pressed จำเป็นต้องใช้วัตถุระเบิดที่มีความหนาแน่นสูงมาก (very dense explosive) เพื่อให้ทนทานต่อความดันสูงๆ



รูปที่ 3 Pressure - Time profiles สำหรับ explosive reaction stages

การเกิดปฏิกิริยาระหว่างการจุดระเบิด อาจสังเกตได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดัน-เวลา ในรูปที่ 3 หน้าที่ 4 แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างขั้นตอนของปฏิกิริยาของการระเบิด ระหว่าง deflagration reaction กับ detonation reaction

ปฏิกิริยา deflagration จะเกิดที่ความดันไม่สูงมากและใช้เวลานาน (เมื่อเทียบกับปฏิกิริยา detonation) ก่อนที่จะอยู่ในสภาวะคงเดิม สำหรับปฏิกิริยาของ detonation ถ้าเป็นพวกวัตถุระเบิดประเภทที่ให้ความดันของการระเบิดต่ำ จะมีกราฟของความดัน-เวลา ใกล้เคียงกับวัตถุระเบิดประเภท deflagration แต่วัตถุระเบิดประเภทที่ให้ความดันของการระเบิดสูงจะมีค่าความดันเกิดขึ้นในช่วงสั้นมาก โดยคลื่นพัลส์ที่เกิดจัดเป็น transient wave จากนั้นก็มีการสลายตัว (decay) ในสภาวะที่คงที่ในช่วงสั้นมากอีกด้วย งานระเบิดส่วนใหญ่จะใช้ high explosive ซึ่งเป็นวัตถุระเบิดที่ให้ความดันของการระเบิดสูง



รูปที่ 4 โซนของการแตกหัก (fragmentation zones) เมื่อทำการจุดระเบิดในหินแข็งเกร็ง (rigid)

## 2.2 โซนการแตกหักของหิน

ในกรณีของการจุดระเบิดในภาคสนาม หินรอบๆจะถูกแรงมหาศาลมากระทำก่อให้เกิดการแตกหักเป็นเสี่ยงๆ (shattering) ซึ่งจะสามารถแบ่งบริเวณที่ได้รับผลกระทบออกเป็นโซนต่างๆ (ดังรูปที่ 4 หน้า 5) ออกเป็น 3 โซน ได้แก่ บริเวณโซนที่ 1 เป็นบริเวณที่อยู่ในสถานะภาพทาง hydrodynamic state ซึ่งเป็นความดันของ explosive charge บริเวณที่ 2 เป็นบริเวณ transition zone ความดันบริเวณนี้จะลดลงอย่างรวดเร็ว โดยทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่ก่อให้เกิด shock wave, plastic flow, crushing และ cracking บริเวณที่ 3 เป็นบริเวณของ seismic zone ซึ่งค่าของความเค้นต่ำกว่าค่าขีดจำกัดของอีลาสติก (elastic limit) จึงไม่เกิดการแตกหัก ถ้าหากสมมุติว่า หินมีการกระจายเป็น infinite medium ผลของ free boundaries ไม่น่ามาคิดในที่นี้

### บทที่ 3

## แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นพัลส์จากการระเบิด

ธรรมชาติของคลื่นพัลส์จากการระเบิดจะมีรูปแบบ nonplanar ในระยะทางใกล้ๆ จะได้คลื่นพัลส์เป็นรูปแบบของ spherical wave หรือ cylindrical wave อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาถึงคลื่นพัลส์เมื่อมีการเดินทางผ่านตัวกลางจากจุดตั้งต้นของการระเบิดไปจนถึง infinite จะพบว่ารัศมีของส่วนโค้งของ nonplanar wave front จะเปลี่ยนไปทำให้สามารถใช้รูปแบบของ planar wave front แทนได้ในระยะไกลจากจุดระเบิด

### 3.1 การวิเคราะห์คลื่นทรงกลม

การวิเคราะห์คลื่นพัลส์แบบทรงกลมหรือที่เรียกว่า spherical wave pulse ของวัตถุทรงกลมเล็กๆ (small spherical element) ใน polar coordinates

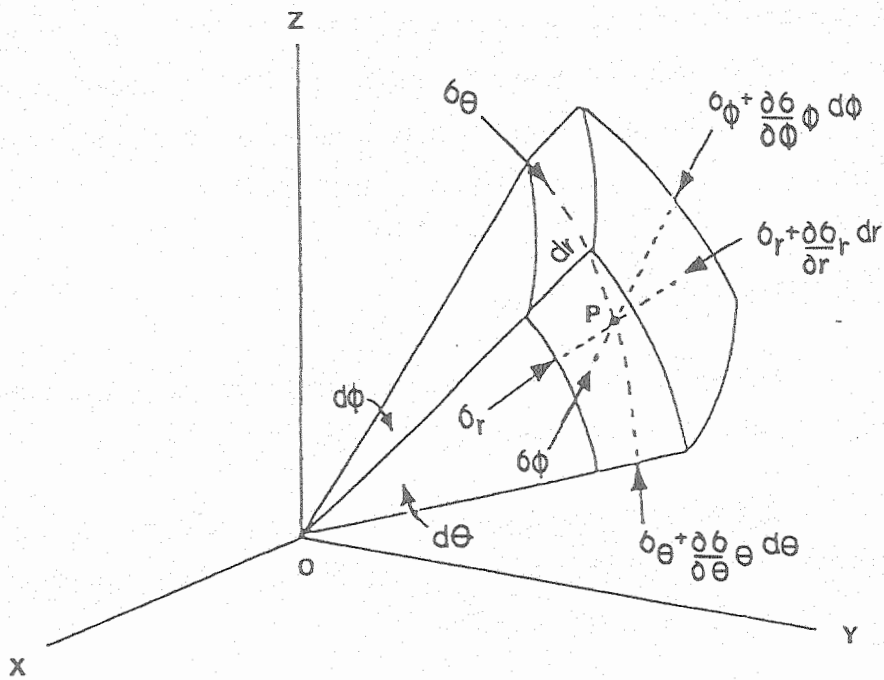
เมื่อกำหนดให้มี compressive stresses กระทำบนวัตถุทรงกลมเล็กๆที่มีสมมาตร โดยที่จุดศูนย์กลางของ spherical coordinate ทับกันกับ (coincide) จุดศูนย์กลางของระบบ polar coordinate ดังแสดงในรูปที่ 5 หน้า 8

ถ้ารวมค่าแรงต่างๆ ที่กระทำบนจุด P ในแนวรัศมี (radial direction) แล้วประยุกต์ใช้กฎของการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Law of motion,  $F = ma$ )

$$\begin{aligned} \sigma_r (rd\theta) (rd\phi) - \left( \sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr \right) (r + dr) \cdot d\theta (r + dr) d\phi \\ + 2\sigma_\theta \sin \frac{d\theta}{2} (r + dr) \cdot d\phi dr + 2\sigma_\phi \sin \frac{d\phi}{2} (r + dr) \cdot d\theta dr = mA \quad (1) \end{aligned}$$

ในทางคณิตศาสตร์ เมื่อมิติ (dimension) ของวัตถุมีขนาดเล็ก เล็กกลง ค่ามุม  $(d\theta/2)$  และ  $(d\phi/2)$  สามารถแทนด้วยค่า  $\sin(d\theta/2)$  และ  $\sin(d\phi/2)$  ตามลำดับ เทอมกำลังสองของสมการที่ 1 จะไม่นำคิดในการคำนวณเพราะมีค่าน้อยมาก จึงได้สมการใหม่ที่แปลงให้ง่าย (simplified equation) คือ

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r}{r} - \frac{\sigma_\theta}{r} - \frac{\sigma_\phi}{r} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$



รูปที่ 5 โค้ดแกรมของแนวความเค้นอัดบนวัตถุทรงกลมเล็กๆ ที่มีสมการ โดยกำหนดให้ไม่มีการหมุน (rotation)

เมื่อกำหนดให้ไม่มีการหมุนของวัตถุ สำหรับ dilatation wave,  $\sigma_\theta = \sigma_\phi$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\phi)}{r} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

เพื่อให้ได้ equation of motion ของคลื่นพัลส์แบบทรงกลม ในรูปแบบของการ เปลี่ยนตำแหน่ง (displacement) สำหรับวัสดุที่มีค่าคงที่ทางอีลาสติก จึงแทนค่าต่างๆ ของ constraint variants ลงไป

$$(\lambda + 2G) \cdot \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} \right]_{r=a} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4)$$

where  $v = 0$ ;  $w = 0$

เมื่อต้องการให้สมการที่ 4 สามารถเขียนได้ในเทอมของการเปลี่ยนตำแหน่งและความเร็วคลื่น จึงแปลงสมการที่ 4 เป็นสมการใหม่ได้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

เทอม  $u$  ซึ่งเป็น displacement ในแนวรัศมี เมื่อเขียนเป็น displacement potential ก็จะได้

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (6)$$

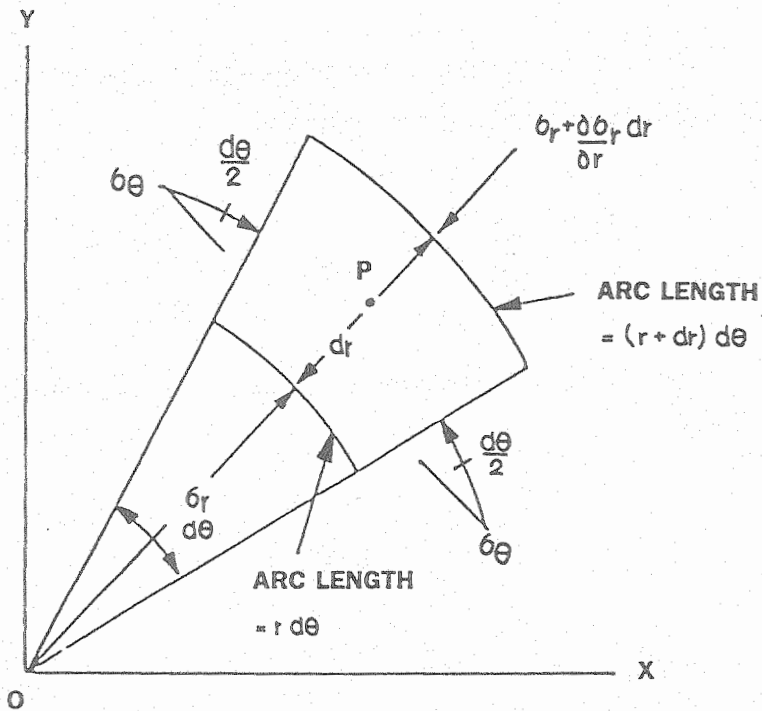
เมื่อแทนค่าลงใน equation ด้วยค่า displacement potential และทำการ factoring จากนั้นจึงทำการ integrate เมื่อเทียบกับ  $r$  จะได้ general equation of motion ของคลื่นพัลส์สมมาตรทรงกลม

$$\frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial t^2} \quad (7)$$

### 3.2 การวิเคราะห์คลื่นทรงกระบอก

ในกรณีของโพรงทรงกระบอก (cylindrical cavity) ที่อยู่ในวัตถุเนื้อเดียวที่มีสภาพแบบอิลาสติกและขยายไปจนถึง infinite และโพรงทรงกระบอกนี้ถูกกระทำด้วย impulse load ภายใน ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในทิศทางเวกเตอร์ของรัศมีทรงกระบอก

ปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยสมมติว่ามี compressive stress กระทำบนวัตถุเล็ก ๆ (element) ที่ถูกตัดโดยรัศมี 2 เส้นกับอาร์กวงกลมอีก 2 เส้น ดังนั้นตำแหน่งของจุด P ซึ่งอยู่ที่ศูนย์กลางของวัตถุ (ใน 2 มิติ) จะถูกกำหนดโดย  $r$  และ  $\theta$  ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ไดอะแกรมของแนวความเค้นอัดบนวัตถุรูปทรงกระบอกเล็กๆ ที่มีสมมาตร โดยไม่มีการหมุน

ในกรณีที่มีสมมาตร (symmetry) เมื่อเทียบกับแกน (axis) ค่าของความเค้นเฉือน (shear stresses) บนผิววัตถุจะมีค่าเท่ากับศูนย์ และค่าของ tangential stresses ไม่พึ่งพิง (independent) กับค่ามุม  $\theta$

เมื่อทำการรวมค่าแรงต่างๆ ในแนวรัศมี (radial direction) สำหรับวัตถุที่มีค่า body force เป็นศูนย์ จะได้สมการของคลื่นทรงกระบอกแบบสมมาตร

$$\sigma_r (rd\theta) - \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \cdot dr\right) (r + dr) d\theta + 2\sigma_\theta \sin \frac{d\theta}{2} (dr) = mA \quad (8)$$

ในขณะที่วัตถุทรงกระบอกมีขนาดเล็กลง จึงทำการตัดเทอมบางเทอมที่มีค่าน้อยมากออก ก็จะได้สมการใหม่ของคลื่นทรงกระบอกที่คล้ายกับสมการของคลื่นทรงกลม

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (9)$$

จึงได้ general equation of motion ของคลื่นพัลส์สมมาตรทรงกระบอก ดังสมการข้างล่างนี้

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (10)$$

where  $\psi$  เป็นค่าฟังก์ชันของ cylindrical wave กำหนดให้

$$\psi = \frac{(1)}{r} \cdot \frac{\partial(ru)}{\partial r} \quad (11)$$

### 3.3 Mechanism of stress wave from blasting

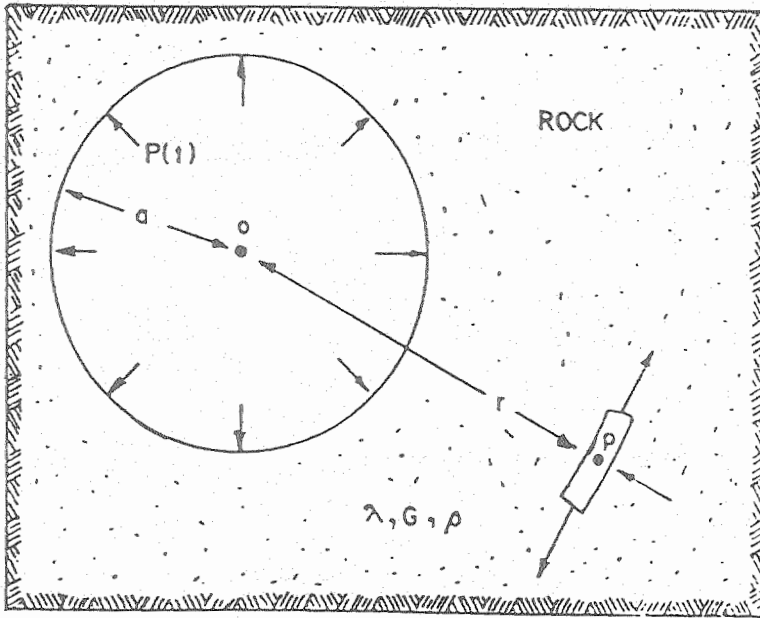
-- ในการแก้ปัญหาการระเบิดในงานวิศวกรรมดังที่กล่าวมาแล้วจุดประสงค์ก็เพื่อหาค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ elastic wave อันเป็น solution ของ equation of motion ของคลื่นที่เดินทางจากหลุมเจาะระเบิด (ดูรูปที่ 7) ไปไกลจนอันตรธาน (vanish) ที่ infinity

สมการของคลื่นทรงกลมตามกำหนดของ boundary condition คือ

$$\frac{\partial^2(r\phi)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2(r\phi)}{\partial t^2} \quad (12)$$

where  $u = \frac{\partial \phi}{\partial r}$ ;  $v = 0$ ;  $w = 0$





รูปที่ 7 ลักษณะของ stress situation เมื่อทำการจุดระเบิดในหลุมเจาะที่เป็นรูปทรงกระบอกกลมแสดงถึง elastic wave ที่เกิดขึ้นโดย explosion pressure

ในทางคณิตศาสตร์จาก transform calculus ค่าของ Dirac delta function สามารถจะ simulate หน่วยความดันที่กระทำ  $P(t)$  จึงได้ความสัมพันธ์ของความเค้นในแนวรัศมี (radial stress) ที่จุดภายในของโพรง กำหนดให้  $r = a$  (ค่า  $a$  คือรัศมีของหลุมเจาะ)

$$-\left[ (\lambda + 2G) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2\lambda u}{r} \right]_{r=a} = P(t) \quad (13)$$

ที่จุดนี้จะเป็นการง่ายขึ้นถ้าให้ค่า Lame's constant เท่ากับค่าของ shear modulus และกำหนดให้ Poisson's ratio มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.25

สำหรับฟังก์ชันแบบ periodic function นี้ ความดันที่กระทำสามารถแสดงเป็นรูปของ Fourier integral สมการที่ satisfy กับสภาวะของ boundary condition คือ

$$\begin{aligned}
& -\rho c^2 \cdot \left[ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{3r} \right]_{r=a} \\
& = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\gamma) e^{in(\gamma-t)} dn d\gamma \quad (14)
\end{aligned}$$

เมื่อต้องการหา solution ของ motion equation (สมการที่ 12) ซึ่งเป็น diverging pressure pulse จากพื้นผิวของโพรงทรงกลม จึงกำหนดให้ potential displacement,  $\phi$  มีค่าเท่ากับ

$$\phi = \frac{(1)}{r} \cdot e^{in\tau} \quad (15)$$

where

$$\tau = t - \frac{(r - a)}{c}$$

ถ้าหากคูณค่าฟังก์ชันใดๆ ที่ไม่พึ่งพกับค่าของ r และ t ก็จะได้ solution ใหม่เป็น

$$\phi = (1/2\pi r) A(n) P(\gamma) e^{in(\gamma-\tau)} \quad (16)$$

where

$$A(n) = \text{arbitrary function}$$

เมื่อทำการรวม solutions ต่างๆ เข้าด้วยกันก็จะได้ค่า solution เดี่ยว

$$\phi = \frac{1}{2\pi r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) P(\gamma) e^{in(\gamma-\tau)} dn d\gamma \quad (17)$$

ตามที่มีความสัมพันธ์ของ  $u = (\partial\phi/\partial r)$  และ  $(\partial u/\partial r)$  จากสมการที่ 17 แทนค่า resulting expressions ลงใน boundary condition ของสมการที่ 14 จะได้เป็น

$$-\rho c^2 / 2\pi a \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \left\{ 4 / 3a^2 - 4in / 3ac - n^2 / c^2 \right\} \cdot P(\gamma) e^{in(\gamma-t)} dn d\gamma = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\gamma) e^{in(\gamma-t)} dn d\gamma \quad (18)$$

จากสมการที่ 18 ข้างบนนี้เพื่อให้ทั้งสองด้านของสมการมีค่าเท่ากัน กำหนดให้ arbitrary function,  $A(n)$  มีค่าเท่ากับ

$$A(n) = (a/\rho) \cdot \left\{ n^2 + 4inc / 3a - 4c^2 / 3a^2 \right\}^{-1} \quad (19)$$

ดังนั้นจึงแทน expression ของ  $A(n)$  ลงในสมการที่ 17 ได้ displacement potential,  $\phi$  ของสมการที่ satisfy กับสภาวะของ boundary condition ได้เป็น formal solution สำหรับการเคลื่อนที่ของคลื่นพัลส์ที่ก่อให้เกิด arbitrary form ของความดันที่กระทำภายในของโพรงทรงกลม (spherical cavity)

$$\phi = \frac{a}{2\pi \rho r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(\gamma) e^{in(\gamma-t)} dn d\gamma}{\left( n^2 + 4inc / 3a - 4c^2 / 3a^2 \right)} \quad (20)$$

ตามปกติเราสามารถหาค่า unit function ของความดันได้ง่าย ถ้าหากใช้ Duhamel's Integral อย่างไรก็ตามสมการที่ 20 ข้างบนนี้เราไม่สามารถกำหนดมี unit function เนื่องจาก  $P(t)$  มี Fourier integral representation (ดูสมการที่ 14) ได้ ถ้าหากว่ามี integral ของค่า  $\int_{-\infty}^{\infty} |P(t)| dt$  คงอยู่

ดังนั้นค่าความดันที่กระทำภายในโพรงจึงอธิบายได้ในรูปแบบของ exponential pressure pulse แทนที่จะเป็น unit function form นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 e^{-\alpha t} && \text{for } t \geq 0 \\ &= 0 && \text{for } t < 0 \end{aligned} \quad (21)$$

กำหนดให้  $P_0$  เป็นค่าความดันพัลส์คงที่ให้แทนค่าของความดันเริ่มต้น (initial pressure) ที่มีค่าสูงสุดคือมีค่าเท่ากับ detonation pressure และ กำหนดให้สัญลักษณ์  $\alpha$  เป็นค่าคงที่ของ positive time decay

อาศัยฟอร์มของ  $\phi$  ในสมการที่ 20 คำนวณต่อโดยใช้  $\gamma$  integration และทำการ factoring ของตัวที่เป็นส่วน (denominator) ในเศษส่วนจะได้

$$\phi = \frac{iaP_0}{2\pi \rho r} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{in\tau} \cdot (dn)}{[n+i\alpha] [n+2c(i+\sqrt{2})/3a] [n+2c(i-\sqrt{2})/3a]}$$

(22)



รูป integral ข้างบนนี้สามารถใช้ theorem of residues โดยวิธี path of integration ทำการประเมินค่าโดยอาศัยเส้น contour (ดูรูปที่ 8) หาคำแหน่งจุดขั้ว (pole) ของ integrand ก็จะได้ general solution ของ displacement potential ดังสมการที่ 23 ข้างล่างนี้

$$\phi = \frac{aP_0 / \rho r \left[ -e^{-\alpha\tau} + e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \cdot \left\{ (1/\sqrt{2} - \alpha/\omega) \cdot (\sin \omega\tau) + \cos \omega\tau \right\} \right]}{\left\{ (\omega/\sqrt{2} - \alpha)^2 + \omega^2 \right\}}$$

for  $\tau \geq 0$

$$= 0 \quad \text{for} \quad \tau < 0$$

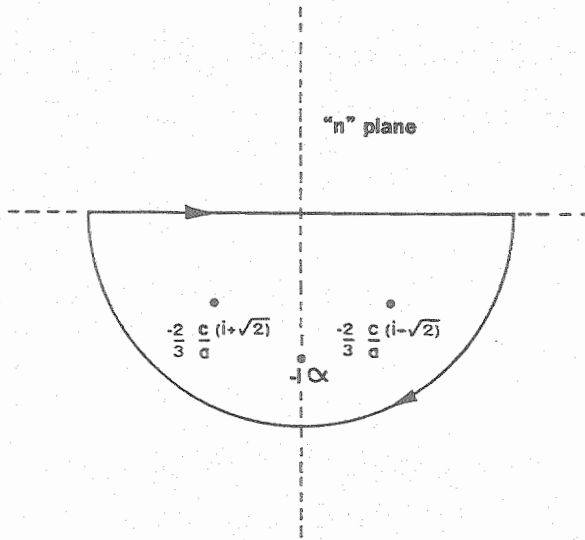
(23)

where  $\omega$  = angular frequency for circular oscillation

$$= \frac{2\sqrt{2} c}{3 a}$$

and  $\lambda = G$ , or the Poisson's ratio is 0.25

สมการที่ 23 ข้างบนนี้ก็คือ general solution of displacement potential สำหรับคลื่นพัลส์ทรงกลม (spherical wave pulse) ซึ่งได้มาจากบทความใน Geophysics Journal ที่เขียนโดย Joseph A. Sharpe (1942) ซึ่งสามารถนำมาหาค่าตัวแปรเชิงอิลาสติกที่สำคัญในรูปแบบของ analytical form เช่น การเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement) ความเร็วของอนุภาค (particle velocity) เป็นต้น



รูปที่ 8 Contour ที่ใช้ในการ evaluation ของ integral ในสมการที่ 23 ในรูปนี้แสดงตำแหน่งจุดขั้ว (pole) ของ integrand

### 3.4 สมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอก

นับตั้งแต่ปี ค.ศ. 1942 จนถึงปัจจุบัน มีนักวิชาการหลายสถาบันพยายามที่จะหา general solution of displacement potential สำหรับคลื่นพัลส์ทรงกระบอกมากมายแต่ปรากฏว่ายังไม่มีผู้ใดที่ประสบผลสำเร็จในการหาสมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอก ซึ่งผู้วิจัยได้ตัดออกจากบทความของ G. Harries ที่ตีพิมพ์ใน First International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting (1983) ในหน้าที่ 423 ของ Volume 1 ที่เกี่ยวข้องกับ cylindrical explosive charge ว่า

"No analytical results for cylindrical charges similar to those for spherical charges are known to the writer. Numerical results by Selberg (1952), Miklowitz (1960) and Jordan (1962) have been published."

ผู้วิจัยได้พยายามรวบรวมแนวทางที่เป็นไปได้ในการหาสมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอกในลักษณะ analytical form results เพื่อเปรียบเทียบกับสมการของคลื่นพัลส์ทรงกลม จากเอกสารอ้างอิงหลายเล่มที่ตีพิมพ์ในวารสารหรือบทความทางวิชาการเป็นเวลานานจนพอจะสรุปผลงานเด่นที่น่าจะเชื่อถือได้ ดังนี้

### 3.4.1 บทความของ Selberg

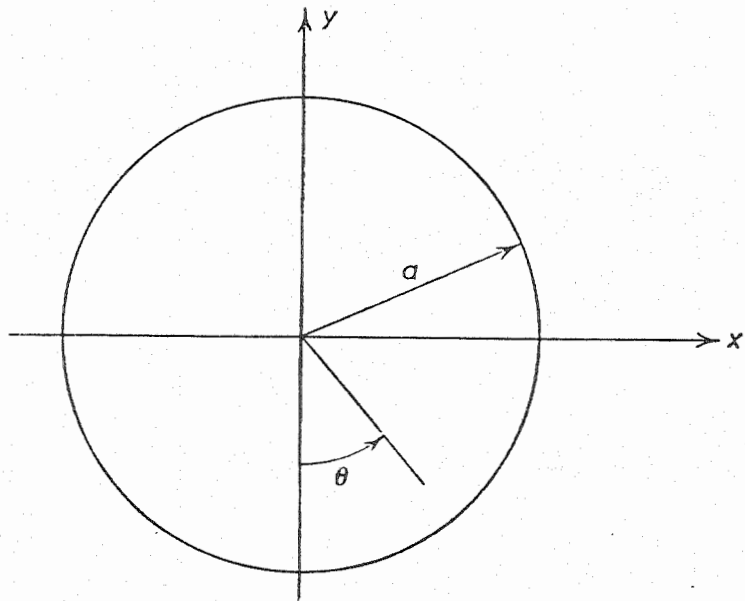
Selberg (1952) เป็นบุคคลในกลุ่มแรกที่ยุบายหาความสัมพันธ์ระหว่าง expanding stress waves กับ decayed time สำหรับ cylindrical wave form ซึ่ง Selberg ได้หา solutions เป็น complex variables จากนั้นจึงใช้ numerical calculations หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงอีลาสติกระหว่าง stress กับ time

สรุปประเด็นหลักสำหรับผลงานของ Selberg มีดังนี้

1. Selberg ได้ตั้งข้อกำหนดสำหรับ cylindrical cavity ไว้ว่า

$$r > a; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad -\infty < z < \infty \quad (24)$$

รูปที่ 9 เป็นรูปสเก็ทซ์ของคลื่น transient stress wave ที่กำเนิดจากหลุมเจาะทรงกระบอกเดี่ยว โดยกำหนดให้มีรัศมีของหลุมเจาะเท่ากับ "a" เจาะอยู่ใน infinite elastic medium



รูปที่ 9 ระบบ coordinate สำหรับคลื่นพัลส์จากการระเบิดของหลุมเจาะรูปทรงกระบอก

2. เมื่อเวลาที่  $t = 0$  ค่าความดัน  $P(t)$  กระทำที่ boundary surface  $r = a$

ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งในแนวรัศมี (radial displacement,  $u$ ) ที่อยู่ในแนว radius vector  $(x, y, 0)$  จะได้ความสัมพันธ์

$$\psi = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (ru)}{\partial r} \quad (25)$$

ได้ค่าความเค้นแนวรัศมี (radial stress) มีค่าเท่ากับ

$$\sigma_r = (\lambda + 2G) \cdot \psi - 2G \cdot \frac{u}{r} \quad (26)$$

ทำให้เขียนใหม่ในรูปแบบของ one dimensional wave equation

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (27)$$

where  $\nabla^2 =$  operator for which in cartesian coordinates

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ตามกฎของ Laplace transformation (in s plane)

$$\psi^*(r, s) = \int_0^\infty \psi \cdot e^{-st} \cdot dt \quad (28)$$

ตามกฎของ differential equation เมื่อกำหนดให้ค่า  $\psi$  และ two first derivatives of  $\psi$  เป็น continuous function เมื่อเทียบกับเวลา

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial r} = \frac{s^2}{c^2} \cdot \psi^* \quad (29)$$

นั่นคือจะได้ transform of  $\psi$  มีค่าเป็น

$$\psi^* = \gamma(s) K_0 \left( \frac{sr}{c} \right) \quad (30)$$

3. Selberg ได้ทำการหาค่า second solution  $\{K_n(s)\}$  ของ differential equation

$$s^2 K'' + sK' - (s^2 + n^2)K = 0 \quad (31)$$

ต่อจากนั้น Selberg ก็สมมติให้  $s \rightarrow +\infty$  และใช้ Hankel transformation มาช่วยการหา root ของสมการ 31

เมื่อกำหนดให้  $r = a$  จะได้ค่าตัวแปร

$$\gamma(s) = \frac{\sigma_r^*(a, s)}{(\lambda + 2G) K_0\left(\frac{sa}{c}\right) + \frac{2Gc}{sa} K_1\left(\frac{sa}{c}\right)} \quad (32)$$

ทำให้ได้ค่า radial stress โดยการทำให้ inversion

$$\sigma_r = \frac{1}{2\pi i} \int_{w-i\infty}^{w+i\infty} \frac{(\lambda + 2G) K_0\left(\frac{sa}{c}\right) + \frac{2Gc}{sr} K_1\left(\frac{sr}{c}\right)}{(\lambda + 2G) K_0\left(\frac{sa}{c}\right) + \frac{2Gc}{sa} K_1\left(\frac{sa}{c}\right)} \cdot \sigma_r^*(a, s) \cdot e^{st} \cdot ds \quad \text{for } w > 0 \quad (33)$$

4. เมื่อทำการหาค่า  $\sigma_r$  ได้แล้ว ก็สามารถจะหาค่า stresses อื่นใน 3 มิติ คือ ค่า  $\sigma_z$  ที่เป็น axial stress (ในแนวแกน z) กับค่า  $\sigma_\theta$  ที่เป็นค่า tangential stress [ตั้งฉากกับแกน z และ radius vector (x, y, 0)]

$$\sigma_z = \lambda \psi \quad (34)$$

$$\sigma_\theta = \lambda \psi + 2G \cdot \frac{u}{r} \quad (35)$$

จากกรณีของสมการที่ 26 หน้า 18 ได้ความสัมพันธ์ของ impulse stresses ใน polar coordinates

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \frac{2(\lambda + G)}{\lambda} \cdot \sigma_z \quad (36)$$



5. Selberg ได้ derived สมการอีกหลายขั้นตอนตามทฤษฎีเชิง complex integral ของ imaginary part กับ real part ตลอดจนเสนอแนะ an asymptotic expression แล้วทำการ transformations จนกระทั่งได้ผลของ wave front สำหรับ cylindrical divergent wave สรุปได้ว่าค่าของ impulse stresses ของ cylindrical wave จะคล้ายคลึงกับค่าของ spherical wave

นั่นคือ ที่จุด wave front ค่า radial stress เมื่อ  $r = a$

$$\sigma_r = \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot P_0 \quad (37)$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{\lambda}{\lambda + 2G} \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot P_0 \quad (38)$$

6. ความสัมพันธ์ระหว่าง transient cylindrical stress wave พบว่า

- ในกรณีของ static equilibrium ค่า stresses ลดลงเป็นอัตราส่วนเท่ากับ  $r^{-2}$  เมื่อระยะทางในแนวรัศมี  $r$  เพิ่มขึ้น
- ในกรณีของ dynamic wave front ค่า stresses ลดลงเป็นอัตราส่วนเท่ากับ  $r^{-\frac{1}{2}}$  เมื่อระยะทางในแนวรัศมี  $r$  เพิ่มขึ้น

### 3.4.2 บทความของ Heelan

Heelan (1953) ได้เสนอผลงานใน Geophysics Journal เรื่องการศึกษาคลื่นจาก cylindrical source ที่มี finite length โดยเปลี่ยนรูปของ stress tensor มาในรูปแบบของ radiated energy และ Heelan ยังได้แบ่ง divergent wave systems ตามชนิดของ primary wave กับ shear wave อีกด้วย

ประเด็นหลักสำหรับผลงานของ Heelan คือ

1. คลื่นพัลส์จาก cylindrical แบ่งออกเป็น 3 ระบบ โดยมีความสัมพันธ์กันระหว่างคลื่น P (primary) กับคลื่น SV (vertical shear) แปรเปลี่ยนไปตามค่าของ radiation wave angle ( $\phi$ ) ในทำนองเดียวกันก็มีความสัมพันธ์ของคลื่น P กับคลื่น SH (horizontal shear) และแปรเปลี่ยนไปตามค่าของ radiation wave angle ด้วย

2. จากผลการคำนวณพบว่า lateral pressure ของ amplitude ที่มี stresses กระทำที่ผนังของ "equivalent cavity" คลื่น SV มี amplitude 1.6 เท่าของ maximum amplitude ของคลื่น P ในทิศทางที่ทำมุม  $45^\circ$  กับแกนของหลุมเจาะระเบิด

### 3.4.3 บทความของ Jordan

Jordan (1962) พิจารณาปัญหาของวัสดุที่มีพฤติกรรมเชิงอีลาสติก ที่มีหลุมเจาะทรงกระบอกกำหนดความยาวเป็น infinite โดยได้เสนอ solution ของเขาใน Journal of Mathematics and Mechanics ในการหาผลลัพท์ของ transient elastic wave ที่มีขนาดความดันคงที่

สรุปผลงานของ Jordan คือ

1. Jordan ใช้เทคนิคของ double Fourier transform integral (ในการหา solution ของสมการ) ร่วมกับวิธีการของ Debye สำหรับ steepest descent (ในการหา asymptotic expansion ของ dilatation and shear wave stresses)

2. Jordan เสนอแนะวิธีทาง numerical analysis ในการหาลักษณะของคลื่นพัลส์ที่ใกล้ wave front ผลการแปรเปลี่ยนระหว่างระยะทางกับมุมที่ ignition source ซึ่งมีต่อคลื่นพัลส์ ตลอดจน attenuation ของคลื่นพัลส์เมื่อเข้าใกล้ infinity

3. ความสัมพันธ์ระหว่าง stress wave กับ finite source ถูกพลอตเป็นรูปกราฟฟิก ผลที่น่าสนใจพบว่า ค่า attenuation ของ dilatation wave ในระยะใกล้กับแกนหลุมเจาะทรงกระบอกมีค่าเท่ากับ  $r^{-\frac{1}{2}}$  ส่วนค่า attenuation ในระยะไกลจากแกนหลุมเจาะทรงกระบอกมีค่าเท่ากับ  $r^{-1}$  แต่อย่างไรก็ตามผลกระทบของ damping และ dispersion ของคลื่นพัลส์ไม่น่านำมาคิดด้วย

### 3.4.4 วิทยานิพนธ์ของ Aso

Aso (1966) ได้พยายามหา solutions ของ displacement values สำหรับ cylindrical wave pulse โดยอาศัย an asymptotic expansion of a Bessel function วิธีการแก้ปัญหาก็จะคล้ายคลึงกับวิธีของ Selberg แตกต่างกันตรงที่ Selberg ใช้ one complex root ส่วน Aso ใช้ two complex roots ดังนั้นจึงมีผลทำให้ผลลัพธ์จะใช้ได้ก็เฉพาะกรณีที่ complex roots occur in conjugate pairs

สรุปประเด็นหลักสำหรับผลงานของ Aso มีดังนี้

1. จากสมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอกทั่วไป

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (39)$$

where  $\psi$  = scalar potential and function  $\psi(r, t)$  is potential function in  $t$  plane which satisfies the wave equation

ดังนั้น ถ้าหากใช้ Laplace transform ต่อค่า potential function,  $\psi$  ทำให้ได้รูปแบบใหม่ของ transformed potential function,  $\psi^*(r, s)$  แสดงได้ดังสมการข้างล่าง

$$\psi^*(r, s) = \int_0^{\infty} \psi(r, t) \cdot e^{-st} \cdot dt \quad (40)$$

where  $s$  = Laplace transform parameter

ทำให้เขียนสมการคลื่นพัลส์ทรงกระบอกทั่วไปได้ใหม่ในเทอมของ  $\psi^*(r, s)$

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial r} - \frac{s^2}{c^2} \cdot \psi^* = 0 \quad (41)$$

เมื่อหา solution ของ differential equation ให้เป็นผลรวมระหว่าง zeroth order Bessel functions กับ imaginary parts

$$\psi^*(r, s) = AK_0(sr/c) + BI_0(sr/c) \quad (42)$$

where  $A, B$  are functions of "s" only

แต่สมการที่ 42 ข้างบนที่มีเทอม  $I_0(sr/c)$  ทำให้ solution มีค่า infinite ในขณะที่ระยะ  $r$  ในแนวรัศมีเข้าใกล้ infinity จึงต้องทำให้เทอม  $I_0(sr/c)$  เป็นศูนย์ ทำให้ได้ solution ใหม่เป็น

$$\psi^*(r, s) = AK_0(sr/c) \quad (43)$$

2. จาก solution ข้อ 1 นั้น Aso ได้ทำการหาค่าตัวแปรเชิงอีลาสติกของ radial stress และ tangential stress จากการทำ inversion ของ complex variables และพลอตหา path of integration สำหรับ infinite arc ของ imaginary plane ใน quadrants ต่าง ๆ

3. ในการหา solution ของ closed curve เพื่อหาจุดขั้ว (pole) ของ integrand นั้น Aso ได้ใช้ทฤษฎี Cauchy residue theorem และใช้ asymptotic expression ช่วยในการแก้ปัญหา

จนกระทั่งได้สัมพันธ์ของค่า stresses กับ strains เป็นผลลัพธ์สุดท้ายที่กำหนดให้ ค่า  $t$  น้อยมาก

$$\sigma_r \Big|_{t \rightarrow \frac{r-a}{c}} = \frac{P_0}{2\pi i} \cdot \int_{w-i\infty}^{w+i\infty} \sqrt{\frac{a}{r}} \cdot \frac{1}{\xi} \cdot d\xi = P_0 \cdot \sqrt{\frac{a}{r}} \quad (44)$$

where  $\xi = sa/c$

$$\sigma_\theta \Big|_{t \rightarrow \frac{r-a}{c}} = \frac{P_0}{2\pi i} \cdot \int_{w-i\infty}^{w+i\infty} \frac{\lambda}{\lambda + 2G} \cdot \sqrt{\frac{a}{r}} \cdot \frac{1}{\xi} \cdot d\xi = P_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda + 2G} \cdot \sqrt{\frac{a}{r}} \quad (45)$$

สมการที่ 44 และ 45 ข้างบนได้จากการแก้ปัญหาในสภาวะของ dynamic wave front ถ้าต้องการหา static case ก็กำหนดให้ ค่า  $t$  ใหญ่ขึ้น

$$\sigma_r \Big|_{t \rightarrow \infty} = \frac{P_0}{2\pi i} \cdot \int_{w-i\infty}^{w+i\infty} \frac{a^2 \cdot e^{ct\xi/a}}{r^2 \xi} \cdot d\xi = P_0 \cdot \frac{a^2}{r^2} \quad (46)$$

$$\sigma_\theta \Big|_{t \rightarrow \infty} = \frac{P_0}{2\pi i} \cdot \int_{w-i\infty}^{w+i\infty} \frac{a^2 \cdot e^{ct\xi/a}}{r^2 \xi} \cdot d\xi = P_0 \cdot \frac{a^2}{r^2} \quad (47)$$

### 3.4.5 วิทยานิพนธ์ของ Daneshy

Daneshy (1969) ได้วิเคราะห์ปัญหาการ derived ค่าของ displacement potential นั้นจำเป็นต้องใช้ Laplace transformation เพื่อหาค่า radial stress ที่กระทำบน cylindrical cavity แต่เมื่อทำ numerical inversion โดยการ integration in the complex plane ทำการวิเคราะห์จริงหา integration ของฟังก์ชันใน s-plane (plane ที่ได้ transformed) จะเกี่ยวข้องกับ Bessel function การหาค่าผลลัพธ์จะทำได้ยากมาก

Daneshy จึงเสนอ solution สำหรับ viscoelastic wave equations ในกรณีที่ต้องทำ numerical inversion of the Laplace transformation โดยมีผลสรุปดังนี้

1. ใช้วิธีการ Papoulis Method (1957) สำหรับการหา time function ในกรณีของ expansion of  $f(t)$  ซึ่งจะหาค่า critical radial stress จากการพลอตหา numerical inversion ของ L-transforms

2. ฟังก์ชันที่ใช้ได้ดีในกรณีของ numerical inversion ได้แก่

(ก)  $f(t) \rightarrow \text{constant as } t \rightarrow \infty$

ค่าความถูกต้องของ inversion จะปรากฏเป็นสัดส่วนกลับ กับจำนวนค่าของเวลา  $f'(t)$  ที่เปลี่ยนเครื่องหมายไป วิธีการของ Papoulis และวิธีการของ Bellman (1966) จะให้ผลลัพธ์ที่น่าพอใจ

(ข)  $f(t) \rightarrow \infty$

จำเป็นต้องใช้วิธีของ Salzer (1958, 1961) ช่วงระยะเวลาความยาวของ interval  $(0, t)$  ที่ผลลัพธ์จะแม่นยำถูกต้องขึ้นอยู่กับจำนวนค่าของเวลา  $f'(t)$  ที่เปลี่ยนเครื่องหมาย

(ค)  $f(t)$  oscillating

ยังไม่มี numerical method วิธีใดที่จะให้ผลลัพธ์ถูกต้องสำหรับค่า large "t" เทคนิคที่จะทำให้ได้ค่าเชิง numerical ใช้ได้เพียงหนึ่งหรือสองฟังก์ชัน การคำนวณจะคลาดเคลื่อนมากเมื่อค่า frequency of oscillations เพิ่มขึ้น



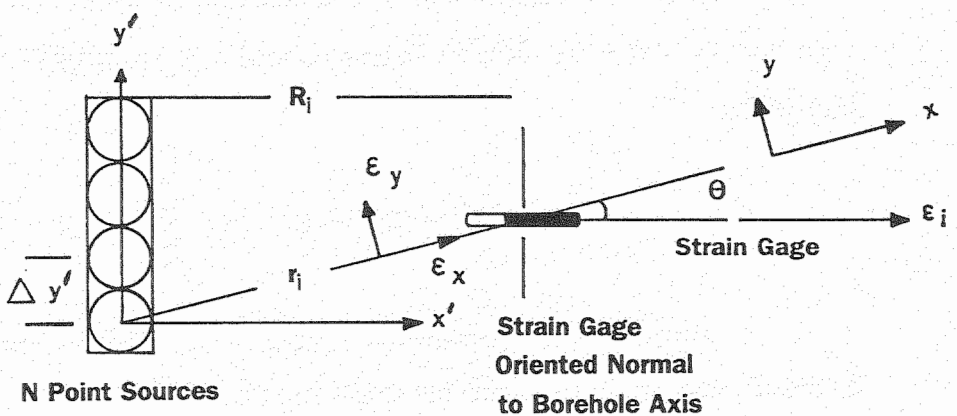
### 3.4.6 วิธานิพนธ์ของ Almone

Almone (1982) เสนอแนวทางใหม่ที่จำลองแบบ 3 มิติของ stress wave ด้วยการ superimposing stresses ที่ได้จาก a finite number of spherical expanding point sources ผลสรุปสำหรับงานของ Almone มีดังนี้

1. เริ่มต้นจาก closed form spherical wave equation (สมการที่ 5 หน้า 9) ก็หาค่า radial strain ที่อยู่ในรูป analytical form ตาม Duvall's solution จากนั้นก็หาค่า peak strain ที่ทำมุม  $\theta$  กับแกน x (ดูรูปที่ 10) ซึ่งได้ค่า oriented strain,  $\epsilon_i$  เป็น

$$\epsilon_i = \epsilon_{xi} \cos^2 \theta + \epsilon_{yi} \sin^2 \theta \tag{48}$$

where  $\epsilon_{xi}$  and  $\epsilon_{yi}$  are the principal strains in the radial and tangential directions



รูปที่ 10 แสดงตำแหน่งที่วาง strain gage เมื่อเทียบกับ หลุมเจาะระเบิด สำหรับระบบ cartesian coordinates สำหรับกรณี 2 มิติ

2. จากงานของ Starfield and Pugliese (1968) ได้ทำการ simplified กรณีของ 2 มิติได้ค่า strain ในแนวตั้งฉากกับหลุมเจาะ คือ

$$\epsilon_i(t) = \epsilon_{xi}(t) \cos^2 \theta \quad (49)$$

จุดนี้เองที่ Aimone อธิบายว่า ถ้าจะให้ถูกต้องในกรณีของ 3 มิติก็ต้องเพิ่มค่า tangential component of strain,  $\epsilon_{yi}$  เข้าไปด้วย

3. สำหรับระบบ polar coordinates จะหาค่าสัมพันธ์ของค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement) ใน  $r$ ,  $\theta$  และ  $z$  เมื่อเทียบกับ  $u$ ,  $v$  และ  $w$  (Achenbach, 1973)

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (50)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \quad (51)$$

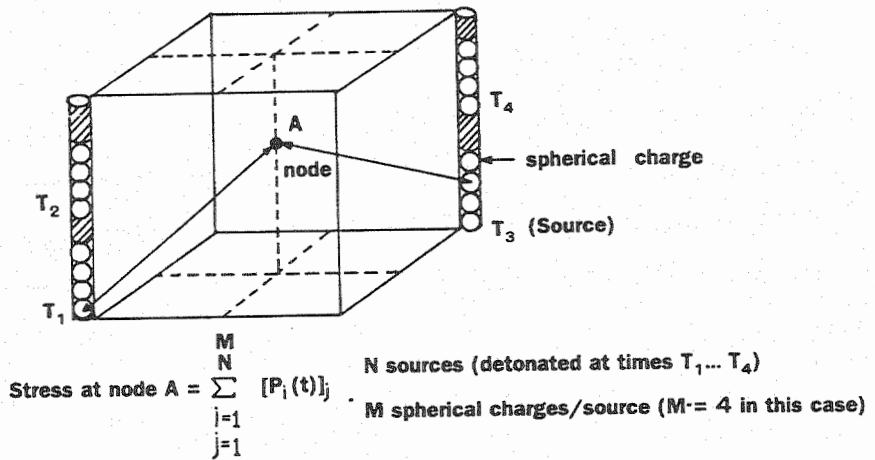
$$\epsilon_z = \frac{1}{r \cdot \sin \theta} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial r} + u \sin \theta + v \cos \theta \right) \quad (52)$$

เนื่องจาก radial symmetry ไม่มีการเปลี่ยนตำแหน่งในแนว tangential ต่อ wave front ( $v = w = 0$ ) จึงได้ค่า volumetric strain ( $\epsilon_v$ ) ที่สมมุติให้เท่ากับค่า dilatation ( $\Delta$ ) ได้เป็น

$$\epsilon_v = \epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z = \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \cdot \frac{u}{r} \quad (53)$$

จากนั้นจึงหาค่า displacement, radial strain ที่ได้จาก solution ของ Duvall หาค่าของ radial stress กับ tangential stress ในกรณี 3 มิติได้

4. Aimone ได้เสนอวิธีคำนวณเชิง 3 มิติ ของการคำนวณ principal stresses ที่เกิดโดยจากการจุดระเบิดของ multiple, long, cylindrical charges โดยอาศัยจำนวน a finite number ของช่วงเวลาที่เป็น time-delayed point sources ภายในหลุมเจาะที่เกิดจาก spherical expanding waves ที่เกิดจากการ superimposed ที่ receiving nodes (ดูรูปที่ 11)



รูปที่ 11 รูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่าง receiving nodes (A) กับ separately exploded charges (ที่ถูกแบ่งเป็น 4 spherical sources ที่ทำการจุดระเบิดต่างกันในเวลา  $t_1$  ถึง  $t_4$ )

วิธีการคำนวณโดยใช้ computer code เชิง 3 มิตินี้จะแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน

ขั้นตอนแรก แต่ละ node ของ point source ในหลุมเจาะจะถูกคำนวณโดยป้อนค่าของคุณสมบัติของหิน (วัสดุ) และวัตถุระเบิด และพยายามเลือกค่าเชิงพลศาสตร์เท่านั้น

ขั้นตอนที่สอง ค่าที่คำนวณจากสมการต่าง (ตาม solution ของ Duvall) ได้หาค่ามาได้และแปลงจาก local coordinates ไปเป็น global coordinates

ขั้นตอนที่สาม ค่าของ principal stresses ในเชิง 3 มิติจะถูกนำมารวมกันเทียบกับเวลา (summed over time) โดยอาศัย polynomial solving routine โดยใช้ค่า eigen-values เพื่อหาขนาดของค่าความเค้นทั้ง normal และ shear stresses สำหรับการหาค่า eigen-vectors เพื่อหาทิศทางของความเค้นต่าง ๆ นั้นจะใช้ Newton's method เพื่อแก้ปัญหาของ non-linear equations



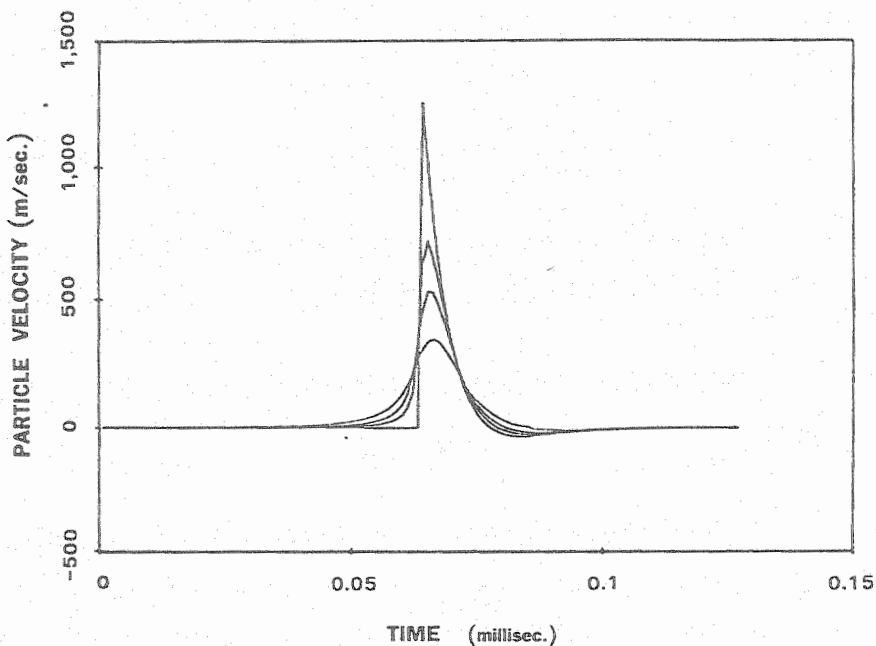
### 3.4.7 บทความของ Harries

Harries (1973, 1983, 1990) ได้อาศัย solution ของ Favreau (1969) ที่สมมุติหลุมเจาะระเบิดอยู่ในสภาพของ thick walled cylinder เมื่อกำหนดให้หินที่จะทำการระเบิดเป็น perfectly elastic isotropic medium

ดังนั้นเมื่อทำการจุดระเบิด ความดันจากการระเบิด (explosion pressure) ที่เกิดภายในนั้นจะอยู่ในสภาวะของ simple polytropic state สามารถใช้ adiabatic equation มาคำนวณหา detonation product gas pressure [มีค่าเท่ากับ wall stress เมื่อความเร่งเท่ากับศูนย์] ทำให้ได้ค่า displacement ของ cavity wall สำหรับ cylindrical or spherical geometry และยังได้ค่าของ particle velocity ที่เป็นฟังก์ชันของ ระยะทาง (r) กับ retarded time ( $\tau$ )

งานของ Harries มีประเด็นหลักที่สำคัญดังนี้

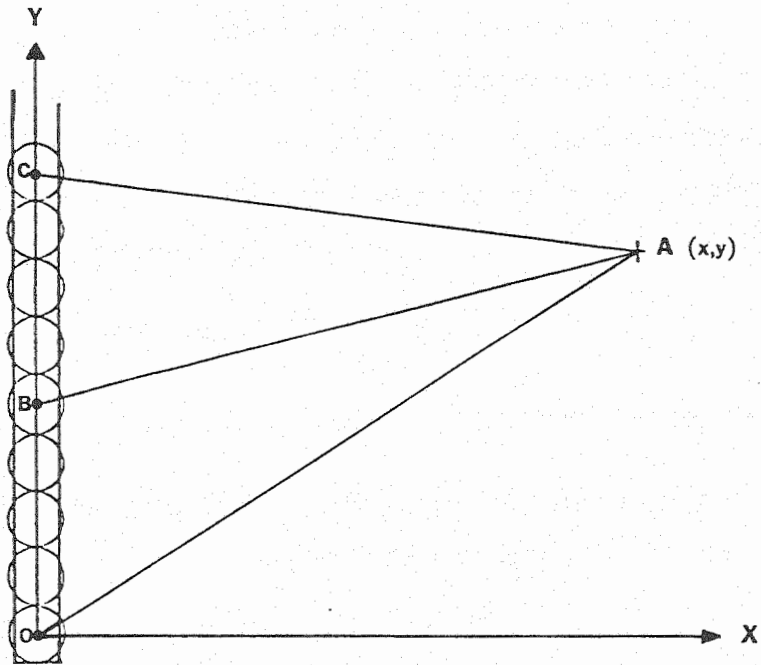
1. ค่าของ particle velocity จะมีลดลงเป็นสัดส่วน  $1/r$  (ดูรูปที่ 12) ซึ่ง pulse attenuation จะเป็นไปตาม Q model ที่เสนอแนะโดย Kjarntansson (1979)



รูปที่ 12 ผลของ attenuation on pulse จาก spherical charge (ในรูปมี attenuation 4 ค่า คือ 0, 0.025, 0.05, 0.10)

2. จากการวิเคราะห์ผลการทดลองพบว่า dominant frequency ที่เกิดจาก cylindrical charge จะมีค่าต่ำกว่า frequency ที่เกิดจาก spherical charge ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากันอย่างมาก โดยค่าเฉลี่ยพบว่า frequency ของ cylinder ประมาณ 1/6 เท่าของ sphere

3. วิธีการของ equivalent sphere สามารถประยุกต์มาใช้กับ long cylindrical charge นั่นคือ เมื่อทำการคัดเลือกรัศมีของทรงกลมที่ทำให้ปริมาตรของทรงกลมเท่ากับ ปริมาตรของทรงกระบอก (ซึ่งมีค่าความยาวเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม) โดยวิธีการนี้สามารถจำลองแบบของ a long cylindrical charge โดยใช้ equivalent spheres ได้ ดังแสดงในรูปที่ 13 ข้างล่างนี้



รูปที่ 13 ภาพตัดในแนวตั้งของการจำลองแบบ a cylindrical charge โดยมี wave path 3 แนว ที่จุดตั้งต้น ( $t_0$ ) ที่จุดเวลาผ่านไป ( $t$ ) และจุดสุดท้าย ( $t_f$ )  
Path OA corresponds to  $t_0$   
Path OBA corresponds to  $t$   
Path OCA corresponds to  $t_f$

### บทที่ 4

#### แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นพัลส์ทรงกลม

จากการศึกษาสมการคลื่นพัลส์ของการระเบิดตามรายละเอียดในบทที่ 2 ทำให้สามารถประยุกต์กลไกของคลื่นพัลส์ที่ทำให้เกิดการแตกหักของหินมาใช้ในการออกแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของคลื่นพัลส์ทรงกลมได้ 2 แบบ คือ แบบจำลองของ exponential pressure pulse กับแบบจำลองของ non-exponential (step function) pressure pulse

#### 4.1 แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ exponential spherical pulse

General solution ของค่า displacement potential ที่แสดงไว้ในสมการที่ 23 หัวข้อ 3.3 บทที่ 3 เป็น solution ที่สมมติให้แทนได้ด้วย single exponential pressure pulse

จากการทดสอบหาความสัมพันธ์ของคลื่นพัลส์จากการจุดระเบิด งานของ U.S. Bureau of Mines) และทำการบันทึกค่าของความเครียด (strain) โดยใช้ strain gages และเปลี่ยนจุดทดสอบไปเรื่อยๆ จาก  $r = a$  เป็น  $r = 2a$ ,  $r = 5a$  และจนถึง  $r = \infty$  ผลของการทดลองพบว่า general solution ของค่า displacement นั้น ยังต้องมีการพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ดังนั้นจึงมีการเสนอแนวทางใหม่ให้ค่าความดันที่กระทำอยู่ในรูปแบบใหม่เป็น

$$P(t) = P_0 (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad \text{for } \beta > \alpha \quad (54)$$

where  $\alpha$  and  $\beta$  are constants of pressure pulse parameters

จาก method of superposition ทำให้ได้ค่าของ displacement potential ดังแสดงในสมการที่ 23 หัวข้อ 3.3 หน้า 15 เปลี่ยนเป็น

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{aP_0 / \rho\gamma}{\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}} - \alpha\right)^2 + \omega^2} \cdot \left\{ -e^{-\alpha\tau} + e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \left[ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\alpha}{\omega}\right) \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right] \right\} \\ & + \frac{aP_0 / \rho\gamma}{\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}} - \beta\right)^2 + \omega^2} \cdot \left\{ -e^{-\beta\tau} + e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \left[ \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\beta}{\omega}\right) \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right] \right\} \end{aligned}$$

(55)

เมื่อต้องการหาค่าตัวแปรอื่น ดังเช่นค่าของการเปลี่ยนตำแหน่งของอนุภาค (particle displacement,  $u$ ) ค่าความเร็วของอนุภาค (particle velocity,  $v$ ) ความเร่ง (acceleration,  $A$ ) ความเครียดในแนวรัศมี (radial strain,  $\epsilon_r$ ) และค่าของ dilatation,  $\Delta$  ดังแสดงในสมการที่ 56 ข้างล่างนี้

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\partial \phi}{\partial r}, \\
 v &= \frac{\partial u}{\partial t}, \\
 A &= \frac{\partial v}{\partial t}, \\
 \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r}, \\
 \Delta &= \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \cdot \frac{u}{r} = \epsilon_r + 2\epsilon_\theta \quad (56)
 \end{aligned}$$

ซึ่งเมื่อทำ partial derivatives แล้ว ทำให้ได้ final equations ดังสมการที่ 57, 58, 59, 60, และ 61

อนึ่งสำหรับสมการที่ 57-61 นี้ ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบกับวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกจากหลายมหาวิทยาลัยกับบทความวิจัย ที่ตีพิมพ์ในวารสารต่างๆ รวมทั้งได้ทดสอบจากการพิสูจน์สมการด้วยตนเอง ก็พบว่าถูกต้องทุกอย่าง

สมการสุดท้ายของแบบจำลองคลื่นพัลส์ทรงกลมที่มี double exponential decay pulses ได้แก่

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{9aP_0}{4\rho c^2} \left(\frac{a}{r}\right) \cdot \left\{ \left(\frac{a}{r} - \frac{2n}{3}\right) \frac{e^{-n\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2n+n^2} - \left(\frac{a}{r} - \frac{2m}{3}\right) \frac{e^{-m\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2m+m^2} \right. \\
 &\quad - \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2n+n^2}} \cdot \left[ \left(\frac{a}{r}\right) \sin(\omega\tau + \theta_1) - \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin(\omega\tau + \theta_1 - \theta_3) \right] \\
 &\quad \left. + \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2m+m^2}} \cdot \left[ \left(\frac{a}{r}\right) \sin(\omega\tau + \theta_2) - \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin(\omega\tau + \theta_2 - \theta_3) \right] \right\} \quad (57)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v = & \frac{3aP_0}{2\rho c} \left( \frac{a}{r} \right) \cdot \left\{ -n \left( \frac{a}{r} - \frac{2n}{3} \right) \frac{e^{-n\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2n+n^2} + m \left( \frac{a}{r} - \frac{2m}{3} \right) \frac{e^{-m\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2m+m^2} \right. \\
 & + \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2n+n^2}} \cdot \left[ \sqrt{3} \left( \frac{a}{r} \right) \sin(\omega\tau + \theta_1 - \theta_3) - 2 \sin(\omega\tau + \theta_1 - 2\theta_3) \right] \\
 & \left. - \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2m+m^2}} \cdot \left[ \sqrt{3} \left( \frac{a}{r} \right) \sin(\omega\tau + \theta_2 - \theta_3) - 2 \sin(\omega\tau + \theta_2 - 2\theta_3) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

(58)

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{P_0}{\rho a} \left( \frac{a}{r} \right) \cdot \left\{ n^2 \left( \frac{a}{r} - \frac{2n}{3} \right) \frac{e^{-n\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2n+n^2} - m^2 \left( \frac{a}{r} - \frac{2m}{3} \right) \frac{e^{-m\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2m+m^2} \right. \\
 & - \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2n+n^2}} \cdot \left[ 3 \left( \frac{a}{r} \right) \sin(\omega\tau + \theta_1 - 2\theta_3) - 2\sqrt{3} \sin(\omega\tau + \theta_1 - 3\theta_3) \right] \\
 & \left. + \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2m+m^2}} \cdot \left[ 3 \left( \frac{a}{r} \right) \sin(\omega\tau + \theta_2 - 2\theta_3) - 2\sqrt{3} \sin(\omega\tau + \theta_2 - 3\theta_3) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

(59)

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_r = & \frac{9P_0}{4\rho c^2} \left(\frac{a}{r}\right) \cdot \left\{ - \left[ 2\left(\frac{a}{r}\right)^2 - \frac{4n}{3} \cdot \frac{a}{r} + \frac{4n^2}{9} \right] \cdot \frac{e^{-n\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2n+n^2} \right. \\
 & + \left[ 2\left(\frac{a}{r}\right)^2 - \frac{4m}{3} \cdot \frac{a}{r} + \frac{4m^2}{9} \right] \cdot \frac{e^{-m\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2m+m^2} \\
 & + \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2n+n^2}} \cdot \left[ 2\left(\frac{a}{r}\right)^2 \sin(\omega\tau+\theta_1) - \frac{4\sqrt{3}}{3} \left(\frac{a}{r}\right) \sin(\omega\tau+\theta_1-\theta_3) \right. \\
 & \left. + \frac{4}{3} \sin(\omega\tau+\theta_1-2\theta_3) \right] \\
 & - \frac{e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2m+m^2}} \cdot \left[ 2\left(\frac{a}{r}\right)^2 \sin(\omega\tau+\theta_2) \right. \\
 & \left. - \frac{4\sqrt{3}}{3} \left(\frac{a}{r}\right) \sin(\omega\tau+\theta_2-\theta_3) + \frac{4}{3} \sin(\omega\tau+\theta_2-2\theta_3) \right] \left. \right\}
 \end{aligned}$$

(60)

$$\begin{aligned}
 \Delta = & \frac{P_0}{\rho c^2} \left(\frac{a}{r}\right) \cdot \left[ -n^2 \cdot \frac{e^{-n\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2n+n^2} + m^2 \cdot \frac{e^{-m\omega\tau/\sqrt{2}}}{3-2m+m^2} \right. \\
 & + \frac{3e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2n+n^2}} \cdot \sin(\omega\tau+\theta_1-2\theta_3) \\
 & \left. - \frac{3e^{-\omega\tau/\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\sqrt{3-2m+m^2}} \cdot \sin(\omega\tau+\theta_2-2\theta_3) \right]
 \end{aligned}$$

(61)

ความสัมพันธ์ของค่า parameters ของสมการที่ 57-61 มีดังนี้

$$\alpha = n\omega / \sqrt{2} \quad (62)$$

$$\beta = m\omega / \sqrt{2} \quad (63)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{1-n} \quad (64)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{1-m} \quad (65)$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \sqrt{2} \quad (66)$$

ค่าของความเครียดในแนวสัมผัส (tangential strain :  $\epsilon_\theta$ ) ความเค้นในแนวรัศมี (radial stress :  $\sigma_r$ ) และความเค้นในแนวสัมผัส (tangential stress :  $\sigma_\theta$ ) ก็สามารถหาได้จากทฤษฎีอีลาสติก นั่นคือ

$$\epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (67)$$

$$\sigma_r = \lambda\Delta + 2G\epsilon_r \quad (68)$$

$$\sigma_\theta = \lambda\Delta + 2G\epsilon_\theta \quad (69)$$



#### 4.2 แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ non-exponential spherical pulse

ถ้ากำหนดให้ความดันที่กระทำเป็นหน่วยฟังก์ชัน (unit function form) นั่นคือ ค่า time decay constant ( $\alpha$ ) มีค่าเข้าใกล้ศูนย์สมการที่ 21 หน้า 14 จะเปลี่ยนรูปแบบเป็นหน่วยฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 & \text{for } t \geq 0 \\ P(t) &= 0 & \text{for } t < 0 \end{aligned} \quad (70)$$

Conventional solution ของ displacement potential solution เมื่อค่าของ  $\alpha$  เข้าใกล้ศูนย์

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{2aP_0}{3\rho\omega^2 r} \left[ -1 + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega\tau + \tan^{-1}\sqrt{2}) \right] & \text{for } \tau \geq 0 \\ &= 0 & \text{for } \tau < 0 \end{aligned} \quad (71)$$

จาก solution ที่แสดงในสมการที่ 71 ข้างบนนี้ ค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement) ของอนุภาคขึ้นตรงต่อการใช้หน่วยฟังก์ชันของความดันต่อพื้นผิวภายในของโพรง ทำให้ได้รูปแบบ single exponential pressure pulse เปลี่ยนเป็นรูปแบบใหม่ของ step function ทำให้ได้ general solution ของการเปลี่ยนตำแหน่งของอนุภาค ดังสมการข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{aP_0}{4G} \left[ (a/r)^2 - \sqrt{3/2} \cdot (a/r)^2 \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \cdot \sin(\omega\tau + \tan^{-1}\sqrt{2}) + \sqrt{2}(a/r) \cdot e^{-\omega\tau/\sqrt{2}} \cdot \sin\omega\tau \right] \\ &\text{for } \tau \geq 0 \end{aligned} \quad (72)$$

$$= 0 \quad \text{for } \tau < 0$$

where  $\lambda = G$ , or the Poisson's ratio is 0.25



ในการทำงานเดียวกันค่า displacement, u ของ double exponential pressure pulses เมื่อถูกเปลี่ยนสภาวะความดันเป็นหน่วยฟังก์ชัน ก็หาได้โดยตรงจากสมการที่ 57 ของหัวข้อ 4.1 เพียงแต่แทนค่าของ  $\alpha$  กับ  $\beta$  ให้เท่ากับศูนย์

Conventional equations ของ double spherical pulse ที่เสนอโดย Duvall นี้ได้ถูกนำมาเขียนเป็นแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นทรงกลมในโปรแกรมแรก

### 4.3 แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของ general spherical pulse

ธรรมชาติของวัสดุทั้งที่เป็นมวลสารดินหรือมวลสารหินไม่จำเป็นที่จะมีค่าของ Lamé's constant ( $\lambda$ ) ไม่เท่ากับค่าของ modulus of rigidity (G) เสมอไป หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ ค่าคงที่เชิงอีลาสติกของ Poisson's ratio ไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากับ 0.25 (หินทั่วไปจะอยู่ในช่วงประมาณ 0.2-0.5)

สมมุติฐานที่ได้กล่าวมาทั้งหมดในหัวข้อ 4.1 และ 4.2 นั้นจะกำหนดให้ค่า Poisson's ratio เท่ากับ 0.25 ผู้วิจัยค้นคว้าพบว่าค่า displacement potential function,  $\phi$  ที่สามารถใช้กับ general spherical pulse นั้นได้มีผู้เสนอไว้คือ Rinehart (1975) โดยเริ่มต้นกำหนดให้มี transient pressure pulse เป็นแบบ a single exponential decay form และมี solution สำหรับ displacement potential function ดังนี้

$$\phi = \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ -e^{-\alpha\tau} + \frac{\eta}{\omega_0} \cdot e^{-\chi\tau} \cdot \cos(\omega_0\tau - \zeta) \right\} \quad (73)$$

ค่าคงที่ต่างๆ ในสมการที่ 73 ข้างบนนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุ รัศมีของโพรง และรูปร่างของพัลส์ ที่มากระทำ กำหนดให้

$$\chi = (c/a) (1-2\nu) / (1-\nu) \quad (74)$$

$$\eta^2 = \omega_0^2 + (\chi - \alpha)^2 \quad (75)$$

$$\omega_0 = (c/a) (1-2\nu)^{1/2} / (1-\nu) \quad (76)$$

$$\zeta = \tan^{-1} [(\chi - \alpha) / \omega_0] \quad (77)$$

จากสมการที่ 73 เมื่อทำการ differentiation และใช้ค่าคงที่ในสมการที่ 62-66 จะสามารถหาค่าของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง (u) ค่าความเร็วอนุภาค (v) ค่าความเครียดในแนวรัศมี ( $\epsilon_r$ ) และค่าของ dilatation ( $\Delta$ )

Expression ที่เหมาะสมสำหรับเป็น analytical form เพื่อทำการคำนวณโดยอาศัยคอมพิวเตอร์ ได้แก่สมการที่ 78-82 หน้าที่ 37-39

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ \left( \frac{1}{r} - \frac{\alpha}{c} \right) \cdot e^{-\alpha \tau} \right. \\
 &+ \frac{\eta e^{-\chi \tau}}{\omega_0} \cdot \left[ \left( \frac{\chi}{c} - \frac{1}{r} \right) \cdot \cos(\omega_0 \tau - \zeta) \right. \\
 &\left. \left. + \frac{\omega_0}{c} \cdot \sin(\omega_0 \tau - \zeta) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{78}$$

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ \alpha \left( \frac{\alpha}{c} - \frac{1}{r} \right) \cdot e^{-\alpha \tau} \right. \\
 &+ \eta e^{-\chi \tau} \cdot \left[ \left( \frac{\omega_0^2 - \chi^2}{c \omega_0} + \frac{\chi}{r \omega_0} \right) \cdot \cos(\omega_0 \tau - \zeta) \right. \\
 &\left. \left. + \left( \frac{1}{r} - \frac{2\chi}{r} \right) \cdot \sin(\omega_0 \tau - \zeta) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{79}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ \alpha^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{\alpha}{c} \right) \cdot e^{-\alpha \tau} \right. \\
 &+ \eta e^{-\chi \tau} \cdot \left[ \left( \chi^2 - 3\omega_0^2 \right) \frac{\chi}{c\omega_0} \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{(\omega_0^2 - \chi^2)}{r\omega_0} \right) \cdot \cos(\omega_0 \tau - \zeta) \right. \\
 &+ \left. \left. \left. \left( \frac{3\chi^2 - \omega_0^2}{c} - \frac{2\chi}{r} \right) \cdot \sin(\omega_0 \tau - \zeta) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{80}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_r &= \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ \left( \frac{2\alpha}{rc} - \frac{2}{r^2} - \frac{\alpha^2}{c^2} \right) \cdot e^{-\alpha \tau} \right. \\
 &+ \eta \cdot e^{-\chi \tau} \cdot \left[ \left( \frac{\chi^2 - \omega_0^2}{c^2 \omega_0} + \frac{2}{r\omega_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{\chi}{c} \right) \right) \cdot \cos(\omega_0 \tau - \zeta) \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{2}{c} \left( \frac{\chi}{c} - \frac{1}{r} \right) \cdot \sin(\omega_0 \tau - \zeta) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{81}$$

$$\Delta = \frac{aP_0}{\eta^2 \rho r} \cdot \left\{ -\frac{\alpha^2}{c^2} e^{-\alpha\tau} + \frac{\eta e^{-\chi\tau}}{c^2} \cdot \left[ \left( \frac{\chi^2 - \omega_0^2}{\omega_0} \right) \cdot \cos(\omega_0\tau - \zeta) + 2\chi \sin(\omega_0\tau - \zeta) \right] \right\} \quad (82)$$

Analytical equations ที่ระบุมาข้างบนเริ่มตั้งแต่สมการที่ 78 ถึงสมการที่ 82 ยังไม่มีใน literatures ใดบันทึกไว้ หลังจากที่ได้ derived มาจาก solution ของ Rinehart แล้ว ผู้วิจัยได้ทดสอบป้อนค่าที่ได้โดยเปลี่ยน Poisson's ration เป็นค่าตัวแปรไม่ใช่คงที่ 0.25 เสมอไป แล้วลองหาค่าที่ Poisson's ratio ที่เท่ากับ 0.25 เพื่อเปรียบเทียบกับ conventional spherical pulse ที่ใช้ solutions ของ Sharpe กับ Duvall ทั้งที่เป็นแบบ exponential และ step function spherical pulse ปรากฏว่า analytical results ทั้งโดย hand calculation กับ computer calculation ได้ผลใกล้เคียงเป็นที่น่าพอใจ สามารถสรุปได้ว่าแบบจำลอง general spherical pulse ที่เสนอมาใหม่ในงานวิจัยนี้มีผลน่าเชื่อถือจะสามารถประยุกต์ใช้ได้กับทุกสถานการณ์ ตั้งแต่กรณีของค่าคงที่เชิงอีลาสติคที่แปรเปลี่ยนไปได้ตามธรรมชาติของวัสดุ ตลอดจนกรณีของความดันที่กระทำอาจมีการสลายตัวเป็นรูป exponential form หรือ unit form ก็ได้

อนึ่งในจุดตั้งต้นของ displacement potential,  $\phi$  ได้กำหนดให้ใช้กับ single spherical pulse ซึ่งก็สามารถจะใช้กฎของ superposition มาทำการหา displacement potential function ที่ใช้กับ double spherical pulses จากนั้นก็ทำ differentiation ที่เหมาะสม ก็จะหาค่าตัวแปรต่าง ๆ ของสมการที่ 78-82 ในรูปแบบใหม่

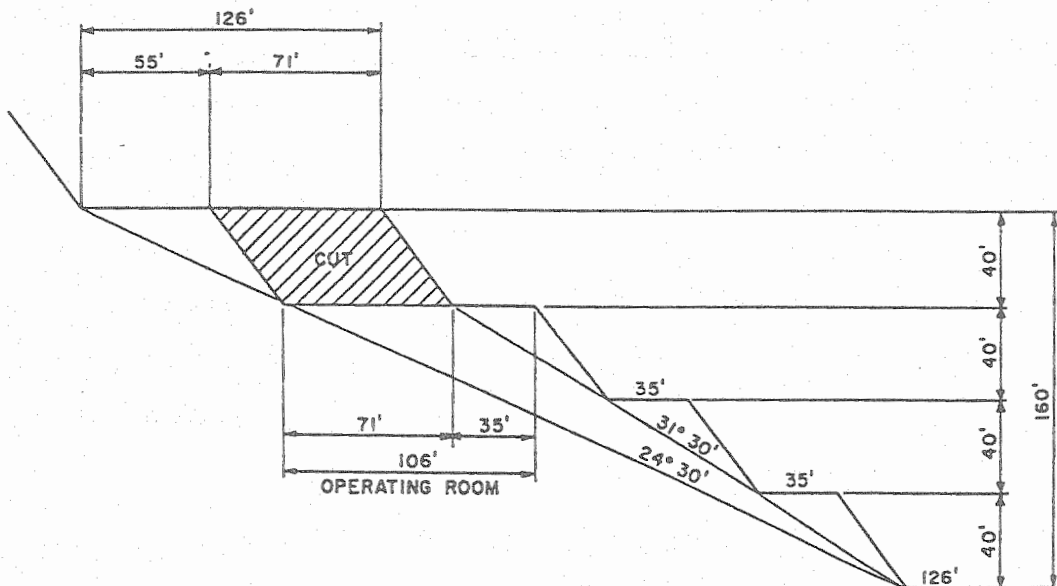
สมการของ double spherical pulses นี้ได้ถูกนำมาเขียนเป็นแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของคลื่นทรงกลมทั่วไปที่ผู้วิจัยได้เสนอเป็นแนวทางใหม่ โดยถูกนำมาเขียนเป็นโปรแกรมที่สอง

## บทที่ 5 งานระเบิดหินแบบขั้นบันได

ในทางทฤษฎีเมื่อมีการระเบิดหินมักจะตั้งสมมุติฐาน long cylindrical charge เป็นคลื่นพัลส์ที่ทำให้หินแตกหักในแนว free vertical face และคลื่นพัลส์ที่เป็น spherical charge ทำให้หินแตกหักในแนว free horizontal face แต่ในสภาพที่เป็นจริงในภาคสนามเมื่อทำการระเบิดหน้าเหมืองหินแบบขั้นบันได (bench blasting) จะตั้งสมมุติฐานให้ cylindrical charge เป็นส่วนประกอบของ concentrated charge หลาย charges รวมกัน

### 5.1 การพัฒนาแบบจำลองของงานระเบิดขั้นบันได

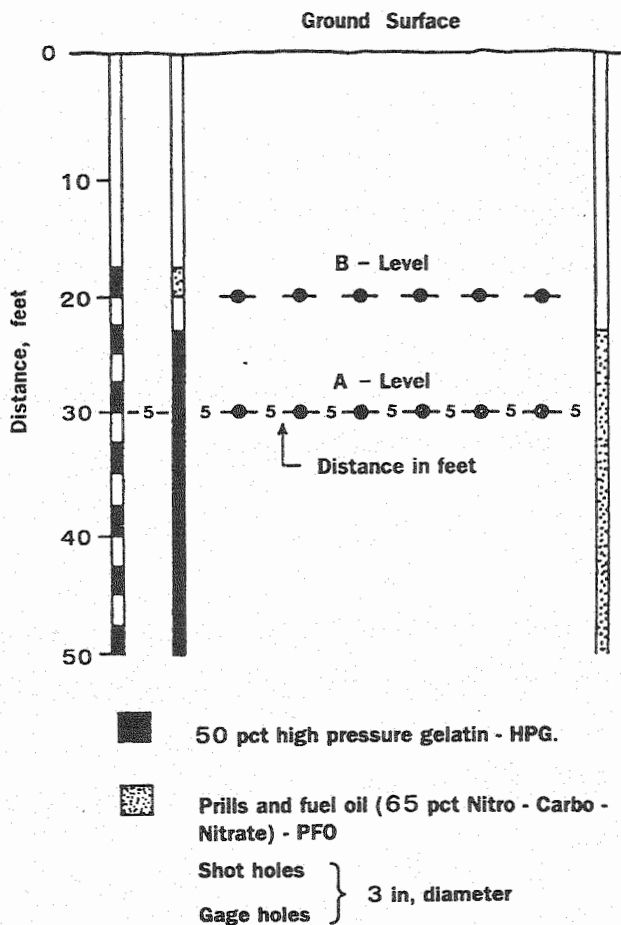
จากรูปแบบเชิงเรขาคณิตของงานระเบิดแบบ bench blasting ดังแสดงในภาพสเก็ตช์ของรูปที่ 14 สามารถจะสมมุติให้การระเบิด (explosion) ของวัตถุระเบิดในหลุมเจาะรูปทรงกระบอกยาว เปรียบเทียบได้กับการระเบิดของ concentrated charges



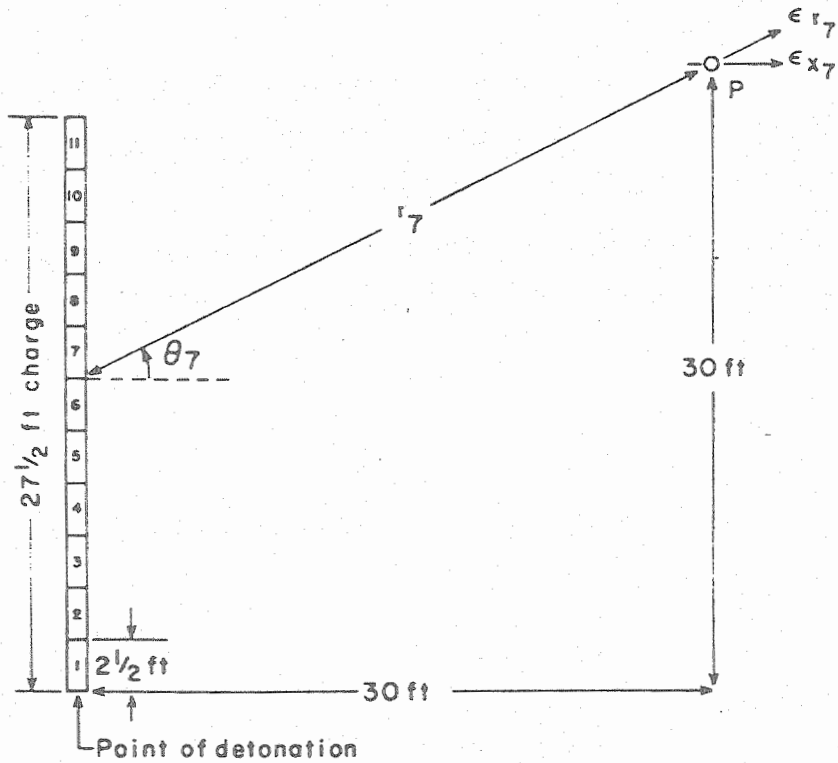
รูปที่ 14 รูปแบบเชิงเรขาคณิตของงานระเบิดเหมืองหินแบบขั้นบันได

U.S. Bureau of Mines ได้มีการพัฒนาวิธีการทดสอบหา simulation technique ที่เหมาะสมกับการออกแบบงานระเบิดจริงในภาคสนาม (Duvall, et al., 1966; Starfield and Pugliese, 1968)

งานในขั้นแรกก็จะทำการบันทึกค่าความเครียดของพัลส์ (strain pulse) ในการบันทึกภาคสนาม จากรูปที่ 15 แสดงให้เห็นถึงรูปหน้าตัดของ cylindrical charge test ในหิน granite gneiss ซึ่งมีจุดประสงค์ที่ต้องการทราบถึง strain propagation กับทราบค่าของ strain pulse ที่เกิดจาก pulse superposition อันเป็นผลจากการเพิ่มวัตถุระเบิดเป็นอนุกรมในแนวเส้น (a series of incremental charges arranged in a line)



รูปที่ 15 รูปหน้าตัดแสดงตำแหน่งและชนิดของวัตถุระเบิดที่ใช้ใน cylindrical charge test

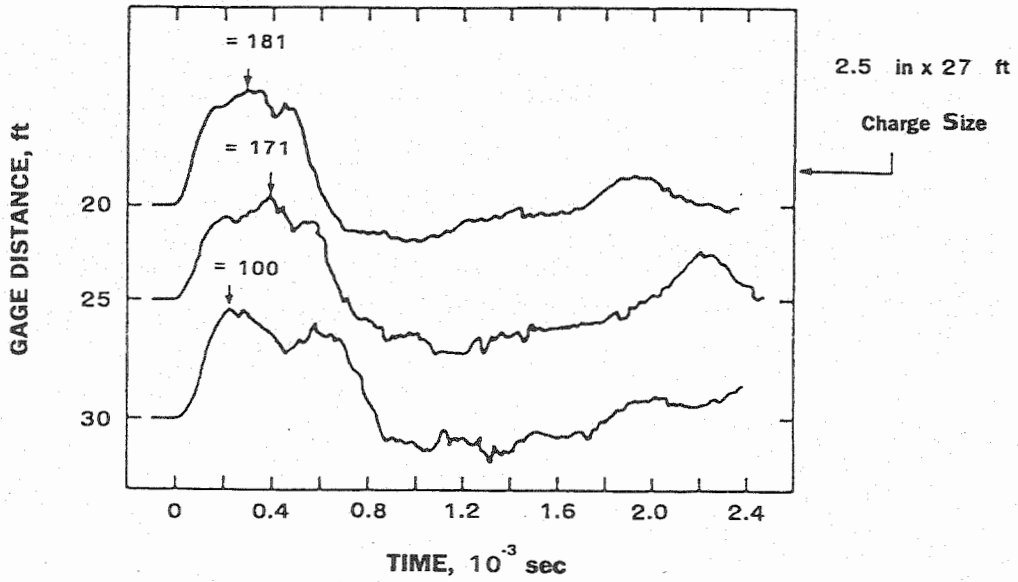


รูปที่ 16 รูปแบบเรขาคณิตของ incremental charge studies ที่ทำการทดสอบในหิน granite-gneiss

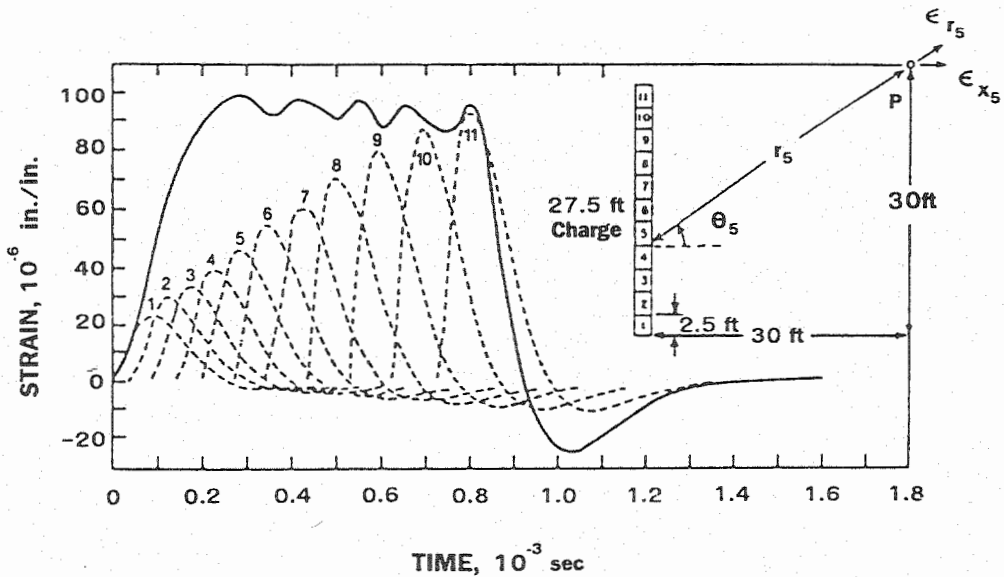
ส่วนรูปที่ 16 แสดงรูปแบบเรขาคณิตของงานพัฒนาเทคนิคในการเพิ่มจำนวน วัตถุระเบิด เมื่อทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่จากการคำนวณกับที่ทำการวัดจริงได้ค่าความ แมันยำถูกต้องในระดับที่น่าพอใจ (ดูรูปที่ 17) โดยที่ค่า amplitude และ duration ของ compressive pulse โกล้เคียงถูกต้องมาก แต่ค่า duration ของ tensile pulse ที่ได้จากการ คำนวณสั้นกว่าค่าที่วัดจริง

Plewman and Starfield (1965) ได้เสนอแนะการวิเคราะห์ปัญหาของ superimposing incremental pulses และได้รูปแบบของ strain waveforms หลายแบบขึ้นอยู่กับ รูปร่าง (shape) ของพัลส์ที่มากกระทำด้วย และยังมีองค์ประกอบอื่นที่เกี่ยวข้องคือ gage position, gage orientation และ velocity of detonation ซึ่งมีผลต่อรูปร่างของพัลส์ด้วย

EXPLOSIVE, HPG



a)



b)

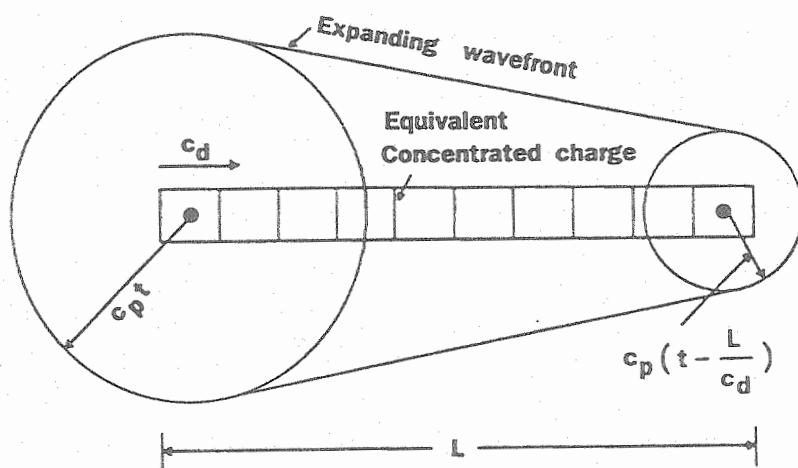
รูปที่ 17 การเปรียบเทียบค่าระหว่างการวัดค่าความเครียด  
ในภาคสนามกับการคำนวณค่าความเครียด

a) เป็นค่า strain pulse ของวัตถุระเบิดแบบ HPG ที่วัดค่าได้  
บน level B ของระยะ 20, 25 และ 30 ฟุต ตามลำดับ

b) กราฟเส้นประเป็นค่า incremental pulses จำนวน 11 พัลส์  
ที่คำนวณได้ กราฟเส้นทึบเป็นผลลัพธ์ของพัลส์



Solution สำหรับการอธิบายและสร้างเป็นแบบจำลองเชิง finite difference ของ long cylindrical charge ได้ถูกเสนอแนะโดย Starfield and Pugliese (1968) โดยทำการแบ่งแบบจำลอง (model) ออกเป็น a set of charge segments (ดูรูปที่ 18) โดยแต่ละ segment ก็แทนด้วย equivalent spherical charge จากนั้นก็ทำการคำนวณค่าตัวแปรเชิงอีลาสติก (elastic variables) เพื่อหาการเปลี่ยนตำแหน่ง ความเค้น และความเครียด ดังได้แสดงไว้ในเรื่องการพัฒนาจาก solutions ของ Sharpe และของ Duvall ในบทที่ 3 และบทที่ 4



รูปที่ 18 แบบจำลองเชิง finite difference เพื่อแสดง detonation and wave generation ของหลุมเจาะระเบิดทรงกระบอกยาว

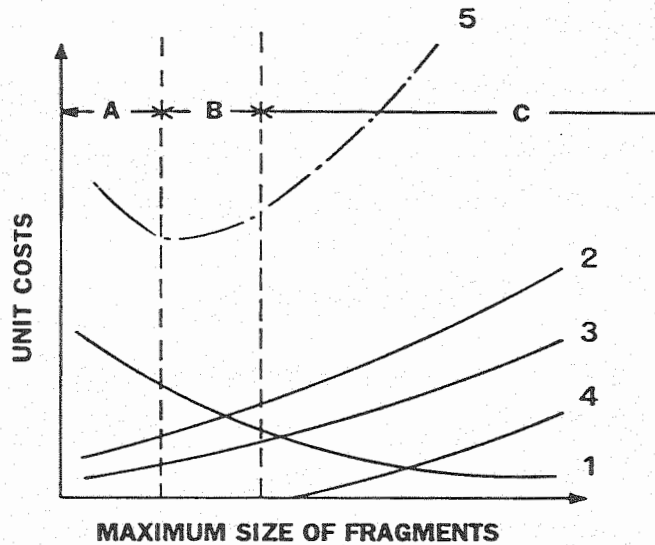
- หมายเหตุ  $c_d$  = detonation velocity  
 $c_p$  = longitudinal (dilatation) or primary wave velocity  
 $t$  = real time  
 $L$  = length of cylindrical charge



## 5.2 แบบจำลองงานพัฒนาเหมืองหิน

งานระเบิดเปิดหน้าเหมืองหินนั้นนอกจากจุดประสงค์หลักในการทำให้หินแตกหักเป็นก้อนที่เหมาะสมที่จะสามารถนำเข้าไปโรงม่ย่อยต่อไปด้วยค่าใช้จ่ายต่ำสุด ก็ยังจำเป็นต้องคำนึงถึงเสถียรภาพของเหมืองหินอีกด้วย

สิ่งที่มักเป็นข้อขัดแย้งกันระหว่างความต้องการให้เกิดการแตกหักของมวลหินที่ดีมากจนเกือบนำไปใช้งานได้เลย กับความต้องการให้มีความเสียหาย (ในเรื่องรอยร้าว รอยแตก) ของ rock slope น้อยที่สุด ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (optimum result) เมื่อเปรียบเทียบกับความกดดันเชิงเศรษฐกิจได้แสดงเป็นความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายกับผลการแตกหักของหิน ดังแสดงในรูปที่ 19



- 1 = DRILLING AND BLASTING
- 2 = LOADING AND HAULING
- 3 = CRUSHING
- 4 = SECONDARY BLASTING
- 5 = TOTAL COSTS

รูปที่ 19 การแตกหักของหินที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่ายต่างๆ ในการพัฒนาเหมืองหิน

การพัฒนาเหมืองหินให้ได้การแตกหักที่ดี (well fragmented) กับการแตกหักแบบหลวม (loose fragmented) ของกองวัสดุ มีส่วนที่เป็นผลกระทบต่อไปในเรื่องตัวแปรของค่า ใช้จ่ายในเรื่องการบรรทุก (loading) การขนส่ง (transportation) และการบดย่อย (crushing) องค์ประกอบที่เป็นพารามิเตอร์ของ optimum result มีทั้งหมด 9 ชนิด ซึ่งจะสรุปประเด็นที่น่าสนใจตั้งแต่หัวข้อ 5.2.1 ถึงหัวข้อ 5.2.5 ดังต่อไปนี้

### 5.2.1 ชนิดและคุณสมบัติของวัตถุระเบิด

ชนิดและคุณสมบัติของวัตถุระเบิดที่วิศวกรหรือผู้ใช้งานต้องคำนึงถึง จำเป็นต้องมีองค์ประกอบหลัก 3 อย่างคือ

1. ส่วนประกอบเชิงเคมี หรือส่วนผสมของวัสดุในวัตถุระเบิด ซึ่งมีผลต่อความร้อน แรง shock แรง impact ความเสียดสี หรือเป็นผลรวมของความร้อน ความเสียดสี กับแรงต่างๆ
2. ขึ้นอยู่กับสภาวะในการจุดติด (ignition) แล้วสลายตัว (decomposed) แบบไหน เช่น detonation หรือ deflagration
3. ขึ้นอยู่กับในช่วงที่เกิด detonation จะมีการปลดปล่อยของความร้อนและก๊าซเป็นปริมาณเท่าใด

ตามปกติการปลดปล่อยพลังงานจากผลของ detonation of explosive จะมีผลต่อการแตกหักของหิน ความสั่นสะเทือนของพื้นผิวดิน และ air blast อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ประเทศไทยวัตถุระเบิดหลัก คือ granular prills of ANFO (Ammonium Nitrate/Fuel Oil)

### 5.2.2 ผลกระทบของรูปแบบเชิงเรขาคณิต

รูปแบบเชิงเรขาคณิต (geometry) ของหลุมเจาะระเบิดตลอดจนจำนวน free faces ของหน้างานระเบิด มีผลโดยตรงต่อการแตกหักของหิน จากความรู้ทาง rock mechanics กำลังวัสดุ (strength) จะเพิ่มขึ้นถ้าหากค่า field stresses เพิ่มสูงขึ้น ดังนั้นถ้าทำให้การเคลื่อนที่ของหินรอบหลุมเจาะระเบิดมีเงื่อนไขบังคับ (constrained) ให้การเคลื่อนที่เป็นไปได้ยาก ในขณะที่ ระยะระหว่างหลุมเจาะและ free face ห่างขึ้น [หรือทำให้จำนวน free faces ที่จะเกิดขึ้นได้ต่ำลง] ปริมาณของวัตถุระเบิดที่ใช้ต้องเพิ่มขึ้น เพื่อให้ burden หลุดหรือแตกหัก แต่ในทางตรงกันข้ามถ้าทำให้ free faces มีมากขึ้นก็จะลดปริมาณวัตถุระเบิดลง

จากผลการทดลองหลายครั้งพบว่า การเจาะระเบิดแบบรูเอียง (inclined hole) ทำให้หินเกิดการแตกหักง่ายกว่าการเจาะระเบิดแบบแนวตั้ง (vertical hole) ข้อได้เปรียบนี้ทำให้สามารถเพิ่มระยะของ burden สำหรับการเจาะแนวเอียง โดยไม่ต้องเพิ่มวัตถุระเบิด (เมื่อเทียบกับการเจาะแนวตั้ง)

### 5.2.3 Specific charge

ปัญหาที่ต้องประสบอยู่ตลอดเวลาก็คือจำนวนของวัตถุระเบิดที่ใช้ในการทำให้หินแตกหัก งานด้านวิศวกรรมเหมืองแร่ตามปกติจะใช้ค่า จำนวนวัตถุระเบิดที่ใช้/ตันของแร่ เป็นดัชนีของการวัดความสามารถทางด้านการระเบิด (blastability) งานด้านวิศวกรรมโยธาจะใช้ค่า จำนวนวัตถุระเบิดที่ใช้/ลบ.ม. ของหิน

วิศวกรเหมืองแร่และวิศวกรโยธาจะใช้เทอมของคำว่า "specific charge" เพื่อหาความสัมพันธ์ ในการขุดเจาะสำหรับปริมาณมวลสารของหินในสภาพแน่นอยู่กับที่ (bank volume) หรือมวลหินที่อยู่ในสภาพแตกหักหลวม (loose volume) จากประสบการณ์ทั่วไปพบว่าความหนาแน่นของมวลสาร (mass density) ไม่มีอิทธิพลมากต่อพลังงานที่ใช้ในการทำให้หินแตกหัก ความแตกต่างที่เห็นได้ชัดในการระเบิดหินที่มีความหนาแน่นสูง (high density) กับหินที่มีความหนาแน่นธรรมดา (normal density) ที่มีค่ากำลังวัสดุ (strength) เท่ากัน จะปรากฏเห็นได้ชัดเจนจากเรื่อง การปลิวกระเด็น (throw) ของเศษหินหรือการพองตัวหรือปูด (heave) ของหิน/ดิน เท่านั้น

### 5.2.4 ผลกระทบจากค่าตัวแปรของวัตถุระเบิด

ความแตกต่างทางด้านวัตถุระเบิดมีหลายรูปแบบ โรงงานผลิตวัตถุระเบิดในงานวิศวกรรมจะมีข้อกำหนดสำหรับชนิดของวัตถุระเบิดที่จะให้พลังงานในการระเบิดออกมาพอสมควร

ค่าตัวแปรของวัตถุระเบิดที่สำคัญ ได้แก่ weight strength, sensitivity, explosive energy, detonation velocity เป็นต้น แนวทางที่มีผู้เสนอไว้ในการหาประสิทธิภาพของการระเบิดก็คือ "หาความสัมพันธ์ระหว่าง blasting strength กับ detonation velocity" มักจะพบว่าค่า detonation velocity ลดลง เมื่อลดค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของหลุมเจาะ นอกจากนั้นก็ยังมียอดประกอบอื่นที่มีผลกระทบต่อ detonation velocity ก็คือ ค่าคงที่ของหิน (rock constant) ความหนาแน่นของหิน และสภาพของ compressibility ของหลุมเจาะ ในระหว่างทำการระเบิด

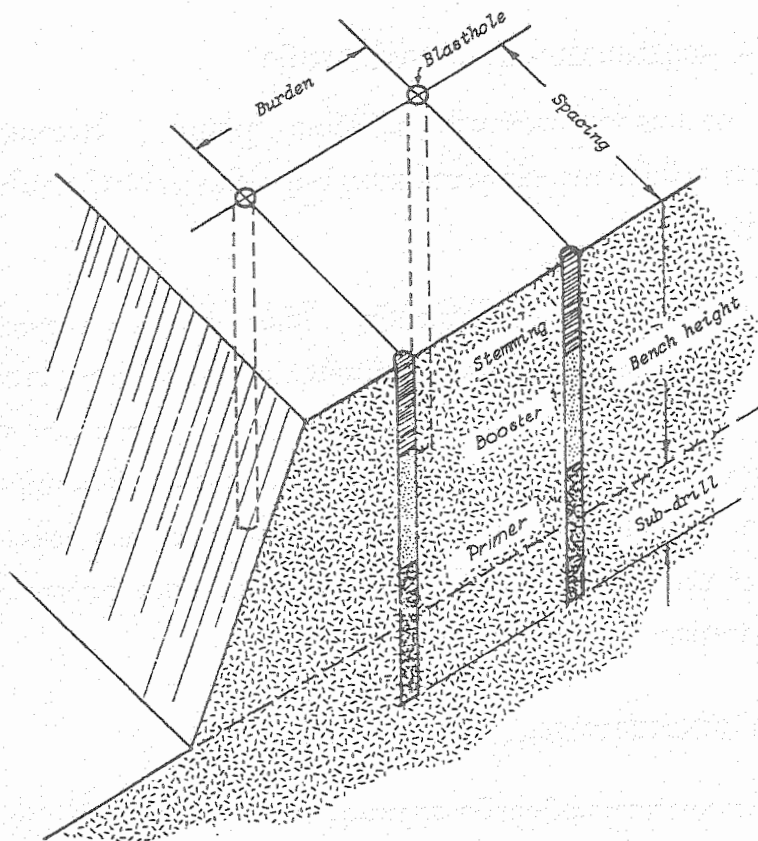
### 5.2.5 ตัวแปรของการออกแบบการเจาะระเบิด

งานการเจาะระเบิดจะมีการกำหนดระยะระหว่างหลุมเจาะ (burden) ระยะระหว่างแถวของหลุมเจาะ (spacing) ความลึกที่ฐานของรูเจาะระเบิด (toe) ระยะกอดอัดด้วยวัสดุในหลุมเจาะ (stemming) ความแม่นยำในการเจาะ (drilling precision) การพองตัวหรือปูด (swelling) ของมวลหิน/ดิน

ค่าต่าง ๆ เหล่านี้เป็นตัวแปรที่สำคัญที่มีต่อประสิทธิภาพของการระเบิดในการทำ ให้มวลสารแตกหัก ตลอดจนผลกระทบทางด้านเสียงและความสั่นสะเทือน การเพิ่มค่าอัตรา ส่วนระหว่าง spacing/burden อาจลดค่าใช้จ่ายและผลกระทบลง แต่ก็ทำให้ประสิทธิภาพ ในการแตกหักของหินลดลงด้วย การเจาะที่ฐานหลุมให้ต่ำกว่าพื้นเพื่อให้ง่ายต่อการใช้เครื่อง จักรกลมาตักหรือจัดหินออกก็อาจมีผลทำให้เสถียรภาพของ slope ลดลงไปด้วย

### 5.3 แบบจำลองการระเบิดหินในงานวิศวกรรม

การระเบิดหินในงานวิศวกรรมส่วนใหญ่จะมีการพัฒนาเป็นแบบขั้นบันได หรือที่ เรียกว่า bench blasting กระบวนการที่ทำให้เกิดการแตกหักของหินเพื่อนำมาบดย่อย หรือ เปิดหน้าหินเพื่อนำแร่ออก รูปแบบทั่วไปของการระเบิดแบบ bench blasting ได้แสดงไว้ในรูปที่ 20



รูปที่ 20 รูปแบบทั่วไปของการระเบิดแบบ bench blasting

แบบจำลองการแตกหักของหินที่นำเสนอในรูปแบบของ packed program มา ณ ที่นี้ มีการคำนวณเหมือนกับการคำนวณขั้นต้นของการระเบิดหินทั่วไป โดยแบ่งออกเป็น การคำนวณปริมาตรหินแบบแน่น (dense or bank volume) ก่อนเกิดการแตกหักกับ ปริมาตรของหินแบบหลวม (loose volume)

โปรแกรมเขียนด้วยภาษาซี (C) ใช้ Visual Basic version 3.0 เป็น compiler และใช้ชื่อโปรแกรมนี้ว่า Blast Modelling (BMODEL) การใช้โปรแกรมจำเป็นต้องทราบ ค่าตัวแปรหรือข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์หรือได้จากการวัดจริงในภาคสนาม ดังต่อไปนี้

### 1. ระบบหน่วย

ในโปรแกรมจะตั้งหน่วย S.I. เป็น default ในโปรแกรม แต่สามารถจะ คำนวณหาได้ในหน่วยอังกฤษ (English units) เมื่อผู้ใช้ต้องการ

### 2. รูปแบบของการเจาะ

Pattern ของการเจาะระเบิดจะมีให้เลือก 3 แบบ (ดูรูปที่ 21 หน้า 50) ได้แก่

- ก. แบบ square pattern มีค่าอัตราส่วนของ burden/spacing เท่ากับ 1:1
- ข. แบบ staggered pattern มีค่าอัตราส่วนของ burden/spacing เท่ากับ 1:1.15
- ค. แบบ swedish pattern มีค่าอัตราส่วนของ burden/spacing เท่ากับ 1:4

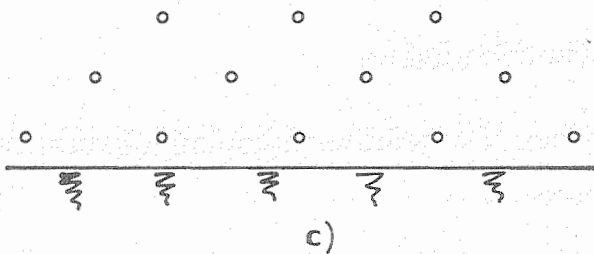
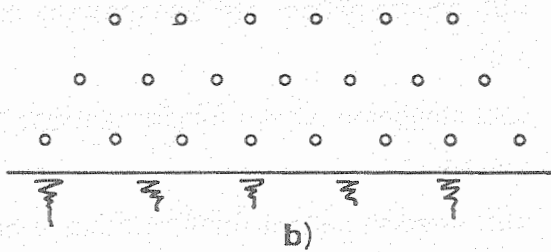
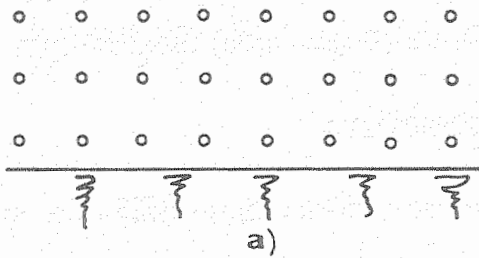
### 3. ค่าตัวแปรที่จำเป็นอื่นๆ

ค่าตัวแปรข้างล่างนี้เป็นค่าที่ผู้ใช้เมื่อปฏิบัติงานในภาคสนามทำการป้อนลงในโปรแกรม blast modelling

ตัวแปรเหล่านี้ ได้แก่

- ความกว้างของ bench
- ความสูงของ bench
- พารามิเตอร์ค่า swelling factor
- มุมลาดเอียงของ slope
- ปริมาตรของหินที่ต้องการให้แตกหัก

- ระยะ burden
- ระยะ spacing
- ระยะ stemming
- ระยะ sub-drill
- เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของหลุมเจาะ
- จำนวนแถวหลุมเจาะ
- ความลึกของหลุมเจาะ
- จำนวนหลุมเจาะทั้งหมด



รูปที่ 21 รูปแบบของการเจาะระเบิดแบบต่างๆ

- a) square pattern
- b) staggered pattern
- c) swedish pattern

4. สมการที่ใช้ในการคำนวณ

สมการทั่วไปที่ใช้ในโปรแกรมมีดังนี้

$$\text{blasthole diameter (in.)} = \frac{\text{bench height}}{50} \quad (83)$$

$$\text{burden (meters)} = \text{blast hole diameter (inches)} \quad (84)$$

$$\text{depth of drill hole} = \frac{\text{bench height}}{\text{Sin (diameter)}} \quad (85)$$

$$\text{sub-drill depth} = \left[ \frac{\text{bench height}}{\text{Sin (diameter)}} \right] + \left[ 0.25 (\text{burden}) \right] \quad (86)$$

$$\text{stemming distance} = 1.3 (\text{burden}) \quad (87)$$

$$\text{spacing} \left\{ \begin{array}{l} \text{square pattern : spacing} = \text{burden} \\ \text{staggered pattern : spacing} = 1.15 (\text{burden}) \\ \text{swedish pattern : spacing} = 4 (\text{burden}) \end{array} \right\} \quad (88)$$

$$\text{volume} = \text{spacing} \times \text{burden} \times \text{height} \times \text{จำนวนหลุมเจาะ} \quad (89)$$

$$\text{จำนวนหลุมเจาะ (แถวแรก)} = \frac{\text{bench width}}{\text{spacing}} \quad (90)$$

จำนวนหลุมเจาะ (แถว n)

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{square pattern} = (\text{จำนวนหลุมเจาะแถวแรก}) \times n \\ \text{staggered pattern} = \frac{n}{2} \{ 2(\text{จำนวนหลุมเจาะแถวแรก} - n + 1) \} \\ \text{also} \\ \text{swedish pattern} \end{array} \right\} \quad (91)$$



## บทที่ 6

### การใช้โปรแกรม ตัวอย่าง และ SOURCE CODES

โปรแกรมแบบจำลองการระเบิดในงานวิศวกรรมนี้ ได้แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ  
1) โปรแกรมการวิเคราะห์คลื่นทรงกลมแบบ conventional method 2) โปรแกรมการวิเคราะห์คลื่นทรงกลมแบบ new general method 3) โปรแกรมการวิเคราะห์ปริมาตรหินจากการระเบิดชั้นบันได

#### 6.1 โปรแกรมแบบจำลองการระเบิดหิน

การเขียนโปรแกรมสำหรับคำนวณค่าตัวแปรที่เป็นผลจากการระเบิดนั้น ผู้วิจัยได้เขียนด้วยภาษาซี (C) ใช้ Visual Basic version 3.0 เป็น compiler สำหรับการพลอตกราฟจะใช้โปรแกรม Microsoft Excel ช่วย เพื่อความสะดวกในการ print กราฟด้วย laser printer

##### 6.1.1 ข้อเสนอแนะโปรแกรม

โปรแกรมแบบจำลองการระเบิดหิน ใช้ชื่อว่า BLAST MODELLING ได้เขียนขึ้นมาภายใต้ Microsoft Windows version 3.11 Thai Edition แต่ก็สามารถนำมาใช้งานใน Microsoft Windows 3.1 Thai Edition ได้ โดยการนำ file ใน subdirectory system ชื่อ threed.vbx ของ Windows 3.11 มา copy แทนที่ file เดียวกันใน Windows 3.1

โปรแกรม BMODEL เป็นโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมาโดยใช้ Microsoft Visual Basic version 3.0 มี file dynamics link library ที่เขียนโดย Borland C++ version 3.1 ทำงานในส่วนของ การคำนวณ

##### 6.1.2 ส่วนประกอบของโปรแกรม

โปรแกรมแบบจำลองการระเบิดหินในงานวิศวกรรม หรือ BLAST MODELLING จะประกอบด้วยโปรแกรมย่อยหลายโปรแกรม ดังต่อไปนี้

- BMODEL.EXE เป็นโปรแกรมหลักซึ่งสามารถเรียกใช้จาก dos prompt ได้เลย โดยโปรแกรมจะทำการเปิดวินโดวส์เอง หรือจะติดตั้งโปรแกรมลงบนวินโดวส์แล้วเรียกใช้ในภายหลังก็ได้

- XPLOWT1P.DLL เป็น file ที่ทำงานในส่วนการคำนวณของแบบจำลองคลื่นระเบิดด้วยวิธี conventional เมื่อเทียบกับ  $\omega T$
  - XPLODE1P.DLL เป็น file ที่ทำงานในส่วนการคำนวณของแบบจำลองคลื่นระเบิดด้วยวิธี conventional เมื่อเทียบกับ เวลา
  - XPLOBN1P.DLL เป็น file ที่ทำงานในส่วนของการคำนวณของแบบจำลองคลื่นระเบิดด้วยวิธี new general เมื่อเทียบกับ  $\omega T$
  - XPLOPS1P.DLL เป็น file ที่ทำงานในส่วนการคำนวณของแบบจำลองคลื่นระเบิดด้วยวิธี new general เมื่อเทียบกับ เวลา
  - BBLAST.DLL เป็น file ที่ทำงานในส่วนของการคำนวณหน้างานระเบิด
  - VBRUN 300.DLL เป็น file ที่ทำหน้าที่ในการติดต่อระหว่างโปรแกรมกับ file .DLL ที่สร้างขึ้นจากภาษา C
- นอกจากนี้ยังมี file อื่นที่เป็น source code ของโปรแกรม BMODEL อยู่ในแผ่นโปรแกรมนี้ด้วย
- file ที่มีสกุล .frm จะเป็น file ของหน้าต่างโปรแกรม และการทำงานต่างๆ บนหน้าต่างของโปรแกรม
  - file ที่มีสกุล .C เป็น code ของ file สกุล CLL ที่ทำงานในส่วนการคำนวณของโปรแกรม เป็นต้น

### 6.1.3 การใช้งานโปรแกรม

การใช้งานโปรแกรม "BLAST MODELLING" มีขั้นตอน ดังนี้

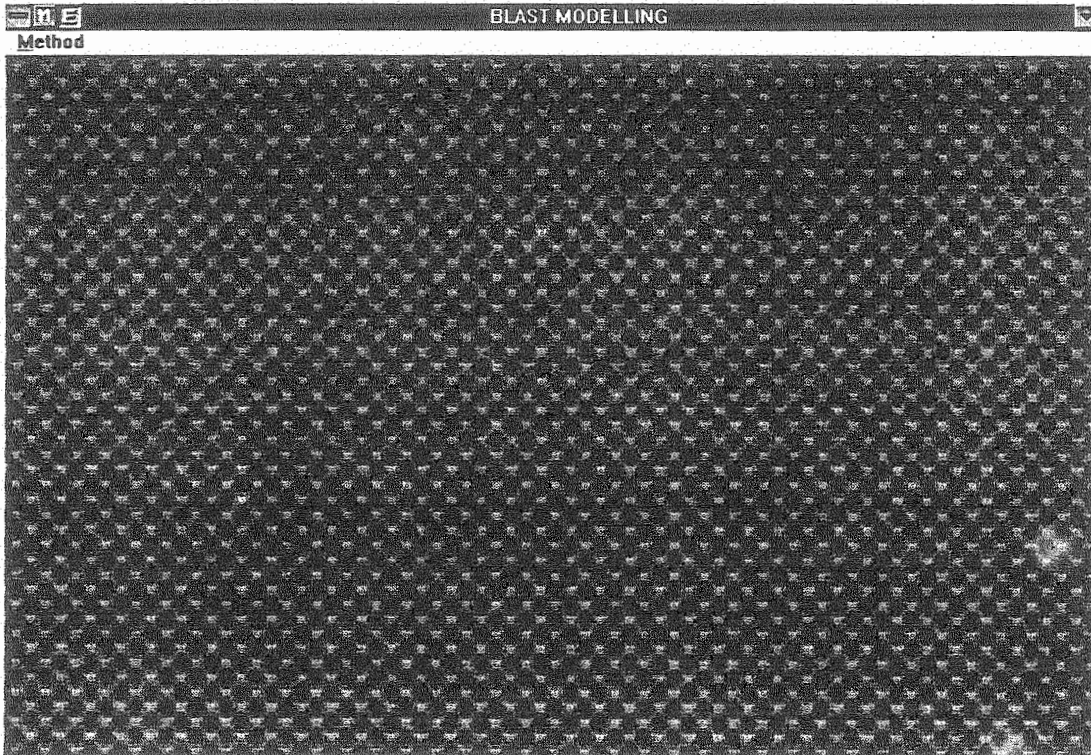
1. การเข้าโปรแกรมสามารถทำได้ 2 วิธีดังนี้
  - เรียกใช้โปรแกรมจาก dos prompt โปรแกรมจะทำการเรียกใช้ windows แล้วจะโหลดตัวโปรแกรมเองขึ้นมาทำงานบน windows
  - เรียกใช้โปรแกรมจาก windows โดยสร้าง icon ของโปรแกรม แล้วทำการเรียกใช้ หรือจะเรียกโปรแกรมผ่าน file manager ก็ได้
2. บนหน้าต่างหลักจะมี menu เพื่อให้เลือก method ของการวิเคราะห์ หรือ กดปุ่ม Alt + M จะปรากฏ pull down menu ซึ่งประกอบด้วย คำสั่งเรียกใช้โปรแกรมต่างๆ
3. ในโปรแกรมที่มีการคำนวณเกี่ยวกับคลื่นระเบิดทรงกลม เมื่อผู้ใช้ทำการป้อนค่าข้อมูลตามต้องการแล้วกดปุ่ม calculate และกดปุ่ม plot โปรแกรมจะทำการแสดงกราฟตามที่ใช้ได้เลือกไว้ โดยกราฟนี้จะสามารถสั่งให้โปรแกรม print ออกทาง printer ได้ หรือจะทำการ save ภาพเป็น bitmap เพื่อนำมาปรับปรุงบนโปรแกรม Paint Brush ก็ได้ นอกจากนี้ยังสามารถสั่งให้โปรแกรมทำการสร้างไฟล์ข้อมูลการคำนวณเพื่อนำไปใช้งานบน Microsoft Excel ได้

4. ในโปรแกรมสำหรับการระเบิดแบบชั้นบันได - bench blasting โปรแกรมจะทำการคำนวณและแสดงค่าผลลัพธ์ ผู้ใช้สามารถสั่งให้โปรแกรมทำการ print หน้าจอของโปรแกรมออกทาง printer ได้

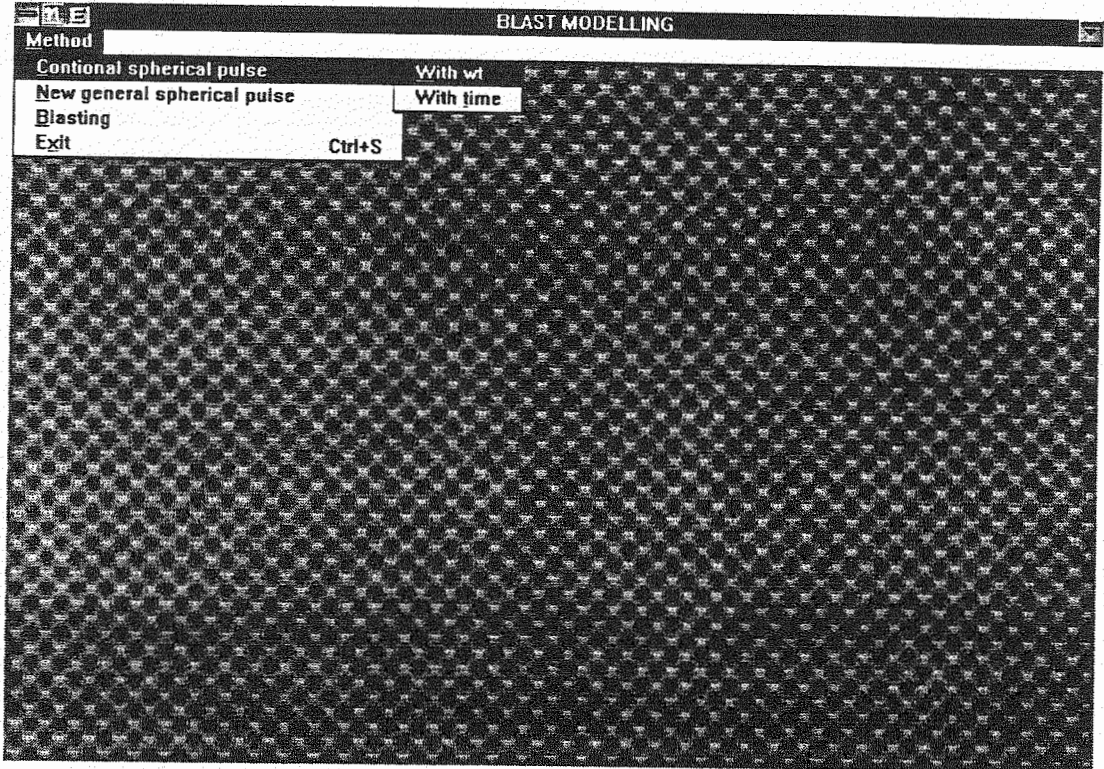
## 6.2 ตัวอย่างของการสาธิตโปรแกรม

### 6.2.1 การสาธิตโดยจอภาพ

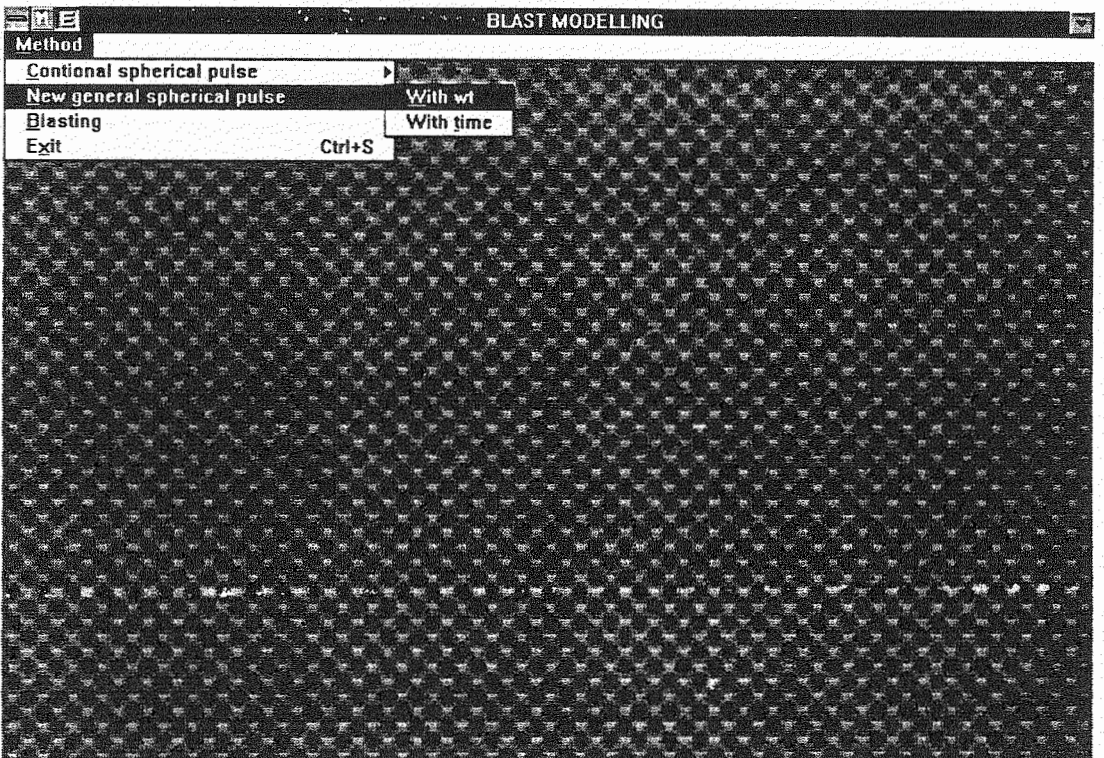
รูปประกอบในหน้าที่ 54 ถึงหน้าที่ 60 (รูปที่ 22 ถึงรูปที่ 34) แสดงสิ่งที่ปรากฏบนจอคอมพิวเตอร์ ตั้งแต่ขั้นตอนของรูปแบบเมนู การป้อนข้อมูลโปรแกรม การคำนวณแสดงผลลัพธ์ ตลอดจนรูปแบบการพลอตกราฟ และถึงขั้นตอนสุดท้ายของการใช้โปรแกรม



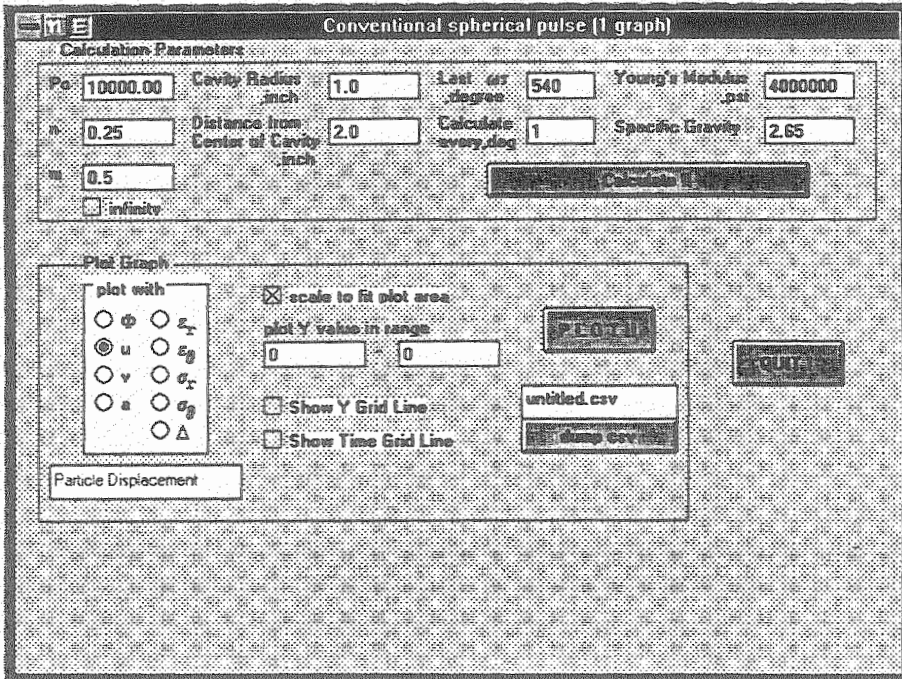
รูปที่ 22 หน้าจอสำหรับ startup form ของ Blast Modelling



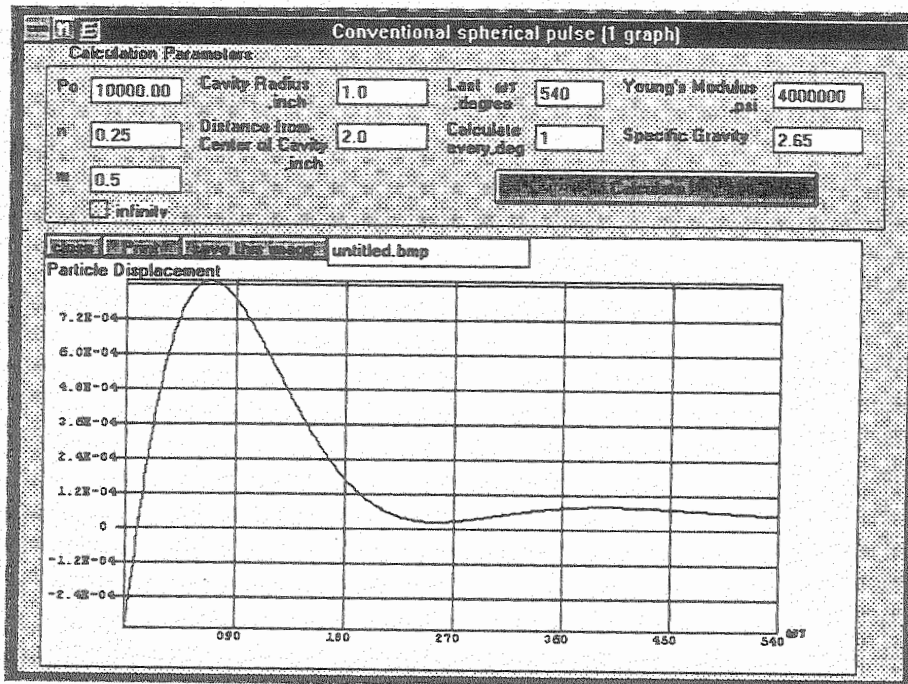
รูปที่ 23 รูปแบบเมนูสำหรับ start up form  
ของโปรแกรม Blast Modelling



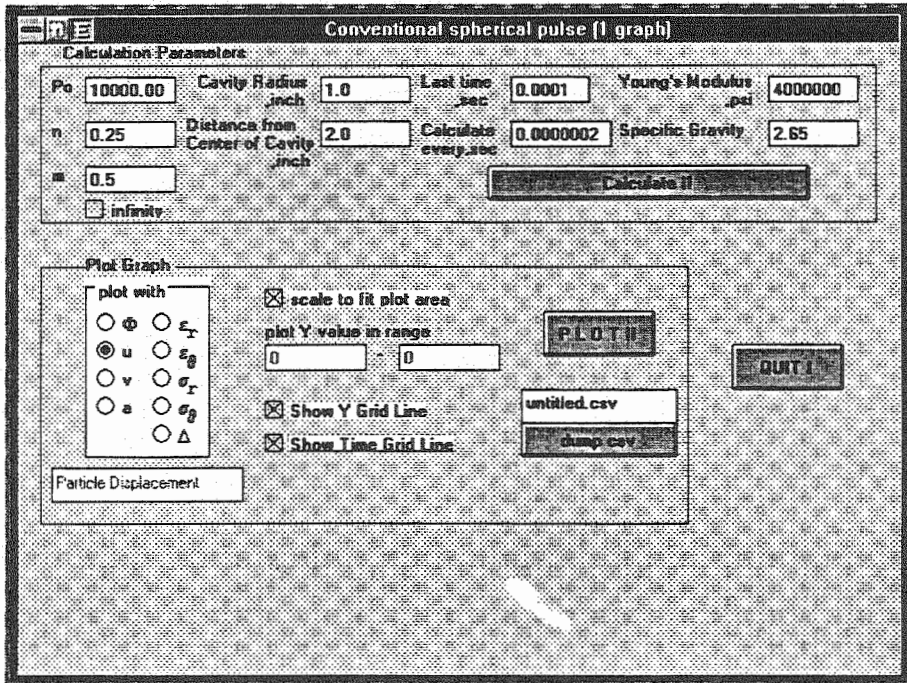
รูปที่ 24 รูปแบบทางเลือกอีกแบบหนึ่ง สำหรับ startup form



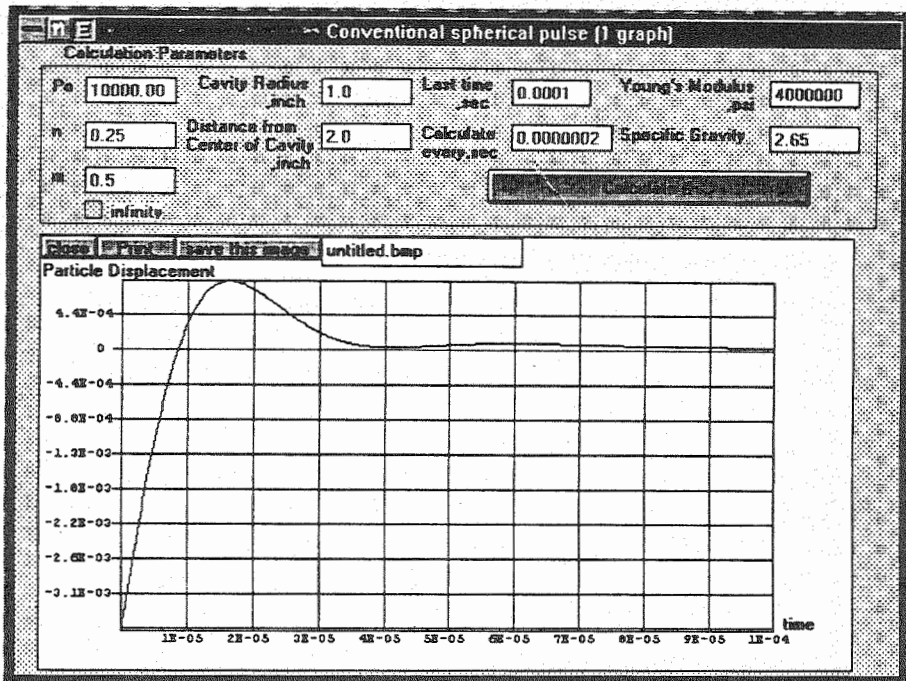
รูปที่ 25 จอภาพที่เป็น default สำหรับ conventional spherical pulse เมื่อหาค่า dependent variables เทียบกับ  $\omega$



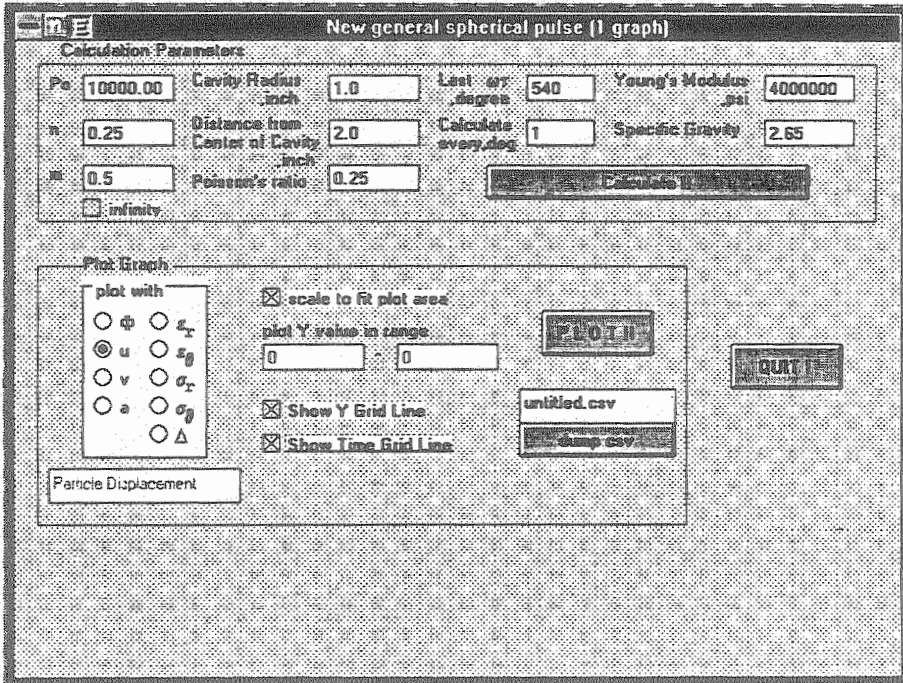
รูปที่ 26 จอภาพที่เป็น default สำหรับ conventional spherical pulse หลังจากทำการคำนวณและสั่งพลอตกราฟ



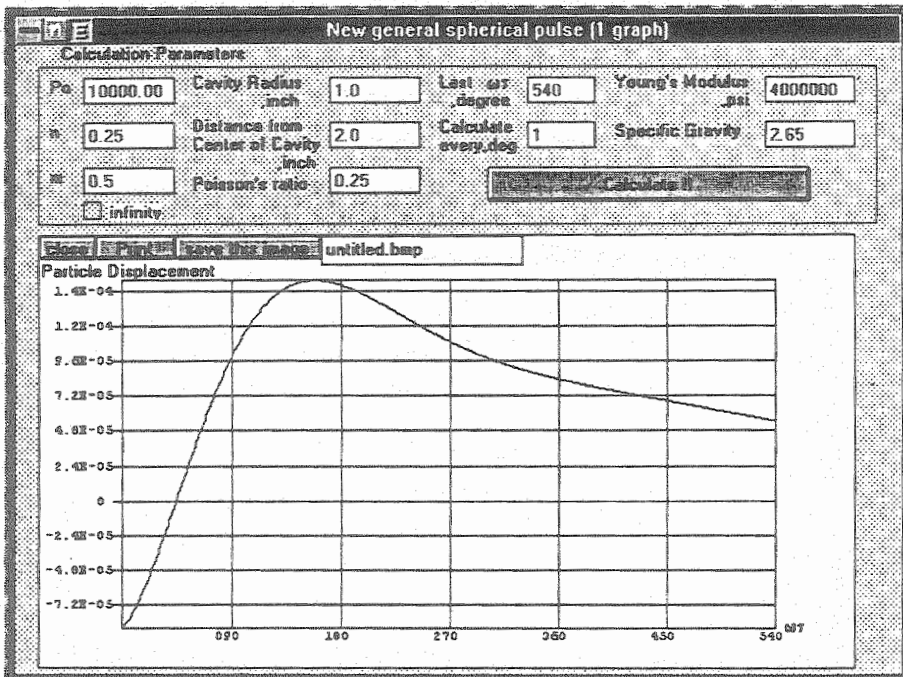
รูปที่ 27 จอภาพที่เป็น default สำหรับ conventional pulse  
เมื่อหาค่า dependent variables เทียบกับ real time



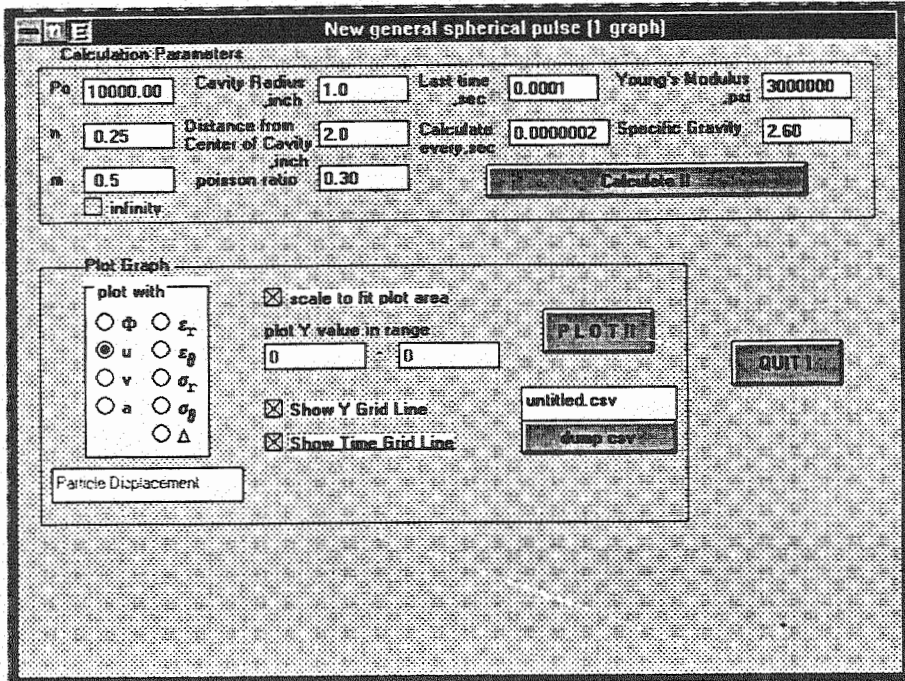
รูปที่ 28 จอภาพที่เป็น default สำหรับ conventional spherical pulse  
(real time) หลังจากทำการคำนวณและสั่งพลอตกราฟ



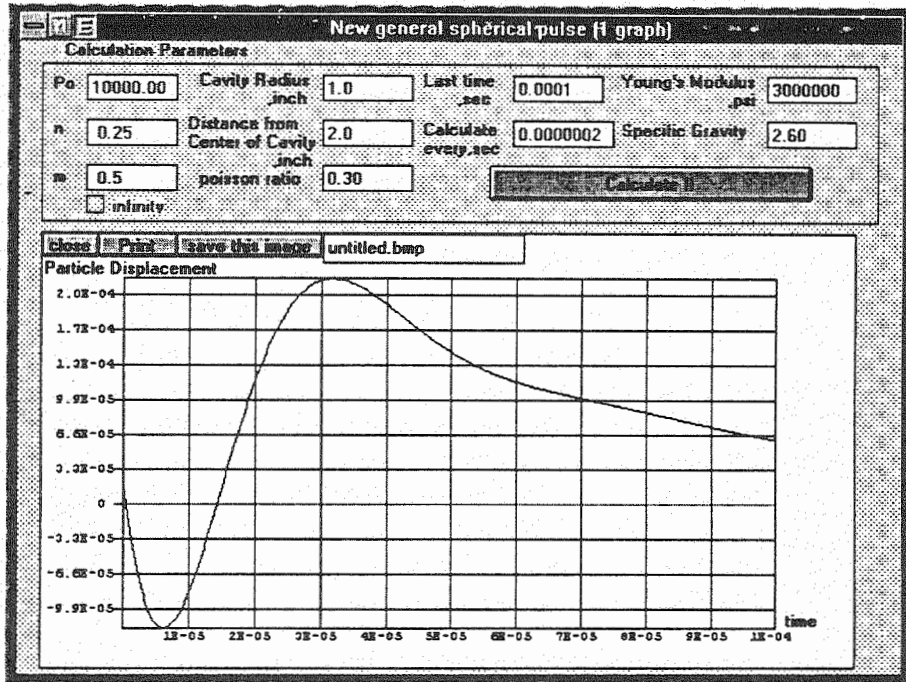
รูปที่ 29 จอภาพที่เป็น default สำหรับ new general spherical pulse เมื่อหาค่า dependent variables เทียบกับ  $\omega$



รูปที่ 30 จอภาพที่เป็น default สำหรับ new general spherical pulse ( $\omega$ ) หลังจากทำการคำนวณ และสั่งพลอตกราฟ



รูปที่ 31 จอภาพที่เป็น default สำหรับ new general spherical pulse เมื่อหาค่า dependent variables เทียบกับ real time



รูปที่ 32 จอภาพที่เป็น default สำหรับ new general spherical pulse (real time) หลังจากทำการคำนวณและสั่งพลอตกราฟ



**BENCH BLASTING**

**Data System**  
 Metric System  
 English System

**Blasting Pattern**  
 Square Pattern  
 Staggered Pattern  
 Swedish Pattern

Slope Angle: 45 degree

Swelling Factor: 115 %

Bench Height: 10 m    Face Width: 120 m    Maximum Diameter of Drill Hole: 6 inch

Required Volume of Rock/Soil [bank]: 50000 cu.m.    **Calculate**

**Result**

Burden Distance		m.	Depth of Drill Hole		m.
Spacing Distance		m.	Diameter of Drill hole		inch
Stemming Distance		m.	Number of Drill Hole		
Subdrill Distance		m.	Blasting Volume [bank]		cu.m.
Number of Row			Blasting Volume [loose]		cu.m.

**Print**    **Quit**

รูปที่ 33 จอภาพที่ปรากฏเป็นเมนู ทำเป็น default ของ bench blasting

**BENCH BLASTING**

**Data System**  
 Metric System  
 English System

**Blasting Pattern**  
 Square Pattern  
 Staggered Pattern  
 Swedish Pattern

Slope Angle: 45 degree

Swelling Factor: 115 %

Bench Height: 10 m    Face Width: 120 m    Maximum Diameter of Drill Hole: 6 inch

Required Volume of Rock/Soil [bank]: 50000 cu.m.    **Calculate**

**Result**

Burden Distance	6	m.	Depth of Drill Hole	11.54	m.
Spacing Distance	6	m.	Diameter of Drill hole	6	inch
Stemming Distance	7.8	m.	Number of Drill Hole	140	
Subdrill Distance	1.5	m.	Blasting Volume [bank]	50400	cu.m.
Number of Row	7		Blasting Volume [loose]	57960	cu.m.

**Print**    **Quit**

รูปที่ 34 จอภาพที่เป็น default สำหรับการคำนวณ bench blasting

## 6.2.2 การสาธิตโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ช่วยพลอต

การสาธิตการพลอตกราฟแสดงความสัมพันธ์สำหรับคลื่นทรงกลมจากการระเบิดได้แบ่งการแสดงตัวอย่างจากค่า default (ตามข้อมูลดิบหน้า 61-62) ออกเป็น 4 ชุด

ในเรื่องของการวิเคราะห์คลื่นทรงกลมจากการระเบิด มีข้อมูลเข้า (input) ที่กำหนดให้เหมือนกันทั้งของ conventional method กับของ new general method ดังต่อไปนี้

$$P_0 = \text{constant (detonation) pressure} = 10,000 \text{ psi.}$$

$$n = \text{constant of first exponential pulse} = 0.25$$

$$m = \text{constant of second exponential pulse} = \infty$$

$$a = \text{radius of blasthole} = 1 \text{ in.}$$

$$r = \text{radial distance from center of blasthole} = 1, 2, 4, 6 \text{ in.}$$

$$E = \text{Young's modulus} = 4 \times 10^6 \text{ psi.}$$

$$\text{S.G.} = \text{specific gravity} = 2.65$$

$$V = \text{Poisson's ratio} = 0.25$$

- ในกรณีของ oscillatory function relationship

$$\omega \tau = \text{oscillatory function with having increment} = 90^\circ \text{ (last } 540^\circ)$$

$$s = \text{step of calculation} = 1^\circ$$

- ในกรณีของ real time relationship

$$\text{last time} = 1 \times 10^{-4} \text{ sec.}$$

$$\text{step} = 1 \times 10^{-6} \text{ sec.}$$

## 1. ตัวอย่างของ conventional method

การวิเคราะห์อาศัย solution ของ Duvall ดังตัวอย่างต่อไปนี้

### ก) ความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรที่ฟังฟัง เมื่อเทียบกับ $\Omega T$

รูปที่ 35 (หน้าที่ 63) ถึงรูปที่ 42 (หน้า 66) เป็นการแสดงถึงการที่  
ทำ execute โปรแกรม และพลอตกราฟระหว่างค่าของ dependent variables  
[displacement, particle velocity, particle acceleration, radial strain, radial stress,  
tangential strain, tangential stress, dilatation] กับค่าของ  $\Omega T$  โดยใช้ solution ของ  
Duvall

### ข) ความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรที่ฟังฟัง เมื่อเทียบกับ เวลา

รูปที่ 43 (หน้าที่ 67) ถึงรูปที่ 50 (หน้าที่ 70) เป็นกราฟแสดงความ  
สัมพันธ์ของค่า dependent variables กับค่าของ เวลา โดยใช้ solution ของ Duvall

## 2. ตัวอย่างของ new general method

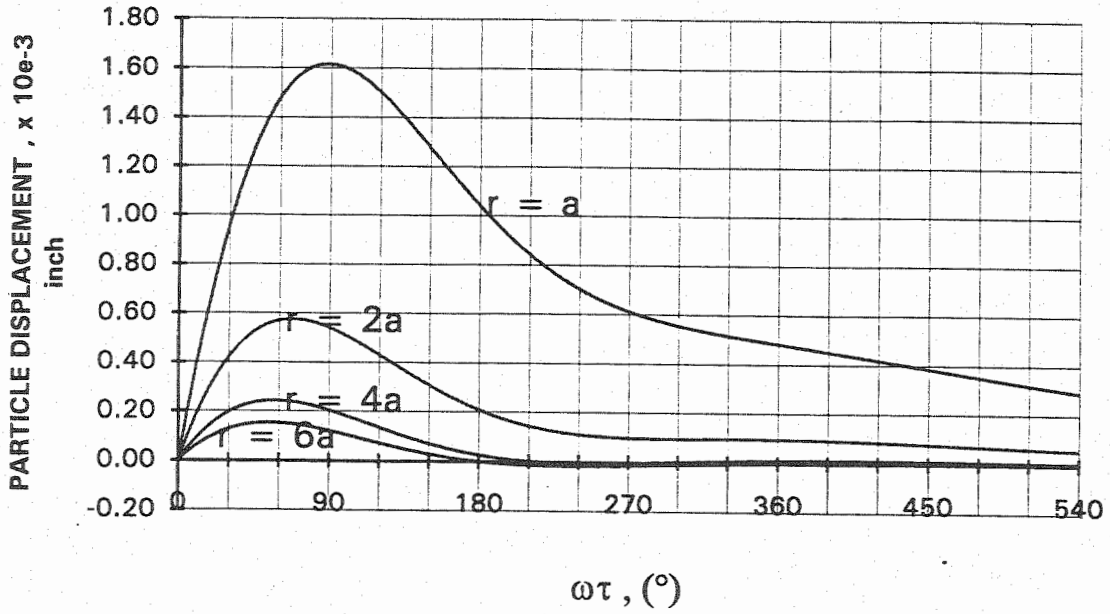
การวิเคราะห์อาศัย solution ของ Rinehart ดังตัวอย่างต่อไปนี้

### ก) ความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรที่ฟังฟัง เมื่อเทียบกับ $\Omega T$

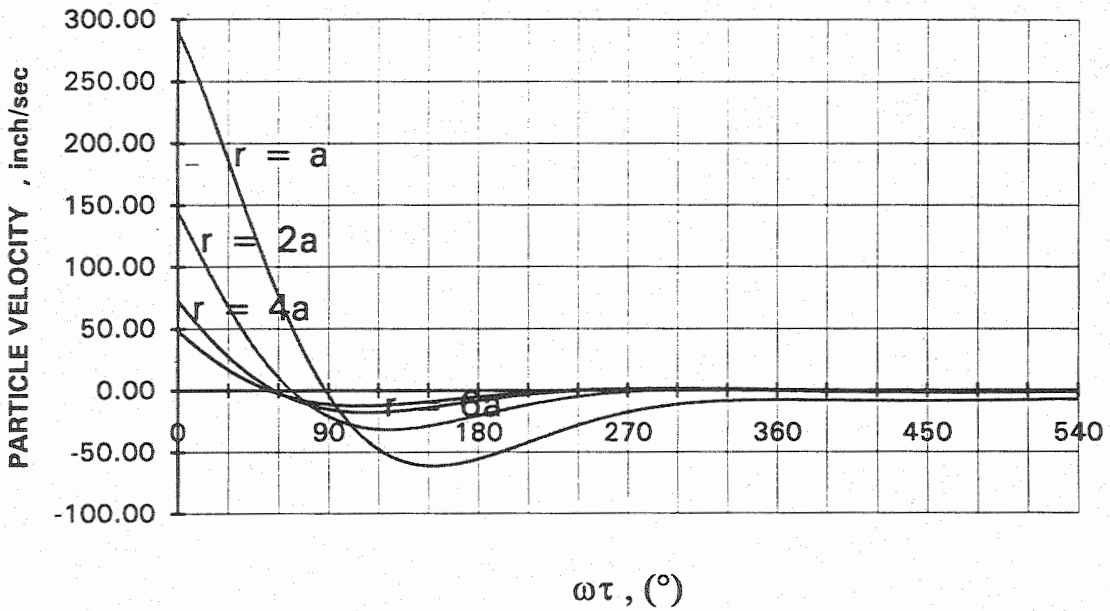
รูปที่ 51 (หน้าที่ 71) ถึงรูปที่ 58 (หน้าที่ 74) เป็นกราฟแสดงความ  
สัมพันธ์ของค่า dependent variables กับค่าของ  $\Omega T$  โดยใช้ solution ของ Rinehart

### ข) ความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรที่ฟังฟัง เมื่อเทียบกับ เวลา

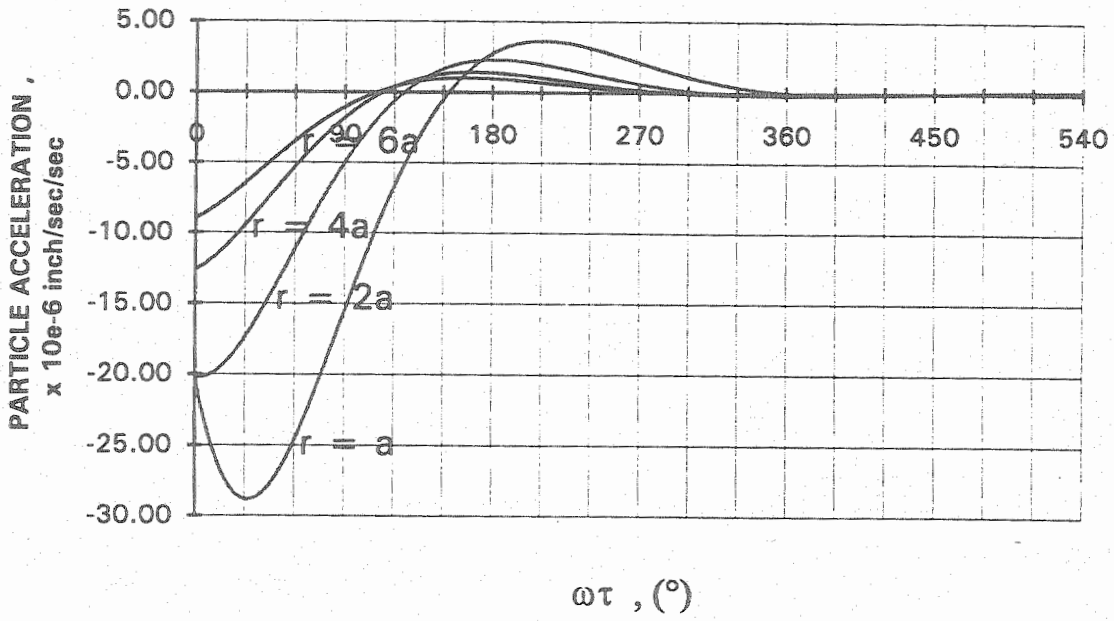
รูปที่ 59 (หน้าที่ 75) ถึงรูปที่ 66 (หน้าที่ 78) เป็นกราฟแสดงความ  
สัมพันธ์ของค่า dependent variables กับค่าของ เวลา โดยใช้ solution ของ Rinehart



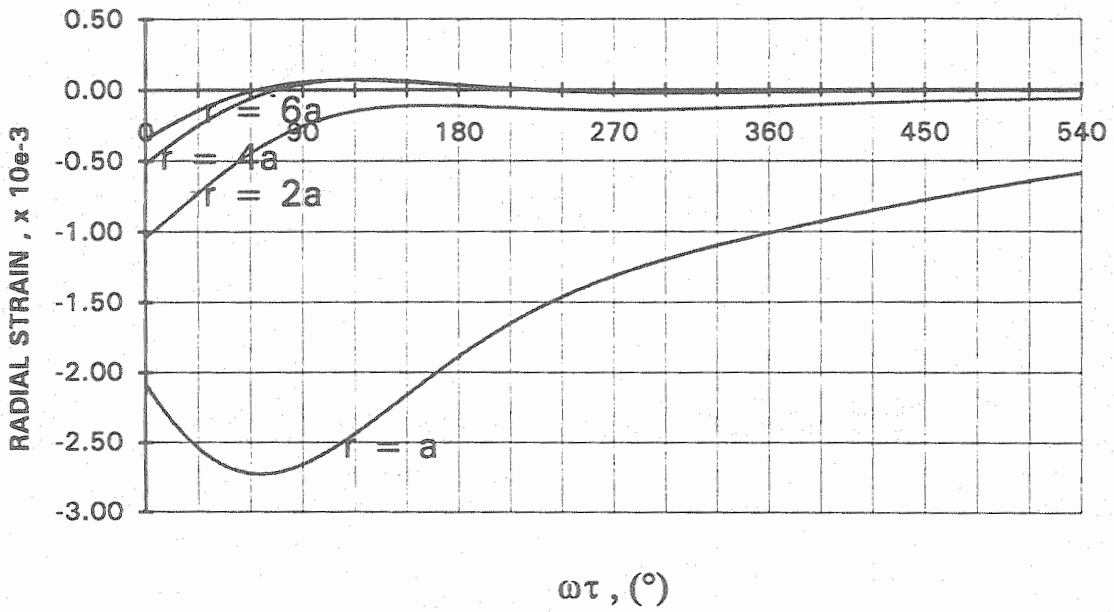
รูปที่ 35 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle displacement กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ conventional method



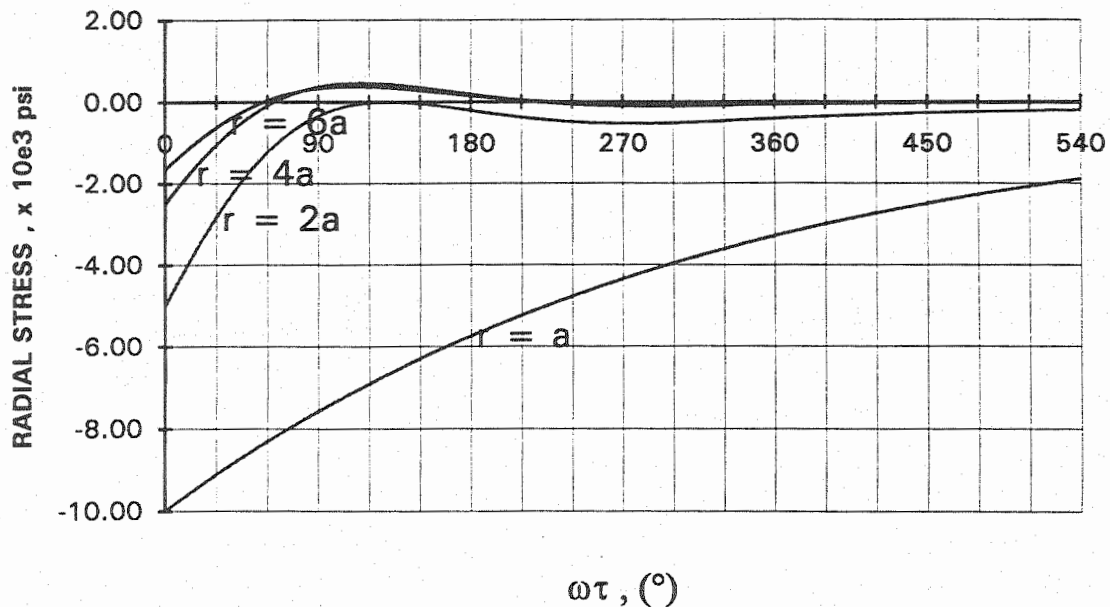
รูปที่ 36 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle velocity กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ conventional method



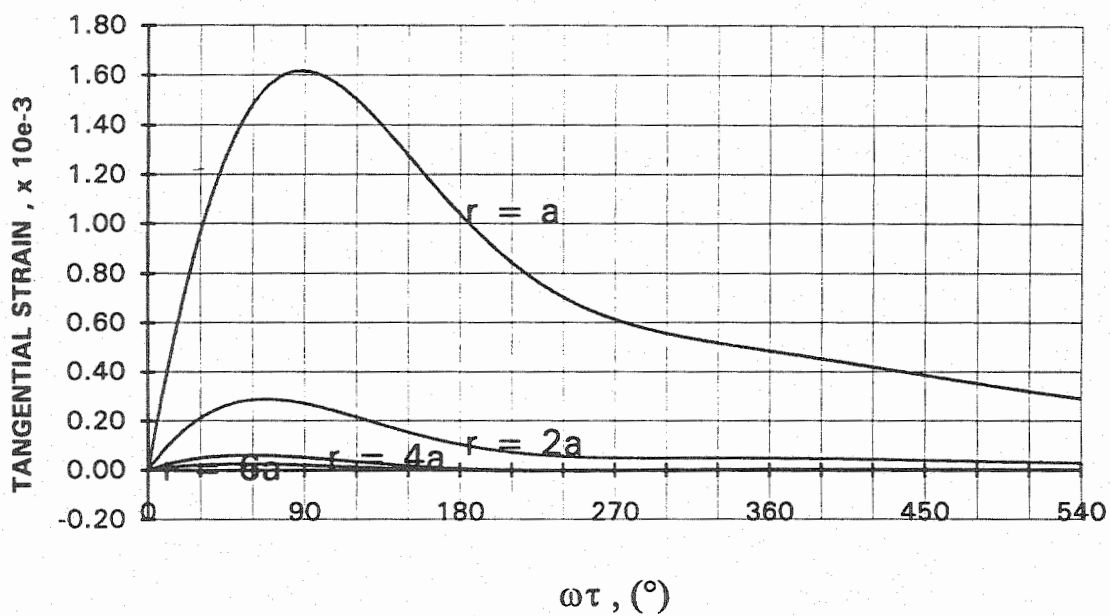
รูปที่ 37 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle acceleration กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ conventional method



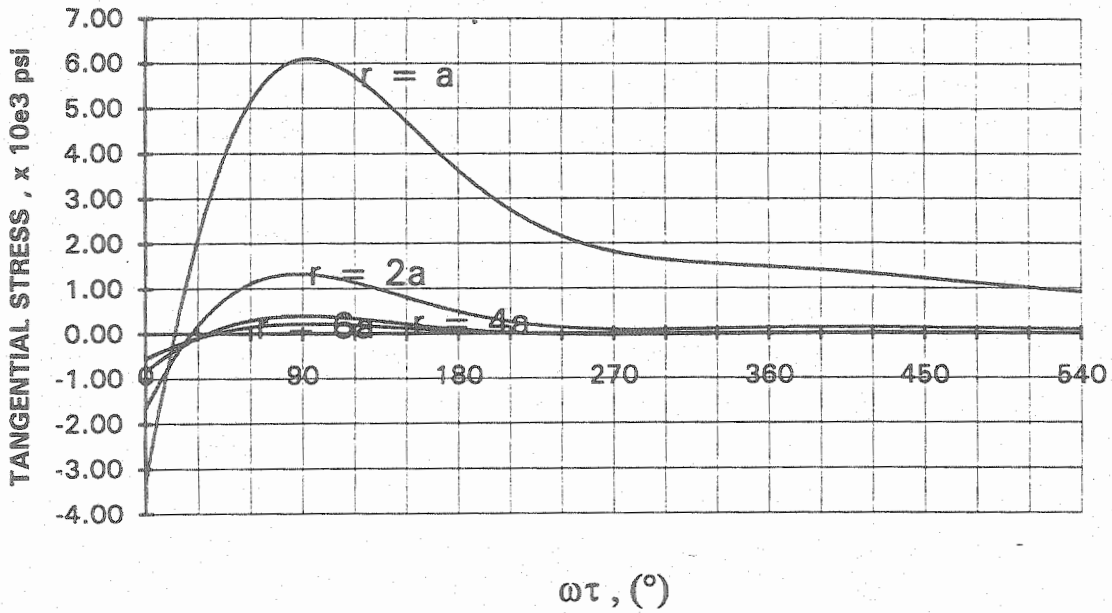
รูปที่ 38 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial strain กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ conventional method



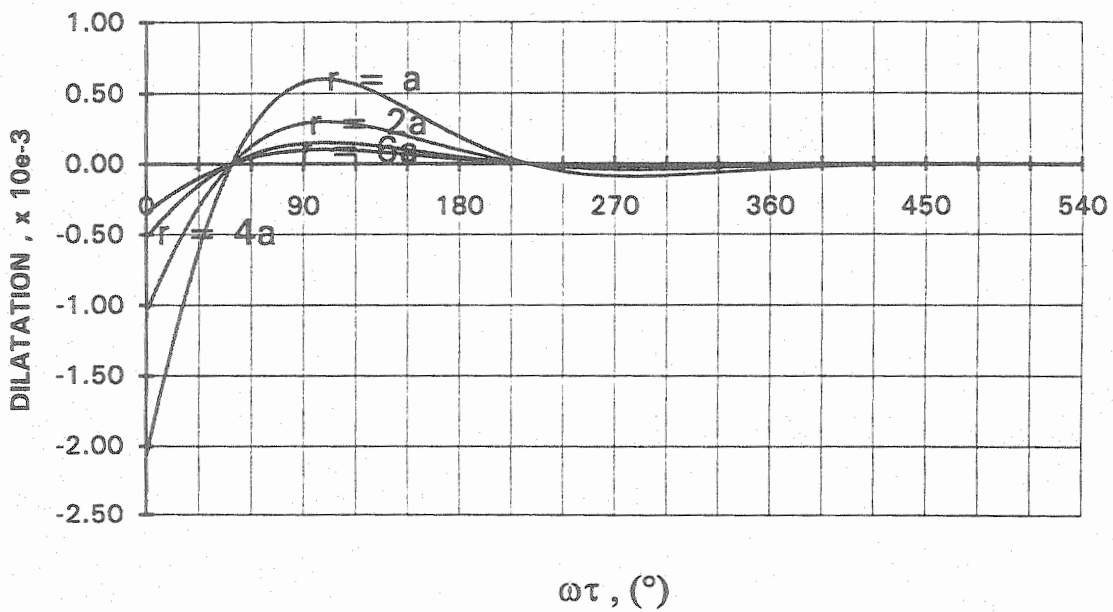
รูปที่ 39 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial stress กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ conventional method



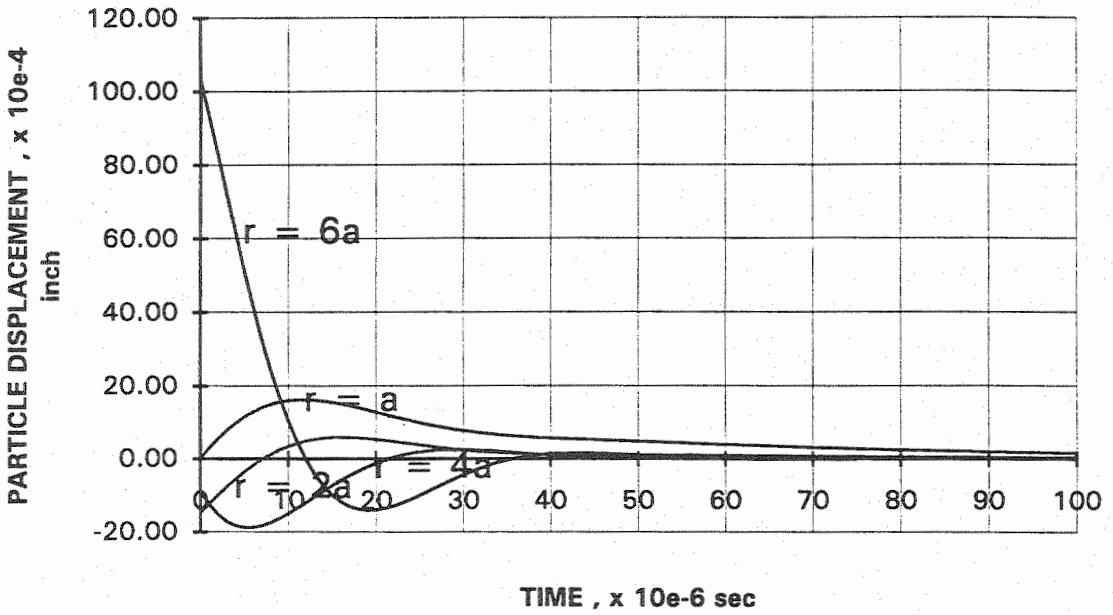
รูปที่ 40 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential strain กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ conventional method



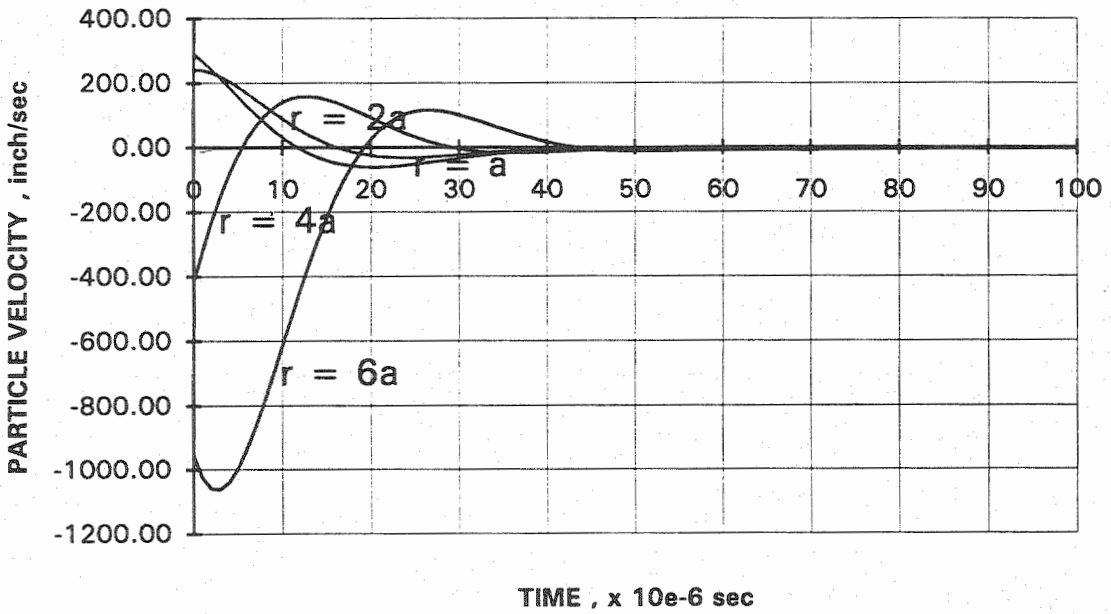
รูปที่ 41 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential stress กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ conventional method



รูปที่ 42 ความสัมพันธ์ระหว่าง dilatation กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ conventional method

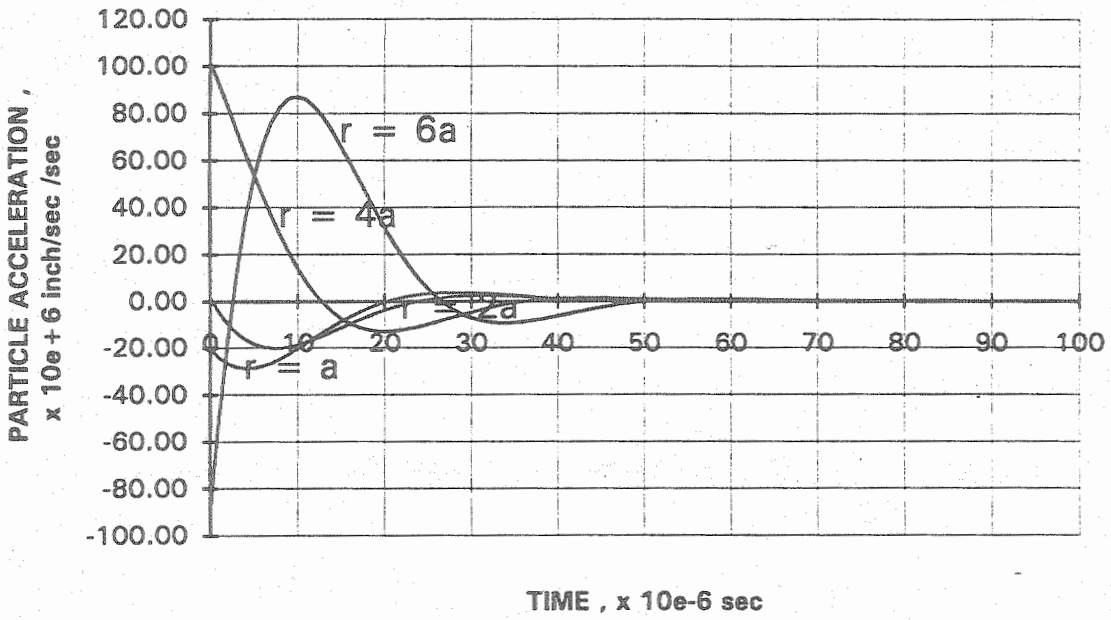


รูปที่ 43 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle displacement กับ time ในกรณีของ conventional method

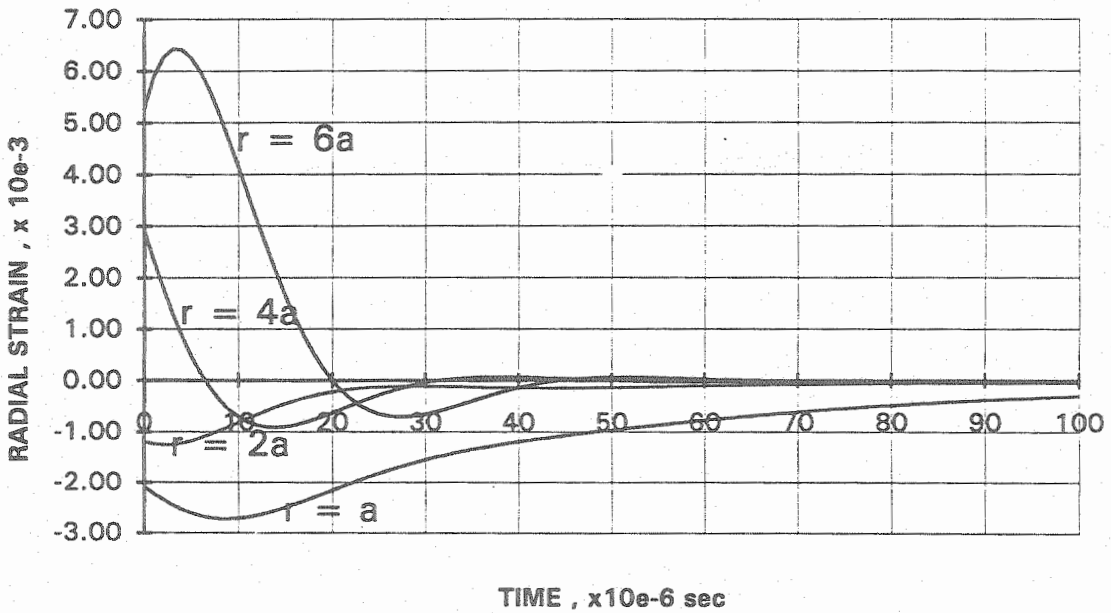


รูปที่ 44 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle velocity กับ time ในกรณีของ conventional method

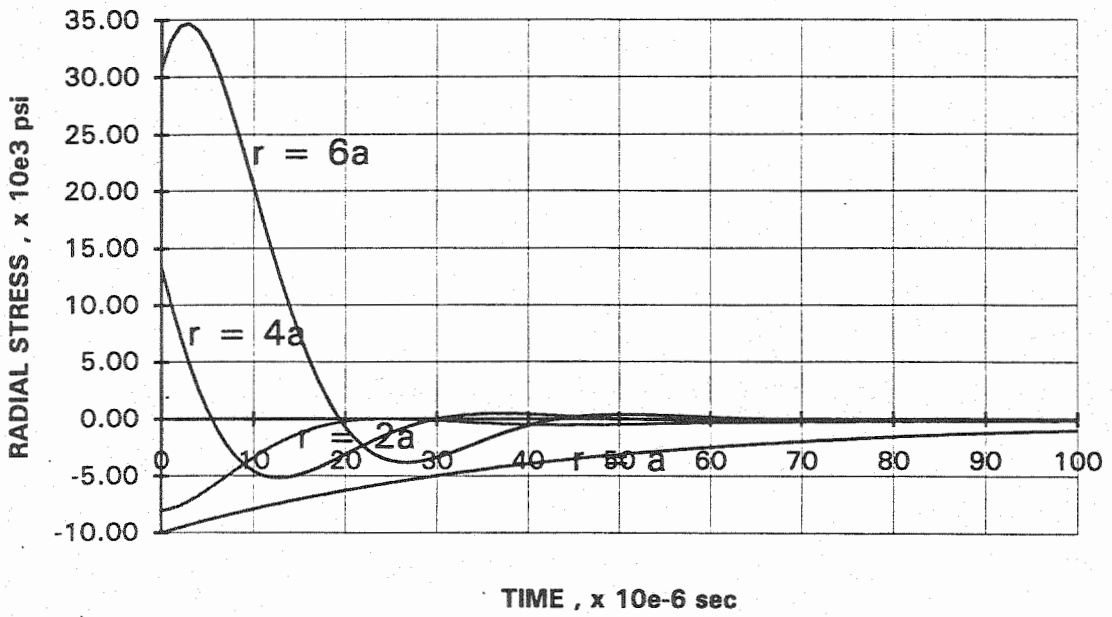




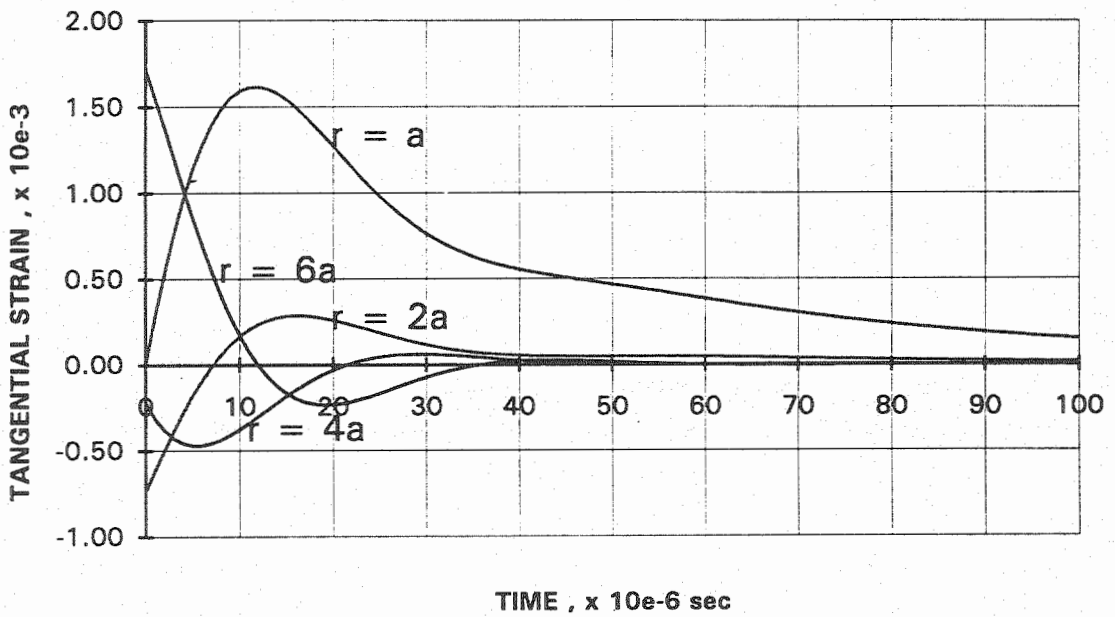
รูปที่ 45 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle acceleration กับ time ในกรณีของ conventional method



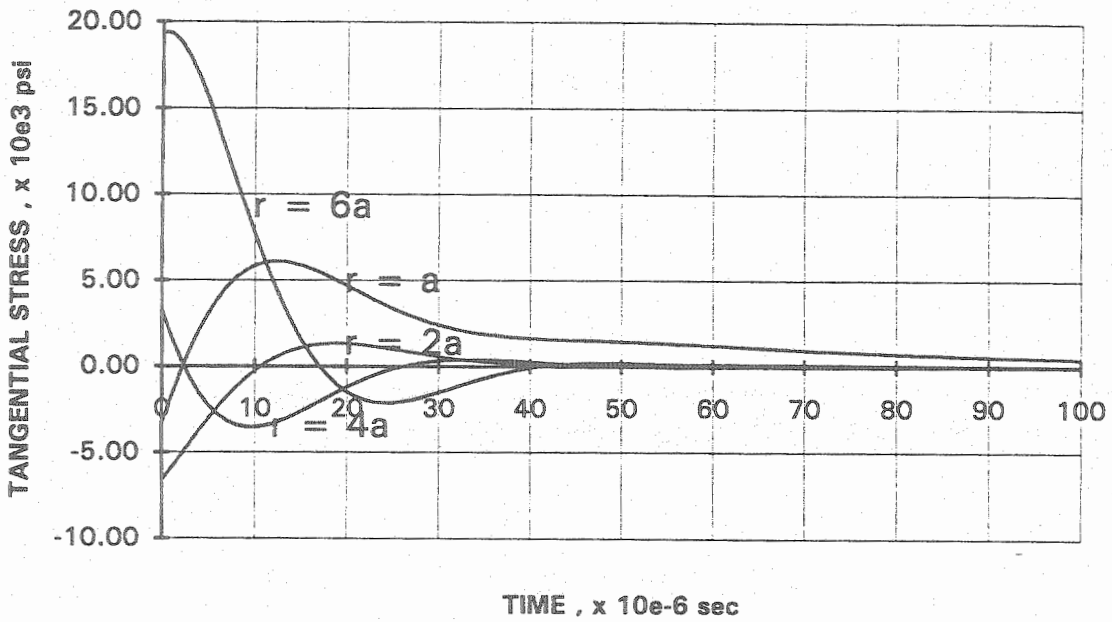
รูปที่ 46 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial strain กับ time ในกรณีของ conventional method



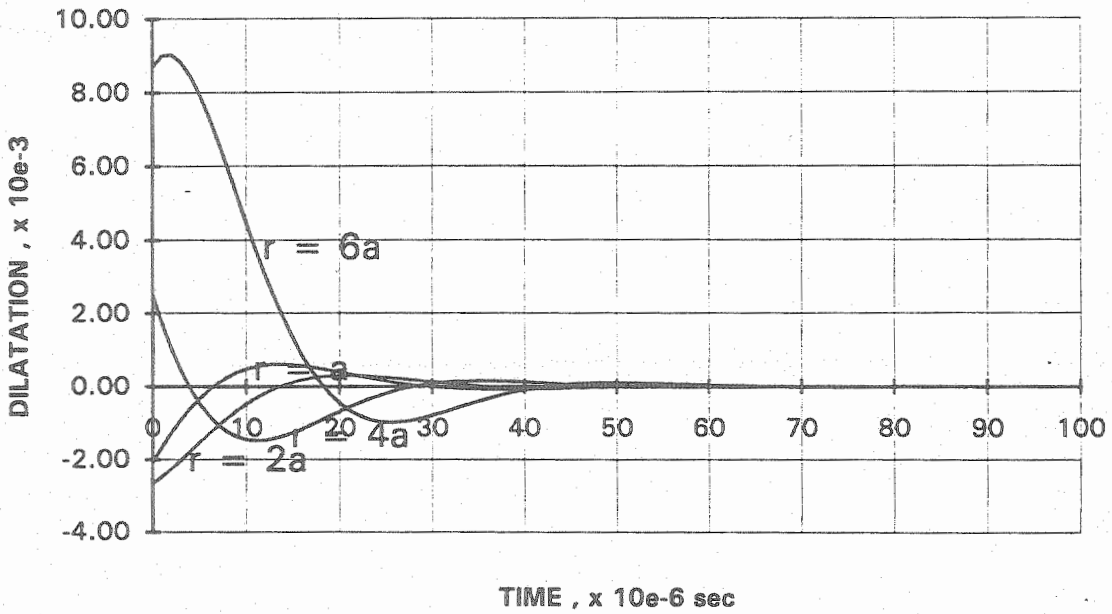
รูปที่ 47 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial stress กับ time  
ในกรณีของ conventional method



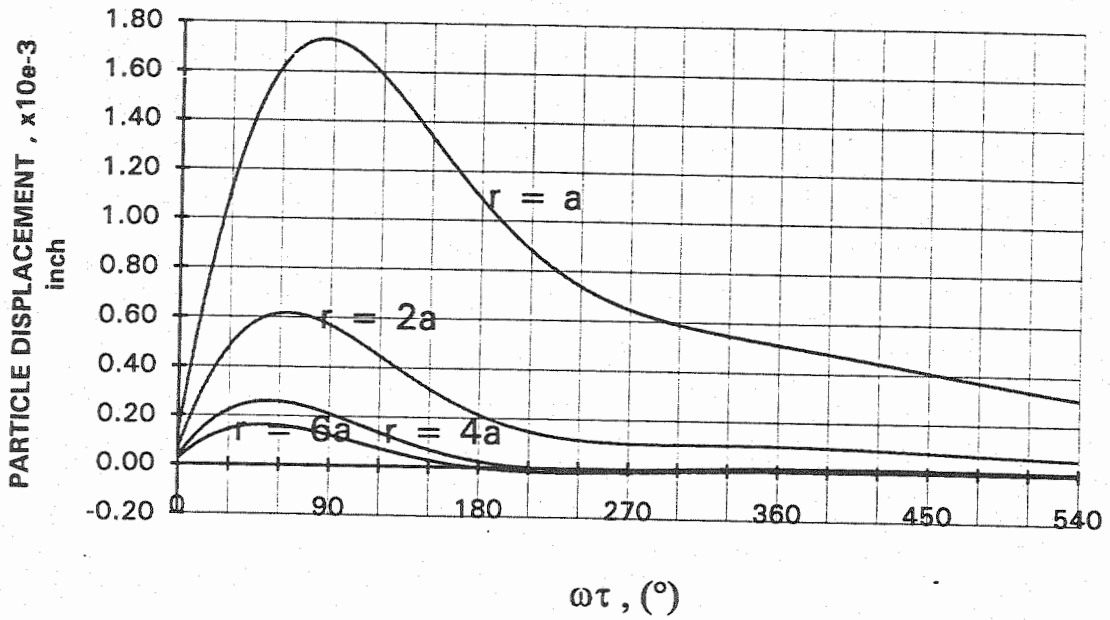
รูปที่ 48 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential strain กับ time  
ในกรณีของ conventional method



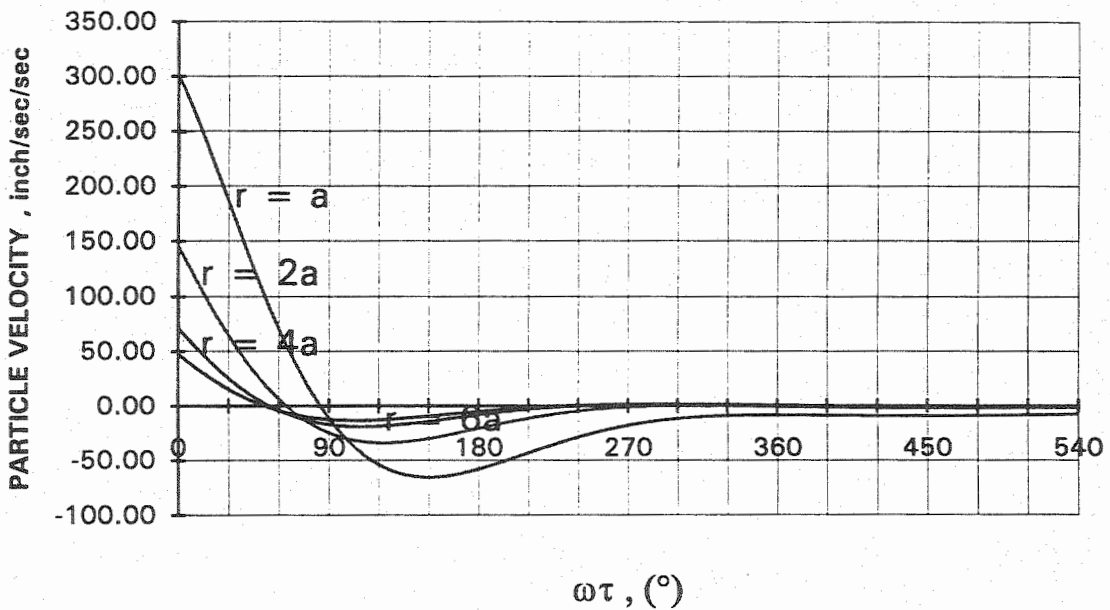
รูปที่ 49 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential stress กับ time  
ในกรณีของ conventional method



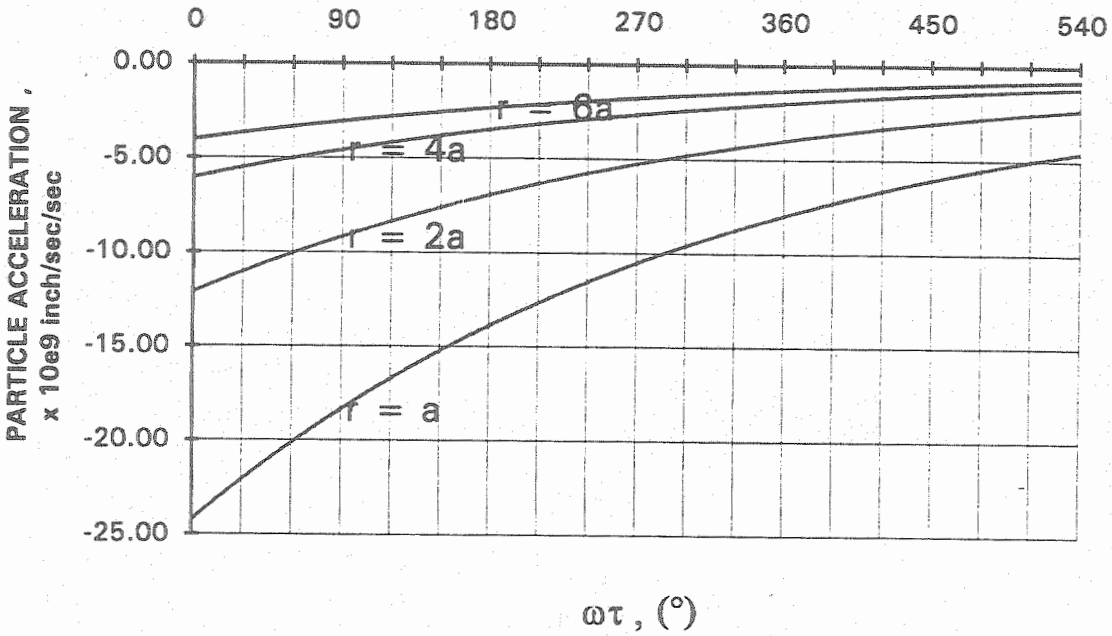
รูปที่ 50 ความสัมพันธ์ระหว่าง dilatation กับ time  
ในกรณีของ conventional method



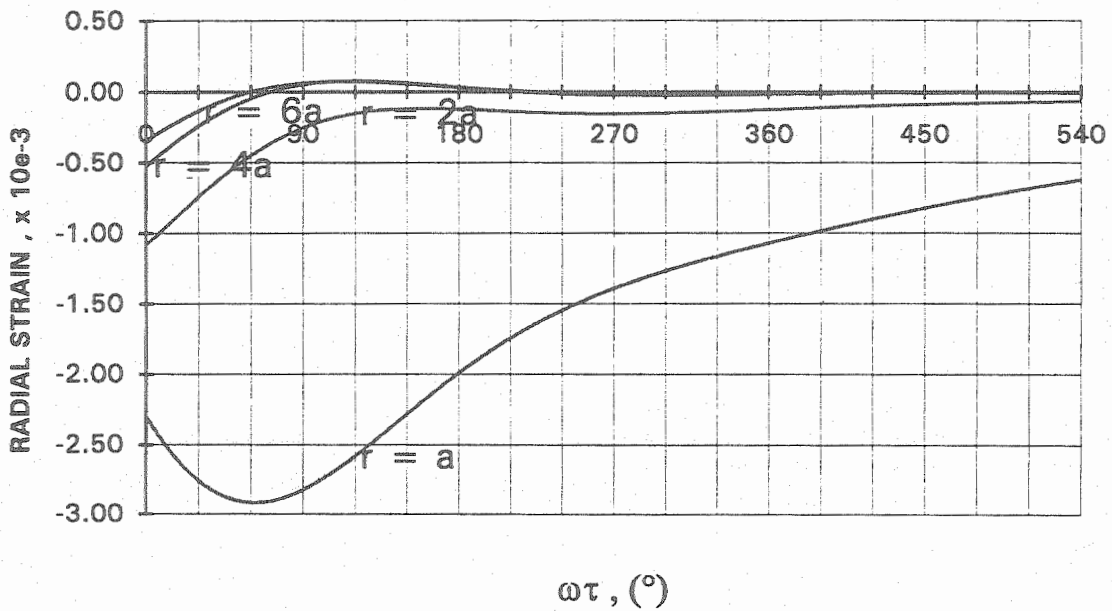
รูปที่ 51 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle displacement กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ new general method



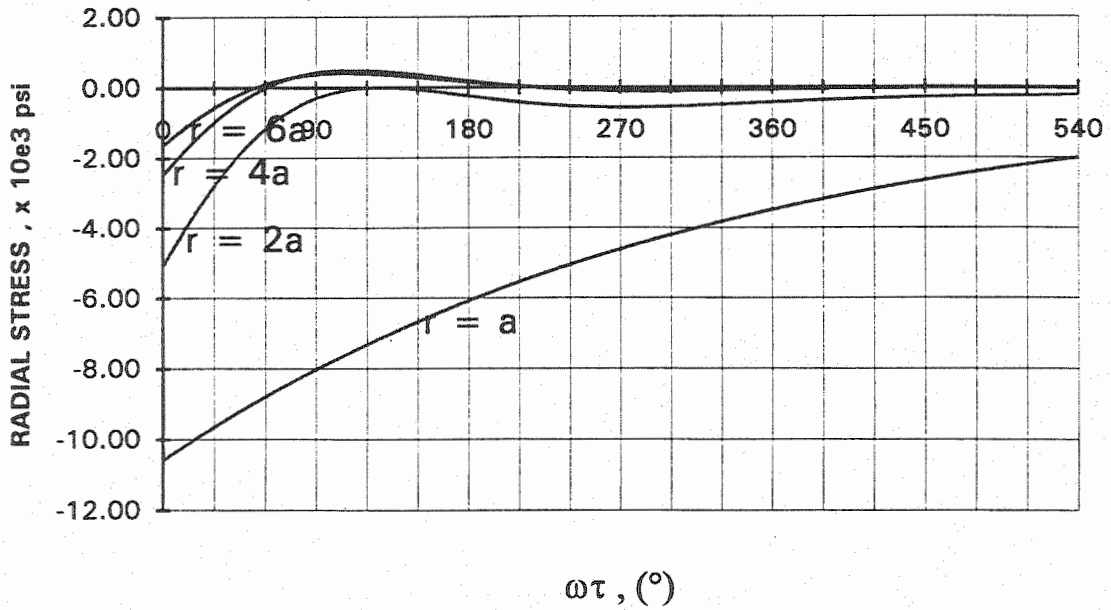
รูปที่ 52 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle velocity กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ new general method



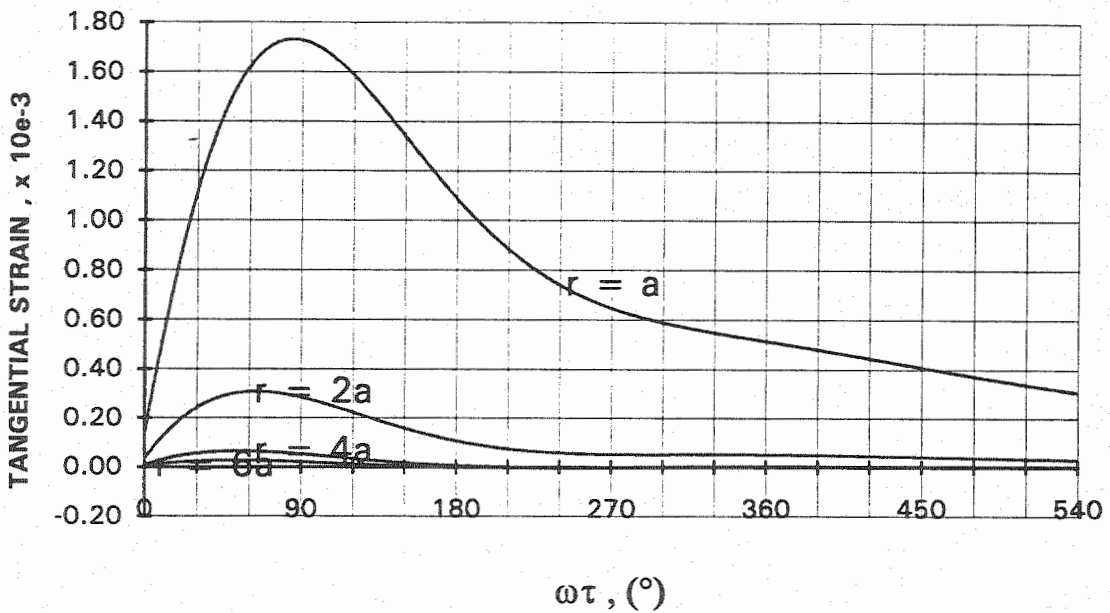
รูปที่ 53 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle acceleration กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ new general method



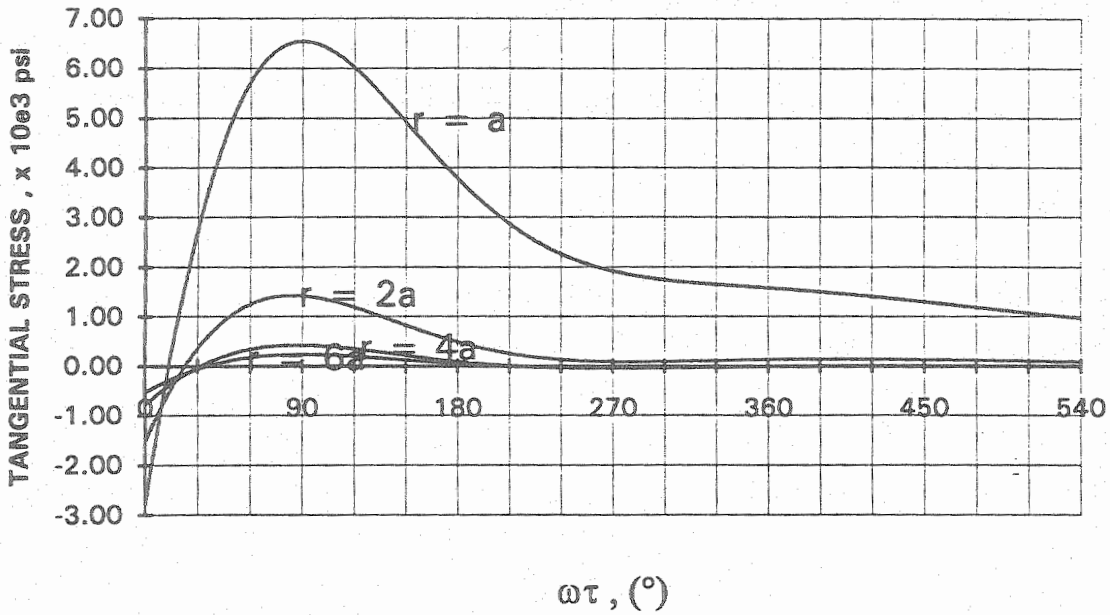
รูปที่ 54 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial strain กับ  $\omega\tau$  ในกรณีของ new general method



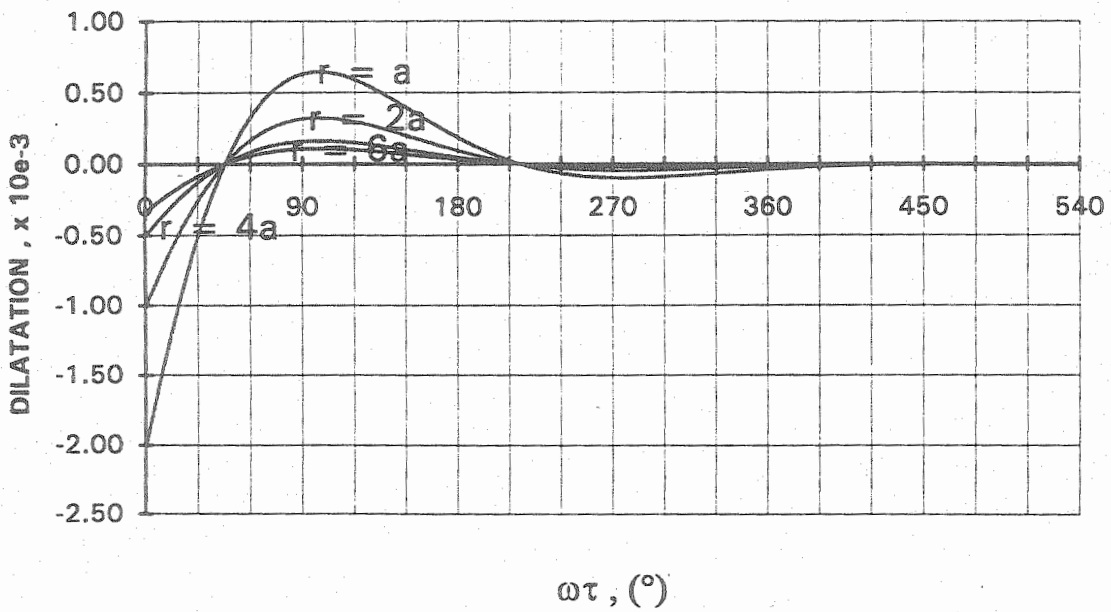
รูปที่ 55 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial stress กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ new general method



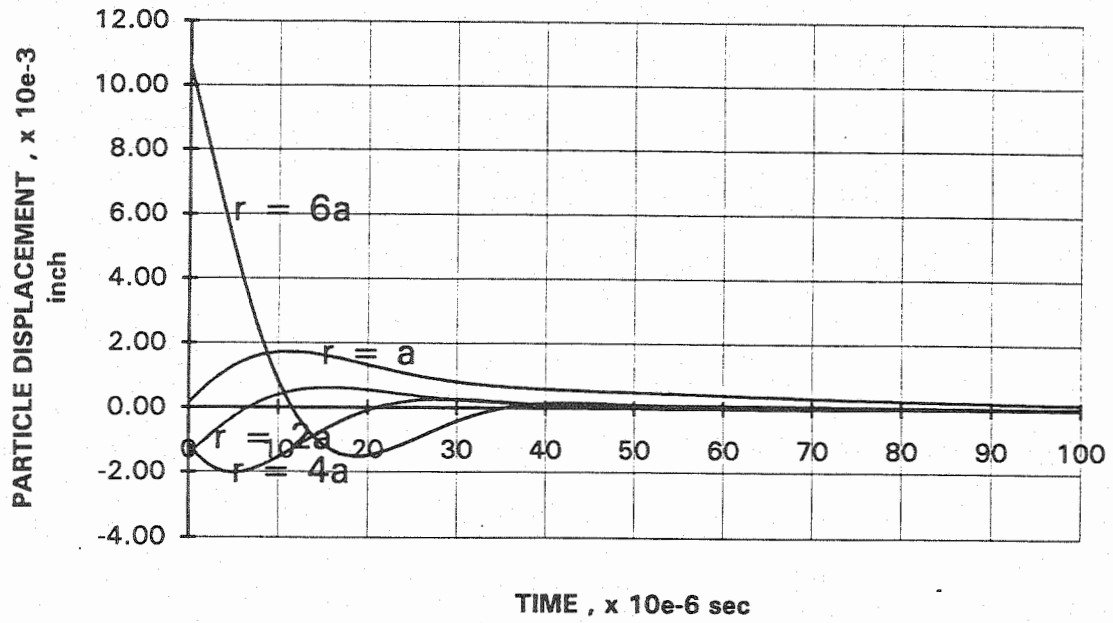
รูปที่ 56 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential strain กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ new general method



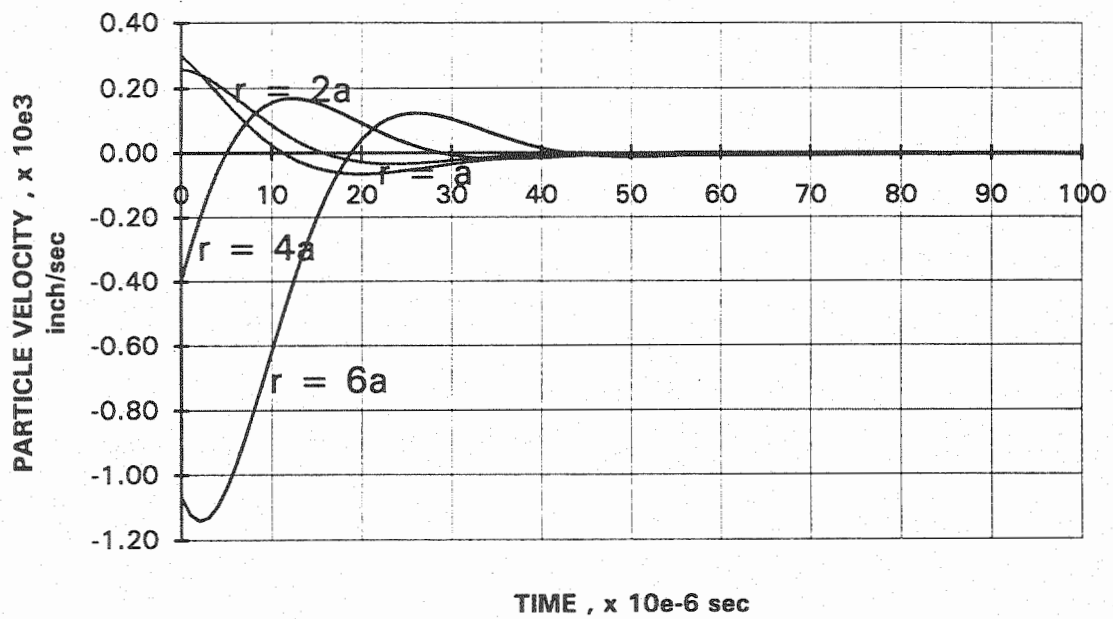
รูปที่ 57 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential stress กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ new general method



รูปที่ 58 ความสัมพันธ์ระหว่าง dilatation กับ  $\omega\tau$   
ในกรณีของ new general method

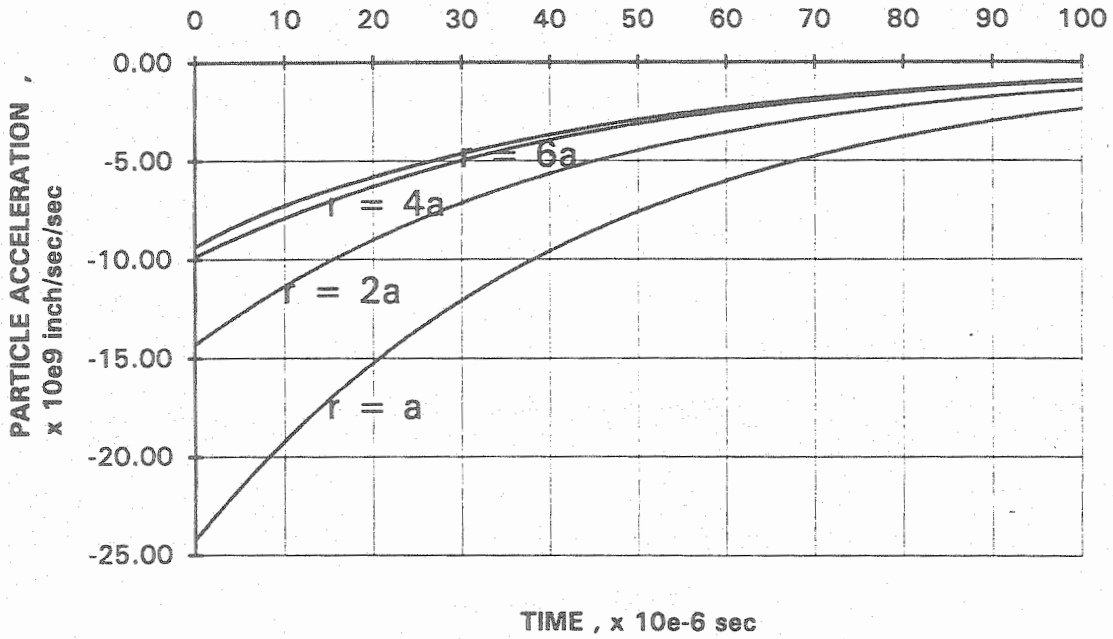


รูปที่ 59 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle displacement กับ time ในกรณีของ new general method

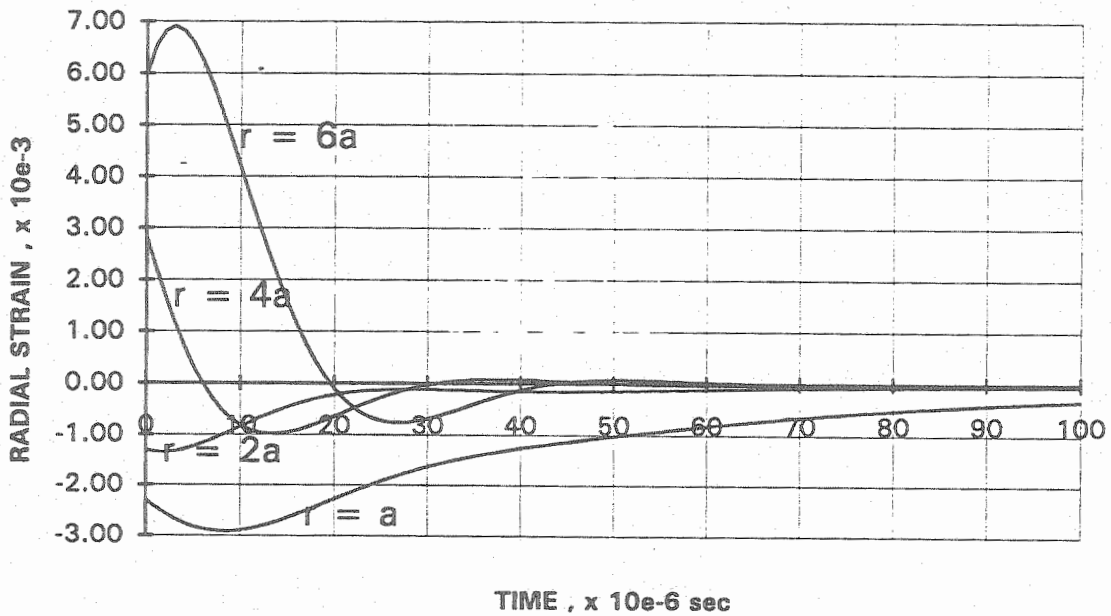


รูปที่ 60 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle velocity กับ time ในกรณีของ new general method

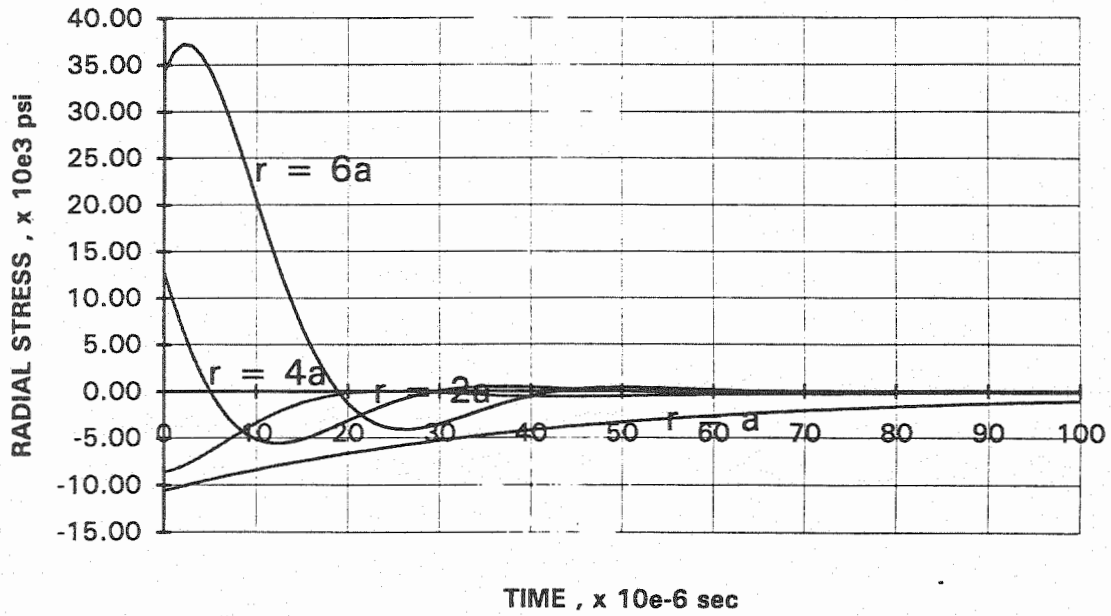




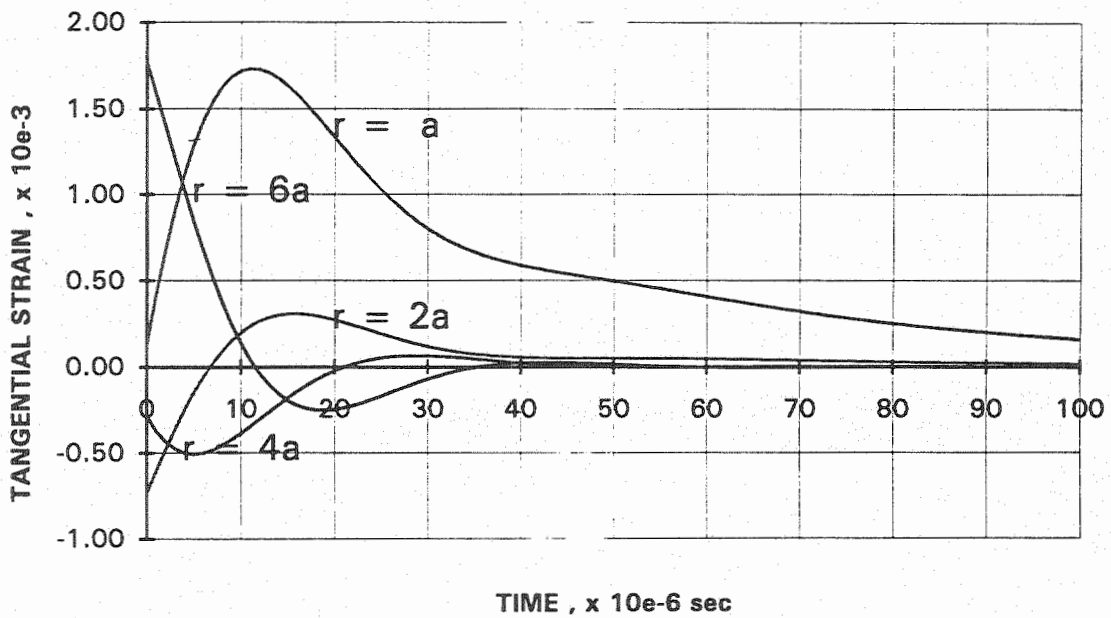
รูปที่ 61 ความสัมพันธ์ระหว่าง particle acceleration กับ time ในกรณีของ new general method



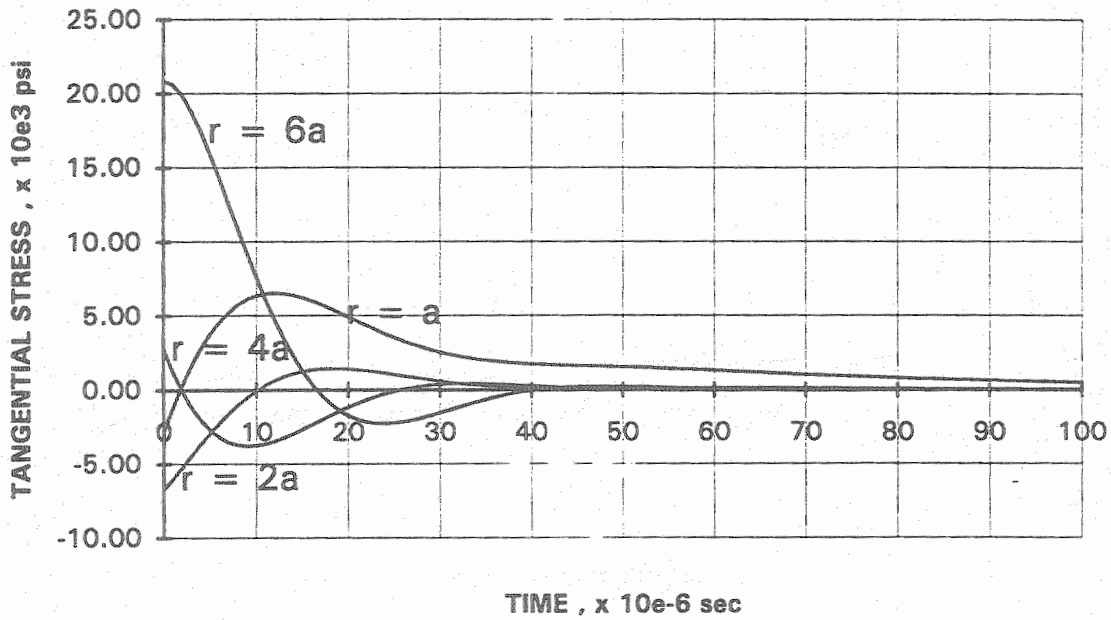
รูปที่ 62 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial strain กับ time ในกรณีของ new general method



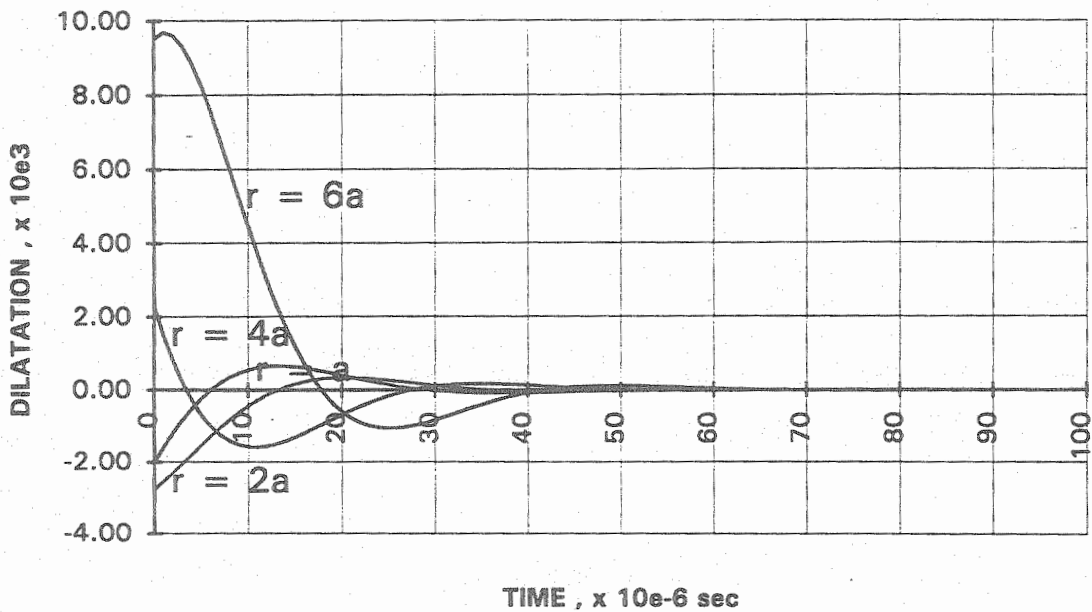
รูปที่ 63 ความสัมพันธ์ระหว่าง radial stress กับ time  
ในกรณีของ new general method



รูปที่ 64 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential strain กับ time  
ในกรณีของ new general method



รูปที่ 65 ความสัมพันธ์ระหว่าง tangential stress กับ time ในกรณีของ new general method



รูปที่ 66 ความสัมพันธ์ระหว่าง dilatation กับ time ในกรณีของ new general method

### 6.3 Source codes ของโปรแกรม BMODEL

ในหน้าที่ 80 ถึง 97 เป็น source codes ของโปรแกรมที่เขียนด้วยภาษาซี สำหรับโปรแกรม BMODEL

Source codes ที่ได้ print มานี้เป็น ส่วนที่ใช้ในการคำนวณที่มีสกุล file .DLL สำหรับ source codes ส่วนที่ทำเป็นรูปแบบต่าง การจัดรูปเมนู การแสดงผลลัพท์ มีความยาวมาก ผู้สนใจจะดูได้หลังจากเปิดไฟล์ในแผ่นโปรแกรมเอง ผู้วิจัยไม่ได้ print เอาไว้

รายละเอียดของ source codes แต่ละโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ มีดังนี้

1. File XXXX.C ได้ print เพื่อแสดง source codes ไว้ตั้งแต่หน้าที่ 80 ถึงหน้าที่ 82
2. File XPLOWT1P.C ได้ print เพื่อแสดง source codes ไว้ตั้งแต่หน้าที่ 83 ถึงหน้าที่ 86
3. File XPLOPS1P.C ได้ print เพื่อแสดง source codes ไว้ตั้งแต่หน้าที่ 87 ถึงหน้าที่ 89
4. File XPLODE1P.C ได้ print เพื่อแสดง source codes ไว้ตั้งแต่หน้าที่ 90 ถึงหน้าที่ 93
5. File BBLAST.C ได้พิมพ์ source codes ไว้ตั้งแต่หน้าที่ 94 ถึงหน้าที่ 97

FILE XXXX.C

/\*xxxx.c

Calculate "potential/displacement/velocity/acceleration/  
radial strain/tangential strain/radial stress/tangential stress/  
dilatation" of rock particle near EXPLOSION  
with varying poison ratio.

COMPARE WITH EQUATIONS

$$P = P_0 \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t})$$
$$\alpha = n \cdot w / \sqrt{2}$$
$$\beta = m \cdot w / \sqrt{2}$$

input :-

Po	=	p0
n	=	n
m (INFINITY)	x=0, m=any	
m	x=1, m=m	
omega*torque ,degree	=	wt
CAVITY RADIUS,in	=	a
DISTANCE FROM CENTER OF CAVITY,in	=	r
YOUNG'S MODULUS,psi	=	young
POISSON'S RATIO	=	poisson
SPECIFIC GRAVITY	=	sg

output :-

DISPLACEMENT POTENTIAL	=	fee
PARTICLE DISPLACEMENT	=	u in
PARTICLE VELOCITY	=	v in/sec
PARTICLE ACCELERATION	=	acc in/sq.sec
RADIAL STRAIN	=	radstrn
TANGENTIAL STRAIN	=	tanstrn
RADIAL STRESS	=	radstrs psi
TANGENTIAL STRESS	=	tanstrs psi
DILATATION	=	dil

\*/

```
#include<windows.h>
#include<math.h>
#include <stdio.h>
#include"xxxx.h"
```

```
int FAR PASCAL _export LibMain( HANDLE hInstance,WORD wDataSeg,
                                WORD wHeapSize,LPSTR lpszCmdLine){
    if (wHeapSize>0) UnlockData(0);    return 1;
}
```

```
int FAR PASCAL _export WEP( int nParam){
    return 1;
}
```

```
#define pi      (M_PI)
#define sqr(x)  ((x)*(x))
#define e(x)    exp(x)
#define arctan(x) atan((x))

void FAR PASCAL _export xxxx
(double p0,double n,double x,double m,
 double wt,double a, double r,
 double young, double poisson,double sg,

 double FAR *potential,double FAR *displacement,

 double FAR *velocity,double FAR *acceleration,
 double FAR *RadStrain,double FAR *TanStrain,
 double FAR *RadStress,double FAR *TanStress,
 double FAR *dilatation
 ){

double l;          /* loe density          */
double lame;      /* Lamé's Constant      */
double mue;       /* mue                   */
double c;
double a0;        /* alfa0                 */
double w0;        /* omega0                */
double t;         /* torque                */
double beta1,beta2;
double cb1;       /* cos( omega0*torque - beta1 ) */
double cb2;       /* cos( omega0*torque - beta2 ) */
double sb1;       /* sin( omega0*torque - beta1 ) */
double sb2;       /* sin( omega0*torque - beta2 ) */

double rtw1;      /*      sqrt(sqr(omega0) + sqr(n*omega0-alfa0)) */
double scale1;   /* a*p0/l/r/(sqr(omega0) + sqr(n*omega0-alfa0)) */
double rtw2;      /*      sqrt(sqr(omega0) + sqr(m*omega0-alfa0)) */
double scale2;   /* a*p0/l/r/(sqr(omega0) + sqr(m*omega0-alfa0)) */
double ewt1;     /* exp(-n*omega0*torque/sqrt(2)) */
double ewt2;     /* exp(-m*omega0*torque/sqrt(2)) */
double eat;      /* exp(-alfa0*torque) */
double rt2=sqrt(2.0);

l   = sg*1000.0/9.81/0.454*sqr(sqr(0.3048/12.0));
lame = poisson*young/(1.0+poisson)/(1.0-2.0*poisson);
mue  = young/2.0/(1.0+poisson);

c   = sqrt((lame+2.0*mue)/l);

a0 = c*(1.0-2.0*poisson)/a/(1.0-poisson);
w0 = c*sqr(1.0-2.0*poisson)/a/(1.0-poisson);
// t = time - (r-a)/c;
t=wt/w0*pi/180.0;
beta1 = atan( (a0-n*w0)/w0 );
beta2 = atan( (a0-m*w0)/w0 );
sb1 = sin(w0*t-beta1);
cb1 = cos(w0*t-beta1);
sb2 = sin(w0*t-beta2);
cb2 = cos(w0*t-beta2);
```

```
rtw1= sqrt(sqr(w0) + sqr(n*w0-a0));
scale1= a*p0/l/r/(sqr(w0) + sqr(n*w0-a0));
rtw2= sqrt(sqr(w0) + sqr(m*w0-a0));
scale2= a*p0/l/r/(sqr(w0) + sqr(m*w0-a0));

ewt1= exp(-n*w0*t/rt2);
ewt2= exp(-m*w0*t/rt2);

eat = exp(-a0*t);

*potential = scale1*( -ewt1 + rtw1/w0*eat*cb1 );
if (x!=0.0) *potential -=
    scale2*( -ewt2 + rtw2/w0*eat*cb2 );

*displacement = scale1*( (1.0/r-n*w0/rt2/c)*ewt1 +
    rtw1/w0 *eat * ((a0/c-1.0/r)*cb1+w0/c*sb1));
if (x!=0.0) *displacement -=scale2*((1.0/r-m*w0/rt2/c)*ewt2 +
    rtw2/w0 *eat * ((a0/c-1.0/r)*cb2+w0/c*sb2));

*velocity = scale1*( n*w0/rt2*(n*w0/rt2/c-1.0/r)*ewt1 +
    rtw1*eat * ( (w0/c-a0*a0/c/w0+a0/r/w0)*cb1 +
    (1.0/r-2.0*a0/c)*sb1));
if(x!=0.0) *velocity -=
    scale2*( m*w0/rt2*(m*w0/rt2/c-1.0/r)*ewt2 +
    rtw2*eat * ( (w0/c-a0*a0/c/w0+a0/r/w0)*cb2 +
    (1.0/r-2.0*a0/c)*sb2));

*acceleration= scale1*( sqr(n*w0/rt2)*(1.0/r-n*w0/rt2)*ewt1 +
    rtw1*eat * ( (a0*a0*a0/c/w0 -3.0*a0*w0/c
    +w0/r -a0*a0/r/w0)*cb1 +
    (3.0*a0*a0/c -w0*w0/c -2.0*a0/r)*sb1));
if(x!=0.0) *acceleration -=scale2*( sqr(m*w0/rt2)*(1.0/r-m*w0/rt2)*ewt2 +
    rtw2*eat * ( (a0*a0*a0/c/w0 -3.0*a0*w0/c
    +w0/r -a0*a0/r/w0)*cb2 +
    (3.0*a0*a0/c -w0*w0/c -2.0*a0/r)*sb2));

*RadStrain= scale1*( (rt2*n*w0/r/c -2.0/r/r -n*n*w0*w0/2.0/c/c)*ewt1 +
    rtw1*eat* ( ((a0*a0-w0*w0)/c/c/w0 +2.0/r/r/w0
    -2.0*a0/r/c/w0)*cb1 +(2.0*a0/c/c -2.0/r/c)*sb1));
if(x!=0.0) *RadStrain -=scale2*( (rt2*m*w0/r/c -2.0/r/r
    -m*m*w0*w0/2.0/c/c)*ewt2 +rtw2*eat*
    ( ((a0*a0-w0*w0)/c/c/w0 +2.0/r/r/w0 -2.0*a0/r/c/w0)*cb2 +
    (2.0*a0/c/c -2.0/r/c)*sb2));

*TanStrain=*displacement/r;

*dilatation= scale1*( -n*n*w0*w0/2.0/c/c*ewt1 +
    rtw1*eat/c/c* ( (a0*a0/w0-w0)*cb1 + 2.0*a0*sb1 ));
if(x!=0.0) *dilatation -=scale2*( -m*m*w0*w0/2.0/c/c*ewt2 +
    rtw2*eat/c/c* ( (a0*a0/w0-w0)*cb2 + 2.0*a0*sb2 ));

*RadStress=mue*( *dilatation)+2.0*mue*( *RadStrain);
*TanStress=mue*( *dilatation)+2.0*mue*( *TanStrain);
}
```

FILE XPLOWT1P.C

```
/*xplowt1p.c
Calculate "potential/displacement/velocity/acceleration/
radial strain/tangential strain/radial stress/tangential stress
/dilatation" of rock particle near EXPLOSION using
WILBUR I. DUVALLE's model.
```

```
modified from explodelp.c
input omega*torque instead of time
```

COMPARE WITH EQUATIONS

$$P = P_0 \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t})$$
$$\alpha = n \cdot w / \sqrt{2}$$
$$\beta = m \cdot w / \sqrt{2}$$

input :-

Po	= p0
n	= n
m (INFINITY)	x=0,m=any
m	x=1,m=m
omega*torque ,degree	= wt
CAVITY RADIUS,in	= a
DISTANCE FROM CENTER OF CAVITY,in	= r
YOUNG'S MODULUS,psi	= e
POISSON'S RATIO	= poisson
SPECIFIC GRAVITY	= sg

output :-

DISPLACEMENT POTENTIAL	= fee
PARTICLE DISPLACEMENT	= u in
PARTICLE VELOCITY	= v in/sec
PARTICLE ACCELERATION	= acc in/sq.sec
RADIAL STRAIN	= radstrn
TANGENTIAL STRAIN	= tanstrn
RADIAL STRESS	= radstrs psi
TANGENTIAL STRESS	= tanstrs psi
DILATATION	= dil

create Mon Mar 27, 1994  
programmer Damrong Guoy

\*/

```
#include<windows.h>
#include<math.h>
#include <stdio.h>
#include"xplowt1p.h"
```

```
int FAR PASCAL _export LibMain( HANDLE hInstance,WORD wDataSeg,
                                WORD wHeapSize,LPSTR lpszCmdLine){
    if (wHeapSize>0) UnlockData(0);    return 1;
}
```



```
int FAR PASCAL _export WEP( int nParam){
    return 1;
}

#define pi      (M_PI)
#define sqr(x)  ((x)*(x))
#define arctan(x) atan((x))

void FAR PASCAL _export xplowtip
(double p0,double n,double x,double m,
 double wt,double a, double r,
 double e, double poisson,double sg,
 double FAR *potential,double FAR *displacement,
 double FAR *velocity,double FAR *acceleration,
 double FAR *RadStrain,double FAR *TanStrain,
 double FAR *RadStress,double FAR *TanStress,
 double FAR *dilatation
 ){
double p,alfa,betha,c,mue,loe,omega,tor,theta1,theta2,theta3,
 fee,u,v,acc,radstrn,tanstrn,radstrs,tanstrs,dil,eps0;
BOOL super; /* I think this variable is not used */
unsigned char i; /* I think this variable is not used */
char ch; /* I think this variable is not used */

/*1.input from parameter passing */
/* preliminary prepare some temp. var */
#define eomtrt2(aaa) exp(-((double)(aaa))*omega*tor/rt2)

double n2,m2, rt2,rt3, rt2rt32nn2,rt2rt32mm2, w,z1,z2,z3;
double ar,ar2;

/*2.begin */
loe=sg*1000.0/9.81/0.454*sqr(sqr(0.3048/12.0));
mue=e/2.0/(1.0+poisson);
c=sqrt(3.0*mue/loe);
omega=2.0*sqr(2.0)*c/3.0/a;

/* change from tor=t-(r-a)/c;*/
tor = wt/omega*pi/180.0;
alfa=n*omega/sqrt(2.0);
if(n==1.0)
    theta1=pi/2.0;
else
    theta1=arctan(sqrt(2.0)/(1.0-n));
theta3=arctan(sqrt(2.0));
if(x==1.0){
    betha=m*omega/sqrt(2.0);
    if(m==1.0)
        theta2=pi/2.0;
    else
        theta2=arctan(sqrt(2.0)/(1.0-m));
}
else{ /* add by Damrong */
    betha=0.0;
    theta2=0.0;
}
```

```
/* make life easier */
n2 = n*n;      m2 = m*m;
rt2 = sqrt(2.0); rt3 = sqrt(3.0);
rt2rt32nn2 = rt2*sqrt(3.0-2.0*n+n*n);
rt2rt32mm2 = rt2*sqrt(3.0-2.0*m+m*m);
w=omega; z1=theta1; z2 = theta2; z3 = theta3;
ar = a/r; ar2=ar*ar;

/* start */
fee=a*p0/loe/r/(sqrt(omega/sqrt(2.0)-alfa)+sqrt(omega))*
  (-exp(-alfa*tor)+exp(-omega*tor/sqrt(2.0)))*
  ((1.0/sqrt(2)-alfa/omega)*sin(omega*tor)+cos(omega*tor))
+ (x==0.0? 0.0:a*p0/loe/r/(sqrt(omega/sqrt(2.0)-betha)+sqrt(omega))*
  (exp(-betha*tor)-exp(-omega*tor/sqrt(2.0)))*
  ((1.0/sqrt(2)-betha/omega)*sin(omega*tor)+cos(omega*tor))));
u=9.0*a*p0*a/4.0/loe/c/c/r*((a/r-2.0*n/3.0)*exp(-n*omega*tor/sqrt(2.0))
  /(3.0-2.0*n+n*n)-x*(a/r-2.0*m/3.0)*exp(-m*omega*tor/sqrt(2.0))
  /(3.0-2.0*m+m*m)-exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32nn2*
  (a*sin(omega*tor+theta1)/r
  -2.0/sqrt(3.0)*sin(omega*tor+theta1-theta3))
-x*exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32mm2*(a*sin(omega*tor+theta2)/r
  -2.0/sqrt(3.0)*sin(omega*tor+theta2-theta3)));
v=3.0*p0/2.0/loe/c*a/r*(-n*(a/r-2.0*n/3.0)*exp(-n*omega*tor/sqrt(2.0))
  /(3.0-2.0*n+n*n)+x*m*(a/r-2.0*m/3.0)*exp(-m*omega*tor/sqrt(2.0))
  /(3.0-2.0*m+m*m)+exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32nn2*
  (sqrt(3.0)*a/r*sin(omega*tor+theta1-theta3)
  -2.0*sin(omega*tor+theta1-2.0*theta3))
+x*exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32mm2*(sqrt(3.0)*a/r*sin(omega*tor+
  theta2-theta3)-2.0*sin(omega*tor+theta2-2.0*theta3)));

acc=p0/loe/a * a/r *
  (n2 * (a/r-2.0*n/3) * eomtrt2(n) / (3.0-2.0*n+n2)
  - (x==0.0 ? 0.0 : m2 * (a/r-2.0*m/3.0) * eomtrt2(m)/(3.0-2.0*m+m2))
  - eomtrt2(1.0)/rt2rt32nn2*
  (3.0*a/r* sin(w*tor+z1-2.0*z3)
  - 2.0*rt3* sin(w*tor+z1-3.0*z3)
  )
  + (x==0.0 ? 0.0 : eomtrt2(1.0)/rt2rt32mm2*
  (3.0*a/r* sin(w*tor+z2-2.0*z3)
  - 2.0*rt3* sin(w*tor+z2-3.0*z3))));

radstrn=9.0/4.0*p0/loe/c/c*ar*
  (- ( 2.0*ar2 - 4.0*n/3.0*ar + 4.0*n2/9.0 ) * eomtrt2(n)
  / (3.0-2.0*n+n2)
  + (x==0?0.0: ( 2.0*ar2 - 4.0*m/3.0*ar + 4.0*m2/9.0 )
  * eomtrt2(m) / (3.0-2.0*m+m2))
  + eomtrt2(1.0) / rt2rt32nn2 *
  ( 2.0*ar2* sin(w*tor+z1)
  - 4.0*rt3/3.0*ar* sin(w*tor+z1-z3)
  + 4.0/3.0* sin(w*tor+z1-2.0*z3))
  - (x==0.0?0.0: eomtrt2(1.0) / rt2rt32mm2 *
  ( 2.0*ar2* sin(w*tor+z2)
  - 4.0*rt3/3.0*ar* sin(w*tor+z2-z3)
  + 4.0/3.0* sin(w*tor+z2-2.0*z3))));
```

```
tanstrn=u/r;
dil=p0/loe/c/c*ar*
  (-n2*eomtrt2(n)/(3.0-2.0*n+n*n)
  + (x==0.0?0.0 : m2*eomtrt2(m)/(3.0-2.0*m+m*m) )
  + 3.0*eomtrt2(1.0)/rt2rt32nn2 * sin(w*tor+ z1-2.0*z3)
  - (x==0.0?0.0: 3.0*eomtrt2(1.0)/rt2rt32mm2 * sin(w*tor+ z2-2.0*z3) ));
radstrs=mue*dil+2.0*mue*radstrn;
tanstrs=mue*dil+2.0*mue*tanstrn;

/*3.output*/
*potential      = fee;
*displacement   = u;
*velocity       = v;
*acceleration   = acc;
*RadStrain      = radstrn;
*TanStrain      = tanstrn;
*RadStress      = radstrs;
*TanStress      = tanstrs;
*dilatation     = dil;
}
```

FILE XPLOPS1P.C

```
/*xplops1p.c
Calculate "potential/displacement/velocity/acceleration/
radial strain/tangential strain/radial stress/tangential stress/
dilatation" of rock particle near EXPLOSION
with varying poison ratio.
```

```
COMPARE WITH EQUATIONS
```

$$P = P_0 \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t})$$
$$\alpha = n \cdot w / \sqrt{2}$$
$$\beta = m \cdot w / \sqrt{2}$$

```
input :-
```

Po	= p0
n	= n
m (INFINITY)	x=0,m=any
m	x=1,m=m
TIME,sec	= time
CAVITY RADIUS,in	= a
DISTANCE FROM CENTER OF CAVITY,in	= r
YOUNG'S MODULUS,psi	= young
POISSON'S RATIO	= poisson
SPECIFIC GRAVITY	= sg

```
output :-
```

DISPLACEMENT POTENTIAL	= fee
PARTICLE DISPLACEMENT	= u in
PARTICLE VELOCITY	= v in/sec
PARTICLE ACCELERATION	= acc in/sq.sec
RADIAL STRAIN	= radstrn
TANGENTIAL STRAIN	= tanstrn
RADIAL STRESS	= radstrs psi
TANGENTIAL STRESS	= tanstrs psi
DILATATION	= dil

```
*/
```

```
#include<windows.h>
#include<math.h>
#include <stdio.h>
#include"xplops1p.h"
```

```
int FAR PASCAL _export LibMain( HANDLE hInstance,WORD wDataSeg,
                                WORD wHeapSize,LPSTR lpszCmdLine){
    if (wHeapSize>0) UnlockData(0);    return 1;
}
```

```
int FAR PASCAL _export WEP( int nParam){
    return 1;
}
```

```
#define pi      (M_PI)
#define sqr(x)  ((x)*(x))
#define e(x)    exp(x)
#define arctan(x) atan((x))

void FAR PASCAL _export xplopsip
    (double p0,double n,double x,double m,
     double time,double a, double r,
     double young, double poisson,double sg,

     double FAR *potential,double FAR *displacement,

     double FAR *velocity,double FAR *acceleration,
     double FAR *RadStrain,double FAR *TanStrain,
     double FAR *RadStress,double FAR *TanStress,
     double FAR *dilatation
    ){

double l;          /* loe density          */
double lame;      /* Lame's Constant    */
double mue;       /* mue                 */
double c;
double a0;        /* alfa0              */
double w0;        /* omega0             */
double t;         /* torque             */
double beta1,beta2;
double cb1;       /* cos( omega0*torque - beta1 ) */
double cb2;       /* cos( omega0*torque - beta2 ) */
double sb1;       /* sin( omega0*torque - beta1 ) */
double sb2;       /* sin( omega0*torque - beta2 ) */

double rtw1;      /* sqrt(sqr(omega0) + sqr(n*omega0-alfa0)) */
double scale1;   /* a*P0/l/r/(sqr(omega0) + sqr(n*omega0-alfa0)) */
double rtw2;      /* sqrt(sqr(omega0) + sqr(m*omega0-alfa0)) */
double scale2;   /* a*P0/l/r/(sqr(omega0) + sqr(m*omega0-alfa0)) */
double ewt1;     /* exp(-n*omega0*torque/sqrt(2)) */
double ewt2;     /* exp(-m*omega0*torque/sqrt(2)) */
double eat;      /* exp(-alfa0*torque) */
double rt2=sqrt(2.0);

l = sg*1000.0/9.81/0.454*sqr(sqr(0.3048/12.0));
lame = poisson*young/(1.0+poisson)/(1.0-2.0*poisson);
mue = young/2.0/(1.0+poisson);

c = sqrt((lame+2.0*mue)/l);

a0 = c*(1.0-2.0*poisson)/a/(1.0-poisson);
w0 = c*sqr(1.0-2.0*poisson)/a/(1.0-poisson);
t = time - (r-a)/c;

beta1 = atan( (a0-n*w0)/w0 );
beta2 = atan( (a0-m*w0)/w0 );
sb1 = sin(w0*t-beta1);
cb1 = cos(w0*t-beta1);
sb2 = sin(w0*t-beta2);
cb2 = cos(w0*t-beta2);
```

```
rtw1= sqrt(sqr(w0) + sqr(n*w0-a0));
scale1= a*p0/l/r/(sqr(w0) + sqr(n*w0-a0));
rtw2= sqrt(sqr(w0) + sqr(m*w0-a0));
scale2= a*p0/l/r/(sqr(w0) + sqr(m*w0-a0));

ewt1= exp(-n*w0*t/rt2);
ewt2= exp(-m*w0*t/rt2);

eat = exp(-a0*t);

*potential = scale1*( -ewt1 + rtw1/w0*eat*cb1 );
if (x!=0.0) *potential -=
    scale2*( -ewt2 + rtw2/w0*eat*cb2 );

*displacement = scale1*( (1.0/r-n*w0/rt2/c)*ewt1 +
    rtw1/w0 *eat * ((a0/c-1.0/r)*cb1+w0/c*sb1));
if (x!=0.0) *displacement -=scale2*((1.0/r-m*w0/rt2/c)*ewt2 +
    rtw2/w0 *eat * ((a0/c-1.0/r)*cb2+w0/c*sb2));

*velocity = scale1*( n*w0/rt2*(n*w0/rt2/c-1.0/r)*ewt1 +
    rtw1*eat * ( (w0/c-a0*a0/c/w0+a0/r/w0)*cb1 +
    (1.0/r-2.0*a0/c)*sb1));
if(x!=0.0) *velocity -=
    scale2*( m*w0/rt2*(m*w0/rt2/c-1.0/r)*ewt2 +
    rtw2*eat * ( (w0/c-a0*a0/c/w0+a0/r/w0)*cb2 +
    (1.0/r-2.0*a0/c)*sb2));

*acceleration= scale1*( sqr(n*w0/rt2)*(1.0/r-n*w0/rt2)*ewt1 +
    rtw1*eat * ( (a0*a0*a0/c/w0 -3.0*a0*w0/c
    +w0/r -a0*a0/r/w0)*cb1 +
    (3.0*a0*a0/c -w0*w0/c -2.0*a0/r)*sb1));
if(x!=0.0) *acceleration -=scale2*( sqr(m*w0/rt2)*(1.0/r-m*w0/rt2)*ewt2 +
    rtw2*eat * ( (a0*a0*a0/c/w0 -3.0*a0*w0/c
    +w0/r -a0*a0/r/w0)*cb2 +
    (3.0*a0*a0/c -w0*w0/c -2.0*a0/r)*sb2));

*RadStrain= scale1*( (rt2*n*w0/r/c -2.0/r/r -n*n*w0*w0/2.0/c/c)*ewt1 +
    rtw1*eat* ( ((a0*a0-w0*w0)/c/c/w0 +2.0/r/r/w0
    -2.0*a0/r/c/w0)*cb1 +(2.0*a0/c/c -2.0/r/c)*sb1));
if(x!=0.0) *RadStrain -=scale2*( (rt2*m*w0/r/c -2.0/r/r
    -m*m*w0*w0/2.0/c/c)*ewt2 +rtw2*eat*
    ( ((a0*a0-w0*w0)/c/c/w0 +2.0/r/r/w0 -2.0*a0/r/c/w0)*cb2 +
    (2.0*a0/c/c -2.0/r/c)*sb2));

*TanStrain=*displacement/r;

*dilatation= scale1*( -n*n*w0*w0/2.0/c/c*ewt1 +
    rtw1*eat/c/c* ( (a0*a0/w0-w0)*cb1 + 2.0*a0*sb1 ));
if(x!=0.0) *dilatation -=scale2*( -m*m*w0*w0/2.0/c/c*ewt2 +
    rtw2*eat/c/c* ( (a0*a0/w0-w0)*cb2 + 2.0*a0*sb2 ));

*RadStress=mue*( *dilatation)+2.0*mue*( *RadStrain);
*TanStress=mue*( *dilatation)+2.0*mue*( *TanStrain);
}
```

FILE XPLODE1P.C

/\*xplodelp.c

Calculate "potential/displacement/velocity/acceleration/  
radial strain/tangential strain/radial stress/tangential stress/  
dilatation" of rock particle near EXPLOSION using  
WILBUR I. DUVALL's model.

modified from MN71:explos.pas

COMPARE WITH EQUATIONS

$$P = P_0 \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t})$$

$$\alpha = n \cdot w / \sqrt{2}$$

$$\beta = m \cdot w / \sqrt{2}$$

input :-

Po	= p0
n	
m (INFINITY)	x=0, m=any
m	x=1, m=m
TIME, sec	= t
CAVITY RADIUS, in	= a
DISTANCE FROM CENTER OF CAVITY, in	= r
YOUNG'S MODULUS, psi	= e
POISSON'S RATIO	= poisson
SPECIFIC GRAVITY	= sg

output :-

DISPLACEMENT POTENTIAL	= fee
PARTICLE DISPLACEMENT	= u in
PARTICLE VELOCITY	= v in/sec
PARTICLE ACCELERATION	= acc in/sq.sec
RADIAL STRAIN	= radstrn
TANGENTIAL STRAIN	= tanstrn
RADIAL STRESS	= radstrs psi
TANGENTIAL STRESS	= tanstrs psi
DILATATION	= dil

create            Mon Mar 14, 1994  
 programmer      Damrong Guoy  
 note :

After I modified the original PASCAL program to C function  
and compiled sourcecode, there are warning :-

- declared but never used variable : ch, i, super, eps0, and p
- be assigned a value that is never used : betha

\*/

```
#include<windows.h>
#include<math.h>
#include <stdio.h>
#include"xplodelp.h"
```

```
int FAR PASCAL _export LibMain(HANDLE hInstance,WORD wDataSeg,
                               WORD wHeapSize,LPSTR lpszCmdLine){
    if (wHeapSize>0) UnlockData(0);    return 1;
}

int FAR PASCAL _export WEP( int nParam){
    return 1;
}

#define pi          (M_PI)

#define sqr(x)      ((x)*(x))
#define arctan(x)  atan(x)

void FAR PASCAL _export xplodelp
(double p0,double n,double x,double m,
 double t,double a, double r,
 double e, double poisson,double sg,

 double FAR *potential,double FAR *displacement,
 double FAR *velocity,double FAR *acceleration,
 double FAR *RadStrain,double FAR *TanStrain,
 double FAR *RadStress,double FAR *TanStress,
 double FAR *dilatation
){
double p,alfa,betha,c,mue,loe,omega,tor,theta1,theta2,theta3,
    fee,u,v,acc,radstrn,tanstrn,radstrs,tanstrs,dil,eps0;
BOOL    super;          /* I think this variable is not used    */
unsigned char    i;      /* I think this variable is not used    */
char    ch;             /* I think this variable is not used    */

/*1.inputfrom parameter passing */
/* preliminary prepare some temp. var */
#define eomtrt2(aaa) exp(-((double)(aaa))*omega*tor/rt2)

double n2,m2, rt2,rt3, rt2rt32nn2,rt2rt32mm2, w,z1,z2,z3;
double ar,ar2;

/*2.begin */
loe=sg*1000.0/9.81/0.454*sqr(sqr(0.3048/12.0));
mue=e/2.0/(1.0+poisson);
c=sqrt(3.0*mue/loe);
omega=2.0*sqrt(2.0)*c/3.0/a;
tor=t-(r-a)/c;
alfa=n*omega/sqrt(2.0);
if(n==1.0)
    theta1=pi/2.0;
else
    theta1=arctan(sqrt(2.0)/(1.0-n));
theta3=arctan(sqrt(2.0));
if(x==1.0){
    betha=m*omega/sqrt(2.0);
    if(m==1.0)
        theta2=pi/2.0;
    else
        theta2=arctan(sqrt(2.0)/(1.0-m));
}
}
```



```
else{                                     /* add by Damrong      */
    betha=0.0;
    theta2=0.0;
}

/* make life easier      */
n2 = n*n;      m2 = m*m;
rt2 = sqrt(2.0); rt3 = sqrt(3.0);
rt2rt32nn2 = rt2*sqrt(3.0-2.0*n+n*n);
rt2rt32mm2 = rt2*sqrt(3.0-2.0*m+m*m);
w=omega; z1=theta1; z2 = theta2; z3 = theta3;
ar = a/r; ar2=ar*ar;

/* start */
fee=a*p0/loe/r/(sqr(omega/sqrt(2.0)-alfa)+sqr(omega))*(-exp(-alfa*tor)+
exp(-omega*tor/sqrt(2.0))*((1.0/sqrt(2)-alfa/omega)*sin(omega*tor)+
cos(omega*tor))) +
(x==0.0? 0.0:a*p0/loe/r/(sqr(omega/sqrt(2.0)-betha)+sqr(omega))*
( exp(-betha*tor)-exp(-omega*tor/sqrt(2.0))*
((1.0/sqrt(2)-betha/omega)*sin(omega*tor)+cos(omega*tor))));
u=9.0*a*p0*a/4.0/loe/c/c/r*((a/r-2.0*n/3.0)*exp(-n*omega*tor/sqrt(2.0))
/(3.0-2.0*n+n*n)
-x*(a/r-2.0*m/3.0)*exp(-m*omega*tor/sqrt(2.0))/(3.0-2.0*m+m*m)
-exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32nn2*(a*sin(omega*tor+theta1)/r
-2.0/sqrt(3.0)*sin(omega*tor+theta1-theta3))
-x*exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32mm2*(a*sin(omega*tor+theta2)/r
-2.0/sqrt(3.0)*sin(omega*tor+theta2-theta3)));
v=3.0*p0/2.0/loe/c*a/r*(-n*(a/r-2.0*n/3.0)*exp(-n*omega*tor/sqrt(2.0))
/(3.0-2.0*n+n*n)
+x*m*(a/r-2.0*m/3.0)*exp(-m*omega*tor/sqrt(2.0))/(3.0-2.0*m+m*m)
+exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32nn2*(sqrt(3.0)*a/r*sin(omega*tor+
theta1-theta3)-2.0*sin(omega*tor+theta1-2.0*theta3))
+x*exp(-omega*tor/sqrt(2.0))/rt2rt32mm2*(sqrt(3.0)*a/r*sin(omega*tor+
theta2-theta3)-2.0*sin(omega*tor+theta2-2.0*theta3)));

acc=p0/loe/a * a/r *
(n2 * (a/r-2.0*n/3) * eomtrt2(n) / (3.0-2.0*n+n2)
- (x==0.0 ? 0.0 : m2 * (a/r-2.0*m/3.0) * eomtrt2(m) / (3.0-2.0*m+m2))
- eomtrt2(1.0)/rt2rt32nn2*
(3.0*a/r* sin(w*tor+z1-2.0*z3)- 2.0*rt3* sin(w*tor+z1-3.0*z3))
+ (x==0.0 ? 0.0 : eomtrt2(1.0)/rt2rt32mm2*
(3.0*a/r* sin(w*tor+z2-2.0*z3)
- 2.0*rt3* sin(w*tor+z2-3.0*z3))));

radstrn=9.0/4.0*p0/loe/c/c*ar*
(- ( 2.0*ar2 - 4.0*n/3.0*ar + 4.0*n2/9.0 ) * eomtrt2(n)
/ (3.0-2.0*n+n2)+ (x==0?0.0: ( 2.0*ar2 - 4.0*m/3.0*ar + 4.0*m2/9.0 )
* eomtrt2(m) / (3.0-2.0*m+m2))+ eomtrt2(1.0) / rt2rt32nn2 *
( 2.0*ar2* sin(w*tor+z1)- 4.0*rt3/3.0*ar* sin(w*tor+z1-z3)
+ 4.0/3.0*sin(w*tor+z1-2.0*z3))
- (x==0.0?0.0: eomtrt2(1.0) / rt2rt32mm2 *
(2.0*ar2*sin(w*tor+z2)- 4.0*rt3/3.0*ar* sin(w*tor+z2-z3)
+ 4.0/3.0* sin(w*tor+z2-2.0*z3))));
```

```
tanstrn=u/r;
dil=p0/loe/c/c*ar*(-n2*eomtrt2(n)/(3.0-2.0*n+n*n)
  + (x==0.0?0.0 : m2*eomtrt2(m)/(3.0-2.0*m+m*m) )
  + 3.0*eomtrt2(1.0)/rt2rt32nn2 * sin(w*tor+ z1-2.0*z3)
  - (x==0.0?0.0: 3.0*eomtrt2(1.0)/rt2rt32mm2 * sin(w*tor+ z2-2.0*z3) ));
radstrs=mue*dil+2.0*mue*radstrn;
tanstrs=mue*dil+2.0*mue*tanstrn;
```

```
/*3.output*/
*potential      = fee;
*displacement   = u;
*velocity       = v;
*acceleration   = acc;
*RadStrain      = radstrn;
*TanStrain      = tanstrn;
*RadStress      = radstrs;
*TanStress      = tanstrs;
*dilatation     = dil;
```

```
}
```

FILE BBLAST.C

```
//bblast.c
#include<conio.h>
#include<stdio.h>
#include<dos.h>
#include<windows.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#include"bblast.h"

int FAR PASCAL _export LibMain( HANDLE hInstance,WORD wDataSeg
                                ,WORD wHeapSize
                                ,LPSTR lpszCmdLine){
    if (wHeapSize>0) UnlockData(0);    return 1;
}
int FAR PASCAL _export WEP( int nParam){
    return 1;
}
double diameter,volumeg,burden,spacing,subdrill,stemming,volumew,
    tempi,depth,alldepth,number;
int row;
double minhole = 2.5;    //minimum drill hole 2.5 inch

double foottometer(double foot){
    return (foot*0.3048);
}

double inchtometer(double inch){
    return (inch*0.0254);
}

double metertofoot(double meter){
    return (meter/0.3048);
}

double metertoinch(double meter){
    return (meter/0.0254);
}

double degtorad(double degree){
    return (degree/180*3.14159);
}

double radtodeg(double radian){
    return (radian*180/3.14159);
}

void FAR PASCAL _export bblast(
    double systmv,double heightv,double facev,double widthv,
    double volumerv,double swellv,double holev,double patternv,
```

```
double FAR *Burden,double FAR *Spacing,double FAR *Stemming,
double FAR *Subdrill,double FAR *Row,double FAR *Alldepth,
double FAR *Diameter,double FAR *Number,double FAR *Volumeq,
double FAR *Volumew , double FAR *Ccheck){

double temp,vol,system,height1,width1,face1,volumer,swell,hole,
    pattern,dia,check;
int num,patt;

system=systemv;
height1=heightv;
face1=facev;
width1=widthv;
volumer=volumerv;

swell=swellv;
hole=holev;
pattern=patternv;
// find diameter
patt=pattern;
temp=height1/50;
if(system== 1){
    temp=metertoinch(temp);
}
else{
    temp=12*temp;
}
if(temp>hole){
    temp=hole;
}
if(temp<minhole){
    temp=minhole;
}
dia=temp;
diameter=dia;

//find burden distance
if(system==1){
    burden=dia;
}
else{
    burden=dia;
    burden=metertofoot(burden);
}

//find overall depth of drillhole
depth=height1/sin(degtorad(face1));
subdrill=0.25*burden;
alldepth=depth+subdrill;

//find stemming length
stemming=1.3*burden;

//find spacing distance
switch(patt){
```

```
case 1:
    spacing=burden;
break;
case 2:
    spacing=1.15*burden;
break;
case 3:
    spacing=4*burden;
break;
}

//find volume
row=1;check=0;
tempi=width1/spacing;
if(tempi<1){ // ERROR: TOO NARROW face width
    check = 1;
    goto lesstempi;
}
switch(patt){
case 1:
    number=tempi*row;
break;
case 2:
case 3:

    number=row/2*(2*tempi-row+1);
break;
}
if(system==1){
    vol=(spacing*burden*height1*number);
}else{
    vol=(spacing*burden*height1*number/27);
}
while(vol<volumer){
    if(patt==2||patt==3){
        if((tempi-(row-1))<=0){ //ERROR: TOO NARROW FACE width
            check = 2;
            goto lesstempi;
        }
    }
    row++;
    switch(patt){
        case 1:
            number=tempi*row;
            break;
        case 2:
        case 3:
            number=row/2*(2*tempi-row+1);
            break;
    }
    if(system==1){
        vol=(spacing*burden*height1*number);
    }else{
        vol=(spacing*burden*height1*number/27);
    }
}
```

```
volumeg=vol;  
volumew=volumeg*swell/100;
```

```
lesstempi:
```

```
//results  
*Burden = burden;  
*Spacing = spacing;  
*Stemming = stemming;  
*Subdrill = subdrill;  
*Row = row;  
*Alldepth = alldepth;  
*Diameter = temp;  
*Number = number;  
*Volumeg = volumeg;  
*Volumew = volumew;  
*Ccheck = check;
```

```
}
```

## บทที่ 7

### บทสรุป

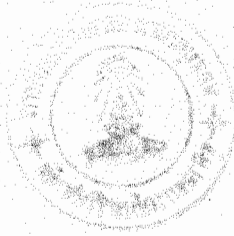
การเจาะระเบิดหินนั้น ค่าความยาวของหลุมเจาะระเบิดจะมากกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางกลางของหลุมเจาะระเบิดมาก ในบางครั้งมากกว่ากันถึง 50 เท่า ในงานการระเบิดหินนั้น คลื่นพัลส์ที่มีกำเนิดจากวัตถุระเบิด ซึ่งเรียกว่า detonation wave velocity จะมีความเร็วมากกว่าคลื่นพัลส์ที่เดินทางผ่านตัวกลางที่เป็นมวลสารหิน/ดิน ซึ่งเรียกว่า propagation wave velocity มาก ในสภาพความเป็นจริงจะได้รูปแบบเป็น conical wave อย่างไรก็ตาม เพื่อให้ง่ายขึ้นก็สามารถตั้งสมมุติฐานว่างานการระเบิดหินนั้นได้คลื่นพัลส์เป็นแบบ cylindrical wave pulse

มีความพยายามที่จะจำลองแบบคลื่นพัลส์ทรงกระบอกแล้วหาค่าของ analytical solutions ออกมา แต่ก็ยังไม่ประสบผลสำเร็จ วิธีการที่ใช้ในปัจจุบัน ก็คือ สมมุติว่าคลื่นทรงกระบอกประกอบด้วยคลื่นทรงกลมหลายคลื่น ดังนั้นถ้าสามารถหาจำนวนคลื่นทรงกลมที่ใกล้เคียงกับคลื่นทรงกระบอกหนึ่งคลื่น ก็สามารถจะใช้ analytical solutions ของคลื่นทรงกลมทดแทนได้

ผู้วิจัยได้เสนอแผนงานวิจัยเด่นหลายโครงการ มีผลสรุปว่าจำนวนคลื่นทรงกลมในแต่ละหลุมเจาะระเบิด ควรจะเท่ากับ 6 คลื่นทรงกลมต่อหนึ่งคลื่นทรงกระบอก โดยอาศัยจากความถี่ของคลื่นทรงกลมเท่ากับ  $\frac{1}{6}$  ของคลื่นทรงกระบอก

โปรแกรมแบบจำลองของคลื่นทรงกลมที่เขียนมาเป็นภาษาซี (C) นี้ จึงสามารถจะ simulate หาความสัมพันธ์ของ dependent variables กับ oscillatory motion หรือกับ time ได้ เมื่อได้ผลลัพธ์แล้วก็อาจนำไปคำนวณต่อ หาผลรวมของคลื่นทรงกลมเพื่อแทนคลื่นทรงกระบอกจากการระเบิดหิน หรือจะพลอตกราฟหาความสัมพันธ์ในระหว่างตัวแปรที่เกิดจากคลื่นพัลส์ของการระเบิดก็ได้

นอกจากนี้โปรแกรมแบบจำลองงานระเบิดหินที่มีชื่อว่า BMODEL ยังสามารถคำนวณหาปริมาตรของหินที่ได้จากงานการระเบิดแบบขั้วบันไดอีกด้วย



## REFERENCES

1. Achenbach, J.D. (1975)  
"Wave Propagation in Elastic Solids," North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
2. Aimone, C.T. (1982)  
"Three-Dimensional Wave Propagation Model of Full-Scale Rock Fragmentation," Ph.D. Dissertation, Northwestern University.
3. Aso, K. (1966)  
"Phenomena Involved in Pre-Splitting by Blasting," Ph.D. Dissertation, Stanford University.
4. Bellman, R., et. al (1966)  
"Numerical Inversion of the Laplace Transform; Application to Biology, Economics, Engineering, and Physics," American Elsevier Publishing Company, New York.
5. Daneshy, A. A. (1969)  
"Numerical Inversion of the Laplace transformation and the Solution of the Viscoelastic Equations," Ph.D. Dissertation, University of Missouri-Rolla.
6. Dowding, C.H. and C.T. Aimone (1985)  
"Multiple Blast-Hole Stresses and Measured Fragmentation," Rock Mechanics and Rock Engineering Journal, Vol. 18, pp. 17-36.
7. Duvall, W.I. (1953)  
"Strain-Wave Shapes in Rock Near Explosions," Geophysics Journal, Vol. 18, pp. 310-323.
8. Duvall, W.I., T.C. Atchison, and D.E. Fogelson (1966)  
"Empirical Approach to Problems in Blasting Research," Proceedings of the Eight Symposium on Rock Mechanics - Failure and Breakage of Rock, Held at the University of Minnesota, September 1966, Society of Mining Engineers, AIME, pp. 500-523.





9. Favreau, R.F. (1969)

"Generation of Strain Waves in Rock by an Explosion in a Spherical Cavity," Journal of Geophysical Research, Vol. 74, pp. 4267-4280.

10. Harries, G. (1973)

"A Mathematical Model of Cratering and Blasting," National Symposium on Rock Fragmentation, Held in Adelaide, Australia, February 1973, Australian Geomechanics Society, pp. 41-54.

11. Harries, G. (1983)

"The Modelling of Long Cylindrical Charges of Explosive," Proceedings First International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting, Held in Luleå Sweden, August 1983, Luleå University of Technology, Vol. 1, pp. 419-431.

12. Harries, G. (1990)

"Development of a Dynamic Blasting Simulation," Proceedings Third International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting, Held in Brisbane, Australia, August 1990, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, pp. 175-179.

13. Heelan, P.A. (1953)

"Radiation from a Cylindrical Source of Finite Length," Geophysics Journal, Vol. 18, pp. 685-696.

14. Jordan, D.W. (1962)

"The Stress Wave from a Finite, Cylindrical Explosive Source," Journal of Mathematics and Mechanics, Vol. 11, pp. 503-551.

15. Kjarntansson, E. (1979)

"Constant Q-Waves Propagation and Attenuation," Journal of Geophysical Journal, Vol. 84, pp. 4737-4748.

16. Miklowitz, J. (1960)

"Plane-Stress Unloading Waves Emanating from a Suddenly Punched Hole in a Stretched Elastic Plate," Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 27, pp. 165-171.

17. Papoullis, A. (1957)

"A New Method of Inversion of the Laplace Transforms," Quarterly of the Applied Mathematics, Vol. 14, pp. 405-414.

18. Plewman, R.P. and A.M. Starfield (1965)

"The Effects of Finite Velocities of Detonation and Propagation on the Strain Pulses Induced in Rock by Linear Charges," Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, Vol. 66, pp. 77-96.

19. Rinehart, J.S. (1975)

"Stress Transients in Solids," HyperDynamics, New Mexico.

20. Salzer, H.E. (1958)

"Tables for the Numerical Calculation of Inverse Laplace Transforms," Colloquium Pub., Rhode Island, Vol. 23.

21. Salzer, H.E. (1961)

"Additional Formulas and Tables for Orthogonal Polynomials Originating from Inversion Integrals," J. Math. Phys., Vol. 40, pp. 72-86.

22. Selberg, H.L. (1952)

"Transient Compression Waves from Spherical and Cylindrical Cavities," Arkiv För Fysik Journal, Vol 5, pp. 97-108.

23. Sharpe, J.A. (1942)

"The Production of Elastic Waves by Explosion Pressures. 1. Theory and Empirical Field Observations," Geophysics Journal, Vol. 7, pp. 144-154.



24. Starfield, A.M. and J.M. Pugliese (1968)

"Compression Waves Generated in Rock by Cylindrical Explosive Charges: A Comparison between a Computer Model and Field Measurements," Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 5, pp. 65-77.

25. Tangchawal, S. (1991)

"Mechanics of Wave Pulse in Rock Fragmentation," A topic in Developments in Geotechnical Aspects of Embankments, Excavations and Buried Structures, A.S. Balasubramaniam, et. al (Editors), A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, pp. 103-111.

