

บทที่ 4

การหาสเทตสเปซ

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วใน บทที่ 2 ว่า การวิเคราะห์ระบบเชิงเส้นขนาดใหญ่ นั้น จะใช้แบบจำลองสเทตสเปซ ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

$$dX(t)/dt = AX(t) + BU(t) \quad (4.1)$$

ถ้าใช้การแปลงลาปลาซ (Laplace Transformation) และให้สภาวะเริ่มต้น (Initial Condition) เป็นศูนย์ สมการ 4.1 จะกลายเป็นสมการในโดเมนของความถี่ตามสมการ 4.2

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (4.2)$$

ในบทนี้จะแสดงถึงการหาสเทตสเปซ ของระบบไฟฟ้ากำลังใด ๆ ที่จะทำการวิเคราะห์ โดยจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุปกรณ์ต่าง ๆ ตามที่แสดงรายละเอียดไว้ใน บทที่ 3 และ จะทำการวิเคราะห์ห้อย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปใช้เป็นหลักในการทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ต่อไป ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้ด้วย การหาสมการสถานะ เพื่อให้ได้แบบจำลองสเทตสเปซของระบบใดระบบหนึ่ง สามารถทำได้หลายวิธี^[26] เช่น จากสมการอนุพันธ์ของอินพุตและเอาต์พุต (Input - Output Differential equation) จากไดอะแกรมจำลอง (Simulation Diagram) จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน กราฟเชิงเส้นของระบบ (System's Linear Graph) ซึ่งการวิเคราะห์ครั้งนี้จะหาสมการสถานะจากการหาสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งจากแบบจำลองของอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ได้ทำไว้แล้ว

4.1 ตัวแปรสถานะ

การกำหนดตัวแปรสถานะสำหรับระบบหนึ่ง ๆ นั้น สามารถกำหนดได้มากมาย หลายกลุ่ม ซึ่งตัวแปรสถานะแต่ละตัวก็มีระดับความยากต่อการสร้างสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่แตกต่างกัน แต่ทางด้านกายภาพแล้วตัวแปรสถานะที่จะเลือกนำมาทำการวิเคราะห์นั้น ควรจะต้องเป็นตัวแปรที่สามารถวัดค่าได้จริงจากระบบในขณะที่ทำงานอยู่ เพื่อที่จะสังเกตเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นได้ และควรจะเป็นตัวแปรที่ต้องการศึกษาถึงผลกระทบกับระบบด้วย

ในกรณีของการวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงไดนามิกของระบบไฟฟ้ากำลังนั้น อาจจะกำหนดตัวแปรสถานะได้เป็นจำนวนถึง 12 ตัวแปร ต่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งจะทำให้ต้องการสมการสถานะถึง 12 สมการ^[17,18] ถ้าเป็นระบบไฟฟ้าที่ใหญ่พอสมควรก็จะทำให้ต้องใช้เวลาในการคำนวณค่าต่าง ๆ นานมาก ดังนั้น จึงควรที่จะต้องพิจารณาเลือกจำนวนและชนิดของตัวแปรสถานะเท่าที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ให้เหมาะสมกับระบบที่กำลังทำการศึกษาอยู่ เพื่อที่จะได้ผลการศึกษาใกล้เคียงความจริงและมีความแม่นยำ แต่ใช้เวลาในการคำนวณน้อย

ในวิทยานิพนธ์นี้ จะเลือกใช้ตัวแปรสถานะ 8 ตัว คือ มุมโรเตอร์ (δ) ความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ (ω) แรงดันด้านออกของอุปกรณ์ปรับแรงดัน (V_R) แรงดันของขดลวดสนาม (field voltage, E_{FD}) แหล่งจ่ายแรงดันของวงจรสมมูลในช่วงทรานเซียนต์ หรือช่วงทรานเซียนต์ (E'_q หรือ E''_q) แรงดันด้านออกของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ (V_S) และแรงดันภายในอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ (V_1 และ V_2) มาใช้ในการวิเคราะห์

การวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงไดนามิก จะสามารถพิจารณาผลของการวิเคราะห์ได้จากการเกิดออสซิลเลชันที่ความถี่ต่ำของโรเตอร์ ซึ่งเป็นออสซิลเลชันที่เกิดจากโมด เชิงกล-ไฟฟ้า ดังนั้นจึงเลือกใช้ความเร็วเชิงมุมของโรเตอร์ซึ่งมีความสัมพันธ์กับความถี่โดยตรง ซึ่งเป็นตัวแปรที่สามารถวัดค่าได้ และมีผลกระทบต่อระบบที่กำลังศึกษามากที่สุด นอกจากนั้น V_S จะเป็นตัวแปรที่มีผลกระทบต่อระบบมากเช่นกัน เพราะการปรับแต่งค่าตัวแปรของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์จะมีผลทำให้ค่าเจาะจงของระบบไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งหมายถึงเสถียรภาพเชิงไดนามิกของระบบก็เปลี่ยนไปด้วย

นอกจากนั้น ในการคำนวณเพื่อกำหนดตำแหน่งของขั้ว (pole - placement) ควรจะเลือกตัวแปรสถานะที่เป็นอนุพันธ์กับตัวแปรสถานะตัวอื่นเพื่อที่จะทำให้ค่าตัวแปรของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ที่คำนวณออกมานั้น ทำให้ระบบทำงานได้ราบเรียบมากขึ้น^[26] จึงเลือกมุมโรเตอร์ซึ่งเป็นอนุพันธ์กับความเร็วโรเตอร์มาเป็นตัวแปรสถานะ และเลือก V_R กับ E_{FD} ซึ่งเป็นตัวแปรของระบบเอกไซเตชัน และเป็นอนุพันธ์กันมาเป็นตัวแปรสถานะด้วย พร้อมทั้งได้เอาแหล่งจ่ายแรงดันของวงจรสมมูลในแนวแกนตั้งฉาก ซึ่งเป็นตัวแปรของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามาใช้ด้วย

จากตัวแปรสถานะทั้งหมด จะเขียนเป็นเวกเตอร์สถานะ สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 1 เครื่อง ได้ดังนี้

$$X = [\Delta\omega \quad \Delta\delta \quad \Delta E'_q \quad \Delta E_{FD} \quad \Delta V_R \quad \Delta V_1 \quad \Delta V_2 \quad \Delta V_S]^T \quad (4.3.ก)$$

หรือ

$$X = [\Delta\omega \quad \Delta\delta \quad \Delta E''_q \quad \Delta E_{FD} \quad \Delta V_R \quad \Delta V_1 \quad \Delta V_2 \quad \Delta V_S]^T \quad (4.3.ข)$$

แต่ในที่นี้เพื่อความสะดวกจะละเลยการเขียน Δ ออกไป

4.2 สมการสถานะของความเร็วโรเตอร์

จากรูปที่ 3.16 จะสามารถหาความสัมพันธ์ของความเร็วโรเตอร์ได้ดังนี้

$$\omega = (T_M + T_X - T_e) (1 / (D + 2Hs)) \quad (4.4)$$

โดย $T_M = -G_{GOV}(s) * \omega \quad (4.5)$

ซึ่งการวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้จะตัดผลของ T_X และ G_{GOV} ออกไป เพราะเป็นอุปกรณ์ที่สามารถตัดออกไปได้ในการพิจารณาออสซิลเลชันเชิงกลไฟฟ้าซึ่งจะมีความถี่อยู่ในช่วง 0.5-3 เฮิรตซ์^[10] และการคำนวณจะได้ไม่มีความยุ่งยากมากเกินไป ดังนั้นจะได้

$$\omega = -T_e (1 / (D + 2Hs)) \quad (4.6)$$

$$D\omega + 2H\dot{\omega} = -T_e \quad (4.7)$$

$$\dot{\omega} = -T_e / 2H - \omega * D/2H \quad (4.8)$$

จาก $T_e = I_d V_d + I_q V_q \quad (4.9)$

ในแบบจำลองเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แบบที่ 2 และ 4 ถ้าให้ $X'_d = X'_q$ จะได้^[17]

$$T_e = I_d E'_d + I_q E'_q \quad (4.10)$$

ทำให้เป็นเชิงเส้นจะได้^[17]

$$T_e = I_{d0} E'_d + I_{q0} E'_q + E'_{d0} I_d + E'_{q0} I_q \quad (4.11)$$

โดยค่า I_{d0} , I_{q0} , E'_{d0} และ E'_{q0} เป็นค่าที่สภาวะเริ่มต้น

ในแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แบบที่ 3 และ 5 ถ้าให้ $x''_d = x''_q$ จะได้^[17]

$$T_e = I_d E''_d + I_q E''_q \quad (4.12)$$

ทำให้เป็นเชิงเส้นจะได้^[17]

$$T_e = I_{d0} E''_d + I_{q0} E''_q + E''_{d0} I_d + E''_{q0} I_q \quad (4.13)$$

โดยที่ I_{d0} , I_{q0} , E''_{d0} และ E''_{q0} เป็นค่าที่สภาวะเริ่มต้น

แทนค่าสมการ (4.11) หรือ (4.13) ใน (4.8) โดยเลือกใช้ตามชนิดของแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะได้สมการสภาวะของความเร็วโรเตอร์ดังนี้

$$\dot{\omega} = (-D/2H) \omega - (1/2H) (I_{d0} E'_d + I_{q0} E'_q + E'_{d0} I_d + E'_{q0} I_q) \quad (4.14.ก)$$

หรือ

$$\dot{\omega} = (-D/2H) \omega - (1/2H) (I_{d0} E''_d + I_{q0} E''_q + E''_{d0} I_d + E''_{q0} I_q) \quad (4.14.ข)$$

4.3 สมการสถานะของมุมโรเตอร์

จากรูปที่ 3.16 แบบจำลองการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ จะหาความสัมพันธ์ของมุมโรเตอร์ได้ดังนี้

$$\delta = (\omega_B/s) * \omega \quad (4.15)$$

ดังนั้น

$$\dot{\delta} = \omega_B * \omega \quad (4.16)$$

จะได้สมการสถานะของมุมโรเตอร์ตามสมการที่ (4.16) ω_B คือ ความเร็วเชิงมุมฐานของโรเตอร์

$$\omega_B = 2\pi * \text{ความถี่ของระบบไฟฟ้า} \quad (4.17)$$

4.4 สมการสถานะของแหล่งจ่ายแรงดันของวงจรสมมูลในแนวแกนตั้งฉากของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

4.4.1 แบบจำลองชนิดที่ 2 และ 4

จากรูปที่ 3.6 ซึ่งเป็นบล็อกไดอะแกรม แสดงความสัมพันธ์ในแนวแกนตรงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 2 และ 4 จะได้

$$I_{FD} = I_d (x_d - x'_d) + E'_q (1 + F_S) \quad (4.18)$$

$$E'_q = (E_{FD} - I_{FD}) / sT'_{d0} \quad (4.19)$$

แทนค่า (4.18) ใน (4.19)

$$E'_q (sT'_{d0} + 1 + F_S) = E_{FD} - I_d (x_d - x'_d) \quad (4.20)$$

$$T'_{d0} \dot{E}'_q + E'_q + F_S E'_q = E_{FD} - I_d (x_d - x'_d) \quad (4.21)$$

$$\dot{E}'_q = ((1 + F_S) E'_q + E_{FD} - I_d (x_d - x'_d)) / T'_{d0} \quad (4.22)$$

จากตารางที่ 3.3 จะได้

$$x_d - x'_d = C_{3D} \quad (4.23)$$

ในที่นี้จะละเลยผลของการอิ่มตัวของสนามแม่เหล็ก เพราะพิจารณาว่าค่ารีแอกแตนซ์และค่าคงตัวทางเวลาทั้งแบบธรรมดา แบบทรานเซียนต์และแบบซับทรานเซียนต์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ได้อาจมีการปรับผลของการอิ่มตัวที่สภาวะการทำงานนั้นๆมาแล้ว^[1] ดังนั้นจะได้ $F_S = 0$ และแทน (4.23) ใน (4.22) จะได้ สมการสถานะดังนี้

$$\dot{E}'_q = (E'_q + E_{FD} - C_{3D} I_d) / T'_{d0} \quad (4.24)$$

4.4.2 แบบจำลองชนิดที่ 3 และ 5

จากรูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ในแนวแกนตรง ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 3 และ 5 จะได้

$$E''_q = \lambda_{SD} C_{7D} + \lambda_{FD} C_{6D} \quad (4.25)$$

$$\lambda_{FD} = (E_{FD} - I_{FD}) / sT_{FD0} \quad (4.26)$$

$$I_{FD} = C_{3D} I_d + \lambda_{FD} C_{1D} - \lambda_{SD} C_{2D} \quad (4.27)$$

แทน (4.27) ใน (4.26)

$$\lambda_{FD} = (E_{FD} - C_{3D} I_d - \lambda_{FD} C_{1D} + \lambda_{SD} C_{2D}) / sT_{FD0} \quad (4.28)$$

$$\lambda_{SD} = -I_{SD} / sT_{SD0} \quad (4.29)$$

$$-I_{SD} = -C_{5D} I_d - \lambda_{SD} C_{1D} + \lambda_{FD} C_{4D} \quad (4.30)$$

แทน (4.30) ใน (4.29)

$$\lambda_{SD} = (-C_{5D} I_d - \lambda_{SD} C_{1D} + \lambda_{FD} C_{4D}) / sT_{SD0} \quad (4.31)$$

$$\dot{\lambda}_{SD} = (-C_{5D} I_d - \lambda_{SD} C_{1D} + \lambda_{FD} C_{4D}) / T_{SD0} \quad (4.32)$$

แทน (4.28) ใน (4.25)

$$E''_q = \lambda_{SD} C_{7D} + (C_{6D} E_{FD} - C_{3D} C_{6D} I_d - C_{1D} C_{6D} \lambda_{FD} + C_{2D} C_{6D} \lambda_{SD}) / sT_{FD0} \quad (4.33)$$



$$\dot{E}_q'' = C_{7D} \dot{\lambda}_{SD} + (C_{6D} E_{FD} - C_{3D} C_{6D} I_d - C_{1D} C_{6D} \lambda_{FD} + C_{2D} C_{6D} \lambda_{SD}) / T_{FD0} \quad (4.34)$$

แทน (4.32) ใน (4.34)

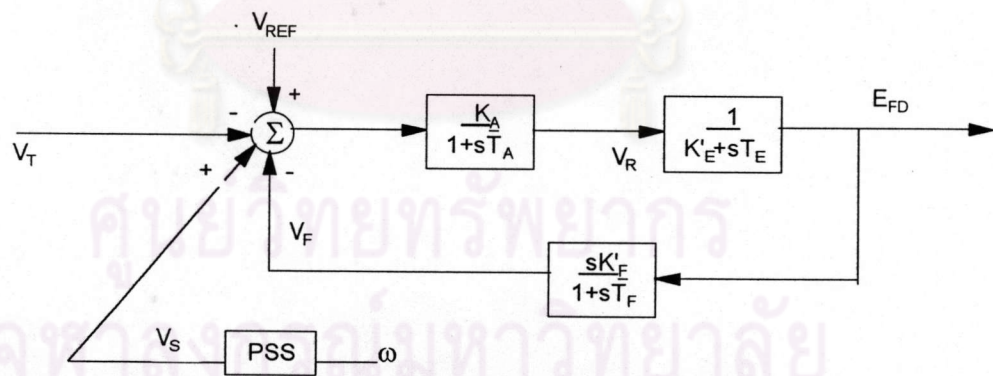
$$\dot{E}_q'' = C_{7D} (-C_{5D} I_d - C_{1D} \lambda_{SD} + C_{4D} \lambda_{FD}) / T_{SD0} + (C_{6D} E_{FD} - C_{3D} C_{6D} I_d - C_{1D} C_{6D} \lambda_{FD} + C_{2D} C_{6D} \lambda_{SD}) / T_{FD0} \quad (4.35)$$

$$\dot{E}_q'' = (C_{6D} / T_{FD0}) E_{FD} + (-C_{5D} C_{7D} / T_{SD0} - C_{3D} C_{6D} / T_{FD0}) I_d + (C_{4D} C_{7D} / T_{SD0} - C_{1D} C_{6D} / T_{FD0}) \lambda_{FD} + (-C_{1D} C_{7D} / T_{SD0} + C_{2D} C_{6D} / T_{FD0}) \lambda_{SD} \quad (4.36)$$

จะได้สมการสถานะตาม (4.36)

4.5 สมการสถานะของระบบเอกไอเซชัน

จากรูปที่ 3.13 แบบจำลองทั่วไปของระบบเอกไอเซชัน และตารางที่ 3.6 ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของระบบเอกไอเซชันชนิดต่าง ๆ โดยจะละเลยผลของค่า T_B , T_C และผลของการอิ่มตัวเพราะปกติจะมีค่าน้อยมาก^[14,17] ดังนั้นจึงสามารถจัดแบบจำลองได้ใหม่ ตามรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แบบจำลองเชิงเส้นทั่วไปของระบบเอกไอเซชันที่จัดใหม่

ซึ่งสามารถนำมาหาสมการสถานะได้ดังนี้

$$V_R = (V_S - V_t - V_F + V_{REF}) K_A / (1 + sT_A) \quad (4.37)$$

$$V_R + T_A \dot{V}_R = K_A (V_S - V_t - V_F + V_{REF}) \quad (4.38)$$

$$\dot{V}_R = (K_A/T_A) V_S - (1/T_A) V_R - (K_A/T_A) V_t - (K_A/T_A) V_F + (K_A/T_A) V_{REF} \quad (4.39)$$

$$E_{FD} = V_R / (K'_E + sT_E) \quad (4.40)$$

$$K'_E E_{FD} + T_E \dot{E}_{FD} = V_R \quad (4.41)$$

$$\dot{E}_{FD} = (1/T_E) V_R - (K'_E/T_E) E_{FD} \quad (4.42)$$

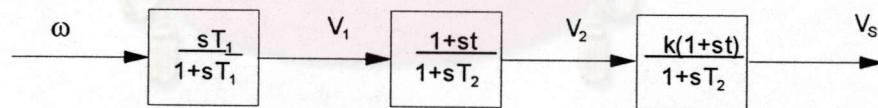
จะได้สมการสถานะตาม (4.39) และ (4.42) ถ้าแทนค่าจากตารางที่ 3.6 ก็จะได้สมการสถานะของระบบแอกไซเตชันชนิดต่าง ๆ จะมีในกรณีพิเศษ คือ ระบบแอกไซเตชันชนิดที่ 6 ที่ค่า $T_E = 0$ และ $K'_E = 1$ ดังนั้น จะทำให้ได้

$$E_{FD} = V_R \quad (4.43)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \dot{E}_{FD} = \dot{V}_R \quad (4.44)$$

4.6 สมการสถานะของอุปกรณ์สแตบิไลเซอร์

จากแบบจำลองของอุปกรณ์สแตบิไลเซอร์ตามรูปที่ 3.10 จะสามารถจัดรูปได้ใหม่เป็นตามรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 แบบจำลองของอุปกรณ์สแตบิไลเซอร์ที่จัดรูปใหม่

จากรูปที่ 4.2 จะสามารถนำมาหาสมการสถานะได้ดังนี้

$$V_1 = \omega sT_1 / (1 + sT_1) \quad (4.45)$$

$$V_1 + T_1 \dot{V}_1 = T_1 \dot{\omega} \quad (4.46)$$

$$\dot{V}_1 = \dot{\omega} - (1/T_1) V_1 \quad (4.47)$$

$$V_2 = ((1 + st) / (1 + sT_2)) V_1 \quad (4.48)$$

$$V_2 + T_2 \dot{V}_2 = V_1 + t \dot{V}_1 \quad (4.49)$$

$$\dot{V}_2 = (t/T_2) \dot{V}_1 + (1/T_2) V_1 - (1/T_2) V_2 \quad (4.50)$$

$$V_S = (k(1 + st) / (1 + sT_2)) V_2 \quad (4.51)$$

$$V_s + T_2 \dot{V}_s = kV_2 + kt \dot{V}_2 \quad (4.52)$$

$$T_2 \dot{V}_s = kt \dot{V}_2 + kV_2 - V_s \quad (4.53)$$

$$\dot{V}_s = (kt/T_2) \dot{V}_2 + (k/T_2) V_2 - (1/T_2) V_s \quad (4.54)$$

จะได้สมการสถานะตามสมการ (4.47), (4.50) และ (4.54) โดยที่ค่า k และ t เป็นค่าตัวแปรของอุปกรณ์สแตติไลเซอร์ที่สามารถปรับค่าได้ตามความเหมาะสม ซึ่งจะต้องทำการคำนวณค่าที่เหมาะสมออกมา เพื่อให้ได้จุดทำงานตามที่ต้องการ ส่วน T_1 และ T_2 เป็นค่าคงตัวทางเวลาของอุปกรณ์สแตติไลเซอร์ ที่ถูกกำหนดหรือปรับค่าไว้แล้ว

4.7 การหา เมตริกซ์ A และ เมตริกซ์ B

จากหัวข้อ 4.2 ถึง 4.6 เราจะได้สมการสถานะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ซึ่งสามารถนำมาเขียนเรียบเรียงใหม่โดยการตัดตัวแปรที่ไม่ได้เลือกให้เป็นตัวแปรสถานะออกไป และจะใส่เครื่องหมาย i ไว้ที่ตัวแปรแต่ละตัว ซึ่งจะหมายถึงว่าเป็นตัวแปรของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i ในกรณีที่ศึกษาถึงระบบที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลายเครื่อง

$$\dot{\omega}_i = (-D_i/2H_i) \omega_i - (I_{q0i}/2H_i) E'_{qi} - (E'_{d0i}/2H_i) I_{di} - (E'_{q0i}/2H_i) I_{qi} \quad (4.55.ก)$$

$$\dot{\omega}_i = (-D_i/2H_i) \omega_i - (I_{q0i}/2H_i) E''_{qi} - (E''_{d0i}/2H_i) I_{di} - (E''_{q0i}/2H_i) I_{qi} \quad (4.55.ข)$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_B \omega_i \quad (4.56)$$

$$\dot{E}'_{qi} = (1/T'_{d0i}) E'_{qi} + (1/T'_{d0i}) E_{FDi} - (C_{3D}/T'_{d0i}) I_{di} \quad (4.57.ก)$$

$$\dot{E}''_{qi} = (C_{6Di}/T_{FD0i}) E_{FDi} + (-C_{5Di} C_{7Di}/T_{SD0i} - C_{3Di} C_{6Di}/T_{FD0i}) I_{di} \quad (4.57.ข)$$

$$\dot{V}_{Ri} = -(1/T_{Ai}) V_{Ri} + (K_{Ai}/T_{Ai}) V_{Si} - (K_{Ai}/T_{Ai}) V_{ti} + (K_{Ai}/T_{Ai}) V_{REF} \quad (4.58)$$

$$\dot{E}_{FDi} = (1/T_{Ei}) V_{Ri} - (K'_{Ei}/T_{Ei}) E_{FDi} \quad (4.59)$$

$$\dot{V}_{li} = \dot{\omega}_i - (1/T_{li}) V_{li} \quad (4.60)$$

$$\dot{V}_{2i} = (t_i/T_{2i}) \dot{V}_{li} + (1/T_{2i}) V_{li} - (1/T_{2i}) V_{2i} \quad (4.61)$$

$$\dot{V}_{Si} = (kt_i/T_{2i}) \dot{V}_{2i} + (k_i/T_{2i}) V_{2i} - (1/T_{2i}) V_{Si} \quad (4.62)$$

จะเห็นได้ว่ามีตัวแปร I_{di} , I_{qi} และ V_{ti} ซึ่งเป็นตัวแปรที่มีความสัมพันธ์ระหว่างระบบไฟฟ้ากำลังกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง และมีความสัมพันธ์ระหว่างเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องในระบบด้วย จึงต้องทำการหาสมการความสัมพันธ์ของ I_{di} , I_{qi} และ V_{ti} กับตัวแปร

สถานะออกมา เพื่อที่จะได้นำไปแทนที่ในสมการ (4.55.ก) ถึง (4.58) เพื่อจัดตัวแปรที่ไม่ใช่ตัวแปรสถานะออกไป ส่วนสมการสถานะตามสมการ (4.60) ถึง (4.62) จะสามารถคำนวณได้ หลังจากที่ได้หา $\dot{\omega}_i$, \dot{V}_{li} และ \dot{V}_{2i} แล้วตามลำดับ ส่วนตัวแปร V_{REF} เป็นสัญญาณอินพุตที่ป้อนให้กับระบบเท่านั้น สมการที่จะแสดงต่อไปนี้อยู่ถ้าสัญลักษณ์แสดงด้วยตัวหนา จะหมายถึงว่าเป็นเมตริกซ์ของตัวแปรนั้น ส่วนสัญลักษณ์ใดที่แสดงด้วยตัวอักษรธรรมดา แสดงว่าเป็นตัวแปรธรรมดาที่เป็นสเกลาร์

จาก

$$V_{ti}^2 = E_{di}^2 + E_{qi}^2 \quad (4.63)$$

ทำให้เป็นสมการเชิงเส้นจะได้^[17]

$$V_{ti} = (E_{d0i}/V_{t0i}) E_{di} + (E_{q0i}/V_{t0i}) E_{qi} \quad (4.64)$$

จัดในรูปเมตริกซ์จะได้

$$V_{ti} = [E_{d0i}/V_{t0i} \quad E_{q0i}/V_{t0i}] [E_{di} \quad E_{qi}]^T \quad (4.65)$$

$$V_{ti} = [E_{d0i}/V_{t0i} \quad E_{q0i}/V_{t0i}] E_{mi} \quad (4.66)$$

และจากแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละแบบ จะสามารถหาความสัมพันธ์ของ E_d และ E_q ได้ดังนี้^[1]

แบบที่ 2

$$E_d = -R_A I_d + X_q I_q \quad (4.67)$$

$$E_q = -X'_d I_d - R_A I_q + E'_q \quad (4.68)$$

แบบที่ 3 และ 5

$$E_d = -R_A I_d + X''_q I_q + E''_d \quad (4.69)$$

$$E_q = -X''_d I_d - R_A I_q + E''_q \quad (4.70)$$

แบบที่ 4

$$E_d = -R_A I_d + X'_q I_q + E'_d \quad (4.71)$$

$$E_q = -X'_d I_d - R_A I_q + E'_q \quad (4.72)$$

โดยสามารถจัดให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ดังนี้

$$E_{M_i} = rx I_{M_i} + E'_{M_i} \quad (4.73)$$

โดย

$$E_{M_i} = [E_{d_i} \quad E_{q_i}]^T \quad (4.74)$$

$$I_{M_i} = [I_{d_i} \quad I_{q_i}]^T \quad (4.75)$$

และ rx , E'_{M_i} มีค่าตามแสดงในตารางที่ 4.1

| แบบจำลองชนิดที่ | 2 | 3 และ 5 | 4 |
|-------------------|---------|----------|---------|
| $rx (1, 1)$ | $-R_A$ | $-R_A$ | $-R_A$ |
| $rx (1, 2)$ | x_q | x''_q | x'_q |
| $rx (2, 1)$ | $-x'_d$ | $-x''_d$ | $-x'_d$ |
| $rx (2, 2)$ | $-R_a$ | $-R_A$ | $-R_A$ |
| $E'_{M_i} (1, 1)$ | 0 | E''_d | E'_d |
| $E'_{M_i} (2, 1)$ | E'_q | E''_q | E'_q |

ตารางที่ 4.1 ค่าของ rx และ E'_{M_i}

แทน (4.73) ใน (4.66)

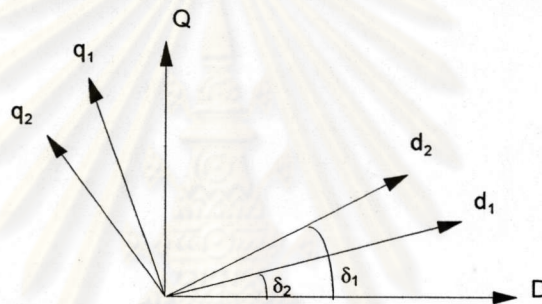
$$V_{t_i} = [E_{d_{0i}}/V_{t_{0i}} \quad E_{q_{0i}}/V_{t_{0i}}] rx I_{M_i} + [E_{d_{0i}}/V_{t_{0i}} \quad E_{q_{0i}}/V_{t_{0i}}] E'_{M_i} \quad (4.76)$$

แทน (4.76) ใน (4.58) และละเลยตัวแปรที่ไม่ใช่ตัวแปรสถานะ จะได้

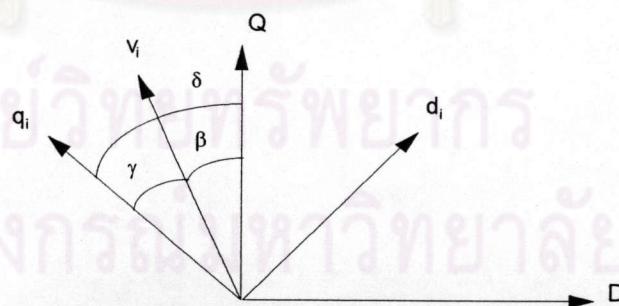
$$\begin{aligned} \dot{V}_{R_i} = & -(K_{A_i} E_{q_{0i}}/V_{t_{0i}} T_{A_i}) E'_{q_i} - (1/T_{A_i}) V_{R_i} + (K_{A_i}/T_{A_i}) V_{S_i} \\ & - (K_{A_i}/T_{A_i}) [E_{d_{0i}}/V_{t_{0i}} \quad E_{q_{0i}}/V_{t_{0i}}] rx I_{M_i} + (K_{A_i}/T_{A_i}) V_{REF} \end{aligned} \quad (4.77)$$

ทำให้สมการสถานะ (4.55.ก) (4.55.ข) (4.56) (4.57.ก) (4.57.ข) (4.59) และ (4.77) มีตัวแปร I_{d_i} และ I_{q_i} เท่านั้นที่ไม่ใช่ตัวแปรสถานะ จึงจะทำการหาความสัมพันธ์ของ I_{d_i} และ I_{q_i} กับตัวแปรสถานะ ซึ่งจะได้มาจากสมการโนด (node equation) ของระบบไฟฟ้ากำลังที่ทำให้เป็นเชิงเส้น

เนื่องจากค่ากระแสและแรงดันของสมการสถานะเป็นการคำนวณเทียบกับแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง จึงต้องทำการปรับค่ากระแสและแรงดันให้เทียบกับแกนอ้างอิงของทั้งระบบ โดยให้ค่าตัวแปรใด ๆ ที่กำกับด้วย M จะเป็นตัวแปรที่เทียบกับแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง และค่าตัวแปรที่กำกับด้วย N จะเป็นตัวแปรที่เทียบกับแกนอ้างอิงของทั้งระบบ ในสถานะอยู่ตัวแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกเครื่อง และแกนอ้างอิงของทั้งระบบจะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมเท่ากัน ดังนั้น จะได้ค่า δ_i ซึ่งเป็นมุมระหว่างแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้างับแกนอ้างอิงของทั้งระบบหรือมุมของโรเตอร์ ตามรูปที่ 4.3 โดยให้แกน DQ เป็นแกนอ้างอิงของระบบ และแกน dq_i เป็นแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าใด ๆ^[16,17]



รูปที่ 4.3 มุมระหว่างแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้างับแกนอ้างอิงของระบบจากสมการโนด



รูปที่ 4.4 มุมระหว่างแกนอ้างอิงของระบบกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและแรงดันชั่ว

จากรูปที่ 4.4 ซึ่งแสดงมุมระหว่างแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (dq) กับแกนอ้างอิงของระบบ (DQ) กับแรงดันชั่วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าใด ๆ จะได้ว่า

$$\delta = \gamma + \beta \quad (4.78)$$

โดยที่ γ คือ torque angle ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะได้^[1]

$$\tan \gamma = (PX_{qi} - Q R_{Ai}) / (V_i^2 + QX_{qi} + PR_{Ai}) \quad (4.79)$$

P คือ กำลังไฟฟ้าจริงของโหลด (วัตต์)

Q คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟของโหลด (วาร์)

V คือ แรงดันของระบบส่ง (โวลต์)

β คือ เฟสของแรงดันขั้วเทียบกับโนดอ้างอิง

และจาก^[16,17]

$$I_N = Y_N E_N \quad (4.80)$$

โดย Y_N คือ เมตริกซ์ของ Y_{bus} ที่ลดรูปให้เหลือแต่บัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเชื่อมโยงอยู่ตามสมการ (4.81)^[17]

$$Y_N = (Y_{nn} - Y_{nr} Y_{rr}^{-1} Y_{rn}) \quad (4.81)$$

โดยที่ n คือ จำนวนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบ และ r คือจำนวน โหนดที่เหลือและ

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{nr} \\ Y_{rn} & Y_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

และจากการปรับค่าจากแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องไปเป็นแกนอ้างอิงของระบบจะได้^[16,17]

$$E_N = T E_M \quad (4.83)$$

$$E_N = [E_{D1} E_{Q1} \dots E_{DN} E_{QN}]^T \quad (4.84)$$

$$E_N = [E_{d1} E_{q1} \dots E_{dn} E_{qn}]^T \quad (4.85)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \delta_{01} & -\sin \delta_{01} & & & & 0 \\ \sin \delta_{01} & \cos \delta_{01} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ 0 & & & & \cos \delta_{0n} & -\sin \delta_{0n} \\ & & & & \sin \delta_{0n} & \cos \delta_{0n} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

สมการ (4.95) เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับแรงดันที่ขั้วและมุมโรเตอร์ โดยคิดที่แกนของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ดังนั้นถ้าทำสมการ (4.73), (4.74) และ (4.75) ให้เป็นสมการสำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า n เครื่องจะได้

$$E_M = R_x I_M + E'_M \quad (4.96)$$

โดย

$$R_x = \begin{bmatrix} r_{x_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & r_{x_n} \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

แทน (4.97) ใน (4.96) และแทนลงใน (4.95) จะได้

$$I_M = Y_M R_x I_M + Y_M E'_M + K \delta \quad (4.98)$$

$$(I - Y_M R_x) I_M = Y_M E'_M + K \delta \quad (4.99)$$

$$I_M = (I - Y_M R_x)^{-1} Y_M E'_M + (I - Y_M R_x)^{-1} K \delta \quad (4.100)$$

$$I_M = C \delta + D E'_M \quad (4.101)$$

ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับแรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและมุมของโรเตอร์ คิดเทียบกับแกนอ้างอิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งเป็นตัวแปรสถานะด้วย ดังนั้นจะสามารถปรับสมการสถานะ (4.55.ก) (4.55.ข) (4.56) (4.57.ก) (4.57.ข) (4.59) และ (4.77) ให้มีแต่ตัวแปรสถานะได้โดยการแทนสมการ (4.101) เข้าไป จากสมการสถานะที่ได้จะสามารถนำมาจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเป็น

$$\dot{X} = a X + b I_M + B U \quad (4.102)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & & & & \\ & & \dots & & & & & \\ & & & \dots & & & & \\ & & & & \dots & & & \\ & & & & & \dots & & \\ & & & & & & a_{77} & a_{78} \\ & & & & & & a_{87} & a_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_{81} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_{M(2n \times 1)} + \mathbf{B}_{(8n \times n)} \mathbf{U}_{(n \times 1)} \tag{4.103}$$

$$X_1 = [\omega_1 \dots \omega_n]^T \tag{4.104}$$

$$X_2 = [\delta_1 \dots \delta_n]^T \tag{4.105}$$

$$X_3 = [E'_{q1} \dots E'_{qn}]^T \tag{4.106}$$

$$X_4 = [E_{FD1} \dots V_{FDn}]^T \tag{4.107}$$

$$X_5 = [V_{R1} \dots V_{Rn}]^T \tag{4.108}$$

$$X_6 = [V_{11} \dots V_{1n}]^T \tag{4.109}$$

$$X_7 = [V_{21} \dots V_{2n}]^T \tag{4.110}$$

$$X_8 = [V_{S1} \dots V_{sn}]^T \tag{4.111}$$

$a_{11} - a_{88}$ เป็นเมตริกซ์ย่อยของเมตริกซ์ a มีขนาด $(n \times n)$

$b_1 - b_8$ เป็นเมตริกซ์ย่อยของเมตริกซ์ b มีขนาด $(n \times 2n)$

ให้ $a_{i1} - a_{i8}$ เป็นคอลัมน์เมตริกซ์ของ เมตริกซ์ a มีขนาด $(8n \times n)$ โดย

$$\text{โดย } a = [a_{i1} \ a_{i2} \ a_{i3} \ a_{i4} \ a_{i5} \ a_{i6} \ a_{i7} \ a_{i8}] \tag{4.112}$$

$$a_{i1} = [a_{11} \dots a_{81}]^T, \ a_{i2} = [a_{12} \dots a_{82}]^T, \ a_{i3} = [a_{13} \dots a_{83}]^T,$$

$$a_{i4} = [a_{14} \dots a_{84}]^T, \ a_{i5} = [a_{15} \dots a_{85}]^T, \ a_{i6} = [a_{16} \dots a_{86}]^T$$

$$a_{i7} = [a_{17} \dots a_{87}]^T, \ a_{i8} = [a_{18} \dots a_{88}]^T \tag{4.113}$$

จะเขียนสมการ (4.102) ได้ในรูป

$$\dot{X} = [a_{i1} \ a_{i2} \ a_{i3} \ a_{i4} \ a_{i5} \ a_{i6} \ a_{i7} \ a_{i8}] X + b \mathbf{I}_M + \mathbf{B} \mathbf{U} \tag{4.114}$$

แทน (4.101) ใน (4.114)

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [a_{i1} \ a_{i2} \ a_{i3} \ a_{i4} \ a_{i5} \ a_{i6} \ a_{i7} \ a_{i8}] X + b C \delta \\ &\quad + b D E'_m + B U \end{aligned} \quad (4.115)$$

จะได้

$$\dot{X} = [a_{i1} \ a_{i2}+bC \ a_{i3}+bD \ a_{i4} \ a_{i5} \ a_{i6} \ a_{i7} \ a_{i8}] X + BU \quad (4.116)$$

$$\dot{X} = A X + B U \quad (4.117)$$

โดย

$$A = [a_{i1} \ a_{i2}+bC \ a_{i3}+bD \ a_{i4} \ a_{i5} \ a_{i6} \ a_{i7} \ a_{i8}] \quad (4.118)$$

$$a_{11} = \begin{bmatrix} -D_1 / 2H_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -D_n / 2H_n \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = \begin{bmatrix} \omega_{B1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_{Bn} \end{bmatrix}$$

$$a_{31}, a_{41}, a_{51} = [0]$$

$$a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{42}, a_{52} = [0]$$

$$a_{13} = \begin{bmatrix} -I_{q01} / 2H_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -I_{q0n} / 2H_n \end{bmatrix}$$

$$a_{23}, a_{43} = [0]$$

$$a_{33} = \begin{bmatrix} x_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_n \end{bmatrix}$$

โดยถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 2 และ 4, $x = -1/T'_{d0}$

ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 3 และ 5, $x = 0$

$$\mathbf{a}_{53} = \begin{bmatrix} -K_{A1} E_{q01} / T_{A1} V_{t01} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & -K_{An} E_{q0n} / T_{An} V_{t0n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{14}, \mathbf{a}_{24}, \mathbf{a}_{54} = [0]$$

$$\mathbf{a}_{34} = \begin{bmatrix} Y_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & Y_n \end{bmatrix}$$

โดยที่ ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 2 และ 4 , $y = 1/T'_{d0}$

ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 3 และ 5 , $y = C_{6D}/T_{FD0}$

$$\mathbf{a}_{44} = \begin{bmatrix} -K'_{E1} / T_{E1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & -K'_{En} / T_{En} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{15}, \mathbf{a}_{25}, \mathbf{a}_{35} = [0]$$

$$\mathbf{a}_{45} = \begin{bmatrix} 1/T_{E1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & 1/T_{En} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{55} = \begin{bmatrix} -1/T_{A1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & -1/T_{An} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{16}, \mathbf{a}_{26}, \mathbf{a}_{36}, \mathbf{a}_{46}, \mathbf{a}_{56} = [0]$$

$$\mathbf{a}_{17}, \mathbf{a}_{27}, \mathbf{a}_{37}, \mathbf{a}_{47}, \mathbf{a}_{57} = [0]$$

$$\mathbf{a}_{18}, \mathbf{a}_{28}, \mathbf{a}_{38}, \mathbf{a}_{48} = [0]$$

$$\mathbf{a}_{58} = \begin{bmatrix} K_{A1} / T_{A1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & K_{An} / T_{An} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{a}_{61} - \mathbf{a}_{88}$ จะหาได้ตามสมการสถานะ (4.60) (4.61) และ (4.62)

$\mathbf{a}_{61} - \mathbf{a}_{65} = \mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{15}$ ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{66} &= \begin{bmatrix} 1/T_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/T_{1n} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{a}_{67}, \mathbf{a}_{68} &= [0] \\
 \mathbf{a}_{71} - \mathbf{a}_{75} &= (\mathbf{a}_{66} + \mathbf{a}_{65}) \begin{bmatrix} t_1/T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & t_n/T_{2n} \end{bmatrix} \text{ตามลำดับ} \\
 \mathbf{a}_{76} &= \mathbf{a}_{66} \begin{bmatrix} t_1/T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & t_n/T_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/T_{2n} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{a}_{77} &= \begin{bmatrix} -1/T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1/T_{2n} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{a}_{78} &= [0] \\
 \mathbf{a}_{81} - \mathbf{a}_{86} &= (\mathbf{a}_{71} - \mathbf{a}_{77}) \begin{bmatrix} k_1 t_1 / T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_n t_n / T_{2n} \end{bmatrix} \text{ตามลำดับ} \\
 \mathbf{a}_{87} &= \mathbf{a}_{77} \begin{bmatrix} k_1 t_1 / T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_n t_n / T_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 / T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_n / T_{2n} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{a}_{88} &= \begin{bmatrix} -1/T_{21} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1/T_{2n} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

และตามสมการ (4.44) ในกรณีที่มีแบบจำลองของระบบเอกไซเตรชันเป็นชนิดที่ 6 สมการสถานะ (4.59) จะเป็น

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_{FDi} &= - (K_{Ai} E_{q0i} / V_{t0i} T_{Ai}) E'_{qi} - (1/T_{Ai}) E_{FD} + (K_{Ai} / T_{Ai}) V_{si} - (K_{Ai} / T_{Ai}) \\
 &\quad [E_{d0i} / V_{t0i} E_{q0i} / V_{t0i}] \mathbf{r}_x \mathbf{I}_{Mi} + (K_{Ai} / T_{Ai}) V_{REF} \quad (4.119)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะต้องปรับ $\mathbf{a}_{41} - \mathbf{a}_{48}$ ให้ถูกต้องตามสมการ (4.119)



และเมตริกซ์ b จะมีค่าดังนี้

$$b_1 = \begin{bmatrix} -E'_{d01}/2H_1 & -E'_{q01}/2H_1 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & -E'_{d0n}/2H_n & -E'_{q0n}/2H_n \end{bmatrix}$$

$$b_2, b_4, b_6, b_7, b_8 = [0]$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & z_n & 0 \end{bmatrix}$$

โดยถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 2 และ 4, $z = -C_{3D}/T'_{d0}$

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชนิดที่ 3 และ 5, $z = -(C_{5D}C_{7D}/T_{SD0}) - (C_{3D}C_{6D}/T_{FD0})$

$$b_5 = \begin{bmatrix} -K_{A1}E_{d01}/T_{A1}V_{t01} & -K_{A1}E_{q01}/T_{A1}V_{t01} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & -K_{An}E_{d0n}/T_{An}V_{t0n} & -K_{An}E_{q0n}/T_{An}V_{t0n} \end{bmatrix} [R_x]$$

และเมตริกซ์ B เป็นดังนี้

$$B = \begin{bmatrix} 0_{(3n \times n)} \\ \hline W_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & W_n & \\ \hline K_{A1}/T_{A1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & K_{An}/T_{An} & \\ \hline 0_{(3n \times n)} \end{bmatrix}$$

โดยที่ถ้าแบบจำลองของระบบเอกไซเตชันเป็นชนิดที่ 6, $W = K_{Ai}/T_{Ai}$

ถ้าแบบจำลองของระบบเอกไซเตชันเป็นชนิดที่ 1,2,3, $W = 0$