

การออกแบบตัวควบคุมสำหรับเพนดูลัมพกผันแบบหมุนโดยใช้เทคนิคกำหนดอัตราขยาย

นายกิตติชัย รุจิราพันธุ์

# ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาระบบที่เรียน ไฟฟ้า ภาควิชาสาขาวิชาระบบที่เรียน ไฟฟ้า  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-2153-2

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CONTROLLER DESIGN FOR ROTARY INVERTED PENDULUM  
USING GAIN-SCHEDULING TECHNIQUE

Mr. Kittichai Rujiraphan

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-53-2153-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบตัวควบคุมสำหรับเพนดูลัมผกผันแบบหมุนโดยเทคนิคกำหนดอัตรา  
ขยาย

โดย

นายกิตติชัย รุจิราพันธุ์

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ

คณะกรรมการคณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัลย์ประดิษฐานันท์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงษ์ชัย)

กิตติชัย รุจิราพันธ์: การออกแบบตัวควบคุมสำหรับเพนดูลัมผกผันแบบหมุนโดยใช้เทคนิคกำหนดอัตราขยาย. (CONTROLLER DESIGN FOR ROTARY INVERTED PENDULUM USING GAIN-SCHEDULING TECHNIQUE), อ. ที่ปรึกษา: ผศ.ดร. มนพ วงศ์สายสุวรรณ, 53 หน้า, ISBN 974-53-2153-2

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุนโดยใช้เทคนิคกำหนดอัตราขยาย โดยการประมาณระบบไม่เชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์เป็นระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลงตามตัวแปรกำหนด ในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดให้ตัวแปรกำหนดอยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น ตัวควบคุมก็มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ตามตัวแปรกำหนด เช่นเดียวกับพลาณ์ การออกแบบตัวควบคุมนี้อาศัยวิธีสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

ระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน เป็นชุดทดลองสำหรับไม่เชิงเส้น และมีตัวแปรสถานะหลายตัว โดยเพนดูลัมผกผันแบบหมุนจะประกอบด้วย ตัวเพนดูลัมซึ่งจะถูกยึดติดอยู่กับฐานหมุนที่วางอยู่ในแนวระนาบ โดยมีเป้าหมายในการควบคุมเพื่อรักษาสมดุลของตัวเพนดูลัมให้ตั้งตรงขึ้น ตั้งจากกับแนวระดับได้

# ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า  
ปีการศึกษา ..... 2547

ลายมือชื่อนิสิต ..... กิตติชัย รุจิราพันธ์  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..... มานพ วงศ์สายสุวรรณ

##4470223621: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: LINEAR PARAMETER-VARYING / GAIN-SCHEDULING CONTROLLER/ LINEAR MATRIX INEQUALITY / ROTARY INVERTED PENDULUM

KITTICHAI RUJIRAPHAN: CONTROLLER DESIGN FOR ROTARY INVERTED PENDULUM USING GAIN-SCHEDULING TECHNIQUE, THESIS ADVISOR: MANOP WONGSAISUWAN, Ph.D., 53 pp., ISBN 974-53-2153-2

This thesis proposes controller design for rotary inverted pendulum using gain-scheduling technique. The nonlinear systems are changed into linear parameter varying systems by linearization technique. The linear parameter varying systems depend on time-varying, measurable parameters. In this work, measurable parameters are represented in the form of linear fractional transformation. The controllers are also in linear fractional with the same parameters as those of plants. We then convert the synthesis problem to a linear matrix inequality problem.

The rotary inverted pendulum serves as an ideal plant for nonlinear and multivariable experiment. It consists of a rigid inverted pendulum connected to a horizontal rotating plate which is attached to a DC motor. The control objective is to balance the pendulum in the upright position by regulating the rotating plate at some angular position.

# ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**Department** ..... Electrical Engineering  
**Field of study** ..... Electrical Engineering  
**Academic year** ..... 2004

**Student's signature** ..... Kittichai Rujiraphan.  
**Advisor's signature** ..... วราวดี วงศ์สุวรรณ

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ด้วยความช่วยเหลือของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนัส พงศ์สายสุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้สละเวลาให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ทำให้ผู้วิจัยเห็นแนวทางในการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งท่านยังเป็นผู้ที่คอยให้โอกาส และให้อภัยต่อความผิดพลาด ต่างๆ ของข้าพเจ้าที่เกิดขึ้นระหว่างทำวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยจึงคร่ำข้อขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี่

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. สุวัลย์ ประดิษฐรานนท์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งให้คำแนะนำอื่นๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำงานในอนาคตและรองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรจедพงศ์ชัย กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งให้ความเย็นดูและความห่วงใยผู้วิจัยตลอดระยะเวลา 4 ปีและขอขอบพระคุณศาสตราจารย์ทุกท่านในสาขาวิชา ควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจและกำลังทรัพย์ตลอดเวลา รวมทั้งให้โอกาสผู้วิจัยได้ศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต

ขอขอบคุณเพื่อนๆ รุ่นพี่ รุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ให้กำลังใจและคำปรึกษา จนผู้วิจัยได้ทำวิทยานิพนธ์นี้ได้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณพี่สาวปนา นามประดิษฐ์ และพี่จีรนุช จึงอุดมพร สำหรับกำลังใจ ความห่วงใย และความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ พี่มานะชัย คำแย้ม สำหรับรูปภาพประกอบวิทยานิพนธ์เล่มนี้ พี่กมล วรรณ ทิพย์ถาวรนุกุล สำหรับคำแนะนำในการออกแบบตัวควบคุมในการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้และเพื่อน 3 ก. กรณัณัณ สมสังข์ และเกียรติชัย วรปรัชญา สำหรับกำลังใจและความห่วงใยที่มีให้ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณบอย โกลสิยพงษ์ สำหรับเพลง “เบิด” และเพลง “Live & Learn” ที่ผู้วิจัยมักจะฟังเวลาท้อแท้และหมดกำลังใจ

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่างๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย

# สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย .....	๔
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	๕
กิตติกรรมประกาศ .....	๙
สารบัญ .....	๙
สารบัญตาราง .....	๑๘
สารบัญภาพ .....	๗๙
<b>1 บทนำ .....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมา .....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา .....	3
1.3 วัตถุประสงค์ .....	3
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ .....	3
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน .....	4
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	4
1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์ .....	4
<b>2 แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ .....</b>	<b>5</b>
2.1 รูปแบบของแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ .....	5
2.2 แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์และแบบจำลองอื่นๆ .....	7
2.3 สรุป .....	9
<b>3 ตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์</b> ของระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน .....	<b>11</b>
3.1 รูปแบบของพลานต์และตัวควบคุม .....	11
3.2 การออกแบบตัวควบคุม .....	13
3.2.1 เสถียรภาพของระบบวงปิด .....	14
3.2.2 เงื่อนไขสมรรถนะคงทน .....	15
3.3 การแปลงปัญหาไปสู่สมการเมทริกซ์ .....	16
3.4 แบ่งเมทริกซ์และนิยามเมทริกซ์การแปลงสอดคล้องกัน .....	17
3.5 จัดให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	18
3.6 แปลงตัวแปรในสมการเมทริกซ์เชิงเส้นเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุม .....	19
3.7 การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ .....	20

3.7.1 เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ . . . . .	21
3.7.2 เมื่อ $\beta_1(0) = 0^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.75^\circ$ . . . . .	27
3.7.3 เมื่อ $\beta_1(0) = -0.35^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.4^\circ$ . . . . .	27
3.8 สรุป . . . . .	32
<b>4 บทสรุปและข้อเสนอแนะ . . . . .</b>	<b>33</b>
4.1 บทสรุป . . . . .	33
4.2 ข้อเสนอแนะในงานวิจัยนี้ . . . . .	33
<b>รายการอ้างอิง . . . . .</b>	<b>34</b>
<b>ภาคผนวก . . . . .</b>	<b>35</b>
<b>ก แบบจำลองของระบบเหนดูลัมพฤกัณ . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>ข แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ของระบบเหนดูลัมพฤกัณแบบหมุน . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>ค โปรแกรมออกแบบโดยใช้ LMI Toolbox . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>ง โปรแกรมออกแบบโดยใช้ YALMIP . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ . . . . .</b>	<b>53</b>

# ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

ก.1 พารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน ..... 38



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญภาพ

2.1 การแปลงส่วนย่ออย่างเชิงเส้น .....	6
2.2 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่หนึ่ง เมื่อ $\beta_1(0) = 15^\circ$ .....	9
2.3 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่สอง เมื่อ $\beta_2(0) = 20^\circ$ .....	10
2.4 สัญญาณควบคุม เมื่อ $\beta_1(0) = 15^\circ$ และ $\beta_2(0) = 20^\circ$ .....	10
3.1 พลานต์ที่อยู่ในรูปของการแปลงเชิงเส้นส่วนย่ออย่าง .....	12
3.2 ระบบวงปิดของระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ .....	12
3.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบวงปิดที่จัดรูปใหม่ .....	13
3.4 บล็อกไดอะแกรมที่พิจารณาเฉพาะความไม่แน่นอน .....	14
3.5 บล็อกไดอะแกรมเมื่อมีเมทริกซ์การสเกล .....	15
3.6 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่หนึ่ง เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ .....	23
3.7 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่สอง เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ .....	23
3.8 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนหมุน เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ .....	24
3.9 สัญญาณควบคุม เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ .....	24
3.10 สัญญาณควบคุม เมื่อ $\beta_1(0) = 12^\circ$ และ $\beta_2(0) = 15^\circ$ ที่ช่วงวินาทีที่ 10 .....	25
3.11 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่หนึ่ง เมื่อรับการระบบด้วยสัญญาณพัลส์ $w(t)$ ที่ช่วงวินาทีที่ 10 .....	25
3.12 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่สอง เมื่อรับการระบบด้วยสัญญาณพัลส์ $w(t)$ ที่ช่วงวินาทีที่ 10 .....	26
3.13 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนหมุน เมื่อรับการระบบด้วยสัญญาณพัลส์ $w(t)$ ที่วินาทีที่ 10 .....	26
3.14 สัญญาณควบคุม เมื่อรับการระบบด้วยสัญญาณพัลส์ $w(t)$ ที่วินาทีที่ 10 .....	27
3.15 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่หนึ่ง เมื่อ $\beta_1(0) = 0^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.75^\circ$ .....	28
3.16 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่สอง เมื่อ $\beta_1(0) = 0^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.75^\circ$ .....	28
3.17 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนหมุน เมื่อ $\beta_1(0) = 0^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.75^\circ$ .....	29
3.18 สัญญาณควบคุม เมื่อ $\beta_1(0) = 0^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.75^\circ$ .....	29
3.19 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่หนึ่ง เมื่อ $\beta_1(0) = -0.35^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.4^\circ$ .....	30
3.20 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนเห็นดูล้มอันที่สอง เมื่อ $\beta_1(0) = -0.35^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.4^\circ$ .....	30
3.21 หมุนที่เบี่ยงเบนไปของแขนหมุน เมื่อ $\beta_1(0) = -0.35^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.4^\circ$ .....	31
3.22 สัญญาณควบคุม เมื่อ $\beta_1(0) = -0.35^\circ$ และ $\beta_2(0) = 1.4^\circ$ .....	31
ก.1 ภาพร่างของระบบเห็นดูล้มผกผันแบบหมุน .....	36
ก.2 ระบบเห็นดูล้มผกผันแบบหมุนในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม .....	36