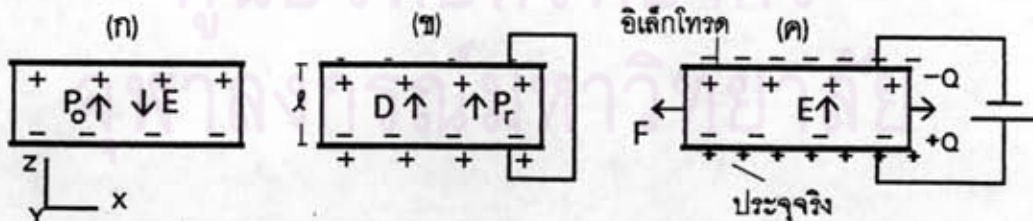


ทฤษฎีเพียสโซอิเล็กทริก

ปรากฏการณ์เพียสโซอิเล็กทริก (piezoelectric phenomena) คือ ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เมื่อมีความเค้นกระทำกับสารที่มีไดโพลทางไฟฟ้าถาวร แล้วสารนี้จะให้สัญญาณทางไฟฟ้าออกมา และในทางกลับกัน เมื่อให้ความต่างศักย์กับสารนี้ จะทำให้สารนี้เกิดความเครียดเหมือนกับมีแรงมากระทำ เราเรียกสารซึ่งมีสมบัติเช่นนี้ว่า " สารเพียสโซอิเล็กทริก " ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีสำหรับ สารเพียสโซอิเล็กทริก ดังมีรายละเอียดที่จะกล่าวในหัวข้อต่อไป

2.1 สภาพเพียสโซอิเล็กทริกและการวัด

พิจารณาแผ่นสารเพียสโซอิเล็กทริกซึ่งเมื่อปราศจากความเค้น (stress) จะมีโพลาไรเซชันหรือไดโพลต่อปริมาตร $P = P_0$ ที่อุณหภูมิคงที่ T_0 โดย P_0 มีทิศในแนว +z ซึ่งตั้งฉากกับระนาบของแผ่น และมีขนาดคงที่ทั่วทั้งแผ่น จากทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของแม็กเวลล์ [Reitz and Milford, 1960] สนามไฟฟ้านี้อาจหาได้ โดยคิดว่าระหว่างแผ่นเพียสโซอิเล็กทริกเป็นสุญญากาศ และมีประจุไฟฟ้าต่อพื้นที่ ที่ผิวบนและล่างเท่ากับ $\vec{P} \cdot \hat{z}$



รูป 2.1

- (ก) แสดงประจุโพลาไรเซชันที่ผิวบนและล่างของแผ่นเพียสโซอิเล็กทริก
- (ข) แสดงแผ่นเพียสโซอิเล็กทริกที่อิเล็กโทรดทั้งสองถูกลัดวงจร ทำให้มีประจุจริงที่ผิวบนและล่าง และมีโพลาไรเซชัน P_r
- (ค) แสดงแผ่นเพียสโซอิเล็กทริกซึ่งมีโพลาไรเซชัน P เนื่องจาก สนาม E และความเค้น X ซึ่งเท่ากับแรง F ต่อพื้นที่ที่แรงกระทำ

จากรูป (2.1 ก.) ประจุด้านบนจะเป็นประจุบวก และประจุด้านล่างจะเป็นประจุลบ ประจุนี้เรียกว่า " ประจุโพลาริเซชัน " เป็นประจุเสมือน จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้น จะมีทิศลงและมีขนาด $E = P_0 / \epsilon_0$ ถ้าฉาบฟิล์มโลหะที่ผิวบนและล่างของแผ่นเพียสโซอิเล็กทริก จากนั้นต่อลวดตัวนำเข้ากับอิเล็กโทรดทั้งสอง ดังรูป (2.1 ข.) ซึ่งจะทำให้ศักย์ไฟฟ้าของอิเล็กโทรดทั้งสอง เท่ากัน ทำให้ $E = 0$ นั่นคือ จะต้องมีการเคลื่อนที่ของอิเล็กโทรดแผ่นล่างขึ้นไปอยู่ที่แผ่นบน เกิดประจุจริง $\pm Q$ ที่แผ่นทั้งสอง เพื่อหักล้างประจุโพลาริเซชัน เนื่องจาก E เปลี่ยนไปจากรูปแรก โพลาริเซชันของแผ่นสารจะเปลี่ยนไปเล็กน้อย จาก P_0 เป็น P_r (residual polarization) ในสภาพนี้ การจัดทางไฟฟ้า $D = Q / A$ (เมื่อ A คือ พื้นที่ของอิเล็กโทรด) และมีทิศขึ้น

จากรูป (2.1 ค.) เมื่อต่อความต่างศักย์ V กับอิเล็กโทรดทั้งสอง และออกแรง F กระทำต่อแผ่นสาร จะได้ว่า $E = V / L$ และโพลาริเซชันเปลี่ยนไปเป็น P จากทฤษฎีพื้นฐานทางเพียสโซอิเล็กทริก [Mort and Pfister, 1982] พบว่า ที่อุณหภูมิมาตรฐาน T_0 จะหาโพลาริเซชันได้จากสมการ

$$P - P_r = \epsilon_0 \chi^X E + dX \quad (2.1)$$

หรือถ้าเขียนให้อยู่ในรูปของความเครียดจะได้

$$P - P_r = \epsilon_0 \chi^S E + e(S - S_r) \quad (2.2)$$

โดย P เป็นค่าโพลาริเซชันเมื่อมีสนามไฟฟ้า E และความเครียด S หรือความเค้น X

P_r เป็นค่าโพลาริเซชัน เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า และความเค้นจากภายนอกมากระทำ

χ^X คือสภาพรับไว้ได้ (susceptibility) ที่ความเครียดคงที่

χ^S คือสภาพรับไว้ได้ที่ความเค้นคงที่

ϵ_0 เป็นสภาพยอม (permittivity) ในตัวกลางสุญญากาศ

e เป็นค่าคงตัวความเค้นเพียสโซอิเล็กทริก

- d เป็นค่าคงตัวความเครียดเพียงโซอิเล็กทริก
 S_r ความเครียดเมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า และความดันจากภายนอกกระทำ

ในสมการ (2.1) อาจหาโพลาริเซชัน P จากสนามไฟฟ้า E และความดัน X ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ ส่วนสมการที่ (2.2) โพลาริเซชัน P จะอยู่ในเทอมของความเครียด S และสนามไฟฟ้า E จากทฤษฎีพื้นฐานทางไฟฟ้าจะได้ว่า

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (2.3)$$

โดยใช้สมการที่ (2.3) จะสามารถเขียนสมการ (2.1) ได้เป็น

$$\Delta D = \epsilon^X E + dX \quad (2.4)$$

โดย $D_r = P_r$, $\Delta D = D - D_r$ และความเครียดอาจเขียนในเทอมของความดันและสนามไฟฟ้างสมการ

$$\Delta S = dE + X/G^E \quad (2.5)$$

ในทำนองเดียวกันจากสมการ (2.2) อาจได้ว่า

$$\Delta D = e\Delta S + \epsilon^S E \quad (2.6)$$

และ $X = G^E \Delta S - eE \quad (2.7)$

- โดย ϵ^S คือสภาพยอมของสารที่ความเครียดคงที่ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $(\chi^S + 1)\epsilon_0$
 ϵ^X คือสภาพยอมของสารที่ความดันคงที่ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $(\chi^S + 1)\epsilon_0$
 G^E คือค่าคงตัวความแข็งตึง (stiffness constant)
 D คือค่าการขจัดทางไฟฟ้า (electrical displacement)

จากสมการ (2.5) และ (2.7) จะได้ว่า

$$d = e/G^E \quad (2.8)$$

ซึ่งจากสมการนี้ จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวความเค้นเพียสโซอิเล็กทริก e และค่าคงตัวความเครียดเพียสโซอิเล็กทริก d โดยมีค่าคงตัวความแข็งดึงมาสัมพันธ์ด้วย

ค่าคู่ควบไฟฟ้าเชิงกล (electromechanical coupling) ซึ่งบอกอัตราส่วนพลังงานไฟฟ้าและพลังงานกลที่สะสมอยู่ในสาร อาจเขียนได้เป็น

$$k = d(G^E/\epsilon^X)^{1/2} \quad (2.9)$$

โดยที่ค่า k ในสมการข้างบนนั้นจะบอกถึง ความสามารถที่สารนี้จะเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล ซึ่งค่า k ของ PVDF มีค่าเพียง 0.025 เท่านั้น

อย่างไรก็ตาม ปริมาณต่างๆ ในสมการที่ (2.4) ถึงสมการ (2.7) นั้น สามารถพิจารณาได้หลายทิศทาง โดยที่ ค่า E และ ΔD อยู่ในรูปของเทนเซอร์ (tensor) อันดับ 1 (ซึ่งก็เป็น ปริมาณเวกเตอร์นั่นเอง) ส่วนปริมาณต่างๆ ที่เหลือนั้น จะอยู่ในรูปของเทนเซอร์อันดับ 2 หรืออันดับ 3 ซึ่งสามารถลดรูปให้เป็นเทนเซอร์อันดับ 2 เขียนสมการที่ (2.4) ถึงสมการ (2.7) ได้ใหม่ดังนี้ [Cady, 1964]

$$\Delta D_m = \sum_{j=1}^6 e_{mj} \Delta S_j + \sum_{n=1}^3 \epsilon_{mn}^s E_n \quad (2.10)$$

$$X_i = \sum_{j=1}^6 G_{ij}^E \Delta S_j + \sum_{n=1}^3 e_{ni} E_n \quad (2.11)$$

$$\Delta D_m = \sum_{j=1}^6 d_{mj} X_j + \sum_{n=1}^3 \epsilon_{mn}^X E_n \quad (2.12)$$

$$\Delta S_i = \sum_{j=1}^6 X_j / G_{ij}^E + \sum_{n=1}^3 d_{ni} E_n \quad (2.13)$$

โดย $m, n = 1, 2, 3$ ซึ่ง 1, 2 และ 3 แทนแกน x, y และ z ตามลำดับ ส่วนค่า i และ j จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 6 โดยที่ 1 2 3 4 5 และ 6 เป็นสัญลักษณ์แทนแนว xx, yy, zz, yz, zx และ xy ตามลำดับ

ในงานวิจัยนี้ จะให้แรงกระทำกับแผ่นฟิล์ม PVDF ในแนว 1 (ซึ่งเป็นแนวเดียวกับแนวการยึดตัวของแผ่นฟิล์ม) ตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด ทำให้เกิดความเค้น X_1 ขึ้น เมื่อพิจารณาสมการ (2.10) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\Delta D_3 = \sum_{j=1}^6 d_{3j} X_j + \sum_{n=1}^3 \epsilon_{3n}^X E_n \quad (2.14)$$

ถ้าทำการวัดแบบวงจรเปิด (open circuit) โดยใช้อิเล็กโตรมิเตอร์วัดความต่างศักย์ระหว่างขั้วอิเล็กโทรด ดังนั้นจะได้ว่า $\Delta D_3 = 0$ เนื่องจากไม่มีการถ่ายเทประจุและเทอมแรกทางขวามือของสมการ (2.14) จะลดรูปเหลือเพียง $d_{31} X_1$ เพราะว่าเกิดความเค้น X_1 เท่านั้น ส่วน $X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = X_6 = 0$ ในทำนองเดียวกัน ถ้าเกิดสนามไฟฟ้าในแนว 3 เท่านั้น ส่วนสนามไฟฟ้าในแนว 1 และ 2 จะเท่ากับศูนย์ เทอมที่สองจะเหลือเพียง $\epsilon_{33}^X E_3$ ดังนั้นจึงเขียนสมการที่ (2.14) ได้ใหม่ดังนี้

$$0 = d_{31} X_1 + \epsilon_{33}^X E_3 \quad (2.15)$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า

$$E_3 = V_3 / l \quad (2.16)$$

โดยที่ V_3 คือความต่างศักย์ระหว่างขั้วอิเล็กโทรด
 l คือความหนาของแผ่นฟิล์ม PVDF

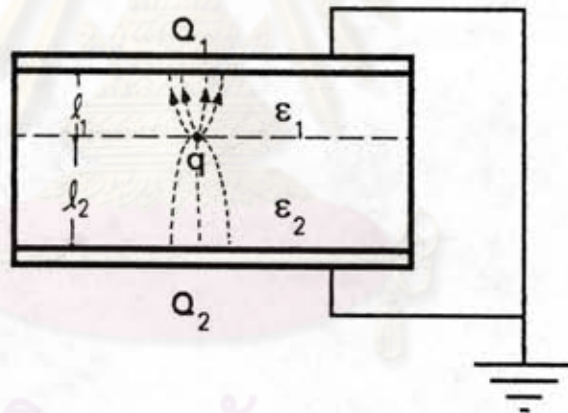
ดังนั้นจะสามารถหาค่า d_{31} ได้จาก

$$d_{31} = -\epsilon_{33}^x V_3 / (l X_1) \quad (2.17)$$

นั่นคือถ้าทราบค่า ϵ_{33}^x ซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะของแผ่นฟิล์ม PVDF ก็สามารถหาค่า d_{31} ได้ เนื่องจากค่า V_3 , l และ X_1 นั้น สามารถวัดออกมาได้ สำหรับรายละเอียดของการวัดและการคำนวณ จะได้กล่าวถึงต่อไปในบทเกี่ยวกับการทดลอง

2.2 สมการทั่วไปของสภาพเพียงโซอิเล็กทริกในพอลิเมอร์

พิจารณาแผ่นพอลิเมอร์ซึ่งมีประจุ q อยู่ภายใน และบนผิวบนและล่างเป็นขั้วอิเล็กโทรด ดังรูปที่ (2.2) ซึ่งถูกลัดวงจรลงกราวด์



รูป 2.2 แสดงแผ่นพอลิเมอร์ซึ่งมีประจุ q อยู่ภายใน

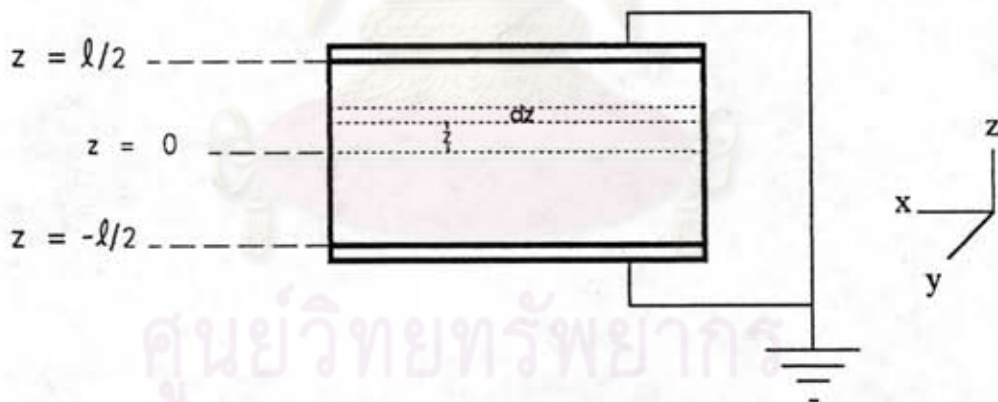
ในรูป (2.2) ถ้ามีประจุจริงอยู่ห่างจากผิวบนเป็นระยะทาง l_1 โดยพอลิเมอร์ส่วนนี้มีค่าสภาพยอมได้ทางไฟฟ้า (permittivity) ϵ_1 และประจุนี้อยู่ห่างจากผิวล่างเป็นระยะทาง l_2 ส่วนนี้มีค่าสภาพยอมได้ทางไฟฟ้า ϵ_2 ในกรณีนี้ สามารถคำนวณหาประจุเหนี่ยวนำ Q_1 และ Q_2 บนอิเล็กโทรด ได้ดังสมการ

$$Q_1 = -q / (1 + \epsilon_2 l_1 / \epsilon_1 l_2) \quad (2.18)$$

$$Q_2 = -q / (1 + \epsilon_1 l_2 / \epsilon_2 l_1) \quad (2.19)$$

เมื่อมีแรงกระทำต่อพอลิเมอร์นี้ จะทำให้เกิดความเครียดขึ้น ซึ่งจะมีผลทำให้ Q_1 และ Q_2 เกิดการเปลี่ยนแปลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้ เกิดจากสาเหตุ 3 ประการ คือ

1. เมื่อประจุ q ไม่ได้อยู่นิ่งกับที่ บนระนาบของพอลิเมอร์ แต่จะมีการเคลื่อนที่ ออกจากระนาบตามความเครียดที่มากระทำ
2. ประจุ q อยู่คงที่ในเนื้อพอลิเมอร์ แต่อัตราส่วน $\epsilon_2 l_1 / \epsilon_1 l_2$ จะเปลี่ยนแปลง ไปกับความเครียดซึ่งเป็นผลมาจากความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของสาร (heterogeneity of the material)
3. พอลิเมอร์นี้จะมีสปอนตาเนียสโพลาไรเซชัน (spontaneous polarization , P_s ที่ $E = 0$) เปลี่ยนไปตามค่าความเค้นภายใน หรือความเค้นภายนอกที่เปลี่ยนไป



รูป 2.3 แสดงระนาบ Z ในแผ่นพอลิเมอร์

พิจารณารูป (2.3) จากสมการ (2.4) จะสามารถหาค่าการขจัดทางไฟฟ้าที่ระนาบ z คือ

$$D(z) = \epsilon(z)E(z) + e_p(z)S(z) + P_r(z) \quad (2.20)$$

โดยที่ $D(z)$ คือการขจัดทางไฟฟ้าที่ระยะ z

$e_i(z)$ คือค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกภายใน (intrinsic piezoelectric constant)

$S(z)$ คือค่าความเค้นที่ตำแหน่ง z

$P_r(z)$ คือค่าโพลาไรเซชันตกค้าง (residual polarization) ที่ $E = 0$ และ $X = 0$

ในการพิจารณาปริมาณต่าง ๆ ในสมการ (2.20) ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง z เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ ตำแหน่ง x และ y จากการวิเคราะห์ จะสามารถหาค่าคงตัวความเค้นเพียโซอิเล็กทริกได้ดังนี้ [Mort and Pfister, 1982]

$$e = \langle e_i \rangle + \left\langle \left\{ \frac{K(z)}{\epsilon(z) + m(z)} - \left\langle \frac{K(z)}{\epsilon(z) + m(z)} \right\rangle \right\} \left\{ \int_{-1/2}^z \rho(z') dz' \right\} \right\rangle \quad (2.21)$$

โดยค่าเฉลี่ย $\langle A \rangle$ ไต ๆ จำกัดความโดย

$$\langle A \rangle = \frac{\int_{-1/2}^{1/2} A(z) dz / \epsilon(z)}{\int_{-1/2}^{1/2} dz / \epsilon(z)} \quad (2.22)$$

ในสมการ (2.21)

$m(z)$ คือค่าอัตราส่วนของพัวซอง (Poisson's ratio) ที่ระดับ z

$K(z)$ คือค่าคงตัวอิเล็กโตรสตรักชัน (electrostriction constant, $K = \partial \epsilon^s / \partial s$)

$\rho(z)$ คือค่าความหนาแน่นประจุ (charge density) ซึ่งเป็นผลรวมของประจุจริง และประจุโพลาไรเซชันที่ตำแหน่ง z

และจากความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.8) จะสามารถหาค่าคงตัวความเครียดเพียโซอิเล็กทริกได้ดังนี้

$$d = \left[\langle e_i \rangle + \left\langle \left\{ \frac{K}{\epsilon} + m \right\} - \left\langle \frac{K}{\epsilon} + m \right\rangle \right\} \left\{ \int_{-1/2}^z \rho(z') dz' \right\} \right] G^E \quad (2.23)$$

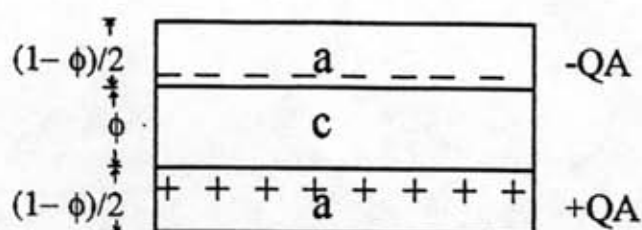
พิจารณาสมการที่ (2.21) และ (2.23) สามารถสรุปได้ว่าสภาพเพียสโซอิเล็กตริกของสารในพอลิเมอร์นั้น เนื่องมาจาก

1. $\langle e_i \rangle$ ซึ่งเป็นสภาพเพียสโซอิเล็กตริกภายใน (intrinsic piezoelectric) ของสารพอลิเมอร์เอง สารพอลิเมอร์ที่มีสภาพเพียสโซอิเล็กตริกภายในนั้น จะต้องเป็นสารพอลิเมอร์กึ่งผลึกและเป็นผลึกชนิดมีขั้ว

2. ปริมาณ $\langle \{ (K(z)/\epsilon(z) + m(z)) - \langle K(z)/\epsilon(z) + m(z) \rangle \} \rangle$ ซึ่งเกิดจากความไม่สม่ำเสมอของพอลิเมอร์นั้น ๆ

3. ค่า $-\frac{l}{2} \int^z \rho(z) dz$ เป็นประจุรวมซึ่งตกค้างอยู่ภายในเนื้อพอลิเมอร์ ซึ่งเป็นผลรวมของประจุจริง (real charge) และประจุโพลาริเซชัน (polarization charge) ในช่วง $-\frac{l}{2}$ ถึง z

ทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้น เป็นทฤษฎีที่ใช้สำหรับสำหรับสารพอลิเมอร์ทั่วไป แสดงให้เห็นว่าสภาพเพียสโซอิเล็กตริกในพอลิเมอร์นั้น เกิดขึ้นเนื่องจากสาเหตุใหญ่ 2 ประการคือการที่สารพอลิเมอร์นั้น มีสภาพเพียสโซอิเล็กตริกในตัวของมันเองอยู่แล้ว ซึ่งขึ้นกับลักษณะโครงสร้างโมเลกุล และอีกสาเหตุหนึ่ง เนื่องมาจากการที่สารพอลิเมอร์มีสภาพวิวิธพันธ์ (inhomogeneous) และมีประจุตกค้างภายในเนื้อสาร ซึ่งจะเห็นว่าถึงแม้สารพอลิเมอร์จะไม่มีสภาพเพียสโซอิเล็กตริกภายใน ($\langle e_i \rangle = 0$) พอลิเมอร์นั้นก็ยังสามารถแสดงสภาพเพียสโซอิเล็กตริกได้ ถ้าพอลิเมอร์นี้มีสภาพวิวิธพันธ์และมีประจุภายใน ตัวอย่างเช่น แผ่นฟิล์ม c หนา ϕ มีค่าไดอิเล็กตริก ϵ_c ประกอบทั้งสองด้านด้วยแผ่นฟิล์ม a หนา $(1 - \phi)/2$ มีค่าไดอิเล็กตริก ϵ_a และมีประจุต่อพื้นที่ $+Q$ และ $-Q$ อยู่ระหว่างรอยต่อของแผ่นฟิล์มดังรูป (2.4) ซึ่งในกรณีนี้ทั้งแผ่นฟิล์ม a และ c ต่างก็เป็นพอลิเมอร์ออสัญฐาน ไม่มีสภาพเพียสโซอิเล็กตริกภายใน แต่เมื่อนำมาประกบกันจะทำให้ชั้นแผ่นฟิล์มเหล่านี้มีสภาพเป็นสารเพียสโซอิเล็กตริกได้ และจะสามารถคำนวณหาค่าคงตัวเพียสโซอิเล็กตริก โดยใช้สมการ (2.21) และ (2.23) ได้ดังนี้



รูป 2.4 แสดงลักษณะของแผ่นพอลิเมอร์ที่ประกบกันเป็นชั้น ๆ โดย A คือพื้นที่ของฟิล์ม

$$e = \frac{QA\phi(1-\phi)[m_c - m_a + \kappa_c/\epsilon_c - \kappa_a/\epsilon_a]}{[(1-\phi)/\epsilon_a + \phi/\epsilon_c]^2 \epsilon_a \epsilon_c} \quad (2.24)$$

$$d = \frac{QA\phi G^E (1-\phi)[m_c - m_a + \kappa_c/\epsilon_c - \kappa_a/\epsilon_a]}{[(1-\phi)/\epsilon_a + \phi/\epsilon_c]^2 \epsilon_a \epsilon_c} \quad (2.25)$$

ซึ่งสามารถหาค่าความหนา ϕ ที่ทำให้ได้ค่าคงตัวเพียสโซอิเล็กตริกสูงสุดได้จาก

$$\frac{\partial e}{\partial \phi} = 0 \quad (2.26)$$

และจะได้ว่า

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{(\epsilon_a + \epsilon_c)} \quad (2.27)$$

ดังนั้นจะได้ค่าคงตัวเพียสโซอิเล็กตริกสูงสุดเท่ากับ

$$e_{\max} = QA[m_c - m_a + \kappa_c/\epsilon_c - \kappa_a/\epsilon_a] \quad (2.28)$$

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าถึงแม้ว่าสารพอลิเมอร์นั้นจะไม่มีสภาพเพียสโซอิเล็กทริกภายใน แต่สามารถทำให้สารพอลิเมอร์นั้นแสดงสภาพเพียสโซอิเล็กทริกได้ โดยการใช้แผ่นพอลิเมอร์หลายแผ่นประกบกันเป็นชั้น และให้มีประจุไฟฟ้าอยู่ระหว่างรอยต่อของชั้นพอลิเมอร์นั้น สำหรับปรากฏการณ์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นกับพอลิเมอร์ก็คือ การผ่อนคลาย จะได้กล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

2.3 ปรากฏการณ์ผ่อนคลาย (relaxation phenomena)

ลักษณะที่เด่นชัดอย่างหนึ่งของสารพอลิเมอร์ก็คือ การผ่อนคลาย (relaxation) [wang, 1988] ซึ่งจะเกิดขึ้นหลังจากที่พอลิเมอร์นั้น ถูกกระตุ้นให้เกิดการเคลื่อนที่ของสายโซ่โมเลกุล การผ่อนคลายนี้จะมีความสัมพันธ์กับเวลาหรือความถี่ เราจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างการผ่อนคลายกับเวลา โดยให้การกระตุ้นเป็นขั้น (step - function excitation) ขนาด X_0 กับพอลิเมอร์ ซึ่งตัวอย่างหนึ่งของการกระตุ้นแบบนี้สามารถแสดงได้โดย

$$X = 0 \quad , \quad t \leq 0 \quad (2.29)$$

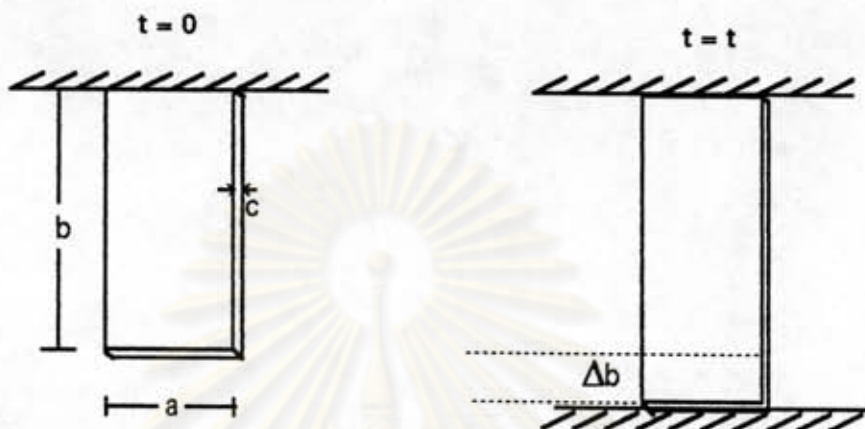
$$X = X_0 \quad , \quad t > 0$$

และวัดค่าที่ตอบสนองออกมา $Y(t)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อทำการนอร์มอลไลซ์ (normalize) แล้วจะได้

$$Z(t) = Y(t) / X_0 \quad (2.30)$$

เราจะสามารถยกตัวอย่างของตัวแปร $X(t)$, $Y(t)$ และ $Z(t)$ ได้ดังนี้ สมมติว่ามียางอยู่แผ่นหนึ่ง มีความกว้าง a หน่วย ยาว b หน่วย และหนา c หน่วย ถูกดึงที่ขอบด้านหนึ่งดังแสดงในรูป (2.5 ก) ต่อมาเมื่อดึงยางแผ่นนี้ ให้ยืดจนมีความยาวเพิ่มขึ้นเป็น $b + \Delta b$ หน่วย (รูป 2.5 ข) นั่นคือมีการให้ความเครียดขนาด $\Delta b/b$ กับแผ่นยาง และทำให้แผ่นยางเกิดความเค้นขึ้น ซึ่งจากตัวอย่างนี้จะเห็นว่าการกระตุ้น X_0 ที่ให้กับแผ่นยางคือความเครียด

ส่วนค่าที่ตอบสนองออกมา $Y(t)$ คือค่าความเค้น และเมื่อทำการนอร์มอลไลซ์ ค่า $Z(t)$ ที่ได้ออกมาก็คือค่าความเค้นต่อหนึ่งหน่วยความเครียดนั่นเอง (ซึ่งก็คือค่ายังก์มอดุลัส (Y) นั่นเอง)



รูป 2.5 แสดงการผ่อนคลายของยาง

ในกรณีง่าย ๆ ฟังก์ชัน $Z(t)$ จะอยู่ในรูปของฟังก์ชันเอ็กโปเนนเชียล (exponential) กับเวลาผ่อนคลายเดียว (single relaxation time) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ

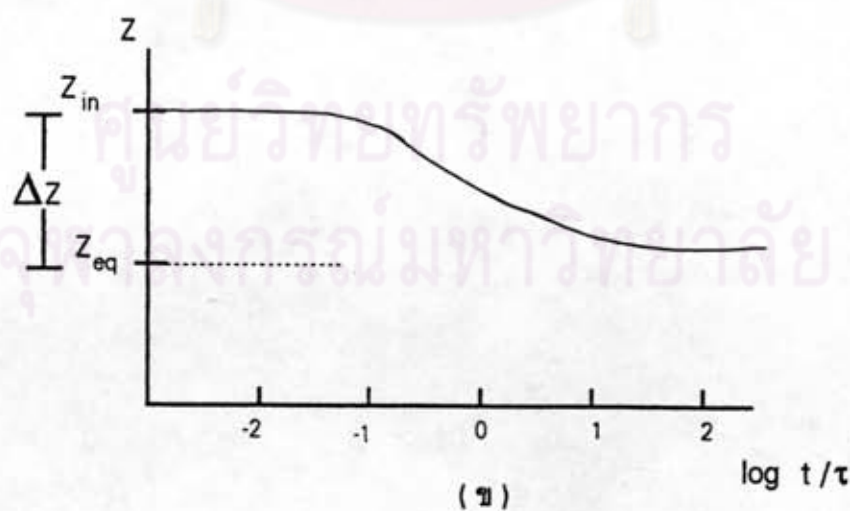
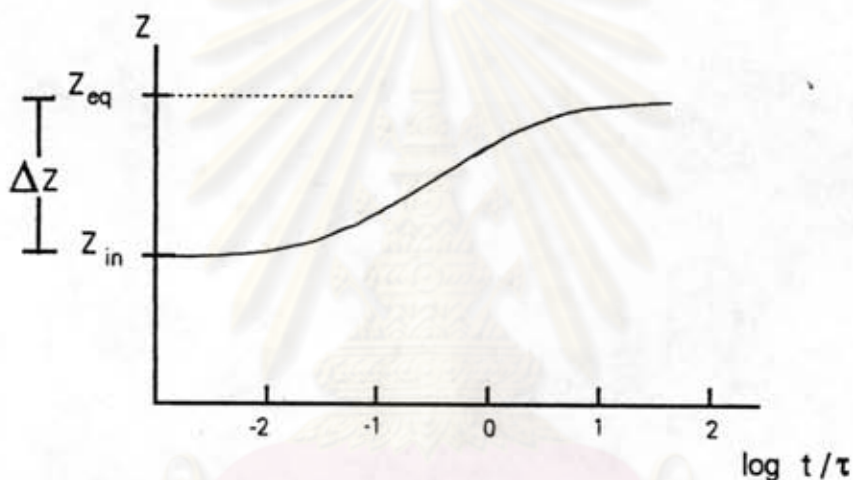
$$Z(t) = Z_{in} + \Delta Z [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (2.31a)$$

และที่ $t \rightarrow \infty$

$$Z(t) = Z_{eq} = Z_{in} + \Delta Z \quad (2.31b)$$

- โดยที่
- Z_{in} คือค่าที่วัดได้ในชั่วขณะเวลา (instantaneous response)
 - Z_{eq} คือค่าที่วัดได้ที่ภาวะสมดุล (equilibrium response)
 - ΔZ คือค่าความแข็งแรงของการผ่อนคลาย (relaxation strength) ของ Z ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ $Z_{eq} - Z_{in}$
- และ τ คือเวลาผ่อนคลาย (relaxation time)

จากสมการที่ (2.31) ถ้า ΔZ เป็นบวก $Z(t)$ จะเปลี่ยนแปลง ในทางเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาเปลี่ยนไป ซึ่งจะเรียกลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นนี้ว่า "retardation behavior" ตัวอย่างของการเปลี่ยนแปลงแบบนี้ได้แก่ ค่าคงตัวไดอิเล็กตริก (dielectric constant) เป็นต้น ในทางกลับกัน ถ้า ΔZ เป็นลบ นั้นแสดงว่าค่าที่วัดได้ใน ช่วงเวลา Z_{in} จะมีค่ามากกว่า Z_{eq} ฟังก์ชัน $Z(t)$ จะเปลี่ยนแปลงในเชิงลดลงเมื่อเวลา เพิ่มขึ้น ลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นนี้จะเรียกว่า "relaxation behavior" ซึ่งตัวอย่างของ การเปลี่ยนแปลงแบบนี้ได้แก่ ค่าคงตัวของการยืดหยุ่น (elastic constant) เป็นต้น กราฟการเปลี่ยนแปลงของ Z กับค่าลอการิทึมของเวลาสามารถเขียนได้ดังรูปที่ (2.4)



รูป 2.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของ Z กับ $\log t/\tau$

(ก) retardation behavior

(ข) relaxation behavior

รูป (2.6 ก) จะแสดงกราฟความสัมพันธ์ของ Z กับ $\log t/\tau$ ในลักษณะ retardation behavior ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าที่เวลา $t=0$ ค่า Z จะเท่ากับ Z_{in} และเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นค่า Z จะเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเวลาผ่านไป $t=\infty$ ค่า Z จะเท่ากับ Z_{eq} ดังนั้นจะเห็นว่า ΔZ จะมีค่าเป็นบวก ส่วนในรูป (2.6 ข) จะแสดงความสัมพันธ์ของ Z กับ $\log t/\tau$ ในลักษณะ relaxation behavior จากรูปจะเห็นว่าที่เวลา $t=0$ ค่า Z จะเท่ากับ Z_{in} และเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นค่า Z จะลดลงจนกระทั่งเวลาผ่านไป $t=\infty$ ค่า Z จะเท่ากับ Z_{eq} ดังนั้นจะเห็นว่า ΔZ จะมีค่าเป็นลบ

สำหรับการกระตุ้นที่เป็นคาบของความถี่ ω สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Z กับ ω สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Z(\omega) = Z_{in} + \frac{\Delta Z}{1 + i\omega\tau} \quad (2.32)$$

ทั้งฟังก์ชัน $Z(t)$ และ $Z(\omega)$ นั้น ถึงจะขึ้นอยู่กัตัวแปรที่ต่างกัน (เวลากับความถี่) แต่จริง ๆ แล้วจะสมมูลกัน และจะสัมพันธ์กันโดยใช้การแปลงแบบฟูริเยร์ (Fourier transform) อย่างไรก็ตาม ในการวัดค่าจริง ๆ นั้นค่าเวลาผ่อนคลายจะมีค่ากระจายมาก ดังนั้นค่าของ Z กับเวลาหรือความถี่ จึงไม่ได้เป็นไปตามสมการ (2.30) และ (2.31) ที่เดียว แต่จะมีการคลาดเคลื่อนไปบ้าง ซึ่งจะต้องนำมาหาความสัมพันธ์ที่เปลี่ยนไป โดยจะวิเคราะห์จากค่าที่วัดได้

เมื่อมาพิจารณาค่าเวลาผ่อนคลายที่ความถี่คงที่แต่อุณหภูมิไม่คงที่ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเวลาผ่อนคลายและอุณหภูมิในรูปแบบของอริเนียส (Arrhenius form) ดังสมการ

$$\tau = \tau_0 \exp(\Delta H / RT) \quad (2.33)$$

โดยที่ ΔH คือค่าพลังงานกระตุ้น (activation energy)
 R คือค่าคงที่ของแก๊ส (gas constant)
 T คืออุณหภูมิ (มีหน่วยเป็น เคลวิน (K))

เมื่อแทนสมการที่ (2.33) ลงในสมการ (2.32) จะพบว่า การเปลี่ยนแปลงค่า
 อุณหภูมิหรือเวลาผ่อนคลายจะสมมูลกับการเปลี่ยนค่าความถี่ อย่างไรก็ตามในการพิจารณา
 เรื่องนี้จะต้องคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงของค่า Z_{in} , ΔZ และ ΔH ด้วย

2.4 การผ่อนคลายเพียสโซอิเล็กทริก (piezoelectric relaxation)

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของไดโพลมี relaxation behavior ดังนั้นสภาพเพียสโซ-
 อิเล็กทริกของพอลิเมอร์ จะแสดงลักษณะของการผ่อนคลายคล้ายกันกับค่าไดอิเล็กทริกและ
 ค่าคงตัวการยืดหยุ่น การผ่อนคลายของค่าเพียสโซอิเล็กทริกจะขึ้นอยู่กับความถี่อย่างชัดเจน
 และยังขึ้นอยู่กับอุณหภูมิด้วย ทั้งนี้เพราะว่าค่าเวลาผ่อนคลายจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ดังแสดง
 ในสมการที่ (2.33) ดังนั้นจะเขียนค่าคงตัวเพียสโซอิเล็กทริก ในรูปแบบของปริมาณเชิงซ้อน
 [Mort and Pfister, 1982] ได้ดังนี้

$$e^*(\omega) = e'(\omega) - ie''(\omega) \quad (2.34)$$

$$d^*(\omega) = d'(\omega) - id''(\omega) \quad (2.35)$$

สำหรับระบบผ่อนคลายเดี่ยว (single relaxation system) จะสามารถเขียนสมการ
 ที่ (2.34) และ (2.35) ได้ใหม่ดังนี้

$$e^*(\omega) = e(\infty) + \delta e / (1 + iX) , X = \omega\tau \quad (2.36)$$

$$d^*(\omega) = d(\infty) + \delta d / (1 + iX) , X = \omega\tau \quad (2.37)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (2.32) ค่าความเข้มของการผ่อนคลายของสมการที่ (2.34)
 และ (2.35) คือ δe และ δd ตามลำดับ ซึ่งกำหนดโดย

$$\delta e = e(0) - e(\infty) \quad (2.38)$$

$$\delta d = d(0) - d(\infty) \quad (2.39)$$

โดยที่ $e(0)$, $d(0)$ คือค่าที่วัดได้ที่ $\omega = 0$

$e(\infty)$, $d(\infty)$ คือค่าที่วัดได้ที่ $\omega = \infty$

ซึ่งค่า δe และ δd อาจจะมีค่าเป็นบวกหรือลบก็ได้ เพราะสภาพเพียสโซอิเล็กตริกเป็นปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกัน ระหว่างสมบัติทางไดอิเล็กตริกและสมบัติของการยืดหยุ่น

จากที่กล่าวมาทั้งหมดในบทนี้ เป็นทฤษฎีเกี่ยวกับสารเพียสโซอิเล็กตริกที่ใช้สำหรับสารพอลิเมอร์ทั่วไป แสดงให้เห็นว่าสภาพเพียสโซอิเล็กตริกในพอลิเมอร์นั้น เกิดขึ้นเนื่องจากสาเหตุใหญ่ 2 ประการคือ การที่สารพอลิเมอร์นั้นมีสภาพเพียสโซอิเล็กตริก ในตัวของมันเองอยู่แล้ว ซึ่งขึ้นกับลักษณะโครงสร้างของโมเลกุล และอีกสาเหตุเนื่องมาจากการที่สารพอลิเมอร์มีสภาพวิวิธพันธ์ ดังได้ยกตัวอย่างมาแล้วข้างต้น สำหรับสารพอลิเมอร์ที่จะกล่าวถึงต่อไปคือ PVDF ซึ่งจะได้กล่าวถึงลักษณะและสมบัติต่าง ๆ ของ PVDF ในบทที่ 3 ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย