

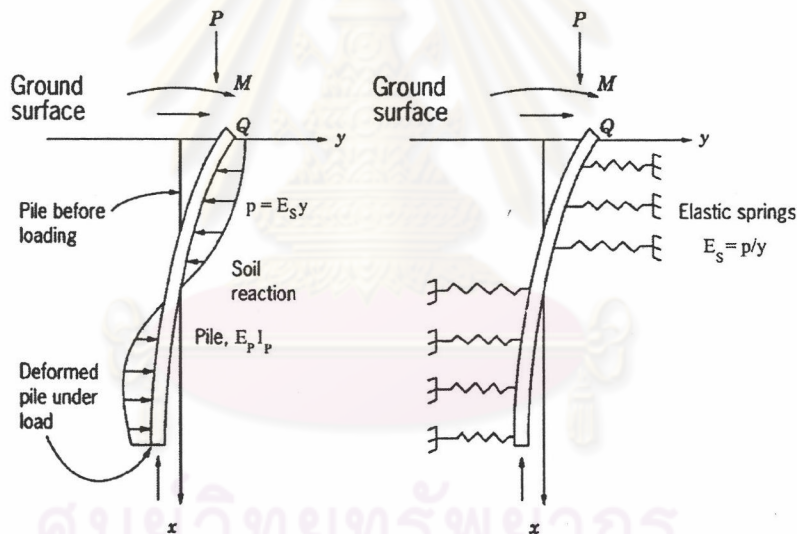
บทที่ 2

ทฤษฎีแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การหาค่าการเคลื่อนตัวทางด้านข้างของเสาเข็มเดี่ยว

2.1.1 วิธีคานบนฐานรากยืดหยุ่น (Beam on elastic foundation, BEF)

ในการวิเคราะห์เสาเข็มที่ได้รับแรงกระทำด้านข้าง อาจพิจารณาเป็นคานบนฐานรากยืดหยุ่น (Beam on elastic foundation, BEF) โดย Winkler (1867) มีสมมุติฐานว่าปฏิกิริยาของดินที่มีต่อเสาเข็มเสมือนแถวของสปริงยืดหยุ่นจำนวนอนันต์เรียงกันอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลังของเสาเข็ม โดยสปริงเหล่านี้เป็น “Isolate spring” ที่จะเกิดการยุบตัวเมื่อมีแรงกระทำบนมัน โดยตรงเท่านั้น ซึ่งไม่ว่าสปริงนี้ยุบตัวไปเท่าใดก็จะไม่ส่งผลต่อสปริงรอบๆมัน และตัวเสาเข็มเองก็เป็นเสมือนคานยืดหยุ่น (Elastic Beam) ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 พฤติกรรมของเสาเข็มตามสมมุติฐานของ Winkler (1867)

ทั้งนี้ Winkler (1867) เสนอความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{p}{y} = \text{Constant} = K_h \quad \dots (2.1)$$

โดยที่	p	=	soil pressure	$[F/L^2]$
	y	=	ระยะ โคง่ตัวของเสาเข็ม	$[L]$
	K_h	=	Coefficient of subgrade reaction	$[F/L^3]$

และ Elastic curve equation of straight beam สำหรับคานยึดหย่อนคือ

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = p \quad \dots(2.2)$$

เมื่อรวมสมการที่ 2.1 กับสมการที่ 2.2 ก็จะได้สมการพื้นฐานสำหรับปัญหาคานบนฐานรากยึดหย่อน
ทั่วๆไปคือ

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = K_h \times y \quad \dots(2.3)$$

จากสมการที่ 2.3 Chang (1937) ได้สมมุติว่าค่า K_h มีค่าคงที่ตลอดความลึกและหาคำตอบออกมาได้
คือ

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad \dots(2.4)$$

โดย $\beta = \sqrt[4]{\frac{K_h}{4EI}}$,และค่า A, B, C, D เป็นค่าคงที่ตัวหนึ่งที่จะได้จากเงื่อนไขที่ขอบเขต (Boundary
Condition) ของปัญหา ซึ่งเป็นวิธีที่นำไปใช้งานได้ลำบาก จึงไม่นิยมใช้กัน

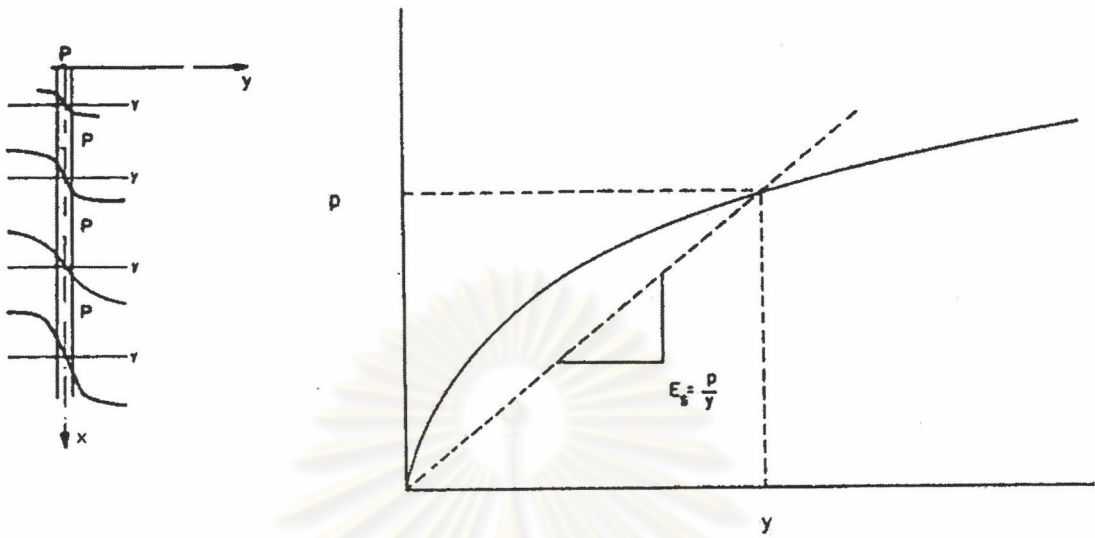
ต่อจากนั้นก็มีการกำหนดโมดูลัสของดิน (Soil Modulus, E_s) โดย McClelland and Foch
(1958) คือ

$$E_s(x, y) = \frac{p}{y} = K_h \times D \quad \dots(2.5)$$

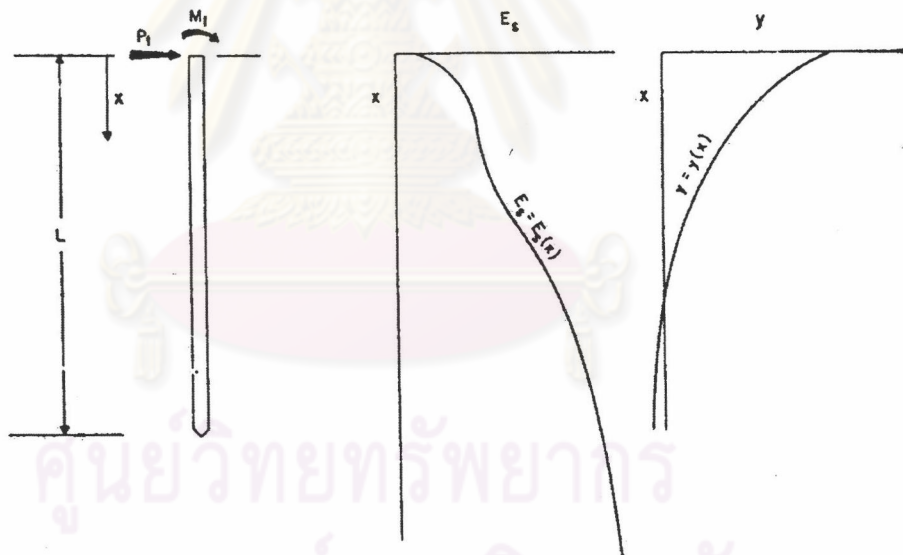
โดยที่	p	=	soil reaction per unit length of pile	[F/L]
	y	=	ระยะ โกงตัวของเสาเข็ม	[L]
	x	=	ความลึกจากผิวดิน	[L]
	K_h	=	Coefficient of subgrade reaction	[F/L ³]
	D	=	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม	[L]

เนื่องจากที่ความลึกต่างๆของดิน ความสัมพันธ์ระหว่าง p กับ y ไม่เป็นเส้นตรง (non-
linearity of p-y relation) ดังรูปที่ 2.2, E_s จึงต้องเป็นฟังก์ชันของความลึก (x) และระยะ โกงตัวของ
เสาเข็ม (y), ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง E_s กับความลึก (x) ในรูปที่ 2.3 ก็จะมีค่าเปลี่ยนไปเมื่อค่า

ของแรงกระทำเปลี่ยนไป อย่างไรก็ตามก็มักที่จะให้ E_s เป็นฟังก์ชันของความลึกเพียงอย่างเดียวเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงปัญหาของสมการ Non Linear Differential



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง p กับ y



รูปที่ 2.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง E_s กับความลึก (x)

และเมื่อกำหนดให้ $E_s = f(x)$ จึงยังผลทำให้ค่า E_s vs. x ยังคงมีค่าเท่าเดิมถึงแม้การโก่งตัวของเสาเข็มหรือแรงกระทำเปลี่ยนแปลงไปก็ตาม ซึ่งช่วงที่ E_s คงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามแรงที่มากระทำหรือการโก่งตัวของเสาเข็ม ก็จะเป็นช่วงยึดหยุ่นของดินเท่านั้น ดังนั้นคำตอบในรูปชาร์ตของทั้ง Matlock and Reese (1956), Davisson and Gill (1963) ที่ใช้ $E_s = f(x)$, จะใช้ได้ในกรณีที่แรงกระทำอยู่ในช่วงยึดหยุ่นของดินหรือในช่วงหน่วยแรงใช้งาน (working load) เท่านั้น หากต้องการ

ทราบคำตอบของปัญหาเสาเข็มรับแรงด้านข้างที่มีแรงกระทำเกินช่วงหน่วยแรงใช้งาน ก็สามารถทำได้โดยใช้วิธี p-y curve ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

Matlock and Reese (1956) ได้เสนอชาร์ตไร้มิติ (Non dimension Chart) สำหรับกรณี $E_s = kx$ โดยสมมุติให้คำตอบอยู่ในรูป

$$y = y(x, T, L, E_s, E_p I_p, P_t, M_t)$$

โดยที่	T	=	Stiffness Factor	[L]
		=	$\sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{k}}$ (ในกรณีที่ $E_s = kx$)(2.6)
	L	=	ความยาวของเสาเข็ม	[L]
	P_t	=	แรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็ม (Lateral load)	[F]
	M_t	=	โมเมนต์ที่หัวเสาเข็ม	[FL]
	EI	=	Pile Stiffness	[FL]
	k	=	Constant	[F/L ³]

ในกรณีที่แรงกระทำอยู่ในช่วงยึดหยุ่นของดินหรือแรงที่มากกระทำยังอยู่ในช่วงหน่วยแรงใช้งาน ค่าการโก่งของเสาเข็มจะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับขนาดเข็ม ดังนั้นพฤติกรรมของเสาเข็มต้องอยู่ในช่วงยึดหยุ่นด้วย จึงสามารถใช้ทฤษฎี super position ได้ ซึ่งก็จะสามารถแยกคิดผลจากแรงและโมเมนต์ที่กระทำต่อเสาเข็มได้คือ

$$y = y_A + y_B$$

โดย y_A, y_B เป็นระยะโก่งตัวของเสาเข็มเนื่องจากแรงและโมเมนต์ที่กระทำต่อเสาเข็มตามลำดับ และจาก Non dimension analysis จะได้

$$\text{Deflection } y = y_A + y_B = \left[\frac{P_t T^3}{E_p I_p} \right] A_y + \left[\frac{M_t T^2}{E_p I_p} \right] B_y \quad \text{....(2.7)}$$

$$\text{Slope} = s_A + s_B = \left[\frac{P_t T^2}{E_p I_p} \right] A_s + \left[\frac{M_t T}{E_p I_p} \right] B_s \quad \text{....(2.8)}$$

$$\text{Bending Moment} = M_A + M_B = [P_t T] A_m + [M_t] B_m \quad \dots(2.9)$$

$$\text{Shearing Force} = V_A + V_B = [P_t] A_v + \left[\frac{M_t}{T} \right] B_v \quad \dots(2.10)$$

$$\text{Soil reaction} = p_A + p_B = \left[\frac{P_t}{T} \right] A_p + \left[\frac{M_t}{T^2} \right] B_p \quad \dots(2.11)$$

และ Depth coefficient $Z = x / T$, max depth coefficient $Z_{\max} = L / T$

โดย

$A_y, B_y =$ Deflection Coefficients for free head

$A_s, B_s =$ Slope Coefficients for free head

$A_m, B_m =$ Moment Coefficients for free head

$A_p, B_p =$ Soil Reaction Coefficients for free head

สำหรับกรณี Fixed-head pile, ค่าความชัน (Slope) ที่หัวเสาเข็มมีค่าเท่ากับศูนย์ แล้วแทนค่าลงในสมการที่ 2.8 จากนั้นเปิดชาร์ต A_s, B_s ที่ $x = 0$, จะได้ความสัมพันธ์ $M_t = -0.93P_t T$ แทนลงในสมการที่ 2.7 จะได้

$$\text{Deflection } y = (A_y - 0.93B_y) \frac{P_t T^3}{EI}$$

หรือ

$$= C_y \frac{P_t T^3}{EI} \quad \dots(2.12)$$

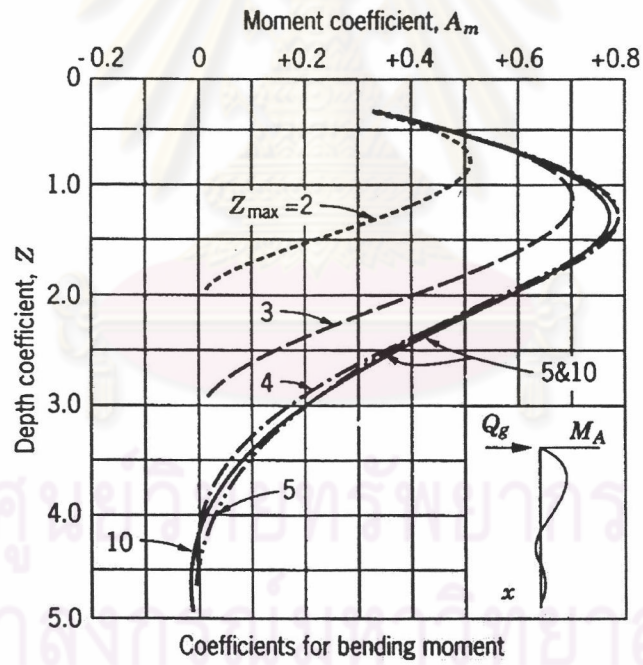
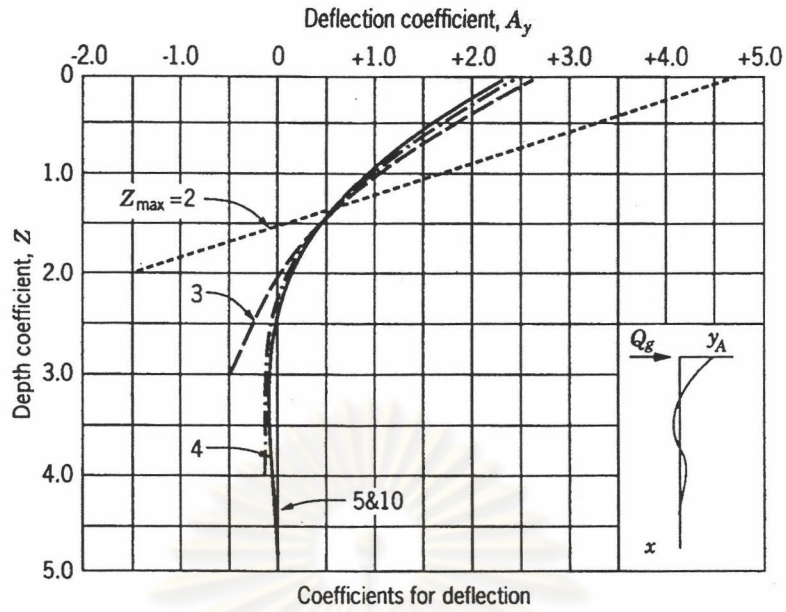
และ Bending Moment $= C_m P_t T \quad \dots(2.13)$

โดย

$C_y =$ Deflection Coefficients for fixed head

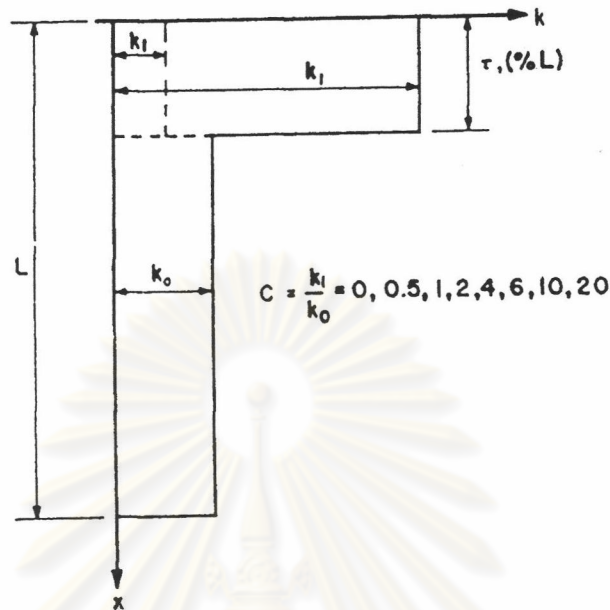
$C_m =$ Moment Coefficients for fixed head

สัมประสิทธิ์ $A_y, B_y, C_y, A_s, B_s, A_m, B_m, A_p, B_p, A_v, B_v$ สำหรับกรณี $E_s = kx$ แสดงในรูปที่ 2.4 และ รูปที่ 2.5



รูปที่ 2.4 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี $E_s = kx$ สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเสาเข็ม (Matlock & Reese, 1956)

Davisson and Gill (1963) สร้างชาร์ตสำหรับกรณีดินสองชั้น โดยให้การเปลี่ยนแปลงค่า E_s ต่อความลึกเป็นค่าคงที่เท่ากับ k_1 และ k_0 สำหรับดินชั้นบนและดินชั้นล่างตามลำดับ ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 การเปลี่ยนแปลงค่า E_s ต่อความลึกที่ใช้ในการวิเคราะห์ (Davisson and Gill, 1963)

การแก้สมการ differential ของปัญหา beam on elastic foundation แบบสมการที่ 2.3 เมื่อใช้ Non dimension analysis จะได้คำตอบที่สามารถนำไปใช้ได้ง่ายในรูปของชาร์ตไร้มิติ โดยกำหนดให้

$$R = \text{stiffness factor} = \sqrt[4]{\frac{E_p I_p}{k_0}} \quad \dots(2.14)$$

$$l = \text{nondimensional depth coefficient} = x / R \quad \dots(2.15)$$

$$l_{max} = L / R \quad \dots(2.16)$$

โดย τ เป็นค่าความหนาดินชั้นบนหารด้วยความยาวเสาเข็มและ Layer thickness เป็นค่าความหนาของดินชั้นบนซึ่งมีค่าเท่ากับ $\tau_{max} * (R)$

แทนค่าสมการที่ 2.15 ลงในสมการที่ 2.3 ได้

$$\frac{d^4 y}{dl^4} + \frac{R^4}{E_p I_p} ky = 0$$

ทว่า $R^4 = \frac{E_p I_p}{k_0}$, แทนกลับลงไปได้

$$\frac{d^4 y}{dl^4} + \frac{k}{k_0} y = 0$$

จากรูปที่ 2.6, $k/k_0 = C$ สำหรับดินชั้นบนและค่า $C = 1$ สำหรับดินชั้นล่าง ดังนั้นจัดสมการ differential ใหม่คือ

$$\frac{d^4 y}{dl^4} + Cy = 0 \quad (\text{for } 0 < l < \tau l_{\max}) \quad \dots (2.17)$$

และ

$$\frac{d^4 y}{dl^4} + y = 0 \quad (\text{for } \tau l_{\max} < l < l_{\max}) \quad \dots (2.18)$$

ทำการแก้สมการที่ 2.17 และสมการที่ 2.18 ได้โดยทราบเงื่อนไขที่ขอบเขต (boundary condition) จำนวน 4 จากทั้งหมด 8 เงื่อนไขที่ขอบเขต ซึ่งปกติแล้วเงื่อนไขที่ขอบเขตเหล่านี้คือ deflection, rotation, moment, shear ที่หัวเสาเข็มและปลายเสาเข็ม

คำตอบที่ได้แสดงในรูปที่ 2.7 ถึงรูปที่ 2.16 ส่วนตารางที่ 2.1 แสดง Conversion equation

ตารางที่ 2.1 Conversion equation

Load on pile head	Free head	Fixed head
M	$M_1 = M M_{1m}$	-
M	$Y_1 = M y_{1m} R^2 / E_p I_p$	-
Q	$M_1 = M M_{1q}$	$M_1 = M M_{1f} R$
Q	$Y_1 = Q y_{1q} R^3 / E_p I_p$	$Y_1 = Q y_{1f} R^3 / E_p I_p$

โดย

y_{1q} = Deflection Coefficients for free head, Load = Q

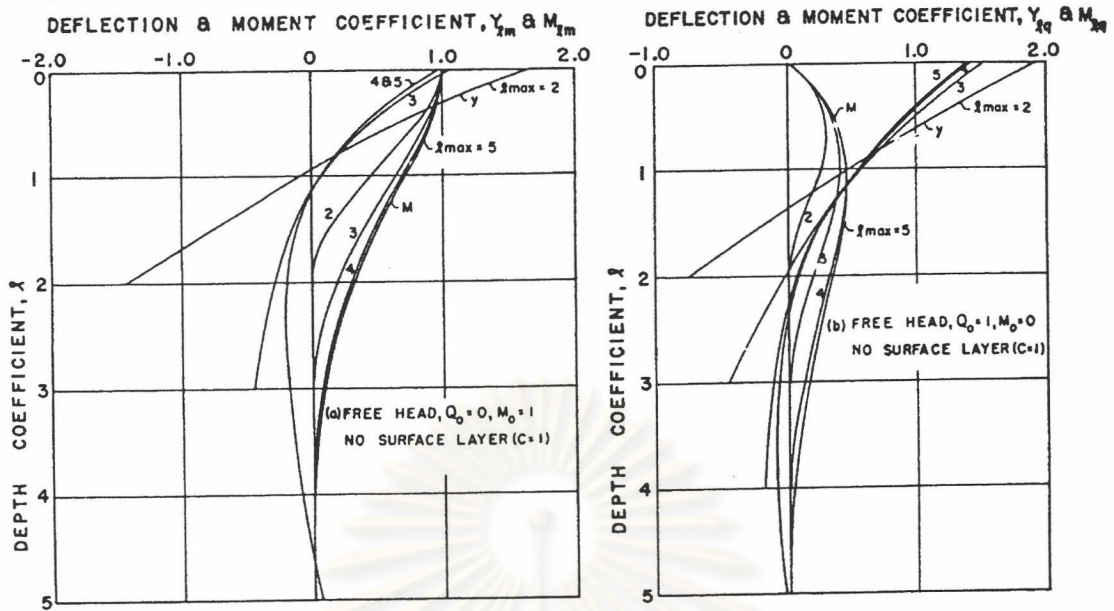
M_{1q} = Moment Coefficients for free head, Load = Q

y_{1m} = Deflection Coefficients for free head, Load = M

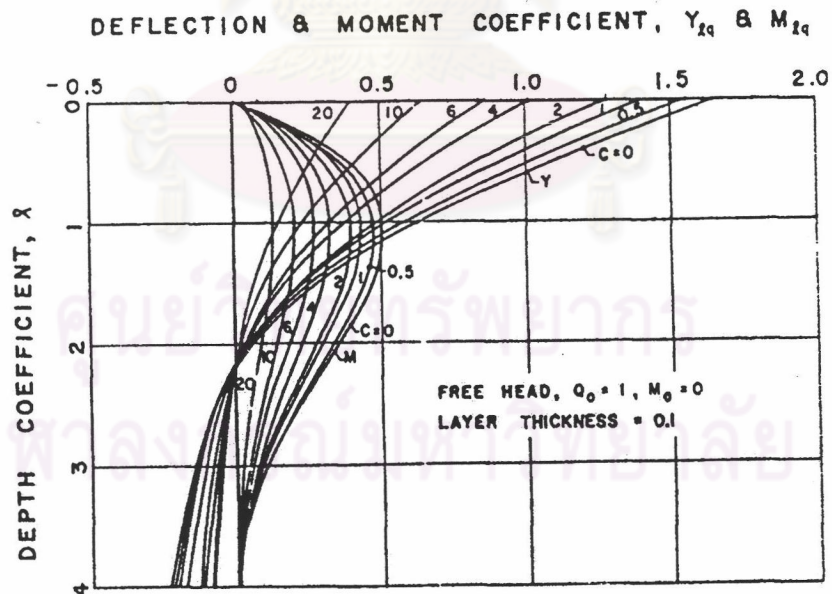
M_{1m} = Soil Reaction Coefficients for free head, Load = M

y_{1f} = Deflection Coefficients for fixed head, Load = Q

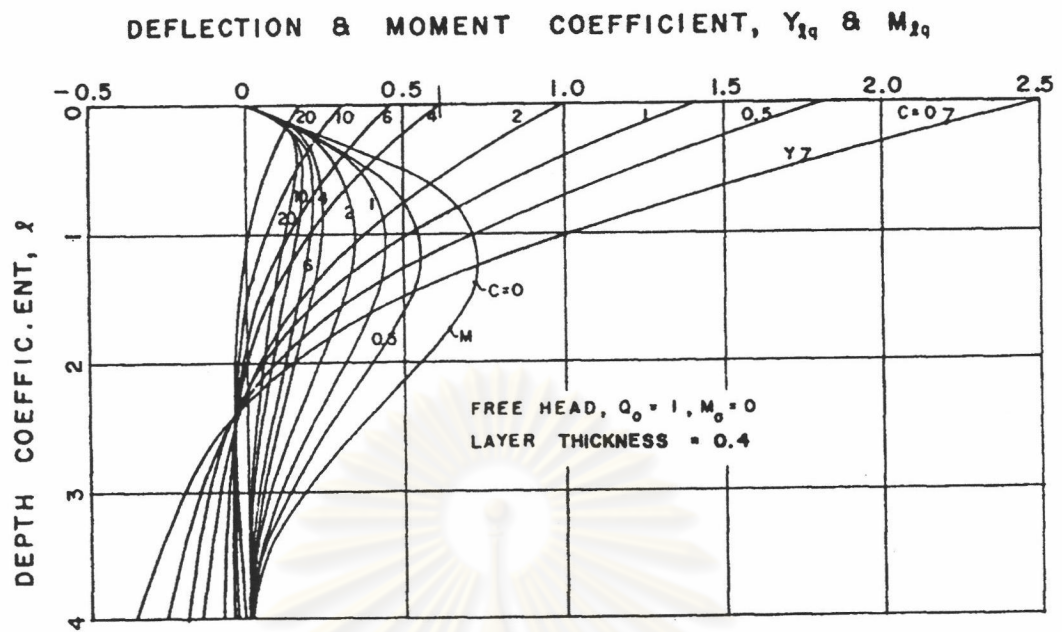
M_{1f} = Soil Reaction Coefficients for fixed head, Load = Q



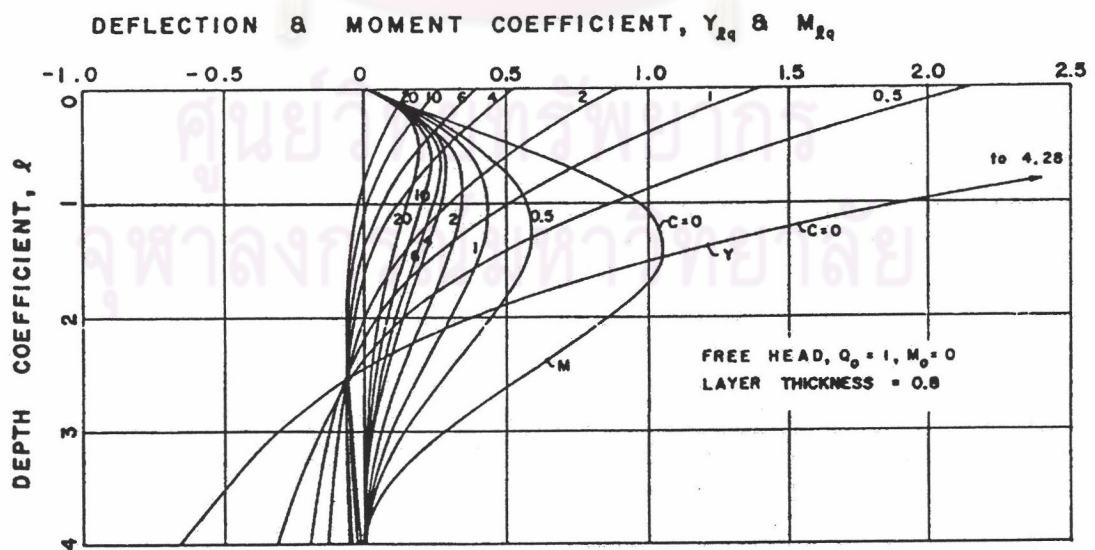
รูปที่ 2.7 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม (Davisson and Gill, 1963)



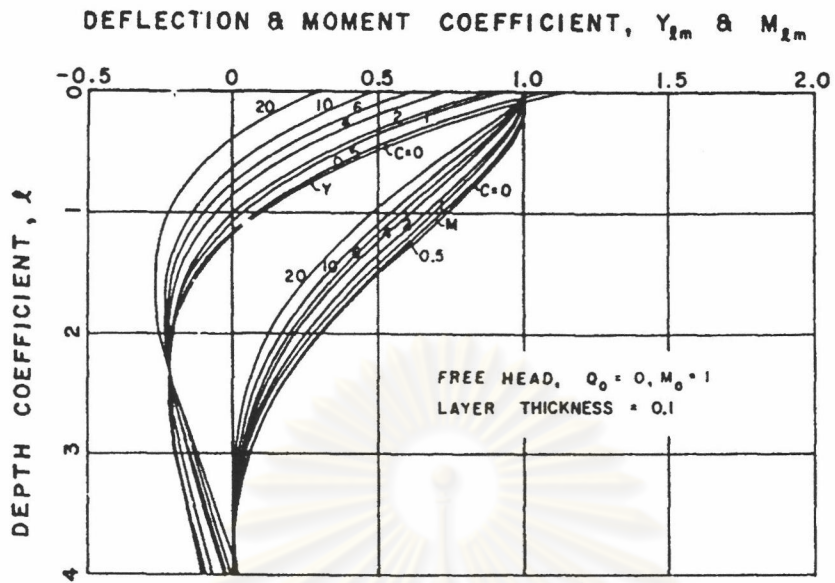
รูปที่ 2.8 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = 0.1R (Davisson and Gill, 1963)



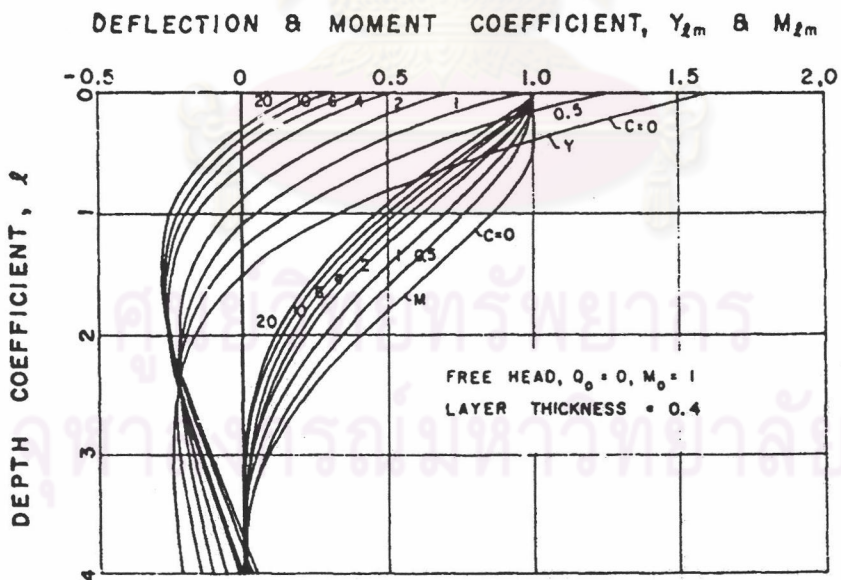
รูปที่ 2.9 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.4R$ (Davisson and Gill, 1963)



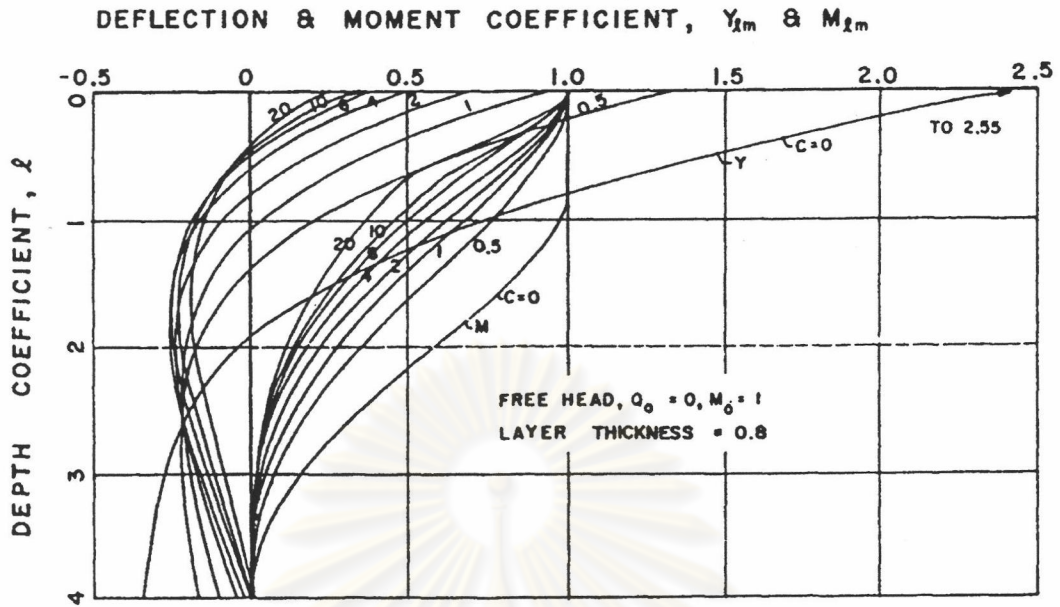
รูปที่ 2.10 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.8R$ (Davisson and Gill, 1963)



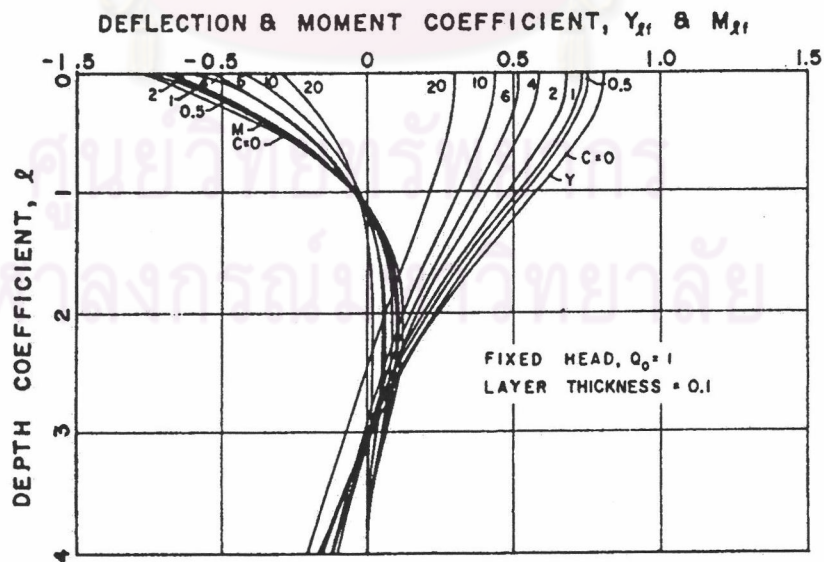
รูปที่ 2.11 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีโมเมนต์ที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.1R$ (Davisson and Gill, 1963)



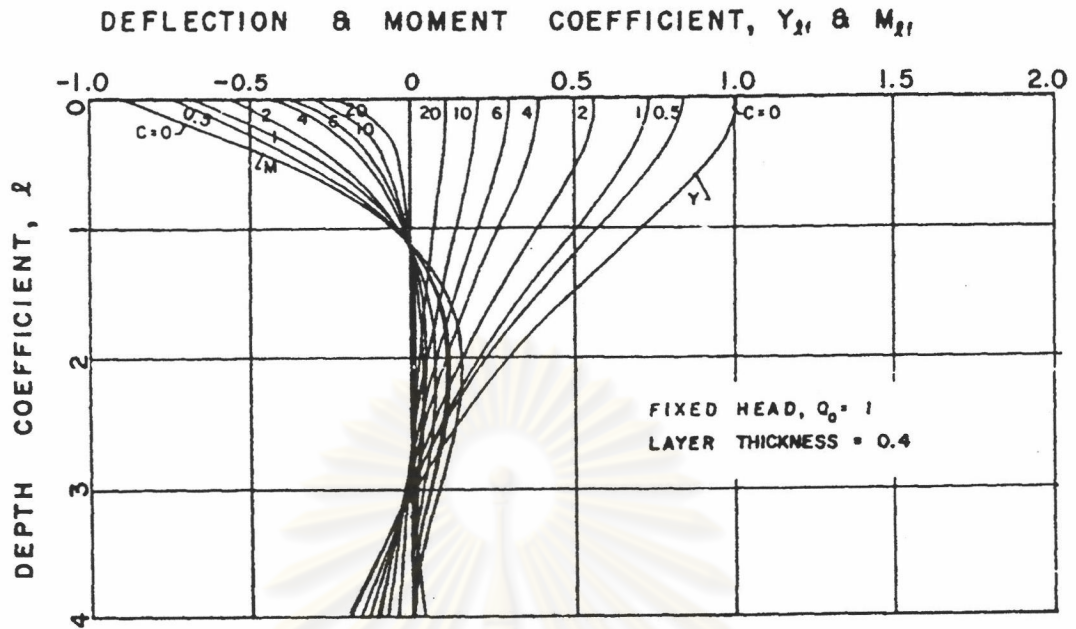
รูปที่ 2.12 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีโมเมนต์ที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.4R$ (Davisson and Gill, 1963)



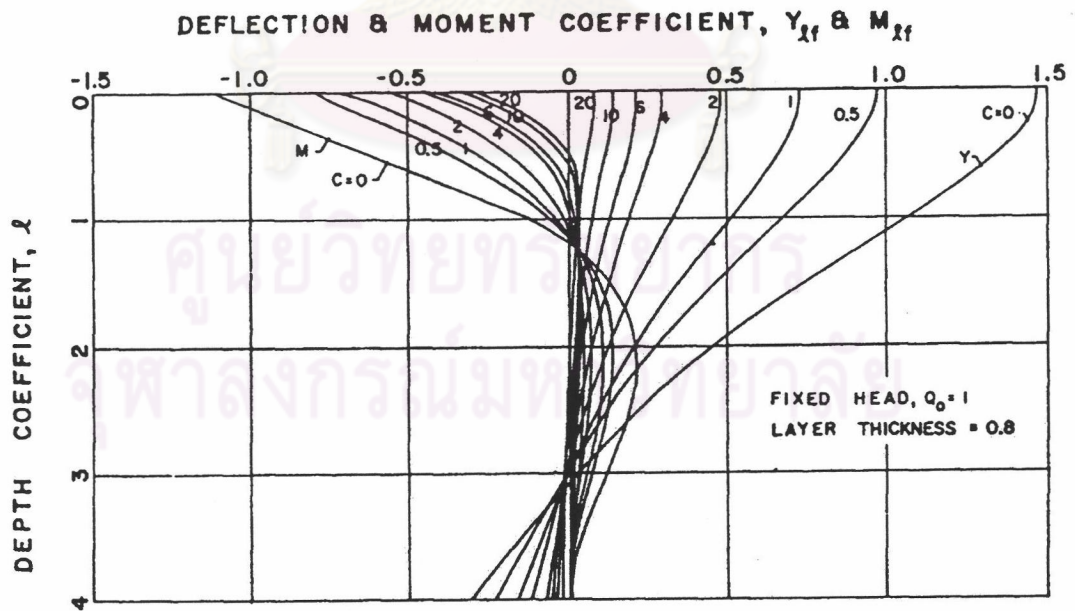
รูปที่ 2.13 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ free-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีโมเมนต์ที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.8R$ (Davisson and Gill, 1963)



รูปที่ 2.14 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ fixed-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.1R$ (Davisson and Gill, 1963)



รูปที่ 2.15 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ fixed-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.4R$ (Davisson and Gill, 1963)



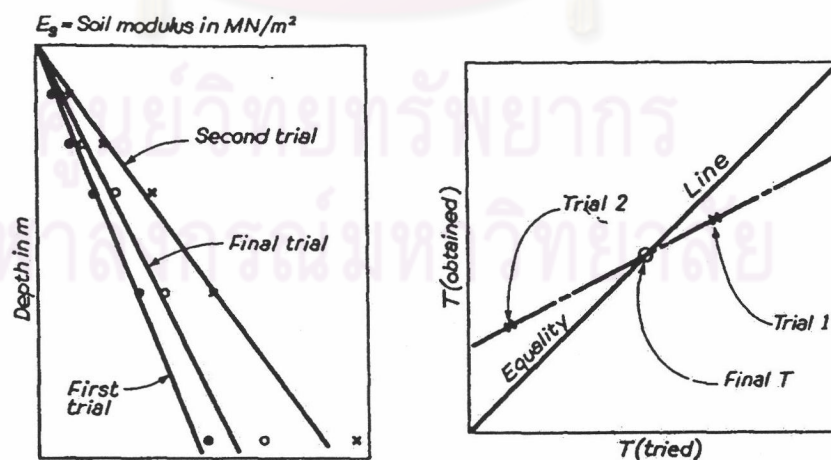
รูปที่ 2.16 สัมประสิทธิ์สำหรับเสาเข็มแบบ fixed-head ในดินที่มี E_s คงที่ตลอดความลึก สำหรับกรณีที่มีแรงกระทำที่หัวเข็ม, ดินชั้นบนหนา = $0.8R$ (Davisson and Gill, 1963)

2.1.2 วิธี p-y curve

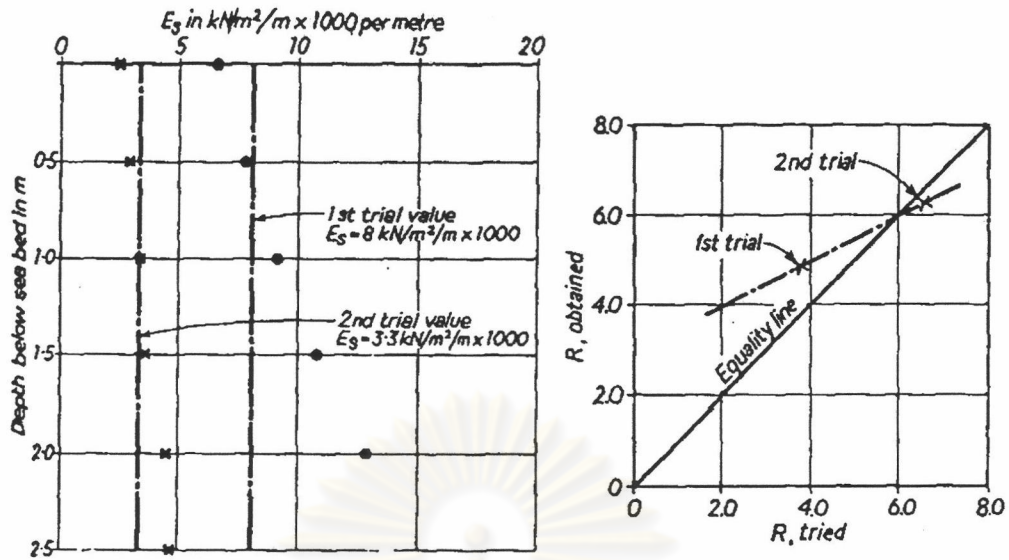
เป็นวิธีที่มีพื้นฐานมาจากการตัดแปลงสมมติฐานของ Winkler (1867) โดยให้ดินรอบๆ เจริ่มเสมือนแถวของ non-linear isolate spring จำนวนอนันต์และตัวเสาเข็มเองก็เป็นเสมือนคานยืดหยุ่น (Elastic Beam) โดยที่พฤติกรรม non-linear isolate spring แสดงได้โดย p-y curve ดังนั้นเพื่อให้ค่า subgrade modulus, E_s สามารถเปลี่ยนแปลงไปตามความลึก (x) และระยะโค้งงอของเสาเข็ม (y) ได้เหมือนพฤติกรรมของ non-linear isolate spring ก็จำเป็นต้องกำหนดให้ $E_s = f(x,y)$ ทว่าก็จะพบปัญหา Non Linear Differential, จึงใช้วิธีให้ $E_s = f(x) = p / y$ โดย E_s คือ secant modulus ของดินใน p-y curve ดังแสดงในรูปที่ 2.2

ในการหาคำตอบของปัญหาสามารถทำได้โดยสร้าง p-y curve ที่ความลึกต่างๆ ขึ้นมาก่อน จากนั้นปรับเปลี่ยนค่า secant modulus, E_s ของดินใน p-y curve จนกระทั่งเกิด compatible ระหว่างระยะโค้งงอตัวจากเสาเข็มที่คำนวณได้จากทฤษฎี Beam on elastic foundation กับขนาดการยุบตัวของดินที่ได้จาก p-y curve ทั้งนี้มีวิธีคำนวณได้สองแบบคือ

คำนวณโดยใช้มือ - ต้องใช้ non dimension solution จากหัวข้อที่แล้วซึ่งกำหนดรูปแบบ E_s มาให้ วิธีคำนวณเริ่มแรกก็จะสมมุติรูปแบบของ E_s ให้ใกล้เคียงกับ E_s ของจริงในสนามก่อน จากนั้นเริ่มสุ่มค่า stiffness factor หรือสุ่มค่า k ก็ได้ แล้วเปิดหาค่า y จากชาร์ตที่ความลึกต่างๆ ออกมา นำค่า y ที่ได้ไปอ่านค่าจาก p-y curve, ซึ่งจะได้ค่า p ต่อมาหา E_s จากการนำ p / y , สดท้ายพล็อตกราฟ E_s กับ x และพล็อตกราฟเทียบระหว่าง stiffness factor (สุ่ม) กับ stiffness factor (ที่ได้) ดังรูปที่ 2.17 และรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.17 แสดงการสุ่มพล็อตกราฟระหว่าง E_s กับ x และการสุ่มค่า Stiffness factor ในกรณีของดินที่มี $E_s = kx$



รูปที่ 2.18 แสดงการสัมพันธ์กราฟระหว่าง E_s กับ x และการหาค่า Stiffness factor ในกรณีของดินที่มี E_s มีค่าคงที่ตลอดความลึก

คำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์ - สามารถกำหนดค่า, $E_p I_p$ ของเสาเข็มเปลี่ยนแปลงตามความยาว, กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ปลายเข็มและหัวเข็ม, แก้ปัญหาดินหลายชั้นได้ ทั้งนี้โปรแกรมจะหาค่า E_s ที่เหมาะสมเองในแต่ละความลึก (ซึ่งต่างจาวีธีคำนวณโดยใช้มือที่ต้องสมมุติค่าการเปลี่ยนแปลง E_s ตามรูปแบบของชาร์ต)

ส่วนรูปร่างของ p-y curve ที่ใช้ในการคำนวณทั้งสองวิธีข้างต้น ได้มาจากหลักการที่ว่า p-y curve ของจริงที่เป็น soil-pile interaction ในสนามสามารถนำมาสัมพันธ์กับ stress-strain curve ของตัวอย่างดิน (Matlock (1970), McClelland, Bramlette and Focht (1958), Skempton (1951)) ซึ่ง p-y curve สำหรับดินเหนียวอ่อน, ดินเหนียวแข็ง, ดินทราย มีดังนี้

2.1.2.1 วิธีการสร้าง p-y curve สำหรับดินเหนียวอ่อน (soft clay method)

เป็นวิธีที่ Matlock (1970) เสนอและ American petroleum institute แนะนำ, โดยได้จากการวัดพฤติกรรมของเสาเข็มที่รับแรงค้ำข้างในสนามที่เป็นดินเหนียวอ่อนจนได้น้ำ ซึ่งมี ultimate soil resistance, P_u ที่ขึ้นกับความลึกดังนี้

$$P_u = N_p cD \quad \dots (2.19)$$

โดยที่	P_u	=	ultimate soil resistance	[F/L]
	N_p	=	ultimate lateral soil resistance coefficient	
	c	=	undrained soil shear strength	[F/L ²]
	D	=	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม	[L]

ค่า ultimate lateral soil resistance coefficient, N_p เป็นฟังก์ชันของความลึก และมีค่าจำกัดเท่ากับค่า plane strain failure ของดินรอบๆเสาเข็ม

$$N_p = 3 + \frac{\sigma'}{c} + J \frac{x}{D} \leq 9 \quad \dots(2.20)$$

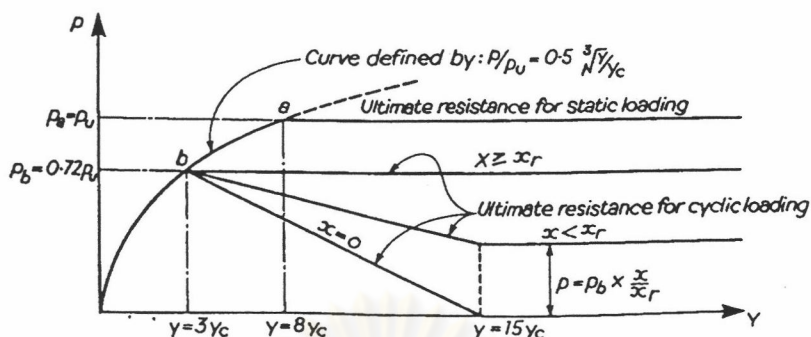
โดยที่	σ'	=	หน่วยแรงประสิทธิผลที่ความลึก x	[F/L ²]
	J	=	empirical constant มีค่าเท่ากับ 0.5 สำหรับดินเหนียวอ่อนในอ่าวของเม็กซิโก และมีค่าเท่ากับ 0.25 สำหรับดินเหนียวอ่อนที่แข็งแกร่ง	
	x	=	ความลึกจากผิวดิน	[L]

ความลึกที่ทำให้เกิด plane strain failure ($N_p = 9$) คือ x_{cr} , ที่ความลึกน้อยกว่า x_{cr} ใช้ค่า c ที่ได้จากการเฉลี่ยค่าที่ความลึกที่พิจารณากับที่ผิวดิน และที่ความลึกมากกว่า x_{cr} ใช้ค่า c ณ.ความลึกที่พิจารณา

ส่วนรูปร่างของ p - y curve สำหรับ soft clay method กำหนดให้เป็น power function ดังสมการที่ 2.21 และแสดงดังรูปที่ 2.19

$$p = 0.5 P_u \left(\frac{y}{y_c} \right)^{0.33} \quad \dots(2.21)$$

โดยที่	p	=	lateral soil resistance	[F/L]
	y	=	ระยะ โกงของเสาเข็ม	[L]
	y_c	=	reference deflection of the pile = $2.5 \epsilon_{50} D$	[L]
	ϵ_{50}	=	major principal strain at one half the maximum deviator stress in a UU triaxial compression test.	



รูปที่ 2.19 p-y curve for soft clay method (Matlock 1970)

2.1.2.2 วิธีการสร้าง p-y curve สำหรับดินเหนียวแข็ง (stiff clay method)

เป็นวิธีที่ได้จากการวัดพฤติกรรมของเสาเข็มที่รับแรงด้านข้างในสนามที่เป็นดินเหนียวแข็งมาก (heavily overconsolidate clay) โดย Reese (1975) ซึ่งมีรูปร่างดังรูปที่ 2.20 และกำหนด maximum resistance, p_c คือ

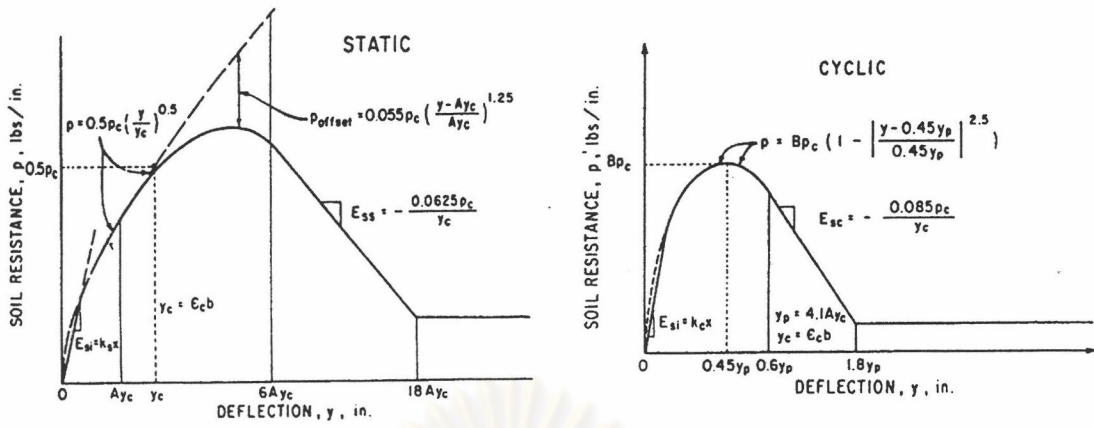
$$p_c = A [2cD + \sigma' D + 2.83cx] \leq 11Ac \quad \dots(2.22)$$

หรือ

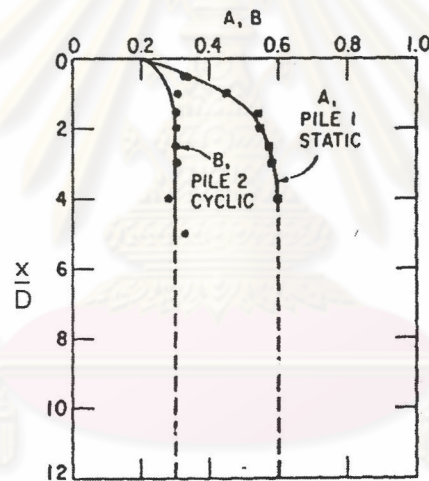
$$p_c = B [2cD + \sigma' D + 2.83cx] \leq 11Bc \quad \dots(2.23)$$

สมการที่ 2.22 สำหรับ static loading และสมการที่ 2.23 สำหรับ cyclic loading โดยแฟคเตอร์ A, B เป็น empirical correction แสดงในรูปที่ 2.21

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.20 p-y curve for stiff clay method



รูปที่ 2.21 สัมประสิทธิ์ A, B สำหรับ stiff clay method

2.1.2.3 วิธีการสร้าง p-y curve สำหรับทราย

เป็นวิธีที่ Reese, Cox and Koop (1974) เสนอ และเป็นวิธีที่ American petroleum institute แนะนำด้วย, โดยหาค่า ϕ , γ จากสนามหรือห้องปฏิบัติการทดสอบดินและได้ค่า $\alpha = \phi/2$, $= 45 + \phi/2$, $K_A = \tan^2(45 - \phi/2)$

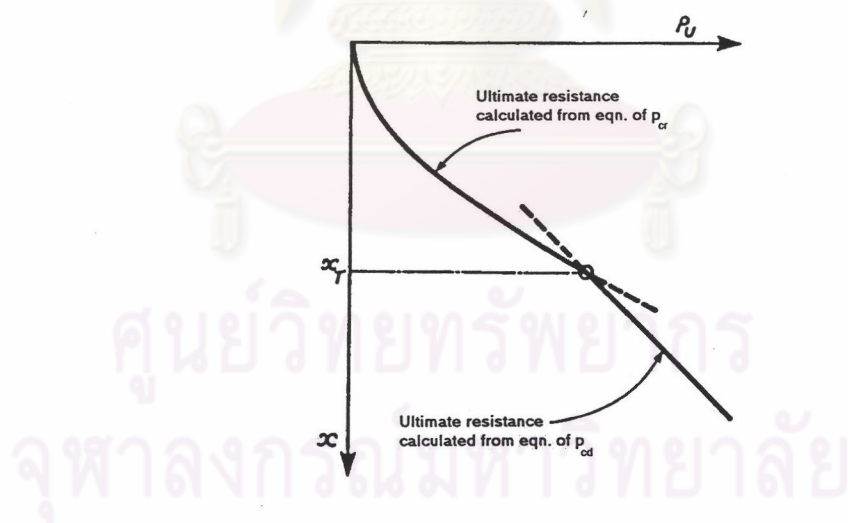
คำนวณค่า ultimate soil resistance, p_{cr} (ต่อหนึ่งหน่วยความกว้างของเสาเข็ม) ที่อยู่ใกล้ผิวดินคือ

$$p_{cr} = \gamma x \left[\frac{K_0 x \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} (B + x \tan \beta \tan \alpha) + K_0 x \tan \beta (\tan \phi \sin \beta - \tan \alpha) - K_A B \right] \quad \dots(2.24)$$

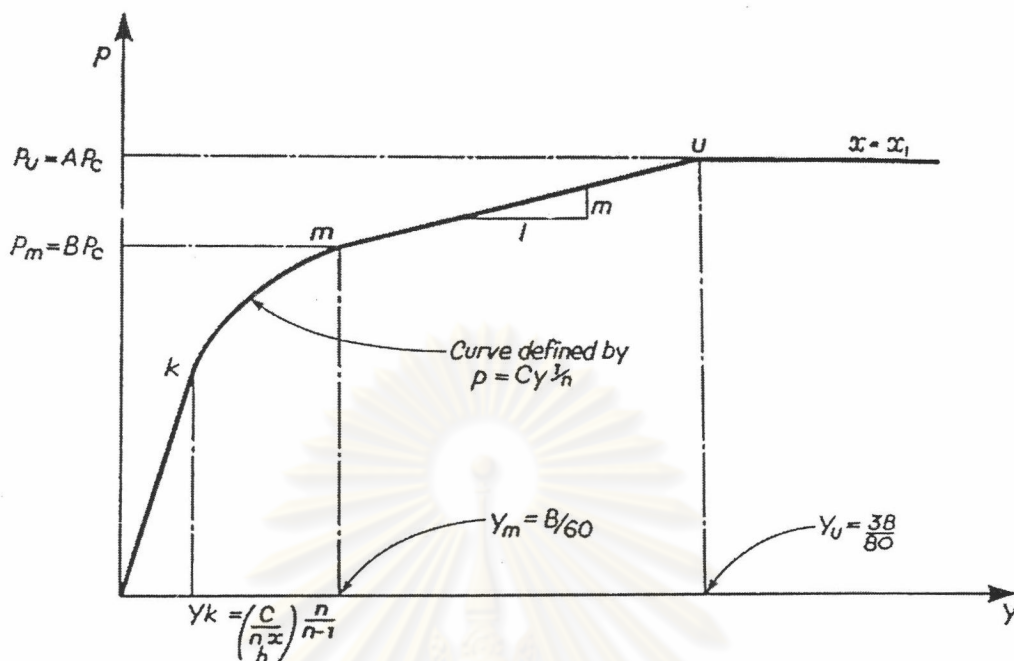
คำนวณค่า ultimate soil resistance, p_{cd} (ต่อหนึ่งหน่วยความกว้างของเสาเข็ม) ที่อยู่ลึกจากผิวดินคือ

$$p_{cd} = K_A B \gamma x (\tan^2 \beta - 1) + K_0 B \gamma x \tan \phi \tan^4 \beta \quad \dots(2.25)$$

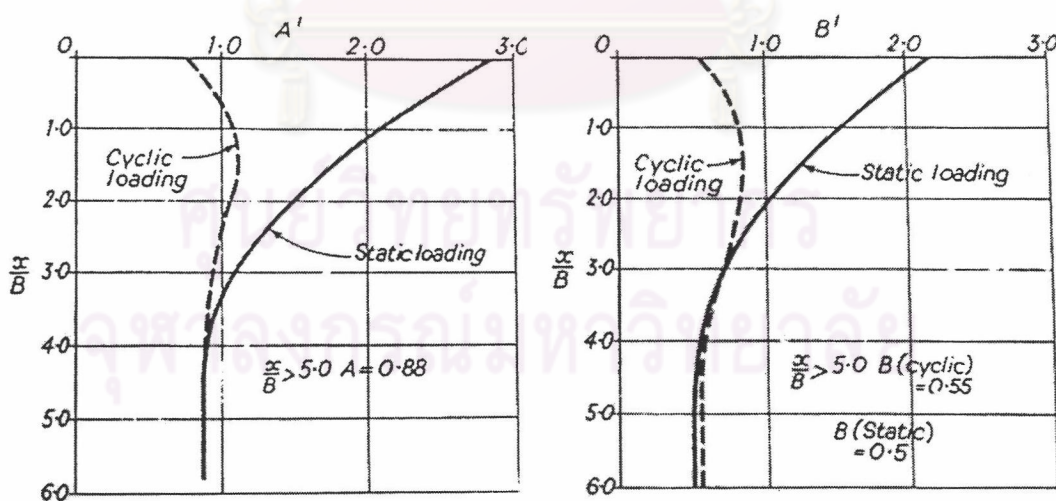
วาดกราฟ p_{cr} และ p_{cd} ต่อความลึกดังรูปที่ 2.22 ก็จะได้ critical depth, x_{cr} จากจุดตัดเส้นโค้ง, ค่า p_c ที่แสดงในรูปที่ 2.23 ได้จากสมการที่ 2.24 หากพิจารณาที่ความลึกสูงกว่าที่ x_{cr} หรือได้จากสมการที่ 2.25 หากพิจารณาที่ความลึกต่ำกว่า x_{cr}



รูปที่ 2.22 การหา critical depth สำหรับทราย



รูปที่ 2.23 p-y curve for sand



รูปที่ 2.24 สัมประสิทธิ์ A', B' สำหรับ p-y curve ในทราย

2.2 การทดสอบหาค่า soil modulus สำหรับเสาเข็มที่รับแรงกระทำด้านข้าง

การหาค่า E_s มีอยู่ด้วยกัน 4 วิธีคือ Full scale lateral load test on instrumented piles, Full scale lateral load test on uninstrumented piles, In situ test, laboratory test

2.2.1 Full scale lateral load test on instrumented piles

- การทดสอบที่วัดทั้ง soil pressure, p และ deflection, y เป็นจุดๆตลอดความยาวเสาเข็ม [Bishop and Mason (1954), Baguelin and Jezequel (1977), Adam and Radhakrishna (1973)] ซึ่ง เป็นวิธีที่ได้ค่า E_s โดยตรงจาก

$$E_s(P_t, y) = \frac{p(x)}{y(x)} \times D \quad \dots(2.26)$$

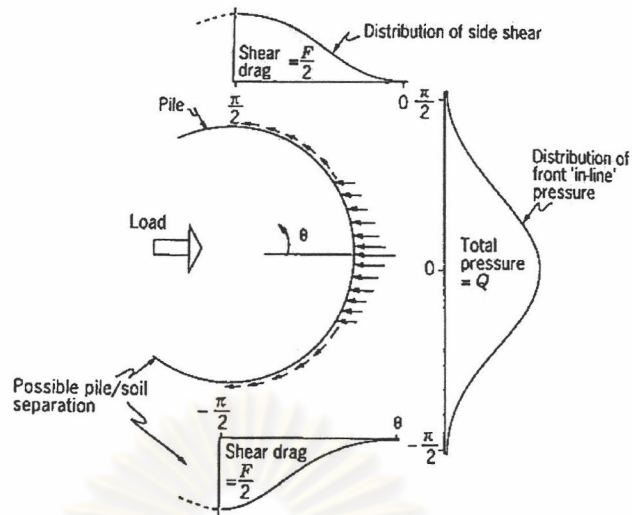
โดย	E_s	=	soil modulus	$[F/L^2]$
	P_t	=	แรงกระทำด้านข้าง	$[F]$
	p	=	ค่า soil pressure ที่วัดได้	$[F/L]$
	y	=	ระยะโก่งตัวของเสาเข็มที่วัดได้	$[L]$
	x	=	ความลึกจากผิวดิน	$[L]$
	D	=	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม	$[L]$

ปกติแล้วการวัดค่า $y(x)$ โดยตรงทำได้ลำบาก จึงมักหาค่าจากมุมเอียงของแกนเสาเข็มที่วัดได้จาก inclinometer (S), ดังนั้นค่าระยะโก่งตัวของเสาเข็มได้จาก

$$y(x) = \int S(x)dx + c \quad \dots(2.27)$$

โดย	S	=	มุมเอียงของแกนเสาเข็ม (pile axis inclination) ที่วัดได้จาก inclinometer
	c	=	ค่าคงที่

อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็ยังมีปัญหาในการวัดค่า soil pressure เนื่องจากมันมีค่าไม่คงที่ดังรูปที่ 2.25 จึงยากที่จะประมาณค่าเฉลี่ยของ soil pressure



รูปที่ 2.25 Theoretical stress distributions around piles (Smith, 1987)

- การทดสอบเสาเข็มที่มีการติดตั้ง strain gauges เป็นจุดๆตลอดความยาวเสาเข็ม ซึ่งสามารถนำผลไปวิเคราะห์หาค่า bending moment ได้ [Matlock and Ripperger (1956), Welch (1952), (1977), Baguelin and Jezequel (1977), และคนอื่นๆ] การที่ทราบค่า bending moment ที่จุดต่างๆตลอดความยาวของเสาเข็มและทราบค่า $E_p I_p$ ของเสาเข็ม ก็สามารถหาค่า p และ y ได้จาก

$$y(x) = \iint \frac{M}{E_p I_p} dx dx \quad \dots(2.28)$$

$$p = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad \dots(2.29)$$

จากสมการทั้งสองทำให้ได้ค่า p และ y ที่ความลึกและขนาดแรงกระทำต่าง ๆ กัน ซึ่งสามารถนำไปหา ค่า E_s และพล็อตค่าเป็น p - y curve ได้ อย่างไรก็ตามวิธีการข้างต้นก็มีอุปสรรคอยู่ที่การ double differentiation ทำให้ค่า p ที่ได้มีความถูกต้องแม่นยำลดลง ดังนั้นจำเป็นต้องหาค่า bending moment ที่มีความละเอียดมาก จึงสามารถเชื่อถือค่า p จากการ differentiation ได้

- การทดสอบเสาเข็มที่มีการติดตั้ง inclinometer ซึ่งจะได้มุมเอียงของแกนเสาเข็ม (ϕ) ที่ความลึกและขนาดแรงกระทำต่าง ๆ กัน และสามารถหาค่า p และ y ได้จาก

$$y(x) = \int S(x) dx + c \quad \dots(2.30)$$

$$p = \frac{d^3S}{dx^3} \quad \dots(2.31)$$

การ triple differentiation ทำให้ค่า p ที่ได้มีความถูกต้องแม่นยำน้อยกว่า double differentiation มาก ดังนั้น E_s ที่ได้จากวิธีนี้ค่อนข้างหยาบและอาจเป็นเพียง quantitative information ที่บอกได้ถึงเปลี่ยนแปลงค่าของ E_s กับความลึกเท่านั้น

2.2.2 Full scale lateral load test on uninstrumented piles

- ทราบค่าระยะการโก่งตัวของเสาเข็ม, y และมุมเอียงของเสาเข็มที่ระดับพื้นดิน $\phi(x=0)$ ทุกๆชั้นตอนในการให้แรงกระทำต่อเสาเข็ม และต้องสมมุติฟังก์ชัน E_s กับความลึกที่มีความถูกต้องกับของจริงมากพอด้วย ($E_s = kx^n$ for cohesionless soil and NC. clay without dessication crust, $E_s = E_s(x=0) + kx$ for OC. Clay) โดยมีตัวแปรไม่ทราบค่าอยู่สองตัวคือ n กับ k ซึ่งตัวแปรทั้งคู่ได้จากการแก้สมการที่ 2.7 กับ สมการที่ 2.8 ทั้งนี้อาจจัดรูปสมการใหม่เพื่อให้ง่ายต่อการแก้สมการดังนี้

สำหรับกรณี $E_s = kx^n$

$$T^3 + T^2 \frac{B_y}{A_y} \times \frac{M_t}{P_t} - y(x=0) \times \frac{E_p I_p}{P_t A_y} = 0 \quad \dots(2.32)$$

$$T^2 + T \frac{B_s}{A_s} \times \frac{M_t}{P_t} - S(x=0) \times \frac{E_p I_p}{P_t A_s} = 0 \quad \dots(2.33)$$

โดย $A_y, B_y =$ Non-dimension deflection coefficient
 $A_s, B_s =$ Non-dimension inclination of the pile axis coefficient

(ให้ใช้กรณี $Z/T = 0$ เนื่องจากเราทราบค่า y ที่ผิวดินเท่านั้น)

ได้คำตอบที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อสมมุติค่า n จนได้ $T(S) = T(y)$ และค่า k จะได้จากสมการ

$$T = \left(\frac{E_p I_p}{k} \right)^{\frac{1}{4+n}} \quad \dots(2.34)$$

ส่วนรายละเอียดของสมการที่ 2.32, 2.33 และสมการสำหรับกรณี $E_s = E_s(x=0) + kx$ ให้ศึกษางานวิจัยของ Jamiolkowski (1977)

- ทราบเพียงค่าระยะการโก่งตัวของเสาเข็มที่ระดับพื้นดิน, y ($x=0$) ทุกชั้นตอนในระหว่างการทดสอบเสาเข็มที่ขนาดแรงกระทำต่างๆ การหาค่า E_s ยังสามารถทำได้หากเป็นกรณีที่แรงกระทำด้านข้างต่อเสาเข็มมีค่าน้อยมาก โดยสมมุติให้ค่า $n = 1$ (ในกรณี $E_s = kx^n$) จากนั้นแก้สมการที่ 2.32 จะได้ค่า T , ส่วนค่า k ก็แก้จากสมการที่ 2.34

ทั้งนี้ค่า E_s ที่ได้จาก uninstrumented piles มีความเชื่อถือได้น้อยกว่าค่า E_s ที่ได้จาก instrumented piles มาก, อย่างไรก็ตามค่าที่ได้จาก uninstrumented piles ก็ยังมีประโยชน์ในการเป็น design data ได้หากเสาเข็มที่ทำการทดสอบมี geometry, installation method และ flexural rigidity เหมือนกับ design pile

2.2.3 In situ test

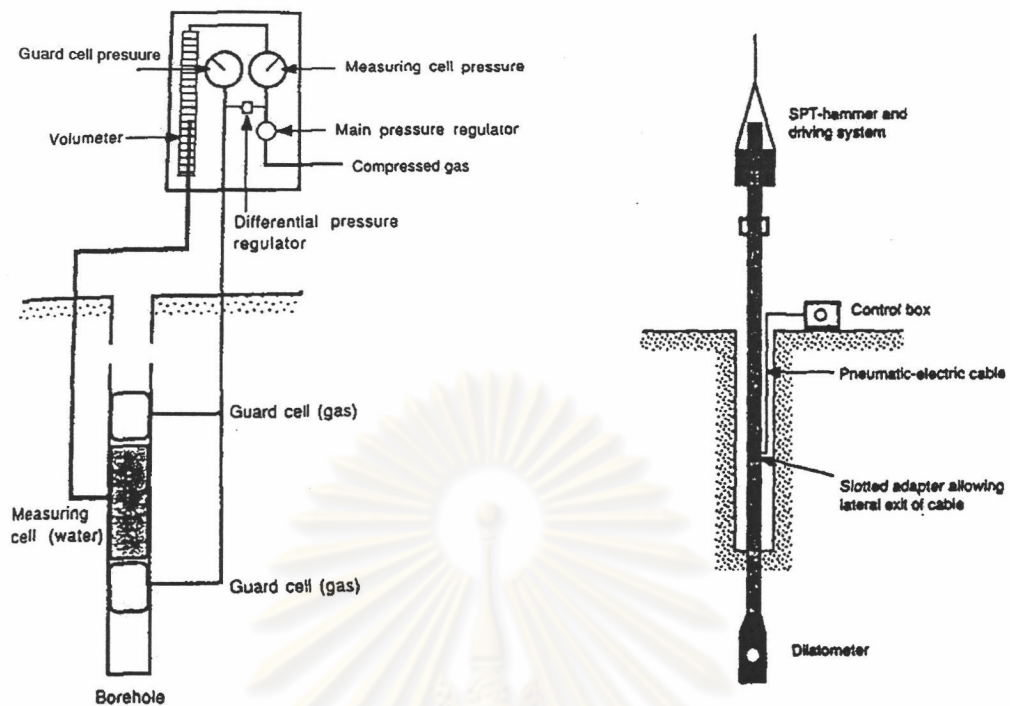
ความสัมพันธ์โดยตรงระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบในสนามกับ soil modulus, E_s ยังรู้ไม่แน่ชัด ทว่าก็ยังมีการทดสอบในสนามเพื่อหา E_s อยู่ด้วยกัน 4 แบบคือ

- Pressuremeter test กลายเป็น plate load test ในหลุมเจาะ โดยใส่แรงดันไปที่ข้างของหลุมเจาะ แล้ววัดค่าการยุบตัวของดิน ทำให้ได้ข้อมูล stress-strain modulus, failure strength และ K_0 อย่างไรก็ตามการใช้ข้อมูลจาก Pressuremeter ในการออกแบบเสาเข็มรับแรงด้านข้างก็ยังคงเป็นแบบ empirical ซึ่งผู้ที่ทำการศึกษาด้านนี้มี Menard (1962,1963), Mori and Toshimi (1964)

- Flat dilatometer ถูกพัฒนาขึ้นมาโดย Marchetti (1980) โดยมีมันประกอบด้วยแผ่นเหล็กบางที่หนา 14 mm ตรงกลางมี membrane เหล็กกลมบางๆที่สามารถขยายตัวออกไปได้ด้านหนึ่ง ทำให้สามารถวัดการยุบตัวของดินที่ small strain ได้

- Plate load test ทำได้โดยขุดหลุมแล้วติดตั้ง Plate ในแนวดิ่ง ทำให้ได้ค่า soil modulus, E_s ที่ความลึกต่างๆตามต้องการได้ ทว่าก็มีปัญหาในการติดตั้งเครื่องมือ รวมทั้งปัญหา ground disturbance และ stress relief

- Cone penetration test, Marche (1973) and Debeer (1976) เสนอวิธีการหา E_s ที่อยู่ในช่วงหน่วยแรงใช้งาน โดยคิดว่ามันเป็นฟังก์ชันของ point resistance, q_c จาก quasi-static cone penetration test



รูปที่ 2.26 Pressuremeter (ซ้าย) และ Flat dilatometer (ขวา)

2.2.4 Laboratory tests

มีความพยายามที่จะหาความสัมพันธ์แบบ semi - empirical ระหว่าง stress-strain curve จากห้องปฏิบัติการกับ p-y curve ของจริงในสนาม วิธีดังกล่าวเริ่มแรกเป็นแนวคิดที่เสนอโดย Skempton (1951) ที่เสนอให้ p-y curve มีรูปร่างแบบพาราโบลา ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ stress-strain curve จากห้องปฏิบัติการ แล้วก็ได้มีการวิจัยต่อมาโดย McClelland and Focht (1958), Reese (1958), Matlock (1970)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 การหาค่าการเคลื่อนตัวทางด้านข้างของเสาเข็มกลุ่ม

การวิเคราะห์เสาเข็มเดี่ยวรับแรงกระทำทางด้านข้างเป็นการวิเคราะห์ที่ต้องพิจารณา pile-soil interaction ซึ่งค่อนข้างซับซ้อน ทว่าสำหรับการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่มจะมีความยากมากขึ้นเนื่องจากเป็นการวิเคราะห์ที่ต้องพิจารณา PSPI (pile-soil-pile interaction) และตำแหน่งของเสาเข็มในกลุ่มรวมทั้ง pile head fixity ก็ยังมีผลด้วย

Dunnivant T.W. and O'Neill M.W. (1986) ได้ทำการศึกษาและทำการตรวจสอบความแม่นยำของวิธีการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่มของผู้วิจัยคนอื่นๆ และได้ทำการจำแนกชนิดของการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่มเอาไว้ดังนี้

1) Elastic continuum method

เป็นการโมเดล pile-soil interaction และ PSPI โดยพิจารณาดินเป็น 3D, linear elastic medium, Polous (1971a, 1971b) ได้ใช้ Mindlin 's three dimension elastic equation for a homogenous, isotropic, semi-infinite solid เพื่อนำไปโมเดล PSPI นอกจากนี้ Banerjee and Davies (1980), Randolph (1980), Kay et al. (1983) ได้ทำการศึกษาโดยใช้วิธี Elastic Continuum Method

2) Hybrid solution

ใช้ p-y curve สำหรับโมเดล pile-soil interaction และใช้ Mindlin 's equation ประมาณหาผลของ PSPI โดย Hybrid solution เริ่มแรกเป็นวิธีของ Focht and Koch (1973) โดยใช้ชาร์ต α -factor และสำหรับผลของ PSPI จะใช้ชาร์ตของ Polous (1971b) ต่อมา Reese et al. (1984) ได้ทำการปรับปรุงวิธีของ Focht and Koch

3) Winkler interaction model

เสนอขึ้น โดย Hariharan-Kumarasamy (1982)

4) Modified unit load transfer methods

ดัดแปลง p-y curve สำหรับเสาเข็มเดี่ยวให้สามารถนำไปใช้สำหรับเสาเข็มกลุ่มโดยพิจารณาเสาเข็มทั้งกลุ่มเป็นเสมือน equivalent pile ดันเดียว Bogard and Matlock (1983) ได้เสนอวิธีดังกล่าว

5) An empirical stiffness distribution model

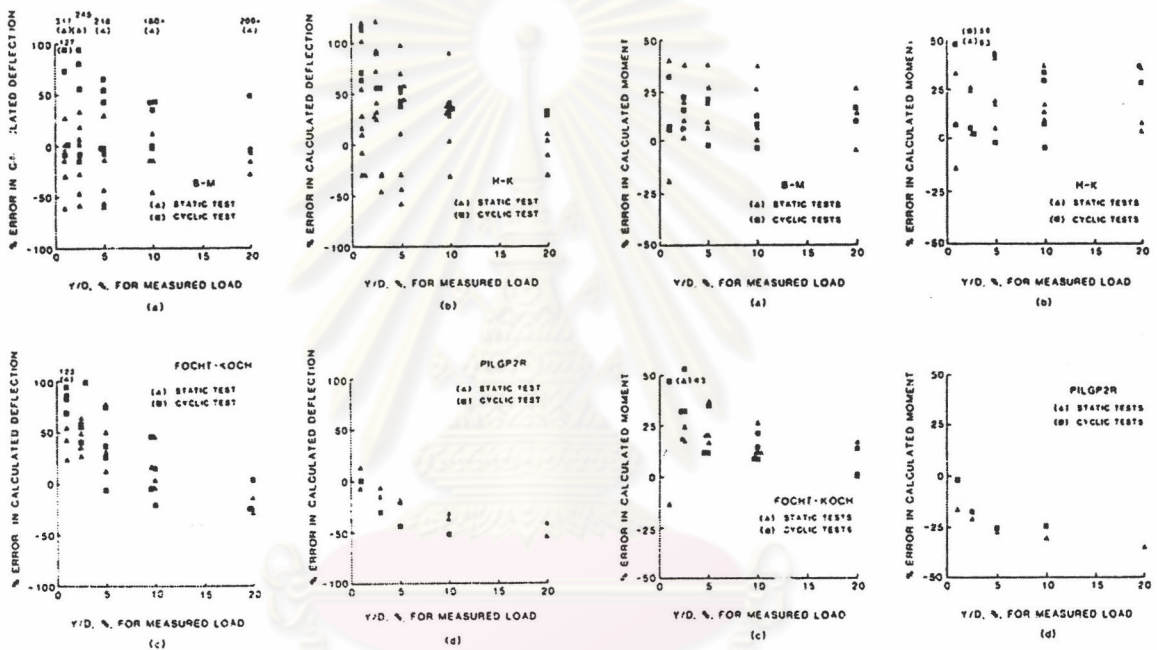
หรือเรียกว่า β method เป็นวิธีของ Dunnivant T.W. and O'Neill M.W. (1985) ซึ่งเป็นวิธีประมาณหาการกระจายแรงในกลุ่มของเสาเข็ม

ผลการตรวจสอบความแม่นยำของวิธีการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่มของผู้วิจัยคนอื่นๆ โดย Dunnivant T.W. and O'Neill M.W. (1986) ได้แสดงดังรูปที่ 2.27 ซึ่งได้ใช้วิธีของ Focht-Koch (F-K) hybrid method ที่ได้รับการปรับปรุงโดย Reese et al. (1984), Hariharan-Kumarasamy (H-K) Winkler interaction method, Bogard-Matlock (B-M) Modified unit load transfer methods และ

โปรแกรม PILGP2R ของ Dunnivant T.W. and O'Neill M.W. (1986) ซึ่งเป็นวิธี Hybrid method ค่า Error ที่แสดงในรูปที่ 2.27 คือ

$$\text{Percent Error} = 100 \times \left(\frac{Q_C - Q_M}{Q_M} \right) \quad \dots(2.35)$$

โดย Q_C = ค่าที่คำนวณได้ (deflection or moment)
 Q_M = ค่าที่วัดได้จริงในสนาม



รูปที่ 2.27 ค่าความผิดพลาดของวิธีต่างๆในการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่ม (Dunnivant T.W. and O'Neill M.W., 1986)

Prakash (1962,1981) พบว่าหากระยะห่างระหว่างศูนย์กลางของเสาเข็มในทิศทางที่ตั้งฉากกับแรงกระทำมีมากกว่า 2.5D ก็จะไม่เกิด Group effects และหากเสาเข็มห่างกันเกิน 6D-8D ในทิศทางเดียวกับแรงกระทำก็จะมี Group effect

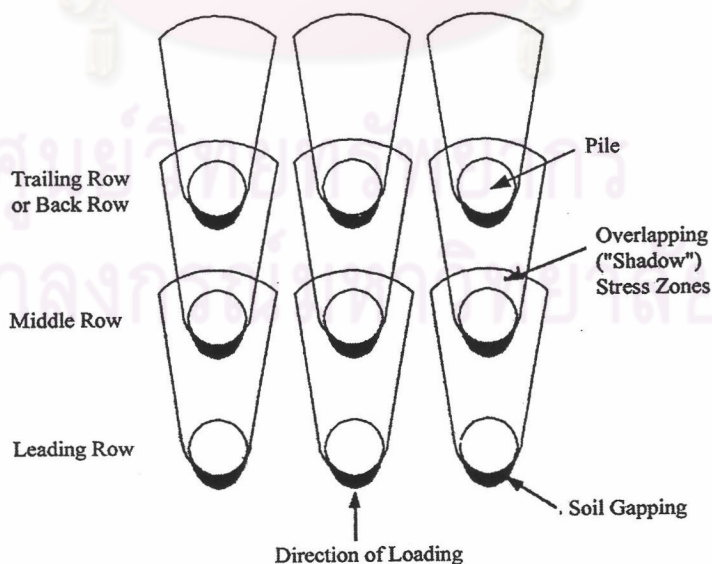
Davisson (1970) ได้เสนอค่า Group Reduction Factor ดังแสดงในตารางที่ 2.2 ซึ่งเป็นค่าที่สามารถนำไปใช้หาค่า E_s ในกรณีที่เป็นเสาเข็มกลุ่ม (โดยนำค่าในตารางไปคูณกับค่า E_s ของเสาเข็มเดี่ยว) เพื่อนำไปหาค่าการเคลื่อนตัวทางดัดข้างหรือ Ultimate Horizontal Load ของเสาเข็มกลุ่มได้

ตารางที่ 2.2 Group Reduction Factor for the Coefficient of Subgrade Reaction (Davisson 1970)^a

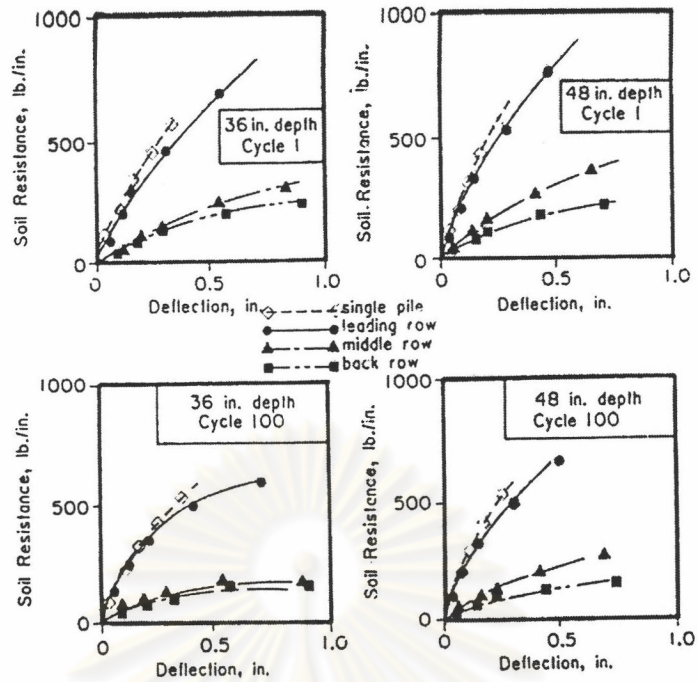
Pile Spacing in the Direction of Loading	Group Reduction Factor for $E_s = k$ or kx
3D	0.25
4D	0.40
6D	0.70
8D	1.00

^aAlso adopted in Canadian Foundation Engineering Manual, 1985. Foundation and Earth Structure, Design Manual 7.2, NAVFAC, DM 7.2 (1982) also recommends these values.

Brown et al. (1988) ได้วิเคราะห์ผลการทดสอบเสาเข็มกลุ่ม 3x3 ต้น (Steel Pile, Outside Dia = 0.273, Thickness=9.27 mm, spacing 3D) รับแรงกระทำทางด้านข้างในทราย (firm to dense sand) และเสนอว่าประสิทธิภาพที่ลดลงของกลุ่มเสาเข็มเกิดจาก “Shadowing” โดย Shadow effect นี้ได้แสดงดังรูปที่ 2.28 ซึ่งทำให้แถวเสาเข็มที่อยู่ทางท้าย (Trailing row) มีแนวโน้มของค่า Soil Resistance ลดลงมากกว่าแถวเสาเข็มที่อยู่ข้างหน้า ดังแสดงในรูปที่ 2.29 นอกจากนี้ Brown et al. (1988) ยังได้เสนอวิธี p-multiplier concept ด้วยซึ่งก็คือ p-y curve สำหรับเสาเข็มกลุ่ม สามารถหาได้จากการนำ p-y curve สำหรับเสาเข็มเดี่ยวไปคูณด้วย p-multiplier (f_m), โดยในแต่ละแถวของกลุ่มเสาเข็มจะมีค่า p-multiplier (f_m) ที่แตกต่างกัน



รูปที่ 2.28 ภาพแสดงประสิทธิภาพของกลุ่มเสาเข็มลดลงเนื่องจากการซ้อนกันของหน่วยแรง (“Shadowing”)



รูปที่ 2.29 p-y curve ในแต่ละแถวของเสาเข็มกลุ่ม (Brown et al., 1988)

Kyle et al (1998) ได้ทำการทดสอบเสาเข็มกลุ่ม 3×3 ต้น (Steel Pile, Inside Dia = 0.305, Thickness=9.5 mm, spacing 3D) รับแรงกระทำทางด้านข้างในลักษณะชั้นดินเหนียวอ่อนจนถึงดินเหนียวค่อนข้างแข็งและวิเคราะห์หาค่า p-multiplier

McVay et al (1995,1996,1998,1999) ได้ทำการทดสอบโมเดลเสาเข็มกลุ่มขนาด 3×3, 7×3 ต้น (spacing 3D, 5D) รับแรงกระทำทางด้านข้างในทรายด้วยเครื่อง Centrifuge เพื่อหาค่า p-multiplier (f_m)

ปัจจุบันการวิเคราะห์เสาเข็มเดี่ยวรับแรงกระทำทางด้านข้างมักนิยมใช้หลักการของ p-y curve เนื่องจากเป็นวิธีที่ใช้กันมานาน, มีบทความหรืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องมากและใช้งานได้ดี ดังนั้นวิธีการวิเคราะห์เสาเข็มกลุ่มของผู้วิจัยส่วนใหญ่จึงมักจะได้จากการตัดแปลง p-y curve ของเสาเข็มเดี่ยวให้สามารถนำไปวิเคราะห์กรณีเสาเข็มกลุ่ม