

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อ  
ความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์

## ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

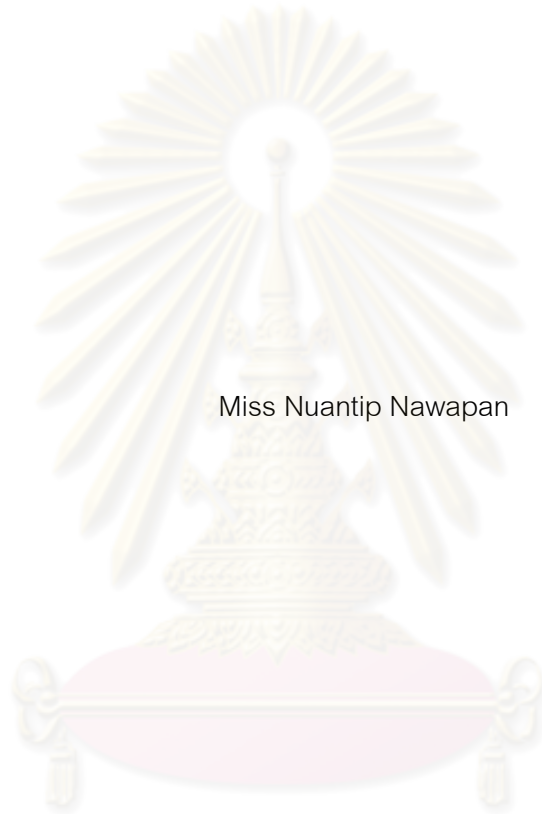
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING  
HEURISTICS THINKING ON MATHEMATICAL CREATIVITY AND  
PROBLEM POSING AND SOLVING ABILITY OF SEVENTH GRADE STUDENTS



Miss Nuantip Nawapan

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ  
อิวริสติคส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

โดย

นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร.จินตดิษฐ์ ละออปักษิน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(อาจารย์ ดร.จินตดิษฐ์ ละออปักษิน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นวลทิพย์ นวพันธ์: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์  
 ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (EFFECTS OF ORGANIZING  
 MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS THINKING ON MATHEMATICAL  
 CREATIVITY AND PROBLEM POSING AND SOLVING ABILITY OF SEVENTH GRADE STUDENTS)  
 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์ ดร.จินตเชษฐ์ ละอองปักษิณ, 363 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับ  
 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ 2) เปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการ  
 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) ศึกษาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น  
 มัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ 4) เปรียบเทียบความสามารถใน  
 การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้  
 คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยอง เขต 1  
 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2  
 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จำนวน 100 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 50 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม  
 จำนวน 50 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และนักเรียนกลุ่มควบคุม  
 ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์  
 ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ  
 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ย  
 เลขคณิต ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

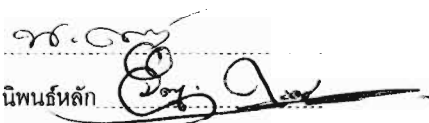
1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทาง  
 คณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทาง  
 คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้ง  
 และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้ง  
 และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา.....หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา... การศึกษาคณิตศาสตร์.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ปีการศึกษา 2552

.....  


# # 5183434927: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: HEURISTICS THINKING / MATHEMATICAL CREATIVITY / MATHEMATICS PROBLEM POSING AND SOLVING ABILITY

NUANTIP NAWAPAN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS THINKING ON MATHEMATICAL CREATIVITY AND PROBLEM POSING AND SOLVING ABILITY OF SEVENTH GRADE STUDENTS. THESIS ADVISOR: JINNADIT LAORPAKSIN, Ed.D., 363 pp.

The purposes of this research were 1) to study mathematical creativity of seventh grade students which were taught by organizing mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking 2) to compare mathematical creativity of seventh grade students between groups which were taught by organizing mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking and group which were taught by organizing conventional mathematics learning activities 3) to study mathematics problem posing and solving ability of seventh grade students which were taught by organizing mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking. 4) to compare mathematics problem posing and solving ability of seventh grade students between group which were taught by organizing mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking and group which were taught by organizing conventional mathematics learning activities.

The populations of this research were seventh grade students in Rayong Education service area office 1, Office of The Basic Education Commission, Ministry of Education. The subjects were 100 seventh grade students in academic year 2009 in Watpapradoo School. They were divided into two groups, one experimental group with 50 students and one controlled group with 50 students. Students in experimental group were organized mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking and those in control group were organized conventional mathematics learning activities. The research instruments were the mathematical creativity test and the mathematics problem posing and solving ability test. The experimental materials were lesson plans for organized mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking and the conventional lesson plans. The data were analyzed by means of arithmetic mean, means of percentage, standard deviation, and t-test.

The results of the study revealed that:

1) Mathematical creativities of students who were organized mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking were higher than 60% of the total scores. 2) Mathematical creativities of these students were higher than those of students who were organized conventional mathematics learning activities at the .05 level of significance. 3) Mathematical problem posing and solving abilities of students who were organized mathematics learning activities emphasizing heuristics thinking were higher than 60% of the total scores. 4) Mathematical problem posing and solving abilities of these students were higher than those of students who were organized conventional mathematics learning activities at the .05 level of significance.

Department : Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Student's Signature

Field of Study : Mathematics Education

Advisor's Signature

Academic Year : 2009

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละเอียดภักษิณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยได้ให้แนวคิด ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดในปัจจุบัน ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแลเป็นอย่างดียิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณศาสตราจารย์ ดร. เซฟฟีลด์ และดร. เมนโดซา ที่ได้ให้คำปรึกษาและแนะนำเกี่ยวกับการสร้างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนน ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจแบบทดสอบ คือ รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา และผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ ที่ให้ความกรุณา เสียสละเวลา ให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และนักเรียนโรงเรียนวัดป่าประดู่ที่ให้ความร่วมมือในการนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปทดลองใช้ ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์สมพงษ์ น้อยสุขชี ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดป่าประดู่ คณะครูอาจารย์ โดยเฉพาะ อาจารย์ณภัศ เรืองกาญจนสุรีย์ ที่คอยดูแลเอาใจใส่ และคอยช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล นอกจากนี้ขอขอบใจนักเรียนชั้น ม.1/5 และนักเรียนชั้น ม.1/6 ประจำปีการศึกษา 2552 ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ ร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาและเพื่อนๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด ขอขอบคุณน้องสาวที่คอยช่วยติดต่อประสานงาน ให้กำลังใจ และคอยห่วงใยช่วยเหลือในทุกเรื่องตลอดระยะเวลาการทำวิทยานิพนธ์

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อและคุณแม่เป็นอย่างสูงที่อบรมสั่งสอน ให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์และตลอดมา จนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

## สารบัญ

		หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....		ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....		จ
กิตติกรรมประกาศ.....		ฉ
สารบัญ.....		ช
สารบัญตาราง.....		ฎ
สารบัญแผนภาพ.....		ฐ
<b>บทที่</b>		
<b>1</b>	<b>บทนำ.....</b>	<b>1</b>
	ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
	คำถามการวิจัย.....	7
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	8
	สมมติฐานในการวิจัย.....	8
	คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	12
	ขอบเขตของการวิจัย.....	14
<b>2</b>	<b>เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....</b>	<b>16</b>
	<b>1. การคิดแบบฮิวริสติกส์.....</b>	<b>18</b>
	1.1 แบบการคิด.....	18
	1.2 การคิดแบบฮิวริสติกส์.....	21
	1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์.....	23
	1.3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	26
	1.3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับ การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	29

1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์.....	42
<b>2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....</b>	<b>46</b>
2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	46
2.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	48
2.3 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	49
2.4 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	52
2.5 การวัดความคิดสร้างสรรค์.....	56
2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	69
<b>3. การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....</b>	<b>77</b>
3.1 ความหมายของการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	77
3.2 ประเภทของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลักษณะ ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี.....	81
3.3 ความสำคัญของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	87
3.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	89
3.5 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	101
3.6 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์.....	111
3.7 แนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	123
3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	130
<b>3 วิธีดำเนินการวิจัย.....</b>	<b>140</b>
1. การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	152
2. การออกแบบการวิจัย.....	152
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	153



บทที่	หน้า
4.การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	185
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	186
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	188
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	189
<b>4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....</b>	<b>193</b>
1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	194
2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	198
<b>5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>206</b>
1. สรุปผลการวิจัย.....	210
2. อภิปรายผล.....	211
3. ข้อเสนอแนะ.....	214
<b>รายการอ้างอิง.....</b>	<b>216</b>
<b>ภาคผนวก.....</b>	<b>236</b>
ภาคผนวก ก.....	237
รายงานผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	238
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ.....	239
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	242
ภาคผนวก ข.....	243
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	244
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	245
ภาคผนวก ค.....	297
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	278

บทที่	ญ	หน้า
ภาคผนวก ง.....		336
แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) ของคะแนนพื้นฐานความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....		337
แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) ของคะแนนพื้นฐานความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....		337
ภาคผนวก จ.....		338
ตัวอย่างผลงานนักเรียน.....		339
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....		363


  
 ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ.....	63
2	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเชฟฟิลด์.	65
3	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเมนโดซา	68
4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรม วิชาการ.....	124
5	ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	125
6	รูปแบบการวิจัย.....	153
7	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวนคาบ เนื้อหา และจุดประสงค์ของแผนการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	154
8	การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่ม ควบคุม.....	158
9	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว.....	163
10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	175
11	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	176
12	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น ร้อยละ ( $\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$ ) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์.....	194
13	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ...	195

ตารางที่	หน้า	
14	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นร้อยละ ( $\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$ ) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ.....	196
15	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	197
16	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700.....	299
17	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700.....	310
18	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700.....	319
19	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700.....	329
20	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	337
21	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	337

## สารบัญแผนภาพ

แผนภาพที่		หน้า
1	แบบจำลองความคิดของเซฟฟีลด์	27
2	กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูลึกและรูดนิค.....	93
3	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ.....	95
4	กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC.....	99
5	กระบวนการปัญหาทางคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล.....	100
6	กรอบแนวคิดสำหรับกิจกรรมการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา.....	132
7	สรุปขั้นตอนการวิจัย.....	151

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาของไทยในปัจจุบันกำลังประสบกับปัญหาวิกฤตในเรื่องคุณภาพการศึกษาที่มีมาตรฐานค่อนข้างต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับคุณภาพมาตรฐานการศึกษาของอีกหลายประเทศในระดับเดียวกัน เด็กและเยาวชนไทยยังไม่ได้รับการพัฒนาเต็มตามศักยภาพ ความสามารถทางวิชาการโดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษา และคอมพิวเตอร์ ยังไม่ได้มาตรฐานขาดการปลูกฝังคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เช่น การใฝ่รู้ใฝ่เรียน การคิดวิเคราะห์ และใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา ความมีระเบียบวินัย และความซื่อสัตย์ เป็นต้น นอกจากนี้วิธีการสอนของครูยังใช้วิธีการบอกความรู้โดยยี่ดิววิชาเป็นตัวตั้ง ไม่ยี่ดิวนักเรียนเป็นตัวตั้ง ทำให้นักเรียนไม่สามารถเผชิญปัญหาและแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 33) เมื่อพิจารณารายงานผลการวิจัยการติดตามสภาวะการณั้ไอคิวและอีคิวของเด็กไทย ดำเนินการโดยกรมสุขภาพจิต กระทรวงสาธารณสุข ได้สำรวจระดับสติปัญญาของเด็กไทย ในกลุ่มอายุ 3 - 11 ปี จำนวน 7,391 ตัวอย่าง ในปี 2550 พบว่าระดับสติปัญญาเฉลี่ยอยู่ที่ 103 ซึ่งจัดอยู่ในเกณฑ์ปกติ แต่นับว่าค่อนข้างต่ำ และมีความฉลาดทางอารมณ์โดยรวมอยู่ในเกณฑ์ปกติ หากมองลึกลงไปจะพบว่าค่าเฉลี่ยของด้านความคิดสร้างสรรค์ และความกระตือรือร้นของเด็กไทยมีน้อยลง และควรมีการพัฒนาให้มากขึ้น (กรมสุขภาพจิต, 2551: 1) ทั้งนี้ประเด็นสำคัญคือเด็กไทยยังมีปัญหาเรื่องความคิดอยู่ในขั้นวิกฤติ

คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยแก้ปัญหาวิกฤติต่างๆทางการคิดได้ เพราะคณิตศาสตร์ส่งเสริมให้เด็กคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม อีกทั้งเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งการคิดแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 1) การเรียนคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีทั้งนี้เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของวิชาคณิตศาสตร์ (Contreras, 2005: 115) และควรจัดให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา (Sheffield, 2005: 1) ความคิดสร้างสรรค์จึงนับเป็น

อีกทักษะหนึ่งที่สำคัญและจำเป็นไม่ยิ่งหย่อนไปกว่ากัน ถ้าหากมองย้อนจากอดีตเราจะพบว่า วิทยาการความก้าวหน้าต่างๆ ในปัจจุบันมีจุดเริ่มต้นมาจากความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของ นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ในอดีตทั้งสิ้น เช่น การค้นพบแรงโน้มถ่วงของโลก การสร้างหลอดไฟฟ้า การสร้างเครื่องบิน เป็นต้น จึงอาจกล่าวได้ว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นต้นกำเนิดของวิวัฒนาการ ความเจริญก้าวหน้า ดังที่ทอแรนซ์ (Torrance, 1973: 16–17) กล่าวว่า ในบรรดาความคิดทั้งหลายความคิดสร้างสรรค์จะช่วยให้เกิดการค้นพบสิ่งแปลกๆ ใหม่ที่เป็น ประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ ความคิดสร้างสรรค์จึงเป็นสิ่งที่ควรส่งเสริมให้เกิดแก่นักเรียน แม้มีความเชื่อบางประการว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่พัฒนาให้เกิดขึ้นกับตัวนักเรียนได้ยากและไม่สำคัญเท่าที่ควรในวิชาคณิตศาสตร์ (Pehkonen, 1999: 45) ทั้งที่ความคิดสร้างสรรค์เป็นหัวใจของการสร้างเด็กยุคใหม่ เป็นสิ่งที่อยู่ในตัวเด็กซึ่งแต่ละคนมี มากน้อยไม่เท่ากัน กระบวนการคิดของเด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์นั้นจะมีขั้นตอนที่ซับซ้อนทั้งใน ด้านจินตนาการ และความคิดริเริ่ม กระบวนการคิดสร้างสรรค์จึงเป็นการแสดงศักยภาพของพลัง สมองอย่างหนึ่ง และในการสอนให้เด็กเกิดความคิดสร้างสรรค์ควรควรแทรกกิจกรรมที่ส่งเสริม ความคิดสร้างสรรค์ในการสอนเนื้อหาทั่วไป ไม่ควรแยกการสอนความคิดสร้างสรรค์ออกจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปกติของนักเรียน (Mendoza, 2009: 19) นอกจากนี้ โพลยา (Polya, 1957: 92–93) ได้เสนอแนวคิดว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้บุคคล เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยกล่าวว่าขั้นตอนของการวางแผนวิธีแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้เป็นอย่างดี เป็นขั้นตอนการเกิดสิ่งประดิษฐ์ที่ แปลกใหม่ รวมถึงการค้นพบและเรียนรู้สิ่งที่ต้องการ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาส ให้นักเรียนสามารถคิดวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ จึงสนับสนุนให้นักเรียนมีความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับที่เพชโคเนน (Pehkonen, 1997: 65) ได้ กล่าวไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีความ คิดสร้างสรรค์สูงจะสามารถแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ในทำนองเดียวกันนักเรียนที่สามารถ แก้ปัญหาได้ดี จะมีความคิดสร้างสรรค์สูงตามไปด้วย และยังสอดคล้องกับเชฟฟิลด์ (Sheffield, 2005: 1) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ในศตวรรษที่ 21 การแก้ปัญหาโดยใช้ความคิดสร้างสรรค์ ถูกนำมาใช้มากขึ้นกับปัญหาที่คนเราไม่เคยพบมาก่อนในหลากหลายประเภท ซึ่งปัญหาเหล่านี้ มักเกิดขึ้นภายหลังการวิเคราะห์วิธีการหรือวิทยาการสมัยใหม่ ทำให้ความคิดสร้างสรรค์มีความ สำคัญมากขึ้นทุกขณะ นอกจากนี้คำขวัญวันเด็กแห่งชาติประจำปี พ.ศ. 2553 คือ “คิดสร้างสรรค์ ชยันใฝ่รู้ เชิดชูคุณธรรม” (สำนักงานวัฒนธรรมแห่งชาติ, 2553: 2) ยิ่งแสดงให้เห็น

เห็นว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับเด็กไทยในยุคปัจจุบัน ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรจะพัฒนาสมรรถภาพด้านนี้ให้มาก

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทย เดิมเน้นการสอนความรู้และทักษะในการคิดคำนวณเป็นหลัก ซึ่งจุดเน้นดังกล่าวไม่เหมาะสมกับสภาพการณ์ในปัจจุบันเพราะความรู้ต่างๆมีมากมาย ครูไม่สามารถสอนความรู้เหล่านั้นได้ทั้งหมด และปัญหาที่พบในชีวิตจริงมักเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนที่ต้องใช้ความรู้ที่มากกว่าทักษะการคิดคำนวณ การเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทักษะที่ปราศจากการประยุกต์ใช้ และจดจำกฎเกณฑ์ต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจ จึงไม่เพียงพอที่จะนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นจุดเน้นของการเรียนการสอนจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนจากที่เน้นการจดจำข้อมูลทักษะพื้นฐาน เป็นการพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะพื้นฐานที่เพียงพอในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่ต้องเผชิญ นักเรียนจะต้องมีประสบการณ์ที่หลากหลายที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจจากการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ด้วยตัวนักเรียนเอง (สมเดช บุญประจักษ์, 2550: 35)

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงเป็นเครื่องมือของนักเรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่ามากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กัน และเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 10) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง และความคิดสร้างสรรค์ ทักษะกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหา เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (NCTM, 1980: 1-3) นอกจากนี้การเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550: 6) กระบวนการแก้ปัญหา เป็นสิ่งที่ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา ว่าควรเริ่มต้นแก้ปัญหายังไร จะดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร อีกทั้งให้เหตุผลได้ว่าวิธีการนั้นๆ มีความเหมาะสมหรือไม่ในการแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหามีผู้เสนอไว้หลายแนวคิด แต่กระบวนการแก้ปัญหาก็ยอมรับและนำมาใช้อย่างแพร่หลายคือ กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่



ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devise a plan) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan) และขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 8-10) ดังนั้น ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาจึงมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่คุณครูให้ความสำคัญ นอกจากนี้โดยทั่วไปนักเรียนไทยมักคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาที่มีผู้อื่นกำหนดให้ นักเรียนมีโอกาสน้อยมากในการสร้างประเด็นปัญหาในเรื่องที่เรียนขึ้นเอง การให้นักเรียนสร้างประเด็นปัญหาขึ้นเองจากแนวคิดที่ว่าความสนใจและแรงจูงใจทำให้นักเรียนสามารถเรียนได้ดีขึ้นและมีความพยายามมากขึ้น อีกทั้งกระบวนการที่นักเรียนใช้ระหว่างการตั้งปัญหาจะทำให้ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในปัญหาที่กำลังตั้งนั้น ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนลึกซึ้งมากขึ้น และที่สำคัญการสร้างประเด็นปัญหาจะช่วยให้ให้นักเรียนมองเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 45) ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตั้งปัญหาและแก้ปัญหานั้นด้วยตนเองโดยอิสระควบคู่กับการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์

การพัฒนาทักษะการคิดที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่ง คือ การคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ผู้พัฒนารูปแบบนี้คือ โนวาคและโกวิน (Novak and Govin, 1984: 22-23) ซึ่งเป็นรูปแบบการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ การฝึกทักษะการคิดแบบนี้เป็นประโยชน์ต่อนักเรียนอย่างมาก และเป็นผลดีต่อการสอนเนื้อหาและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากทำให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบย่อยภายใน ตลอดจนภาพรวมทั้งหมด ทำให้ง่ายต่อการนำไปใช้ (อัมพร ม้าคนอง, 2536: 43) วิธีการฝึกคิดแบบฮิวริสติกส์จึงเป็นวิธีสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดวิธีแก้ปัญหาในหลายทางเลือก ก่อนจะตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาทางใดทางหนึ่ง ส่งเสริมให้นักเรียนพูดคุยปัญหาของตนเองกับบุคคลอื่น รับฟังความคิดเห็นของบุคคลอื่นอย่างมีวิจารณญาณ ตลอดจนประเมินความคิดของตนเอง เมื่อพิจารณาวิธีการฝึกคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ จะพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้อาจช่วยพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ควรเริ่มต้นฝึกจากง่ายไปสู่สิ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จะทำให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง และเป็นการส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ การคิดตั้งปัญหา

จากสถานการณ์ในชีวิตจริงแล้วแก้ปัญหาที่นั้น ตลอดจนตรวจสอบคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้ (Sheffield, 2005: 1)

การสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีฐานมาจากแนวคิดของไซมอนและนีเวล (Simon and Newell, 1971: 72-93) ที่ได้สรุปกระบวนการของการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่หนึ่งการระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย (Subgoalting) ขั้นที่สองการวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (Means-ends/difference reduction analysis) ขั้นที่สาม การพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward) ขั้นที่สี่การพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม (Satisficing) และได้มีนักการศึกษาได้นำขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไปใช้ในการสอน คือ การ์เน็ต (Garnett, 1991: 102-103) ที่ได้พัฒนาวิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่มีโครงสร้างในการทดลอง โดยใช้เทคนิคการสอนหลายอย่างรวมกันในนักเรียนเกรด 6 การประเมินผลการสอนใช้วิธีหาข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงอุปนัย ผลการทดลองพบว่าหากไม่คำนึงถึงระดับความสามารถพื้นฐานเดิมของนักเรียน การพัฒนาการสอนโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆได้ สามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้ และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอรุณี รัชยาแก้ว (2539: 90) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาการเรียนการสอนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ซึ่งผลงานวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของขอบใจ สาสีทิ (2545: 60) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2005: 2) ได้ศึกษาการคิดแบบฮิวริสติกส์ และเสนอแบบจำลองความคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนให้รู้ต้นเหตุของปัญหาและแก้ปัญหาได้อย่างสร้างสรรค์ การฝึกใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ นักเรียนอาจต้องดำเนินการทั้งการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิมที่เคยใช้ การใช้กฎ หลักการ และทฤษฎี เชื่อมโยงกับการใช้ขั้นตอนวิธีการใหม่ๆ การตั้งคำถามใหม่ตลอดจนการสร้างแบบจำลองความคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบใหม่ของตนเอง การคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของเซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 10) มุ่งเน้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจลึกซึ้งในสิ่งที่ต้องการศึกษาได้ มีความคิดคล่องในการคิดหาคำตอบได้จำนวนมาก หาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง รวมทั้งมี

ความคิดริเริ่มโดยสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น และมีความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจน นอกจากนี้แบบจำลองความคิดของเซฟฟีลด์ยังช่วยสนับสนุนให้นักเรียนใช้ความคิดเชื่อมโยงข้อมูลจนสามารถสร้างเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปอย่างสมเหตุสมผล ตลอดจนการขยายความคิด และสามารถหาความสัมพันธ์ของประเด็นหรือคำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้วสำรวจตรวจสอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเด็นหรือคำถามที่สัมพันธ์กับประโยค “ทำไม” และ “จะเป็นอย่างไร ถ้า ...” ทั้งนี้แบบจำลองความคิดของเซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 373-374, 2003: 12-14) ได้กล่าวถึงกิจกรรมต่อไปนี้เป็นคือ สร้างความสัมพันธ์ (Relate) สำรวจตรวจค้น (Investigate) ติดต่อสื่อสาร (Communicate) ประเมิน (Evaluate) และสร้างคำถามหรือปัญหา (Create) โดยนักเรียนอาจเริ่มต้นจากจุดใดก็ได้ในแบบจำลองความคิดนี้และดำเนินต่อไปยังจุดก็ได้เช่นกัน เพื่อสำรวจปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนอาจสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลย่อยในปัญหาที่พบให้เป็นระบบ แล้วจึงสร้างเป็นคำถามหรือปัญหาใหม่ ที่มีแบบแผนในการหาคำตอบ จากนั้นสำรวจตรวจค้น คิดหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และประเมินวิธีการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่ม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นวิธีที่มีประโยชน์อย่างมาก เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญาและนักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์อย่างสร้างสรรค์ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อวิเคราะห์หาทางเลือก ดังนั้นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนักเรียนจะต้องมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แก้ปัญหา และมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ครูจึงควรหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด และค้นหาคำตอบด้วยตนเองสามารถนำวิธีการเรียนนี้ไปใช้ในการศึกษาและประยุกต์ใช้ได้ตามความเหมาะสม ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองของบุคคล ไม่สามารถมองเห็นภาพจนได้ชัดเจน เช่นเดียวกับความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป มีนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ไว้เพื่อใช้เป็นตัววัดความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป ซึ่งประกอบด้วยความคิดคล่อง (Fluency) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) ความคิดริเริ่ม (Originality) และความคิดละเอียดลออ (Elaboration) และมีนักวิจัยในสมัยต่อมาคือ เซฟฟีลด์ ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ศึกษาแนวคิดของกิลฟอร์ด (Guilford cite in Sheffield, 2009: 1) และแนวคิดของทอร์แรนซ์ (Torrance cite in Sheffield, 2009: 1) ที่ศึกษาแนวคิดและองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ต่อจากกิลฟอร์ด โดยเซฟฟีลด์ประยุกต์แนวคิด

เกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทั่วไปมาใช้ในการศึกษาวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์ แล้วพัฒนาเป็นเกณฑ์ประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทุกองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ (Sheffield, 2003: 10-11) นอกจากนี้เซฟฟิลด์ยังได้เสนอแนะแนวทางในการวัดประเมินความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Sheffield, 2003: 10-11) และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Sheffield and Cruikshank, 2005: 84-85) ไว้อย่างชัดเจน

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มาใช้ทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมที่มีความหลากหลาย รวมทั้งใช้เทคนิคการเรียนรู้ต่างๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ ซึ่งผลการวิจัยที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนและครูคณิตศาสตร์ที่จะนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของไทยให้มีมาตรฐานสูงขึ้นอีกด้วย

## คำถามการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหรือไม่
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหรือไม่

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

## สมมติฐานในการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2008: 370-373) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา จากงานวิจัยจำนวน 40 ฉบับ ของ 24 ประเทศ พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ นอกจากนี้เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 10) เสนอแนะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจสามารถขยายความมั่นใจที่นักเรียนต้องการศึกษาได้ มีความคิดคล่องในการคิดหาคำตอบได้จำนวนมาก มีความคิดยืดหยุ่นในการคิดแก้ปัญหาและหาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง รวมทั้งมีความคิดริเริ่มโดยสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น และมีความคิดละเอียดลออ คือคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจน ช่วยสนับสนุนให้นักเรียนใช้ความคิดเชื่อมโยงข้อมูลจนสามารถสร้างเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปอย่างสมเหตุสมผล ตลอดจน

การขยายความคิดให้กับนักเรียน ซึ่งรายละเอียดเหล่านี้ครอบคลุมองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้เท่ากับร้อยละ 50 และกำหนดระดับผลการเรียนที่มีคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 คือ ผลการเรียนในระดับพอใช้ ค่อนข้างดี ดี ดีมาก และดีเยี่ยม (กรมวิชาการ, 2546: 208) ซึ่งความคิดสร้างสรรค์เป็นองค์ประกอบหนึ่งของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 และเป็นส่วนหนึ่งในคุณภาพของนักเรียนที่ครูต้องประเมิน (กรมวิชาการ, 2544: 119)

จากงานวิจัยและข้อมูลดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการสอบถามข้อมูลเบื้องต้นจากนักวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์ผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ เซฟฟิลด์ ซึ่งมีผลงานเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ข้อมูลเบื้องต้นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีกระบวนการที่คาดว่าจะส่งเสริมความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากเกณฑ์แบบรูบริก โดยเซฟฟิลด์เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อเป็นแนวทางให้ครูใช้ในการประเมินความสามารถในการตั้งปัญหา (Sheffield, 2003: 10-11, 2009: 1) และแก้ปัญหา (Sheffield and Cruikshank, 2005: 81-91)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

อรุณี รัชยาแก้ว (2539: 56-74) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาสมการ อัตราส่วน และร้อยละกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์จำนวน 39 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ จำนวน 39 คน พบว่า

ค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (Wilson, Fernandez, and Hadaway, 1999) ได้ศึกษาการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 และเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ พบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ

เมดเวเดวา (Medvedeva cite in Stillman, 2007: 21) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างง่าย และพบว่านักเรียนมีความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตัวปัญหา จุดเน้นของโครงสร้างปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาในลักษณะเดียวกันได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องระหว่างการจัดปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

คอนเนอร์และฮอล์กินส์ (Connor and Hawkins, 1936: 21-29) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษา โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่า หลังการทดลองนักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบการตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเองมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการทดลอง และได้ข้อมูลเพิ่มเติมว่าหลังการทดลองนักเรียนมีมีโนทัศน์ทางเรขาคณิตให้สูงกว่าก่อนการทดลอง

รันนิทสกาย เอ็ทเทอเรท ฟรีแมน และกิลเบิร์ต (Rundnitsky, Eteredge, Freeman and Giltbert, 1995: 89-98) ได้ทดลองสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบด้วยตนเอง ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบขึ้นมาด้วยตนเองมี

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

ดิคเคอร์สัน (Dickerson, 1999: 83-85) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนที่แตกต่างกัน 5 วิธี กับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งวิธีการสอนแต่ละวิธีเป็นวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่าวิธีการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์อย่างสูงในทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

สายสุณี สุทธิจักร์ (2551: 71) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

และจากที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้เท่ากับร้อยละ 50 และกำหนดระดับผลการเรียนที่มีคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 คือผลการเรียนในระดับพอใช้ ค่อนข้างดี ดี ดีมาก และดีเยี่ยม (กรมวิชาการ, 2546: 208) และเนื่องจากความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นองค์ประกอบหนึ่งทางพุทธิพิสัยและทักษะพิสัยที่กำหนดไว้ในเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 และเป็นส่วนหนึ่งในคุณภาพของนักเรียนที่ครูต้องประเมิน (กรมวิชาการ, 2544: 119)

จากงานวิจัยและข้อมูลดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ว่า

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ



## คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนใช้การคิดโดยเชื่อมโยงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ แนวคิดของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ หรือข้อมูลของปัญหาที่ต้องการสำรวจตรวจสอบ โดยผู้วิจัยประยุกต์ใช้แบบจำลองความคิดของเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2000: 38-49, 2003: 7) มาสร้างเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มี 4 ขั้นตอน ได้แก่

1.1 สร้างความสัมพันธ์ (Relate) คือ ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่หามาได้เชื่อมโยงให้สัมพันธ์กันในขอบข่ายของความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยอาจเปรียบเทียบการโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาใหม่ที่พบกับปัญหาเก่าที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น แล้วพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใดที่เหมือนกัน ซึ่งเป็นแนวคิดที่ผู้เรียนเคยศึกษามาก่อน และพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีความแตกต่างกันอย่างไร

1.2 สำรวจตรวจสอบ (Investigate) คือ สำรวจตรวจสอบปัญหา วิธีการแก้ปัญหาคำตอบหรือผลลัพธ์ที่คิดไว้ สืบสวน คิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการศึกษา

1.3 ประเมินและติดต่อสื่อสาร (Evaluate and Communicate) คือ ประเมินสิ่งที่ค้นพบหรือประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นๆ หรือไม่ และสิ่งที่ค้นพบหรือคำตอบนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ อย่างไร โดยใช้การอภิปรายร่วมกับผู้อื่น

1.4 สร้างคำถามหรือปัญหา (Create) คือ สร้างคำถามใหม่หรือปัญหาใหม่เพื่อใช้ในการสำรวจตรวจสอบโดยพิจารณาว่ามีประเด็น คำถามหรือปัญหาใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจ เมื่อตั้งประเด็น คำถาม หรือปัญหาใหม่ได้แล้วจึงเริ่มดำเนินการใหม่ที่ส่วนใดส่วนหนึ่งในแบบจำลองความคิด

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่ครูจัดตามแนวคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

**3. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้กว้างไกล หลายทิศทาง ด้วยการดัดแปลง ปรับแต่ง ผสมผสานจากความคิดเดิมให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยประยุกต์ตามแนวคิดของเมนโดซา (Mendoza, 2009: 25-27) ที่ได้กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ ดังนี้

3.1 ความคิดคล่อง (Fluency) คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้จำนวนมากที่สุดในเวลาที่จำกัด

3.2 ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้หลายกลุ่มและหลายแนวทาง

3.3 ความคิดริเริ่ม (Originality) คือ ความสามารถในการคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่และแตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น หรือเป็นการรวมกันของความคิดที่ไม่มีความสัมพันธ์กันมาก่อนทั้งในด้านความคิดหรือการกระทำ

3.4 ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) คือ ความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอนสามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจน ซึ่งความคิดละเอียดลออจัดเป็นรายละเอียดที่นำมาตกแต่งหรือขยายความคิด เพื่อให้เกิดความสมบูรณ์มากขึ้น

และผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ (Torrance, 1962: 34-38) และเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 10-11)

**4. ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ตามเงื่อนไขและสถานการณ์ที่กำหนด แล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับปัญหาที่นักเรียนได้ตั้ง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ตั้งปัญหาให้นักเรียนได้แก้ และให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) ดังนี้

4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem) เป็นความสามารถที่บอกได้ว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร

4.2 **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devise a plan)** เป็นความสามารถในการใช้ข้อมูลที่ได้วิเคราะห์ไปแล้วในขั้นแรก ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องทำหรือหาอะไรก่อน-หลัง และจะหาได้อย่างไร

4.3 **ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan)** เป็นความสามารถในการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้คือขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.4 **ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back)** เป็นความสามารถในการตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

ความสามารถนี้วัดได้จากคะแนนรวมจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยองเขต 1

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยองเขต 1
2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้
  - 3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

### 3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. การคิดแบบฮิวริสติกส์

- 1.1 แบบการคิด
- 1.2 การคิดแบบฮิวริสติกส์
- 1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
  - 1.3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
  - 1.3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์

#### 2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 2.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 2.4 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 2.5 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

#### 3. การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ประเภทของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

- 3.3 ความสำคัญของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.5 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.6 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.7 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 1. การคิดแบบฮิวริสติกส์

### 1.1. แบบการคิด

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้คำอธิบายของแบบการคิดไว้ดังนี้ ออซูเบล (Ausubel, 1968: 176) กล่าวว่า แบบการคิด เป็นความแตกต่างของแต่ละบุคคลที่ไม่เปลี่ยนแปลงในการจัดระเบียบของการคิด และเป็นลักษณะของการคิดที่มีมาอย่างยาวนานในตัวบุคคล

โคแกน (Kogan, 1971: 80) กล่าวว่า แบบการคิด เป็นความแตกต่างระหว่างบุคคลในเรื่องของการรับรู้ การจำ การคิด รวมทั้งความเข้าใจ การแปลงและการนำเสนอสารสนเทศไปใช้ประโยชน์

วิทกิน รัสคิน และแครพ (Witkin, Oltman, Raskin, and Karp, 1971: 230) อธิบายว่าแบบการคิด คือ ลักษณะหรือหน่วยปฏิบัติการในตัวบุคคลที่ทำให้บุคคลแสดงออกถึงการรับรู้และการคิดที่ค่อนข้างคงเส้นคงวา โดยมีลักษณะดังนี้

- 1) แบบการคิดเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการรับรู้มากกว่าเป็นขั้นตอนของกระบวนการ
- 2) แบบการคิดมีอิทธิพลต่อบุคลิกภาพของบุคคล และเป็นตัวบ่งชี้คุณลักษณะที่โดดเด่นในตัวบุคคลให้แสดงออกมา
- 3) แบบการคิดเป็นสิ่งที่ติดตัวบุคคลแต่ละคนซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงไปตามอายุขัยแต่ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมโดยสิ้นเชิง

ออสเบิร์นและออสเบิร์น (Ausburn and Ausburn, 1978: 200) กล่าวว่า แบบการคิดเป็นมิติทางจิตวิทยาที่แสดงให้เห็นความคงที่ของวิธีการที่แต่ละบุคคลได้มาและประมวลผลสารสนเทศต่างๆ

โกลด์สไตน์และแบล็กแมน (Goldstein and Blackman, 1981:80) กล่าวว่า แบบการคิด เป็นลักษณะของแต่ละบุคคลในการจัดกระทำสิ่งแวดล้อมที่ได้รับ เป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าที่แวดล้อมกับผลที่บุคคลได้รับจากสิ่งเร้านั้น

เมสซิกค์ (Messick, 1984: 45) อธิบายว่า แบบการคิด เป็นวิธีการที่คนเราพึงพอใจที่จะรวบรวม วิเคราะห์ ประเมินผลและแปลความข้อมูล

ชิพแมนและชิพแมน (Shipman and Shipman, 1985: 78) กล่าวว่า แบบการคิด เป็นความหลากหลายของคนเราที่คงที่ในการรับรู้ การจัดระเบียบ การประมวลผลข้อมูล และการจดจำสารสนเทศ

โจนเนสเซนและแกรโบวสกี (Jonassen and Grabowaski, 1993:146) อธิบายว่า แบบการคิด คือ วิธีที่คนเรามองโลกรอบตัวเองและมีปฏิสัมพันธ์ต่อสิ่งนั้น ซึ่งวิธีการนี้เป็นวิธีการที่บุคคลใช้อย่างสม่ำเสมอตลอดชีวิตของคนๆนั้น

วูล์ฟอล์ค (Woolfolk (1995) อธิบายว่า แบบการคิดเป็นวิธีการรับและจัดระเบียบสารสนเทศที่แต่ละบุคคลมีแตกต่างกัน ซึ่งเป็นผลมาจากปัจจัยต่างๆ เช่น การเลี้ยงดู การฝึก

ไรด์ดิ้งและเรย์เนอร์ (Riding and Rayner, 1998) ให้ความหมายว่า แบบการคิด คือ วิธีการที่แต่ละคนชอบทำ และทำจนเป็นนิสัยในการจัดระเบียบและนำเสนอสารสนเทศ

ลอง (Long, 2000: 49) อธิบายว่า แบบการคิด เป็นบุคลิกลักษณะของบุคคล ซึ่งเป็นวิธีที่มักใช้ในการจัดระเบียบและประมวลผลข้อมูล

ฟอร์ด วิลสัน ฟอสเตอร์ และอีลลิส (Ford, Wilson, Foster, and Ellis (2002) กล่าวว่า แบบการคิด เป็นนิสัยเฉพาะของบุคคลที่ไม่เปลี่ยนแปลงในการใช้กลยุทธ์ต่างๆในการประมวลผลข้อมูล



แมคเนอร์เนย์และแมคเนอร์เนย์ (McInerney and McInerney, 2002: 232) อธิบายว่าแบบการคิด เป็นกระบวนการที่เกี่ยวกับการทำความเข้าใจและการคิดที่คงที่ของแต่ละบุคคลภายในวัฒนธรรมการทำความเข้าใจโลกของตน การสร้างแนวคิดอย่างมีความหมาย การเรียนรู้ภาพ การแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยเป็นนิสัยการคิดที่แต่ละบุคคลตีความและตอบสนองต่อสภาพแวดล้อม

ชาวด์ (Child, 2004: 89) ให้คำอธิบายว่า แบบการคิด คือ แบบแผนคุณลักษณะของบุคคลในการรับรู้และการคิดซึ่งแต่ละบุคคลแสดงออกในการแก้ปัญหา

เทรนตาฟูโอะ พอมโพทซิส เดเมทราดิส และจีโอเกียร์โต (Triantafillou, Pompotsis, Demetriadis, and Georgiadou, 2004: 56) ให้คำอธิบายแบบการคิดว่าเป็นคุณลักษณะเฉพาะที่เกี่ยวกับการประมวลผลสารสนเทศของแต่ละบุคคล ที่ส่งผลต่อทัศนคติ ค่านิยม และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม

นิตยา โสริกุล (2547: 90) ได้สรุปว่า แบบการคิด เป็นลักษณะหรือหน่วยปฏิบัติการในตัวบุคคลที่ทำให้บุคคลแสดงออกถึงการรับรู้และการคิดที่ส่งผลต่อบุคลิกภาพ ทักษะความสามารถ และพฤติกรรมการเรียนรู้ในด้านต่างๆ เช่น การรับรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการแก้ปัญหา เป็นต้น

ประสาธ อัครปรีดา (2547: 100) ได้อธิบายว่าแบบการคิด คือ ลักษณะที่เป็นแบบเฉพาะตัวของแต่ละบุคคลในการรับข้อมูล (Perceive) การจัดระเบียบ (Organized) และกระบวนการประมวลผลสารสนเทศ (Information Processing) วิธีทางเหล่านี้เป็นลักษณะนิสัยเฉพาะตัวที่แต่ละบุคคลมักจะกระทำเช่นนั้นในสถานการณ์ต่างๆ เช่น บางคนมีปฏิริยาตอบสนองต่อสิ่งรอบตัวอย่างรวดเร็ว บางคนมักคิดไตร่ตรองก่อนมีปฏิริยาหรือตอบสนอง

สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2548: 109) ได้สรุปว่า แบบการคิด คือวิธีการคิดของแต่ละบุคคลซึ่งมีความสำคัญต่อพฤติกรรมและการแสดงออกของแต่ละบุคคล ทั้งทางด้านสังคมและการเรียนรู้ เพราะฉะนั้นถ้าครูทราบว่ามีนักเรียนมีความแตกต่างระหว่างบุคคลเกี่ยวกับแบบการคิด

ย่อมช่วยให้มีความเข้าใจนักเรียนดีขึ้น และหาวิธีสอนที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีแบบการคิด แตกต่างกันดังกล่าว

จากนิยามของแบบการคิดข้างต้น จึงสามารถสรุปได้ว่า แบบการคิดนั้นเป็นลักษณะ และวิธีการเฉพาะที่คงที่ของแต่ละบุคคลในการรับ รวบรวม จัดระเบียบ แปลความ วิเคราะห์ ประเมินผล เชื่อมโยงและนำเสนอสารสนเทศ ที่ส่งผลต่อบุคลิกภาพ ทักษะ ความสามารถ ทักษะคติ การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และพฤติกรรมการเรียนรู้ในด้านต่างๆ เช่น การคิด การทำความเข้าใจ การจำ การตอบสนอง การนำไปใช้การแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงไปตามอายุขัย แต่ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมโดยสิ้นเชิง

## 1.2 การคิดแบบฮิวริสติกส์

ฮิวริสติกส์ (Heuristics) จัดเป็นกลยุทธ์ที่ช่วยสนับสนุนการเรียนการสอน ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ได้ มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึงความหมายของฮิวริสติกส์ (Heuristics) ไว้ดังนี้

ไซมอน และนีเวล (Simon and Newell, 1971: 1) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง กลยุทธ์หรือกฎเกณฑ์ที่ใช้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นบ่อย

แคทเรชโค (Katretchko, 1971: 1) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยพยายามหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายใจพ้อยแล้ว จึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

โนแวก และโกวิน (Novak and Gowin, 1984: 48) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง วิธีการต่างๆที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหา หรือช่วยให้เกิดความเข้าใจกระบวนการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างความรู้ และทราบถึงว่าความรู้ถูกสร้างขึ้นมาอย่างไร

มูสตาคัส (Moustakas, 1990: 1) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการต่างๆที่จะทำได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ และเป็นหนทางหนึ่งในการช่วยค้นหาความรู้เพิ่มเติมโดยผ่านกระบวนการที่เหมาะสมและอยู่ในความสนใจ

มิดเดิลตันและวีลเลอร์ (Middleton and Wheeler, 1999: 1) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง วิธีการหนึ่งที่จะนำมาใช้เพื่อช่วยเพิ่มโอกาสในการแก้ปัญหา โดยไม่รับประกันว่าจะสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ในทุกกรณี แต่จะช่วยในขั้นตอนการออกแบบวิธีสำหรับแก้ปัญหา (Design Process) ซึ่งจะมีแตกต่างกันขึ้นกับว่าเป็นปัญหาชนิดใด

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2009: 1) กล่าวว่าไว้ว่า ฮิวริสติกส์ หมายถึง การเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ ทำให้นักเรียนรู้ต้นเหตุของปัญหา สามารถสร้างปัญหาย่อยจากปัญหาที่พบเพื่อทำให้ปัญหานั้นง่ายขึ้น จึงกล่าวได้ว่าฮิวริสติกส์เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยในเรียนรู้สิ่งต่างๆ ตลอดจนสามารถช่วยการแก้ปัญหาที่ต้องการ

ยูพิน พิพิทกุล (2530: 52) กล่าวว่าคำว่า ฮิวริสติกส์ ได้รับมาจากคำภาษากรีก ซึ่งหมายความว่า “ค้นพบ” นักเรียนจะต้องเป็นผู้ค้นหาคำตอบด้วยตนเองแทนการบอกของครู วิธีนี้ต้องการที่จะให้นักเรียนได้กระทำด้วยตนเองหรือเรียนรู้ด้วยตนเอง วิธีนี้พยายามที่จะให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบ และเป็นผู้ประดิษฐ์ ครูเป็นเพียงผู้มองดูอยู่เคียงข้างนักเรียน นักเรียนจะเลือกทางเดินของตัวเองและดำเนินการต่อไปด้วยตัวเอง ครูไม่จำเป็นที่จะส่งเสริมหรือแนะนำ นักเรียนไม่ต้องการที่จะให้ครูยอมรับหรือไม่ยอมรับในผลงานของเขา ถ้านักเรียนต้องการที่จะทำสิ่งใดให้สำเร็จ ครูจึงปล่อยให้เขาทำไปตามวิถีทางของเขา ให้เขาด้วยช่วยตัวเองด้วยเหตุผลและข้อโต้แย้ง ครูไม่ควรใช้ตำราหรือสิ่งที่ทำไว้แล้วเป็นข้อบ่งชี้บังคับตัวนักเรียน วิธีการนี้จะทำให้นักเรียนเชื่อมั่นในตัวของเขาเอง และมีอิสระในการทำงาน งานของครูไม่ใช่แก้ปัญหาให้นักเรียน แต่เป็นการทำให้นักเรียนมีความสามารถในการที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ฮิวริสติกส์ คือ กระบวนการต่างๆที่นักเรียนได้ใช้พื้นฐานความรู้ที่มีอยู่ในการเรียนเนื้อหาใหม่หรือแก้ปัญหาที่พบ โดยใช้การวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลในลักษณะการโยงความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างของความรู้

สำหรับการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอไว้คือ เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 95) กล่าวว่าไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง การคิดที่เน้นการเชื่อมโยง

ข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ เป็นการคิดที่ทำให้นักเรียนผู้ต้นเหตุของปัญหา สามารถสร้างปัญหาย่อยจากปัญหาที่พบเพื่อทำให้ปัญหานั้นง่ายขึ้น โดยนักเรียนอาจใช้ การแก้ปัญหาแบบเดิมแล้วจึงพัฒนาเป็นการแก้ปัญหาแบบใหม่ ซึ่งอาจได้มาจากการตั้งปัญหาใหม่ คำถามใหม่ การใช้ขั้นตอนการคิดแบบใหม่ การใช้แบบจำลองความคิดทางคณิตศาสตร์ รูปแบบใหม่ ทั้งนี้ได้สร้างเป็นแบบจำลองความคิดประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การสำรวจ ตรวจสอบ การติดต่อสื่อสาร การประเมิน และความคิดสร้างสรรค์ โดยนักเรียนอาจเริ่มต้นจาก ขั้นตอนใดก็ได้ในแบบจำลองความคิดนี้และดำเนินต่อไปยังขั้นตอนใดก็ได้เช่นกัน เพื่อสำรวจ ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ การคิดโดยเชื่อมโยง สิ่งที่มีความสัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อน ระหว่างข้อมูลของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ แนวคิดของสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ หรือข้อมูลของปัญหาที่ ต้องการสำรวจตรวจสอบ

### 1.3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ดังนี้

โนแวกและโกวิน (Novak and Gowin, 1984: 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้น การคิดแบบฮิวริสติกส์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลักษณะนี้เป็นหลักการเฉพาะชนิดที่สนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง วิธีการค้นพบด้วยตนเองช่วยเหลือให้นักเรียนแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังเป็น การระดมพลังความคิดและเป็นวิธีทำให้นักเรียนและครูมองเห็นความหมายของสิ่งที่เรียน และความหมายของความรู้ที่ร่วมกัน เป็นกระบวนการช่วยนักเรียนให้ได้เรียนในสิ่งที่มีความหมาย ควรแก่การเรียน เป็นกระบวนการเรียนที่มีลักษณะเป็น “สัญลักษณ์” หรือ “การร่วมรับรู้” ซึ่ง ทำให้นักเรียนความคิดของนักเรียนชัดเจนขึ้น โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมรับรู้ในความคิดต่างๆ ด้วยกัน และขยายขอบเขตของความคิดนั้นๆโดยตัดสินใจร่วมกัน

นอกจากนี้โนแวกและโกวิน (Novak and Gowin 1984: 11) เสนอแนวคิดเพิ่มเติม เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติ และโครงสร้างของความรู้ซึ่งช่วยให้

นักเรียนเข้าใจวิธีการเรียนของตนเองและความรู้ เป็นสิ่งหนึ่งที่ช่วยแสดงให้นักเรียนเข้าใจว่ามนุษย์สามารถสร้างความรู้ใหม่ได้อย่างไร การค้นหาความจริง การเรียนที่อยู่ภายในข้อกำหนดที่ว่าต้องเป็นการเรียนที่เกิดขึ้นโดยตัวของนักเรียนเอง โดยที่เมื่อนักเรียนได้เรียนตามวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ เขาจะรับภาระหน้าที่ของเขาเองในอันที่จะรู้จักการเชื่อมโยงความคิดที่ได้จากข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะใหม่ที่เป็นระบบ โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ หรือปัญหาที่ต้องการแก้ ต้องคำนึงถึงสาเหตุ ส่วนประกอบต่างๆของปัญหา หรือข้อปลีกย่อยบางประการของปัญหานอกจากนี้ยังต้องคำนึงถึงการผันแปรหรือเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่างๆ รู้จักที่จะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบต่างๆ และรู้จักสืบเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้นๆ เพื่อที่จะให้ได้มาซึ่งข้อแก้ปัญหาที่เหมาะสม การสนทนา การอภิปราย การพูดโต้แย้งภายในกลุ่มและต่างกลุ่ม ตลอดจนการแลกเปลี่ยนข้อคิดเห็นระหว่างครูกับนักเรียน สิ่งเหล่านี้เป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะช่วยทำให้การเชื่อมโยงของข้อความคิดเป็นไปได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ หรือมีฉะนั้นอาจช่วยให้เห็นการเชื่อมโยงที่ขาดหายไประหว่างข้อมูลต่างๆ ทำให้สามารถสืบค้นหาข้อมูลต่างๆเข้ามาเชื่อมโยงเสริมให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ครบถ้วนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

เยนและฟลอรา (Yen and Flora, 1985: 3-4) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ สรุปได้ว่า การฝึกให้นักเรียนใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์จะทำให้ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น และมีทัศนคติต่อการเรียนดีขึ้น เนื่องจากการคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการพัฒนาระดับการเรียนรู้และค้นหาข้อมูลในการศึกษาหาความรู้ใหม่ๆได้ด้วยตนเอง ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

เจมส์และวิลเลียม (James and William, 1992: 44-45) ได้กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆได้ ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังสามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 103) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ครูและนักเรียนควรร่วมกันส่งเสริมให้เกิดการคิดการสำรวจตรวจสอบ และการตรวจสอบโดยเน้นให้นักเรียนใช้คำถามต่างๆด้วยตนเองต่อเนื่องจากคำถามของครู ทั้งนี้ ก่อนที่ครูจะถามคำถามนักเรียน ครูควรลองใช้คำถามนั้นๆกับเพื่อนครูก่อน เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ ก่อนที่จะอ่านเฉลยเกี่ยวกับวิธีการและคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ครูเข้าใจได้ดียิ่งขึ้นในเหตุผลหลากหลายแง่มุม การเป็นตัวแทนและความสัมพันธ์ที่อาจจะเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในวิธีการหาคำตอบ

ฟลอยด์ (Floyd, 2005: 2-5) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ สรุปได้ว่า การให้นักเรียนคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการตัดสินใจ (Making Decision) ในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทำให้สามารถกำหนดกลยุทธ์ (Strategy) เทคนิค (Technique) กระบวนการ (Procedure) และกฎเกณฑ์ต่างๆ (Rules) ในการเรียนได้

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถคิดอย่างเป็นระบบมากขึ้น เนื่องจากมีการเก็บข้อมูลที่ดี และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ นอกจากนี้ยังทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง ตลอดจนแก้ปัญหาต่างๆได้ด้วยตนเองโดยใช้ทักษะพื้นฐานการเรียนรู้ที่ศึกษามาแล้ว

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน และมีผลการวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศที่ระบุชี้ชัดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง เช่น งานวิจัยของเมดเวเดวา (Medvedeva อ้างถึงใน Stillman, 2007: 21-22) ซึ่งศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน งานวิจัยของชอปไบ (Sapir, 2005: 60) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์

พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

นอกจากนี้การใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแล้วยังมีนักคณิตศาสตร์ที่ได้เสนอแนวคิดในการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

### 1.3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2005: 2) ได้ศึกษาการคิดแบบฮิวริสติกส์ และเสนอแบบจำลองความคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เพื่อส่งเสริมนักเรียนให้เรียนรู้สิ่งต่างๆอย่างลึกซึ้งด้วยตนเอง ซึ่งการใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ นักเรียนอาจต้องสร้างการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิมหรือการใช้สัญชาตญาณ การใช้กฎ หลักการ และทฤษฎี การใช้ขั้นตอนวิธีการใหม่ๆ การตั้งคำถามใหม่และปัญหาใหม่ ตลอดจนการสร้างแบบจำลองความคิดคณิตศาสตร์รูปแบบใหม่ของตนเอง ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ของเซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 10) มุ่งเน้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจลึกซึ้ง สามารถขยายความมโนทัศน์หลักที่นักเรียนต้องการศึกษาได้ มีความคิดคล่องในการคิดหาคำตอบได้ จำนวนมากที่สุดในเวลาที่จำกัด มีความคิดยืดหยุ่นในการคิดแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ หลากหลายแนวทาง รวมทั้งมีความคิดริเริ่มโดยสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้ แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น และมีความคิดละเอียดลออ คือคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจน ซึ่งความคิดละเอียดลออจัดเป็นรายละเอียดที่นำมาตกแต่งหรือขยายความคิดเพื่อให้เกิดความสมบูรณ์มากขึ้น นอกจากนี้แบบจำลองความคิดของเซฟฟีลด์ยังช่วยสนับสนุนให้นักเรียนใช้ความคิดเชื่อมโยงข้อมูลจนสามารถสร้างเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปอย่างสมเหตุสมผลตลอดจนการขยายความคิด โดยสามารถหาความสัมพันธ์ของประเด็นหรือคำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้วสำรวจตรวจสอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเด็นหรือคำถามที่สัมพันธ์กับประโยค “ทำไม” และ “จะเป็นอย่างไร ถ้า ....” ทั้งนี้แบบจำลองความคิดของเซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 373-374, 2003: 12-14) ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ สร้างความสัมพันธ์ (Relate) สำรวจตรวจสอบ (Investigate) ติดต่อกับสื่อสาร (Communicate) ประเมิน (Evaluate) และสร้างคำถามหรือปัญหา (Create) โดยนักเรียนอาจเริ่มต้นจากขั้นตอนใด

ก็ได้ในแบบจำลองความคิดนี้และดำเนินต่อไปยังขั้นตอนใดก็ได้เช่นกัน เพื่อสำรวจปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

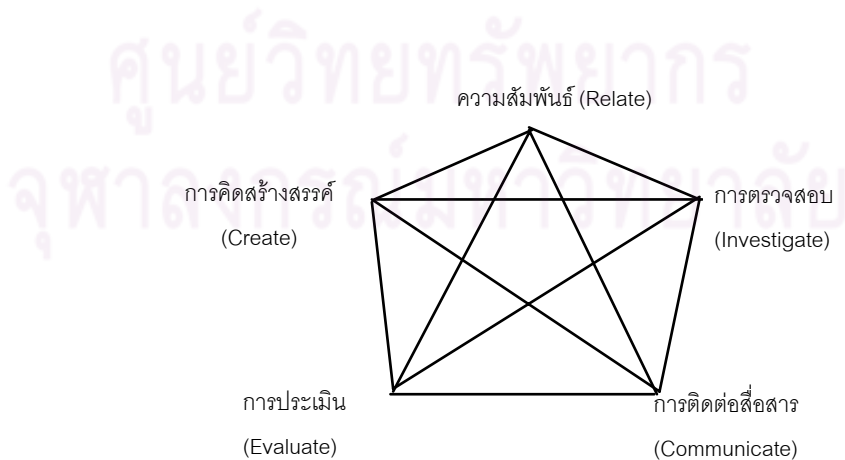
1) สร้างความสัมพันธ์ (Relate) คือ ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่หามาได้เชื่อมโยงให้สัมพันธ์กันในขอบข่ายของคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถทำได้ โดยอาจเปรียบเทียบการโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาใหม่ที่พบกับปัญหาเก่าที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาแล้วแล้วพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใดที่เหมือนกัน ซึ่งเป็นแนวคิดที่ผู้เรียนเคยศึกษามาก่อน และพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีความแตกต่างกันอย่างไร

2) สำรวจตรวจสอบ (Investigate) คือ สำรวจตรวจสอบค้นหา วิธีการแก้ปัญหา หรือตรวจสอบความสัมพันธ์ต่างๆที่คิดไว้ สืบสวน คิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการศึกษา

3) ประเมิน (Evaluate) คือ ประเมินสิ่งที่ค้นพบหรือประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นๆหรือไม่ และสิ่งที่ค้นพบหรือคำตอบนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

4) ติดต่อสื่อสาร (Communicate) คือ อธิบายแนวคิด วิธีการ หรือผลลัพธ์ที่นักเรียนค้นพบให้ผู้อื่นได้รับรู้ และอภิปรายร่วมกับผู้อื่น

5) สร้างคำถามหรือปัญหา (Create) คือ สร้างคำถามใหม่หรือปัญหาใหม่เพื่อใช้ในการสำรวจตรวจสอบโดยพิจารณาว่ามีประเด็น คำถามหรือปัญหาใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจ เมื่อตั้งประเด็น คำถาม หรือปัญหาใหม่ได้แล้วจึงเริ่มดำเนินการใหม่ที่ส่วนใดส่วนหนึ่งในแบบจำลองความคิด



แผนภาพที่ 1 แบบจำลองความคิดของเซฟฟิลด์



เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2000: 8) กล่าวว่าวิธีหนึ่งสำหรับการเริ่มต้นพัฒนาความสามารถด้านความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ การสอนนักเรียนโดยใช้ ฮิวริสติกส์ ปลายเปิด (open – approach heuristic) เช่น ฮิวริสติกส์ ดังภาพที่แสดงข้างต้น ซึ่งแบบจำลองความคิดนี้จะเริ่มที่จุดใดก็ได้แล้วดำเนินการต่อไปยังจุดอื่นๆ อย่างไม่เป็นเส้นตรงเพื่อสำรวจตรวจค้นปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนอาจเชื่อมโยงแนวคิดในการแก้ปัญหาหนึ่งกับปัญหาต่างๆที่เคยพบ ซึ่งได้สำรวจตรวจค้นแนวคิดต่างๆเหล่านั้นไปแล้ว จากนั้นสร้างปัญหาใหม่ดำเนินการแก้ปัญหา วัดประเมินผลของการแก้ปัญหา เชื่อมโยงผลลัพธ์ที่ได้ และหาความสัมพันธ์ของปัญหาที่กำลังคิดแก้ปัญหาอยู่ สิ่งสำคัญคือครูต้องเลือกปัญหาที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจค้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการคิดของตนเองอย่างละเอียดลึกซึ้ง

จากแบบจำลองความคิดนี้นักเรียนไม่ได้สิ้นสุดการคิดเพียงเมื่อค้นพบวิธีการแก้ปัญหาเท่านั้น ในขณะที่มีหลายแบบจำลองความคิดสิ้นสุดเมื่อนักเรียนค้นพบคำตอบ โดยไม่ได้ย้อนกลับมาพิจารณาปัญหานั้นๆอีกเลย ซึ่งแบบจำลองความคิดที่มีลักษณะเช่นนี้นับว่าขาดการกระตุ้นให้นักเรียนคิดลึกซึ้งเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และขาดการค้นพบมโนทัศน์ใหม่ๆทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ที่จะสำรวจปัญหา เมื่อเขาค้นพบว่าความความท้าทายของคณิตศาสตร์ไม่ได้เริ่มต้นที่การค้นพบปัญหาแล้วสิ้นสุดที่การแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ แต่นักคณิตศาสตร์กล่าวว่าคณิตศาสตร์ที่แท้จริงเริ่มต้นหลังจากที่แก้ปัญหาที่ค้นพบได้แล้ว แบบจำลองความคิดนี้แตกต่างจากคำถามคณิตศาสตร์แบบเดิมๆ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษที่เคยถามว่าประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรจัดให้เพิ่มขึ้นหรือไม่ ซึ่งหมายความรวมถึงการเพิ่มหัวข้อเรื่องในหลักสูตร หรือควรเร่งรัดมากกว่านี้หรือไม่ซึ่งหมายถึงการทำให้นักเรียนในหลักสูตรการเรียนการสอนเดิมที่มีอยู่ให้จบเร็วมากขึ้น ทั้งนี้แบบจำลองความคิดที่มีลักษณะเปิด ดังเช่นตัวอย่างนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้ทั้งหลักสูตรการเรียนการสอนในปัจจุบัน และสำหรับหลักสูตรที่มีการปรับปรุงใหม่

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นการฝึกทักษะการคิดแบบหนึ่งที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียนอย่างมากทำให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจลึกซึ้ง สามารถขยายความมโนทัศน์หลักที่นักเรียนต้องการศึกษาได้ มีความคิดคล่องในการคิดหาคำตอบได้จำนวนมากในเวลาจำกัด มีความคิดยืดหยุ่นในการคิดแก้ปัญหาและหาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง รวมทั้งมีความคิดริเริ่มโดยสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น

และมีความคิดละเอียดลออ คือคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจน ยังช่วยสนับสนุนให้นักเรียนใช้ความคิดเชื่อมโยงข้อมูลจนสามารถสร้างเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปอย่างสมเหตุสมผลตลอดจนการขยายความคิด โดยสามารถหาความสัมพันธ์ของประเด็นหรือคำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้วสำรวจตรวจสอบ และเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมอาจส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้

### 1.3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษากล่าวถึงในหลายประเด็น ในขณะที่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการตั้งปัญหานั้นเป็นประเด็นใหม่ที่ยังไม่ได้ถูกกล่าวถึงอย่างแพร่หลายเท่าไรนัก ผู้วิจัยขอเสนอดังต่อไปนี้

แนวคิดหลักในการสอนให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น ครูต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจในโครงสร้างของความรู้ โดยนักเรียนต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ที่มีอยู่ในการคิดวิเคราะห์แก้ปัญหา และสามารถที่จะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ไซมอนและนีเวล (Simon and Newell, 1971: 72-93) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นระบุเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย (Subgoalting) หมายถึง การแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นประเด็นย่อยๆ เพื่อศึกษาในแต่ละประเด็นที่ระบุไว้ นักเรียนเป็นผู้แบ่งเป้าหมายเชิงเนื้อหาย่อย โดยพิจารณาจากความรู้เดิมหรือวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละคาบ
- 2) ขั้นวิเคราะห์วิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ (Means-ends/difference reduction analysis) ขั้นนี้เป็นขั้นของการวิเคราะห์วิธีการศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการศึกษา โดยนักเรียนเป็นผู้พิจารณาวิธีการในการศึกษาเนื้อหาและแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การผลลัพธ์หรือคำตอบที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล
- 3) ขั้นพิจารณาจากผลสรุปไปยังสิ่งที่กำหนดให้ (Working backward) ในขั้นนี้เป็นการพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อยโดยการมองย้อนกลับอย่าง

สมเหตุสมผล โดยครูให้นักเรียนพิจารณาผลลัพธ์หรือคำตอบนั้นแล้วมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่เรียนหรือปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล

4) ขั้นพิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม (Satisficing) ขั้นนี้จะเป็นขั้นของการพิจารณาวิธีการที่ศึกษาในแต่ละประเด็นย่อย โดยเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการศึกษาหรือหาคำตอบและตัดวิธีการที่เป็นไปไม่ได้ออกไป โดยนักเรียนพิจารณาข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปร่วมกันถึงทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดในการศึกษาและหาคำตอบ

แบรนส์ฟอร์ดและสแตน (Bransford and Stain, 1984: 1-7) ได้เสนอขั้นตอนของอีวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) การทำความเข้าใจปัญหา (Identify the problem)
- 2) กำหนดและแยกแยะปัญหา (Define and represent the problem)
- 3) กำหนดทางเลือกในการแก้ปัญหา (Explore possible solution strategies)
- 4) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ (Act on the strategies)
- 5) มองย้อนกลับไปแต่ละขั้นและประเมินผล (Look back and evaluate)

รีชติน (Rechtin, 1991: 1-5) ได้นำอีวริสติกส์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน โดยแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1) จัดให้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย (Simplicity) เพื่อช่วยประเมินระบบโดยรวมว่ามีความซับซ้อนหรือไม่ โดยลดขั้นตอนบางอย่างที่ไม่มีความจำเป็นหรือซ้ำซ้อนออกไป

2) ปรับให้อยู่ในรูปแบบและขั้นตอนที่กำหนด (Form, Function and Fit) ตามแผนผัง (Organizational) และขั้นตอนที่เตรียมไว้ (Management Processes) โดยมี 3 ขั้นตอนย่อยคือ

- 2.1) ปรับโครงสร้างตามลักษณะหน้าที่ (Functional) และกายภาพ (Physical)
- 2.2) ปรับโครงสร้างของระบบทั้งหมด โดยแบ่งตามหน้าที่
- 2.3) ปรับเปลี่ยนผลิตผล และกระบวนการ ให้เหมาะสม

3) จัดกลุ่มในเรื่องที่มีความสัมพันธ์กัน (Aggregation) โดยแบ่งระบบงานทั้งหมดออกเป็นหน่วยย่อย (Elements) รวมถึงตัวเลือกที่เป็นไปได้ โดยแต่ละหน่วยย่อยจะมีความสัมพันธ์กัน (Interfaces) ทั้งเรื่องของหน้าที่และวิธีการออกแบบ กระบวนการอีวริสติกส์ที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

- 3.1) คัดเลือกหน่วยที่ไม่เกี่ยวข้องกันออกมาตามที่เป็นไปได้
- 3.2) ใช้ฟังก์ชันที่เหมาะสมในการจัดให้แต่ละระดับนั้นมีหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน
- 3.3) จัดกลุ่มของสิ่งที่มีอิทธิพลมากที่สุดในระบบ และกลุ่มที่มีปัญหาเกี่ยวกับระบบเข้าไว้ด้วยกัน

4) ปรับเปลี่ยนไปตามสิ่งกระตุ้นภายนอก (Sensitivity) ขั้นตอนนี้จะเน้นไปถึงการปรับให้ระบบมีความยืดหยุ่นต่อสิ่งกระตุ้นภายนอก เช่น ความไม่แน่นอน (Vagaries) ความยุ่งยากใจ (Perturbations) และสิ่งรบกวน (Noise)

5) จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (Intermediate Forms) จากรูปแบบทั่วไปจะถูกพัฒนาขึ้นไปเรื่อยๆ อย่างค่อยเป็นค่อยไปจนกว่าจะสามารถจัดระบบทั้งหมดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานได้

6) ตรวจสอบการเข้ากันได้ของระบบ (Compatibility) มีการจัดระบบงานโดยรวมเมื่อพิจารณาจากวิธีการปฏิบัติที่ผ่านมา (Culture) และพฤติกรรม (Behavior) โดยพิจารณา 2 ส่วนคือ ระบบงานที่มีความซับซ้อน และทำให้ระบบมีความเป็นหนึ่งเดียวกัน โดยกระบวนการฮิวริสติกส์ที่นำมาใช้ มีดังนี้

6.1) การปรับใช้เทคโนโลยีที่มีความทันสมัยให้เหมาะสมกับสภาพสังคมที่เปลี่ยนแปลงไป

6.2) การวางระบบที่มีความแตกต่างกัน (Architectures) ก่อให้เกิดความแตกต่างด้านพฤติกรรม

6.3) ระบบงานที่มีความซับซ้อนมากๆ จะไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดได้ครบทุกเงื่อนไข

6.4) การใช้ฮิวริสติกส์จะทำให้การจัดการระบบง่ายกว่าการทำแบบระบบการคิดแบบย้อนกลับ (Reverse)

โธลส์สันและรีส (Ohisson and Rees, 1991: 1-3) ได้นำฮิวริสติกส์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในขั้นตอนการตั้งสมมติฐาน และคาดคะเนคำตอบที่จะเกิดขึ้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อประโยชน์ดังนี้

- 1) ใช้เป็นค่าคงที่สำหรับอ้างอิงถึงระดับความเข้าใจปัญหา (Problem states)
- 2) เพื่อวัดระดับความสามารถของผู้ที่ศึกษา (Performance)
- 3) ใช้ตรวจสอบและแก้ไขในส่วนที่ผิดพลาด (Detect and correct)

มหาวิทยาลัยแมคมาสเตอร์ (McMaster University, 1998: 1-6) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

1) การให้คำจำกัดความของปัญหา (Define the problem) โดยการทำความเข้าใจปัญหาและหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ

2) สร้างทางเลือกในการหาคำตอบ โดยใช้วิธีการต่อไปนี้

2.1) หาความสัมพันธ์และเชื่อมโยงกับปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

2.2) ตั้งสมมติฐาน

2.3) หาเกณฑ์ชี้วัดที่เหมาะสม

2.4) เก็บรวบรวมข้อมูล รายละเอียดที่ไม่ครบถ้วน

2.5) คาดเดาคำตอบและผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น

2.6) หาทางเลือกจากสิ่งอื่นที่สัมพันธ์กันก่อนหรือเริ่มวิเคราะห์จากส่วนย่อยๆ

ในปัญหานั้นๆ หากสิ่งที่กล่าวมาแล้วไม่สามารถช่วยในการหาคำตอบได้

3) การวางแผนงาน (Plan)

3.1) การระบุประเภทของปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่งที่เหมาะสม

3.2) การนำเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา

4) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

5) พิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้น

5.1) ตรวจสอบว่าวิธีการแก้ปัญหาถูกต้องและตรวจสอบผลลัพธ์สมเหตุสมผลหรือไม่

5.2) ตรวจสอบกระบวนการโดยตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเป็นไปได้

สติลแมน (Stillman, 2007: 29) ได้เสนอขั้นตอนของฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 11 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1) ขั้นพิจารณาหาความสัมพันธ์และความคล้ายกันกับปัญหาเดิมที่ได้รับการพิสูจน์มาแล้ว โดยพยายามเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้รับโดยอาศัยจากความรู้เดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา

2) ขั้นวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไขและตัวไม่ทราบค่าหรือวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการตั้งสมมติฐานและการสรุป

- 3) <sup>ขั้น</sup>พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาว่ามีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยได้เรียนมาแล้วในอดีต
- 4) <sup>ขั้น</sup>กำหนดให้คำจำกัดความของข้อมูลที่เกี่ยวข้องให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์
- 5) <sup>ขั้น</sup>เขียนสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นเมื่อถึงเป้าหมายในระยะหนึ่งของการแก้ปัญหา
- 6) <sup>ขั้น</sup>ใช้กระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลและการตั้งสมมติฐานเพื่อตรวจสอบหาหนทางที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา
- 7) <sup>ขั้น</sup>แบ่งปัญหาเป็นกรณีศึกษาย่อย โดยพิจารณาจากคุณสมบัติของสิ่งที่สนใจศึกษาในปัญหานั้นๆ
- 8) <sup>ขั้น</sup>พิจารณากรณีย่อยในแต่ละกรณีเพื่อตัดกรณีที่เป็นไปไม่ได้โดยใช้วิธีขัดแย้ง (Contradiction)
- 9) <sup>ขั้น</sup>เปลี่ยนรูปของปัญหาไปและดำเนินการขั้นที่ 1-3 ซ้ำอีกครั้ง
- 10) <sup>ขั้น</sup>พิจารณาจากข้อสรุปหรือสมการสุดท้ายแล้วตั้งสมมติฐานขึ้นมาว่าจะเกิดจากสิ่งใดและทำซ้ำตามกระบวนการนี้ไปเรื่อยๆจนกระทั่งถึงขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลให้อยู่รูปแบบที่ง่ายกว่าเดิม ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยการวิเคราะห์ข้อมูล การตั้งสมมติฐาน และการแก้ปัญหาโดยวิธีการอื่น
- 11) <sup>ขั้น</sup>พยายามจัดรูปของปัญหาให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นโดยให้สมมูลกับสิ่งที่เคยเรียนมาในอดีต

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาสามารถแบ่งขั้นตอนในการสอนได้หลายแบบซึ่งแต่ละแบบมีความคล้ายคลึงกัน แตกต่างกันที่รายละเอียดในแต่ละขั้นย่อย ทั้งนี้สามารถสรุปเป็นขั้นตอนโดยรวมได้คือ 1) <sup>ขั้น</sup>ทำความเข้าใจปัญหาแล้วระบุหรือให้คำจำกัดความของปัญหา 2) <sup>ขั้น</sup>หาทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 3) <sup>ขั้น</sup>พิจารณาทางเลือกที่เหมาะสม โดยการพิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้และสามารถหาคำตอบได้เหมาะสม 4) <sup>ขั้น</sup>ตรวจสอบ เป็นขั้นตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

นอกจากนี้ มีนักการศึกษาได้เสนอข้อคิดและให้ตัวอย่างการใช้กระบวนการใช้ทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

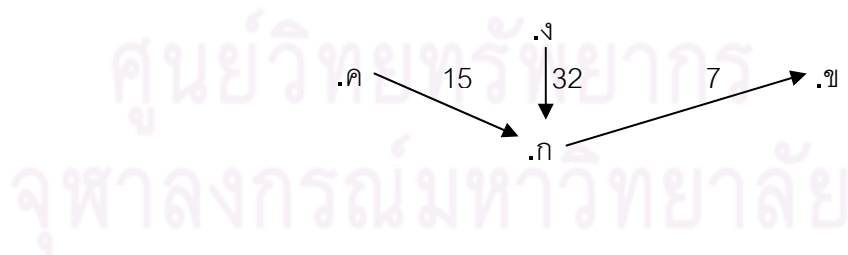
อัมพร ม้าคนอง (2536: 45-47) กล่าวว่า ฮิวริสติกส์อาจนำมาใช้ในการสอนแก้ปัญหาโจทย์ โดยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ ตัวอย่างเช่น

โจทย์ปัญหา นาย ก ให้นาย ข ยืมเงิน 7 บาท แต่นาย ก ขอยืมเงินจากนาย ค และนาย ง 15 บาท และ 32 บาท ตามลำดับ ก่อนหน้านั้น นาย ง เป็นหนี้ นาย ค และนาย ข 3 บาท และ 7 บาทตามลำดับ ถ้ามีการชำระหนี้ทั้งหมดขึ้น ใครจะมีเงิน 18 บาท

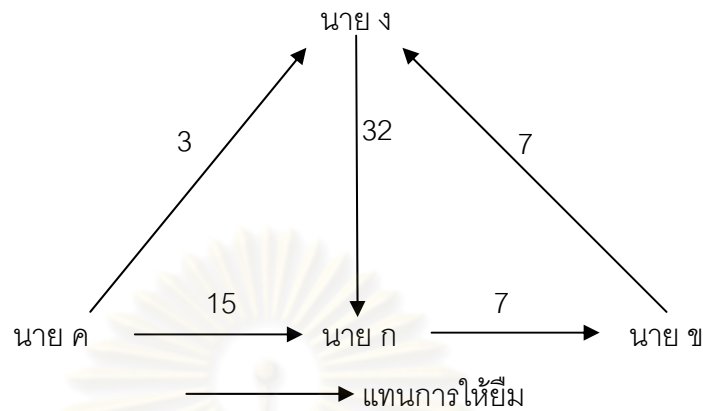
การแก้ปัญหาคือ ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ นำมาหาความสัมพันธ์ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ใช้จุด . แทน นาย ก , ข , ค , ง  
 .ง  
 .ค .ข  
 .ก

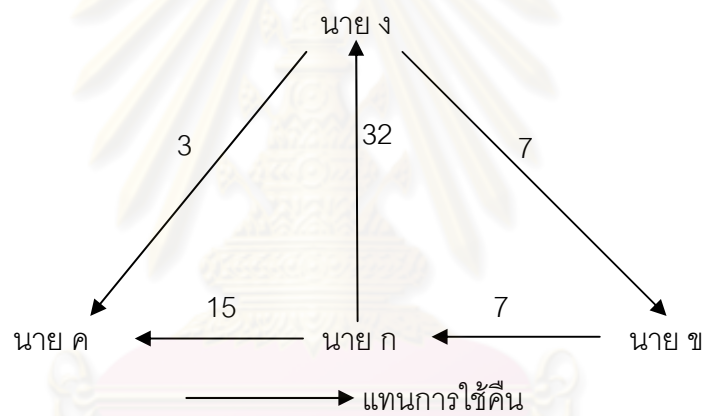
ขั้นที่ 2 นาย ก ให้นาย ข ยืมเงิน 7 บาท  
 นาย ก ขอยืมเงินจากนาย ค และนาย ง 15 บาท และ 32 บาท



ขั้นที่ 3 นาย ง เป็นหนี้ นาย ค และนาย ข มาก่อน 3 บาท และ 7 บาท



เมื่อมีการชำระหนี้ทั้งหมด จะเกิดความสัมพันธ์ ดังนี้



$$\therefore 3 + 15 = 18$$

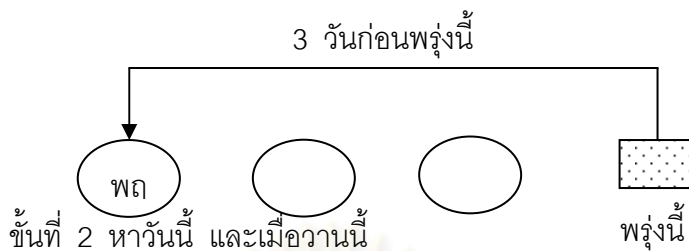
ดังนั้น คนที่จะมีเงิน 18 บาท คือ นาย ค

โจทย์ปัญหาบางอย่างมีความยาวไม่มากนัก แต่มีความซับซ้อนอยู่ภายใน การใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์จะทำให้มองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งดังตัวอย่างต่อไปนี้

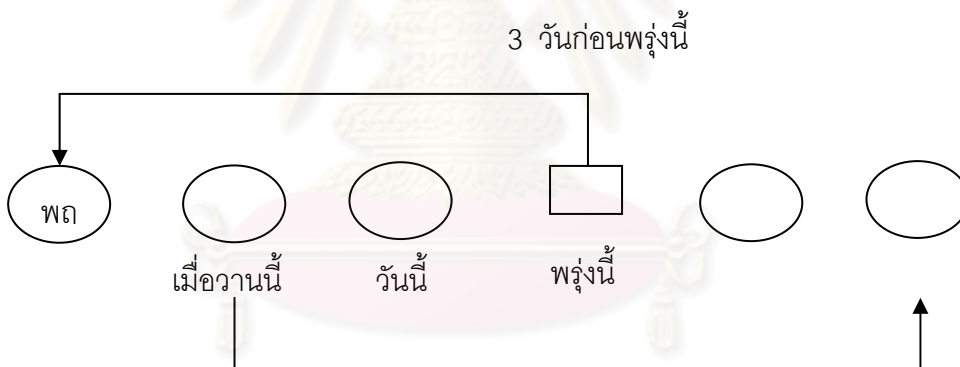
โจทย์ปัญหา ถ้าสามวันก่อนวันพຸ່งนี้ เป็นวันพฤหัสบดีแล้ว สี่วันหลังจากเมื่อวานเป็นวันอะไร  
การแก้ปัญหา จากโจทย์ หาความสัมพันธ์ ได้ดังนี้



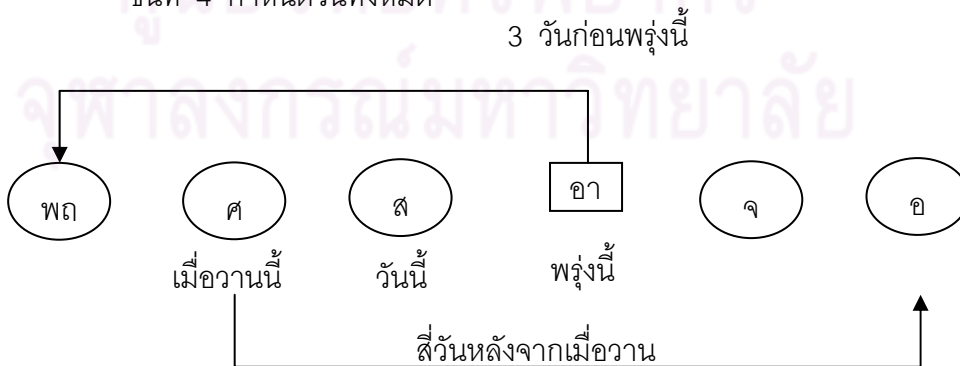
ขั้นที่ 1 กำหนดวันพุธนี้ แล้วหา 3 วันก่อนจากวันพุธนี้



ขั้นที่ 3 หาวันต่อจากวันเมื่อวานนี้



ขั้นที่ 4 กำหนดวันทั้งหมด



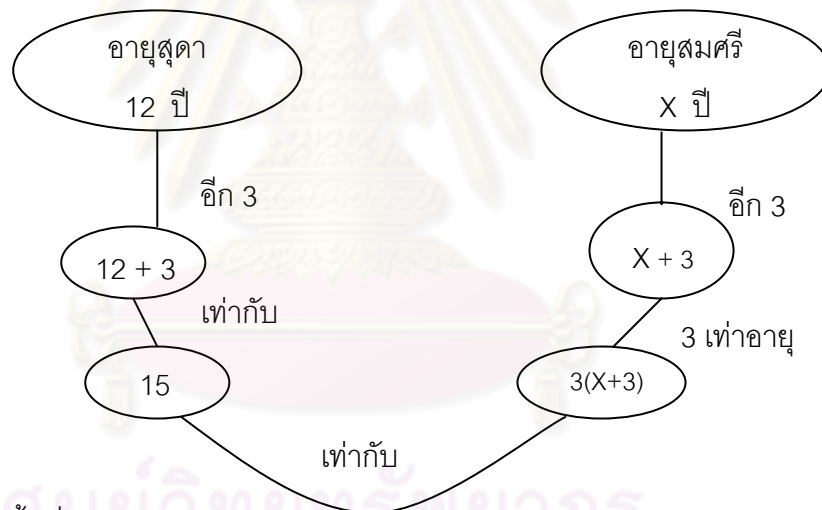
ดังนั้นสี่วันหลังจากเมื่อวานเป็นวันอังคาร

ที่มา: Whimbey, A. Teaching Analytical Reasoning in Mathematics. Franklin Institute Press, 1979 อ้างใน อัมพร ม้าคะนอง วารสารคณิตศาสตร์ ปีที่ 37 (พฤศจิกายน-ธันวาคม 2536) หน้า 46

อรุณี ระย้าแก้ว (2539: 36) กล่าวว่าความคิดแบบฮิวริสติกส์ ช่วยให้สามารถนำความสัมพันธ์เกี่ยวกับเส้นโยงมาแก้ปัญหาโจทย์สมการได้

ดังตัวอย่าง

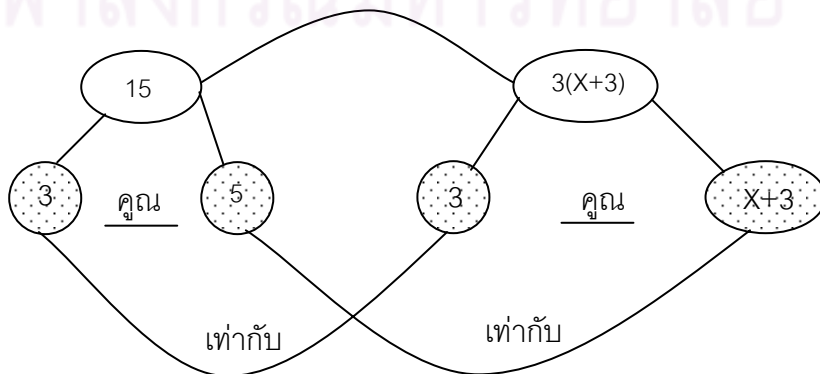
โจทย์ปัญหา    สุดามีอายุ 12 ปี อีก 3 ปีข้างหน้าจะมีอายุเป็น 3 เท่าของอายุสมศรี ปัจจุบันสมศรีอายุเท่าไร  
 ขั้นที่ 1 สร้างผังสมการ



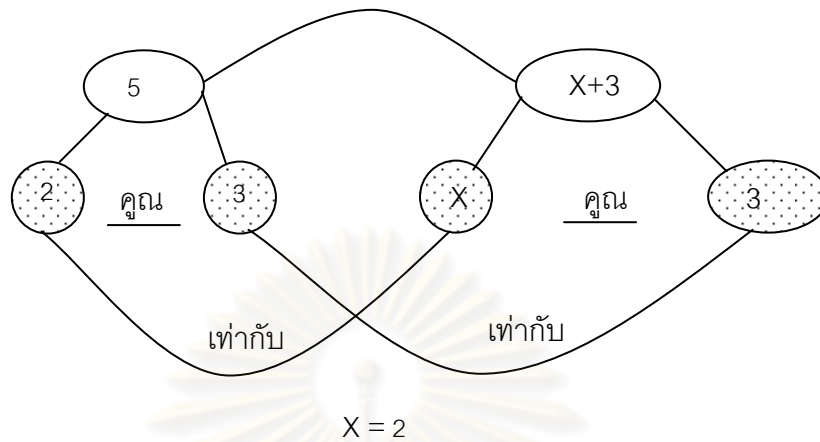
ขั้นที่ 2 แก้สมการ

ได้สมการ  $15 = 3(X+3)$

เท่ากับ



$5 = X+3$



ขั้นที่ 3 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย 2

$$15 = 3(X + 3)$$

$$15 = 3(2 + 3)$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$15 = 15$$

ดังนั้น 2 เป็นคำตอบของสมการ  $15 = 3(X + 3)$

ขั้นที่ 4 ตอบปัญหาโจทย์

$\therefore$  สมศรีมีอายุ 2 ปี

จากตัวอย่างนี้สามารถสรุปได้ว่า การแก้สมการโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1. สร้างผังสมการโดยเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการดังนี้

- 1) สุดาอายุ 12 ปี
- 2) อีก 3 ปีข้างหน้า สุดาอายุ  $12+3$
- 3)  $12+3 = 15$
- 4) สมมุติให้สมศรีมีอายุ  $x$  ปี
- 5) อีก 3 ปีข้างหน้า สมศรีมีอายุ  $x + 3$  ปี

6) 3 เท่าของอายุสมศรีในอีก 3 ปีข้างหน้า คือ  $3(x+3)$

7) ข้อ 3 และ ข้อ 6 เท่ากัน ดังนั้นได้สมการ  $15 = 3(x+3)$

ขั้นที่ 2. แก้สมการ  $15 = 3(x+3)$  อันดับแรกทางด้านขวามือแยกค่าคงที่กับตัวแปร โดยมีคำเชื่อม “คูณ” ต่อจากนั้นก็กระจายค่าคงที่ทางซ้ายมือให้มือให้มีค่าคงที่เท่ากับทางขวามือ 1 ตัวและอีก 1 ตัวหาได้จากคำเชื่อม “คูณ” จนกระทั่งได้ค่าตัวแปรออกมา

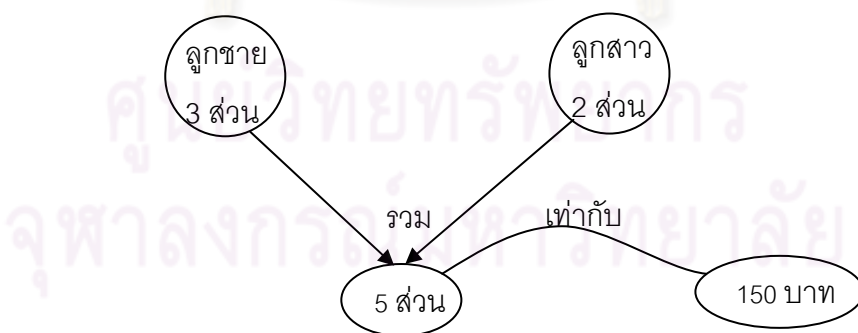
ขั้นที่ 3. ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4. นำคำตอบที่ตรวจสอบแล้วมาตอบปัญหาโจทย์

เคลลี่ โลเรตตา และแอนนี่ (Kelley, Loretta and Anne, 1993: 67-69) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ สรุปได้ว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมองเห็นปัญหาได้อย่างเป็นระบบ และช่วยให้นักเรียนจัดการกับปัญหาได้อย่างเป็นระบบด้วยเช่นกัน และได้เสนอตัวอย่างในการสอนเรื่องอัตราส่วน ดังต่อไปนี้

โจทย์ปัญหา แม่แบ่งเงิน 150 บาท ให้ลูกสาวและลูกชายในอัตราส่วน 2:3 แบ่งเงินให้ลูกสาวเท่าไร

ขั้นที่ 1 แม่แบ่งเงินให้ลูกสาว 2 ส่วน จากทั้งหมด 5 ส่วนซึ่งเงินทั้งหมด 5 ส่วน คิดเป็นเงิน 150



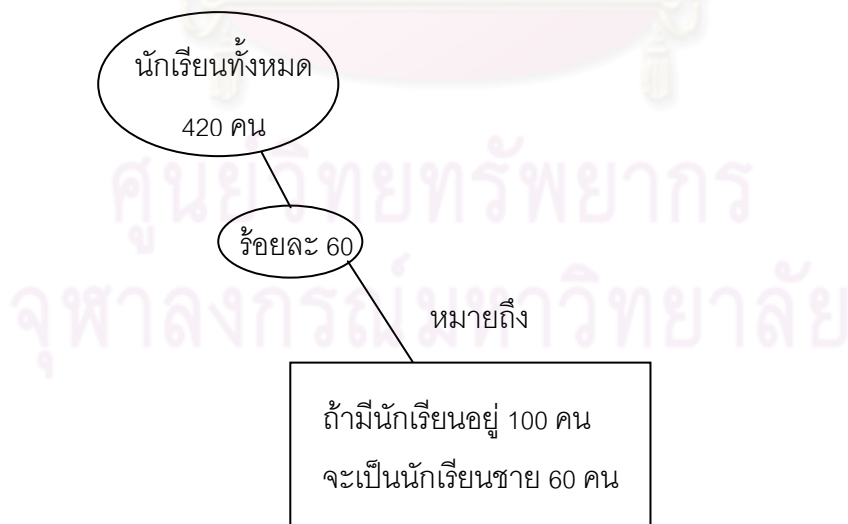
ขั้นที่ 2 เงิน 5 ส่วน คิดเป็น 150 บาท ถ้าจะหาเงิน 1 ส่วน จะต้องแบ่ง 150 บาท ออกเป็น 5 ส่วนด้วย

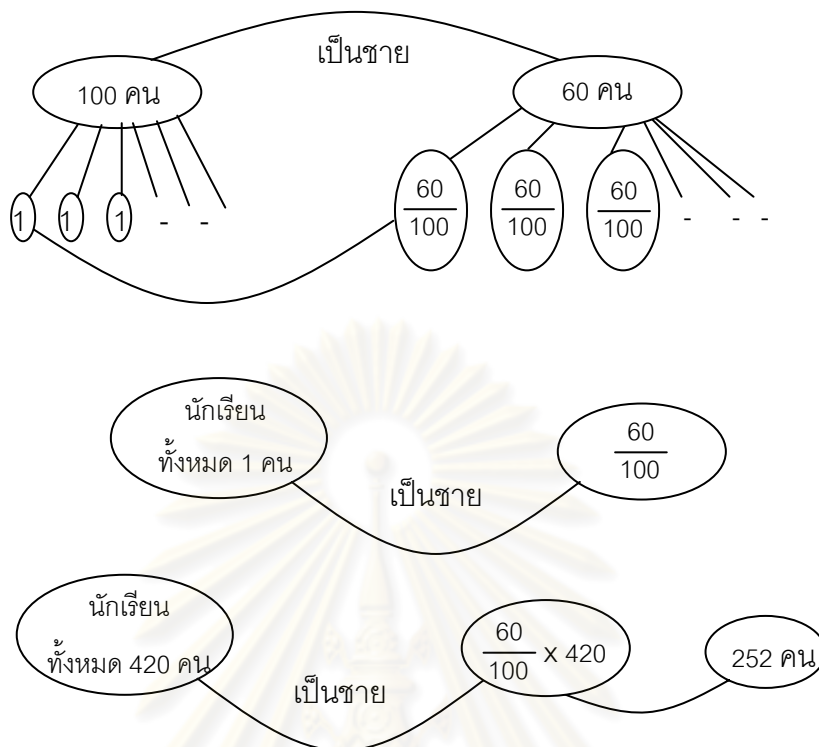
5 ส่วน	เท่ากับ	150 บาท		
1 1 1 1 1			$\frac{150}{5}$	$\frac{150}{5}$
1 ส่วน	เท่ากับ		เท่ากับ	30 บาท
2 ส่วน	เท่ากับ	2 x 30	เท่ากับ	60 บาท
(ลูกสาว)				
3 ส่วน	เท่ากับ	3 x 30	เท่ากับ	90 บาท
(ลูกชาย)				

∴ ลูกสาวได้รับเงิน 60 บาท

นอกจากนี้เคลลี่ โลเรตตา และแอนนี่ (Kelley, Loretta and Anne, 1993: 80) กล่าวให้ข้อคิดเพิ่มเติมว่า ครูสามารถกระตุ้นให้นักเรียนพยายามคิดหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยอาจใช้เส้นโยงมาช่วยได้ เช่น การใช้เส้นโยงในการช่วยแก้ปัญหาโจทย์ร้อยละ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

โจทย์ปัญหา ร้อยละ 60 ของนักเรียน 420 คน เป็นนักเรียนชาย มีนักเรียนชายกี่คน





∴ มีนักเรียนชาย 252 คน

นอกจากแนวความคิดการใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์บางคนเสนอการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ในแง่มุมมองต่างๆดังนี้

เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2005, 34) เสนอแนวคิดที่สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้ครูและนักเรียนควรร่วมกันส่งเสริมให้เกิดการคิด การสำรวจตรวจสอบ และการตรวจสอบโดยเน้นให้นักเรียนใช้คำถามต่างๆด้วยตนเองต่อเนื่องจากคำถามของครู ทั้งนี้ก่อนที่ครูจะถามคำถามนักเรียน ครูควรลองใช้คำถามนั้นๆกับเพื่อนครูก่อน เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ ก่อนที่จะอ่านเฉลยเกี่ยวกับวิธีการและคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งการเตรียมตัววิธีนี้จะทำให้ครูเข้าใจคำตอบของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้นในเหตุผลหลากหลายแง่มุมของนักเรียน การใช้ตัวแทนและความสัมพันธ์ที่อาจจะเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในวิธีการหาคำตอบของนักเรียน การคิดแบบฮิวริสติกส์จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนกล้าตั้งคำถาม กล้าตั้งประเด็นที่น่าคิดและท้าทายสมอง ตลอดจนกล้าที่จะตั้งปัญหามาสำรวจตรวจสอบต่อไป การตั้งปัญหาที่ครูควรฝึกให้นักเรียนควรเริ่มจากง่ายไปยาก เช่น เริ่มจากการเปลี่ยนแปลงปัญหาเดิมที่นักเรียนเคยพบ วิธีนี้ทำให้

นักเรียนสามารถเปลี่ยนแปลงส่วนต่างๆของปัญหา สถานการณ์ ตลอดจนผลลัพธ์ได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลงส่วนต่างๆ (Part Changing) เทคนิคสแกมเปอร์ (SCAMPER) ซึ่งได้แก่การแทนที่ การรวม การปรับเปลี่ยน การดัดแปลง การทำให้น้อยลง การทำให้มากขึ้น การประยุกต์ การผกผัน และการจัดรูปแบบใหม่ (Substitute, Combine, Adapt, Modify, Minify, Magnify, Put to other uses, Reverse or Rearrange) เทคนิคการใช้และไม่ใช้ การคิดย้อนกลับ (Doing and undoing (working backwards)) ตลอดจนการใช้คำถาม “ผลลัพธ์จะเป็นอย่างไรถ้า .....” (“What if .....””) เป็นคำถามนำในการสำรวจตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ วิธีการนี้จะทำให้นักเรียนมีความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

จากศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการตั้งและแก้ปัญหามathematics พบว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์นี้เป็นแนวหนึ่งที่จะสามารถส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ส่งเสริมนักเรียนให้รู้ต้นเหตุของปัญหา แก้ปัญหาได้อย่างสร้างสรรค์ตลอดจนการตั้งปัญหา ทำให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบย่อยภายใน ตลอดจนภาพรวมทั้งหมด ทำให้ง่ายต่อการนำไปใช้และวิเคราะห์ต่อไป วิธีการฝึกคิดแบบฮิวริสติกส์จึงเป็นวิธีสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดวิธีแก้ปัญหามีหลายทางเลือก ส่งเสริมให้นักเรียนพูดคุยปัญหาของตนเองกับบุคคลอื่น และรับฟังความคิดเห็นของบุคคลอื่นอย่างมีวิจารณญาณ และเป็นผู้รู้จักประเมินความคิดของตนเอง โดยครูสามารถประยุกต์ใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ได้หลากหลายรูปแบบ และใช้สอนได้ทั้งการสอนเนื้อหาและการสอนเกี่ยวกับการดำเนินการ

#### 1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีดังนี้ เยน (Yen, 1985:1) ได้ศึกษาในเรื่องการแก้ปัญหามathematics ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 จำนวน 18 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบประเมินความสามารถในการเรียนรู้ของตนเอง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น และมีทัศนคติต่อการเรียนดีขึ้น โดยเขาเสนอข้อคิดเห็นว่าผลการทดลองเป็น

เช่นนี้เนื่องจากการคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยในการช่วยพัฒนาระดับการเรียนรู้และค้นหาข้อมูลในการศึกษาหาความรู้ใหม่ๆ ได้ด้วยของตนเอง

ริทท์ (Ritt, 1987: 1) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการทั่วไปกับวิธีคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย 75 คน และนักเรียนมัธยมต้น 20 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ รูปแบบโมเดลการสอนแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน การทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบโดยมองจากผลไปหาเหตุ ผลการวิจัยพบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการทั่วไปกับวิธีคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เหมือนกันโดยจะแตกต่างกันที่ขั้นตอนการดำเนินการตามแผนที่วางไว้

การ์เน็ต (Garnett, 1991: 120-103A) ที่ได้พัฒนาวิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่มีโครงสร้างในการทดลอง โดยใช้เทคนิคการสอนหลายอย่างรวมกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียน เกรด 6 จำนวน 60 คน ใช้เวลาการทดลองทั้งหมด 5 เดือน การประเมินผลการสอนใช้วิธีหาข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงอุปนัยผลการทดลองพบว่า หากไม่คำนึงถึงระดับความสามารถพื้นฐานเดิมของนักเรียน การพัฒนาการสอนโดยใช้ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้ สามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้ และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น

เคย์ (Kay, 1991: 1) ได้เปรียบเทียบนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ ตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 จำนวนทั้งหมด 377 คน โดยแบ่งตามระดับความสามารถสูง กลาง และต่ำ ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 8 เดือน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์สามารถทำคะแนนได้ดีกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนโดยใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ เมื่อพิจารณาจากความสามารถในการเรียนระดับเดียวกัน



โครวลี่ (Crowley, 1991: 1-2) ได้ศึกษาการใช้ฮิวริสติกส์สำหรับแก้ปัญหาทางพีชคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวนทั้งหมด 128 คน โดยแบ่งเป็นนักเรียนสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 58 คน ได้รับการสอนด้วยขั้นตอนของฮิวริสติกส์โดยวิธีการมองจากผลสู่เหตุ การเขียนแผนผังความคิด เขียนแผนภาพเวน การเดาและตรวจสอบ การสร้างข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอน การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และการแปลความหมายที่มีซับซ้อน และกลุ่มควบคุม จำนวน 70 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 11 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางพีชคณิตไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

เจมส์และวิลเลียม (James and William, 1992: 74-77) ได้ศึกษาพฤติกรรมและทัศนคติของครูผู้สอนที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีฮิวริสติกส์และวิธีการอภิปรายตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนักศึกษาระดับปีที่ 1 จำนวน 64 คน โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มละ 16 คน แล้วเลือกมา 1 กลุ่ม ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 10 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักศึกษาที่คิดแก้ปัญหาเพียงคนเดียวโดยวิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่านักศึกษาที่รวมกลุ่มกันโดยวิธีการอภิปรายกลุ่มย่อยในการแก้ปัญหา เนื่องจากกลุ่มที่ใช้วิธีทางฮิวริสติกส์ ส่งผลต่อผลสำเร็จในการแก้ปัญหาพอควร โดยจากการทดลองเห็นว่ากลุ่มที่ใช้ฮิวริสติกส์นั้นมีการเก็บรวบรวมข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (Wilson, Fernandez, and Hadaway, 1999) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 กลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ พบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ

เมดเวเดวา (Medvedeva อ้างถึงใน Stillman, 2007: 21) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมกับนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างง่าย และพบว่านักเรียนมีความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตัวปัญหา จุดเน้นของโครงสร้างปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาในลักษณะเดียวกันได้

เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2008: 370-373) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา จากงานวิจัยจำนวน 40 ฉบับ ของ 24 ประเทศ พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์จะทำให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 10) ยังเสนอแนะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจสามารถขยายความมโนทัศน์หลักที่นักเรียนต้องการศึกษาได้ มีความคิดคล่องในการคิดหาคำตอบได้จำนวนมาก มีความคิดยืดหยุ่นในการคิดแก้ปัญหาและหาคำตอบได้หลากหลายแนวทาง รวมทั้งมีความคิดริเริ่มโดยสามารถคิดหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้แปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคิดของคนอื่น และมีความคิดละเอียดลออ คือคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายให้เห็นภาพได้ชัดเจนช่วยสนับสนุนให้นักเรียนใช้ความคิดเชื่อมโยงข้อมูลจนสามารถสร้างเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปอย่างสมเหตุสมผล ตลอดจนการขยายความคิดให้กับนักเรียน ซึ่งรายละเอียดเหล่านี้ครอบคลุมองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์

อรุณี รัชยาแก้ว (2539: 56-74) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ จำนวน 39 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ จำนวน 39 คน พบว่าค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติ

ขอบใจ สาสีทธิ (2545: 60) ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยเน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและความสามารถในการให้เหตุผลกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่าในอดีตจนถึงปัจจุบันมีการศึกษามาเป็นระยะเวลาอันยาวนาน ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาผลของการนำการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าการไม่ใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สามารถใช้ได้กับนักเรียนทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ใช้ได้กับนักเรียนทุกระดับความสามารถทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน นอกจากนี้เมื่อพิจารณาแล้วพบว่ามีแนวโน้มที่จะใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อพัฒนาทักษะอื่นทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เช่น ความคิดสร้างสรรค์ และการให้เหตุผล

## 2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างเป็นระบบและมีเหตุผล เป็นเครื่องมือสำคัญในการปลูกฝังอบรมให้ผู้เรียนมีความละเอียด รอบคอบ ช่างสังเกต มีความคิดสร้างสรรค์ และจากความสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ที่นำมาซึ่งความคิดที่แปลกใหม่ เพื่อไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงได้มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้ให้ความสำคัญและสนใจศึกษาในเรื่องนี้ โดยได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เกอร์ฮาร์ด (Gerhard, 1971: 157) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างหรือจัดระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ริเริ่มคาดไม่ถึงและมองเห็นผลผลิตในรูปแบบใหม่

รอย (Roy, 1982: 143-147) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่ซับซ้อน แต่ก็สามารถสังเกตได้ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณา คือ ความสามารถในการสรุปข้อความทางคณิตศาสตร์ให้เป็นหลักการ

โดยทั่วไป ความสามารถในการตีความคำตอบ และความสามารถในการค้นพบเนื้อหาสำคัญทางคณิตศาสตร์

คันจิโลสิ (Cangelosi, 1996: 165) ได้กล่าวถึงการทำงานทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ว่า นักเรียนทำงานที่เป็นคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ด้วยการคิดที่แตกต่างในเรื่องแนวคิดริเริ่ม ไม่ซ้ำใคร การคาดคะเน ขั้นตอนวิธีหรือการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการคิดที่แตกต่างกัน การแสดงเหตุผลที่ผิดจากแนวความคิดปกติ มีผลตอบสนองที่ผิดคาดและผิดธรรมดา

แอนนี (Anne, 1999: 79) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นได้ด้วยการกระตุ้นโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ในการปฏิบัติที่เหมาะสม การชี้แจงข้อตกลงเบื้องต้นและยกตัวอย่างประกอบ จะสามารถทำให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

โคเฮน มาเนียน และมอร์ริสัน (Cohen, Manion and Morrison, 2000: 56-57) ได้ให้คำนิยามปฏิบัติการของคำว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเขียนคำตอบที่เป็นตัวเลข กราฟ หรือแผนภูมิที่แตกต่างกัน ซึ่งคำตอบอยู่ในลักษณะที่มีการประยุกต์

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 3) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการที่ทำให้เกิดความคิดใหม่ๆ มโนทัศน์ใหม่ๆ ตลอดจนความสัมพันธ์ใหม่ๆระหว่างความคิดกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างซับซ้อน โดยใช้กระบวนการคิดที่แปลกใหม่ ริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว กว้างไกล หลายทิศทาง ด้วยการคิดดัดแปลงผสมผสานความคิดเดิมกับสิ่งใหม่ และเป็นความคิดที่ไม่ซ้ำแบบใคร ซึ่งอาจจะเป็นการคาดคะเนขั้นตอนวิธีหรือการแก้ปัญหาใดๆทางคณิตศาสตร์

## 2.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองของบุคคล ไม่สามารถมองเห็นภาพพจน์ได้ชัดเจน เช่นเดียวกับความคิดสร้างสรรค์ จึงมีนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ เพื่อใช้เป็นตัววัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เบิร์น (Burns, 1995: 25-39) และรอลลิสัน (Rawlison, 2005: 15-16) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ 4 องค์ประกอบ ซึ่งอธิบายได้สอดคล้องกัน สรุปได้ดังนี้

1) ความคิดคล่อง (Fluency) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว โดยครูและนักเรียนจะต้องตระหนักว่า จากสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบที่ผิด ดังนั้นจึงต้องยอมรับทุกคำตอบ ไม่มีการกำหนดจำนวนความคิดที่ต้องการแสดงออก และจะต้องกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับกิจกรรมนั้นๆ ซึ่งอาจจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกร่วมกันทั้งชั้นหรือจัดกลุ่มก็ได้ เช่น ให้นักเรียนตั้งโจทย์คำถามที่มีคำตอบเป็น 15 ซึ่งนักเรียนที่มีความคิดคล่องสามารถคิดโจทย์คำถามได้หลายคำถาม และคิดได้อย่างรวดเร็ว

2) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้มากแตกต่างหลายทิศทางหรือหลายประเภท โดยครูจะต้องฝึกให้แตกต่างจากความคิดคล่องและต้องคอยกระตุ้นด้วยคำถามที่กระตุ้นให้เกิดการฝึกคิดทางคณิตศาสตร์ อาจจะจัดร่วมกันทั้งชั้นหรือเป็นกลุ่มก็ได้

3) ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่ ไม่เหมือนใคร เป็นเอกลักษณ์ของตัวเอง โดยครูให้นักเรียนคิดแล้วสรุปสิ่งที่แปลกใหม่ทางคณิตศาสตร์ เช่น ให้นักเรียนบอกตัวเลขที่ชอบแล้วแสดงเหตุผล นักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสามารถแสดงเหตุผลได้แตกต่างจากผู้อื่นและเหตุผลนั้นมีความถูกต้องด้วย

4) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) เป็นการขยายขอบเขตของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้ละเอียดและน่าสนใจเพื่อเพิ่มเติมรายละเอียดของความคิดให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยครูเริ่มต้นด้วยการตั้งหัวข้อเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์แล้วให้นักเรียนเสนอรายละเอียดให้มากที่สุดเท่าที่จะคิดได้ เช่น ให้นักเรียนต่อเติมรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนที่มีความละเอียดในการคิดสามารถเสนอรายละเอียดได้แตกต่างจากผู้อื่น และถูกต้องครบถ้วน

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 25-27) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มี 4 องค์ประกอบ คือ

- 1) ความคล่องในการคิด (Fluency) หมายถึง จำนวนคำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้เป็นความสามารถในการคิดได้อย่างรวดเร็วมีปริมาณมาก
- 2) ความยืดหยุ่นในการคิด (Flexibility) หมายถึง ประเภทของการคิดที่สามารถคิดได้อย่างหลากหลาย หรือการคิดได้หลากหลายแนวทาง
- 3) ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ความคิดที่มีสถิติซ้ำกับคนอื่นน้อย เป็นความคิดที่แปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดธรรมดา
- 4) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) หมายถึง ความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอนทั้งหมด เป็นความคิดเพื่อให้เกิดความสมบูรณ์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ซึ่งความคิดสร้างสรรค์นี้ต้องเป็นสิ่งใหม่ใช้ประโยชน์ได้ และมีความเหมาะสมด้วย

### 2.3 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เฮลอค (Haylock, 1987: 58) ได้กล่าวถึงผู้ที่มีความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูง สรุปได้ดังนี้

- 1) เป็นผู้ที่มีความรอบรู้และมีนโยบายเกี่ยวกับตนเองทางคณิตศาสตร์สูง
- 2) มีความคาดหวังที่จะคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ดีที่สุด
- 3) มีจินตนาการในการคิด กระทำในสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยด้วยความพยายาม
- 4) มีความวิตกกังวลเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 5) ชอบที่จะคิดตอบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด
- 6) มีความคิดที่เป็นอิสระและมีความคล่องในทักษะการคิดและการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนปกติ
- 7) มีความคล่องและความคิดริเริ่มในการคิดหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น

8) มีความกล้าคิด กล้าเสี่ยงที่จะตอบคำถาม กล้าแสดงเหตุผล และกล้าคิดคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

9) มีความสามารถในการคาดคะเนเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยอยู่บนพื้นฐานแห่งความเป็นจริง

10) มีความคิดเป็นลำดับขั้นตอนและมีการจัดเรียงลำดับข้อมูลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างมีระเบียบกฎเกณฑ์

11) มีลักษณะเด่นในด้านพุทธิพิสัยและไม่จำกัดความคิดของตัวเองในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่เพียงอย่างเดียว

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 30) กล่าวถึง ลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) มีความยืดหยุ่นในการจัดการข้อมูลต่างๆ สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูลที่ได้จากการคำนวณไปเป็นข้อมูลที่แสดงเป็นรูปภาพ เปลี่ยนเป็นข้อมูลในรูปสัญลักษณ์ หรือสามารถใช้กราฟเป็นตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2) สามารถใช้กระบวนการย้อนกลับได้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนวิธีคิดในทางตรงตามปัญหาที่พบ เป็นการคิดย้อนกลับเพื่อฝึกฝนความสามารถในการคิด

3) มีวิธีการคิดที่ริเริ่มในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยวิธีการเฉพาะที่แตกต่างจากวิธีคิดแบบเดิมมีความพยายามในการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีที่ไม่เคยใช้มาก่อน

4) มีความมุ่งมั่นและพยายามที่จะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมและชัดเจนในการอธิบายเหตุผล

5) สนใจในความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมักใช้คำถามว่า “ทำไม...” หรือ “จะเป็นอย่างไรถ้า...”

6) มีความสามารถและมีความอดทนในการแก้ปัญหาที่ยาก

7) พยายามเรียนรู้ปัญหาที่ลึกซึ้งกว่าปัญหาผิวเผิน เมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาแรกเริ่มได้แล้ว จากนั้นพยายามขบคิดและสำรวจจตรวจค้น ปัญหาที่น่าสนใจซึ่งสืบเนื่องจากปัญหาแรกเริ่มที่สามารถแก้ได้แล้ว

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 53) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) มีความสนใจอย่างกว้างขวางในเรื่องต่างๆ ทั้งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง และเรื่องที่ไม่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

2) มีอารมณ์ขัน

3) ไม่ชอบการบังคับ กำหนดกฎเกณฑ์ ชอบสร้างกติกาใหม่ๆ

4) ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นได้ ถ้าอธิบายเหตุผล

5) ชอบซักถาม

6) ชอบพูดเกี่ยวกับสิ่งประดิษฐ์หรือวิธีการคิดแบบใหม่

7) มีความคิดยืดหยุ่น คิดได้หลายทิศทาง เช่น สามารถคิดแก้ปัญหาจากโจทย์เดียวกันได้หลายวิธี

8) กล้าทดลองทำเพื่อพิสูจน์ความคิดของตนเองถึงแม้จะไม่แน่ใจในผลที่เกิดขึ้น

9) ชอบมีคำถามหรือปัญหาแปลกใหม่ท้าทายให้คิด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, 152-154) กล่าวถึงลักษณะของผู้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1) ความอยากรู้อยากเห็น หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงความต้องการที่จะเรียนรู้ หรือความต้องการที่อยากรู้เพิ่มเติมจากสิ่งที่รู้แล้วหรือยังไม่รู้ เพื่อปรับปรุงความรู้เดิมหรือเพื่อให้ได้ความรู้ด้านต่างๆ ในประเด็นที่สนใจ

2) ความไวต่อปัญหา หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการเกิดความคิดอย่างฉับพลันสืบเนื่องจากการรับรู้หรือการได้ประสบกับเหตุการณ์ในด้านต่างๆ

3) ความคิดแหวกแนว หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการมีแนวคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลโดยทั่วไปที่มีต่อประเด็นขบคิดอย่างเดียวกันในด้านต่างๆ

4) ชอบทำในสิ่งที่ท้าทายความคิด หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการชอบคิดหรือทำในสิ่งที่ยากหรือต้องใช้ความพยายามมากกว่าปกติในด้านต่างๆ

5) ชอบการเปลี่ยนแปลง หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการชอบคิดชอบทำในสิ่งแปลกใหม่และหลีกเลี่ยงการคิดและทำในสิ่งที่ซ้ำซากจำเจในด้านต่างๆ

6) ทำงานเพื่อความพอใจ หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการคิดหรือทำงานโดยมีความพอใจที่จะได้ใช้ความรู้ความคิดของตน เป็นแรงจูงใจมากกว่าการได้รับสินจ้างรางวัลหรือคำชมเชย



7) อารมณ์ขัน หมายถึง อากาหรือพฤติกรรมที่แสดงถึง การมีมุมมองที่หลากหลายและใช้มุมมองที่หลากหลายนั้นผ่อนคลายความตึงเครียดในลักษณะของความสนุกสนานหรือมีอารมณ์ขัน

ลักษณะสำคัญทั้ง 7 ประการข้างต้นสำหรับผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์อาจมีน้อยในบางประการแตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล ครูอาจใช้ลักษณะสำคัญ 7 ประการข้างต้นในการตรวจสอบว่า นักเรียนคนใดมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้ หรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีลักษณะสำคัญดังกล่าวข้างต้นก็ได้

จากลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า บุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จะต้องชอบขบคิดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวที่จะแตกต่าง มีทางเลือกมากมาย ไม่พ่ายแพ้อุปสรรค รักอิสระไม่ชอบทำตามผู้อื่น อยากรู้ อยากรู้อยากเห็น ช่างสังเกต มีความอดทน มีจิตใจจดจ่อกับงานที่ทำ กล้าคิดกล้าเสี่ยงที่จะตอบคำถามและมีการคิดเป็นลำดับขั้นตอนแต่ว่ามั่นคง มีเหตุผล อดทนพยายามทำความเข้าใจสิ่งต่างๆรอบตัว ไม่เครียด ทั้งนี้ลักษณะต่างๆ ดังที่กล่าวข้างต้นอาจไม่ได้เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ แต่ครูควรให้การสนับสนุน ส่งเสริม และพัฒนานักเรียนให้มีลักษณะเหล่านี้

#### 2.4. การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ และนักจิตวิทยาเสนอแนวคิดการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลายแนวทาง ดังนี้

เฟอร์แมน (Furman, 1998: 258-276) กล่าวถึงลักษณะของครูผู้สอนในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

- 1) ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำในการทำงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน และคอยให้ความช่วยเหลืออยู่ใกล้ๆ
- 2) ครูเป็นผู้ชี้แนะ ตักเตือนระเบียบวินัยและคอบกระตุ้นพฤติกรรมให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 3) ครูต้องคอยให้กำลังใจนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนกำลังคิดแก้ปัญหาหรือทำงานที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
- 4) ครูคอยตอบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนถามหรือตั้งข้อสงสัย

- 5) ครูเป็นผู้ที่มีความสามารถในการตั้งคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และสามารถตอบคำถาม พิสูจน์คำตอบ หรือแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วแม่นยำ
- 6) ครูคอยควบคุมและกระตุ้นการนำเสนอคำตอบเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการใช้คำถามนำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์
- 7) ครูควรมีการส่งเสริม ยกยอ หรือให้กำลังใจแก่นักเรียนในขณะที่สอนวิชาคณิตศาสตร์

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2000: 5-6) กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้มีบทบาทอย่างยิ่งสำหรับส่งเสริมนักเรียน โดยจะต้องจัดให้นักเรียนได้มีโอกาสที่หลากหลายในการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจสอบ ค้นคว้าหางานที่มีลักษณะดังนี้

- 1) ควรใช้คำถามที่ถามให้นักเรียนคิด ไม่ใช่คำถามที่ให้นักเรียนเดาสิ่งที่ครูกำลังคิด หรือเดาคำตอบให้ตรงใจครู
- 2) ควรให้งานที่นักเรียนสามารถทำได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานที่เคยเรียนมาก่อน แล้วจึงค้นพบหลักการ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยเรียนมาก่อน
- 3) ควรให้งานลักษณะที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจดูผลสะท้อน ขยายความคิดและความสนใจไปสู่ความสัมพันธ์ของเนื้อหาใหม่ๆ
- 4) ควรให้งานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในหลากหลายระดับและหลากหลายวิธี เช่น การถามให้ตอบปากเปล่า ถามโดยใช้รูปภาพ กราฟ พีชคณิต จำนวน และเรื่องอื่นที่มีประเด็นน่าสนใจ โดยพยายามใช้คำถามเป็นหลัก แล้วนักเรียนทุกคนจะประสบความสำเร็จในระดับใดระดับหนึ่ง โดยที่ยังคงรักษาเกณฑ์ระดับที่สูงไว้สำหรับท้าทายนักเรียนที่มีความพร้อมและกระตือรือร้นที่จะก้าวหน้า หลักสำคัญ คือ ปัญหานั้นอาจมีหลายส่วน การเริ่มต้นโดยใช้คำถามที่สัมพันธ์กันง่ายๆ ซึ่งนักเรียนทุกคนตอบได้ แล้วจึงสร้างคำถามที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น เพื่อท้าทายให้นักเรียนใช้ทักษะทั้งหมดที่มีอยู่ การใช้วิธีดังกล่าวมานี้ นักเรียนทุกคนสามารถทำได้โดยใช้คำถามพื้นฐานเดียวกันในระดับที่เหมาะสม โดยส่วนมากที่ใช้วิธีนี้นักเรียนทุกคนเลือกอ่านหรือเขียนเรื่องในหัวข้อเดียวกัน แต่นักเรียนแต่ละคนอาจเลือกอ่านหรือเขียนได้ในระดับที่กว้างแตกต่างกัน

- 5) ควรอนุญาตให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการตอบคำถาม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนเชื่อมโยงกับปัญหาในชีวิตจริง
- 6) ควรให้งานที่ได้ใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม เช่น เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ ให้เหมาะสมที่สุดกับการวัดทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองความคิดทางคณิตศาสตร์
- 7) ควรให้เวลาสำหรับคิดผลลัพธ์ของนักเรียนแต่ละคน และการแก้ปัญหาควรให้เวลาอย่างเพียงพอสำหรับการสำรวจเป็นกลุ่ม และเพียงพอสำหรับการค้นพบวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ
- 8) ควรให้งานที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการทำ
- 9) ใช้คำถามที่เปิดกว้าง โดยมีคำถามที่ถูกต้องมากกว่า 1 คำตอบ และ/หรือ มีวิธีคิดหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

10) ควรส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่แรกเริ่มถามคำถามจนถึงการตอบในปัญหา ในปัญหาหนึ่งๆควรเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาอื่นๆ ครูควรลองตั้งปัญหาต่างๆ กับเพื่อนครูก่อนที่จะใช้กับนักเรียน เพื่อให้ครูได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาหลายวิธี หลายรูปแบบหลักการทั่วไปต่างๆ และความสัมพันธ์ของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถหาได้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 7-10) ได้กล่าวถึง แนวทางปฏิบัติของครูในการส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งสรุปได้ว่า ครูควรตั้งคำถามใหม่ๆ ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ โดยที่ปัญหาเหล่านั้นเป็นปัญหาที่นักเรียนและครูอาจไม่รู้ในตอนแรกว่าจะเริ่มแก้ที่จุดใด ทั้งนี้ครูอาจใช้คำถามทั่วไป คือ “ใคร” “อะไร” “เมื่อไร” “ที่ไหน” “ทำไม” และ “อย่างไร” คำถามทั่วไปเหล่านี้สามารถที่จะทำให้เกิดการสำรวจตรวจค้นใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน

ครูอาจกระตุ้นให้นักเรียนขยายการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

- 1) ใคร?
  - ใครสามารถอธิบายเป็นคำถามของตนเองได้บ้าง?
  - ใครมีวิธีการคิดที่แตกต่างจากนี้บ้าง
  - ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง
  - ใครมีคำถามใหม่หรือข้อสังเกตได้บ้าง จากโจทย์นี้

- ใครคิดถูก
- 2) อะไร? จะเป็นอย่างไรถ้า?
- นักเรียนเข้าใจปัญหานี้ว่าอย่างไร
  - คำตอบคืออะไร
  - อะไรคือส่วนที่สำคัญของปัญหานี้
  - นักเรียนเห็นแบบรูปอะไรจากปัญหานี้
  - รูปแบบทั่วไปที่สามารถสร้างได้จากแบบรูปที่โจทย์ให้คืออะไร
  - จะต้องพิสูจน์อะไร
  - จะเป็นอย่างไรถ้าเปลี่ยนแปลงบางส่วนของปัญหา
- 3) เมื่อไร?
- เมื่อไรที่กฎหรือทฤษฎีนี้จะใช้ได้บ้าง
  - เมื่อไรที่กฎหรือทฤษฎีนี้จะไม่สามารถใช้ได้
- 4) ที่ไหน?
- คำตอบนี้ได้มาจากไหน
  - ควรจะเริ่มจากจุดใดในปัญหา
  - ในการแก้ปัญหานี้ควรจะไปจุดไหนต่อ
  - นักเรียนจะหาข้อมูลเพิ่มเติมได้จากที่ไหน
- 5) ทำไม? และทำไมไม่...?
- ทำไมกฎหรือทฤษฎีนี้ใช้ได้กับปัญหานี้
  - ทำไมกฎหรือทฤษฎีนี้ใช้ไม่ได้กับปัญหานี้
- 6) อย่างไร?
- ปัญหานี้เหมือนกับปัญหาใดที่เคยพบมาแล้วบ้างหรือปัญหานี้มีรูปแบบคล้ายกับปัญหาใดที่เคยพบมาแล้วบ้าง
  - ปัญหานี้แตกต่างจากปัญหานั้นอย่างไร
  - นักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงปัญหานี้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างไร หรือเชื่อมโยงปัญหานี้กับโมเดลการคิดได้อย่างไร
  - มีวิธีการคิดที่เป็นไปได้กี่วิธี
  - นักเรียนจะมีวิธีในการใช้ตัวแทนได้อย่างไร

- นักเรียนจะมีวิธีในการสร้างโมเดลหรือมีวิธีแสดงให้คนอื่นเข้าใจแนวคิดของเราได้อย่างไร

วิธีการส่งเสริมโดยใช้คำถามที่กล่าวมานี้สามารถใช้ได้กับนักเรียนทุกระดับชั้น และไม่เพียงแต่จะช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ แต่การใช้คำถามเหล่านี้ยังช่วยเพิ่มความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดีอีกด้วย

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 3) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปกติ โดยผ่านการสอนทั้งการดำเนินการและเนื้อหา ใช้เทคนิคการสอนแบบต่างๆผสมผสานกัน ใช้การกระตุ้นโดยให้รางวัลพร้อมทั้งหลีกเลี่ยงการลงโทษ ใช้นวัตกรรมใหม่ๆช่วยในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน และต้องมีความใจเย็นในการพัฒนาทักษะนี้

จากแนวคิดในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรเลือกกิจกรรมที่มีคุณค่า เปิดกว้าง กระตุ้นความสนใจของนักเรียน การใช้คำถามลักษณะต่างๆกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และควรส่งเสริมด้วยกิจกรรมต่างๆที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออก ตลอดจนการใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสมให้กับนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

## 2.5 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องให้สอดคล้องกับหลักการและทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์ คือ ให้ผู้ตอบสามารถคิดได้หลายทาง หลายแบบ หลายแนว ซึ่งมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์สนใจศึกษาการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้คือ

บาลกา (Balca, 1974: 633-636) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการสร้างเกณฑ์ที่ใช้วัดนักเรียนที่มีความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทาง

คณิตศาสตร์ขึ้นมา 25 เกณฑ์ แล้วนำเกณฑ์ดังกล่าวไปสำรวจความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 3 กลุ่ม ได้แก่ นักคณิตศาสตร์ นักวิชาการคณิตศาสตร์ และครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษา ซึ่งคัดเลือกเกณฑ์ที่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นสอดคล้องกัน 80% ขึ้นไป จากการสำรวจพบว่า เกณฑ์ที่ใช้วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มี 6 ด้าน ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังต่อไปนี้

- 1) ความสามารถในการวางหลักการหรือกฎเกณฑ์ในลักษณะเหตุและผลจากสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการนำข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ มาสรุปเป็นหลักการทั่วไปหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการทางตรรกศาสตร์
- 2) ความสามารถในการกำหนดรูปแบบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือสร้างชุดคำตอบที่หลากหลายจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้โดยไม่จำกัดจำนวน
- 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดวิธีแก้ปัญหาได้หลายวิธี และสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมและแตกต่างจากวิธีการเดิม หรือเป็นความสามารถในการเปลี่ยนแปลงวิธีการคิดเพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 4) ความสามารถในการพิจารณาหรือประเมินปัญหาตลอดจนการคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้นในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคาดคะเนเรื่องราว หรือทำนายเหตุการณ์ต่างๆในอนาคตได้อย่างถูกต้อง โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้กับเหตุการณ์ในอนาคตตามเงื่อนไขที่เป็นไปได้
- 5) ความสามารถในการค้นหาข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการตรวจสอบหาข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ และสามารถคิดหาคำตอบที่ถูกต้องได้
- 6) ความสามารถในการแยกแยะปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นปัญหาย่อยๆ ที่เจาะจงได้ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการจับประเด็นสำคัญของปัญหาและการคิดวิธีแก้ปัญหา โดยการแยกแยะปัญหาเป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อนำไปคิดหาคำตอบตามลำดับขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

หลังจากได้เกณฑ์ที่ใช้วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ บาลกาได้นำเกณฑ์ดังกล่าวมาสร้างเป็นแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบ

แบบอัตโนมัติ ใช้สำหรับทดสอบนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 - 8 แล้วจึงนำแบบทดสอบดังกล่าวไปให้ผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์ตรวจพิจารณา และปรับปรุงแก้ไขจนได้เป็นแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (Creative Ability in Mathematics Test: CAMT)

บาลกาได้นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ของมินเนโซตา (Minnesota Test of Creative Thinking) ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 - 8 จำนวน 500 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ 3 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม แล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ผล โดยการแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มๆ โดยใช้คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และคะแนนจากแบบวัดเซอร์วิญญาของทางโรงเรียนเป็นเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่าแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวประกอบด้วยความคิด 2 ลักษณะ คือ การคิดแบบอนกนัย (Divergent) ได้แก่ ด้านที่ 1, 4, 5 และ 6 และความคิดแบบเอกนัย (Convergent) ได้แก่ ด้าน 2 และ 3 และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เซอร์วิญญาและความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป

ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของบาลกาในด้านที่ 3, 4 และ 5 มีดังต่อไปนี้

ด้านที่ 3 ความสามารถในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่

ตัวอย่าง สมมติให้นักเรียนมีน้ำอยู่ 1 บาร์เรล และมีกระป๋องขนาด 7 และ 8 ถ้วยตวง อย่างละ 1 ใบ นักเรียนจะมีวิธีตวงน้ำด้วยกระป๋อง 2 ใบนี้ เพื่อให้ได้น้ำประมาณ 9 ถ้วยตวงได้อย่างไร จงอธิบายขั้นตอนหรือการตวง

จากการทำข้อสอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต่ำจะตอบว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะตวงได้ 9 ถ้วยตวงพอดี แต่จะมีนักเรียนบางส่วนตอบว่าสามารถตวงได้ 9 ถ้วยตวงพอดี และสามารถบรรยายลำดับขั้นตอนการตวงได้ถูกต้องด้วยลำดับขั้นตอนเพียง 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตวงน้ำใส่กระป๋องขนาด 8 ถ้วยตวง

ขั้นที่ 2 เทน้ำออกจากกระป๋องขนาด 8 ถ้วยตวง ใส่ในกระป๋องขนาด 7 ถ้วยตวง จะเหลือน้ำอยู่ในกระป๋องเดิม 1 ถ้วยตวง

ขั้นที่ 3 เหน้จากกระป๋องขนาด 7 ถ้วยตวง กลับไปในถังภาชนะเดิมที่ใส่น้ำอยู่ แล้ว  
เทน้ำที่เหลือ 1 ถ้วยตวงจากกระป๋องขนาด 8 ถ้วยตวง ใส้ในกระป๋องขนาด 7 ถ้วยตวง

ขั้นที่ 4 ตวงน้ำใหม่อีก 8 ถ้วยตวง แล้วนำมารวมกับ 1 ถ้วยตวงที่มีอยู่แล้ว รวมเป็น  
9 ถ้วยตวง

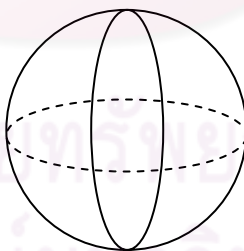
จากแนวคิดที่นักเรียนตอบมา จะเห็นได้ว่า นักเรียนคนนี้ไม่เทน้ำทิ้ง แต่กลับเทคืน  
ภาชนะเดิม ซึ่งแสดงถึงการเห็นความสำคัญของทรัพยากร ถือได้ว่าเป็นนักเรียนที่มีความคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูง และมีนักเรียนบางคนที่ตอบได้แบบเดียวกันแต่แบ่งขั้นตอนได้  
มากกว่านี้ หรือบางคนเทน้ำทิ้ง โดยลื้คิดไปว่า ถ้าสิ่งนั้นมีค่ามากกว่าน้ำจะเป็นอย่างไร เป็นต้น

ด้านที่ 4 ความสามารถในการพิจารณาหรือประเมินปัญหาตลอดถึงการคาดคะเนถึงผลที่  
จะเกิดขึ้นในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง มีลูกบอล 1 ลูก ถ้านักเรียนไม่มีเครื่องมือที่ช่วยในการเขียนรูปเรขาคณิต  
นักเรียนสามารถเขียนรูปเรขาคณิต เช่น เส้นตรง สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม วงกลมหรือรูปหลายเหลี่ยม  
บนพื้นผิวของลูกบอลได้หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

นักเรียนบางคนตอบว่า ไม่สามารถเขียนรูปดังกล่าวได้ แต่สามารถเขียนรูปที่บิดเบี้ยว  
และรูปที่เป็นมีรูปร่างอิสระได้ ซึ่งถ้ถือนักเรียนกลุ่มนี้จัดเป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ตอบแตกต่างจากคนอื่น เช่น

- สามารถเขียนเส้นตรงสองเส้นบนลูกบอลให้ผ่านจะตัดเดียวกัน 2 จุดได้ ดังรูป



- สามารถเขียนรูปเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น ถ้ลูกบอลลูกนั้นมีขนาดเล็กกลง เป็นต้น

พิจารณาจากการตอบข้อสอบของนักเรียน พบว่า ถ้านักเรียนตอบได้แตกต่างจากผู้อื่น  
2 ประเด็น แสดงว่า นักเรียนมีความคิดริเริ่มคิดเป็นร้อยละ 2 ถ้ตอบได้แตกต่างจากผู้อื่น 1  
ประเด็น แสดงว่านักเรียนมีความคิดริเริ่มคิดเป็นร้อยละ 2-5 ของนักเรียนทั้งหมด 500 คน



จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล บาลกาได้อภิปรายผลว่า คะแนนความคิดคล่องสูงเพียงอย่างเดียวไม่สามารถที่จะเป็นตัวชี้ความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงได้ แต่คะแนนความคิดคล่องสูงรวมกับคะแนนความคิดยืดหยุ่นสูง สามารถเป็นตัวชี้ความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงได้ และนักเรียนที่มีคะแนนความคิดยืดหยุ่นสูงจะเห็นได้ว่าเป็นนักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และมีความสามารถในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้แล้วตอบสนองต่อสภาพปัญหานั้นได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

ด้านที่ 5 ความสามารถในการค้นหาข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง จากรายงานของกระทรวงเกษตร ประเทศสหรัฐอเมริกา พบว่า ครอบครัวชาวอเมริกันต้องใช้จ่ายเงินในการซื้อของชำเป็นเงินโดยเฉลี่ย 30 ดอลลาร์ต่อสัปดาห์และค่าใช้จ่ายดังกล่าวเป็นค่าวัสดุที่ใช้บรรจุของชำนั้นๆ เป็นเงิน 9 เหรียญ โดยในแต่ละรัฐจะมีขยะย่อยสลาย 577 ปอนด์ และในหนึ่งปีจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการกำจัดขยะมูลฝอยเกือบ 50 ดอลลาร์ต่อคนต่อปี โดยเฉลี่ยแล้วชาวอเมริกันทิ้งขยะ 5.3 ปอนด์ต่อวัน รัฐบาลสหรัฐต้องใช้งบประมาณ 4.5 พันล้านดอลลาร์ต่อปีในการกำจัดขยะและของเน่าเสียสำหรับประชากรของรัฐจำนวน 200 ล้านคน

จากข้อมูลที่กำหนดให้ข้างต้น ให้นักเรียนเขียนประโยคคำถามที่เกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เท่าที่นักเรียนสามารถจะเขียนได้ โดยสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้เป็นคำตอบซึ่งตัวอย่างคำถามที่นักเรียนเขียน เช่น

- 1) ในหนึ่งปีครอบครัวชาวอเมริกันต้องเสียค่าใช้จ่ายสำหรับซื้อของชำ โดยเฉลี่ยเป็นเงินเท่าไร
- 2) ในเวลาหนึ่งปีครอบครัวชาวอเมริกันต้องเสียค่ากำจัดขยะมูลฝอย โดยเฉลี่ยเป็นเงินเท่าไร
- 3) ในหนึ่งเดือนครอบครัวชาวอเมริกันแต่ละครอบครัวต้องเสียค่าวัสดุที่ใช้ในการบรรจุหีบห่อของชำเป็นเงินเท่าไร เป็นต้น

ซึ่งจากข้อสอบถามดังกล่าวต้องการให้นักเรียนพิจารณาจากข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วตั้งเป็นคำถามให้ได้มากที่สุด เพื่อวัดความสามารถในการค้นหาสิ่งที่ขาดหายไปของข้อมูล แต่จะต้องเป็นคำถามที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้ข้อมูลที่ให้มาคิดหาคำตอบ

กรมวิชาการ (2535: 48-50) ได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า มีหลักการเดียวกันกับแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางด้านภาษาหรือด้านศิลปะ คือ ให้ผู้ตอบคิดหาคำตอบได้หลายๆทาง หลายๆแบบ ให้ได้มากที่สุด ซึ่งประกอบด้วย

- 1) แบบตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วตั้งคำถามให้ได้มากที่สุด ภายในเวลาที่กำหนด
- 2) แบบแบ่งครึ่งรูป โดยจะกำหนดรูปทรงสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม วงกลม แล้วลากเส้นแบ่งครึ่งรูปในลักษณะหลายๆแบบแตกต่างกันให้มากที่สุด
- 3) แบบให้เติมตัวเลข โดยให้เติมตัวเลขลงในรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนด ซึ่งตัวเลขที่เติมให้ใช้ได้เฉพาะเลข 0 ถึงเลข 10 และให้ได้ผลลัพธ์เท่ากับที่กำหนดให้ ภายในเวลาที่กำหนด
- 4) แบบสร้างรูปเรขาคณิต โดยกำหนดไม้ขีดไฟจำนวนหนึ่ง แล้วให้ใช้ไม้ขีดไฟมาสร้างรูปเรขาคณิตให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด
- 5) แบบประกอบภาพแทนแกรม (Tangrams) เป็นการสร้างสรรค์ของจีน ซึ่งรู้จักกันในชื่อ Ch' chiso pan ประกอบด้วย 7 ชิ้น ที่แบ่งมาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยให้นำชิ้นส่วนทั้ง 7 ชิ้น ที่แบ่งมาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยให้นำชิ้นส่วนทั้ง 7 ชิ้น มาประกอบเป็นภาพต่างๆให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

ฮอปกินส์และสแตนเลย์ (Hopkins and Stanley, 1981: 376) ได้กล่าวว่า การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ควรมุ่งพิจารณาจากผลผลิตของการคิดมากกว่ากระบวนการในการคิด การสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จึงต้องใช้คำถามทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างหรือคำถามปลายเปิด เพื่อให้ผู้ตอบการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ อาศัยหลักการเดียวกันทางด้านภาษา หรือด้านศิลปะ คือ ให้ผู้ตอบคิดหาคำตอบได้หลายๆทาง หลายๆแบบให้มากที่สุด

สุภาวดี ตั้งบุปผา (2533: 76) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กรุงเทพมหานคร โดยยึดหลักทฤษฎีของทอร์เรนซ์ กิลฟอร์ด วอลลาสและโคแกน และบอลกา (Balka, 1974: 633) แบบทดสอบของสุภาวดี ตั้งบุปผา ประกอบด้วยความสามารถ 7 ด้าน คือ

- 1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2) ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์

- 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่
- 4) ความสามารถในการคาดคะเนถึงผลที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 5) ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด
- 6) ความสามารถในการนำหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นกรณีทั่วไป
- 7) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข ภาพเรขาคณิต

ทรงเรขาคณิต หรือการใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์

นภดล ฤทธิโสภ (2537: 35) กล่าวว่า การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ควรพิจารณาด้านต่างๆ ดังนี้

- 1) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์
- 2) ความสามารถในการใช้เหตุผล
- 3) ความสามารถในการจัดกระทำโจทย์ทางคณิตศาสตร์
- 4) ความสามารถในการตีความเชิงปริมาณ
- 5) ความสามารถในการสรุปหลักการ
- 6) ความสามารถในการนำหลักการไปใช้ในกรณีทั่วไปสามารถคิดหาคำตอบที่ถูกต้องได้

หลายคำตอบจากคำถามข้อเดียวกัน

กรมวิชาการ (2546: 125) เสนอเกณฑ์การวัดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	มีแนวคิด/วิธีการแปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3	ดี	มีแนวคิด/วิธีการแปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง แต่นำไปปฏิบัติแล้วไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2	พอใช้	มีแนวคิด/วิธีการไม่แปลกใหม่แต่นำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์
1	ต้องปรับปรุง	มีแนวคิด/วิธีการไม่แปลกใหม่และนำไปปฏิบัติแล้วยังไม่สมบูรณ์
0	ไม่พยายาม	ไม่มีผลงาน

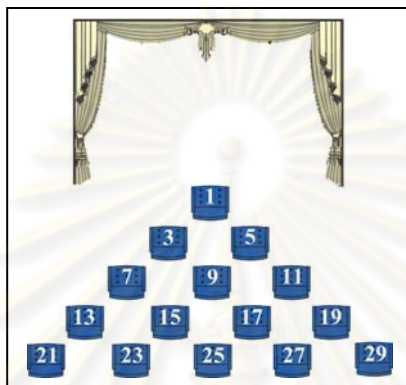
เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 10) ได้เสนอแนวคิดในการประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่าควรพิจารณาจากองค์ประกอบต่อไปนี้

- 1) ความเข้าใจลึกซึ้ง ประเมินจากความสามารถในการขยายความมโนทัศน์หลักที่นักเรียนสามารถสำรวจและพัฒนาได้ ซึ่งควรสัมพันธ์กับวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายของหลักสูตรทุกระดับทั้งระดับชาติและท้องถิ่น
- 2) ความคิดคล่อง ประเมินจากจำนวนคำตอบถูกที่แตกต่างกัน วิธีการคำตอบที่แตกต่างกัน และคำตอบเบื้องต้นใหม่ๆ
- 3) ความคิดยืดหยุ่น ประเมินจากจำนวนแนวทางในการคิดหาคำตอบที่แตกต่างกัน กลวิธีคิดที่แตกต่างกันหรือคำถามที่แตกต่างกัน เช่น ใช้ความรู้จากเรื่องจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต กราฟ
- 4) ความคิดริเริ่ม ประเมินจากคำตอบ วิธีการหาคำตอบหรือคำถามเฉพาะเจาะจง ซึ่งแตกต่างจากคนอื่น
- 5) ความคิดละเอียดลออหรือความคิดละเอียดสละสลวย ประเมินจากคุณภาพของ การแสดงความคิด ซึ่งประกอบด้วยแผนภาพ กราฟ การวาด โมเดล และการอธิบาย
- 6) กฎเกณฑ์ทั่วไป ประเมินจากแบบรูปที่นักเรียนเขียนขึ้นเอง การตั้งสมมติฐานและการตรวจสอบสมมติฐานนั้นเพื่อสรุปเป็นวิธีการทั่วไป

7) การประเมินค่า ประเมินจากความสัมพันธ์ของคำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้ว  
 ตรวจสอบตรวจสอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคำถามคำตอบที่สัมพันธ์กับประโยค “ทำไม” และ “จะเป็น  
 อย่างไร ถ้า ... “

ตัวอย่างแบบทดสอบ

ตัวอย่างที่ 1. ตำแหน่งที่นั่งในห้องประชุมของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีหมายเลขที่นั่ง ดังนี้



ที่นั่งที่เหลือจัดโดยใช้แบบรูปเช่นเดียวกับด้านบน ปัญหาคือ

- โจทย์ที่นั่งหมายเลข 65 เขาจะนั่งอยู่แถวที่เท่าไร?
- ลูมีที่นั่งหมายเลข 361 เขาจะนั่งอยู่แถวที่เท่าไร?
- ฉันทั้งอยู่ตรงกลางของแถวหนึ่ง จงหากฎของแบบรูปในการหาหมายเลข

ที่นั่งของฉันทัน โดยให้ S แทน หมายเลขที่นั่ง และให้ R แทน หมายเลขแถว

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 44-61) เสนอแนวคิดเพิ่มเติมว่า รูปแบบของปัญหาในข้อ  
 ต่อไปอาจใช้แบบรูปของจำนวนรูปสามเหลี่ยม แต่ครั้งนี้ใช้จำนวนคู่เพียงอย่างเดียว นักเรียนอาจ  
 หาจำนวนในแถว โดยใช้การสังเกตจากจำนวนตัวแรก และจำนวนตัวสุดท้ายในแต่ละแถว แล้ว  
 เพิ่มโดยใช้การเพิ่มทีละเท่าๆกัน (โดยอาจใช้การเพิ่ม 1 แบบหรือมากกว่า 1 แบบ ในแถวเดียวกันก็  
 ได้ แบบรูปสำหรับการเริ่มต้นในแต่ละแถว คือ 1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57, 73, ... และจะได้  
 65 คือจำนวนที่ 5 ในแถวที่ 8 ซึ่งแบบรูปนี้เป็นแบบรูปที่เด็กไม่ค่อยสนใจ อย่างไรก็ตามเมื่อ  
 ให้นักเรียนหาแถวของที่นั่งหมายเลข 361 นักเรียนที่ช่างสังเกตอาจจะสังเกตพบว่า จำนวนที่อยู่  
 ตรงกลางของจำนวนในแต่ละแถวเป็นจำนวนที่เกิดจากนำลำดับที่ของแถวมายกกำลังสอง และ  
 จำนวนที่อยู่ตรงกลางของแต่ละแถวคู่มักมีค่าน้อยกว่าอยู่ 1 และมากกว่าอยู่ 1 ของจำนวนที่เกิด  
 จากการนำลำดับที่ของแถวมายกกำลังสอง ดังนั้นนักเรียนได้ว่า เพราะ 65 เป็นจำนวนที่

มากกว่ากำลังสองของ 8 อยู่ 1 ทำให้ได้ว่า 65 เป็นจำนวนลำดับที่ 5 ในแถวที่ 8 และเพราะ  $361 = 9^2$  ทำให้ 361 เป็นจำนวนที่อยู่ตรงกลางของแถวที่ 19

แบบรูปสามเหลี่ยมที่ 2 คล้ายกับแบบแรกแต่ใช้จำนวนคู่เพียงอย่างเดียว แบบรูปนี้จำนวนของแบบรูปที่อยู่ตรงกลางของแต่ละแถวคี่จะมีค่ามากกว่าการนำลำดับที่ของแถวมายกกำลังสองอยู่ 1 และกำลังสองของแต่ละแถวคู่จะปรากฏอยู่ด้านซ้ายของกึ่งกลางแถว นักเรียนที่ช่างสังเกตอาจสังเกตเห็นได้ว่าจำนวนสุดท้ายของแต่ละแถวจะเท่ากับจำนวนเท่าของแถวของจำนวนที่อยู่แถวถัดไป นอกจากนี้นักเรียนควรขยายการสำรวจตรวจค้นไปยังแบบรูปอื่นๆ ที่อาจจะสังเกตได้จากผังที่ให้ ตัวอย่างที่นักเรียนอาจสำรวจตรวจค้นได้อย่างไม่ยากนัก คือ ผลรวมของจำนวนในแต่ละแถว ซึ่งสังเกตได้ว่าผลรวมของผังในแต่ละแถวมีค่าเป็นแบบรูป ดังนี้ 1, 8, 27, 64, ... (หรือ  $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \dots$ ) นอกจากนี้จำนวนที่อยู่ตรงกลางในแต่ละแถวเป็นทั้งค่าเฉลี่ยและมัธยฐานของแถวนั้นๆ นักเรียนที่สามารถสังเกตเห็นจำนวนที่อยู่ตรงกลางในแต่ละแถว (หรือค่าเฉลี่ยของจำนวน 2 จำนวน ที่อยู่ตรงกลางในแถวคู่) เป็นกำลังสองของลำดับแถว ทั้งนี้อาจมีนักเรียนบางคนต้องการสำรวจตรวจค้นว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น เนื่องจากผลรวมของจำนวนในแต่ละแถวเป็นลูกบาศก์ของจำนวนแถว และจำนวนที่อยู่ตรงกลาง คือ ค่าเฉลี่ย ซึ่งค่าเฉลี่ยอาจสามารถหาโดยใช้การหารผลรวม ( $r^3$ ) ด้วยจำนวนของจำนวนในแต่ละแถว ( $r$ ) นั่นคือ  $\frac{r^3}{r} = r^2$

ทั้งนี้เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2003: 11) แนะนำให้ครูใช้เกณฑ์การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเซฟฟีลด์

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	1	2	3	4
ความเข้าใจลึกซึ้ง	ไม่เข้าใจหรือเข้าใจเล็กน้อย	เข้าใจบางส่วน มีความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เล็กน้อย	เข้าใจเป็นอย่างดีถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์	เข้าใจอย่างลึกซึ้ง พัฒนาความคิดได้เป็นอย่างดี
ความคิดคล่อง	ได้คำตอบ 1 คำตอบที่ยังไม่สมบูรณ์หรือยังไม่สามารถนำไปใช้งานได้	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 1 คำตอบ หรือได้ความสัมพันธ์ของคำถาม	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 2 คำตอบ หรือได้ความสัมพันธ์ของคำถามเป็นอย่างดี	ได้คำตอบที่เหมาะสมหลายคำตอบหรือได้ความสัมพันธ์ใหม่ๆ ของคำตอบ

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	1	2	3	4
<b>ความคิด ยืดหยุ่น</b>		ทุกคำตอบใช้วิธีการเดียวกัน เช่น ทุกคำตอบใช้วิธีพิจารณาจากกราฟ ทุกคำตอบพิจารณาจากสมการพีชคณิต	ใช้วิธีคิดหาคำตอบอย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้เรขาคณิต กราฟ พีชคณิต โมเดลทางกายภาพ	ใช้วิธีคิดหาคำตอบหลากหลายวิธี เช่น ใช้เรขาคณิต กราฟ พีชคณิต โมเดลทางกายภาพ
<b>ความคิดริเริ่ม</b>	ได้วิธีคิดที่แตกต่างจากเดิม แต่ไม่สามารถใช้หาคำตอบได้	พบวิธีที่จะนำไปหาคำตอบได้ แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้างธรรมดา	พบวิธีที่จะนำไปหาคำตอบได้และไม่ค่อยมีคนนำวิธีนั้นๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดหรือถ้ามีคนใช้ก็เป็นส่วนน้อย	พบวิธีการหาคำตอบที่โดดเด่นไม่เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรู้ในการคิดและมีนักเรียนเพียง 1 หรือ 2 คนที่ใช้วิธีนี้
<b>ความคิด ละเอียดลออ</b>	ไม่มีความเหมาะสมหรือมีความเหมาะสมเพียงเล็กน้อยในการอธิบายสิ่งที่ให้มา	การอธิบายยังไม่ค่อยเข้าใจและอาจไม่ชัดเจนในบางจุด	อธิบายได้ชัดเจน โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม	อธิบายได้อย่างชัดเจน กระชับ ละเอียดถี่ถ้วน ใช้การได้ดีสามารถอธิบายเป็นกราฟ เรขาคณิต โมเดล หรือสมการได้
<b>หลักเกณฑ์ ทั่วไปและ การให้ เหตุผล</b>	ไม่สามารถสร้างหลักเกณฑ์ทั่วไปได้หรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่สร้างขึ้นไม่ถูกต้องและให้เหตุผลไม่ชัดเจน	หลักเกณฑ์ทั่วไปที่สร้างขึ้นมีที่ผิดอย่างน้อย 1 ที่หลักเกณฑ์อาจไม่ชัดเจนดีพอที่จะสนับสนุน โดยใช้เหตุผลที่ชัดเจน	สามารถสร้างหลักเกณฑ์ทั่วไปที่สามารถใช้งานได้ด้อยอย่างน้อย 1 หลักเกณฑ์หรือสร้างหลักเกณฑ์ที่ถูกต้องได้มากกว่า 1 หลักเกณฑ์แต่ยังไม่สอดคล้องกับหลักเกณฑ์ทั่วไป	สามารถสร้างหลักเกณฑ์ทั่วไปได้อย่างหลากหลายที่สามารถใช้งานได้ดี มีเหตุผลชัดเจน
<b>การประเมินค่า</b>	ไม่ครอบคลุมหรือการประเมินค่านั้นไม่ใช่การประเมินทางคณิตศาสตร์	มีอย่างน้อย 1 คำถาม ที่มี ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเหมาะสมจะสำรวจตรวจค้น	มีคำถามที่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเหมาะสมจะสำรวจตรวจค้นในขั้นลึกซึ่ง 1 คำถาม หรือมีคำตอบที่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเหมาะสมจะสำรวจตรวจค้นมากกว่า 1 คำถาม	มีคำถามที่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเหมาะสมจะสำรวจตรวจค้นในขั้นลึกซึ่งมากกว่า 1 คำถาม

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 15-16) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องวัดในขั้นตอนกระบวนการเรียนการสอน ไม่สามารถวัดโดยแยกจากหลักสูตรการเรียนการสอนได้ และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นี้เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการพิจารณาความสามารถทางการเรียนของนักเรียน และเมนโดซา (Mendoza, 2009: 9-13) ได้ให้ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางให้ครูนำไปประยุกต์ใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จากจำนวนและการดำเนินการที่กำหนด เพื่อให้ได้คำตอบเป็น 500

จำนวนที่กำหนดคือ

2	3	5	9				
10	15	18	25	32	40	49	84
145	200	244	450	690	726	777	940
1533	2345	4500	4768	5300	6894	7896	8888
การดำเนินการที่กำหนดคือ				+	-	×	÷

เงื่อนไขดังนี้

- 1) ในแต่ละคำตอบสามารถใช้จำนวนเต็มจำนวนนั้นๆ ได้เพียงครั้งเดียว
- 2) ถ้าได้คำตอบเป็น 500 พอดี ได้คะแนน 50 คะแนน
- 3) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 25 ได้คะแนน 20 คะแนน
- 4) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 50 ได้คะแนน 10 คะแนน
- 5) ผู้ชนะคือ ผู้ที่ทำคะแนนรวมได้ 750 คะแนนเป็นคนแรก

ตัวอย่างที่ 1

$$8888 - 7896 = 902$$

$$902 \div 2 = 451$$

$$451 + 49 = \underline{500}$$

} ได้ 50 คะแนน



## ตัวอย่างที่ 2

$$200 \times 2 = 400$$

$$400 + 145 = 545$$

$$545 - 40 = 505$$

} ได้ 20 คะแนน

## ตัวอย่างที่ 3

$$777 - 244 = 533 \quad \} \text{ ได้ 10 คะแนน}$$

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนเมนโดซา (Mendoza, 2009: 9-13) เสนอไว้ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเมนโดซา

เกณฑ์	ตัวอย่างคำตอบและตัวอย่างวิธีคิด	ระดับคะแนน
ความคิดสร้างสรรค์	- หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนจำนวนเพียงหนึ่งจำนวนในชุดจำนวนนั้นโดยใช้การดำเนินการชุดเดิม	0 คะแนน ได้คำตอบโดยมีวิธีการคิด 1 วิธี
	- หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเพิ่มจำนวนบางจำนวนโดยใช้การบวกหรือลบเพื่อให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน	1 คะแนน ได้คำตอบโดยมีรูปแบบในการคิด 1 รูปแบบ
	- หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนการดำเนินการย่อยในชุดของการดำเนินการซึ่งยังคงได้คำตอบเท่าเดิม	2 คะแนน ได้คำตอบโดยมีรูปแบบในการคิด 2 รูปแบบ
		3 คะแนน ได้คำตอบโดยมีรูปแบบในการคิดมากกว่า 2 รูปแบบ

เกณฑ์	ตัวอย่างคำตอบและตัวอย่างวิธีคิด	ระดับคะแนน
การจัดระบบในการหาคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การแสดงข้อมูลหรือขั้นตอนในการจัดระบบ</li> <li>- ความชัดเจนในการอธิบายวิธีคิด</li> </ul>	<p>0 คะแนน คิดโดยไม่มีระบบ</p> <p>1 คะแนน หาระบบการคิดได้แต่มีข้อจำกัดมาก</p> <p>2 คะแนน หาระบบการคิดได้และใช้การได้ดี</p> <p>3 คะแนน หาระบบการคิดได้และใช้การได้ดีมาก</p>
	ความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการคิด	ไม่ให้คะแนน

โดยเมนโตซากล่าวเพิ่มเติมว่าเกณฑ์ที่เขาเสนอไว้ในแต่ละข้อ ผู้นำไปใช้ควรปรับให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดความคิดสร้างสรรค์ของนักการศึกษาที่กล่าวไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นอาจวัดได้ด้วยเครื่องมือวัดจำพวกแบบทดสอบต่างๆ ซึ่งมีแนวคิดในการสร้างหลายแนวคิด ตลอดจนมีเกณฑ์การให้คะแนนหลายแบบเช่นกัน ทั้งนี้โดยส่วนใหญ่เน้นการใช้องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์มาเป็นหลักในการวัดประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

## 2.6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีการพัฒนาในทิศทางสอดคล้องกับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ ทั้งนี้ได้มีนักวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ศึกษาวิจัยความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ในประเด็นต่างๆ ดังนี้

### 2.6.1 งานวิจัยต่างประเทศ

พรอส (Prouse, 1965: 394) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเครื่องมือที่ใช้ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์กับสติปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า

- 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์กับความสนใจกับความสนใจในวิชาการประเมินความคิดสร้างสรรค์ของครู และแบบทดสอบของกิลฟอร์ด ทางด้านอนุกรมตัวเลข และโจทย์ปัญหาของคณิตศาสตร์ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง  $-0.13$  ถึง  $0.53$
- 2) ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสติปัญญากับคะแนนองค์ประกอบความคิดสร้างสรรค์มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ  $0.48$
- 3) ค่าความเชื่อมั่นแบบครึ่งฉบับของแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์เท่ากับ  $0.42$  แบบประเมินความคิดสร้างสรรค์ของครูเท่ากับ  $0.88$  แบบทดสอบอนุกรมตัวเลขเท่ากับ  $0.89$  แบบทดสอบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ  $0.67$
- 4) ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่คิดแบบเอกนัย มีค่าต่ำกว่าข้อสอบที่คิดแบบเอกนัย
- 5) ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความคล่องในการคิด และคะแนนความคิดริเริ่ม มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงกว่า  $0.46$
- 6) ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความคล่องในการคิดกับอนุกรมตัวเลขกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่  $0.01$  ถึง  $0.41$

เจนเซน (Jensen, 1973: 3) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความถนัดทางตัวเลข และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 232 คน ผลการวิจัยพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความถนัดทางตัวเลข และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันอย่างไม่มีความสำคัญทางสถิติ

บาลกา (Balca, 1974: 634-635) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการสำรวจเกณฑ์ที่นำมาสร้างแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 3 กลุ่ม ได้แก่ ครู นักวิชาการคณิตศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ แล้วคัดเลือกเกณฑ์ที่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญ มีความเห็นสอดคล้องกัน 80% ขึ้นไป มาสร้างแบบทดสอบ ผลการสำรวจพบว่า เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ มีดังนี้

- 1) ความสามารถในการตั้งสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ในลักษณะของเหตุและผลจากสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

- 2) ความสามารถในการกำหนดรูปแบบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 3) ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงวิธีการคิด เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 4) ความสามารถในการประเมินปัญหา ตลอดจนคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้น
- 5) ความสามารถในการค้นหาสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 6) ความสามารถในการแยกแยะปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นปัญหาย่อยที่เฉพาะเจาะจงได้

ในการวิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6, 7 และ 8 จำนวน 500 คน ผลการวิจัยพบว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความคิดนอกเนกนัย และความคิดแบบเอกนัย และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สถิติปัญญาและความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป

จาเรียล (Jarial, 1981: 72) ได้วิจัยเกี่ยวกับการฝึกความคิดสร้างสรรค์ที่ไม่ใช่ภาษา (non-verbal creativity) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกความคิดสร้างสรรค์ในเนื้อหาเกี่ยวกับจุด เส้น สีเหลี่ยม วงกลม เป็นต้น และการให้ความหมายเกี่ยวกับรูปภาพต่างๆ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกความคิดสร้างสรรค์ที่ไม่ใช่ภาษามีความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการฝึกความคิดสร้างสรรค์ที่ไม่ใช่ภาษา มีความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่มสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

ทิวลี (Tuli, 1987: 224-226) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชายชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 476 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของบาลกา (Creative Ability in Mathematics Test) แบบทดสอบวัดความสามารถทางจำนวน การใช้เหตุผลทางภาษาและการใช้เหตุผลเชิงนามธรรม แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 3 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ผลการวิจัยพบว่า

ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โอเวอร์ตัน (Overton, 1993: 476A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการฝึกทักษะการคิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การพัฒนาการคิดวิเคราะห์ และความคิดสร้างสรรค์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2, 4 และ 6 จำนวน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 41 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกทักษะการคิดตามแนวคิดแบบจำลองความสามารถพิเศษที่ไม่มีขีดจำกัด (Talents Unlimited Mode) เป็นเวลา 26 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบฝึกทักษะการคิด แบบทดสอบสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (Criterion Referent Test of Talent: CRT) และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของสแตนฟอร์ด (The Stanford Achievement Test: AST) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกทักษะการคิดสามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ และทักษะการคิดวิเคราะห์ได้มากขึ้น และการสอนทักษะการคิดให้กับนักเรียนเกรด 4 สามารถทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ในวิชาภาษาและคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เดอริงตัน (Derrington, 1993: 1-4) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการจัดหลักสูตรเสริมวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในชั้นอนุบาล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอนุบาล จำนวน 83 คน โดยได้รับการสอนเสริมรวม 16 ชั่วโมง ซึ่งมีการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดวิเคราะห์ กิจกรรมเกี่ยวกับจำนวนต่างๆ และกลวิธีการใช้คำถามปลายเปิด เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังจากเสร็จสิ้นโปรแกรมพบว่า

- 1) นักเรียนร้อยละ 95 มีความสามารถในการคิดใกล้เคียงกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (Gifted child)
- 2) นักเรียนร้อยละ 75 มีความสามารถในการแก้ปัญหา
- 3) นักเรียนร้อยละ 95 มีความกระตือรือร้นในการเรียนเพิ่มขึ้น
- 4) นักเรียนร้อยละ 83 มีแรงกระตุ้นในการวางแผนในบทเรียนที่ได้
- 5) นักเรียนร้อยละ 90 มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์
- 6) นักเรียนร้อยละ 95 มีความกระตือรือร้นในการสอบ

เลียคินและเลฟ (Leikin and Lev, 2009) ได้ศึกษาลักษณะโจทย์ที่ทำให้วัดประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามลักษณะความสามารถ คือ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ นักเรียนเก่ง (ซึ่งไม่ใช่ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ) และนักเรียนปกติ และผู้วิจัยวัดประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใน 3 องค์ประกอบ คือ ความคิดริเริ่ม ความคิดยืดหยุ่น และความคิดคล่อง ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่างๆที่นำมาสร้างเป็นโจทย์ 2 ประเภท คือ โจทย์แบบธรรมดา ซึ่งนักเรียนคุ้นเคยพบทั่วไปในตำราเรียนและหนังสือแบบฝึกหัด และโจทย์ปัญหาแบบพิเศษ ซึ่งเป็นโจทย์ลักษณะที่นักเรียนไม่คุ้นเคย แต่น่าสนใจและท้าทายให้คิด ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเก่งและนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษมีความสามารถแตกต่างกันในการใช้ความคิดสร้างสรรค์แก้ปัญหาโจทย์ลักษณะที่มีวิธีการคิดอย่างหลากหลายประเภทโจทย์ปัญหาแบบพิเศษ แต่นักเรียนทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถไม่แตกต่างในการแก้ปัญหาประเภทโจทย์แบบธรรมดา และนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มนี้มีความสามารถแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มปกติอย่างมีนัยสำคัญในทุกองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ภายใต้สมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ว่า โจทย์ลักษณะที่มีวิธีการคิดอย่างหลากหลายประเภทโจทย์ปัญหาแบบพิเศษมีประสิทธิภาพในการวัดประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาได้โดยใช้รูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้บางลักษณะ เช่น การฝึกทักษะการคิดตามแนวคิดแบบจำลองความสามารถพิเศษที่ไม่มีขีดจำกัด และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์สติปัญญา และความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป

## 2.6.2 งานวิจัยในประเทศ

นภดล ฤทธิโสภ (2537: 63) ได้ศึกษาผลการฝึกโจทย์ปัญหาด้วยแบบทดสอบแบบตอบสั้นและแบบเลือกตอบที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 90 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกโจทย์ปัญหาด้วยแบบทดสอบแบบตอบสั้น นักเรียนที่ได้รับการฝึกโจทย์ปัญหาด้วยแบบเลือกตอบ และนักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกโจทย์ปัญหามีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ .01

สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 153-158) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร แบบทดสอบนี้มุ่งวัดความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน 3 องค์ประกอบ คือ ความคิดริเริ่ม ความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ 7 ด้าน ดังนี้

- 1) ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหา
- 2) ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์
- 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4) ความสามารถในการคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้นจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
- 5) ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบหรือวิธีการคิด
- 6) ความสามารถในการนำหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นกรณีทั่วไป
- 7) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือเรขาคณิต หรือรูปทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์

นนทิพา กงวิไล (2540: 50-53) ได้ทำวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 46 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการสอนเรื่องรูปสี่เหลี่ยม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปสี่เหลี่ยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2542: 95-98) ได้ทำวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนสิริรัตนารุ กรุงเทพมหานคร จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการสอนเรื่องลำดับ เน้นการสอนด้วยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติทาง คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ คู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าปกติที่อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปิยะลักษณ์ โพธิ์ถาวร (2542: 83) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการฝึกคิดตามแบบ ของบาลาในการสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนสภาราชนี จำนวน 40 คน ที่ได้รับการฝึกคิดตามแบบ ของบาลาในการสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกคิดตามแบบ บาลามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 85 และผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการฝึกสูงกว่าก่อนได้รับการฝึก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา ฤกษ์บาย (2544: 109-110) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการใช้เทคนิค การเรียนแบบร่วมมือและการใช้สัญญาณเงื่อนไขที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ สำนักงานเขตบางเขน กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ ปีการศึกษา 2543 ที่มีเชาวิปัญญาระดับกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป และมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ที่ 50 ลงมา



จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มทดลองที่ 1 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม และกลุ่มทดลองที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม และนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้เงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล

สายสุนีย์ กลิ่นสุคนธ์ (2545: 45-46) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือแรงร่วมใจที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนป้อมนาคราชสวาทยานนท์ อำเภอพระสมุทรเจดีย์ จังหวัดสมุทรปราการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนาคราชสวาทยานนท์ จำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีเชาวน์ปัญญาระดับปานกลางและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป และมีความคิดสร้างสรรค์ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ที่ 25 ลงมาแล้วทำการสุ่มอย่างง่ายเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือแรงร่วมใจ และกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือแรงร่วมใจ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองเพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นัญฉिता โพธิ์เพชร (2545: 63-69) ได้วิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค 4 MAT ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 47 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้เทคนิค 4 MAT สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ราตรี เกตุบุตรตา (2546: 96-97) ได้วิจัยเรื่องผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียน ขวาววิทยาคาร จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 70 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 35 คน โดยการกลุ่มทดลองเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักและกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนนั้นสามารถกระทำได้หลายวิธี เช่น การฝึกคิดตามแบบของบาลกา การใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ การเรียนแบบร่วมแรงร่วมใจ การใช้สัญญาเงื่อนไข เป็นต้น โดยนักเรียนที่ได้รับการฝึกเป็นกลุ่มมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกเป็นรายบุคคล

### 3. การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในที่นี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับการตั้งปัญหามีนักวิจัยได้ให้คำนิยามโดยมีแนวคิดที่แตกต่างกัน ดังนี้

บิทเทอร์ (Bitter, 1989: 5) กล่าวว่า การตั้งปัญหาเป็นกระบวนการสร้างคำถามที่ซับซ้อนขึ้นมาใหม่หรือคิดปัญหาใหม่ขึ้นมาใหม่ โดยเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาที่กำหนดให้ และเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด

มาโมนา เลียง และเคนนี่ (Mamona, Leung, and Kenney. 1996: 41-47) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหาซึ่งสามารถสรุปได้ว่า การตั้งปัญหาเป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นเมื่อปัญหานั้นๆ น่าสนใจน่าคิดให้ตั้งปัญหาอื่นขึ้นมาใหม่

ซิลเวอร์ (Silver, 1994: 26) กล่าวว่า การตั้งปัญหาเป็นการสร้างปัญหาใหม่จากสถานการณ์ ประสบการณ์ หรือการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของปัญหาที่กำหนดไว้

นอกจากนี้ซิลเวอร์ (Silver, 2004: 14) ให้ข้อคิดเพิ่มว่า การตั้งปัญหาเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถตั้งปัญหาที่เป็นภาษา ความสัมพันธ์ของคำ ไวยากรณ์ และบริบทของตนเอง

ดิกเคอร์สัน (Dickerson, 1999: 6-7) การตั้งปัญหา เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหา โดยใช้ภาษา คำศัพท์ ไวยากรณ์ โครงสร้างประโยค บริบท และความสัมพันธ์ของคำในสถานการณ์ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การตั้งปัญหาเป็นการสร้างปัญหาใหม่จากสถานการณ์ ประสบการณ์ หรือการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของปัญหาที่กำหนดให้

ฟลอยด์ (Floyd, 2005: 6-7) เสนอแนวคิดซึ่งสรุปได้ว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 7) กล่าวว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การที่นักเรียนเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ และปัญหานั้นมีความเกี่ยวข้องหรือมีแนวทางแก้ปัญหานั้นได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ หรือมีแนวทางในการแก้ปัญหา นั้นได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศหลายท่าน ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เบลล์ (Bell, 1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

บรันคา (Branca, 1980: 7 - 8) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 นัย ดังนี้

- 1) การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a goal)
- 2) การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)
- 3) การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

โพลยา (Polya, 1980: 1) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการหรือทางออกในสิ่งที่ยุ่ยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด การแก้ปัญหาเป็นสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

เคนเนดี (Kennedy, 1984: 81) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ปัญหา

เมเยอร์และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty, 1987: 31) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้แก้ปัญหาคิดหรือหาทางออกกว่าจะแก้ปัญหา นั้นอย่างไรซึ่งผู้แก้ปัญหาคงต้องเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่จุดหมาย

แฮทฟิลด์ เอ็ดวาร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 55) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ วิธีการที่ปัญหาได้รับการแก้โดยวิธีนั้น วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากองค์ประกอบ 2 ประการคือ ทักษะและระดับ

ความซ้ำของของนักเรียน และขอบเขตของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีความสามารถใช้ได้มาแต่เดิม ปัญหาที่ยังซับซ้อนมากเท่าไรก็อาจจะต้องใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้นเท่านั้น

ครุคซังค์และเซฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2005: 81-82) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดหาวิธีที่ให้คำตอบของคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งวิธีคิดของแต่ละคนอาจแตกต่างกัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2544: 14) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่างๆที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

ปฐมพร บุญลี (2545: 10) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆที่ผู้แก้ปัญหามองอาศัยความรู้ ความจำ การคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหาเอง

อัมพร ม้าคะนอง (2547: 39) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ทักษะการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาล้วนด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวมา สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา

จากการศึกษาเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา

### 3.2 ประเภทของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีเป็นสิ่งที่จำเป็นในการตั้งปัญหาทุกประเภท ผู้วิจัยได้สรุปประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

#### 3.2.1 ประเภทของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

เลียง (Leung, 1999: 4) และเซเยด (Sayed 2000: 2) ได้แบ่งสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ลักษณะ ซึ่งเป็นแนวคิดที่สอดคล้องกัน สรุปได้ดังนี้

1) สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบอิสระ (Free Problem-Posing Situation) เป็นสถานการณ์จากชีวิตประจำวันทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถใช้การตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่การสร้างปัญหาของตน นักเรียนควรได้รับคำถามที่ง่ายเพื่อให้มีกำลังใจในการตั้งปัญหา เช่น “จงสร้างปัญหาที่ง่ายหรือยาก” หรือ “จงสร้างปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแข่งขันหรือการทดสอบทางคณิตศาสตร์” หรือ “จงสร้างปัญหาที่ชอบ” นอกจากนี้หากครูนำสถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์มาสอนและให้นักเรียนตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่จะเป็นการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น สถานการณ์การตั้งปัญหาอาจมีลักษณะ เช่น สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน การตั้งปัญหาอย่างอิสระ ปัญหาที่ฉันชอบ ปัญหาสำหรับการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่เขียนขึ้นเพื่อให้เพื่อนแก้ปัญหาหรือปัญหาที่สร้างขึ้นเพื่อความสนุกสนาน

2) สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Problem Posing Situation) เป็นสถานการณ์เปิดที่กำหนดให้นักเรียน จากนั้นให้สำรวจและใช้ความรู้ ทักษะ มโนทัศน์ ความสัมพันธ์จากประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีมาก่อน ซึ่งอยู่ในรูปแบบของปัญหาปลายเปิด ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่กำหนดให้ ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทเฉพาะ ปัญหาที่มีที่มาจากรูปภาพที่กำหนดให้และโจทย์ปัญหา สถานการณ์ปัญหาแบบกึ่งโครงสร้างจากชีวิตประจำวัน นักเรียนจะได้รับมอบหมายให้ทำสถานการณ์ให้สมบูรณ์ โดยใช้แนวคิดของตนเองเพื่อให้สามารถตั้งปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้นักเรียนอาจสร้างปัญหาโดยนำสิ่งที่เป็นคำถามออกจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

3) สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบมีโครงสร้าง (Structure Problem-Posing Situation) ปัญหาต่างๆทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อมูลที่ทราบ (สิ่งที่กำหนดให้) และสิ่งที่ไม่ทราบ (สิ่งที่โจทย์ต้องการ) ครูอาจเปลี่ยนสิ่งที่ทราบอย่างง่ายและตั้งปัญหาใหม่ หรือเก็บข้อมูลไว้แต่เปลี่ยนสิ่งที่อยากทราบแทน บราวน์และวอลเตอร์ (Brown and Walter, 1980: 193) ได้เสนอแนวทางการสร้างปัญหาที่เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดที่ในกิจกรรมการตั้งปัญหาแบบมีโครงสร้างในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างปัญหาในการเรียนการสอนบนพื้นฐานของการตั้งปัญหาใหม่จากปัญหาที่ได้รับคำตอบแล้ว โดยมีความหลากหลายของเงื่อนไขหรือเป้าหมายของปัญหาที่กำหนดให้

สรุปได้ว่าสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ คือ สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบอิสระ สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง และสถานการณ์การตั้งปัญหาแบบมีโครงสร้าง

### 3.2.2 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

คลายด์ (Clyde, 1967: 108) และทีสเซนและคณะ (Thiessen and other, 1989: 38) เสนอแนวคิดที่สอดคล้องกันเกี่ยวกับลักษณะของลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

- 1) มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา มากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือ ลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น
- 2) สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป

ครูลิคและเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 280) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าการสร้าง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

บราวน์และวอลเทอร์ (Brown, S. I. and Walter, M. I. 1983: 171 – 172) ได้ กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดีสำหรับนักเรียน สรุปได้ดังนี้

- 1) ปัญหาควรเป็นข้อพิสูจน์ที่แสดงให้เห็นถึงความเป็นจริง ความถูกต้องแน่นอน
- 2) สถานการณ์ของแต่ละปัญหา ควรนำมาซึ่งสิ่งที่เป็นจริงหรือลอกเลียนแบบ จากสิ่งที่เป็นจริง
- 3) ปัญหาควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจจากนักเรียน
- 4) ปัญหาควรให้โอกาสสำหรับวิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา
- 5) ลักษณะของปัญหาควรมีความเป็นไปได้
- 6) ปัญหาควรสร้างให้นักเรียนมีความเชื่อว่าเขาสามารถแก้ปัญหาได้ และรู้ว่า เมื่อไหร่จะได้คำตอบ

เลมบ์เก (Lembke, 1991, : 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับลักษณะของโจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจสำหรับการสอนในชั้นเรียนว่าควรมีลักษณะเป็นสถานการณ์ในโลกจริง ที่นักเรียนสามารถใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันหรือใช้ทำงานได้ในโลกความเป็นจริง

ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 10 – 20) เสนอแนวคิดที่สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ จึงเป็นเหตุผลเบื้องต้นที่ต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ การที่จะสอนทักษะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ครูผู้สอนจึงต้องมี



ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของปัญหาที่ดีเสียก่อน เพราะการสอนการแก้ปัญหาต้องอาศัยปัญหาที่ดี ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ ดังต่อไปนี้

- 1) น่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียน
- 2) ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
- 3) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
- 4) เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะทาง

คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

- 5) เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์และการสรุปนัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
- 6) มีวิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ฮุดกินส์ (Hudgins, 1997: 241 – 242) ได้กล่าวถึงลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหามีลักษณะ ดังนี้

- 1) ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจง่ายหรือยาก มีคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยเพียงใด
- 2) ขนาดของตัวหนังสือและตัวเลขเหมาะสมกับวัยของนักเรียนหรือไม่
- 3) ความยาวของโจทย์ปัญหา
- 4) รูปแบบและโครงสร้างของโจทย์ปัญหา เป็นโจทย์โดยตรงหรือโดยอ้อมเป็นโจทย์ที่ใช้ขั้นตอนเดียวในการแก้ปัญหาหรือต้องใช้หลายขั้นตอน
- 5) ใช้ทักษะในการคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานหลายวิธีหรือไม่
- 6) เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยมาก่อนหรือไม่

ครูกซางค์และเซฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2005: 82) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า ควรเป็นปัญหาที่ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่ดีไม่รวมถึงโจทย์ภาษาหรือโจทย์ที่เป็นเรื่องราวจากหนังสือแบบเรียนเท่านั้น เพราะนักเรียนมีความคุ้นเคยจึงแก้ปัญหาได้และไม่เกิดความสนใจ

ประเสริฐ แสงสุมาตย์ (2534: 11) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี  
สรุปได้ดังนี้

- 1) เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
- 2) เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
- 3) เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของนักเรียน
- 4) เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายพอเหมาะกับนักเรียน
- 5) เป็นปัญหาที่ให้โอกาสแก่ผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า สิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่ง  
ในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหา  
คำตอบ และกล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะ ดังต่อไปนี้

- 1) ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป  
ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป นักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่  
จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ
- 2) สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สถานการณ์ของปัญหา  
ควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และ  
นอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย
- 3) แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น  
มาก่อน
- 4) มีวิธีหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทาง  
เลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
- 5) ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับ  
ภาษาที่ใช้ แต่ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

สิริพร ทิพย์คง (2543: 79) และกรมวิชาการ (2544: 18) ได้ให้ความคิดเห็น  
เกี่ยวกับ ลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้สอดคล้องกัน สรุปได้ดังนี้คือ

- 1) ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
- 2) ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด
- 3) ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ

- 4) ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
- 5) ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
- 6) สามารถใช้การวาดแผนภาพ หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
- 7) ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาก่อน
- 8) ก่อให้เกิดการวิเคราะห์ และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญทาง

#### ความคิด

9) คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ  
 รศบุล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 18) สรุปลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ที่น่าสนใจ มีลักษณะดังนี้

- 1) ปัญหาควรเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและน่าสนใจสำหรับนักเรียน
- 2) ปัญหาควรใช้ภาษาที่ง่ายต่อความเข้าใจ
- 3) ปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของนักเรียน
- 4) ปัญหาที่ทำให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีการที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวไว้โดย  
 สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

- 1) สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
- 2) ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
- 3) ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนหรือเป็น  
 เหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

กล่าวโดยสรุปคือ ปัญหาที่ดีนั้นควรมีลักษณะเป็นปัญหาที่ทำนาย ได้รับความสนใจ  
 ต่อนักเรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะกับระดับความสามารถของนักเรียน ภาษาที่ใช้ต้อง  
 เข้าใจง่าย มีเงื่อนไขเพียงพอในการหาคำตอบ มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ ช่วย  
 กระตุ้นและพัฒนาความคิด นำไปสู่ความเข้าใจ และการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

### 3.3 ความสำคัญของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการตั้งปัญหาและสนับสนุนให้ครูส่งเสริมนักเรียนให้ฝึกการตั้งปัญหา สรุปได้ดังนี้

บราวและวอลเตอร์ (Brown and Walter, 1993: 10-12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการตั้งปัญหาว่าเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีจิตใจเป็นนักผจญภัย กล้าเสี่ยง นักเรียนเป็นอิสระในการคิดและตอบคำถาม ช่วยพัฒนาความรู้สึกและพัฒนาการคิดของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนสามารถตอบสนองต่อปัญหาได้เป็นอย่างดี

ซิลเวอร์ (Silver, 1993: 100) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการตั้งปัญหาสรุปได้ว่าการตั้งปัญหาเป็นยุทธวิธีการเรียนการสอนแบบหนึ่งซึ่งช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ตั้งปัญหาหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาขึ้นเพื่อให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหานั้นๆ หรือให้นักเรียนเป็นผู้ตั้งปัญหาหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาขึ้นเพื่อให้เพื่อนช่วยกันแก้ปัญหานั้นๆ เป็นหนทางหนึ่งซึ่งช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น

โรเบิร์ต ซายดาม และลินควิสต์ (Robert, Suydam, and Lindquist, 2004: 122) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการตั้งปัญหาว่า การตั้งปัญหาเป็นแนวทางหนึ่งซึ่งช่วยนักเรียนด้านการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีทักษะการตั้งปัญหาจะรู้จักโครงสร้างของปัญหาดีขึ้น พัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ความสามารถในการให้เหตุผล และความเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจน

นิโคลัวและฟิลลิปโปว (Nicolaou and Philippou, 2004: 10) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของการตั้งปัญหา สรุปได้ว่า การตั้งปัญหาเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดหาหนทางที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้นเสนอต่อชั้นเรียนแล้วให้นักเรียนคนอื่นๆ ได้ช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหานั้นๆ นำเสนอดังกล่าวนับเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

คอนเทรเรส (Contreras, 2005: 54-55) ได้กล่าวว่า การให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูตระหนักว่านักเรียนมีความเข้าใจเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใด และการตั้งปัญหานั้นมีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าการแก้ปัญหา

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 2) กล่าวว่าไว้ว่า ในศตวรรษที่ 21 การสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ครูกำหนดได้นั้นยังไม่เพียงพอสำหรับการพัฒนาด้านการศึกษาในยุคนี้ แต่ต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อให้มีปัญหาค้นคว้าใหม่ในการคิด

อัมพร ม้าคะนอง (2546: 46) กล่าวถึงความสำคัญของการให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาสรุปได้ว่า การให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาเป็นกิจกรรมที่เน้นที่ตัวนักเรียน นักเรียนจะได้ใช้ความรู้ความสามารถของตนเอง และได้ทำในสิ่งที่สนใจอยากรู้ การให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจทำให้นักเรียนสามารถเรียนได้ดีขึ้น และมีความพยายามมากขึ้นอีกทั้งกระบวนการที่นักเรียนใช้ระหว่างการตั้งปัญหาจะทำให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในปัญหาที่กำลังตั้งนั้น ซึ่งอาจมีผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนลึกซึ้งมากขึ้น และที่สำคัญการสร้างปัญหาจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายด้วย

จากความสำคัญของการตั้งปัญหาสามารถสรุปได้ว่า นักการศึกษาที่มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการตั้งปัญหาไปในทิศทางเดียวกัน คือ การตั้งปัญหาเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ควรส่งเสริมให้กับนักเรียน เพราะการตั้งปัญหาเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดหาหนทางที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น และเป็นทักษะที่ทำให้นักเรียนคิดได้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น การให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูตระหนักว่านักเรียนมีความเข้าใจเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใด และเป็นทักษะที่ส่งผลในทางบวกต่อการแก้ปัญหาอีกด้วย

### 3.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหามักต้องใช้กระบวนการต่างๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 5 – 40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

- 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจ ประโยคย่อยๆ สัญลักษณ์ต่างๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือ คำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
- 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิด ผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา
- 3) ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผนวิธีการที่ เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อ หาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
- 4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบถ้วนทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบ ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

เฮลตัน (Helton, 1958: 203) กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- 1) อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และต้องให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียว หรือมากกว่านั้น
- 2) กำหนดสัญลักษณ์ตัวแทนไม่ทราบค่า
- 3) หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ที่สอดคล้องกับโจทย์
- 4) เขียนสมการ
- 5) แก้สมการ
- 6) สรุปคำตอบและให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย บอกคุณภาพ

## 7) ตรวจสอบคำตอบ

กิลฟอร์ด (Guilford, 1971: 12) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

- 1) เตรียมการ คือ การค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
- 2) วิเคราะห์ คือ การพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
- 3) เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการที่เหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
- 4) ตรวจสอบผล คือ การพิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

มาร์ค (Mark, 1975: 401-402) กล่าวถึงกระบวนการในการสอนแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

- 1) ค้นหาว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรและโจทย์ถามอะไร
- 2) ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อจะนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา
- 3) วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
- 4) ตรวจสอบความถูกต้อง

ครูลิค (Krulik, 1977: 650-651) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาให้ได้ผลดี ดังนี้

- 1) อ่านและทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- 2) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก และข้อที่โจทย์ต้องการทราบด้วยการคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลายๆข้อเพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้นๆ
- 3) หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
- 4) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้น เป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงไร

เลอบลานซ์ (LeBlance, 1980: 17-25) ได้เสนอกระบวนการในการสอนแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

- 1) การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาครูควรถามคำถามเพื่อให้นักเรียนหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดต้องทราบว่าปัญหาถามอะไร

2) ครุณาอธิบายในการแก้ปัญหา ครูเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดูจากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่ง

3) ลงมือแก้ปัญหา กลวิธีที่คิดไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้ บางครั้งแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 อาจนำไปสู่คำตอบได้ ถ้าไม่เป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีก

4) ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญมากที่สุด โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่างๆย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ปัญหาเพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

ครูลิกและเรย์ (Kruilik and Reys, 1980: 200-281) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปดังนี้

1) ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร

2) วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

3) ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4) ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

โยติสและโฮสติคกา (Yotis and Hosticka, 1980: 561) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 8 ขั้นตอน ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1) เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง สำหรับการแก้ปัญหา

3) เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา

4) พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็น ข้อมูลใดที่ได้มาแล้วและข้อมูลใดที่ยังต้องการอีก

5) พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด

6) เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ

7) ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา

8) ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ



เบลล์ (Bell, 1981: 308-323) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้

4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) เสนอปัญหาในรูปทั่วไป
- 2) เสนอปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา
- 3) ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
- 4) ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นไปได้

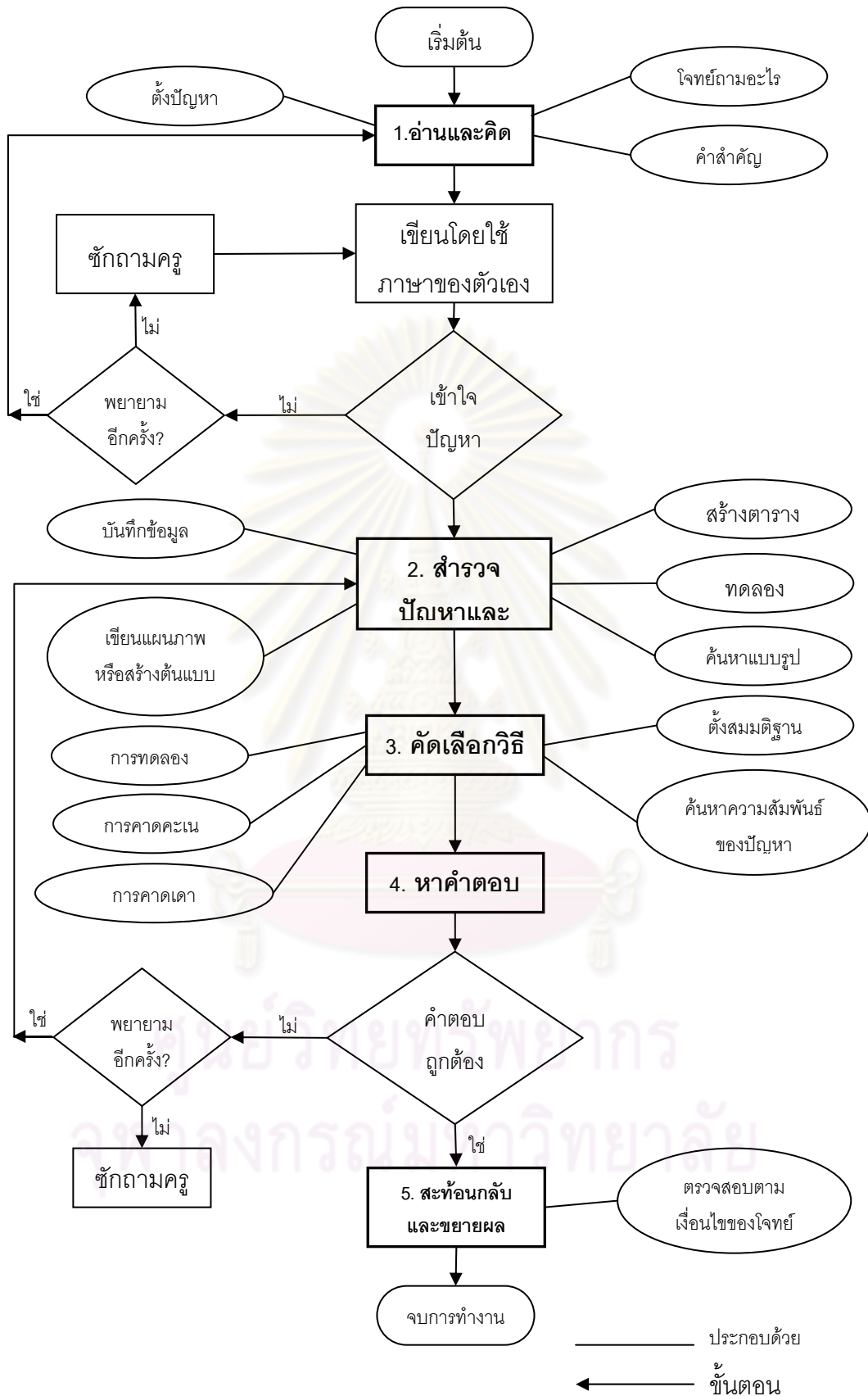
ชาร์ล (Charles, 1985:50) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้

5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจปัญหา
- 2) การเลือกและเก็บข้อมูลที่ต้องใช้แก้ปัญหา
- 3) การเลือกวิธีการหาคำตอบ
- 4) การตอบปัญหา
- 5) การประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1982:40-43) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จ และการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
- 2) ขั้นการสำรวจปัญหาและวางแผนแก้ไข เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบโดยการจัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความพอเพียงของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปของตาราง การสร้างข้อสรุปสร้างรูปแบบ
- 3) ขั้นคัดเลือกกลวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกกลวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา
- 4) ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆเพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ
- 5) ขั้นสะท้อนกลับและขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่ และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่ ซึ่งสามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



แผนภาพที่ 2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูลิคและรูดนิค (Kruklik and Rudnick)

กาโรฟาโลและเลสเตอร์ (Garofalo and Lester, 1985 อ้างถึงใน สมจิตร์  
ทรัพย์อัประไมย, 2540: 32 – 33) เสนอกรอบแนวคิดในการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้  
ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1) การเริ่มต้นกำหนดวิธีการแก้ปัญหา (Orientation) หมายถึง พฤติกรรมอันมีกลวิธีใน  
การประเมินและทำความเข้าใจปัญหาแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ ดังนี้

- 1.1) กลวิธีทำความเข้าใจ
- 1.2) การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
- 1.3) ประเมินความคุ้นเคยกับงาน
- 1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
- 1.5) ประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ

2) การวางแผนแก้ปัญหา (Organization)

- 2.1) ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
- 2.2) วางแผนรวม
- 2.3) วางแผนย่อย

3) ดำเนินการแก้ปัญหา (Execution)

- 3.1) ดำเนินการตามแผนย่อย
- 3.2) กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
- 3.3) กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน การใช้เวลา

4) ประเมินความถูกต้อง (Verification)

4.1) ประเมินการนิยามปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา

- 4.1.1) ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา
- 4.1.2) ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา
- 4.1.3) ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม
- 4.1.4) ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2) ประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

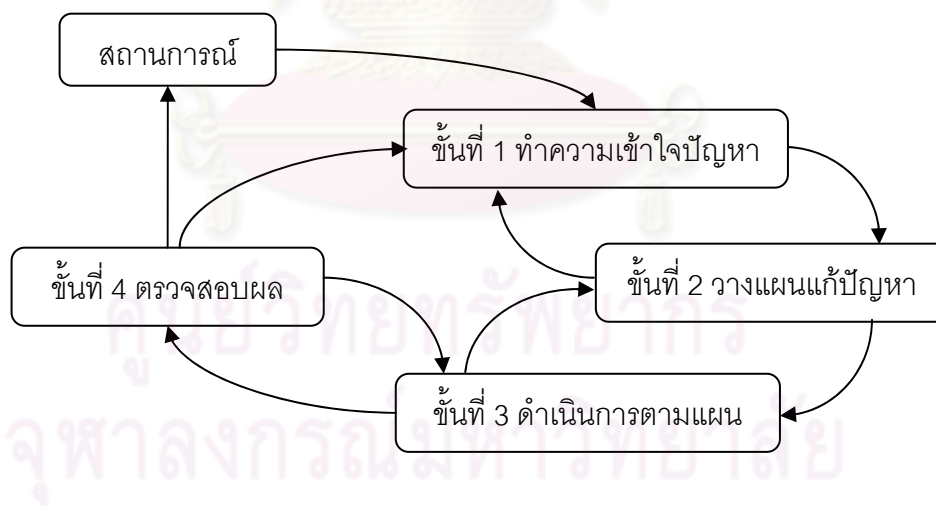
- 4.2.1) ความถูกต้องของการดำเนินการ
- 4.2.2) ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการ
- 4.2.3) ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผน และเงื่อนไขปัญหา
- 4.2.4) ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

ทั้งนี้ในงานแต่ละอย่างหรือปัญหาแต่ละข้อ จะมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเหล่านี้แตกต่างกันออกไป

ทอลตัน (Talton, 1988: 40) ได้ศึกษาและรวบรวมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) อ่านโจทย์
- 2) กำหนดว่าโจทย์ถามหาอะไร
- 3) กำหนดว่าโจทย์กำหนดอะไร
- 4) เลือกวิธีการแก้ปัญหา
- 5) ลงมือแก้ปัญหา

วิลสันและคณะ (Wilson and other, 1993: 60-62) เสนอแนวคิดซึ่งสรุปได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหาอาจไม่ได้เป็นลำดับที่ตายตัว เขาจึงเสนอรูปแบบที่การแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic) โดยปรับปรุงจากขั้นตอนของโพลยา แต่ขั้นตอนสามารถวนไปเวียนมาได้ แสดงดังแผนภาพที่ 3



แผนภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

สามารถอธิบายแผนภูมิข้างต้นได้ดังนี้

เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อน การกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมี ปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ไขปัญหาลงขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว จึงเคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหาหรือในขณะที่ นักเรียนดำเนินการตามแผนแก้ปัญหาหรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำ ความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการที่ เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำ ความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะว่าเป็น กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ทรูทแมนและลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995: 4-7) ได้เสนอ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจปัญหาผู้แก้ปัญหาจะต้องมีความรู้ในสิ่งต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งสำคัญในขั้นนี้คือ การตั้งคำถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
- 2) กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยหนึ่งแผน การกำหนดแผนไว้ หลายแผนที่ให้สามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด
- 3) ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนของตน ซึ่งแนะนำให้ ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบ เปรียบเทียบกันและได้เรียนรู้สิ่งใหม่จากเพื่อนๆในกลุ่ม หากทุกคนในกลุ่มใช้วิธีการแก้ปัญหา เดียวกัน ทั้งกลุ่มจะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ซึ่งจะทำให้งานเสร็จ อย่างรวดเร็วและสมบูรณ์

4) ประเมินผลและคำตอบ ซึ่งดำเนินการโดย

- 4.1) พิจารณาคำตอบมีความเป็นไปได้หรือไม่หรือสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2) ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องของปัญหาหรือไม่
- 4.3) ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้แผนการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้
- 4.4) เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบเพื่อนคนอื่นๆ

5) ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหาซึ่งทำโดย

- 5.1) เขียนปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิม
- 5.2) เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ผู้แก้ปัญหาอาจค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6) บันทึกการแก้ปัญหา เพื่อสามารถรู้พื้นหรือทบทวนความพยายามของผู้แก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึก ได้แก่

- 6.1) แหล่งของปัญหา
- 6.2) ตัวปัญหาที่กำหนด
- 6.3) แนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าวๆ
- 6.4) ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้
- 6.5) ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

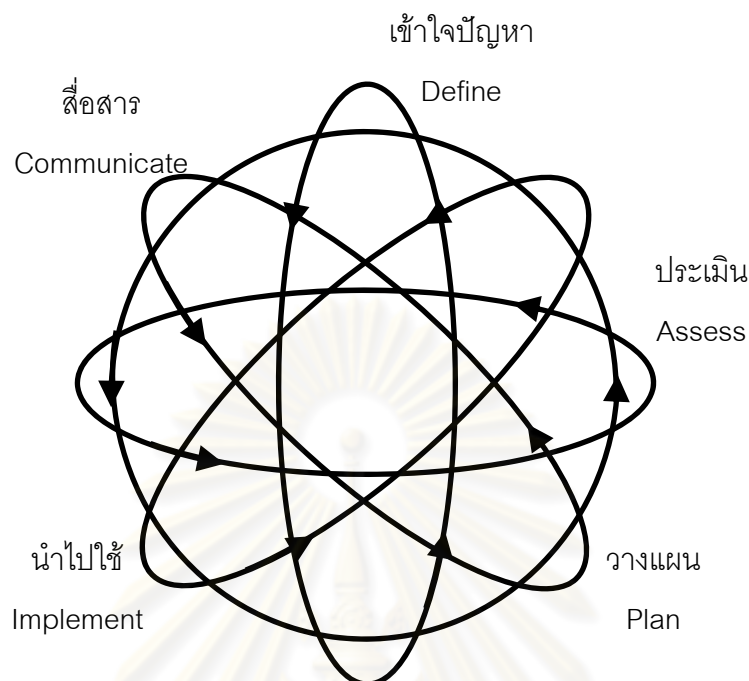
ดอสเซย์ (Dossey, 2005: 47) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
- 2) จำแนกประเด็นปัญหาและวางแผนหาคำตอบ
- 3) จัดรูปแบบแสดงความหมายเงื่อนไขของโจทย์
- 4) เลือกกลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา
- 5) ดำเนินการหาคำตอบ
- 6) ทบทวนคำตอบ
- 7) สื่อสารและขยายคำตอบ

รายงานผลจากการประชุมความก้าวหน้าคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี The Integrated Mathematics Science and Technology [IMaST] (2007: 1-2) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อนประกอบด้วย

- 1) ทำความเข้าใจปัญหา (Define) นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยการพิจารณาปัญหาอย่างถ่องแท้ ระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ความยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหาเท่านั้น
  - 2) ประเมินเงื่อนไขของปัญหา (Assess) ในขั้นนี้นักเรียนประเมินเงื่อนไขของปัญหา พิจารณาข้อมูลที่ช่วยในการหาคำตอบ รวมทั้งความคุ้นเคยของปัญหา คือพิจารณาคำตอบที่ผ่านมาว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวอย่างไรเพื่อพัฒนาสู่ขั้นการวางแผนต่อไป
  - 3) วางแผนการแก้ปัญหา (Plan) ขั้นนี้เป็นกรวางแผนหาวิธีที่เหมาะสมมาช่วยในการแก้ปัญหา
  - 4) นำแผนที่วางไปใช้ (Implement) เป็นขั้นการนำแผนที่วางมาใช้ โดยอาจมีการปรับปรุงแผนที่ให้ดีขึ้น
  - 5) สื่อสารอภิปรายร่วมกัน (Communicate) นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสารอภิปรายร่วมกัน อาจเป็นแบบฟอรัม คำพูด การทำนายและการสร้างปัญหาใหม่
- ทั้งนี้กระบวนการแก้ปัญหาในแบบ DAPIC ไม่ได้กำหนดไว้ว่าต้องเริ่มจุดไหนหรือเป็นไปตามลำดับ แต่ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาปัญหาเอง เป็นกระบวนการแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ยืดหยุ่นได้ กล่าวคือ ปัญหาอาจเริ่มต้นจากขั้นประเมินเงื่อนไขของปัญหา หรือการนำแผนที่วางไปใช้ก็ได้แต่สำหรับนักเรียนแล้วควรส่งเสริมให้เริ่มจากขั้นทำความเข้าใจปัญหา เพื่อฝึกการพิจารณาปัญหา ดังแผนภาพที่ 4

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



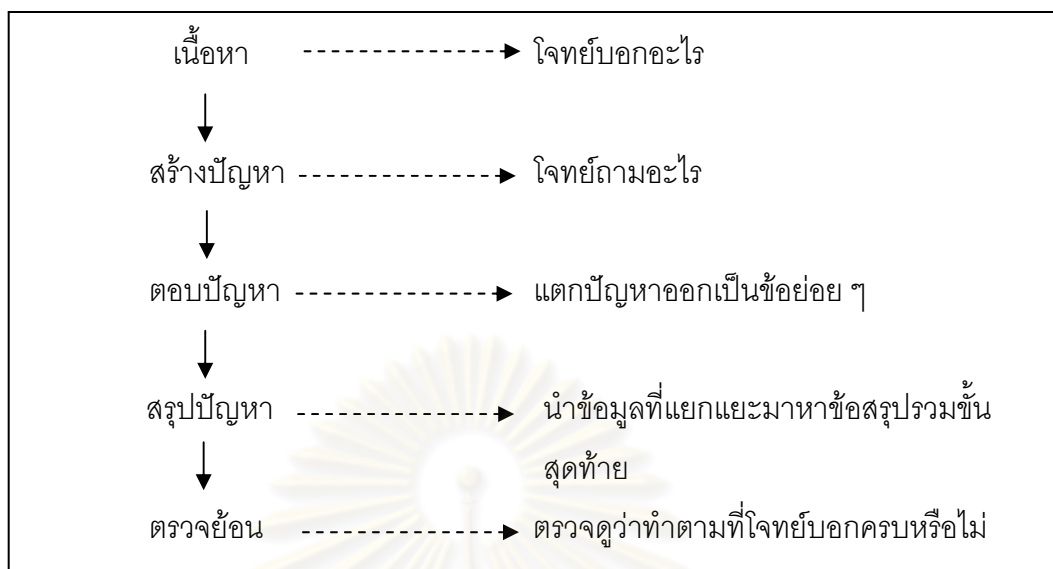
แผนภาพที่ 4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC

จากที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ขั้นตอนหลัก คือ ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบคำตอบที่ได้ขยายคำตอบเพื่อหาแนวทางอื่นในการแก้ปัญหาและสามารถเลือกแนวทางที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหา

ยુพิน พิพิธกุล (2530: 136) กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้  
ดังนี้

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





### แผนภาพที่ 5 กระบวนการปัญหาทางคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอนดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง
- 2) แสวงหาความรู้เพื่อนำไปแก้ปัญหาที่นั้นๆ โดยพิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา
- 3) วางแผนแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการเพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
- 4) แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้คำนวณร่วมด้วย
- 5) ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่เพียงใด

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาแต่ละท่านมีลักษณะและขั้นตอนใกล้เคียงกัน มีบางส่วนที่แตกต่างกันในเรื่องจำนวนขั้นตอน โดยสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. ขั้นทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องวิเคราะห์โจทย์ว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์กำหนดอะไรมาและโจทย์ถามหาอะไร

2. **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. **ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ** เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. **ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ** โดยการพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบ

### 3.5 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นผู้มีความรู้เรื่องกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้กลวิธีต่างๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

มัสเซอร์และชอชเนสซี (Musser and Shaughnessy, 1980: 137 – 145) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1) การทดสอบวิธีต่างๆ และตัดวิธีที่ผิดทิ้ง (Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุด ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้นไม่กว้างมากนัก

2) การค้นหาแบบรูป (Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่ได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้

3) การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาให้ง่ายลงจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วนๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4) การทำย้อนกลับ (Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่พิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5) การสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูล คำตอบที่ได้จากการทดลอง

ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1982: 43) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหา มีหลากหลายต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจเหมาะสมกับปัญหาหนึ่งแต่บางปัญหาอาจไม่ใช่ นอกจากนี้บางปัญหาอาจจำเป็นต้องใช้หลายกลวิธีในการแก้ปัญหา ร่วมกันหลายวิธีจึงจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ ทั้งนี้ครูลิคและรูดนิคเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังต่อไปนี้

- 1) การจำแนกแบบรูป (Pattern recognition)
- 2) การทำย้อนกลับ (Working backwards)
- 3) การเดาและตรวจสอบ (Guess and test)
- 4) การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulation or experimentation)
- 5) การย่อความ (Reduction)
- 6) การแจกแจงรายการ (Exhaustive listing)
- 7) การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical deduction)
- 8) การแสดงความหมายข้อมูล (Representing data)
  - 8.1) กราฟ (Graph)
  - 8.2) สมการ (Equation)
  - 8.3) นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic expression)
  - 8.4) ตาราง (Table)
  - 8.5) แผนภูมิ (Chart)
  - 8.6) แผนภาพ (Diagram)

วิลสันและคณะ (Wilson and other, 1993: 6) ได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 21 กลวิธี ดังนี้

1) กลวิธีเดาและตรวจสอบ (guess and test) เป็นการเดาคำตอบของปัญหาที่พบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ให้เดาคำตอบใหม่จนได้คำตอบที่ถูกต้องโดยอาศัยเหตุผลจากการเดาครั้งที่ผ่านมา

2) กลวิธีใช้ตัวแปร (use a variable) เป็นการกำหนดตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบค่าหรือสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วหาค่าของตัวแปรเพื่อให้ได้คำตอบที่โจทย์ถาม

3) กลวิธีค้นหารูปแบบ (look for a pattern) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วหารูปแบบจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้ นั้นเป็นแนวทางในการหาคำตอบ

4) กลวิธีสร้างรายการ (make a list) เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างรายการที่เป็นไปได้ของคำตอบตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

5) กลวิธีแก้ปัญหที่ง่ายกว่า (solve a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้ปัญหที่สร้างขึ้นมาใหม่นั้นมาใช้เป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาเดิม

6) กลวิธีวาดภาพ (draw a picture) เป็นการวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

7) กลวิธีเขียนแผนภาพ (draw a diagram) เป็นการเขียนแสดงสาระสำคัญเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาต่างๆ จากกลวิธีวาดภาพตรงที่การเขียนแผนภาพจะไม่แสดงรายละเอียด จะบอกเพียงสาระสำคัญเท่านั้น

8) กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง (use direct reasoning) เป็นการให้เหตุผลพิจารณาข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดมาให้ในการหาคำตอบ และมักเป็นกลวิธีที่ใช้ร่วมกับกลวิธีอื่นๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา

9) กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางอ้อม (use indirect reasoning) เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้การพิสูจน์เพื่อแสดงว่า คำตอบหนึ่งเป็นจริงแต่ไม่สามารถแสดงได้ ซึ่งจะเปลี่ยนการหาคำตอบเป็นการหาเหตุผลมาแสดงว่าคำตอบที่มีทิศทางหรือเครื่องหมายตรงกันข้ามเป็นเท็จ แล้วจึงสรุปคำตอบที่โจทย์กำหนดให้พิสูจน์เป็นจริง

10) กลวิธีใช้สมบัติของจำนวน (use properties of number) เป็นการหาคำตอบโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนมาใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

- 11) กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่เหมือนกัน (solve an equivalent) เป็นการหาคำตอบโดยการเปลี่ยนภาษาของโจทย์ปัญหาเป็นภาษาของผู้แก้ปัญหาเอง โดยที่ความหมายไม่เปลี่ยนไปจากเดิม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจปัญหา
- 12) กลวิธีทำย้อนกลับ (work backward) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์หรือเหตุการณ์สุดท้ายที่โจทย์กำหนด แล้วทำย้อนกลับ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- 13) กลวิธีแบ่งเป็นกรณี (use case) เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่คำตอบมีสาเหตุมาจากกรณีย่อยๆ หลายกรณี แล้วพิจารณาคำตอบจากทุกกรณีร่วมกันเป็นคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- 14) กลวิธีแก้ปัญหาคด้วยสมการ (use an equation) เป็นการหาคำตอบโดยการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลให้อยู่ในรูปของการเท่ากัน แล้วจึงหาคำตอบ
- 15) กลวิธีค้นหาสูตร (look for a formula) เป็นการหาคำตอบโดยการใส่สูตรที่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ในการหาคำตอบ
- 16) กลวิธีสร้างสถานการณ์จำลอง (do a simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดมาให้ โดยใช้วัสดุที่มีลักษณะ รูปร่าง ที่คล้ายกับข้อมูลที่โจทย์กำหนด
- 17) กลวิธีใช้แบบจำลอง (use a model) เป็นการหาคำตอบโดยการใช้แบบจำลองที่มีรูปร่างคล้ายกับที่โจทย์กำหนดมาให้ ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา
- 18) กลวิธีวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด (use dimensional analysis) เป็นการหาคำตอบโดยใช้การแปลงหน่วยการวัดระยะทาง อัตราเวลา หรือโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับมาตรการวัดต่างๆ ทำให้ง่ายต่อการวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด
- 19) กลวิธีกำหนดเป้าหมายรอง (identify sub-goals) เป็นการหาคำตอบโดยการหาคำตอบจากส่วนย่อยมาก่อน แล้วจะทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา
- 20) กลวิธีใช้หลายวิธีร่วมกัน (use coordinate) เป็นการหาคำตอบโดยใช้หลายกลวิธีร่วมกัน
- 21) กลวิธีใช้การสมมาตร (use symmetry) เป็นการหาคำตอบโดยใช้คุณสมบัติของการเท่ากันของสิ่งของสองสิ่งมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ด และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 50 – 60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

- 1) ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look for a pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
- 2) ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a sub-goal) ในการวางแผนแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นปัญหาย่อยๆของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
- 3) ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย
- 4) ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้ ยุทธวิธีนี้มีคุณค่าและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผล
- 5) การวาดภาพ กราฟและตาราง (Drawing pictures, graphs, and table) ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น กราฟช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏในทันที ในการแก้ปัญหาก็จะใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ (1) แจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (2) แจกกรณีบางกรณีที่เป็นและเพียงพอ (3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ (4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์
- 6) ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป
- 7) ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป
- 8) การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก (Elimination of extraneous data) ปัญหาบางปัญหามีข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้น แคลบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีมีความหมาย

9) พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing formula and Writing equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

10) เขียนแผนภูมิสายงาน (Flow charging) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอน ที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่างๆที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

11) ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Simplifying the problem) เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่ายๆของปัญหานั้นก่อนหรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆเพื่อลดระดับความซับซ้อนลงและแก้ปัญหาจากกรณีง่ายๆนั้นก่อนแล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

12) ยุทธวิธีแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้นักเรียนจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ นักเรียนอาจจะแจงความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตาราง เหมาะสำหรับปัญหาที่มีจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

13) เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือยุติความคิดแบบเดิม ดังนั้นจึงต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

เรย์และคณะ (Reys and other., 2004: 124 – 130) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1) ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น

2) ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a drawing or diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้

3) ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

4) สร้างตาราง (Construct a table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

5) จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6) เดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหาจะมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7) ทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8) เขียนประโยคเปิด (Write an open sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9) แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a simpler or similar problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม

10) เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

ครูกุชชงค์และเชฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2005: 105 – 120) ได้เสนอแนะกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ 5 ประการ ดังนี้

1) เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นวิธีเดาคำตอบและตรวจสอบเงื่อนไขของปัญหาเรื่อยๆ จนได้เป็นผลลัพธ์ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขปัญหา

2) ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) สำหรับบางปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาแบบรูปในการหาคำตอบ อาจเป็นตัวเลข จำนวนหรือรูปภาพ เมื่อจดจำแบบรูปได้แล้วก็จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาไปได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น

3) สร้างรายการ (Make a systematic list) เป็นวิธีใช้หาทุกเหตุการณ์หรือทุกกรณีที่เป็นไปได้แล้วนำมาเขียนอย่างเป็นระบบ

4) วาดภาพหรือสร้างแบบจำลอง (Make and use a drawing or model) บางปัญหาสามารถมองเห็นวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นหากมีการวาดภาพหรือสร้างแบบจำลองทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขของปัญหานั้นได้ชัดเจน

5) คิดย้อนหลัง (working a backwards) ใช้สำหรับปัญหาที่แก้จากข้อมูลสุดท้ายของปัญหาไปสู่จุดเริ่มต้นของปัญหายากกว่าแก้จากเริ่มต้นของปัญหาไปสู่ข้อมูลสุดท้ายของปัญหา



สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 18 – 20) ได้รวบรวมกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) มองภาพรวม เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวมเป็นการทบทวนเรื่องราวทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจทำโดยการอ่านซ้ำหลายรอบเพื่อจะได้ไม่หลงทาง มองภาพในมุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่เกิดไม่ออก อาจเปลี่ยนมุมมองใหม่
- 2) กำหนดหนทางไว้เลือกหลายๆทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลายๆทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ
- 3) กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น โดยเฉพาะการขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้โดยตัดหนทางเลือกที่เป็นไปไม่ได้ หรือประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไป โดยใช้หลักตรรกศาสตร์แล้วจึงพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบเข้าด้วยกัน
- 4) เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีใดที่สมควรนำมาใช้จึงจะได้ผล และควรจะใช้การคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร ถอดราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ อย่างไรก็ดีมาช่วยในการคำนวณ
- 5) ใช้การเดาและทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาคำตอบควรจะเป็นเช่นใด การเดาจำเป็นต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อยๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อม
- 6) การสร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลายมิติ รูปแบบที่สร้างขึ้นจำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครือข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้
- 7) หารูปแบบที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหาเรื่องราวบางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูปเรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ การหารูปแบบได้จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้

8) จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเคราะห์รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก่ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9) สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน หากข้อมูลที่มีอยู่มีลักษณะเป็นการบรรยายความเป็นตารางตัวเลข สามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้น โดยการสร้างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปเรขาคณิต สเกตช์ ภาพลายเส้น เขียนเป็นแผนภาพ จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10) แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิมแต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ปัญหา ลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหที่ยุ่งยากซับซ้อนมากขึ้นได้

11) ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญห เป็นการแก้ปัญหโดยใช้สามัญสำนึก ใช้หลักเหตุและผล บ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหในบางครั้งที่ผู้ที่ยพยายามแก้ปัญห อาจมองลึกซึ่งจนเกินไป และลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยนจากเหตุไปสู่ผล การใช้วิธีอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12) คิดย้อนกลับ การแก้ปัญหโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้งไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุผลในบางครั้งสามารถจะแก้ปัญหได้ดีกว่าตัวอย่าง การพิสูจน์ทางเรขาคณิต ตรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่างๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อนำไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากกว่า

13) ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหาในการแก้ปัญหจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ให้วิเคราะห์ปัญหแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้ได้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้นๆ

14) ตั้งคำถามที่เหมาะสม สามารถให้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ซึ่งคำถามเหล่านี้จะช่วยให้

เกิดความกระจ่างในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถาม และหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15) อภิปรายหรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่จะทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา เนื่องจากการอภิปราย ทำให้เกิดการมองปัญหาจากหลายมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกิดใจหรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

สมเด็จพระปวงฯ (2550: 73 – 77) ได้รวบรวมกลวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาคงต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปนิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต
- 2) การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่างๆของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ
- 3) สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งๆที่นำมาจัดรูปแบบได้
- 4) สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้นๆ
- 5) แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด กลวิธีนี้เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้นๆ ซึ่งใช้ได้ดีกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน และมักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี
- 6) เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

และเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้นๆและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7) การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหาคำตอบกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8) แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆนี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นเสมือนเครื่องมือที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา สามารถช่วยให้ผู้แก้ปัญหาประสบความสำเร็จในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาข้อหนึ่งๆ สามารถเลือกใช้กลวิธีได้หลายกลวิธี ดังนั้นผู้แก้ปัญหาคควรเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม และหลากหลายเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา

### 3.6 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การตั้งปัญหานั้นเป็นทักษะหนึ่งที่ครูให้ความสำคัญมากขึ้นทุกขณะ และการแก้ปัญหานั้นเป็นเป้าหมายหนึ่งของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดและวิธีการเพื่อพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

โลไวร์ (Lowire, 1999 cited in Sayed, 2000: 2-3) ได้เสนอแนะครูคณิตศาสตร์ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการตั้งปัญหา ไว้ดังนี้

1) สร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนในการฝึกตั้งปัญหาโดยให้นักเรียนตั้งปัญหาแบบง่ายแล้วให้เพื่อนที่มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันตอบ จนกว่าพวกเขาจะมีทักษะอย่างเพียงพอมากขึ้นในการตั้งปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น

- 2) ครูต้องทำให้นักเรียนแน่ใจว่าผู้ตั้งปัญหาจะได้รับคำตอบที่เหมาะสมกับปัญหาที่พวกเขาตั้ง เพื่อให้นักเรียนร่วมมือกันในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหา
- 3) ให้นักเรียนที่จะแก้ปัญหาแต่ละคนเขียนระบุรูปแบบของความเข้าใจ และวิธีการที่จะใช้แก้ปัญหาก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา
- 4) เปิดโอกาสให้นักเรียนที่อ่อนคณิตศาสตร์ได้ทำงานร่วมกับนักเรียนที่เก่งกว่า
- 5) ทำทนายให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงโจทย์ปัญหาเดิมๆ โดยการออกแบบปัญหาปลายเปิด และเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ชีวิตจริง
- 6) สร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน เปิดโอกาสให้นักเรียนปรึกษาหาวิธีการแก้ปัญหาร่วมกับนักเรียนที่มีความสามารถในระดับต่างๆ และเพิ่มระดับความยากของปัญหาอย่างค่อยเป็นค่อยไปโดยเน้นปัญหาที่กระตุ้นและท้าทายให้ยากค้นหาคำตอบ
- 7) สร้างความมั่นใจให้นักเรียนใช้เทคโนโลยี เช่น เครื่องคิดเลข โปรแกรมคำนวณทางคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพวกเขาอาจใช้เทคโนโลยีเหล่านี้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

แบงส์ (Banks, 1969: 373-377) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามี 4 วิธีดังนี้

1) วิธีการวิเคราะห์ (The analysis method) เป็นวิธีที่นิยมสอนกันมาก ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
- ขั้นที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร
- ขั้นที่ 3 พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณ ระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 4 ประเมินคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ
- ขั้นที่ 6 การตรวจสอบคำตอบ

สิ่งที่สำคัญที่สุดในการแก้ปัญหาสำเร็จก็คือ ความสามารถในการแปลประโยคภาษาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ และการบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มากับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ

2) วิธีอุปมาอุปมัย (The method of analogies) เป็นวิธีที่ยึดหลักอุปมาอุปมัยหรือการเปรียบเทียบ โดยพยายามแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่ายหรือคุ้นเคย

3) วิธีการหาความสัมพันธ์เชิงพึ่งพิง (The method of dependence) เป็นวิธีที่ยึดหลักความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน หรือความเชื่อมโยงของข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหา โดยมุ่งจากคำตอบที่ต้องการจะหาว่าขึ้นอยู่กับตัวแปรและข้อมูลอะไรบ้าง เป็นลำดับขั้นตามหลักเหตุผล ซึ่งจะทำให้ผู้แก้ปัญหาคำเนินการแก้ปัญหาไปที่ละขั้น วิธีการนี้จะช่วยบ่งชี้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

4) วิธีใช้กราฟหรือรูปภาพ (The graphic method) เป็นวิธีที่เหมาะสมมากสำหรับบางปัญหาที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีอื่น วิธีนี้ประกอบด้วยการใช้ภาพ การใช้กราฟ รูปภาพ หรือแผนผัง เพื่อแสดงถึงสภาพของปัญหาซึ่งจะทำให้ค้นพบความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณได้ชัดเจน

นอกจากนี้แบงส์ (Banks, 1959: 377-378) ยังกล่าวถึงการพัฒนาทักษะกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ควรควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) ควรจะสอนให้นักเรียนใช้คำหลักหรือคำชี้แนะ (word cues) ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะในการใช้เทคนิคการชี้แนะ (cues) นั้นมีทั้งข้อดีและข้อเสีย ขึ้นอยู่กับว่าผู้สอนใช้อย่างไร หากใช้โดยการจำคำหลัก เช่น มากกว่าหมายถึงการลบก็อาจก่อให้เกิดความผิดพลาด แต่ถ้าใช้โดยอาศัยการคิดเชิงเหตุผล และตีความภายใต้บริบทของปัญหานั้นๆ ก็จะทำให้การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและถูกต้อง

2) ควรใช้โจทย์ที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ หรือข้อมูลที่เกินความจำเป็นหรือไม่ เพราะปัญหาในชีวิตจริงมักมีข้อมูลที่หลากหลาย ซึ่งเราต้องพิจารณาว่าข้อมูลใดเป็นสิ่งจำเป็นหรือไม่จำเป็นหรือไม่เพียงพอ ฉะนั้นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรผูกโยงกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต เพื่อพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา

3) ควรเน้นให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการพูดปากเปล่าหรือไม่ การให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการคิดออกมาดังๆ หรือโดยการพูดให้ฟัง เป็นเทคนิควิธีที่มีคุณค่ายิ่งในการปรับปรุงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะครูจะได้ทราบว่านักเรียนที่ตนสอนนั้นมีความคิดที่ผิดพลาดตรงส่วนใด

4) ควรแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบใด การที่จะแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของโจทย์ปัญหาว่าเป็นไปเพื่ออะไร ถ้าใช้โจทย์ปัญหาเพื่ออธิบายหรือพัฒนาทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โจทย์ปัญหาก็ควรมีลักษณะหลากหลายพอที่จะอธิบายหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ หากเป็นประโยชน์ทางสังคมและการดำเนินชีวิต โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะเป็นปัญหาทั่วไป ซึ่งแตกต่างจากหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ชเวทเจอร์และวีตเลย์ (Schweiger and Wheatley, 1975 cited in Sheffield and Cruikshank, 2005: 232-233) ได้สำรวจกระบวนการคิดขั้นพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีกระบวนการพื้นฐาน 8 ประการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

- 1) การจัดประเภท (Classification)
- 2) การอนุมาน (Deduction)
- 3) การประมาณ (Estimation)
- 4) การสร้างรูปร่าง (Pattern Generation)
- 5) การทดสอบสมมุติฐาน (Hypothesizing)
- 6) การแปลง (Translation)
- 7) การลองผิดลองถูก (Trial and Error)
- 8) การตรวจสอบ (Verification)

มาร์ก (Mark, 1975: 269-315) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ดังต่อไปนี้

- 1) ให้นักเรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบปัญหาด้วยวิถีทางต่างๆ โดยที่ผู้สอนควรยึดหลัก ดังนี้
  - 1.1) เน้นกิจกรรมการแก้ไขโจทย์ปัญหาด้วยวิธีการวิเคราะห์มากกว่าคำตอบ
  - 1.2) ควรให้นักเรียนได้พัฒนาทัศนคติเชิงทดลอง คือ ยอมรับตัวเองเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือปัญหาใหม่ๆ โดยไม่ท้อแท้แม้ว่าจะแก้ปัญหาไม่สำเร็จ
  - 1.3) ควรให้นักเรียนได้ค้นพบการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและสนับสนุน
  - 1.4) ความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาให้ก้าวหน้าได้

- 1.5) ถามคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
  - 1.6) เช็คความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องของคำศัพท์ และพิจารณาว่าข้อมูลอะไรที่ต้องการหา และข้อมูลอะไรที่เป็นประโยชน์
  - 1.7) แนะนำนักเรียนให้รู้จักการวางแผนเพื่อจัดกระทำข้อมูล ซึ่งจะให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล
  - 1.8) ให้ความสำคัญในเรื่องทัศนคติของนักเรียนมากพอๆ กับความรู้ความเข้าใจของนักเรียน
- 2) การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
- 2.1) การพัฒนาความเข้าใจปัญหา บางครั้งนักเรียนไม่คุ้นเคยกับโจทย์ปัญหา บางลักษณะ จึงไม่สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นได้ วิธีแก้คือ ครูควรแนะนำให้นักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยให้อยู่ในลักษณะที่คุ้นเคย
  - 2.2) จัดทัศนศึกษาหรือประสบการณ์ครั้งแรกให้แก่นักเรียน
  - 2.3) การเล่นเกมหรือบทบาทสมมติ
  - 2.4) การใช้สื่อรูปธรรม
  - 2.5) การใช้รูปภาพ ฟิสิกส์ ฟิสิกส์สตริป และบุคคล
  - 2.6) การสอนที่เกี่ยวข้องกับการอ่านโดยเฉพาะ
  - 2.7) การใช้หนังสือที่มีข้อมูลเชิงปริมาณ
  - 2.8) การสอนการอ่านในชั่วโมงคณิตศาสตร์
- 3) การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ ครูควรใช้เทคนิคต่อไปนี้
- 3.1) วาดรูปภาพ
  - 3.2) ฝึกการตั้งโจทย์ปัญหา
  - 3.3) วิเคราะห์รูปแบบการแก้ปัญหา
  - 3.4) ใช้ตัวเลขใหม่ในปัญหาเดิม
  - 3.5) การตรวจสอบข้อมูลอย่างรอบคอบ
  - 3.6) ใช้ประโยคคณิตศาสตร์
- 4) การตรวจสอบการคำนวณ การตรวจสอบการคำนวณนั้น ครูควรให้นักเรียนเรียนรู้จักประมาณ และตรวจสอบคำตอบหรือผลการคำนวณว่าถูกต้องหรือไม่



5) การแก้ปัญหาย่างกว้างขวาง ครูควรจัดแบบฝึกการแก้ปัญหาในวงกว้าง ซึ่งจะเป็นการพัฒนาวุฒิภาวะในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยแบบฝึกควรมีลักษณะหลากหลายเพื่อให้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกฎเกณฑ์ หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ระบุ

บิทเทอร์ (Bitter, 1989: 43-44) เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1) ครูควรเลือกโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจมาให้นักเรียนฝึกทำ โดยมีความยากง่ายอยู่ในระดับที่เหมาะสมกับนักเรียน ไม่ยากเกินไปจนเกินความสามารถ หรือง่ายเกินไปจนไม่ท้าทายความคิด

2) ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ เพื่อให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นในการแก้โจทย์ปัญหา และเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

3) ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักพิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ถาม ตลอดจนข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อทำให้นักเรียนมีความเข้าใจโจทย์มากยิ่งขึ้น และสามารถหาคำตอบที่โจทย์ถามได้

4) ครูควรฝึกให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาหลายรูปแบบ เพื่อให้นักเรียนไม่รู้สึกเบื่อหน่ายกับโจทย์ปัญหาลักษณะเดิม

5) ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนให้นักเรียนได้มีการฝึกแก้ปัญหาย่อยๆ จนนักเรียนมีความรู้สึกว่า การแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์นั้นเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน

6) ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้น ครูควรฝึกให้นักเรียนได้ใช้วิธีการหาคำตอบหลายวิธี เพื่อแสดงให้เห็นว่ายังมีวิธีอื่นที่สามารถใช้แก้โจทย์ปัญหาข้อนั้นได้

7) ครูควรช่วยเหลือและให้คำแนะนำ ในการเลือกวิธีการที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาบางข้อที่ยาก และมีลักษณะเฉพาะ

8) ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกตปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน เพื่อนำวิธีการไปใช้แก้โจทย์ปัญหาครั้งต่อไป

9) ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูควรให้เวลาที่เหมาะสม โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายผลและวิธีการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา

10) ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการคาดเดาคำตอบที่โจทย์ถามอย่างมีเหตุผล เนื่องจากเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยในการหาคำตอบ

### 11) ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในข้อนั้นๆ

สมาคมครุคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

- 1) เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
- 2) ให้ความสำคัญกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 3) ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลและร่วมมือกัน
- 4) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อาคาดเดา
- 5) ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลส (Gonzales, 1994: 74) ให้แนวคิดโดยสรุปได้ว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เขาจึงอาจเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้นครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

ประกาย วิโรจน์กุล (2532: 17) กล่าวถึงแนวการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

- 1) นักเรียนต้องมีส่วนร่วมให้มากที่สุด ไม่ใช่เป็นเพียงผู้ฟังเท่านั้น
- 2) บรรยากาศการเรียนต้องเป็นอิสระเปิดโอกาสและกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น
- 3) มีการสอนอภิปรายหรือค้นคว้าด้วยตัวเองมากขึ้น

สิริพร ทิพย์คง (2536: 165-167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1) ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน

2) ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนมาแล้ว

3) ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

4) ควรให้แบบฝึกหัดที่มีช้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับทุกคน

5) ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้นๆหรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6) ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7) ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8) ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้นๆ ออกเป็นปัญหาย่อยๆ

9) ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำให้การแก้ปัญหาข้อนั้นๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

10) ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 66-67) เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1) การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1) ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดย

อาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา  
ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2) ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ  
หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆของปัญหา จะทำให้ปัญหามี  
ความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3) ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ  
เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้  
นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลได้ใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้  
เพียงพอหรือไม่

## 2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1) ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาแก่นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีกระตุ้นให้คิด  
ด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่างๆที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ หยุดใช้คำถาม  
เมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2) ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามากๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่า  
ตนเองคิดอะไร การคิดออกมามากๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนภาพ และแบบแผนแสดง  
ลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา  
ที่เหมาะสม

2.3) ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใด  
เสมอๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ควรเน้นว่าวิธี  
การแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4) ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อยๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและ  
น่าสนใจ

2.5) ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี  
เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3) การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือ  
แก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะ  
ลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่า  
วิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้นๆ หรือไม่

#### 4) การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1) ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดง การแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2) ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3) ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้กับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4) ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นๆ

บุญเพ็ง บุบผามาตะนัง (2542: 40-43) เสนอบัญญัติ 9 ประการในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) การวิเคราะห์นักเรียนเพื่อศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีความสามารถอยู่ในระดับใด แตกต่างกันขนาดไหน มีจุดเด่นจุดด้อยตรงไหน

2) การเลือก- สร้างโจทย์ปัญหา ควรเป็นเนื้อเรื่องที่นักเรียนสนใจ สอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียนและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน สถานการณ์ในโจทย์ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อที่เป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้ ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัย ไม่ใช่ถ้อยคำฟุ่มเฟือย ซ้ำซ้อน

3) การวิเคราะห์โจทย์ เป็นขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะหากนักเรียนสามารถแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีข้อมูลส่วนใดที่ไม่จำเป็นก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

4) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์อันประกอบด้วยตัวเลข เครื่องหมายแทนจำนวนและข้อความก่อนที่นักเรียนจะสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ควรจะได้ทราบความหมายและสัญลักษณ์ของค่าต่างๆ เช่น บวก ลบ คูณ หาร เท่ากับ ไม่เท่ากับ มากกว่า น้อยกว่า หลังจากนั้นจึงเริ่มการฝึกเขียนประโยคสัญลักษณ์ โดยอาจดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 4.1) ครูเขียนโจทย์บนกระดานดำแล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์
- 4.2) ครูอ่านโจทย์ให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์
- 4.3) ครูเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนเขียนโจทย์ตาม

เป็นต้น

5) การประมาณคำตอบ การประมาณคำตอบ คือ กระบวนการหาค่าโดยประมาณ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจ หรือพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ การประมาณคำตอบจึงเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้นักเรียนฝึกปฏิบัติจนเกิดเป็นนิสัยก่อนลงมือแก้ปัญหาทุกครั้ง โดยอาจเริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือเรื่องราวที่กำลังอยู่ในความสนใจมาให้นักเรียนฝึกคิดหาคำตอบโดยไม่ต้องเขียน มีการเสริมแรงเพื่อกระตุ้นให้คิดแก้ปัญหาที่ยากขึ้น

6) การเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการคิดคำนวณ คือ การที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้อย่างถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะการคำนวณเป็นส่วนสำคัญที่ควรฝึกให้เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยจัดกิจกรรมต่างๆที่จะส่งเสริมให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติได้ โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายและใกล้ตัว ให้การเสริมแรงเป็นระยะจนเกิดเป็นนิสัย สามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว

7) ฝึกการแก้ปัญหาหลายวิธี โจทย์เดียวกันอาจมีวิธีการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี ดังนั้น ครูไม่ควรจำกัดขอบเขตของการคิดว่าจะต้องทำตามวิธีการและขั้นตอนที่ครูสอนเท่านั้น เพราะการทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบโดยขาดความเข้าใจ นักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีข้อความแตกต่างจากที่เคยพบในห้องเรียนได้ ในทางกลับกันควรส่งเสริมนักเรียนที่มีแนวคิดแตกต่างออกไปจากที่ครูสอน แต่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องตรงกันกับวิธีที่ครูสอน

8) การพัฒนาความสามารถทางภาษา เนื่องจากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นั้น เนื่องจากขาดความเข้าใจภาษา ขาดทักษะในการอ่าน การเก็บใจความ และความหมายของคำต่างๆ เช่น คำว่า รวม ผลต่าง หักออก ใช้ไป หามาเพิ่ม มากกว่า น้อยกว่า หรือแม้กระทั่งความเข้าใจหน่วยในการชั่ง ตวง วัด ตลอดจนคำย่อต่างๆ ซึ่งครูต้องนำไปสอนให้เกิดความสัมพันธ์กันระหว่างวิชาภาษาไทยกับคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ความสามารถทางภาษาไทยมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

9) การใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบการสอน การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพราะจะช่วยให้เด็กเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมมากขึ้น ช่วยในการจินตนาการและการคิดค้นหาคำตอบ สื่อการสอนอาจเป็นของจริง เช่น ไม้ไอศกรีม

ผ่าจุกน้ำอัดลม ก้อนหิน เป็นต้น ส่วนสื่อที่เป็นรูปภาพอาจตัดจากหนังสือพิมพ์ ปฏิทิน ครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเอง เป็นต้น หลังจากเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องแล้วก็ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาในใจเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่างๆ คือ

- 1) ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างตรงประเด็น
- 2) ทักษะในด้านการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
- 3) ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

สมเดช บุญประจักษ์ (2544: 64) กล่าวไว้โดยสรุปว่า เป้าหมายของการพัฒนาคือเมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินแก้ปัญหา และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังนี้

1) การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียด แล้วทำความเข้าใจ จำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วนๆ โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถหาคำตอบต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ต่อไปจึงให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจเอาเอง

2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้นักเรียนบอกความหมาย อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล และแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่นเพื่อสร้างความกระจ่างชัด และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นดีแล้ว

3) การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบ โดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้ดับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนของครูที่เน้นการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน สรุปได้ว่า ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจหลายรูปแบบ เหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียนมาให้นักเรียนฝึกคิดวิเคราะห์ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหาโดยการอภิปรายร่วมกัน ฝึกการคิดเป็นลำดับขั้นตอน ให้ความสำคัญในการคิดและการลงมือแก้ปัญหาให้กับนักเรียน และฝึกให้นักเรียนรู้จักการคาดคะเนคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ และไม่ควรยุติกระบวนการคิดเพียงเมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ แต่ควรฝึกให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาใหม่ๆขึ้นมา แล้วคิดแก้ปัญหาใหม่นั้นต่อไป

### 3.7 แนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวัดผลทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการทำข้อสอบอัตนัย การตรวจคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบถูกต้องจะให้คะแนนเต็ม แต่ถ้าไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่าวิธีทำจะมีส่วนถูกต้อง มีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นการให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียนทุกขั้นตอน โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณ ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงขั้นแก้ปัญหาสำเร็จ จะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอน การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง 100% ย่อมสมควรได้คะแนนตามความถูกต้องลดหลั่นกันตามความเหมาะสม

กรมวิชาการ (2546, 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรม  
วิชาการ

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3	ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผล ในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2	พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้อง ใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, 104-106) เสนอแนวคิดว่า  
ครูและนักเรียนอาจร่วมกันประเมินผลการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอน  
ในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

- 1) การทำความเข้าใจปัญหา
- 2) การวางแผน
- 3) การดำเนินการแก้ปัญหา
- 4) การตรวจสอบความถูกต้อง

ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาคือเป็นข้อมูลที่ครูหรือผู้เกี่ยวข้อง ใช้ประเมินความรู้  
ความสามารถของนักเรียนได้โดยตรง และนักเรียนยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองพร้อมทั้ง  
จัดเก็บผลงานไว้ในแฟ้มสะสมงานได้อีกด้วย การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ควรมีรายการประเมินที่แสดงถึง ความเข้าใจปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การใช้  
ยุทธวิธีการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆ  
เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ

ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าวข้างต้น ครูจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับนักเรียน แต่ครูควรมีบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ เพื่อตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น มีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้

และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตารางที่ 5 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี**

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาล้วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 22-25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบดังนี้

#### แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของซีเทล (Szetele)

ซีเทล (Szetele) เสนอการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้เกณฑ์คะแนนง่ายๆ ดังนี้

- ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงว่าคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจจะว่างเปล่า ไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีแก้ปัญหาเอาไว้เลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม

- ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังมีความสับสนอยู่
- ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลพอสมควร การอ้างอิงถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่างๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง
- ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุผลและอ้างอิงถูกต้อง

## แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์ (Chares)

ชาร์ลส์ (Charles) ได้เสนอเกณฑ์ให้คะแนนอีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่าการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Scoring Scales) ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ดังนี้

### ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

- ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด
- ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

### ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

- ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้
- ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

### ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

- ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือคำตอบที่ผิดๆ หลงทางเนื่องจากวางแผนที่ผิดพลาดแต่แรก

- ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกใจหยาบผิด คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง
- ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

### แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอเฟเฟอร์ (Charies, Lester and O'Deffer)

ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอเฟเฟอร์ (Charies, Lester and O'Deffer, 1978 อ้างถึงใน สมศักดิ์ โสภณพินิจ, 2547: 22-25) ได้เสนอวิธีการให้คะแนนที่เรียกว่า การให้คะแนนแบบ ภาพรวม (Holistic Scoring Scale) โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องมากน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

#### คะแนนที่ให้ ลักษณะของวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ

- ให้ 0 คะแนน นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียน อยู่บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่อทางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
- ให้ 1 คะแนน ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิด คำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขารู้วิธีทำที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้
- ให้ 2 คะแนน มีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผลแต่ รายละเอียดของการคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิด จากการเข้าใจผิด หรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ
- ให้ 3 คะแนน สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้องตาม ขั้นตอนต่างๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบางประการ เช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นประกอบคำอธิบาย หรือวิธีทำ ถูกต้องทั้งหมดแต่ตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด
- ให้ 4 คะแนน มีความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณ

จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูนำไปใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา ประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูจะมีมาตรฐานในการให้คะแนนมีเกณฑ์การให้คะแนน ที่เป็นรูปธรรมมากขึ้นและนักเรียนก็จะได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

นุตริยา จิตตารมย์ (2548, 77-78) เสนอแนวทางในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์ 2 แบบคือ แบบที่ 1 สำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหโดยใช้กลวิธีอื่นที่ไม่ใช่การแก้สมการ และแบบที่ 2 สำหรับนักเรียนที่ใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ แบบทดสอบมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

### แบบที่ 1

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในขั้นตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

### แบบที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ เป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

- ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น  
 ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น  
 ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

- ให้ 1 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้  
 ให้ 2 คะแนน ถ้าสร้างสมการหรือประโยคที่เขียนแสดงความเท่ากันได้  
 ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องบางส่วน  
 ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องครบถ้วน

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

- ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย  
 ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

### 3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

#### 3.8.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ในประเด็นต่างๆ ดังนี้

##### 3.8.1.1 งานวิจัยต่างประเทศ

คอนเนอร์และฮอลล์กิน (Connor and Hawkins, 1936: 21-29) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับนักเรียนประถมศึกษา โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบการตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเองมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสูงขึ้น และยังช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตให้สูงขึ้นด้วย

วิทซ์และคาห์น (Wirtz and Kahn, 1982: 48-50) ได้ทดลองกับนักเรียนระดับชั้นอนุบาลจนถึงนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากนักเรียนหลายๆโรงเรียน โดยแบ่งกลุ่มทดลองออกเป็น 3 กลุ่ม โดยกลุ่มที่หนึ่งได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาจากปัญหาที่มีอยู่ในหนังสือเท่านั้น กลุ่มที่สองได้รับการสอนโดยไม่ใช้วิธีการแก้ปัญห และกลุ่มที่สามได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา ผลการทดลองพบว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาลูกสูงกว่าทั้งสองกลุ่ม

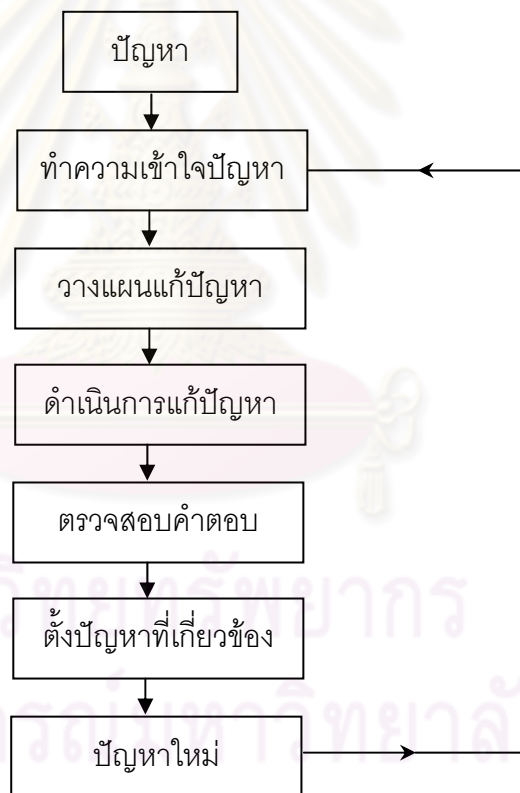
ซิลเวอร์ (Silver, 1993: 66-85) ได้ศึกษาโดยการสังเคราะห์วรรณกรรมต่างๆ เพื่อที่จะแสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาในทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญห ผลการศึกษาพบว่า การสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาในทางคณิตศาสตร์เป็นยุทธวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

รันนิทสกาย เอ็ทเทอเรท ฟรีแมน และกิลเบิร์ต (Rundnitsky, Eteredge, Freeman and Giltbert, 1995: 19-28) ได้ทดลองสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบด้วยตนเอง ผลการทดลองพบว่านักเรียนกลุ่มที่ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบขึ้นมาด้วยตนเองมีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและมีความคงทนในการเรียนรู้สูง

ดิคเคอร์สัน (Dickerson, 1999: 83-85) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนที่แตกต่างกัน 5 วิธี กับความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน ซึ่งวิธีการสอนแต่ละวิธีเป็นวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่าวิธีการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์อย่างสูงในทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน



เซเยด (Sayed, 2000: 115-116) ได้ศึกษาผลของการใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อการดำเนินการแก้ปัญหาของนักศึกษาวิชาชีพรูคณิตศาสตร์ (Effectiveness of Problem Posing Strategies on Prospective Mathematics Teacher's Problem Solving Performance) ที่กำลังศึกษาชั้นปีที่ 3 วิชาเอกคณิตศาสตร์/คอมพิวเตอร์ จำนวน 50 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง กลุ่มละ 25 คน กลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya, 1973: 200) เพียงอย่างเดียว ส่วนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ การแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาเช่นกัน แต่หลังจากแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนจะได้ตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งกรอบในการวิจัยของกลุ่มทดลอง แสดงดังแผนภาพ



แผนภาพที่ 6 กรอบแนวคิดสำหรับกิจกรรมการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา

จากแผนภาพอธิบายได้ว่าครูเริ่มต้นโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาโดยให้นักเรียนเขียนอธิบายในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

1) ทำความเข้าใจปัญหา ถามคำถามตัวเอง เช่น “ปัญหานี้โดยรวมเกี่ยวกับอะไร” “อะไรที่โจทย์กำหนดให้และไม่ได้ให้” “ฉันต้องการหาอะไร”

- 2) วางแผนแก้ปัญหา กลวิธีใดบ้างที่ทราบ และจะใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) ดำเนินการแก้ปัญหา ทำการคำนวณที่จำเป็นและอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ใช้
- 4) ตรวจสอบคำตอบ ตรวจสอบว่ามีวิธีการหาคำตอบอย่างอื่นอีกหรือไม่ ในการได้มาซึ่งคำตอบเดียวกัน นักเรียนต้องระบุนำคำถามทั้งหมด ความพยายาม ความยุ่งยากใจ หรือข้อจำกัดอื่น ๆ ที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหาภายในบริบทของการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ การถามคำถามที่ตั้งขึ้นจะทำให้นักเรียนเข้าใจในปัญหามากยิ่งขึ้น เช่น ข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมดเกี่ยวข้องกับกรแก้ปัญหาหรือไม่ ข้อสันนิษฐานต่างๆถูกพิสูจน์หรือไม่ และมีกี่วิธีในการแปลข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ สิ่งสำคัญที่สุดในขั้นนี้คือ การสร้างความมั่นใจให้นักเรียนสร้างการพัฒนาปัญหาที่กำหนดให้ หรือการตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องซึ่งถูกแนะนำโดยกอนซาเลส (Gonzales, 1994: 81) ซึ่งได้มีข้อแนะนำขั้นตอนที่ 5 ถัดจากขั้นตอนที่ 4 ของโพลยา
- 5) การตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง ดัดแปลงปัญหาที่กำหนดให้เป็นปัญหาใหม่ที่แตกต่างจากปัญหาเดิมการตั้งปัญหาอาจทำได้โดยการเปลี่ยนแปลงค่าของข้อมูลที่กำหนดให้ หรือเปลี่ยนบริบทของปัญหาเดิม

จากงานวิจัยพบว่า นักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาได้คะแนนสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

### 3.8.1.2 งานวิจัยในประเทศ

สุริเยส สุขแสง (2548, 76) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ ผลการทดลองพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งต่างประเทศและในประเทศ พบว่างานวิจัยเหล่านี้ล้วนใช้การตั้งปัญหาเป็นตัวแปรต้นทั้งสิ้น โดย

ทุกงานวิจัยให้ผลสอดคล้องกันคือ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าคุณเป็นผู้ตั้งหรือนักเรียนเป็นผู้ตั้งล้วนส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 3.8.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ในประเด็นต่างๆที่น่าสนใจดังนี้

#### 3.8.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

มูราสกี (Murski, 1979: 4104-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คลาร์คสัน (Clarkson, 1979: 4104-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยทำการทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหา 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ พบว่าการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ฮอลล์ (Hall, 1979: 6324-A) ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทดสอบการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ และนักเรียนที่เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

พุท (Putt, 1979: 53) ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวนสองห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนวิธีแก้ปัญหา ส่วนอีกห้องพยายามให้รับประสบการณ์ตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่างๆเอง ระยะเวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

ชมิทท์และมารี (Schmidt and Marie, 1988: 22) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางเมตาคognition ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะใช้ข้อมูลจากการวิจัยเพื่อสร้างรูปแบบการสอนคำถามที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ข้อแรก ระหว่างการแก้ปัญหาของนักเรียน พฤติกรรมทางเมตาคognition พฤติกรรมใดที่ได้รับการกระตุ้นขึ้นมา ข้อสอง มีความแตกต่างระหว่างคนที่ทำงานนี้ตามลำพังกับคนที่ทำงานเป็นกลุ่มหรือไม่ และข้อสาม การแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นลำดับขั้นตอนเดียวกันเสมอ หรือขึ้นอยู่กับสถานการณ์แต่ละครั้ง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถกำกับควบคุมกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองได้ นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความรู้เกี่ยวกับรูปแบบการแก้ปัญหาของตนเอง และอธิบายถึงกลยุทธ์ที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองได้ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการทางเมตาคognition ของนักเรียนเป็นไปตามสถานการณ์มากกว่าเป็นขั้นตอนที่แน่นอน จากการวิจัยดังกล่าวได้นำข้อมูลมาสร้างรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการทางเมตาคognition สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาชั้นเรียกว่า Zero-SPACE พฤติกรรมที่เข้าร่วมเข้าเป็นรูปแบบการสอน ได้แก่ การใส่ใจ (Attention) การสำรวจเบื้องต้น (Scanning) การปฏิบัติการ (Activating-making a plan, Choosing a strategy and Doing the work) การสื่อสาร (Communicating) และการประเมินผล (Evaluating)

เจอร์นอน (Guernon, 1989: 2768) ได้ศึกษาผลของการสอน Heuristics ภายใต้บริบทการควบคุมทางการรู้คิดที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นการควบคุมการรู้คิดในความหมายของ Shoenfeld (1985 cited in Guernon, 1989: 2768) คือ ความสามารถของนักเรียนที่คอยถามตนเองว่า “เมื่อไร” และ “อย่างไร” ในขณะที่ใช้ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุม สอนโดยวิธีปกติในการแก้ปัญหา ใช้เวลา 16 สัปดาห์ หรือ 1 ภาคการศึกษา ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงสุด รองลงมา เป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมตามลำดับ แสดงให้เห็นว่าการฝึกนักเรียนโดยใช้ การควบคุมการคิดของตนเองหรือการรู้คิด ทบทวนอยู่เสมอว่าจะทำอะไร และอย่างไรในการฝึก ชีวิตสติการใช้ในการแก้ปัญหามีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

เกอนอน (Guernon, 1989: 2768A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการสอน กลวิธีในการแก้ปัญหา ภายใต้ระบบการควบคุมด้านเมตาคognition ที่มีต่อการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 55 คน ในการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหานั้นได้เน้นในสิ่งที่โชนเฟลด์ (Schoenfeld) อ้างถึง คือ กลวิธีเมตาคognition ในการควบคุมตนเอง ซึ่งหมายถึงความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบ ว่าทำอะไร และเมื่อไรที่จะทำให้การแก้ปัญหานั้นดีขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนแก้ปัญหาด้วยกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา และใช้คำว่า "อย่างไร" และ "เมื่อไร" ในกลวิธีแก้ปัญหา กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนแก้ปัญหาหลาย ๆ อย่าง แต่ไม่ได้รับการสอนกลวิธี ในการแก้ปัญหา กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ทั้ง 3 กลุ่มได้รับการสอน ในชั้นเรียนปกติ และสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร เป็นเวลา 16 สัปดาห์ ผล การทดลองพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่ 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงที่สุด รองลงมาเป็น นักเรียนในกลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 ตามลำดับ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า การฝึกนักเรียนโดยเน้น การควบคุมการคิดของตนเอง ทบทวนเสมอว่า "จะทำอะไร" "เมื่อไร" และ "อย่างไร" ในการฝึก กลวิธีในการแก้ปัญหามีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

สติลแมน และแกลเบรith (Stillman และ Galbraith, 1990: 140-195) ได้ ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงสู่โลกจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ตอนปลายที่มีคุณลักษณะการรู้คิด การวิจัยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทาง พุทธิปัญญาและการรู้คิด โดยคัดเลือกนักเรียนจากการวิเคราะห์การเขียนแผนผังแสดงลำดับ ขั้นตอนการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์การแก้ปัญหาโดยผ่านวิธีทัศน์ และการ สัมภาษณ์อย่างมีโครงสร้างและการสัมภาษณ์อย่างอิสระถึงการใช้ความรู้ทางการรู้คิด การใช้ กลวิธี การตัดสินใจ และความเชื่อการตอบสนองต่อการรู้คิด สำหรับกิจกรรมการแก้ปัญหาของ การรู้คิดที่ใช้ทดลองนั้นมี 4 ชั้น ได้แก่ ชั้นการทำความเข้าใจปัญหา ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา ชั้นกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหา ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา และชั้นประเมินการแก้ปัญหา

พบว่า เวลาเฉลี่ยที่นักเรียนใช้ในแต่ละชั้นแตกต่างกัน กล่าวคือนักเรียนกลุ่มที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาใช้เวลาในชั้นการทำความเข้าใจปัญหาน้อยกว่ากลุ่มอื่น แต่กลุ่มนี้มีสิ่งซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีการตัดสินใจโดยใช้การรู้คิดสูงซึ่งส่งผลต่อพฤติกรรมทางปัญญา พบว่ากลุ่มนี้ใช้เวลาผูกพันอยู่กับกิจกรรมที่ต้องใช้การกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหา

เลมเบิร์ก (Lembke, 1991: 2057-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนา มโนทัศน์ และกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องร้อยละ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะของการคิด และการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องร้อยละ ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่อยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้วิธีการหรือกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยังไม่เป็นแบบแผน โดยการใช้การเดาคำตอบช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งมีวัยและวุฒิภาวะสูงกว่า จะใช้วิธีการเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบของสมการ และใช้เหตุผลประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา

เมททินกลี (Mattingly, 1992: 434) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ การเปรียบเทียบ ผลของการสอนโดยใช้และไม่ใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาผลการสอนโดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีนักเรียนทั้งสามระดับชั้นจำนวน 377 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงและต่ำ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ ส่วนการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง ในกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการใช้กลวิธีช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นและความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับเดียวกัน และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ทั้งกลุ่มที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ โดยกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

เบเกอร์ (Baker, 1992: 2762-A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนโดยใช้กลวิธีวาดภาพของนักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนเหมือนกัน คือ ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ แต่กลุ่มทดลองใช้กลวิธีวาดภาพ (drawing strategy) ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการสอนไม่แตกต่างกัน แต่ทั้งสองกลุ่มมีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และกลุ่มทดลองมีการใช้กลวิธีในการวาดภาพแสดงข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่กำหนดให้มากขึ้นกว่าก่อนได้รับการสอน

กูยา (Gooya, 1992: 243) ได้ศึกษาอิทธิพลของการสอนที่มีพื้นฐานการรู้คิด โดยผ่านการแก้ปัญหาที่มีต่อความเชื่อและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาในการสอนคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาจำนวน 60 ชั่วโมง ทำการสอนทุกวัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ได้มาจากสายวิทยาศาสตร์ การสอนจะใช้กลวิธีการรู้คิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดหาวิธีอย่างอิสระ เขียนอธิบายและแบ่งเป็นกลุ่มเล็ก รวบรวมข้อมูลจากการทดสอบย่อยและงานที่ได้รับมอบหมาย การทดสอบหลังเรียน การสัมภาษณ์ การเขียนอัตชีวประวัติ การสังเกต จากเทปบันทึกเสียง วีดิทัศน์ งานเขียนเชิงวารสารใช้เป็นช่องทางในการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียนและเปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระ นักเรียนเรียนรู้ที่จะประเมินตนเองและติดตามควบคุมงานของตน มีการตัดสินใจที่เหมาะสม

เพราะได้ร่วมมือและอภิปรายในกลุ่มเล็กถึงปัญหาที่ร่วมกันรับผิดชอบ การอภิปรายกลุ่มใหญ่ทำให้นักเรียนตระหนักรู้ในจุดอ่อน จุดแข็งของตัวเอง การอภิปรายร่วมกันทำให้นักเรียนได้ขยายความคิด อันนำไปสู่การเป็นนักตัดสินใจที่ดี จากการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถแบ่งกลุ่มตัวอย่างได้เป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มแบบดั้งเดิม (Traditionalists) กลุ่มแบบค่อยเป็นค่อยไป (Incrementalists) และกลุ่มยอมรับนวัตกรรม (Innovator) กลุ่มแบบดั้งเดิมมีจำนวน 9 คน ซึ่งปฏิเสธการเรียนการสอนแบบใหม่ กลุ่มนี้ต้องการให้ครูสอนแบบบรรยายหรือบอกให้ทำ แต่กลุ่มนี้ชอบทำงานเป็นกลุ่มเล็กและชอบสื่อการเรียนการสอน กลุ่มแบบค่อยเป็นค่อยไปมีจำนวน 12 คน ชอบการสอนที่มีการเขียนเชิงวารสาร ทำงานเป็นกลุ่มเล็กและการอภิปรายร่วมกันภายในห้องเพราะทำให้รับรู้เกี่ยวกับมนทัศน์ได้อย่างชัดเจน และสามารถร่วมกันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อันนำไปสู่แนวคิดใหม่ได้ กลุ่มยอมรับนวัตกรรมมีจำนวน 19 คน กลุ่มนี้การตอบรับการสอนแบบใหม่ได้เป็นอย่างดี สามารถนำการรู้คิดไปใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนเชิงวารสารมีบทบาททำให้พวกเขาได้สื่อสารแนวคิดของตนเอง การทำงานกลุ่มเล็กเป็นสิ่งที่ขาดไม่ได้ และการอภิปรายร่วมกันในห้องช่วยให้พวกเขาเรียนรู้ด้วยความหมาย กลุ่มแบบค่อยเป็นค่อยไปและกลุ่มยอมรับนวัตกรรมจะมีการเปลี่ยนแปลงความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากมุมมองเดิมคือ ต่อต้าน เบื่อหน่าย ไร้ชีวิตชีวาและไม่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงจึงเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสละสลวย มีความหมาย และสามารถเชื่อมโยงสู่ชีวิตประจำวันได้ การวิจัยยังพบอีกว่าสองกลุ่มดังกล่าวมีมุมมองต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเดิมเต็มไปด้วยการจดจำกฎและสูตร เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีความหมาย สร้างสรรค์ และสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

ลินน์ (Lynn, 1993: 167-169) ศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคและปัจจัยที่ส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอนแบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวีดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

- 1) การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้นๆ
- 2) การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินไปจนเกินไป
- 3) การขาดการกำกับความสามารถด้านสติปัญญาของตนเอง
- 4) การขาดความเชื่อ



นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุนการแสดงพฤติกรรม  
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

- 1) ความร่วมมือช่วยกันภายในกลุ่ม
- 2) การกำกับภายในกลุ่ม
- 3) แนวปฏิบัติ/บรรทัดฐานของสังคมในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย

ทูกอว์ (Tougaw, 1994: 29) ศึกษาเจตคติและพฤติกรรมการแก้ปัญหา  
เกี่ยวกับความสามารถในการโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้กระบวนการและ  
กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถใน  
การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถทาง  
คณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ และกลุ่มที่ได้รับการสอน  
โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน คือ ENTER, PLAN, ATTACK  
และ REVIEW เป็นขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา ที่คล้ายกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ของโพลยา คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน ขั้นดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา  
และขั้นตรวจสอบ โดยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองนั้น ใช้กลวิธีในการ  
แก้โจทย์ปัญหา 5 กลวิธี คือ กลวิธีค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) กลวิธีเขียนแผนภาพ  
(Draw a diagram) กลวิธีเขียนรายการหรือสร้างตาราง (Make a list / Table) กลวิธีเดาและ  
ตรวจสอบ (Guess and Check) และกลวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solve a simpler problem)  
ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนทั้งกลุ่มที่มีความสามารถ  
ทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ในกลุ่มทดลอง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ฟิงค์ดอล (Finkdal, 1995: 106) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการเรียนการสอน  
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 กลวิธี  
คือ กลวิธีวาดภาพ กลวิธีสร้างรายการ กลวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า กลวิธีใช้ตัวแปร และกลวิธี  
ค้นหารูปแบบ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาวิชาชีพรู วิชาเอกการประถมศึกษา ผลการศึกษา  
พบว่า หลังการเรียนการสอนนักศึกษาที่เป็นตัวอย่างประชากรมีความสามารถในการแก้โจทย์  
ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และพบว่าความถี่ของการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาหลัง  
การเรียนสูงขึ้น

โอลาดุนนิ (Oladunni, 1998: 867-874) ได้ศึกษาทดลองเกี่ยวกับผลของการใช้ กลวิธี การรู้คิดและฮิวริสติกส์ (Heuristics) ของการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถทางการคิด ด้านคำนวณทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการสุ่มเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นการวิจัยกึ่งทดลองใช้เวลาสอน 8 สัปดาห์ แบ่งเป็นกลุ่มทดลองโดยใช้กลวิธี การรู้คิด และฮิวริสติกส์ กับกลุ่มควบคุมโดยการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีความสามารถในคิดด้านคำนวณทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแสดงให้เห็นว่ากลุ่มทดลองที่ใช้กลวิธี การรู้คิดและฮิวริสติกส์ในการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วย ส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์

แจ๊คสัน (Jackson, 2000: i) ได้พัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอิลลินอยส์ กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินค่าโดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลายและสอน กลยุทธ์การแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมี ความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน ผู้วิจัยเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ โดยการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากงานในโลกจริง จำนวน 91 คน ซึ่งนักเรียนมี สภาพทางความสามารถและสภาพทางเศรษฐกิจแตกต่างกัน จำนวนนักเรียนต่อห้องเรียนมีขนาด ใกล้เคียงกัน นักเรียนอายุเฉลี่ย 12.3 ปี และใช้ผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ก่อนรับการทดลองใน การแบ่งกลุ่มทดลอง กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถกัน เวลาทดลองสอน 5 คาบ ต่อสัปดาห์ แต่ละคาบแนะนำวิธีสอนประมาณ 10 นาที ฝึกให้ทำกิจกรรม 30 นาที ทบทวน และสรุปสาระสำคัญจากบทเรียน 5 นาที กลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมือร่วมกับการรู้คิดนั้น สอนให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้คำถามตนเอง โดยแบ่งประเภทของคำถามออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ การความเข้าใจปัญหาหรืองานที่ได้รับ การเชื่อมโยงความรู้สู่ปัญหาหรืองานอื่น การเลือกใช้กลวิธีให้เหมาะสมกับปัญหาหรืองาน และการตอบสนองของความเข้าใจและความรู้สึก ของตนเอง ส่วนกลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมืออย่างเดียว ไม่มีการสอนให้ตั้งคำถามตนเอง ให้ นักเรียนอ่านปัญหาหรือทราบงานที่ได้รับ แล้วช่วยกันหาคำตอบและอธิบายเหตุผลของตน เมื่อ สมาชิกในกลุ่มมีความเห็นแตกต่างก็จะอภิปรายหาข้อสรุปออกมาจากนั้นเขียนคำตอบ นักเรียน สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ งานหรือปัญหาที่ทำเป็นชนิดเดียวกันทั้ง 2 กลุ่ม การวัด

ประเมินผลโดยการสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมือร่วมกับการรู้คิดมีปฏิสัมพันธ์ในเชิงบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและต่ำ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว

### 3.8.2.2 งานวิจัยในประเทศ

ยวดี อึ้งศรีวงษ์ (2533: 46-49) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีรูปแบบการคิดแตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2533 โดยสุ่มแบบแบ่งชั้นหลายขั้นตอน จำนวน 377 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดรูปแบบการคิด แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีรูปแบบการคิดเชิงบรรยาย แบบจำแนกประเภทเชิงอ้างอิง และแบบโยงสัมพันธ์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา ผาติวิสันต์ (2534: 70-72) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2534 จำนวน 378 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคำนวณ และแบบสำรวจจบบการเรียนซึ่งดัดแปลงมาจากแบบสำรวจจบบการเรียนของคอล์บ (Kolb) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีรูปแบบการเรียนแบบคิดอเนกนัย แบบดูดซึม แบบเอกนัย และแบบปรับปรุง มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2537: 53-57) ได้ศึกษาผลของการสอนเรื่องโจทย์สมการที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ห้องเรียน กลุ่มควบคุม จำนวน 39 คน ได้รับการสอนแก้ปัญหาโจทย์ตามคู่มือครู

คณิตศาสตร์ กลุ่มทดลองที่ 1 จำนวน 41 คน ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมาย โจทย์และแก้ปัญหาโดยตารางวิเคราะห์ กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 38 คน ได้รับการสอนเน้น ทักษะการแปลความหมาย โจทย์และแก้ปัญหาโดยอิสระ ใช้เวลาทดลองทั้ง 3 กลุ่มเท่ากันคือ 10 คาบ คาบละ 30 นาที เครื่องมือที่วัดเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ และแบบวัดความวิตกกังวล ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของ นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 และ 2 สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 1 และ 2 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01 และความวิตกกังวลของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

งามตา กมลวรรณ (2536: ง) ได้ศึกษาผลของการฝึกกลวิธีคำถามที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกกลวิธี คำถามนำ สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกกลวิธีคำถามนำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกกลวิธี คำถามนำหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

กำจร มณีแก้ว (2539: 48-50) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิด ออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาพัฒนาการศึกษานโยบาย กลุ่มทดลอง จะได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการออกเสียง และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการคิด ออกเสียงมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบ ปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมสว่าง ธนะพานิชย์สกุล (2539: บทคัดย่อ) ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวัด กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนวิชา ค 015 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า แบบทดสอบวัด

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ ซึ่งผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ 11 ท่านโดยมีค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจากการประเมิน 1.00 ทุกข้อ และเกณฑ์ให้คะแนนอยู่ระดับเหมาะสม ส่วนความยากง่ายรายข้อมีค่าอยู่ระหว่าง 0.39 - 0.71 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ทุกข้อ ค่าอำนาจจำแนกรายข้อมีค่าอยู่ระหว่าง 0.31 - 0.88 ซึ่งทุกค่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค มีค่าเท่ากับ 0.8068 ค่าความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนน 3 คน โดยคำนวณจากสูตรสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของแคนดอลล์มีค่าเท่ากับ 0.9763

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539: 69) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงโดยใช้เมตาคอกนิชันกับนักเรียน 1 กลุ่ม จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นชนิดอัตนัย ใช้การทดสอบแบบก่อนเรียนหลังเรียน ดำเนินการวิจัยตามกรอบแนวคิดของ เบเยอร์ (Beyer, 1987) อ้างถึงใน สมบัติ โพธิ์ทอง, 2539: 42-43) ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอน คือ การวางแผน การกำกับและการประเมิน การฝึกโดยสอนการใช้กลวิธีต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการฝึกการใช้เมตาคอกนิชัน ใช้เวลาในการฝึก 18 วัน วันละ 40 นาที ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการสอนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใช้เมตาคอกนิชันสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จรุง ขำพงศ์ (2542: 50) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชัน มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกลวิธีเมตาคอกนิชันมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

อนันต์ โพธิ์กุล (2543: 77-84) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็นกลุ่ม

ทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 50 คน ได้รับการสอนกลุ่มละ 15 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 89) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการแก้ปัญหาพร้อมกันในกลุ่มใหญ่ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ขั้นนำเสนอผลการปฏิบัติของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ขั้นปฏิบัติรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า

1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อยๆพัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาคือต้องใช้การถามกระตุ้นแนวทางในการแก้ปัญหอย่างละเอียด

2) ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน พบว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหานั้นในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี”

3) ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4) ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

นวลจันทร์ ผมอุตทา (2545: 58-59) ศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลอง จำนวน 42 คน ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 53 - 55) ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ โดยทั้งสองกลุ่มใช้เวลาในการเรียน 27 คาบ คาบละ 50 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อเนก จัทรจรรยา (2545: 51) ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียนโดยใช้ชุดการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ราตรี เกตบุตรดา (2546: 70) ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนขวาววิทยา อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด โดยนักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก นักเรียนห้อง ม. 2/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการสอนที่เน้นการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก สำหรับกลุ่มทดลองโดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ แผนการสอนที่เรียนแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุมเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 15 แผน โดยใช้สอน 15 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุตริยา จิตารมย์ (2548: 93-94) ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 86 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุ่งทิวา คนการณ (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาการใช้กิจกรรมแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น



มัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกุแก้ววิทยา จังหวัดอุดรธานี จำนวน 2 ห้อง ห้องละ 44 คน การดำเนินการทดลองแบ่งเป็น 2 ระยะ ระยะที่ 1 ใช้กระบวนการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 5 หน่วยการเรียนรู้ ระยะที่ 2 ใช้กระบวนการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดไปใช้ หน่วยการเรียนรู้ละ 120 นาที โดยครูนำเสนอปัญหา (Posing) และจัดอุปกรณ์ให้นักเรียนทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด ร่วมกันในกลุ่ม ซึ่งครูและผู้ช่วยร่วมกันสังเกตและจดบันทึกพฤติกรรมนักเรียนพร้อมทั้งบันทึกเสียง และวีดิทัศน์ จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้วิธีการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบเชิงทฤษฎี เกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นกระบวนการนำเสนอของเลช (Lesh, 1979: 29 อ้างถึงใน รุ่งทิพา คนการณ, 2549: บทคัดย่อ) ผลการวิจัยพบว่า

- 1) กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เกิดจากการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ก่อให้เกิดการบูรณาการระหว่างเนื้อหาสาระ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ได้จริงในระดับปฏิบัติการตามความคาดหวังของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
- 2) กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะกระบวนการนำเสนอที่เกิดขึ้น ได้แก่ การใช้วัสดุอุปกรณ์ รูปภาพ สัญลักษณ์ทางการพูด สัญลักษณ์ทางการเขียนและบริบทในชีวิตจริง ถูกเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์จากการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดในบริบทชั้นเรียน

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 166) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิไลภิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิไลภิกมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการวิจัยที่กล่าวมาแล้วข้างต้นจะเห็นว่ามีการศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนส่วนมากมีความบกพร่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงมีการศึกษาเกี่ยวกับวิธีที่จะช่วยลดความบกพร่องนั้นและ

ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และจากผลงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนนั้นสามารถทำได้หลายวิธี เช่น การใช้กิจกรรมแก้ปัญหาปลายเปิด การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก การสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS การใช้กลวิธีเมตาคognition การสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียง เป็นต้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บทที่ 3

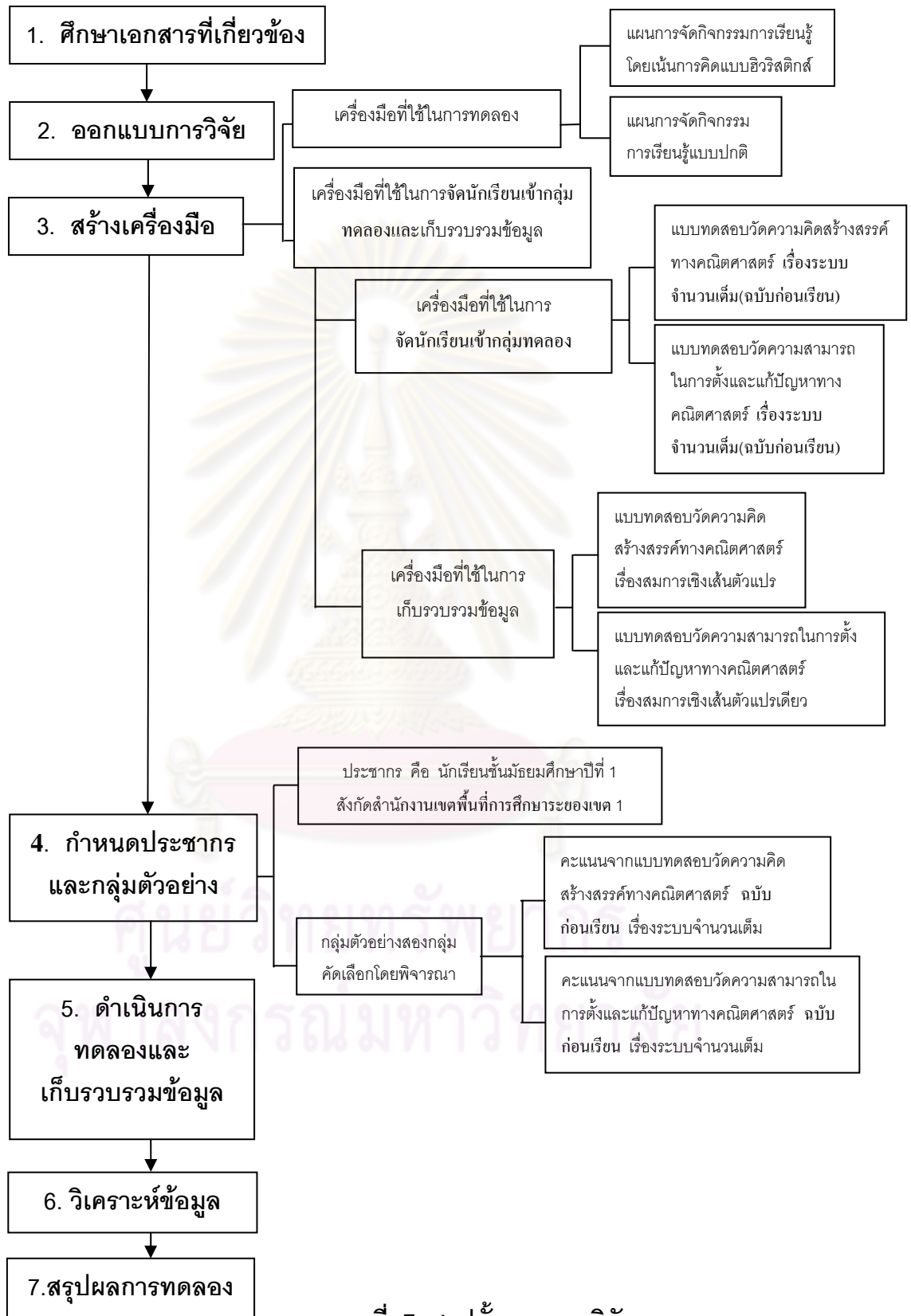
#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามหัวข้อ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
  - 3.1 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
  - 3.2 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยเสนอเป็นแผนภาพสรุปขั้นตอนการวิจัยดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 7 สรุปขั้นตอนการวิจัย

## 1. การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการทดลอง

1.2 ศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี 2544 เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.3 ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับวิธีวิจัย การสร้างเครื่องมือในการวิจัย วิธีการวัดและการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ทฤษฎี หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## 2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยกึ่งทดลองใช้กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม (two-group pretest-posttest design) ที่ประกอบด้วยกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม แบ่งเป็นกลุ่มทดลองหนึ่งกลุ่ม และกลุ่มควบคุมหนึ่งกลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ตารางที่ 6 รูปแบบการวิจัย

การพิจารณาเลือกกลุ่มตัวอย่าง	กลุ่มตัวอย่าง	ทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
- <u>พิจารณาคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์</u> จากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน	E	X	- ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- <u>พิจารณาคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</u> จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน	C	~X	- ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

- E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)  
 C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)  
 X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์  
 ~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

### 3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

#### 3.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

- 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
- 2) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

- 1) แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)
- 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

### 3.1 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ

- 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ใช้ในการสอนกลุ่มทดลอง
- 2) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ใช้ในการสอนกลุ่มควบคุม

กลุ่มละ จำนวน 10 แผน 16 คาบ เป็นระยะเวลาทั้งสิ้น 7 สัปดาห์ ดังมีรายละเอียดตามตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวนคาบ เนื้อหา และจุดประสงค์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผน ที่	จำนวน คาบ	เนื้อหา	จุดประสงค์
1	1	แบบรูปและ ความสัมพันธ์	- วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้ได้ - เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้ได้ โดยใช้ตัวแปรได้

แผน ที่	จำนวน คาบ	เนื้อหา	จุดประสงค์
2	2	แบบรูปและ ความสัมพันธ์	- วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้ได้ - เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้ได้ โดยใช้ตัวแปรได้
3	1	คำตอบของสมการ	- หาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดย วิธีลองแทนค่าตัวแปรได้
4	2	การแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- บอกสมบัติของการเท่ากันได้
5	1	การแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้ สมบัติการเท่ากันได้
6	2	การแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้ สมบัติการเท่ากันได้
7	1	การแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้ สมบัติการเท่ากันได้
8	2	โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทน สถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้
9	2	โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ สมการที่กำหนดให้ - หาคำตอบของสมการจากโจทย์สมการได้
10	2	โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	- เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ สมการที่กำหนดให้ - หาคำตอบของสมการจากโจทย์สมการได้

### 3.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1.1.1 ศึกษาแนวคิดทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรม  
การเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์จากหนังสือ วารสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัย



ครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดของเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 12-15) เพื่อพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์

3.1.1.2 ศึกษาหลักสูตร จุดมุ่งหมายของหลักสูตรและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.1.1.3 ศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของเนื้อหาวิชา  
กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3.1.1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1.1.5 เขียนแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อเรื่อง สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอนที่ประกอบด้วย 4 ขั้น คือ ขั้นสร้างความสัมพันธ์ ขั้นสำรวจตรวจสอบ ขั้นประเมินและติดต่อสื่อสาร และขั้นสร้างคำถามหรือปัญหา และขั้นสรุป สื่อการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล การเรียนรู้อบรมหมายงาน ข้อคิดและข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะสำหรับปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรเขียนอธิบายการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้แตกต่างกันอย่างชัดเจน

ข. ควรเปรียบเทียบการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้กระชับ และสรุปเป็นตารางหรือสรุปโดยการบรรยายเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง

ค. ควรยกตัวอย่างการอธิบายของครูเท่าที่จำเป็น เพื่อให้แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้มีความกระชับมากยิ่งขึ้น

ง. ปรับเวลาและกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกัน

จ. ปรับปรุงการใช้ภาษาให้มีความคงเส้นคงวา ใช้ภาษาเขียนให้ถูกต้อง เลือกใช้คำให้มีความสละสลวย และเรียบเรียงประโยคกับส่วนขยายประโยคให้ถูกต้องตามหลักภาษา

ฉ. ควรเพิ่มสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความหลากหลายในแต่ละคาบเรียน โดยเลือกใช้สื่อที่มีอยู่เดิม สื่อที่มีกระบวนการสร้างไม่ซับซ้อน หรือประยุกต์สิ่งอื่นมาเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ช. ปรับแบบฝึกหัดให้มีความยากเหมาะสมกับระดับความรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ซ. ควรเลือกใช้ภาพประกอบโจทย์แบบฝึกหัดอย่างเหมาะสม โดยเน้นการใช้ภาพเพื่อเพิ่มความชัดเจน ทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ได้ง่ายขึ้น และเลือกใช้ภาพประกอบเท่าที่จำเป็น

3.1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

**3.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนการสร้างดังนี้**

3.1.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่อิงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.1.2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3.1.2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1.2.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนจะรายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อเรื่องสาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนคือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล การเรียนรู้อ การมอบหมายงาน ข้อคิดและข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะสำหรับปรับปรุงแก้ไข

- ก. ควรลดการอธิบายของครูและเพิ่มการให้นักเรียนอภิปรายและเสนอแนวคิดร่วมกัน
- ข. ปรับปรุงการใช้ภาษาให้มีความคงเส้นคงวา ใช้ภาษาเขียนให้ถูกต้อง และเรียบเรียงประโยคกับส่วนขยายประโยคให้ถูกต้องตามหลักภาษา
- ค. ควรเพิ่มสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความหลากหลายในแต่ละคาบเรียน โดยเลือกใช้สื่อที่มีอยู่เดิม สื่อที่มีกระบวนการสร้างไม่ซับซ้อน หรือประยุกต์สิ่งอื่นมาเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- ง. ควรเพิ่มกิจกรรมกลุ่มให้กับนักเรียนมากยิ่งขึ้น
- 3.1.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้ว ไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ข หน้า 243)

#### ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
<p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ข้อความรู้ ซึ่งเป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบในเรื่องที่ต้องการสอน โดยการกล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</p>	
<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p><b>ขั้นสร้างความสัมพันธ์ (Relate)</b></p> <p>ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นกิจกรรมที่กระตุ้น ยั่วเย้า หรือท้าทายให้นักเรียนสนใจ สงสัย อยากรู้ อยากเห็นหรือขัดแย้ง จนเกิดปัญหาทำให้นักเรียนต้องการศึกษาค้นคว้าทดลอง แก้ปัญหา หรือสำรวจตรวจค้นด้วยตัวของนักเรียนเอง</p> <p>ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนหา</p>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 ซึ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยผู้วิจัยเขียนรายละเอียดขั้นตอนดังนี้</li> <li>- ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้น</li> </ul>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีโดยพยายามโยงความสัมพันธ์ให้มีลักษณะเป็นระบบ</p> <p>กิจกรรมมีหลายรูปแบบ เช่น การเล่นเกม การระดมสมอง การใช้บทบาทสมมติ การใช้แบบตรวจสอบรายการ การทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ พูดคุยสนทนาเกี่ยวกับประสบการณ์จริง ใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน</p> <p><b>ขั้นสำรวจตรวจสอบ (Investigate)</b></p> <p>ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ให้นักเรียนสำรวจตรวจสอบปัญหาหรือประเด็นที่นักเรียนสนใจ โดยใช้ความคิดอย่างลึกซึ้ง การถามคำถามที่น่าสนใจอย่างเป็นลำดับ และเชื่อมโยงคำถามสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการศึกษา</p> <p>กิจกรรมมีหลายรูปแบบ เช่น การใช้กิจกรรมกลุ่มย่อย การค้นคว้า การทดลอง การประยุกต์การคิดย้อนกลับ การใช้คำถามไต่ระดับความคิด</p> <p><b>ขั้นการประเมินและติดต่อสื่อสาร (Evaluate and Communicate)</b></p> <p>ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสมกับปัญหา</p>	<p>ตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นกิจกรรมที่กระตุ้น ยั่วเยวหรือท้าทาย ให้นักเรียนสนใจ สงสัย อยากรู้ อยากเห็นหรือขัดแย้ง จนเกิดปัญหา ให้นักเรียนต้องการศึกษาค้นคว้า ทดลองแก้ปัญหา</p> <p>ตัวอย่างกิจกรรม เช่น การใช้กิจกรรมกลุ่มย่อย การเล่นเกม การระดมสมอง การใช้บทบาทสมมติ การทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ พูดคุยสนทนาเกี่ยวกับประสบการณ์จริง ใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน</p> <p>- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในเรื่องที่ศึกษาโดยใช้การอธิบาย การถามตอบ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาและสามารถคิดวิธีการในการหาคำตอบ ได้ด้วยวิธีการของตนเอง</p> <p>โดยครูอาจใช้การสาธิต แล้วถามตอบ ประกอบคำอธิบายเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรารู้ หรืออาจให้นักเรียนอาสาออกมาอธิบายแนวคิด วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ ตลอดจนประเด็นเกี่ยวข้องอื่นๆที่น่าสนใจ</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>และสมเหตุสมผลหรือไม่ อย่างไร โดยครูให้นักเรียนอธิบายความรู้ หรืออภิปรายซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือสิ่งที่ได้ค้นพบเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความเข้าใจในองค์ความรู้ที่ได้ อย่างชัดเจน โดยเน้นเกี่ยวกับแนวคิดในประเด็นที่น่าสนใจ คำตอบ และวิธีการคิดที่ดีที่สุดของแต่ละคน โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิธีประเมินอย่างเป็นระบบ</p> <p>กิจกรรมมีหลายรูปแบบ เช่น การอภิปราย</p> <p><b>ขั้นสร้างคำถามหรือปัญหา(Create)</b></p> <p>ครูแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนขยายความคิดจากปัญหาเดิมที่ได้สำรวจตรวจค้น และได้ข้อสรุปแล้วไปสู่การสร้างคำถามใหม่ ปัญหาใหม่ หรือประเด็นใหม่ที่น่าสนใจ เพื่อใช้ในการสำรวจตรวจค้น</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาว่ามีประเด็นใดหรือคำถามใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจ เมื่อตั้งคำถามใหม่ได้แล้วก็เริ่มดำเนินการใหม่ตามขั้นตอนในแบบจำลองความคิดต่อไปตามความเหมาะสม</p> <p>ครูสามารถเลือกใช้กิจกรรมได้หลายรูปแบบ เช่น การเลือกใช้กลุ่มที่เหมาะสม โดยครูอาจแนะนำให้นักเรียนพิจารณากลุ่มตัวอย่างเพื่อไปสู่การสำรวจตรวจค้นปัญหาใหม่</p>	<p>- ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบที่ได้และช่วยกันเฉลย คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งครูอาจให้นักเรียนออกมาเป็นกลุ่มและช่วยกันอธิบาย หรืออาจให้นักเรียนออกมาอธิบายเป็นรายบุคคลก็ได้ โดยครูแนะนำให้ผู้อธิบายเปิดโอกาสให้ผู้อื่นซักถาม แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีในการหาคำตอบของตนเอง</p> <p>- ครูให้นักเรียนร่วมกันเชื่อมโยงความรู้ในสิ่งที่เรารู้กับสิ่งที่นักเรียนสามารถพบเห็นได้ในชีวิตจริง</p> <p>- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมและแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น</p>

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
<p>ที่น่าสนใจ การรวมกันของสิ่งที่ต่างกันและมีลักษณะที่ไม่น่าจะเข้ากันได้ การมอง และการจินตนาการสร้างสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจใน การสำรวจตรวจค้น การใช้คำถาม “ผลลัพธ์จะเป็นอย่างไรถ้า ...” เป็นคำถามนำในการสำรวจตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์</p>	
<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้ที่ได้และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยในระหว่างทำแบบฝึกหัด</p>	

### 3.2 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้มีดังนี้

- 1) แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)
- 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) เรื่องแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

3.2.1 แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี 2544 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ซึ่งมีวิธีดำเนินการสร้างดังต่อไปนี้

3.2.1.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็มและเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตรคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี 2544

3.2.1.2 ศึกษาตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

3.2.1.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยประยุกต์ตามแนวคิดของเมนโดซา (Mendoza, 2009: 25-27) ที่ได้กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง (Fluency) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) ความคิดริเริ่ม (Originality) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) และผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ (Torrance, 1962: 34-38) และเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 10-11)

3.2.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับกรอบแนวคิดที่สร้างไว้ทั้งสิ้นจำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้จริง 5 ข้อ แต่ละข้อเป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยลักษณะคำถามในแต่ละข้อมีส่วนข้อมูล และให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบหรือสร้างโจทย์ปัญหา ซึ่งคำสั่งนั้นมีจุดประสงค์ให้นักเรียนแสดงถึงความคิดสร้างสรรค์ทั้ง 4 องค์ประกอบ

3.2.1.5 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ ซึ่งแนวทางในการตรวจให้คะแนนมีดังนี้ คือ

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบ  
จำนวนเต็มและเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<p><b>ความคิด คล่อง</b></p> <p>พิจารณาตรวจให้คะแนนเป็นรายข้อ โดยเปรียบเทียบกับ <math>\bar{X}</math> (<math>\bar{X}</math> คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของปริมาณคำตอบที่ได้จากการทดลองล่วงหน้า) ดังนี้</p> <p>สมมติจำนวนคำตอบเฉลี่ย คือ <math>\bar{X}</math> คำตอบ</p> <p>ระดับคะแนน 0 คือ หากคำตอบได้จำนวนน้อยกว่า <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 1 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>\bar{X}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 2 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\bar{X}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 3 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป โดยประมาณ</p> <p>ทั้งนี้พิจารณาคุณภาพของคำตอบประกอบการให้คะแนน ตัวอย่างเช่น จำนวนคำตอบเฉลี่ย (<math>\bar{X}</math>) คือ 4 คำตอบ ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนตามรายละเอียดดังนี้</p>	<p>ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปได้ หรือสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปได้ 1 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้ 2-3 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้ 4-5 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้อย่างหลากหลาย คือ ตั้งแต่ 6 แบบขึ้นไป</p>
<p><b>ความคิด ยืดหยุ่น</b></p> <p>ไม่สามารถหาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้เลย หรือวิธีคิดที่หามายังไม่ถูกต้อง ไม่สามารถใช้ได้จริง หรือไม่เหมาะสมกับสถานการณ์</p>	<p>หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ โดยทุกข้อคำถาม ใช้วิธีเดียวกัน เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น</p>	<p>หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้อย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้ 2 กลุ่ม</p>	<p>หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ โดยใช้วิธีหลากหลาย เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้ หลายกลุ่ม และเลือกใช้ได้</p>	



เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
		ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้เพียง 1 กลุ่มแนวคิด	แนวคิด	อย่างหลากหลาย
<b>ความคิด ริเริ่ม</b>	ไม่สามารถสร้าง แบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่ กำหนดได้ หรือมี ร่องรอยในการหาวิธีคิด หากฎ หลักการของ แบบรูปที่แตกต่างจาก เดิม หรือต่างจาก ตัวอย่างที่ครู ยกตัวอย่าง แต่ไม่ สามารถใช้หากฎ หลักการที่ถูกต้อง และ สอดคล้องกับเงื่อนไข ของแบบรูปได้	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ หรือ สมการ หรือแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่ กำหนดได้ และหา ความสัมพันธ์ กฎ หรือหลักการของ แบบรูปได้ถูกต้อง สอดคล้องกับแบบรูป แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้าง ธรรมดา คือ มี นักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือแก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่กำหนดได้ และหาความสัมพันธ์ กฎ หรือหลักการของแบบรูป ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับ แบบรูป ซึ่งเป็นวิธีที่ น่าสนใจ และเลือกใช้ หลักการทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสม โดยอาจซ้ำ กับนักเรียนคนอื่นบ้าง เล็กน้อย คือ 3-5% ของ นักเรียนในห้อง	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่กำหนดได้ และหาความสัมพันธ์ กฎ หรือหลักการของแบบรูปได้ ถูกต้อง โดยเลือกใช้ หลักการทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างเหมาะสม โดดเด่น ไม่เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ ให้ความรอบรู้ในการคิด และมีนักเรียนเพียง 1-2% ของนักเรียนในห้องที่ใช้วิธีนี้
<b>ความคิด ละเอียดลออ</b>	นักเรียนไม่สามารถ แก้ปัญหาจาก สถานการณ์ที่กำหนด ได้เลย หรืออธิบายวิธี คิดแก้ปัญหาโดยใช้ ความสัมพันธ์ แบบรูป กฎ หลักการ หรือ สมการไม่เหมาะสมกับ เงื่อนไขของ สถานการณ์	นักเรียนอธิบายวิธีคิด ในการหากฎ หลักการ ของแบบรูป หรือ สมการในการ แก้ปัญหาได้บ้าง เล็กน้อย แต่ยังไม่ ชัดเจนในบางประเด็น	นักเรียนอธิบายวิธีคิดใน การแก้ปัญหากจาก สถานการณ์ที่กำหนดโดย ใช้กฎหลักการของ แบบรูป หรือสมการได้ อย่างชัดเจน โดยใช้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม	นักเรียนอธิบายวิธี แก้ปัญหากจากสถานการณ์ ที่กำหนดโดยกล่าวถึงวิธีคิด ในการหาความสัมพันธ์ กฎหลักการของแบบรูปได้ อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และวิธีนั้นๆ ใช้การได้ดี หรือสามารถ อธิบายเป็นกราฟ แบบจำลองความคิด หรือ สมการได้โดยใช้เนื้อหา ทางคณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม

3.2.1.6 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจสอบพิจารณาอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรเพิ่มเงื่อนไขในการตอบคำถามเพื่อให้ช่วงคะแนนคำตอบที่ถูกต้องแคบลง ตัวอย่างเช่น  
โจทย์เดิม

ในวันเด็กที่จะถึงนี้ พี่น้อง 3 คน คือ ปุ๊กปิ๊ก ปุ๊กปุ่น และปุ๊กป๋ม วางแผนที่จะไปเที่ยวสวนสนุก Dreamworld โดยคุณแม่ให้เงินจำนวน 1,000 บาท แก่ปุ๊กปิ๊กซึ่งเป็นพี่คนโตเพื่อนำเงินไปใช้ด้วยกัน และในวันเด็กทางสวนสนุกจัดโปรโมชั่นพิเศษ ไม่ต้องเสียค่าผ่านประตูและลดราคาเครื่องเล่นบางชนิด ดังนี้

รถไฟเหาะตีลังกา	ราคาเที่ยวละ	50	บาท
เมืองหิมะ	ราคารอบละ	150	บาท
เรือไวกิ้ง	ราคารอบละ	100	บาท
บ้านผีสิง	ราคารอบละ	50	บาท
เฮอริเคน	ราคารอบละ	100	บาท
แกรนด์แคนยอน	ราคารอบละ	50	บาท

ให้นักเรียนช่วยวางแผนและคำนวณค่าใช้จ่ายในการเที่ยวสวนสนุกครั้งนี้ให้ได้หลากหลายวิธีมากที่สุด

แก้ไขเป็น

ในวันเด็กที่จะถึงนี้ พี่น้อง 3 คน คือ ปุ๊กปิ๊ก ปุ๊กปุ่น และปุ๊กป๋ม วางแผนที่จะไปเที่ยวสวนสนุก Dreamworld โดยคุณแม่ให้เงินจำนวน 1,000 บาท แก่ปุ๊กปิ๊กซึ่งเป็นพี่คนโตเพื่อนำเงินไปใช้ด้วยกัน และในวันเด็กทางสวนสนุกจัดโปรโมชั่นพิเศษ ไม่ต้องเสียค่าผ่านประตูและลดราคาเครื่องเล่นบางชนิด ดังนี้

รถไฟเหาะตีลังกา	ราคาเที่ยวละ	50	บาท
เมืองหิมะ	ราคารอบละ	150	บาท
เรือไวกิ้ง	ราคารอบละ	100	บาท
บ้านผีสิง	ราคารอบละ	50	บาท

เฮอริเคน ราคาออบละ 100 บาท

แกรนด์แคนยอน ราคาออบละ 50 บาท

ให้นักเรียนช่วยวางแผนและคำนวณค่าใช้จ่ายในการเที่ยวสวนสนุกครั้งนี้ โดยพยายามใช้เงินให้มากที่สุด และให้ได้หลากหลายวิธีมากที่สุด  
ข้อความเดิม

“ในการเปิดภาคเรียนวันแรกคุณแม่ให้เงินพิเศษนักเรียนมา 100 บาท สำหรับซื้ออุปกรณ์การเรียนและสิ่งของที่นักเรียนต้องการ”

แก้ไขเป็น

“ในการเปิดภาคเรียนวันแรกคุณแม่ให้เงินพิเศษนักเรียนมา 100 บาท สำหรับซื้ออุปกรณ์การเรียนและสิ่งของที่นักเรียนต้องการได้ไม่เกิน 4 ชิ้น”

ข. ควรปรับเกณฑ์การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่นในบางข้อให้ชัดเจน และครอบคลุมคำตอบของนักเรียนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างเช่น ข้อที่ 3

เกณฑ์เดิม

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดยืดหยุ่น	ไม่สามารถสร้างการดำเนินการได้เลย	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง ซึ่งทุกแบบของการดำเนินการใช้วิธีเดียวกัน เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ หรือนำจำนวนสองจำนวนมาบวกกันแล้วคูณด้วยค่าคงที่ โดยใช้วิธีคิดเดียวกันในทุกการดำเนินการ	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง โดยมีกลุ่มวิธีในการสร้างการดำเนินการ 2 กลุ่มวิธี เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ การใช้เลขยกกำลังโดยนำจำนวนหนึ่งเป็นฐานและอีกจำนวนเป็นเลขชี้กำลัง	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง โดยมีกลุ่มวิธีในการสร้างการดำเนินการหลากหลายวิธี คือ ตั้งแต่ 3 กลุ่มวิธีขึ้นไป เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ การใช้เลขยกกำลังโดยนำจำนวนหนึ่งเป็นฐานและอีกจำนวนเป็นเลขชี้กำลัง การใช้ระบบเลขฐานต่างๆ การใช้กรณี เป็นต้น

ปรับปรุงเป็น

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดยืดหยุ่น	ไม่สามารถสร้างการดำเนินการได้เลย	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง ซึ่งทุกแบบของการดำเนินการใช้วิธีเดียวกัน เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาบวกกัน นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกัน นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ หรือนำจำนวนสองจำนวนมาบวกกันแล้วคูณด้วยค่าคงที่โดยใช้วิธีคิดเดียวกันในทุกการดำเนินการ	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง โดยมีกลุ่มวิธีในการสร้างการดำเนินการ 2 กลุ่มวิธี เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาบวกกัน นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ การใช้เลขยกกำลังโดยนำจำนวนหนึ่งเป็นฐานและอีกจำนวนเป็นเลขชี้กำลัง	สร้างการดำเนินการได้ถูกต้อง โดยมีกลุ่มวิธีในการสร้างการดำเนินการหลากหลายวิธี คือ ตั้งแต่ 3 กลุ่มวิธีขึ้นไป เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาบวกกัน นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันแล้วบวกด้วยค่าคงที่ การใช้เลขยกกำลังโดยนำจำนวนหนึ่งเป็นฐานและอีกจำนวนเป็นเลขชี้กำลัง การใช้ระบบเลขฐานต่างๆ การใช้กรณฑ์ เป็นต้น

ค. ควรใช้คำศัพท์และระดับภาษาให้เหมาะสมกับระดับความรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

โจทย์เดิม

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ให้นักเรียนใช้จำนวนจริง  $a$  และ  $b$  สร้างการดำเนินการรูปแบบที่แตกต่างกันไป พร้อมยกตัวอย่างจำนวนจริงประกอบให้ได้หลายข้อที่สุด ตัวอย่างคือ  $a \& b = (a \div b)+1$   
แก้ไขเป็น

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนใดๆ ให้นักเรียนใช้จำนวน  $a$  และ  $b$  สร้างการดำเนินการรูปแบบที่แตกต่างกันไป พร้อมยกตัวอย่างจำนวนประกอบให้ได้หลายข้อที่สุด ตัวอย่างคือ  $a \& b = (a \div b)+1$

3.2.1.7 นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 238) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ความเหมาะสม

ของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณา ผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้เหมาะสมกับสถานการณ์ของโจทย์ ตัวอย่างเช่น

ข้อความเดิม

“ให้นักเรียนนำตัวเลขใส่ลงในช่องว่างของรูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่ถูกรวบรวมเป็นส่วนนั้น โดยให้ผลบวกของตัวเลขแต่ละรูปมีค่าเท่ากัน ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบมาให้ได้มากที่สุด พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด”

แก้ไขเป็น

“ให้นักเรียนนำจำนวนใส่ลงในมุมของรูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่ถูกรวบรวมเป็นส่วนนั้น โดยให้ผลบวกของจำนวนแต่ละรูปมีค่าเท่ากัน ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบมาให้ได้มากที่สุด พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด”

ข. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้ถูกต้องตามหลักภาษา ตัวอย่างเช่น

ข้อความเดิม

“ในการแลกเปลี่ยนธนบัตรใบละยี่สิบบาทหนึ่งใบ ให้เป็นเหรียญชนิดต่างๆซึ่งมีเหรียญสิบบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสองบาท เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าสิบบาท และเหรียญยี่สิบบาทห้าสิบบาท จะมีวิธีแลกเหรียญได้อย่างไรบ้าง ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบให้ได้มากที่สุดพร้อมทั้งอธิบายวิธีคิด”

แก้ไขเป็น

ในการแลกเปลี่ยนธนบัตรใบละยี่สิบบาทหนึ่งฉบับ ให้เป็นเหรียญชนิดต่างๆซึ่งมีเหรียญสิบบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสองบาท เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าสิบบาท และเหรียญยี่สิบบาทห้าสิบบาท จะมีวิธีแลกเหรียญได้อย่างไรบ้าง ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบให้ได้มากที่สุดพร้อมทั้งอธิบายวิธีคิด

ค. ควรเพิ่มเงื่อนไขในการตอบคำถามเพื่อให้ช่วงคะแนนคำตอบที่ถูกต้องไม่กว้างจนเกินไป ตัวอย่างเช่น

ข้อความเดิม

ในการแลกเปลี่ยนธนบัตรใบละยี่สิบบาทหนึ่งใบ ให้เป็นเหรียญชนิดต่างๆซึ่งมีเหรียญสิบบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสองบาท เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าสิบบาท

สตางค์ และเหรียญสี่สิบบาทสตางค์ จะมีวิธีแลกเหรียญได้อย่างไรบ้าง ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบให้ได้มากที่สุดพร้อมทั้งอธิบายวิธีคิด

แก้ไขเป็น

ในการแลกเปลี่ยนธนบัตรใบละสี่สิบบาทหนึ่งใบ ให้เป็นเหรียญชนิดต่างๆซึ่งมีเหรียญสิบบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสองบาท เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าสิบบาทสตางค์ และเหรียญสี่สิบบาทสตางค์ จะมีวิธีแลกเหรียญได้อย่างไรบ้าง โดยมีจำนวนเหรียญรวมทั้งหมดไม่เกิน 20 เหรียญ ซึ่งมีคำตอบถูกหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบให้ได้มากที่สุดพร้อมทั้งอธิบายวิธีคิด

ง. ควรใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายต่อการเข้าใจ และไม่สับสนกับความเข้าใจทั่วไป ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนใดๆ ให้นักเรียนใช้จำนวน  $a$  และ  $b$  สร้างการดำเนินการรูปแบบที่แตกต่างกันไป พร้อมยกตัวอย่างจำนวนจริงประกอบให้ได้หลายข้อที่สุด ตัวอย่างคือ  $a \& b = (a \div b) + 1$

แก้ไขเป็น

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนใดๆ ให้นักเรียนใช้จำนวน  $a$  และ  $b$  สร้างการดำเนินการรูปแบบที่แตกต่างกันไป พร้อมยกตัวอย่างจำนวนประกอบให้ได้หลายข้อที่สุด ตัวอย่างคือ  $a * b = (a \div b) + 1$

จ. ควรปรับสถานการณ์ของโจทย์ให้กระชับ ชัดเจน และเข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

เพื่อนนักเรียน 11 คน สอบเก็บคะแนนย่อยด้วยข้อสอบแบบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ และบอกนักเรียนว่าเมื่อนำคะแนนของพวกเขาทั้ง 11 คน มาเรียงกันจากน้อยไปมากคนที่มีความอยู่ตรงกลางได้คะแนน 5 คะแนนพอดี และเมื่อนำคะแนนของทุกคนมาเฉลี่ยพบว่าคะแนนเฉลี่ยเป็น 5 คะแนนพอดีเช่นกัน ให้นักเรียนเขียนคะแนนที่เป็นไปได้ของเพื่อนทั้ง 11 คน ให้ได้หลายวิธีมากที่สุดพร้อมอธิบายวิธีคิด

แก้ไขเป็น

นักเรียน 11 คน สอบเก็บคะแนนย่อยด้วยข้อสอบแบบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนำคะแนนของพวกเขาทั้ง 11 คน มาเรียงกันจากน้อยไปมากคนที่มีความ

อยู่ตรงกลางได้คะแนน 5 คะแนนพอดี และเมื่อนำคะแนนของทุกคนมาเฉลี่ยพบว่าคะแนนเฉลี่ยเป็น 5 คะแนนพอดีเช่นกัน ให้นักเรียนเขียนคะแนนที่เป็นไปได้ของนักเรียนที่สอบทั้ง 11 คน ให้ได้หลายวิธีมากที่สุดพร้อมอธิบายวิธีคิด

จ. ควรเขียนบรรยายภาพเพิ่มเติมสำหรับโจทย์บางข้อ เพื่อป้องกันการเข้าใจคลาดเคลื่อนการดูภาพ ตัวอย่างเช่น ข้อที่ 4

โจทย์เดิม

ในการจัดค่ายคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนได้รับมอบหมายให้เป็นผู้คิดเกมในฐาน “สมการงานเข้า” โดยนักเรียนจะเป็นผู้ตั้งปัญหาสมการทายผู้ที่มาเข้าร่วมกิจกรรมในฐานจากสิ่งของที่กำหนดในฐานซึ่งประกอบด้วย



นักเรียนจะต้องสร้างโจทย์ปัญหาให้ผู้เข้าฐานสร้างเป็นสมการ แล้วแก้สมการหาคำตอบพร้อมเขียนเฉลย โดยกำหนดคำตอบไว้ล่วงหน้าและต้องการให้คำตอบที่ได้มีความหลากหลายแก้ไขเป็น

ในการจัดค่ายคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนได้รับมอบหมายให้เป็นผู้คิดเกมในฐาน “สมการงานเข้า” โดยนักเรียนจะเป็นผู้ตั้งปัญหาสมการทายผู้ที่มาเข้าร่วมกิจกรรมในฐานจากสิ่งของที่กำหนดในฐานซึ่งประกอบด้วย



นักเรียนจะต้องสร้างโจทย์ปัญหาให้ผู้เข้าฐานสร้างเป็นสมการ แล้ว  
แก้สมการหาคำตอบพร้อมเขียนเฉลย โดยกำหนดคำตอบไว้ล่วงหน้าและต้องการให้คำตอบที่ได้มี  
ความหลากหลาย

3.2.1.8 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบ  
จำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/4 จำนวน 51 คน ที่ไม่ใช่กลุ่ม  
ตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด และนำแบบทดสอบวัดความคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขตาม  
คำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่า  
ประดู่ ห้อง ม.2/2 จำนวน 50 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่  
กำหนด

3.2.1.9 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.2.1.8 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง  
(Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค โดยมีเกณฑ์ว่า  
ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วจึงนำมาหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจ  
จำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อโดยมีเกณฑ์ คือ ค่าความยากมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2–0.8  
และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้



- แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบ  
จำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.44
ค่าความยาก	มีค่า	0.16 – 0.78
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.11 – 0.55

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 4 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 4 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

- แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้น  
ตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.35
ค่าความยาก	มีค่า	0.14– 0.88
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.21 – 0.49

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 4 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 4 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

3.2.1.10 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/8 จำนวน 52 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.70
ค่าความยาก	มีค่า	0.18 – 0.49
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.15 – 0.62

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 6 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ และนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/11 จำนวน 52 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.70
ค่าความยาก	มีค่า	0.43 – 0.53
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.33 – 0.57

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 7 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

3.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.87
ค่าความยาก	มีค่า	0.43 – 0.49
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.53 – 0.62

และนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.74
ค่าความยาก	มีค่า	0.43 – 0.51
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.38 – 0.57

3.2.1.12 นำแบบทดสอบนำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในภาคผนวก ง หน้า 337)

3.2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี 2544 ซึ่งมีวิธีดำเนินการสร้างดังต่อไปนี้

3.2.2.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม และ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตรคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี 2544

3.2.2.2 ศึกษาตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดประเมินความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

3.2.2.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้ง และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยประยุกต์การวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเงื่อนไข และสถานการณ์ให้นักเรียนตั้งคำถามที่น่าสนใจ แล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานั้น โดยแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem) 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devise a plan) 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan) 4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back)

ความสามารถนี้วัดได้จากคะแนนรวมจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.2.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ให้สอดคล้องกับกรอบแนวคิดที่สร้างไว้จำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย โดยเน้นความสามารถของนักเรียนในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับปัญหาที่นักเรียนตั้งขึ้น การที่ไม่ให้นักเรียนแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนตั้ง เพื่อป้องกันกรณีที่นักเรียนตั้งปัญหาไม่ได้แล้วจะไม่สามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และกรณีนักเรียนตั้งปัญหาที่ง่ายเกินไปเพื่อให้ตนเองสามารถแก้ปัญหานั้นได้ง่ายตามไปด้วย ผู้วิจัยจึงสร้างข้อสอบที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับที่ให้นักเรียนตั้งเพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ แต่ละข้อจะมี 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และส่วนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยปัญหาแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหตามกระบวนการแก้ปัญหา

คณิตศาสตร์ของโพลยาเช่นเดียวกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่องระบบจำนวนเต็ม

3.2.2.5 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม และเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งแนวทางในการตรวจให้คะแนนมีดังนี้

**ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม และเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
0	นักเรียนไม่มีร่องรอยในการดำเนินการตั้งปัญหาตามเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
1	นักเรียนเขียนร่องรอยในการดำเนินการตั้งปัญหาเพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ตั้งปัญหาไม่สำเร็จ
2	นักเรียนตั้งปัญหาได้ แต่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด หรือปัญหามีความสับสนหลายจุด
3	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ยังไม่กระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน หรือมีจุดบกพร่องบางจุด แต่ปัญหามุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้นโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
4	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด ปัญหา มีความกระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน และมุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้น โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม และเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem)	1	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		0.5	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน
2. วางแผนแก้ปัญหา (devise a plan)	2	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปแบบวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม เช่น แสดงขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังหรือเขียนในรูปแบบวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
3. ขั้นตอนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan)	2	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		0.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วน ซึ่งเป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควรแต่ไม่สำเร็จ
		1.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back)	1	0	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการตรวจสอบเลย
		0.5	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน

หมายเหตุ จากการประมวลเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เห็นว่านักเรียนทำงานใน 4 ขั้นตอน และขั้นตอนที่แสดงศักยภาพของการทำงานคือ ขั้นวางแผนแก้ปัญหาและขั้นตอนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ จึงให้น้ำหนักคะแนนกับ 2 ขั้นนี้มากกว่าขั้นอื่น

3.2.2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้เสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนของบางข้อย่อยให้ละเอียดชัดเจนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างเช่น

เกณฑ์เดิม

ข้อย่อย	คะแนนเดิม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
3. ขั้นตอนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan)	2	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา แต่ไม่สำเร็จ เช่น นักเรียนคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แก้ไขเป็น

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
5. ขั้นตอนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan)	2	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		0.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วนซึ่งเป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควรแต่ไม่สำเร็จ
		1.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน

ข. ปรับปรุงโจทย์ส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 ของแต่ละข้อให้มี

ความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกัน ตัวอย่างเช่น ข้อที่ 3

โจทย์เดิม

ให้นักเรียนใช้ข้อมูลต่อไปนี้ในการตั้งโจทย์ปัญหาเพื่อหาอายุในปัจจุบัน

ของหนูกาละแม และป้าป๋วย

- 1) เมื่อ 5 ปีที่แล้ว ป้าป๋วยมีอายุเป็นสี่เท่าของหนูกาละแม
- 2) ปัจจุบันอายุของทั้งสองคนรวมกันน้อยกว่า 60 ปี
- 3) หนูกาละแมยังไม่ได้ทำบัตรประจำตัวประชาชน

โดยนักเรียนใช้ข้อมูลที่กำหนด เพิ่มเงื่อนไขที่น่าสนใจในการสำรวจ

ตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ และใช้ภาษาให้ชัดเจน กระชับ เข้าใจง่าย สามารถสร้างเป็นสมการเพื่อหาคำตอบที่สมเหตุสมผลได้



แก้ไขเป็น

ให้นักเรียนใช้ข้อมูลต่อไปนี้ในการตั้งโจทย์ปัญหาเพื่อหาอายุในปัจจุบันของหนูกาละแม และป้าป๋วย

- 1) ใช้การกล่าวถึงอดีตและปัจจุบัน หรือใช้การกล่าวถึงปัจจุบันและอนาคตมาเกี่ยวข้องในโจทย์ปัญหา
- 2) กระบวนการคิดแก้สมการมีการดำเนินการอย่างน้อย 2 ชนิด เช่น การบวกและการคูณ
- 3) คำตอบคืออายุของหนูกาละแม 14 ปี และอายุของป้าป๋วย 41 ปี โดยนักเรียนใช้ข้อมูลที่กำหนด เพิ่มเงื่อนไขที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ และใช้ภาษาให้ชัดเจน กระชับ เข้าใจง่าย สามารถสร้างเป็นสมการเพื่อหาคำตอบที่สมเหตุสมผลได้

3.3.2.7 นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 237) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรอธิบายโจทย์ให้กระชับ ชัดเจน โดยอาจเขียนสรุปข้อมูลของโจทย์เป็นข้อย่อแทนการอธิบายเป็นความเรียง เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ได้ง่ายยิ่งขึ้น ตัวอย่างเช่น

โจทย์เดิม

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาถามเพื่อนเพื่อให้หาระยะทางจากบ้านของหนูนิตไปยังบ้านของหนูหน้อย โดยให้เพื่อนสามารถใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการหาคำตอบได้ เมื่อกำหนดเงื่อนไข คือ ห้องสมุดชุมชนและสนามเด็กเล่นอยู่ระหว่างบ้านหนูนิตและหนูหน้อย และระยะทางจากห้องสมุดชุมชนถึงสนามเด็กเล่นคือ 700 เมตร

โดยนักเรียนใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้ครบ ลำดับก่อนหลังตามความต้องการของนักเรียน เพิ่มเงื่อนไขที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ และใช้ภาษาให้ชัดเจน กระชับ เข้าใจง่าย สามารถสร้างเป็นสมการเพื่อหาคำตอบที่สมเหตุสมผลได้

แก้ไขเป็น

ให้นักเรียนใช้เงื่อนไขต่อไปในการตั้งโจทย์ปัญหาถามเพื่อนเพื่อให้หา ระยะทางจากบ้านของหนูนิดไปยังบ้านของหนูหน่อย โดยให้เพื่อนสามารถใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการหาคำตอบได้

1) ห้องสมุดชุมชนและสนามเด็กเล่นอยู่ระหว่างบ้านหนูนิดและ หนูหน่อย

2) ระยะทางจากห้องสมุดชุมชนถึงสนามเด็กเล่นคือ 700 เมตร โดยนักเรียนใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้ครบ ลำดับก่อนหลังตาม ความต้องการของนักเรียน เพิ่มเงื่อนไขที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ และใช้ ภาษาให้ชัดเจน กระชับ เข้าใจง่าย สามารถสร้างเป็นสมการเพื่อหาคำตอบที่สมเหตุสมผลได้

ข. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น ตัวอย่างเช่น โจทย์เดิม

“ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 35 เมตร และด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้าง 4 เมตร ที่ดินสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร”  
แก้ไขเป็น

“ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 35 เมตร และด้านยาว มีความยาวมากกว่าด้านกว้าง 4 เมตร ที่ดินสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร”

ค. ควรเพิ่มรูปภาพประกอบในบางข้อเพื่อให้นักเรียนเข้าใจข้อมูลของ โจทย์ได้ง่ายขึ้น ตัวอย่างเช่น โจทย์เดิม

เส้นทางจากบ้านของหนูนิดไปยังบ้านของหนูหน่อยต้องผ่านสนามเด็กเล่น ซึ่งสนามเด็กเล่นอยู่กึ่งกลางพอดี ห้องสมุดชุมชนอยู่บนเส้นทางนี้ด้วยเหมือนกันแต่อยู่กึ่งกลาง ระหว่างบ้านของหนูนิดกับสนามเด็กเล่น ถ้าจากห้องสมุดชุมชนถึงสนามเด็กเล่นมีระยะทาง 700 เมตร ระยะจากบ้านของหนูนิดไปบ้านของหนูหน่อยเป็นเท่าไร  
แก้ไขเป็น

เส้นทางจากบ้านของหนูนิดไปยังบ้านของหนูหน่อยต้องผ่านสนามเด็กเล่น ซึ่งสนามเด็กเล่นอยู่กึ่งกลางพอดี ห้องสมุดชุมชนอยู่บนเส้นทางนี้ด้วยเหมือนกันแต่อยู่กึ่งกลาง ระหว่างบ้านของหนูนิดกับสนามเด็กเล่น ถ้าจากห้องสมุดชุมชนถึงสนามเด็กเล่นมีระยะทาง 700 เมตร ระยะจากบ้านของหนูนิดไปบ้านของหนูหน่อยเป็นเท่าไร



บ้านहुนิด



ห้องสมุดชุมชน



สนามเด็กเล่น

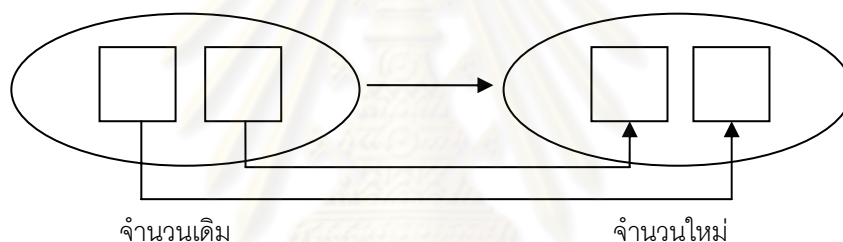


บ้านหนูน้อย

โจทย์เดิม

“มีจำนวนซึ่งเป็นเลขสองหลักจำนวนหนึ่ง หลักหน่วยเป็นสองเท่าของหลักสิบหากสลับตำแหน่งกัน จำนวนที่ได้ใหม่จะมีค่ามากกว่าจำนวนเดิมอยู่ 27 จงหาจำนวนนั้น”  
แก้ไขเป็น

มีจำนวนซึ่งเป็นเลขสองหลักจำนวนหนึ่ง หลักหน่วยเป็นสองเท่าของหลักสิบหากสลับตำแหน่งกัน จำนวนที่ได้ใหม่จะมีค่ามากกว่าจำนวนเดิมอยู่ 27 จงหาจำนวนนั้น



3.3.2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/3 จำนวน 50 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

และนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/10 จำนวน 50 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

3.3.2.9 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.3.2.8 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของครอนบาค โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วจึงนำมาหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อโดยมีเกณฑ์ คือ ค่าความยากมีค่าอยู่ระหว่าง 0.2–0.8 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบ จำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.58
ค่าความยาก	มีค่า	0.10– 0.88
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.16 – 0.56

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 4 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 4 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.44
ค่าความยาก	มีค่า	0.10– 0.85
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.09 – 0.56

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 4 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 3 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

3.2.2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/7 จำนวน 51 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.79
ค่าความยาก	มีค่า	0.15 – 0.61
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.43 – 0.71

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 7 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

และนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ห้อง ม.2/9 จำนวน 51 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.77
ค่าความยาก	มีค่า	0.56 – 0.89
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.18 – 0.71

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 6 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

3.2.2.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.91
ค่าความยาก	มีค่า	0.48 – 0.61
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.52 – 0.71

และนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.89
ค่าความยาก	มีค่า	0.56 – 0.60
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.52 – 0.71

3.2.2.12 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม และเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในภาคผนวก ง หน้า 337)

#### 4. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยะของเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ จากการสำรวจพบว่าปีการศึกษา 2552 โรงเรียนนี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวนทั้งหมด 14 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 708 คน ห้องที่ 1-3 จัดชั้นเรียนเรียงตามลำดับความสามารถที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนสอบเข้า โดยห้องที่ 1 มีคะแนนสูงสุด ห้องที่ 2 และ 3 มีคะแนนรองลงมาตามลำดับ ห้องที่ 4-14 ชั้นเรียนลดระดับความสามารถที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนสอบเข้า ผู้วิจัยสุ่มนักเรียนจากห้องที่ลดระดับความสามารถ แล้วเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันจำนวนสองห้องเรียน และใช้วิธีการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละหนึ่งห้องเรียน

ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนต่อไปนี้

4.1 สุ่มเลือกนักเรียนสองห้องเรียนจากนักเรียนห้องที่ลดความสามารถ ซึ่งสุ่มได้นักเรียนห้อง ม.1/5 และ ม.1/6 ให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

4.2 ให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ซึ่งคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 25.85 และ 27.05 ตามลำดับ และคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 23.88 และ 23.45 ตามลำดับ แล้วนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบดังกล่าวของนักเรียนทั้งสองห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) เพื่อดูว่าความแปรปรวนมีความแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้น

ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นนำคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) เพื่อดูว่าความแปรปรวนแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

4.3 จับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองหนึ่งห้องเรียน และกลุ่มควบคุมหนึ่งห้องเรียนโดยกำหนดให้ กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.1/5 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และนักเรียนชั้น ม.1/6 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

## 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทดลองการสอนด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

- 1) ขั้นเตรียมการ
- 2) ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนการดำเนินงานแต่ละขั้นมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## 5.1 ชั้นเตรียมการ

5.1.1 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ สำหรับนักเรียนกลุ่มทดลอง และสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับนักเรียนกลุ่มควบคุม

5.1.2 จัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.1.3 นำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการโรงเรียนวัดป่าประดู่ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยะของเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการเพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

## 5.2 ชั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 สุ่มเลือกนักเรียนสองห้องเรียนจากนักเรียนห้องที่ละความสามารถ ซึ่งสุ่มได้นักเรียนห้อง ม.1/5 และ ม.1/6 ให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เมื่อวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนห้อง ม.1/5 และ ม.1/6 ซึ่งคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 27.80 และ 27.05 ตามลำดับ และคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 23.88 และ 23.45 ตามลำดับ พบว่าความแปรปรวนของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที่ (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) เพื่อดูว่าความแปรปรวนแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ



คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองหนึ่งห้องเรียน ซึ่งและกลุ่มควบคุม หนึ่งห้องเรียน ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.1/5 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และนักเรียนชั้น ม.1/6 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

5.2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 16 คาบ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของ โรงเรียนวัดป่าประดู่ โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 10 มกราคม 2553 ถึงวันที่ 20 กุมภาพันธ์ 2553 สารการเรียนรู้ที่ใช้สอนคือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยกลุ่มทดลองเรียนโดยได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มควบคุมจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติตามคู่มือครู

5.2.3 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 16 คาบแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2.4 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ผล

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 วิเคราะห์คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

6.2 เปรียบเทียบคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้น

การคิดแบบฮิวริสติกส์และแบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 เนื่องจากความแปรปรวนและคะแนนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพื้นฐานความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

6.3 วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

6.4 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และแบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 เนื่องจากความแปรปรวนและคะแนนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพื้นฐานความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

6.5 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพิ่มเติมโดยนำการเขียนแสดงขั้นตอนการคิดหาคำตอบของนักเรียนมาวิเคราะห์ เพื่อศึกษาพัฒนาการด้านความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และด้านความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

- 1) สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบ
- 2) สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของ แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

## 7.1 สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบ

ผู้วิจัยพิจารณาความตรง ความเที่ยง ความยาก และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรดังนี้

### 7.1.1 สถิติที่ใช้ในการหาความตรงของแบบทดสอบ

ผู้วิจัยนำคะแนนผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ โดยใช้สูตรของโรวินเนลลี และแฮมเบิลตัน (Rowinelli and Hambleton, 1977 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2539: 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

### 7.1.2 สถิติที่ใช้ในการหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยผู้วิจัยจึงใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Coefficient Alpha ( $\alpha$ ) ของ Cronbrach (1951)) คือ

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_x^2} \right\}$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	K	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$S_i^2$	แทน	จำนวนความแปรปรวนของแต่ละข้อ
	$S_x^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(ประคอง กรวรรณสุต, 2538: 47)

### 7.1.3 สถิติที่ใช้ในการหาค่าความยาก

ผู้วิจัยใช้สูตรของวิทย์เนย์และซาเบอร์ (Whitney, D. R. and Sabers, D. L.)

$$P = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t (X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยาก
	$S_h$	แทน	ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทน	ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$X_{max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$X_{min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_t$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147-148)

### 7.1.4 หาค่าอำนาจจำแนก

ผู้วิจัยใช้สูตรของวิทย์เนย์และซาเบอร์ (Whitney, D. R. and Sabers, D. L.)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h (X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_h$	แทน	ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทน	ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$X_{max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$X_{min}$	แทน	คะแนนสูงต่ำที่ได้
	$n_h$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147-148)

## 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{x}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS)



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

#### 1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

- ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ แสดงผลดังตารางที่ 12
- ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 13
- ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์แสดงผลดังตารางที่ 14
- ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 15

#### 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

- ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป
- ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

### 1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ แสดงผลดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นร้อยละ ( $\bar{x}$  ร้อยละ) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับหลังเรียน) ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$ ร้อยละ
กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์	50	38.40	9.61	64.00

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เท่ากับ 38.40 จากคะแนนเต็ม 60 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.61 แสดงว่าข้อมูลมีการกระจายค่อนข้างสูง โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 64.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือร้อยละ 60

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	50	38.40	9.61	10.722*
ควบคุม	50	28.22	3.44	

\*p < .05

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 38.40 ซึ่งสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 28.22 โดยพบว่าคะแนนต่างกันค่อนข้างมาก คือต่างกันอยู่ 10.18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เท่ากับ 9.61 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เท่ากับ 3.44 และจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้น  
การคิดแบบฮิวริสติกส์ แสดงผลดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
เป็นร้อยละ ( $\bar{x}$  ร้อยละ) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถ  
ในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับ  
หลังเรียน)ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย  
เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$ ร้อยละ
กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์	50	34.06	13.35	68.12

จากตารางที่ 14 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการตั้ง  
และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย  
เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เท่ากับ 34.06 จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน  
เท่ากับ 13.35 แสดงว่าคะแนนของนักเรียนมีการกระจายสูง โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็น  
ร้อยละ 68.12 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือร้อยละ 60

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิด  
แบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และที (t-test) ของ  
คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิง  
เส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับจัดกิจกรรมการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรม  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	50	34.06	13.35	6.026*
ควบคุม	50	25.29	7.82	

\*p < .05

จากตารางที่ 15 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถใน  
การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 34.06 ซึ่งสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัด  
กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ของคะแนนความสามารถใน  
การตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 25.29 โดยพบว่าคะแนนต่างกันค่อนข้างมาก คือ  
ต่างกันอยู่ 8.77 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิด  
แบบฮิวริสติกส์เท่ากับ 13.35 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการตั้งและ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ  
เท่ากับ 7.82 และจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัด  
กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ  
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาวินิจฉัยนำเสนอโดยแบ่งเป็น 2 ตอน คือ

### ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

ผู้วิจัยวิเคราะห์โดยแบ่งเป็นประเด็น ดังนี้

- 1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน
- 1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู
- 1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน แบ่งเป็นประเด็นย่อยดังนี้
  - 1.3.1 ด้านผลการเรียน
  - 1.3.2 ด้านปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียน

### ตอนที่ 2 พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

รายละเอียดของการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพแต่ละตอนมีดังนี้

#### ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

##### 1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

ผู้วิจัยเลือกทำการทดลองที่โรงเรียนวัดป่าประดู่ ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งอยู่ในเขตพื้นที่การศึกษาที่ 1 จังหวัดระยอง เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง มัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 (ช่วงชั้นที่ 3 และ 4) มีห้องเรียนทั้งหมด 78 ห้องเรียน ช่วงชั้นที่ 3 ระดับชั้นละ 14 ห้องเรียน ช่วงชั้นที่ 4 ระดับชั้นละ 12 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีทั้งหมด 14 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 50 คน ห้องที่ 1-3 จัดชั้นเรียนเรียงตามลำดับความสามารถที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนสอบเข้า โดยห้องที่ 1 มีคะแนนสูงสุด ห้องที่ 2 และ 3 มีคะแนนรองลงมาตามลำดับ ห้องที่ 4-14 ชั้นเรียนลดระดับความสามารถที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนสอบเข้า

##### 1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนวัดป่าประดู่มีครูทั้งหมด 76 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 17 คน

สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 88

สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 12  
และเมื่อศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับสาขาที่ครูสำเร็จการศึกษาพบว่า

สำเร็จการศึกษาด้านการสอนคณิตศาสตร์โดยตรงจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 70  
สำเร็จการศึกษาด้านสาขาที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ วิทยาศาสตร์ และสถิติ จำนวน 3 คน  
คิดเป็นร้อยละ 18

สำเร็จการศึกษาด้านสาขาอื่น ได้แก่ การศึกษาพลະ และการศึกษาศังคม จำนวน 2 คน  
คิดเป็นร้อยละ 12

จากการสอบถามด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ข้อมูลว่า ครูแต่ละคนได้รับมอบหมายให้สอนโดยเฉลี่ยประมาณ 18 คาบ  
ต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานวัดผลทางการศึกษา งาน  
สหกรณ์โรงเรียน งานส่งเสริมประชาธิปไตย งานห้องสมุด เป็นต้น จากการสัมภาษณ์ตัวแทนครู  
ได้ข้อมูลว่า ครูไม่มีเวลาในการเตรียมการสอนเท่าที่ควร เพราะครูแต่ละคนมีภาระงานค่อนข้างมาก  
และยังใช้วิธีการสอนที่ไม่หลากหลาย การใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมยังไม่มากพอ และ  
ดำเนินการสอนโดยวิธีการบรรยายเป็นส่วนใหญ่

### 1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนวัดป่าประดู่มีนักเรียนทั้งหมด 5,504 คน เป็นนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 708 คน เป็นนักเรียนหญิง จำนวน 376 คน และเป็นนักเรียนชาย  
จำนวน 332 คน

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 100 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และ  
นักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน ผู้วิจัยวิเคราะห์เป็นประเด็นย่อย รายละเอียดมีดังนี้

#### 1.3.1 ด้านผลการเรียน

ผู้วิจัยได้รวบรวมผลการเรียนภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนกลุ่ม  
ตัวอย่าง ดังนี้

##### กลุ่มทดลอง

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดีมาก คิดเป็นร้อยละ 7

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี คิดเป็นร้อยละ 37

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 59

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์พอใช้ คิดเป็นร้อยละ 3

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 4

### กลุ่มควบคุม

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดีมาก คิดเป็นร้อยละ 9

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี คิดเป็นร้อยละ 34

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 60

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์พอใช้ คิดเป็นร้อยละ 5

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 2

เมื่อพิจารณาผลการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีระดับผลการเรียนใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง

### 1.3.2 ด้านปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียน

#### กลุ่มทดลอง

นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 80 อาศัยอยู่กับบิดามารดา ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยว และนักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 72 มีภูมิลำเนาเดิมอยู่จังหวัดอื่น เมื่อบิดามารดาย้ายถิ่นฐานมาทำงานในจังหวัดระยองนักเรียนจึงย้ายตามมา ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มทดลองประกอบอาชีพรับจ้างในโรงงานอุตสาหกรรมในตำแหน่งต่างๆ เช่น วิศวกร พนักงานปฏิบัติการ ลูกจ้างประจำ ลูกจ้างชั่วคราว คิดเป็นร้อยละ 66 ประกอบอาชีพเกษตรกรรม เช่น ทำสวน ทำไร่ ประมง คิดเป็นร้อยละ 18 ประกอบอาชีพรับราชการ และรัฐวิสาหกิจ คิดเป็นร้อยละ 10 ประกอบอาชีพค้าขาย และอื่นๆ คิดเป็นร้อยละ 6

จากการสัมภาษณ์ได้ข้อมูลว่า นักเรียนร้อยละ 86 มีความคิดเห็นว่าครอบครัวตนเองไม่มีปัญหาด้านการเงิน และผู้ปกครองเป็นผู้อุปการะทางด้านการเงินในการศึกษา นักเรียนร้อยละ 74 พักอาศัยอยู่ในเขตอำเภอเมืองซึ่งการเดินทางมาโรงเรียนค่อนข้างสะดวกใช้เวลาเดินทางภายใน 30 นาที โดยนักเรียนที่เหลือนักเรียนที่พักอาศัยอยู่ในเขตอำเภอใกล้เคียง ได้แก่ อำเภอบ้านค่าย อำเภอปลวกแดง และอำเภอบ้านฉาง การเดินทางมาโรงเรียนใช้เวลาประมาณ 30 – 90 นาที จากการสอบถามนักเรียนที่อยู่ต่างอำเภอ ได้ข้อมูลว่านักเรียนไม่รู้สึกลำบากในการเดินทางมาโรงเรียน โดยนักเรียนบางคนบอกว่าเพราะมีรถโดยสารประจำทางหลายสายผ่านหน้าโรงเรียน เคยชินกับการเดินทางมาโรงเรียนที่ใช้เวลาค่อนข้างมากจึงไม่รู้สึกลำบากในการเดินทางมาโรงเรียน

### กลุ่มควบคุม

นักเรียนกลุ่มควบคุมร้อยละ 74 อาศัยอยู่กับบิดามารดา ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยวเช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง และนักเรียนกลุ่มควบคุมร้อยละ 70 มีภูมิลำเนาเดิมอยู่จังหวัดอื่น เมื่อบิดามารดาย้ายถิ่นฐานมาทำงานในจังหวัดระยองนักเรียนจึงย้ายตามมา ซึ่งลักษณะ ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มควบคุมประกอบอาชีพรับจ้างในโรงงานอุตสาหกรรมในตำแหน่งต่างๆ เช่น วิศวกร พนักงานปฏิบัติการ ลูกจ้างประจำ ลูกจ้างชั่วคราว คิดเป็นร้อยละ 68 ประกอบอาชีพเกษตรกรรม เช่น ทำสวน ทำไร่ ประมง คิดเป็นร้อยละ 16 ประกอบอาชีพรับราชการ และรัฐวิสาหกิจ คิดเป็นร้อยละ 14 ประกอบอาชีพค้าขาย และอื่นๆ คิดเป็นร้อยละ 2

จากการสัมภาษณ์ได้ข้อมูลว่า นักเรียนร้อยละ 82 มีความคิดเห็นว่าครอบครัวตนเองไม่มีปัญหาด้านการเงิน และผู้ปกครองเป็นผู้อุปการะทางด้านการเงินในการศึกษา มีนักเรียนเพียง 1 คน ที่ฐานะทางบ้านยากจนมากจึงต้องหาเงินเรียนด้วยตนเอง นักเรียนร้อยละ 68 พักอาศัยอยู่ในเขตอำเภอเมืองซึ่งการเดินทางมาโรงเรียนค่อนข้างสะดวกใช้เวลาเดินทางภายใน 30 นาที โดยนักเรียนที่เหลือนักเรียนที่พักอาศัยอยู่ในเขตอำเภอใกล้เคียง ได้แก่ อำเภอบ้านค่าย อำเภอปลวกแดง และอำเภอบ้านฉาง การเดินทางมาโรงเรียนใช้เวลาประมาณ 30 – 90 นาที จากการสอบถามนักเรียนที่อยู่ต่างอำเภอ ได้ข้อมูลว่านักเรียนไม่รู้สึกลำบากในการเดินทางมาโรงเรียน โดยนักเรียนบางคนบอกว่าเพราะมีรถโดยประจำทางหลายสายผ่านหน้าโรงเรียน และมีนักเรียน 3 คน ซึ่งรถจักรยานยนต์มาโรงเรียนเอง

เมื่อพิจารณาปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียนใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มอาศัยอยู่กับบิดามารดา ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยว มีภูมิลำเนาเดิมอยู่จังหวัดอื่น ผู้ปกครองของนักเรียนทั้งสองกลุ่มประกอบอาชีพรับจ้างในโรงงานอุตสาหกรรมในตำแหน่งต่างๆ นักเรียนมีความคิดเห็นว่าครอบครัวตนเองไม่มีปัญหาด้านการเงิน นักเรียนไม่รู้สึกลำบากในการเดินทางมาโรงเรียน

## **2. พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีพฤติกรรมการเรียนบางอย่างที่เหมือนกัน โดยเฉพาะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สัปดาห์ที่ 1 – 2 และพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจะค่อยๆ ต่างกันมากขึ้นเมื่อครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านไปหลายคาบมากขึ้น โดยรายละเอียดมีดังนี้

### พัฒนาการของนักเรียนในสัปดาห์ที่ 1-2

สัปดาห์ที่ 1-2 นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีการโต้ตอบกับครูน้อย นักเรียนไม่กล้าตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในประเด็นต่างๆเท่าที่ควร ต้องให้ครูเรียกชื่อ นักเรียนที่นั่งเรียนแถวหน้าโดยเฉพาะนักเรียนหญิงตั้งใจเรียนดี แต่นักเรียนที่นั่งแถวหลังและนั่งริมหน้าต่างจะไม่ค่อยตั้งใจเรียน ในสัปดาห์ที่ 1 ผู้วิจัยสังเกตเห็นพบว่าผลงานของนักเรียนทั้งสองห้องมีลักษณะคล้ายกัน คือ นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการคิดยังไม่ค่อยได้ นักเรียนเรียบเรียงขั้นตอนแสดงวิธีทำวกไปวนมาทำให้สับสน และนักเรียนขอให้ครูเขียนอธิบายวิธีคิดเป็นตัวอย่าง ต่อมาในสัปดาห์ที่ 2 ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มยังคงเขียนอธิบายวิธีคิดไม่ค่อยได้ มีนักเรียนห้องละประมาณ 3-4 คน ที่เริ่มเขียนอธิบายได้ดีขึ้น

สำหรับการทำโจทย์ที่มีความซับซ้อนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สัปดาห์ที่ 1-2 ครูต้องอธิบายซ้ำหลายครั้ง ยกตัวอย่างโจทย์หลายๆตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ โดยเฉพาะแบบฝึกหัดข้อยาก

### พัฒนาการของนักเรียนในสัปดาห์ที่ 3-4

พฤติกรรมกรเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเริ่มมีความต่างกัน ดังนี้

#### กลุ่มทดลอง

สัปดาห์ที่ 3 ผู้วิจัยเริ่มสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น มีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆในชั้นเรียนมากขึ้น เนื่องจากได้ทำกิจกรรมจนเกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง แต่มีส่วนน้อยที่ไม่ค่อยให้ความร่วมมือเนื่องจากไม่คุ้นเคยกับการทำกิจกรรม จากการสอบถามได้ข้อมูลว่านักเรียนคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบรรยายจากครูมากกว่า การจัดกิจกรรมที่นักเรียนเป็นผู้สำรวจตรวจสอบค้นคว้าความรู้ต่างๆด้วยตนเอง ทำให้การดำเนินกิจกรรมเป็นไปอย่างล่าช้าบ้าง แต่เมื่อครูพูดคุย ทำความเข้าใจ และชี้ให้เห็นประโยชน์ของการร่วมทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรม นักเรียนกลุ่มที่เคยไม่ร่วมมือได้เปลี่ยนพฤติกรรมมาให้ความร่วมมือมากขึ้น

นักเรียนที่นั่งแถวหลัง และนั่งริมหน้าต่างที่เคยไม่ตั้งใจเรียนในสัปดาห์ที่ 1-2 เริ่มสนใจเรียนมากขึ้น และเริ่มยกมืออาสาออกมาอธิบายแนวคิดที่แตกต่างจากเพื่อน ซึ่งบางแนวคิดมีความคิดริเริ่มดีมากจนเพื่อนปรบมือให้ เมื่อสอบถามเพื่อนร่วมห้องได้ข้อมูลว่านักเรียนคนนี้ไม่เคยตั้งใจเรียนเลยและเป็นคนมีนิสัยลักษณะขวางโลก เมื่อเขาตอบคำถามของครูและตอบได้ดีมากเพื่อนๆจึงแปลกใจพากันปรบมือเสียงดัง

นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกระดับความสามารถกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเอง นักเรียนช่างคิดและช่างสังเกตมากยิ่งขึ้น รวมทั้งนักเรียนรู้จักถามประเด็นคำถามที่น่าสนใจให้เพื่อนคิด และยอมรับความคิดเห็นของเพื่อนที่แตกต่างจากตนเอง มีพัฒนาการในด้านการจัดระบบการคิด และมารยาทในการแสดงความคิดเห็นอย่างเห็นได้ชัด ตั้งแต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สัปดาห์ที่ 4

คุณภาพผลงานของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอิริวัตติกส์พัฒนาการในทิศทางที่ดีขึ้นเป็นลำดับ มีคุณภาพมากขึ้น การเขียนอธิบายกระชับเข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น การอธิบายวิธีคิดเป็นลำดับและขั้นตอนที่ชัดเจนมากขึ้น นักเรียนใช้การเขียนโยงความคิดหลากหลายแนวทาง และลักษณะคำตอบมีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นด้วยเช่นกัน

#### กลุ่มควบคุม

ในสัปดาห์ที่ 3 ผู้วิจัยสังเกตพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติส่วนใหญ่ยังคงมีการโต้ตอบกับครูค่อนข้างน้อย ไม่ค่อยมีการถามคำถามหรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนที่นั่งเรียนแถวหน้าโดยเฉพาะนักเรียนผู้หญิงจะตั้งใจเรียนเป็นอย่างดี แต่นักเรียนที่นั่งแถวหลัง และนั่งริมหน้าต่างจะไม่ค่อยตั้งใจเรียนเหมือนในสัปดาห์ที่ 1-2 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มักคุยกันเป็นระยะๆ และเรื่องที่คุยมักไม่ใช่เรื่องที่ครูสอน ครูจึงกระตุ้นโดยการถามคำถามให้นักเรียนตอบซึ่งนักเรียนมักตอบไม่ได้ ตอบแบบไม่มั่นใจ หรือตอบได้เฉพาะคำตอบไม่สามารถอธิบายวิธีคิด หรือที่มาของคำตอบได้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สัปดาห์ที่ 3 ครูต้องอธิบายซ้ำหลายครั้ง ยกตัวอย่างโจทย์หลายๆตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และสุ่มให้นักเรียนลองออกมาทำหน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนทำโจทย์ในเอกสารแบบฝึกหัดในคาบเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนสำหรับในสัปดาห์ที่ 4 พบว่าครูอธิบายซ้ำน้อยลง

ในสัปดาห์ที่ 4 นักเรียนกลุ่มหนึ่งประมาณ 4-6 คน มีพฤติกรรมหมั่นซักถามครูนอกเวลาเรียน เช่น เวลาพักกลางวัน โดยมักมาซักถามประเด็นที่สงสัย รวมทั้งเสนอประเด็นอื่นที่ตนเองสนใจต้องการให้ครูช่วยสอนเพิ่มเติมในห้องเรียน

นอกจากนี้การทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนตลอดการทดลอง พบว่านักเรียนแสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายกันไม่หลากหลาย ครูต้องคอยกระตุ้นบ่อยๆนักเรียนจึงจะแสดงความคิดเห็น นักเรียนที่ตอบคำถามมักเป็นนักเรียนกลุ่มเดิม นักเรียนที่ไม่กล้าตอบคำถามต้องรอให้ครูเรียกชื่อจึงจะตอบ การออกมานำเสนอผลงานหน้าห้องมีการเกี่ยงกันบ่อยครั้ง



คุณภาพผลงานของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติเป็นในลักษณะคงที่ นักเรียนที่เขียนอธิบายได้ดีผลงานทุกชิ้นจะเข้าใจง่าย โดยมีรูปแบบการอธิบายเป็นการบรรยายและเป็นรูปแบบเดิมในงานทุกชิ้น

### พัฒนาการของนักเรียนในสัปดาห์ที่ 5-7

พฤติกรรมกรเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความต่างกันมากขึ้น  
ดังนี้

#### กลุ่มทดลอง

ตั้งแต่สัปดาห์ที่ 5 เป็นต้นไป นักเรียนมีพฤติกรรมกรเรียนรูเปลี่ยนไปอย่างชัดเจน คือ นักเรียนเกือบทั้งห้องกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมทั้งกิจกรรมรายบุคคล กิจกรรมกลุ่มย่อย ตลอดกิจกรรมอภิปรายรวมกันทั้งเรียน นักเรียนเริ่มขอเสนอให้ครูสั่งงานในรูปแบบที่ตนเองสนใจ เช่น นักเรียนขอแสดงบทบาทสมมติเกี่ยวกับสมการ ขอให้ครูจัดเกมสมการที่ออกไปใช้สถานที่ นอกห้องเรียน ขอแต่งเพลงสมการประกอบทำเต้น เป็นต้น

นักเรียนส่วนใหญ่ชอบกิจกรรมลักษณะที่ได้ออกมาถามคำถามเพื่อนทั้งในลักษณะเกม และลักษณะแสดงบทบาทเป็นครู ซึ่งทำให้บรรยากาศในห้องเรียนสนุกสนาน ไม่เคร่งเครียด แต่ครูต้องคอยตัดเตือนเรื่องเสียงดัง และการแย่งกันตอบคำถาม

ในสัปดาห์ที่ 5 - 7 นักเรียนกล้าตั้งคำถามในรูปแบบต่างๆกับเพื่อน เช่น อะไรคือส่วนที่สำคัญของปัญหานี้ การแก้ปัญหาคืออะไรควรจะเริ่มจากจุดใด ใครมีวิธีการคิดที่แตกต่างจากนี้บ้าง ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง ซึ่งพฤติกรรมนี้สังเกตได้จากการอภิปรายกลุ่ม และการนำเสนอผลงาน นักเรียนมีพฤติกรรมหมั่นซักถามครูนอกเวลาเรียน เช่น เวลาพักกลางวัน และมักชวนกันเป็นกลุ่มๆมาซักถามประเด็นที่สงสัย รวมทั้งเสนอประเด็นอื่นที่ตนเองสนใจต้องการให้ครูช่วยสอนเพิ่มเติมในห้องเรียน และช่วงสัปดาห์นี้นักเรียนจะมีความคุ้นเคยกับกิจกรรมที่ได้สำรวจตรวจค้นด้วยตนเองเป็นอย่างดี สนใจเรียน และให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี ทำให้ใช้เวลาในการทำกิจกรรมได้เร็วขึ้น จากการสอบถามได้ข้อมูลว่านักเรียนชอบสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม มีความหลากหลาย แปลกใหม่ ทำทายความสามารถ และเป็นกิจกรรมที่ไม่ยากจนเกินไป ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการค้นคว้าหาความรู้ได้เป็นอย่างดี นักเรียนรู้สึกสนุกสนาน และมีความอยากเรียนรู้ มีการซักถาม และเสนอแนวคิดอยู่ตลอดเวลา

นักเรียนมีความพยายามในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนจะมีแนวทางในการคิดแก้ปัญหาที่ค่อนข้างแตกต่างกัน ทั้งนี้กลุ่มวิธีที่นักเรียนนิยมนำมาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาคือ

การโยงเส้นความสัมพันธ์ รองลงมาคือการใช้ตาราง และการวาดรูป สำหรับแนวคิดที่นักเรียนนิยมนำมาใช้ใน การแก้ปัญหาคือการประยุกต์ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นอกจากนี้การให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายอย่างเต็มที่ ทั้งภายในกลุ่มและในชั้นเรียน โดยใช้กระบวนการคิดที่เชื่อมโยงสิ่งต่างๆให้เป็นระบบเป็นหลัก การสังเกตโดยภาพรวม นักเรียนจะมีความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรมเป็นอย่างดี มีการถามคำถามเพื่อพยายามนำไปสู่วิธีการหาคำตอบ ตลอดจนมีการหาความรู้เพิ่มเติมโดยการศึกษาโจทย์ปัญหาออกเหนือจากเวลาเรียน แล้วนำมาถามเพื่อนให้ร่วมอภิปรายกันในห้องเรียน นักเรียนสามารถคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอน สามารถอธิบายสิ่งต่างๆให้เห็นภาพได้ชัดเจนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การใช้แผนภาพแบบต่างๆ การตีตาราง การเขียนเส้นโยงความสัมพันธ์ การใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตลอดจนการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความคิดได้รัดกุม ชัดเจนในระดับที่น่าพอใจ ซึ่งแตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างเห็นได้ชัด

คุณภาพผลงานของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีพัฒนาการในทิศทางที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด การเขียนอธิบายการคิดได้กระชับ เข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น การอธิบายวิธีคิดเป็นลำดับและขั้นตอนที่ชัดเจนมากขึ้น นักเรียนใช้การเขียนโยงความคิดหลากหลายแนวทาง และลักษณะคำตอบมีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นด้วยเช่นกัน โดยเฉพาะการทำกิจกรรมกลุ่มในสัปดาห์ที่ 6 – 7 นักเรียนแต่ละคนจะคิดหาคำตอบด้วยวิธีคิดมากกว่า 1 วิธี แล้วอภิปรายกับเพื่อนโดยที่ครูไม่ต้องกระตุ้น

#### กลุ่มควบคุม

นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจเรียนมากขึ้น การทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนตลอดการทดลอง พบว่านักเรียนแสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายกันไม่หลากหลาย แต่นักเรียนได้แสดงให้เห็นถึงความพยายามในการคิดและแสดงความคิดเห็นมากยิ่งขึ้น สำหรับนักเรียนบางคนครูต้องคอยกระตุ้นบ่อยๆนักเรียนจึงจะแสดงความคิดเห็น นักเรียนที่ตอบคำถามมักเป็นนักเรียนกลุ่มเดิม นักเรียนที่ไม่กล้าตอบคำถามต้องรอให้ครูเรียกชื่อจึงจะตอบ การออกมานำเสนอผลงานหน้าห้องยังคงมีการเกี่ยงกันบ่อยครั้ง

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
2. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาระยองเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถ จากการสำรวจพบว่าปีการศึกษา 2552 ห้องเรียนสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีทั้งหมด 14 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งสิ้น 708 คน ห้องเรียนที่ 1 - 3 จัดชั้นเรียนเรียงตามลำดับความสามารถตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนสอบเข้า โดยห้องที่ 1 มีคะแนนสูงสุด และห้องเรียนที่ 4 - 14 จัดชั้นเรียนลดระดับความสามารถ ผู้วิจัยสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจากนักเรียนห้องที่จัดชั้นเรียนแบบลดความสามารถ โดยเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการตั้งและ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกันจำนวนสองห้องเรียน และใช้วิธีการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละหนึ่งห้องเรียน ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.1/5 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และนักเรียนห้อง ม.1/6 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

ผู้วิจัยได้เขียนแผนโดยมีองค์ประกอบคือ สารระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สารการเรียนรู้ สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล การมอบหมายงาน และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยจัดให้กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมมีขั้นนำ และขั้นสรุปเหมือนกัน แตกต่างกันเฉพาะขั้นสอน แผนแต่ละแผนใช้เวลาสอนไม่เท่ากัน รวมแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีทั้งหมดจำนวน 20 แผน ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 16 คาบ เป็นระยะเวลาทั้งสิ้น 7 สัปดาห์ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. เครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

3.1 แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวนฉบับละ 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำฉบับละ 90 นาที กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบโดยประยุกต์ตามแนวคิดของเมนโดซา (Mendoza, 2009: 25-27) ที่ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง (Fluency) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) ความคิดริเริ่ม (Originality) และความคิดละเอียดลออ (Elaboration) และใช้เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทาง

คณิตศาสตร์โดยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ (Torrance, 1962: 34-38) และเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 10-11) ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบพบว่า แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.87 ค่าความยาก 0.43 – 0.49 และค่าอำนาจจำแนก 0.53 – 0.62 และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.74 ค่าความยาก 0.43 – 0.51 และค่าอำนาจจำแนก 0.38 – 0.57

3.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยฉบับละจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำฉบับละ 90 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบโดยกำหนดเงื่อนไข และสถานการณ์ให้นักเรียนตั้งคำถามที่น่าสนใจ แล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างและสถานการณ์เดียวกับปัญหาที่นักเรียนได้ตั้ง โดยให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devise a plan) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan) และขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back) ซึ่งจากการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบพบว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.91 ค่าความยาก 0.48 – 0.61 และ ค่าอำนาจจำแนก 0.52 – 0.71 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.89 ค่าความยาก 0.56 – 0.60 และค่าอำนาจจำแนก 0.52 – 0.71

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์สำหรับนักเรียนกลุ่มทดลอง และสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับนักเรียนกลุ่มควบคุม

1.2 จัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.3 นำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการโรงเรียนวัดป่าประดู่เพื่อขอความร่วมมือ

## 2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 16 คาบ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน เริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 10 มกราคม 2553 ถึงวันที่ 20 กุมภาพันธ์ 2553 สารการเรียนรู้ที่ใช้สอนคือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2 หลังดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 16 คาบ ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ผล โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) มีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1) วิเคราะห์คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

2) เปรียบเทียบคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และแบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 เนื่องจากความแปรปรวนและคะแนนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพื้นฐานความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

3). วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

4) เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และแบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 เนื่องจากความแปรปรวนและคะแนนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพื้นฐานความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

5) วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพิ่มเติมโดยนำการเขียนแสดงขั้นตอนการคิดหาคำตอบของนักเรียนมาวิเคราะห์ เพื่อศึกษาพัฒนาการด้านความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และด้านความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## 1. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 2. อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งฉบับ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ข้อที่ 1 และข้อที่ 2

จากผลการวิจัยครั้งนี้แสดงว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ส่งผลให้ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนได้คิดและค้นหาคำตอบด้วยตนเองตลอดทั้งกระบวนการหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของโนแวกและโกวิน (Novak and Gowin, 1984: 48) ที่ว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยให้เกิดความเข้าใจกระบวนการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เข้าใจโครงสร้างความรู้ และทราบว่าความรู้ถูกสร้างขึ้นมาอย่างไร และแนวคิดของยูพินพิพิธกุล (2524 : 114) ที่สามารถสรุปได้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ด้วยการค้นพบสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ด้วยตนเองแทนการบอกของครู วิธีนี้ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง คิดและทำด้วยตนเองทุกขั้นตอนตั้งแต่ต้นจนจบ เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบตลอดจนเลือกทางเดินของเขาเองซึ่งจะทำให้นักเรียนเชื่อมั่นในตัวเอง

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอาจเป็นเพราะการคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนได้ขยายกรอบแนวคิดของตนเองให้กว้างไกลหลายทิศทาง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของฟลอยด์ (Floyd, 2002: 1-4) ที่ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ช่วยให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ โดยความคิดสร้างสรรค์ที่เกิดขึ้นนี้สามารถเกิดขึ้นได้ในทุกขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย ขั้นสร้างความสัมพันธ์ ขั้นสำรวจตรวจสอบ ขั้นประเมิน ขั้นติดต่อสื่อสาร และขั้นสร้างคำถามหรือปัญหา ตัวอย่างเช่น นักเรียนอาจสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลย่อยในปัญหาที่พบให้เป็นระบบ จากนั้นสำรวจตรวจสอบ คิดหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และประเมินวิธีการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่มเพื่อให้ได้ข้อสรุป จากนั้นจึงสร้างเป็นคำถามหรือปัญหาใหม่ที่มีแบบแผนในการหาคำตอบโดยอาจใช้การวาดรูปประกอบ ซึ่งนักเรียนอาจเกิดความคิดสร้างสรรค์เมื่อสิ้นสุดกระบวนการขั้นนี้



เมื่อพิจารณาองค์ประกอบที่นำมาจัดเป็นขั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละองค์ประกอบ พบว่าขั้นติดต่อสื่อสารที่นักเรียนมีโอกาสได้อธิบายแนวคิด วิธีการ ตลอดจนผลลัพธ์ที่ตนเองค้นพบให้ผู้อื่นได้รับรู้ และอภิปรายร่วมกับผู้อื่น ทำให้นักเรียนรู้จักการยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความมั่นใจในตนเองในการเสนอความคิดเห็นทั้งในแง่การสนับสนุน และคัดค้านความคิดของผู้อื่น การจัดบริบทดังกล่าวนี้มีผลส่งเสริมให้นักเรียนมีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเฟลِيث (Fleith, 2000) ที่ได้ศึกษาความตระหนักถึงความคิดสร้างสรรค์ในสภาพแวดล้อมของห้องเรียนของครูและนักเรียน จากการสัมภาษณ์ครูและนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 พบว่า การยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่าง และการส่งเสริมความมั่นใจในตนเองเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีส่วนส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์สูงขึ้น

เมื่อพิจารณาแนวคิดของฮิวริสติกส์พบว่ามีความสอดคล้องกับแนวคิดในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของเบิร์นส์ (Burns, 1995: 5-6) ที่ว่าการส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ควรให้นักเรียนทำงานที่ได้คิดอย่างอิสระ เปิดโอกาสให้นักเรียนลงมือทำด้วยตนเอง ตลอดกระบวนการ ได้สำรวจดูผลสะท้อน ขยายความคิดและความสนใจไปสู่ความสัมพันธ์ของสิ่งใหม่ๆ ให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในหลากหลายระดับและหลากหลายวิธี ควรส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่แรกเริ่มถามคำถามจนถึงการตอบ และควรใช้ปัญหาหนึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาอื่นๆ ให้นักเรียนได้ขยายความคิดต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ขึ้นสร้างคำถามหรือปัญหาคือ สร้างคำถามใหม่หรือปัญหาใหม่เพื่อใช้ในการสำรวจตรวจสอบโดยพิจารณาว่ามีประเด็นคำถามหรือปัญหาใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจ เมื่อตั้งประเด็นคำถาม หรือปัญหาใหม่ได้แล้วจึงเริ่มดำเนินการใหม่ที่ส่วนใดส่วนหนึ่งในแบบจำลองความคิด และสอดคล้องกับทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์ของทอร์เรนซ์ (Torrance, 1979: 23-25) ที่กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์จะแสดงออกตลอดกระบวนการของความรู้สึกรู้สึกหรือการเห็นปัญหา การรวบรวมความคิดเพื่อก่อตั้งเป็นสมมติฐาน การทดสอบ และการแปลงสมมติฐาน ตลอดจนการเผยแพร่ถึงผลผลิตที่ได้รับ ดังนั้นการส่งเสริมให้นักเรียนถามและให้ความสนใจต่อคำถามที่แปลกๆ การกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ พิสูจน์สมมติฐาน การเอาโดยใช้การสังเกตและประสบการณ์ของนักเรียนเองจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จึงทำให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของแนคิน (Nakin, 2002) และเซฟฟิลด์ (Sheffield, 2008)

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่า ร้อยละ 60 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งฉบับ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ข้อที่ 3 และข้อที่ 4

จากผลการวิจัยครั้งนี้แสดงว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ทำให้ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะกระบวนการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีส่วนที่เน้นให้นักเรียนได้คิดอย่างเป็นระบบโดยเชื่อมโยงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน โดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนของข้อมูลในปัญหาที่ต้องการสำรวจตรวจค้น ทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์ตัวปัญหาที่แท้จริงตลอดจนองค์ประกอบต่างๆของปัญหาได้ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ต้องการได้ ทั้งนี้สอดคล้องกับแนวคิดของแคทเรชโค (Katretchko, 1971: 1) ที่ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์มีกระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยพยายามหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายโจทย์ แล้วจึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ สอดคล้องกับที่โอลส์สันและรีส (Ohlsson and Rees, 1991: 1) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ว่า ฮิวริสติกส์มีส่วนสำคัญในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เมื่อเทียบกับกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการอื่นที่ใช้หลักเกณฑ์การประเมินแบบเดียวกัน และสนับสนุนข้อสรุปของมิดเดิลตัน และวีลเลอร์ (Middleton and Wheeler, 1999: 1) ที่ว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นวิธีการหนึ่งที่จะนำมาใช้เพื่อช่วยเพิ่มโอกาสในการแก้ปัญหา โดยช่วยในขั้นตอนการออกแบบวิธีแก้ปัญหา ซึ่งจะแตกต่างกันขึ้นกับว่าเป็นปัญหาชนิดใด จึงคาดการณ์ได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาอาจเกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นสำรวจตรวจค้น และผลการวิจัยนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของฟลอยด์ (Floyd , 2002: 1-4) เกี่ยวกับความสำคัญของการคิดแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นส่วนที่ช่วยการตัดสินใจในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทำให้นักเรียนสามารถกำหนดกลยุทธ์ เทคนิค กระบวนการ และกฎเกณฑ์ต่างๆในการเรียน และยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ กล้าที่จะสร้างคำถาม

ใหม่ขึ้นมาจากความรู้หรือข้อมูลที่มีในขั้นเบื้องต้น จึงคาดการณ์ได้ว่าความสามารถในการตั้งปัญหาอาจเกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นสร้างคำถามหรือปัญหา นอกจากนี้ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังสามารถเกิดขึ้นในขั้นอื่นได้ด้วยเช่นกัน เช่น ขั้นการขั้้นติดต่อดสื่อสาร นักเรียนอาจตั้งคำถามแล้วถามเพื่อนในประเด็นย่อยที่น่าสนใจเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ต้องการ และเพื่อนก็ได้ฝึกการแก้ปัญหาที่นักเรียนเป็นผู้ตั้งขึ้น เป็นต้น ดังนั้นเมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอรุณี รัชยาแก้ว (2539) วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez, and Hadaway, 1999) เมดวีเดวา (Medvedeva, 2005 cited in Stillman, 2007)

### 3. ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ทุกคนได้ร่วมทำกิจกรรมด้วยตนเองซึ่งครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนพื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนแต่ละคน และเลือกกิจกรรมให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ครูควรมีทักษะในการกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปราย เพื่อให้นักเรียนทุกคนกระตือรือร้นในการร่วมกันคิดหาคำตอบ ข้อสรุป และเข้าใจเนื้อหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถทางการคิดอย่างเต็มที่ เพราะความรู้ที่ได้จากการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นความรู้ที่นักเรียนค้นพบด้วยตนเองจึงมีคุณค่า มีความหมายสำหรับนักเรียนมากกว่าความรู้ที่ได้จากคนอื่นบอกให้จำ
3. เนื่องจากขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีค่อนข้างมาก ดังนั้นครูควรมีความยืดหยุ่นในการปรับใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับในสภาพการเรียนจริงเพื่อให้สอนได้ทันตามเวลาในแต่ละคาบ และยืดหยุ่นในการปรับจำนวนคาบการสอนซึ่งมักมีกิจกรรมอื่นแทรก เช่น การไปทัศนศึกษา กิจกรรมกีฬา เป็นต้น
4. ครูควรมีการบันทึกปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดเพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดอย่างเป็นระบบดังนั้นก็ควรศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการเชื่อมโยง
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลประกอบการคิดซึ่งนักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าย่อมสามารถอธิบายเหตุผลได้ดี และลึกซึ้งมากกว่านักเรียนชั้นเล็กๆ ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในนักเรียนชั้นสูงกว่ามัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นกระบวนการที่เน้นเกี่ยวกับความสามารถทางการคิดซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่างกันย่อมมีความสามารถทางความคิดแตกต่างกัน จึงควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับนักเรียนที่มีระดับความสามารถขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่างกัน เช่น ระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ
4. ควรมีการทดลองใช้แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอื่นๆที่แตกต่างไปจากแบบวัดที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาผลว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และสามารถนำไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- กำจร มณีแก้ว. 2539. ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: เซสมิเดีย.
- ขจรศักดิ์ สีเสน. 2544. คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็งเพราะอะไร. วารสารการศึกษาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี. 31(กรกฎาคม): 18-24.
- ขอบใจ สาสีทิ. 2545. ผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2544. สร้างสรรค้้นักคิด: คู่มือการจัดการศึกษา สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านทักษะความคิดระดับสูง. กรุงเทพฯ: รัตนพรชัย.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2545. แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2545-2559). กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2550. วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- งามตา กมลวรรณเดช. 2536. ผลของการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จรุง ขำพงศ์. 2542. ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอนิชั่นที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- จินดา กิจพูนวงศ์, 2537. ผลของการฝึกความคิดอเนกนัยที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน  
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2542. ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.  
กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์.
- ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์. 2537. ความคิดสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์  
มหาวิทยาลัย.
- นภดล ฤทธิโสม. 2537. ผลของการฝึกโจทย์ปัญหาด้วยแบบทดสอบแบบตอบสั้นและแบบ  
เลือกตอบที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต.  
สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
ถ่ายเอกสาร
- นวลจันทร์ ผมอูดทา. 2545. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.  
วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นันทิพา กงวิไล. 2540. ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ “รูปสี่เหลี่ยม” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย  
กรุงเทพฯ. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- นิตยา ไสร์กุล. 2547. ผลของการใช้การสอนแนะในการเรียนรู้ด้วยกรณีศึกษาบนเว็บที่มีต่อการ  
แก้ปัญหของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีรูปแบบการคิดต่างกัน. วิทยานิพนธ์  
ปริญญาดุขฎีบัณฑิต. สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นุศรียา จิตารมย์. 2548. ผลของการสอนแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต.  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- บรรพต สุวรรณประเสริฐ. 2544. การพัฒนาหลักสูตรโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. เชียงใหม่: โรงพิมพ์แสงศิลป์.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. 2550. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบ  
แนวทางพัฒนาความคิดของคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.  
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปฐมพร บุญลี. 2548. การสร้างแบบฝึกหัดทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์  
ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ประกาย วิโรจน์กุล. 2532. ผลของปัจจัยนำเข้าบางประการและสภาพการเรียนการสอนต่อ  
ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาพยาบาลในระบบการศึกษาพยาบาล  
ศาสตร์ที่เน้นชุมชน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยมหิดล.
- ประสาธ อัครปรีดา. 2547. ส่วตัดะจิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. มหาสารคาม: โครงการ  
ตำราคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ประเสริฐ แสงสุมาตย์. 2534. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้น  
ประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องบทประยุกต์โดยใช้วิธีสอนแบบเทคนิค 4 คำถามกับวิธีสอน  
ตามปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของ  
นักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชา  
คณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปิยะลักษณ์ โพธิ์ถาวร. 2542. ผลการฝึกคิดตามแบบของบอลกาในการสอนเสริมวิชา  
คณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิด  
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง.  
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. 2542. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.

- พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. 2537. ผลการการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความคิดที่กังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทร วิโรฒ ประสานมิตร.
- พิชากร แปลงประสพโชค. 2540. การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุขฎีบัณฑิต. คณะ ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยุดา รัชัษีไทย. 2542. ความฉลาดคิด (Personal creativity). พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: เอ็กช เปรอร์เน็ท.
- ยุวดี อังศรีวงษ์. 2533. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีรูปแบบการคิดแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2542. การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์. 485-486 (กุมภาพันธ์-เมษายน): 5.
- รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราตรี เกตบุตรตา. 2546. ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถใน การแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539. เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.



- วัลลภา แนวจำปา. 2527. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางด้านเหตุผลเชิงนามธรรม ความคิดสร้างสรรค์และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เขตการศึกษา 10. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. 2541. ความคิดสร้างสรรค์: ศักยภาพที่เสริมสร้างพัฒนาได้. วารสารวิชาการ. 1 (สิงหาคม): 23-25.
- ศศิพันธ์ พัดสมร. 2540. ผลของการฝึกคิดเป็นกลุ่มตามแนวคิดของ วิลเลียมส์เพื่อพัฒนา ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเจ้าพระยาวิทยาคม กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศศิรัศม์ สริกขานนท์. 2540. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ตามแนวคิด ของทอร์แวนซ์. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมการฝึกหัดครู. 2523. รายงานการวิจัยเรื่องความคิดสร้างสรรค์ของ เด็กไทยในระดับอุดมศึกษา. โรงพิมพ์ไทยจูน.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. 2534. ความคิดสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. 2535. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. 2544. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การ รับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. 2544. หลักสูตรการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. 2546. การจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับ มัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์

- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย. 2540. ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอคนิชันที่มีต่อเมตาคอคนิชันที่มีต่อและสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุฎฎฎฎฎฎ. ภาควิชาจิตวิทยา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมบัติ โพธิ์ทอง. 2539. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงโดยใช้เมตาคอคนิชัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมศักดิ์ ภูวิภาดาวรรณ. 2537. เทคนิคการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สมศักดิ์ ไสภณพินิจ. 2547. ยุทธวิธีแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์กับการสอน. วารสารคณิตศาสตร์. ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ: 14-25.
- สมสว่าง ธนะพานิชย์สกุล. การสร้างแบบทดสอบวัดกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2539.
- สายสุณี สุทธิจักษ์. 2551. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สายสุนีย์ กลิ่นสุคนธ์. 2545. ผลการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมแรงร่วมใจที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนป้อมนาคราชสวทยานนท์ อ.พระสมุทรเจดีย์ จ.สมุทรปราการ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาพัฒนาการ). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. 2536. การแก้ปัญหา. เอกสารคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สิริพร ทิพย์คง. ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์ 506/508, 44 (พฤศจิกายน-ธันวาคม 2543 – มกราคม 2544): 15-16.
- สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. 2542. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาพจิต, กรม. 2551. ไม่ต้องเสียใจ ใคคิว-อีคิวเด็กไทยปกติ. กรุงเทพมหานครออนไลน์ (6 กันยายน 2551 [online]. แหล่งที่มา: <http://www.herbalone.net/index.php?option=comcontent&task=view&id=755&Itemid=42> [25 กันยายน 2552]
- สุนีย์ ศรีวันพิมพ์. 2533. ผลของการฝึกความคิดสร้างสรรค์เป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคลแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่ามะกาวิทยาคม จังหวัดกาญจนบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุพัตรา ผาติวิสันต์. 2534. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุภาวดี ตั๋งบุปผา. 2533. การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตกรุงเทพฯ. วิทยานิพนธ์ปริญญา

- มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร..
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2546. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- แสงอรุณ ประสพกาญจน์. 2542. ผลของการฝึกการตั้งเป้าหมายเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานวัฒนธรรมแห่งชาติ. คำขวัญวันเด็กประจำปี 2553 [online]. 2553. แหล่งที่มา: <http://hilight.kapook.com/view/17298> [25 มีนาคม 2553]
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. ผลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปี 2547 [online]. 2547. แหล่งที่มา: [http://bet.obec.go.th/pm/new\\_resultbet2547.html](http://bet.obec.go.th/pm/new_resultbet2547.html) [1 สิงหาคม 2552]
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. ผลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปี 2549 [online]. 2549. แหล่งที่มา: [http://bet.obec.go.th/pm/new\\_resultbet2549.html](http://bet.obec.go.th/pm/new_resultbet2549.html) [1 สิงหาคม 2552]
- อนันต์ โพธิกุล. 2543. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัย วิธีสอนแบบนิรนัยและวิธีสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- อเนก จันทจรจัญญ. 2545. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อรุณี ระย้าแก้ว. 2539. การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกระทุ้งวิทยา จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- อัมพร ม้าคอง. 2536. การสอนทักษะการคิด. วารสารคณิตศาสตร์ 422-423 (พฤศจิกายน-ธันวาคม): 40-48.
- อัมพร ม้าคอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. 2547. เอกสารการสอน รายวิชา 2704686 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์. (อัดสำเนา)
- อัมพร ม้าคนอง. 2547. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อารี พันธุ์มณี. 2534. จิตวิทยาศาสตร์การเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: เลิฟแอนด์ลิเพรส
- อารี พันธุ์มณี. 2540. ความคิดสร้างสรรค์กับการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: คอมแพคท์พริ้น
- อารี พันธุ์มณี. 2543. คิดอย่างสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: เลิฟแอนด์ลิเพรส.
- อารี พันธุ์มณี. 2546. การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อุษณีย์ โพธิ์สุข. 2537. การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

### ภาษาอังกฤษ

- Adam, R. E. 1995. Teaching Problem Solving in the Elementary School. Boston: Allyn and Bacon.
- Adam, S., Ellie, L. C. and Beeson, B. F. 1997. Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach. New York: Haper & Row.
- Albano, C. 1987. The effects of an experimental training program on the creative thinking abilities of adults. Dissertation Abstracts International. 48: p.869.
- Anastasi, A. 1997. Psychological Testing. 7<sup>th</sup>ed. Upper saddle River, N.J.: Prentices Hall.
- Anderson, R. D., and others. 1970. Developing Children's Thinking Through Science. Englewood Cliffs N.J.: Prentices Hall.
- Anne, P. 2006. Creative Maths Activities for Able Students. London. Paul Chapman Publishing.
- Arnold, R. R. 1988. Creative Ability in Mathematics. Dubuque Iowa: Wm. C. Brown.
- Ausburn, L. J., and Ausburn, F. B. 1978. Cognitive styles: Some information and implications for instructional design. Educational Communications and Technology Journal. 26: 337-354.

- Ausubel, D. P. 1968. Educational Psychology: A Cognitive View. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Baker, D. E. 1992. The Effect of Self - Generated Drawing on the Ability of Students with Learning Disabilities to Solve Mathematical Word Problems. Dissertation Abstracts International. 53-08(1992): 2762-A
- Balka, D.S. 1974. Using research in teaching: Creative ability in mathematics. The Arithmetic Teacher. 21(November): 633-636.
- Banks, J. 1959. Learning and Teaching Arithmetic. Boston: Allyn and Bacon.
- Belen, T. C. 1976. Teaching Elementary Mathematics. Boston. Allyn and Bacon.
- Bell, F. H. 1981. Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools). 5<sup>th</sup> ed. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bernard, H. W. 1972. Psychology of Learning and Teaching. 3<sup>th</sup> ed. York: McGraw-Hill.
- Beyer, B. K. 1991. Teaching Thinking Skill: A Handbook of Elementary School Teachers. Boston: Allyn & Bacon.
- Bitter, G. G. 1989. Mathematics Method for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach. Boston. Allyn and Bacon.
- Branca, N. A. 1980. Problem solving as a goal, process and basic skill. In Krulik, S., and Reys, R. E. (eds.), Problem Solving in School Mathematics: Yearbook, pp. 3-8 Reston, VA: NCTM.
- Bransford, G., and Stains, J. 1984. Reassessing the Role of Collaboration Writing in Advanced Composition [Online]. Available from: [Ericdb.com/research/info.htm](http://ericdb.com/research/info.htm) [2008,December 12]
- Brown, S. I. and Walter, M. I. 1983. The Art of Problem Posing. Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.
- Brown, S. I., and Walter, M. I. 1993. Proplem Posing: Reflection and Applications. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Bruckner, A. M. 1981. Remarks on a Problem. Budapest. Boston: Allyn & Bacon.
- Burns, D.E. 1995. Think Skill Planning Guide. Mimeographed.

- Cangelosi, J. S. 1996. Teaching Mathematics in Secondary and Middle School: An Interactive Approach. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Charles, R. L. 1985. The role of Problem Solving. Arithmetic Teacher 22 (February): 50.
- Child, D. 2004. Psychology and the Teacher. 7<sup>th</sup>ed. New York: Continuum.
- Clarkson, S. P. 1979. A Study of the Relationship among Translation and Problem Solving Abilities. Dissertation Abstracts International 39 (January 1979): 4101-A.
- Clyde, C. G. 1967. Teaching Mathematics in the Elementary School. New York: Ronald Press.
- Cohen, L., Manion, L., and Morrison, K. 2000. Research Methods in Education 5<sup>th</sup> ed. London. Routledge/Falmer, Taylor&Francis Group.
- Connor, W., and Hawkins. 1936. What materials are most useful to children in learning to solve problem. Education Method16: 21-29.
- Contreras, J. 2005. Posing and Solving Problem: The Essence and Legacy of Mathematics. Teaching Children Mathematics (October 2005): Wm.C.Brown Company Publisher.
- Crawford, F. F. 1978. Introduction Mathematics. New York: John Wiley & Sons.
- Crowley, A. J. 1991. Using Heuristics to Teach Problem - Solving in Algebra: A Metacognitively Controlled Approach [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 3]
- Davis, G. A. 2003. The school wide enrichment model: Developing creative and productive giftedness. In Canlangelo, N., and Davis, G. A. Handbook of Gifted Education 184-203. United State of American: Pearson Education.
- Dickerson, V. M. 1999. The Impact of Problem - Posing Instruction on The Mathematical Problem - Solving Achievement of Seventh Graders. Unpublished Dissertation: University Of Emory, Atlanta.
- Dossey, J. 2005. Developing Student's Literacy Levels Through Interdisciplinary Applications of Mathematical Problem Solving. Bangkok.

- Duncan, J., and James, E. 1985. The Heuristics Utilized by Fifth Grade Students in Solving Verbal Mathematics in a Small Group Setting [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 2]
- Floyd, C. 2002. Problem Solving as a Strategy for Learning Mathematics. Lesson plan Project-Lit.
- Floyd, R. W. 2005. Heuristics for Math Problem Solving [Online]. Available from: [math.com/math/heuristics.php](http://math.com/math/heuristics.php) [2009, June 9]
- Furman, A. 1998. Teacher and pupil characteristics in the perception of the creativity of classroom climate. Journal of Creative Behavior 32 (Fourth Quarter): 258.
- Gallaher, J. J., and Gallaher, S. A. 1994. Teaching the Gifted Child. 4<sup>th</sup> ed. Boston: A Division of Paramount.
- Garnett, K. F. 1991. Developing Heuristics in The Mathematics Problem – Solving Process of Sixth – Grade Children: A Non - constructivist Teaching Experiment. Dissertation Abstracts (July) pp. 102-103-A.
- Gerhard, T. E. 1971. Teaching creative behavior. In How to teach Creativity to children of All Ages. New Jersey: Prentice-Hall. Englewood Cliffs.
- Gibson, S., and Dembo, M. H. 1984. Teacher efficacy: A construct validation. Journal of Educational Psychology 76(4), 569-582.
- Goldstein, K.M., and Blackman, S. 1981. Theoretical approaches to cognitive style. In Personality Theory, Measurement and Research. London: Methuen.
- Gonzales, N. A. 1994. A problem posing: A neglected component in Mathematics Courses for prospective elementary and middle school teachers. School Science and Mathematics 94, 2 (February): 78-84.
- Guilford, J. P. 1959. Fundamental Statistics in Psychology and Education. New York: McGraw-Hill.
- Guilford, J.P. 1969. The nature of Human Intelligence. New York: McGraw-Hill.
- Guilford, J. P. 1980. Traits of Creativity. 167-188. Edited P.E. Vernon, Harmondsworth, Middiessx: Penguin Book.



- Guilford, J. P., and Hoepner, F. R. 1971. The analysis of Intelligence. New York: McGraw-Hill.
- Hall, D. W. 1979. A study of the relationship between estimation and mathematical problem solving among fifth grade students. Dissertation Abstracts International 37, 4: 6324-A.
- Hatfield, M. M., Edwards, N. T., and Bitter G.G. 1993. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. Boston: A Division of Simon & Schuster.
- Heddens, J. W., and Speer, W. R. 1997. Today's Mathematics. 7<sup>th</sup> ed. The United States of America.
- Helton, F. F. 1958. Introduction Mathematics. New York: John Wiley & Sons.
- Hopkins, K. D., and Stanley, J. C. 1981. Educational and Psychological Measurement and Evaluation. 6<sup>th</sup> ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Hudgins, B. B. 1997. Learning and Thinking: A Primer for Teachers. Illinois: F.E. Peacock..
- Hyginus. M. S. 1992. The Effect of Teaching Heuristics and Metacognitive Control on the Writing Ability of Tenth Graders [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 12]
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement. 2007. Trends in International Mathematics and Science Study [Online]. Available from: <http://nces.ed.gov/timss/results07.asp> [2009, April 26]
- Jackson, L. 2000. Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem - Solving Ability in Mathematics. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University.
- James, H. W., and William, S. R. 1992. Today's Mathematics. 2<sup>nd</sup> ed. The United States of America.
- Jonassen, D.H. and Grabowski, B. 1993. Individual differences and instruction. New York: Allyn & Bacon.
- Kay, D. 1991. A Comparison of Students Taught How to Use Heuristics in Problem-Solving with Students Who Have not had Explicit instruction in the use of

- Heuristics [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 2]
- Katiyar, P. C., and Jarial, G. S. 1990. Training programs for developing creativity in school children. The Journal of Creative Behavior 19 (Third Quarte): 219-220.
- Katretchko, S. L. 1971. Logic and Philosophy: Between Logic and Heuristic [Online]. Available from: <http://www.bu.edu/wcp/Papers/Logi/LogiKatr.htm> [2009, Nov 6]
- Katretchko, S. L. 1971. Between Logic and Heuristics [Online]. Available from: <http://www.bu.edu/wcp/section/Logic.html> [2009, October 30 ].
- Kelley, L. A. 1993. Making the unfamiliar familiar: Problem – Solving Heuristics as a Means of Confronting Students’ Misconceptions. In Algebra Dissertation Abstracts (November) pp. 1713-A.
- Kennady, L. M. 1984. Guiding Children’s Learning of Mathematics. 4<sup>th</sup> ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Kogan, N. 1971. Educational implications of cognitive styles. In Lesser, G.S. (ed.), Psychology and Educational Practice. Glenview, Ill:Scott Foresman.
- Koloff, P. B., and Felhusen, J. F. 1994. The effect of enrichment on self-concept and creative thinking. Gifted Child Quarterly 28 (Spring): 53-57.
- Krulik, S. 1977. Problem, problem solving and strategy games. The Mathematics Teachers 7, 9: 650-651.
- Krulik, S., and Rudnick J. A. 1982. Teaching problem solving to pre-service teachers. Arithmetic teacher 29(6): 42-45
- Krulik, S., and Rudnick, J. A. 1993. Reasoning and Problem – Solving: A Handbook for Elementary School Teachers. Boston: Allyn and Bacon.
- Krulik, S., and Rudnick J. A. 1999. Innovative tasks to improve critical and creativethinking skill. In Stiff, L. V., and Curcio, F. R. Development Mathematics Reasoning in Grade K-12: 1999 Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Krulik, S., and Reys, R. E. Problem solving in School Mathematics: National Council of Teacher of Mathematics, 1980 Year Book. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Leikin, R. and Lev, M. 2009. Multiple solution task as a magnifying glass for observation of Mathematical creativity [Online]. Available from: <http://www.emis.de/proceedings/PME31/3/161.pdf> [2009, November 31]
- LeBlance., J. F. 1977. You can teach problem solving. Arithmetic Teacher 25 (November): 17-25
- Lembke, L. O. 1991. The development of concepts and strategies used in solving percent problems. Dissertation Abstracts International 52-6: 2057-A
- Leung, S. S. 1997. On the Role of Creative Thinking in Problem Posing. International Reviews on Mathematical Education. Germany.
- Leung, S. S. 1999. Integrating problem posing into the mathematics curriculum: teachers as active researchers in a dissemination project. International Conference On Mathematics Teachers Education (May) National Taiwan Normal University.
- Lynn, C. H. 1993. Some factor that impede or enhance performance in mathematical problem solving. Journal Research of Mathematics Education (March): 167-169
- Lynn, M. D. 1991. Comparison of Cognitive and affective outcomes of gifted and talented science program for students of highly intelligence achieving at different levels. Dissertation Abstracts International 52: 2106-A
- Long ,M. 2000. The Psychology of Education. London: Routldge Falmer.
- Mamona, D. J., Leung, S. S., and Kenney, A. P. 1996. Posing mathematical problems: An exploratory study. Journal for Research in Mathematics Education 27 (3), 293–309.
- Mattingly, D. K. 1992. A comparison of students taught how to use heuristics in problem solving with students who have not had explicit instruction in the use of heuristics, Dissertation Abstracts International. 52-6: 434-A

- Mark, J. L. 1975. Teaching Elementary School Mathematics for Understanding. New York: McGraw-Hill Book.
- Mayer, E. R., and Hegarty, M. 1987. The process of understanding mathematical problems. In Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds.), Teaching Thinking Skills: Theory & Practice, pp. 31-33. New York: W. H. Freeman and Company.
- McInerney, D. M., and McInerney, V. 2002. Educational Psychology: Constructing Learning. Frenchs Forest: Prentice Hall.
- McMaster University. 1998. Teaching of Heuristics Strategies: A Pilot Study [Online]. Available from: <http://www.interpaper.net/search.asp?detail=1> [2009, June 30]
- Mendoza, L. P. 2009. Creativity in school mathematics - focus on rubrics. Workshop on Mathematics, Thinking and Creativity. Meeting room 10-210 of Mathematics Department Srinakharinwirot University. November 5.
- Messick, S. 1984. The nature of cognitive style: Problems and promise in education practice. Educational Psychologist 19(2): 59-74.
- Middleton, H., and Wheeler, A. 1999. Heuristics: The Technology of Good Ideas. Stimulating research in technology education 39(3): 12-15.
- Miles, E. P. 1997. Encouraging Creative in the Classroom. London: David Fulton Publishers.
- Middleton, C., and Wheeler, R. 1999. Principled Exploitation of Heuristic Information [Online]. Available from: [www.springerlink.com/index/ud2wpbpvcv0d9qwx.pdf](http://www.springerlink.com/index/ud2wpbpvcv0d9qwx.pdf) [2009, June 30]
- Morgan, G. 1989. Creative Organization Theory: A Resource book. Sage Publications.
- Moustakas, C. 1990. Heuristic Research. California. Sage. Publication, Inc.
- Musser, G. L., and Shaughnessy, J. M. 1980. Problem-solving strategies in school mathematics. In Krulik, S., and Reys, R. E. (eds), Problem Solving in School Mathematic, pp. 136-145. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 1980. An Agenda for Action Recommendation for School Mathematics: Dale Seymour. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nakin, M. J. 2002. Information seeking and mediated searching. Journal of the American Society for Information Science and Technology 53(9). 728-735.
- Nicolaou, A. A., and Philippou, G. N. 2004. Efficacy beliefs, ability in problem posing, and mathematics achievement, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Biennial SELF Research Conference Berlin, Self-Concept, Motivation and Identity: Where to from here? 4 – 7 (July)
- Novak, J. D., and Gowin, D. B. 1984. Learning How to Learn. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Ohlsson, S., and Rees, E. 1991. The Function of Conceptual Understanding in the learning of Arithmetic Procedures. Cognition and Instruction.
- Putt, J. 1979. An exploratory investigation of methods of instruction in mathematical problem solving at the fifth grade level. Dissertation Abstracts International 39, 3: 5382-A.
- Pehkonen, H. 1997. Open-ended problem in Mathematics.(Research Report.) [Online]. Available from: [http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?\\_nfpb=true&\\_ERICExtSearch\\_SearchValue0=ED419714&ERICExtSearch\\_SearchType\\_0=no&accno=ED419714](http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue0=ED419714&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=ED419714) [2009, June 9]
- Pehkonen, H. 1999. Fostering of mathematics Creativity [Online]. Available from: [www.fiz-karl.de/zdma1.pdf](http://www.fiz-karl.de/zdma1.pdf) [2009, June 9]
- Polya, G. 1957. How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University.
- Polya, G. 1980. On solving mathematical problems in high school. Problem Solving in School Mathematics: Yearbook. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

- Prouse, H. L. 1965. The Construction and use of test for the Measurement of Certain Aspect of Creativity on Seventh Grade Mathematics. PH.D. Dissertation Abstract 26(1): 394; July.
- Rawlison, J. G. 2005. Creative and Brain Storming Thinking. Jaico Publishing House.
- Reys, R. E. 1965. Helping Children Learn Mathematics. 4<sup>th</sup> ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Rechtin, G. 1991. Learning system and problem solving. [Online]. Available from: [Rehks.com/knowledge/details.asp](http://Rehks.com/knowledge/details.asp) [2009, June 9]
- Reys, R. E., and others. 2004. Helping Children Learn Mathematics. 7<sup>th</sup> ed. New York: John Wiley & Sons.
- Riding, R. J., and Rayner, S. 1998. Cognitive Styles and Learning Strategies. London: David Fulton Publishers.
- Rice, J. P. 1970. The Gifted Developing Total Talent. Springfield, Illinois : Charles C. Thomas Publishers.
- Ritt, P. 1987. Mathematical Problem - solving: An Exploration of the Relationship between Strategies and Heuristic [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 2]
- Robert, R. E., Suydam, M. N., and Lindquist, M. M. 2004. Helping children learn mathematics. Needham Heights, Massachusetts.
- Roy, S. 1982. Mathematical creativity – can it be taught at an early ages. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 13(2) : 143 -147.
- Rundnitsky, D. S., Eteredge, P. A., Freeman, E. L., and Giltbert, J. C. 1995. Children's problem posing within formal and informal context. Journal for Research in Mathematics Education 34(1), 83–106.
- Sayed, A. H. 2000. Fundamentals of Adaptive Flittering. Illinois : Charles C. Thomas Publishers.
- Silver, E. A. 1994. On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics 14 (1), 19–28.

- Silver, E. A. 2004. On mathematical problem posing. Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Tsukuba, Japan: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Sheffield, L. J., and Cruikshank, D. E. 2005. Teaching and Learning Mathematics Pre-Kindergarten Through Middle School. 5<sup>th</sup> ed. New York. John Wiley & Sons.
- Sheffield, L. J. 2000. Teaching and Learning Mathematics Pre-Kindergarten Through Middle School. 4<sup>th</sup> ed. New York. John Wiley & Sons.
- Sheffield, L. J. 2003. Extending the Challenge in Mathematics: Developing Mathematical Promise in K – 8 pupils. Thousand Oaks, CA : Corwin Press.
- Sheffield, L. J. 2005. Using Creativity Techniques to Add Depth and Complexity to the Mathematics Curricula. [Online]. Available from: <http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/SYM1.html> [2008, December 11]
- Sheffield, L. J. 2008. Proceedings of the Discussing Group 9: Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education. The 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education Monterey, Mexico, July 6 – 13 [Online]. Available from: <http://dg.icme11.org/tsg/show/10> [2008, December 12]
- Sheffield, L. J. 2009. RE: Using the Heuristic for Developing Mathematical Creativity for Thai student [Online]. Available from: E-mail: [sheffield@nku.edu](mailto:sheffield@nku.edu) [2009, June 8]
- Shipman, T. R., and Shipman, M. O. 1985. A Guide to Logical Thinking. Illinois: Science Research Associates.
- Simon, H., and Newell, A. 1971. Human problem solving: the state of the theory in 1970. American psychologist [Online]. Available from: [http://en.wikipedia.org/wiki/Problem\\_solving](http://en.wikipedia.org/wiki/Problem_solving) [2009, June 9]
- Sternberg, R. J. 1999. Cognition and instruction. In Durso, F. T. (Ed.), Handbook of cognition, pp. 571–593. New York: John Wiley & Sons.
- Sternberg, R. J., and Williams, T. A. 1996. Ability and expertise: It's time to replace the current model of intelligence. American Educator 10–13, pp. 50–51.
- Stillman, S. R. 2007. Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. Boston: Allyn and Bacon.

- Tougaw, P. W. 1994. A study of effect of using an open Approach to teaching mathematics upon the mathematical problem solving behaviors of secondary school students. Dissertation Abstracts International 54, 8 (February): 2934-A.
- Thiessen, D., and others. 1989. Elementary Mathematics Method. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Macmillan Publishing.
- Triantafillou, E., Pompotsis, A., Demetriadis, s., and Georgiadou, E. 2004. The value of adaptivity based on cognitive style: An empirical study. British Journal of Educational Technology 35 (January): 95-106.
- Talton, C. F. 1988. Let's Solve the Problem We Find the Answer. Arithmetic Teacher 36, 1 (September): 40.
- The Integrated Mathematics Science and Technology. 2007. Research Project Integrated Mathematics Science and Technology in the Middle Grades [Online]. Available from: [http:// www.fcrstem.org/Uploads/1/docs/IMAST.pdf](http://www.fcrstem.org/Uploads/1/docs/IMAST.pdf) [2009, November 19]
- Troutman, A. P., and Lichtenbeg, B. K. 1995. Mathematics A Good Beginning. Brookscol.
- Torrance, E. P. 1962. Guiding Creative Talent. Englewood Cliffs. N. J. Prentice-Hall.
- Torrance, E. P. 1963. Education and the Creative Potential. Minneapolis: The Lund Press.
- Torrance, E. P. 1973. Encouraging Creative in the Classroom. 4<sup>th</sup> ed. Iowa: Wm. C. Brown Company Publisher.
- Tuli, M. R. 1987. Mathematical creativity: It's relationship to aptitude for achievement and attitude towards mathematics among boys. Journal of Creative Behavior 19 (Third Quarter): 224-226.
- Wirtz, R., and Kahn, E. 1982. Another Look At Application in Elementary School Mathematics. Arithmetic Teacher 28: 48-50.
- Witkin, H. A., Oltman, P. K., Raskin, E., and Karp, S. A. 1971. A Manual for the embedded figures tests. California: Consulting psychologist press.



- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., and Hadaway, N. Mathematical Problem Solving [Online]. 1999. Available from: [http://www.recsam.edu.my/Mathematical\\_Problem\\_Solving.pdf](http://www.recsam.edu.my/Mathematical_Problem_Solving.pdf) [2009, July 2]
- Wilson, J. W., and others. 1993. Mathematical Problem solving. Research Idea for the Classroom: High School Mathematics. New York: Macmillan Publishing.
- Wambach, S., and Marie, C. 1988. An Instructional Model of Mathematical Problem Solving/Metacognition Derived from Sixth Grader' Solution to Non-Routine Problem. Doctoral Dissertation, Fordham University 1987. Dissertation Abstracts International 48/09. 2269A.
- Woolfolk, K. 1995. Logic and scientific. 3<sup>rd</sup> ed. New York: The Ronald Press.
- Yen, F., and Flora, B. 1985. An Intervention Study in Mathematical Problem Solving among Selected Junior High School Students (Heuristics Math Tutoring Self-efficacy) [Online]. Available from: <http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp> [2009, November 2]
- Yotis, C., and Hosticka, A. 1980. Promoting the transition to formal thought through the development of problem solving skills in middle school mathematics and science curriculum. School Science and Mathematics 80 (November): 557-565



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อความถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดพื้นฐาน ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดพื้นฐานความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และ แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน  
คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์  
โรงเรียนวัดราชบพิธ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ฝ่ายมัธยม

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1077

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์ “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดย ดร.จินดิษฐ์ ละออปกษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียด

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1079

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดราชบพิตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี อาจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออปักยิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนาอบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680-2 ต่อ 612  
ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1078 วันที่ 24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุมัติบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ด้วย นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี อาจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออปักนิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขออนุมัติ อาจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้



(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1083



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดป่าประดู่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี อาจารย์ ดร.จินดิษฐ์ ละออบปักยิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1-2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612





ภาคผนวก ข


เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แผนที่ 2 แบบรูปและความสัมพันธ์

แผนที่ 9 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2  
เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

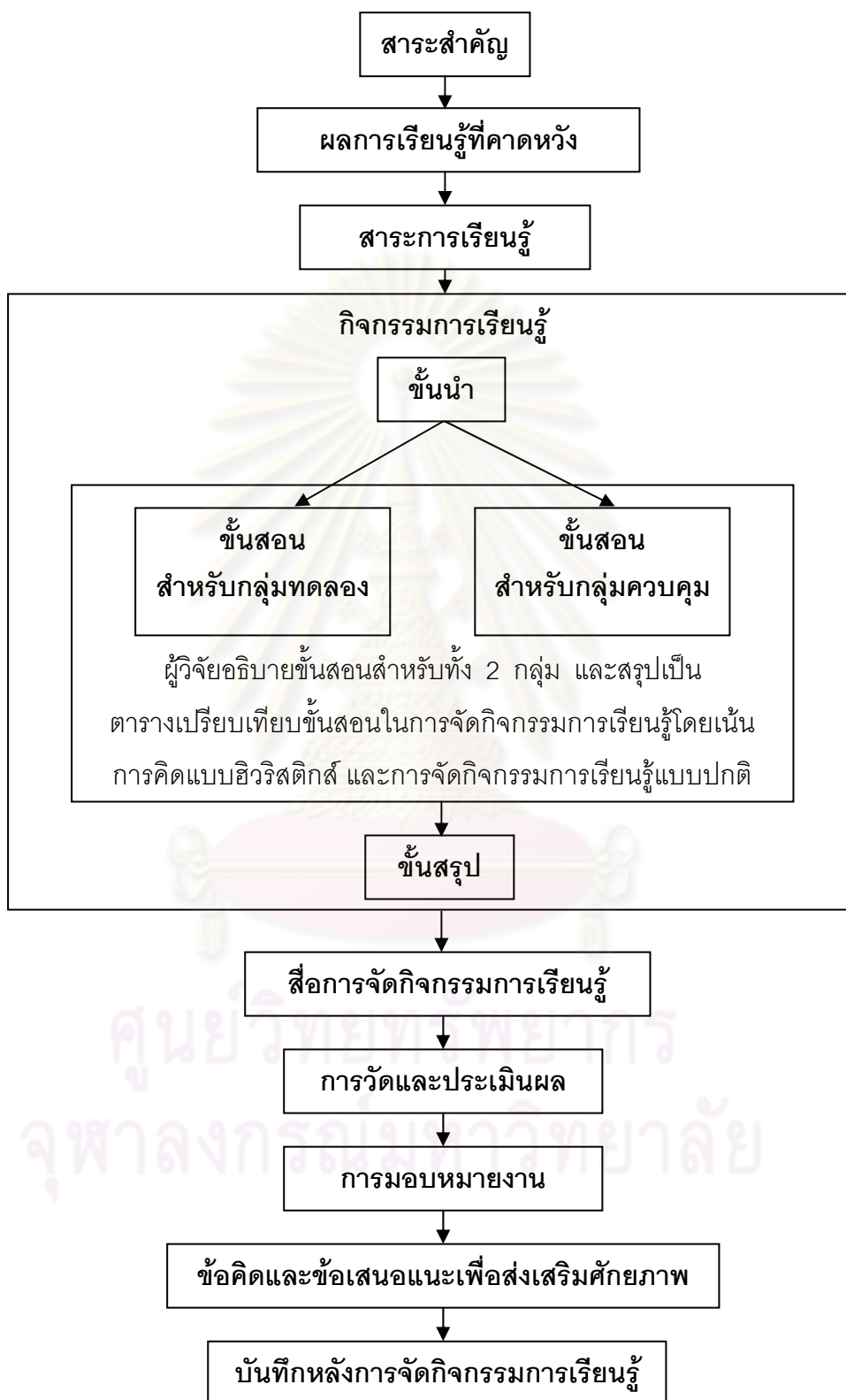
คำชี้แจง

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เป็นแผนที่เขียนรวมกันทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยมีองค์ประกอบต่างๆของแผนที่เหมือนกัน คือ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล การมอบหมายงาน ข้อคิด และข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยจัดให้กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมมีขั้นนำ และขั้นสรุปเหมือนกัน แตกต่างกันเฉพาะขั้นสอน ซึ่งกลุ่มทดลองครูใช้ขั้นสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของเซฟฟิลด์ กลุ่มควบคุมใช้ขั้นสอนแบบปกติตามคู่มือครู

ผู้วิจัยดำเนินการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กล่าวนี้เพื่อให้ได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

ผู้วิจัยสรุปองค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนเป็นแผนผังดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนผังสรุปองค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอน

## ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อ แบบรูปและความสัมพันธ์  
 ผู้สอน นางสาวนวลทิพย์ นวพันธ์ จำนวน 2 ชั่วโมง

### สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆได้

#### สาระสำคัญ

ความหมายของแบบรูป (pattern)

แบบรูปเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะร่วมกันของชุดของจำนวน รูปเรขาคณิต หรืออื่นๆ เราสามารถคิดพิจารณาเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้

เราสามารถใช้ตัวแปร ( $n$ ) แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้ และสามารถเขียนความสัมพันธ์ของแบบรูปในรูปทั่วไปของลำดับที่  $n$  ได้

#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของแบบรูปได้อย่างชัดเจน
2. หาแบบรูปในลำดับต่อไปได้ถูกต้อง
3. สังเกต อธิบาย ขยายความ ตั้งสมมติฐาน โดยใช้กลวิธีอย่างหลากหลาย และเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
2. ตั้งปัญหาย่อยจากปัญหาที่กำหนดให้เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และตั้งปัญหาใหม่ที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจสอบเมื่อสามารถแก้ปัญหาแรกเริ่มได้แล้ว
3. ใช้ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย ขยายความ และสร้างแบบทั่วไปของแบบรูปได้อย่างชัดเจน และถูกต้อง

### ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน และกิจกรรมกลุ่มย่อย
2. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
3. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงต่อเวลา

### สาระการเรียนรู้

**แบบรูป (pattern)** เป็นความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะร่วมกันของชุดของจำนวน รูปเรขาคณิต หรืออื่นๆ เราสามารถคิดพิจารณาเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ เราสามารถใช้ตัวแปร ( $n$ ) แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้ และสามารถเขียน ความสัมพันธ์ของแบบรูปในรูปทั่วไปของลำดับที่  $n$  ได้

#### แบบรูปและความสัมพันธ์

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนซึ่งกำหนดให้ดังแบบรูปต่อไปนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	...	$n$
จำนวน	3	6	9	12	15	...	$3n$

จากตารางจะเห็นว่า

จำนวนที่อยู่ในแถวของลำดับที่เป็นจำนวนนับ 1, 2, 3, 4, ... และจำนวนที่อยู่ในแถวของจำนวนเป็น 3 เท่าของจำนวนที่เป็นลำดับที่ ซึ่งอยู่ในหลักเดียวกัน เช่น ลำดับที่ 2 จะสัมพันธ์กับ 6 ซึ่งเท่ากับ  $3 \times 2$  และลำดับที่ 5 จะสัมพันธ์กับ 15 ซึ่งเท่ากับ  $3 \times 5$  ถ้าเรามี ลำดับที่ซึ่งยังไม่ได้ระบุจำนวนที่แน่นอน จะใช้อักษรภาษาอังกฤษ เช่น  $n$  แทนลำดับที่นั้น และ จำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่  $n$  ซึ่งเป็น 3 เท่าของ  $n$  จะเขียนเป็น  $3n$  ซึ่งหมายถึง  $3 \times n$  เรียกว่า **ตัวแปร**

เมื่อทราบว่าลำดับที่  $n$  สัมพันธ์กับจำนวน  $3n$  แล้วเราก็สามารถหาจำนวนของ ลำดับที่เท่าไรก็ได้ เช่น หาจำนวนของลำดับที่ 99 ได้จาก  $3 \times 99$  ซึ่งเท่ากับ 297

ในทางกลับกัน ถ้าต้องการหาว่าจำนวน 258 อยู่ในลำดับที่เท่าไรก็หาได้จาก 258 หารด้วย 3 หรือหาจำนวนมาแทน  $n$  ใน  $3n$  เพื่อให้ได้ผลคูณเท่ากับ 258 ซึ่งจะได้ว่า 258 เป็นจำนวนในลำดับที่ 86

### สถานการณ์แก่งซื้อข้าวสาร

พิจารณาปัญหาต่อไปนี้

แก่งซื้อข้าวสารจากร้านค้า ราคาถุงละ 80 บาท และให้ทางร้านนำมาส่งที่บ้าน ซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 50 บาท ถ้าเขาจ่ายเงินซื้อข้าวสารครั้งนี้ไปทั้งหมด 690 บาท อยากทราบว่าแก่งซื้อข้าวสารกี่ถุง

วิธีหาคำตอบอาจหาจำนวนข้าวสารโดยวิธีลองหาจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อเพิ่มจำนวนข้าวสารทีละถุงจนกว่าจะได้ 690 วิธีนี้จะต้องหาจำนวนเงินถึง 8 ครั้ง จึงจะได้ 690 ดังตาราง ซึ่งทำให้เสียเวลามาก

จำนวนข้าวสาร (ถุง)	ค่าข้าวสาร (บาท)	ค่าส่ง (บาท)	จำนวนเงินที่จ่าย (บาท)
1	$80 \times 1$	50	$(80 \times 1) + 50 = 130$
2	$80 \times 2$	50	$(80 \times 2) + 50 = 210$
3	$80 \times 3$	50	$(80 \times 3) + 50 = 290$
4	$80 \times 4$	50	$(80 \times 4) + 50 = 370$
5	$80 \times 5$	50	$(80 \times 5) + 50 = 450$
6	$80 \times 6$	50	$(80 \times 6) + 50 = 530$
7	$80 \times 7$	50	$(80 \times 7) + 50 = 610$
8	$80 \times 8$	50	$(80 \times 8) + 50 = 690$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	$80 \times n$	50	$(80 \times n) + 50$

ในทางคณิตศาสตร์เราจะหาแบบรูปของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนข้าวสารกับจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อ  $n$  แทนจำนวนข้าวสารเป็นถุง จำนวนเงินที่จ่ายเป็นค่าข้าวสาร  $n$  ถุง จะเท่ากับ  $(80 \times n) + 50$

ถ้าจำนวนเงินที่จ่ายเป็น 690 บาท เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนข้าวสารได้ดังนี้

$$(80 \times n) + 50 = 690$$

เรียกประโยคนี้ว่า **สมการ**

จาก สมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  เมื่อแทน  $n$  ด้วย 8 จะได้

$$(80 \times 8) + 50 = 640 + 50$$

$$= 690$$

ดังนั้น เก่งซื้อข้าวสารมา 8 ถุง

ในการหาคำตอบของแก่งดตารางข้างต้นนี้เป็นการลองแทนค่า  $n$  ด้วย 1, 2, 3, 4, ..., 8 ในสมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  จนเมื่อแทน  $n$  ด้วย 8 จึงทำให้สมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  เป็นจริง

**สมการ** เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ = บอกการเท่ากัน

สมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น  $(80 \times n) + 50 = 690$  เป็นสมการที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และ  $3 - 5 = -2$  เป็นสมการที่ไม่มีตัวแปร

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำ** (ใช้เหมือนกันทั้ง 2 กลุ่ม)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการนับเพิ่มและนับลดอย่างง่าย โดยครูเขียนจำนวนบนกระดานแล้วให้นักเรียนร่วมกันทายว่าจำนวนต่อไปคือจำนวนใด และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่างๆ เช่น ครูเขียน 2, 4, 6, 8, ... จำนวนถัดไปคือ 10 เพราะแบบรูปของจำนวนชุดนี้จะเพิ่มขึ้นทีละสอง

## ขั้นสอน

ผู้วิจัยเสนอเป็นตารางเปรียบเทียบขั้นสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้กลวิธีส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของเซฟฟิลด์แทรกในขั้นสอนตามความเหมาะสมกับกลุ่มทดลอง



**ตารางเปรียบเทียบชั้นสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบ  
ฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p><b>1. ชั้นสร้างความสัมพันธ์</b></p> <p>1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการนับเพิ่มและนับลด โดยใช้กิจกรรมเกม “1 2 3 โอ๊ย”</p> <p>1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันยกตัวอย่างแบบรูปที่ได้แนวคิดจากกิจกรรมเกม “1 2 3 โอ๊ย” โดยอาจเขียนเส้นโยงความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ หรืออาจใช้การตีตารางแสดงความสัมพันธ์ของจำนวน หรือวิธีอื่นที่นักเรียนสนใจ</p> <p><b>2. ชั้นสำรวจตรวจค้น</b></p> <p>2.1 ครูยกตัวอย่าง และซักถามนักเรียนโดยใช้แบบรูปที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เช่น สถานการณ์แก๊งซื้อข้าวสาร</p> <p>2.2 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4-5 คน โดยในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนคละความสามารถทั้งเก่ง กลาง และอ่อน แล้วร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น้องทรายคุณแม่ขอร้อง และกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ปริศนาแผนผังที่นั่งแสนสนุก โดยมีคะแนนเป็นทีมทั้งคะแนนจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม และคะแนนการมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม</p>	<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการนับเพิ่มและนับลด</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างแบบรูปที่น่าสนใจบนกระดาน แล้วครูสุ่มนักเรียนยกตัวอย่างแบบรูปจากนั้นให้นักเรียนคนอื่นๆ หาจำนวนถัดไปอีก 3 จำนวน โดยให้นักเรียนร่วมกันถามตอบเพื่อหาจำนวนถัดไปของแบบรูป</p> <p>3. ครูยกตัวอย่าง และซักถามนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูปที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยใช้สถานการณ์แก๊งซื้อข้าวสาร</p> <p>4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4-5 คน โดยในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนคละความสามารถทั้งเก่ง กลาง และอ่อน แล้วร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น้องทรายคุณแม่ขอร้อง และกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ปริศนาแผนผังที่นั่งแสนสนุก โดยมีคะแนนเป็นทีมทั้งคะแนนจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม และคะแนนการมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>2.3 ครูกระตุ้นและแนะนำให้นักเรียนคิดอย่างอิสระด้วยวิธีการที่หลากหลายตามที่แต่ละคนสนใจ หรือตามความถนัด โดยเน้นย้ำให้นักเรียนสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วจัดข้อมูลและการคิดให้เป็นระบบด้วยวิธีที่แต่ละคนถนัด เช่น การเขียนเส้นโยงความสัมพันธ์ การวาดแผนผัง เป็นต้น</p> <p><b>3. ชั้นประเมินและติดต่อสื่อสาร</b></p> <p>3.1 ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสมกับปัญหา และสมเหตุสมผลหรือไม่ อย่างไร โดยใช้คำถามต่างๆ และแนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงส่วนต่างๆ ของปัญหาหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นระบบ แล้วคิดย้อนกลับไปมา ตัวอย่างคำถามเช่น เช่น</p> <p>นักเรียนคิดว่าหลักการทั่วไปหรือแบบรูปที่นักเรียนสร้างขึ้นในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 จะใช้ได้สำหรับทุกกรณีหรือไม่ หลักการทั่วไปหรือแบบรูปนั้นต้องมีข้อยกเว้น หรือเงื่อนไขใดเพิ่มเติมหรือไม่ โดยอาจใช้วิธีสมมติหมายเลขเก้าอี้แล้วคิดย้อนกลับหาหมายเลขแถว</p>	<p>และครูแนะนำให้นักเรียนปรึกษาหารือกันเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหาของสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด</p> <p>5. ครูให้นักเรียนสรุปแนวคิดของกลุ่มแล้วเตรียมตัวออกมานำเสนอหน้าห้อง โดยอาจส่งเป็นตัวแทนกลุ่มมานำเสนอหรือสมาชิกในกลุ่มทุกคนออกมาช่วยกันก็ได้</p> <p>6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดหน้าห้อง ทั้งนี้ครูพิจารณาตามสถานการณ์ และบรรยากาศในห้องเรียนขณะนั้นว่าควรยกตัวอย่างให้นักเรียนหรือไม่ และมากน้อยเพียงใด</p> <p>7. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ และวิธีการคิดจากคำถามในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น่องทราย คุณแม่ขอร้อง กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ปริศนาแผนผังที่นั่งแสนสนุกโดยให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีคิดของตนและเปิดโอกาสให้เพื่อนคนอื่นร่วมวิเคราะห์ วิพากษ์วิจารณ์วิธีคิดของตนโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาอภิปรายตามความเหมาะสม</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>-นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์ของหมายเลขเก้าอี้ที่นักเรียนสังเกตเห็นในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 มีความสัมพันธ์ใดที่ใช้แนวคิดเดียวกันจนสมควรจะรวมเป็นความสัมพันธ์เดียวบ้างหรือไม่ นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์อื่นเพิ่มเติมจากที่คิดไว้แล้วได้อีกหรือไม่ โดยอาจพิจารณาตำแหน่งของเก้าอี้ในกลุ่มที่แตกต่างจากเดิม เช่น เก้าอี้ตัวที่อยู่ตรงกลางของแต่ละแถว</p> <p>3.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มระดมสมองเพื่อประเมินคำตอบในการทำกิจกรรมของกลุ่มตนเอง โดยกำหนดเวลา 5-10 นาที</p> <p>3.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดหน้าห้อง</p> <p>3.4 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ และวิธีการคิดจากคำถามในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ประเมินแผนผังที่นั่งแสนสนุก โดยใช้การเสริมแรงกระตุ้นให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีคิดของตน และเปิดโอกาสให้เพื่อนคนอื่นร่วมวิเคราะห์ วิพากษ์วิจารณ์วิธีคิดของตน โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ออกมาอภิปรายตามความเหมาะสม และครูคอยช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่นแสดงความคิดกับผลงานของเพื่อน โดยไม่ต้องกังวล เรื่องความถูกต้องของความคิด</p>	<p>8. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าวิธีคิด หรือแนวคิดที่ร่วมกันนำเสนอ นั้นวิธีใดเหมือนกัน คล้ายกัน และแตกต่างกันในประเด็นใดบ้าง แต่ละวิธีมีข้อดี ข้อจำกัด และมีความเหมาะสมกับสถานการณ์ใดบ้าง</p> <p>9. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 4 สมรรถมิไอดี โดยครูให้นักเรียนคิดอย่างอิสระตามความสนใจ หรือความถนัดของสมาชิกในแต่ละกลุ่ม กำหนดเวลาในการคิดภายในกลุ่ม 10 นาที และครูแจ้งว่าถ้ากลุ่มใดคิดเสร็จก่อนเวลาให้ส่งตัวแทนกลุ่มมารับกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p> <p>10. เมื่อครบกำหนดเวลา ครูแจกกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>3.5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าวิธีคิดหรือแนวคิดที่ร่วมกันนำเสนอวิธีใดเหมือนกัน คล้ายกัน และแตกต่างกันในประเด็นใดบ้าง แต่ละวิธีมีข้อดี ข้อจำกัด และมีความเหมาะสมกันสถานการณ์ใดบ้าง</p> <p>3.6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอแนะแนวคิดที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติมตามความเหมาะสม หรือซักถามประเด็นที่น่าสนใจและเกี่ยวข้องเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อเนื่องจากปัญหาที่พบในกิจกรรม</p> <p><b>4. ขั้นสร้างคำถามหรือปัญหา</b></p> <p>4.1 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 4 สมรรถมีไอเดีย โดยครูแนะนำให้นักเรียนใช้เทคนิคต่างๆ เช่น การพิจารณาเลือกกลุ่มหมายเลขที่เหมาะสม การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของกลุ่มหมายเลข โดยกำหนดเวลาในการคิดระดมสมองกันภายในกลุ่ม 10 นาที โดยครูแจ้งว่าถ้ากลุ่มใดคิดเสร็จก่อนเวลาให้ส่งตัวแทนกลุ่มมารับกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p> <p>4.2 เมื่อครบกำหนดเวลา ครูแจกกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p>	<p>11. ครูให้นักเรียนอาสาสมัครแสดงผลงานหน้าห้องโดยให้แสดงผลงานของกลุ่ม แล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันหาคำตอบหรือแสดงความคิดเห็นในประเด็นที่น่าสนใจ จากนั้นนักเรียนกลุ่มเจ้าของผลงานเฉลยคำตอบ และแนวคิด</p>

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
4.3 ครูให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงผลงานหน้าห้องโดยให้แสดงผลงานของกลุ่มแล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันหาคำตอบ หรือแสดงความคิดเห็นในประเด็นที่น่าสนใจ จากนั้นนักเรียนกลุ่มเจ้าของผลงานเฉลยคำตอบ และแนวคิด	

### ขั้นสรุป (ใช้เหมือนกันทั้ง 2 กลุ่ม)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า ความหมายของแบบรูป (pattern) คือ แบบรูปเป็นความสัมพันธ์ที่แสดง ลักษณะร่วมกันของชุดของจำนวน รูป เรขาคณิต หรืออื่นๆ เราสามารถใช้เหตุผลเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ สามารถใช้ตัวแปร (n) แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้ และสามารถเขียนความสัมพันธ์ของแบบรูปในรูปทั่วไปของลำดับที่ n ได้
2. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นการบ้าน

### สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- เอกสารแนะแนวทางที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์
- กิจกรรมเกม “1 2 3 โฉ้ย”
- เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น้องทรายคุณแม่ขอร้อง
- เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ปริศนาแผนผังที่นั่งแสนสนุก
- เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 4 สมรมภูมิไอเดีย
- เอกสารแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์

## การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตการตอบคำถาม อภิปรายในชั้นเรียนและ การมีส่วนร่วมในกิจกรรม 2. ความถูกต้องในการทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2-4 3. การนำเสนอแนวคิดของตนเองและของกลุ่ม 4. มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย 5. ทำงานถูกต้องเป็นระเบียบเรียบร้อย และเป็นระบบ 6. ส่งงานตรงต่อเวลา	

### การมอบหมายงาน

- ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นการบ้าน

### แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องจัดนิทรรศการและผลงานนักเรียนของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หรือ  
ของโรงเรียน เป็นต้น

### ข้อคิดและข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ

- ในการทำกิจกรรมในแต่ละชั้นครูควรสังเกตนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อคอยให้  
คำปรึกษาและชี้แนะในกรอบที่เหมาะสม ทั้งเพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการเรียนรู้  
ของนักเรียนได้อย่างเต็มศักยภาพ และเป็นข้อมูลในการวัดประเมิน
- ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในประเด็นต่างๆ ในระหว่างที่ครู  
จัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละชั้นอย่างกว้างขวาง
- หากครูพบว่า มีข้อบกพร่องในกิจกรรมบางชั้นควรปรับปรุงให้ดีขึ้นในครั้งต่อไปโดย  
ยึดหลักผู้เรียนเป็นสำคัญ



## ภาคผนวกของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

ประกอบด้วย

1. กิจกรรมเกม “1 2 3 โห้ย”
2. เอกสารแนะแนวทางที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์
3. กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น้องทรายคุณแม่ขอร้อง
4. กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 3 ปริศนาแผนผังที่นั่งแสนสนุก
5. กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 4 สมรภูมิไอดี
6. แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## กิจกรรมเกม “1 2 3 โฉ้ย”

กติกา คือ ครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่าในการเล่นเกมนั้นแต่ละรอบใช้การนับเพิ่ม หรือนับลด และเงื่อนไขใช้นับเพิ่มหรือนับลดครั้งละเท่าไร จากนั้นครูสุ่มชี้ให้นักเรียนให้นับตามเงื่อนไขถ้าใครที่นับได้จำนวนตามที่เงื่อนไขกำหนดให้เปล่งเสียงร้อง “โฉ้ย” พร้อมทำท่าประกอบตามใจชอบหนึ่งท่าที่ไม่ซ้ำกับเพื่อน แทนการเปล่งเสียงจำนวนนั้น ใครที่ทำผิดจากกติกาถือว่าเป็นผู้แพ้ในเกมตานี้แล้วจึงเริ่มเล่นใหม่

### ตัวอย่าง

ครูกำหนดนับเพิ่มครั้งละ 3 โดยนับเริ่มจาก 1 เมื่อครูสุ่มชี้ให้นักเรียนคนแรกนักเรียนคนนั้นจะต้องเปล่งเสียง “หนึ่ง” ครูสุ่มชี้ให้นักเรียนคนที่สอง เขาจะต้องเปล่งเสียง “สอง” ครูสุ่มชี้ให้นักเรียนคนที่สาม เขาจะต้องเปล่งเสียง “โฉ้ย” พร้อมทำท่าประกอบหนึ่งท่าเนื่องจากสามเป็นจำนวนตามเงื่อนไข ดังนั้นนักเรียนที่ถูกสุ่มแล้วได้จำนวน 3, 6, 9, 12, 15, .... จะต้องเปล่งเสียง “โฉ้ย” แทนจำนวนดังกล่าว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## เอกสารแนะแนวทางที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อย แบบรูปและความสัมพันธ์

### สถานการณ์แก่งซื้อข้าวสาร

พิจารณาปัญหาต่อไปนี้

แก่งสั่งซื้อข้าวสารจากร้านค้า ราคาถุงละ 80 บาท และให้ทางร้านนำมาส่งที่บ้าน ซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 50 บาท ถ้าเขาจ่ายเงินซื้อข้าวสารครั้งนี้ไปทั้งหมด 690 บาท อยากทราบว่าแก่งซื้อข้าวสารกี่ถุง

วิธีหาคำตอบอาจหาจำนวนข้าวสารโดยวิธีลองหาจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อเพิ่มจำนวนข้าวสารทีละถุงจนกว่าจะได้ 690 วิธีนี้จะต้องหาจำนวนเงินถึง 8 ครั้ง จึงจะได้ 690 ดังตาราง ซึ่งทำให้เสียเวลามาก

จำนวนข้าวสาร (ถุง)	ค่าข้าวสาร (บาท)	ค่าส่ง (บาท)	จำนวนเงินที่จ่าย (บาท)
1	$80 \times 1$	50	$(80 \times 1) + 50 = 130$
2	$80 \times 2$	50	$(80 \times 2) + 50 = 210$
3	$80 \times 3$	50	$(80 \times 3) + 50 = 290$
4	$80 \times 4$	50	$(80 \times 4) + 50 = 370$
5	$80 \times 5$	50	$(80 \times 5) + 50 = 450$
6	$80 \times 6$	50	$(80 \times 6) + 50 = 530$
7	$80 \times 7$	50	$(80 \times 7) + 50 = 610$
8	$80 \times 8$	50	$(80 \times 8) + 50 = 690$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$80 \times n$	50	$(80 \times n) + 50$

ในทางคณิตศาสตร์เราจะหาแบบรูปของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนข้าวสารกับจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อ  $n$  แทนจำนวนข้าวสารเป็นถุง จำนวนเงินที่จ่ายเป็นค่าข้าวสาร  $n$  ถุง จะเท่ากับ  $(80 \times n) + 50$

ถ้าจำนวนเงินที่จ่ายเป็น 690 บาท เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนข้าวสารได้ดังนี้

$$(80 \times n) + 50 = 690$$

เรียกประโยคนี้ว่า **สมการ**

จาก สมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  เมื่อแทน  $n$  ด้วย 8 จะได้

$$(80 \times 8) + 50 = 640 + 50$$

$$= 690$$

ดังนั้น เก่งซื้อข้าวสารมา 8 ถุง

ในการหาคำตอบของเก่งดังตารางข้างต้นนี้เป็นการลองแทนค่า  $n$  ด้วย 1, 2, 3, 4, ..., 8 ในสมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  จนเมื่อแทน  $n$  ด้วย 8

จึงทำให้สมการ  $(80 \times n) + 50 = 690$  เป็นจริง

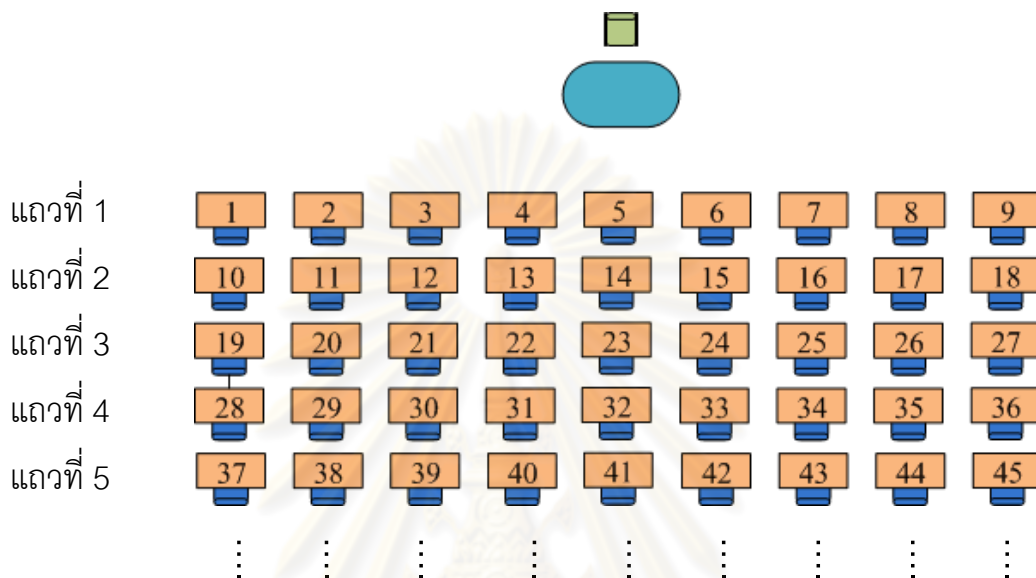
**สมการ** เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ = บอกการเท่ากัน

สมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น  $(80 \times n) + 50 = 690$  เป็นสมการที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และ  $3 - 5 = -2$  เป็นสมการที่ไม่มีตัวแปร

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 2 น้องทรายคุณแม่ขอร้อง

ในการสอบเข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีแผนผังที่นั่งสอบดังรูป



พิจารณาใบสมัครสอบพบว่า มีนักเรียนขอเงื่อนไขพิเศษคือ น้องทรายเป็นเด็กสายตาเอียงซ้ายชั้นรุนแรง คุณแม่จึงขอร้องให้ครูผู้จัดห้องสอบจัดที่นั่งสอบซึ่งอยู่ทางด้านซ้ายสุดแถวใดก็ได้เพื่อให้น้องทรายทำข้อสอบโดยไม่มีนักเรียนคนใดเข้าใจผิดว่าน้องทรายลอกข้อสอบเพื่อน

สมมตินักเรียนเป็นครูผู้จัดห้องสอบคนนั้น ได้รับมอบหมายให้จัดที่นั่งสอบสำหรับนักเรียน 600 คน ซึ่งใช้หอประชุมที่มีความยาวจากด้านหน้าถึงด้านหลังมาก โดยให้ S แทนหมายเลขที่นั่ง และให้ R แทน หมายเลขแถว จงสร้างหลักการทั่วไปเพื่อหาหมายเลขที่นั่งสอบสำหรับน้องทราย โดยเมื่อระบุแถวจะสามารถบอกหมายเลขที่นั่งได้เลย และเมื่อระบุหมายเลขที่นั่งจะสามารถบอกแถวได้เลยเช่นกัน

วิธีคิด .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 4 สมรรถมิไอดีย

ให้นักเรียนสร้างแบบรูป และสมมติสถานการณ์ตามความสนใจของตนเอง พร้อมทั้งอธิบายความสัมพันธ์ในแบบรูปมาพอสังเขป

ตัวอย่าง เช่น

**สถานการณ์** แผนผังเวทีคอนเสิร์ต ต้องการพาผู้ชมเข้านั่งตามหมายเลขเก้าอี้ โดยเพียงแค่บอกแถวของที่นั่งเท่านั้น



วิธีคิด

เมื่อ กำหนดให้ S แทน หมายเลขเก้าอี้ และให้ R แทน หมายเลขแถว  
จะได้ความสัมพันธ์ของเก้าอี้ตัวแรกในแต่ละแถว คือ

.....

พิจารณาพบว่าเมื่อทราบหมายเลขเก้าอี้จะสามารถบอกหมายเลขแถวได้โดยแทนค่าใน  
ความสัมพันธ์ และในทำนองเดียวกันเมื่อทราบหมายเลขแถวจะสามารถบอกได้ว่ามีเก้าอี้  
หมายเลขใดบ้าง

ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิกในกลุ่ม

- 1. ....
- 2. ....
- 3. ....
- 4. ....

สถานการณ์

.....

.....

.....

.....



วิธีคิด .....

.....

.....

.....

.....

.....

## แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

### เรื่องย่อๆ แบบรูปและความสัมพันธ์

1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

- ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ  
จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

.....

.....

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-24, -12, 0, 12, 24, ...
--------------------------

- แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

.....

.....

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9, 5, 1, -3, -7, ...
----------------------

- แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

.....

.....



4. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ดังตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...	35	...	n
จำนวน	4	7	10	13				

1.1 จำนวนในลำดับที่ 35 คือ

.....

1.2 ถ้าให้ n แทนลำดับที่ของจำนวนในตาราง จำนวนในลำดับที่ n คือ

.....

5. คุณครูลิลี่สั่งซื้อพิซซ่าจากร้านพิซซ่าริชชี ราคาถาดละ 200 บาท เพื่อมาเป็นรางวัลให้กับนักเรียนที่สอบวิชาภาษาไทยได้เกรด 4 โดยให้ทางร้านมาส่งที่โรงเรียน ซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 20 บาท จงพิจารณาความสัมพันธ์ที่แสดงในตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



จำนวนพิซซ่า (ถาด)	ราคา (บาท)	ค่าส่ง (บาท)	จำนวนเงินที่จ่าย (บาท)
1	$200 \times 1$	20	$(200 \times 1) + 20 = 220$
2	$200 \times 2$	20	$(200 \times 2) + 20 = 420$
3	$200 \times 3$	20	$(200 \times 3) + 20 = 620$
4	$200 \times 4$	20	$(200 \times 4) + 20 = 820$
.			
.			
.			
n			

5.1 ถ้ามีนักเรียนได้เกรด 4 จำนวน 12 คน คุณครูลิลี่จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร

.....

5.2 ถ้าคุณครูลิลี่จ่ายเงินทั้งสิ้น 6,220 บาท แสดงว่ามีนักเรียนได้เกรด 4 ทั้งหมดกี่คน

.....

5.3 ถ้าให้  $n$  แทนจำนวนของนักเรียนที่ได้เกรด 4 ในตาราง จำนวนเงินที่คุณครูลิลี่ต้องจ่ายคือเท่าไร

.....

3. จงสร้างแบบรูปในสถานการณ์ตามจินตนาการ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งตั้งคำถามจากแบบรูปที่สร้างขึ้น 3 ข้อ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

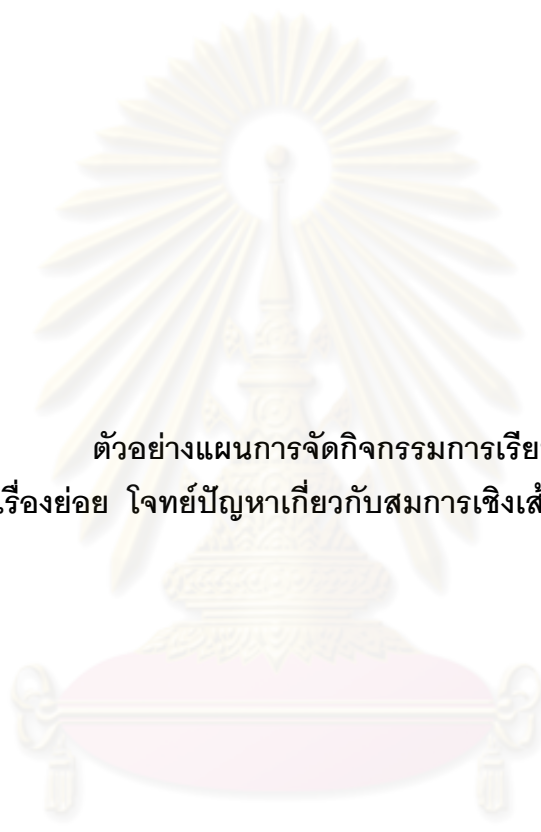
.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9  
เรื่องย่อ ย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

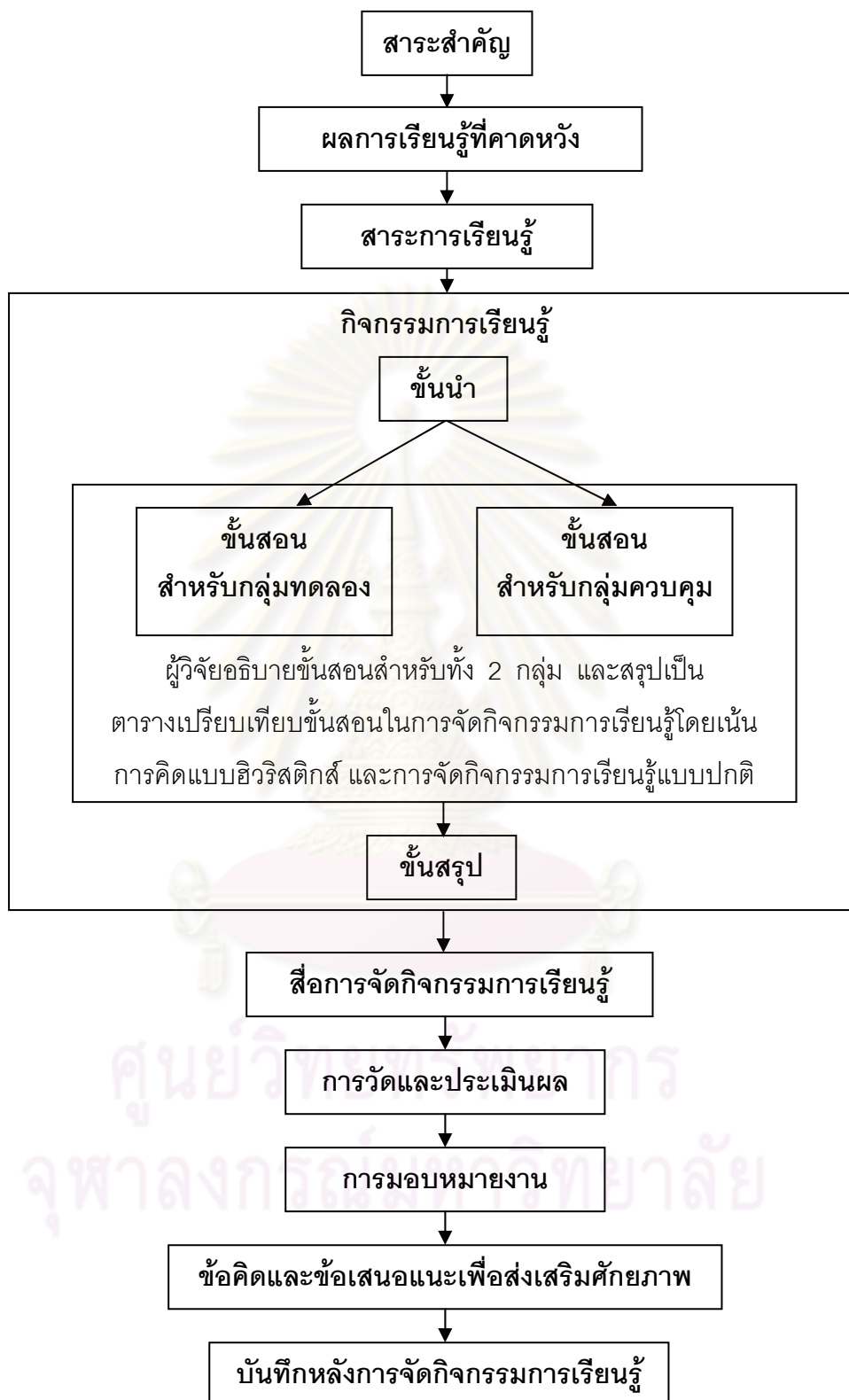
## คำชี้แจง

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 เป็นแผนที่เขียนรวมกันทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยมีองค์ประกอบต่างๆของแผนที่เหมือนกัน คือ สารสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สารการเรียนรู้ สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล การมอบหมายงาน ข้อคิด และข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยจัดให้กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมมีขั้นนำ และขั้นสรุปเหมือนกัน แตกต่างกันเฉพาะขั้นสอน ซึ่งกลุ่มทดลองครูใช้ขั้นสอนที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ตามแนวคิดของเชฟฟิลด์ กลุ่มควบคุมใช้ขั้นสอนแบบปกติตามคู่มือครู

ผู้วิจัยดำเนินการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กล่าวนี้เพื่อให้ได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

ผู้วิจัยสรุปองค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนเป็นแผนผังดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนผังสรุปองค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอน

## ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
 เรื่องย่อ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
 ผู้สอน นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ จำนวน 2 ชั่วโมง

### สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2

1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

### สาระสำคัญ

#### โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

มีปัญหาในชีวิตประจำวันมากมายที่สามารถใช้สมการช่วยในการแก้ปัญหา โดยเริ่มจากการเขียนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการหาให้อยู่ในรูปของสมการ แล้วจึงแก้สมการหาคำตอบของสิ่งที่ต้องการ สรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดังนี้

1. วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ
3. เขียนสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้นเราจึงควรรู้จักเขียนสมการเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์ หรือปัญหาอย่างง่ายได้
2. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาสมการที่กำหนดให้ได้
3. หาคำตอบของสมการจากโจทย์ปัญหาสมการได้

### ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
2. ตั้งปัญหาย่อยจากปัญหาที่กำหนดให้เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และตั้งปัญหาใหม่ที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจสอบ เมื่อสามารถแก้ปัญหาแรกเริ่มได้แล้ว
3. ใช้ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย ขยายความ และสร้างแนวคิดในการหาคำตอบตามที่โจทย์กำหนดได้อย่างชัดเจน และถูกต้อง

### ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน และกิจกรรมกลุ่มย่อย
2. ตั้งใจ สนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียน
3. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ
4. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
5. มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงต่อเวลา

### สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 ขณะนี้ตุ๊กก็อายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุปุกก็ ปัจจุบันปุกก็อายุเท่าไร

วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบฮิวริสติกส์แบบที่ 1

	อายุปัจจุบัน	อายุในอนาคต (อายุอีก 4 ปีข้างหน้า)
ตุ๊กก็	17	$17 + 4 = 21$
ปุกก็	x	$x + 4$

↑ ชั้นที่ 1                      ↑ ชั้นที่ 2

แต่โจทย์กำหนด อีก 4 ปีข้างหน้าตุ๊กก็จะมีอายุเป็น 3 เท่าของอายุปุกก็ นั่นคือจะได้สมการ

$$21 = 3(x + 4)$$

แก้สมการ      นำ  $\frac{1}{3}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้                       $7 = x + 4$

นำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 7 - 4 &= x + 4 - 4 \\ 3 &= x \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 3$  ในสมการ

$$\text{จะได้} \quad 21 = 3(x + 4)$$

$$21 = 3(3 + 4)$$

$$21 = 3(7)$$

$$21 = 21 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น ปัจจุบันปู่ก็อายุ 3 ปี

### วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบอีวิริสติกส์แบบที่ 2

	อายุปัจจุบัน	อายุในอนาคต (อายุอีก 4 ปีข้างหน้า)
ตุ๊กกี้	17	17 + 4 <span style="color: green;">↑</span> <span style="color: green;">ชั้นที่ 3</span>
ปู่กี้	x <span style="color: blue;">↑</span> <span style="color: blue;">ชั้นที่ 1</span>	x + 4 <span style="color: red;">↑</span> <span style="color: red;">ชั้นที่ 2</span>

แต่ปัจจุบันตุ๊กกี้ อายุ 17 ปี แสดงว่า อีก 4 ปีข้างหน้าตุ๊กกี้จะมีอายุเป็น

$$17 + 4 = 21 \text{ ปี}$$

นั่นคือจะได้สมการ

$$21 = 3(x + 4)$$

แก้สมการ นำ  $\frac{1}{3}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 7 = x + 4$$

นำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 7 - 4 = x + 4 - 4$$

$$3 = x$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 3$  ในสมการ

$$\text{จะได้} \quad 21 = 3(x + 4)$$

$$21 = 3(3 + 4)$$

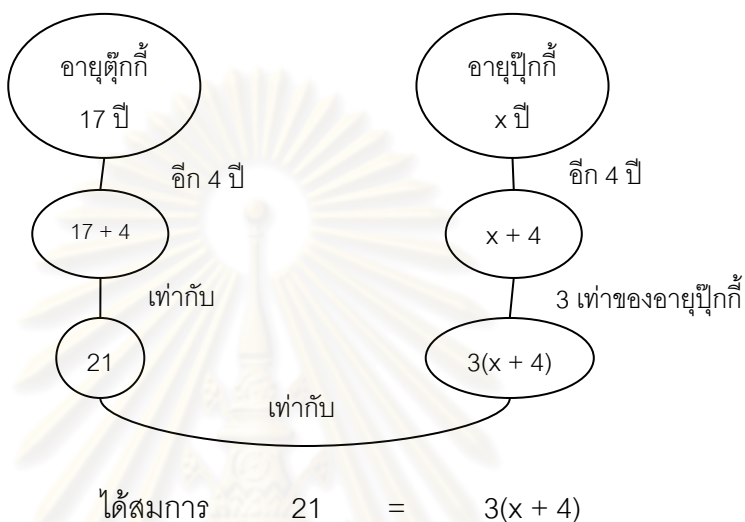


$$21 = 3(7)$$

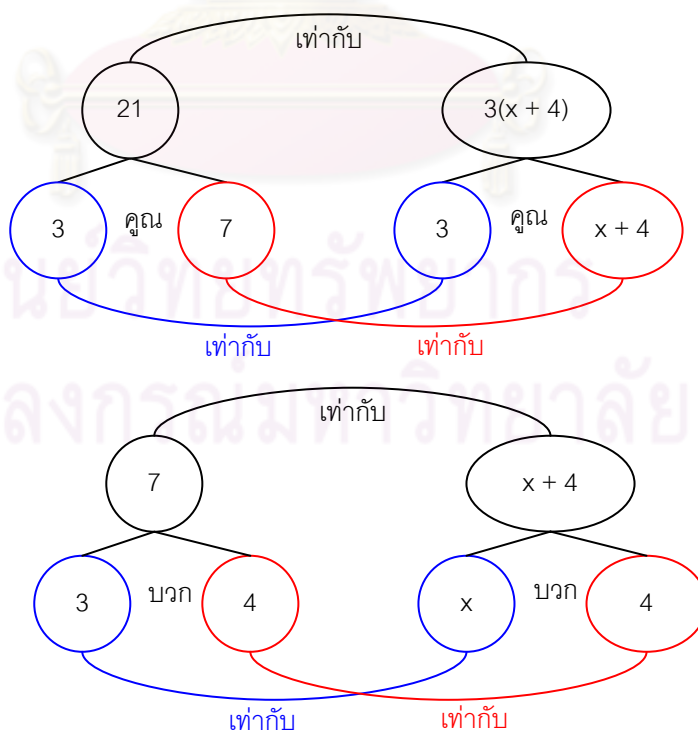
$$21 = 21 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น                      ปัจจุบันปู่ก็อายุ 3 ปี

**วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบฮิวริสติกส์แบบที่ 3**



แนวทางหนึ่งในการใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้สมการ



ตรวจคำตอบ                      แทนค่า  $x = 3$  ในสมการ

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad 21 &= 3(x + 4) \\
 21 &= 3(3 + 4) \\
 21 &= 3(7) \\
 21 &= 21 && \text{สมการเป็นจริง}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปัจจุบันปู่ก็อายุ 3 ปี

**ตัวอย่างที่ 2** เมื่อ 8 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในเจ็ดของอายุมารดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 14 ปี จงหาอายุปัจจุบันของมารดา

วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบฮิวริสติกส์แบบที่ 1

	อายุในอดีต (อายุเมื่อ 8 ปีที่แล้ว)	อายุปัจจุบัน
บุตร	$14 - 8 = 6$	14
มารดา	$x - 8$	$x$

ชั้นที่ 2
ชั้นที่ 1

เมื่อ 8 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในเจ็ดของอายุมารดา

นั่นคือบุตรมีอายุ  $\frac{1}{7}(x - 8)$  ปี

จะได้สมการ

$$6 = \frac{1}{7}(x - 8)$$

แก้สมการ นำ 7 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 42 = x - 8$$

นำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 42 + 8 = x - 8 + 8$$

$$50 = x$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 50$  ในสมการ

$$\text{จะได้} \quad 6 = \frac{1}{7}(x - 8)$$

$$6 = \frac{1}{7}(50 - 8)$$

$$6 = \frac{1}{7}(42)$$

$$6 = 6 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น ปัจจุบันมารดาอายุ 50 ปี

### วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบฮิวริสติกส์แบบที่ 2

	อายุในอดีต (อายุเมื่อ 8 ปีที่แล้ว)	อายุปัจจุบัน
บุตร	$\frac{1}{7}(x-8)$ <small>ขั้นที่ 3</small>	14 <small>ขั้นที่ 1</small>
มารดา	$x-8$ <small>ขั้นที่ 2</small>	$x$ <small>ขั้นที่ 1</small>

เมื่อ 8 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในเจ็ดของอายุมารดา

นั่นคือบุตรมีอายุ  $\frac{1}{7}(x-8)$  ปี

จะได้สมการ

$$6 = \frac{1}{7}(x-8)$$

แก้สมการ นำ 7 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 42 = x-8$$

นำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 42+8 = x-8+8$$

$$50 = x$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 50$  ในสมการ

$$\text{จะได้} \quad 6 = \frac{1}{7}(x-8)$$

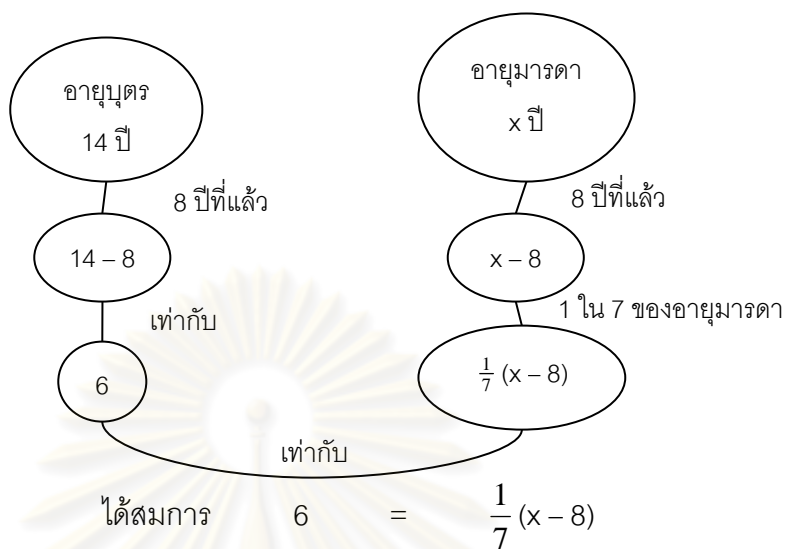
$$6 = \frac{1}{7}(50-8)$$

$$6 = \frac{1}{7}(42)$$

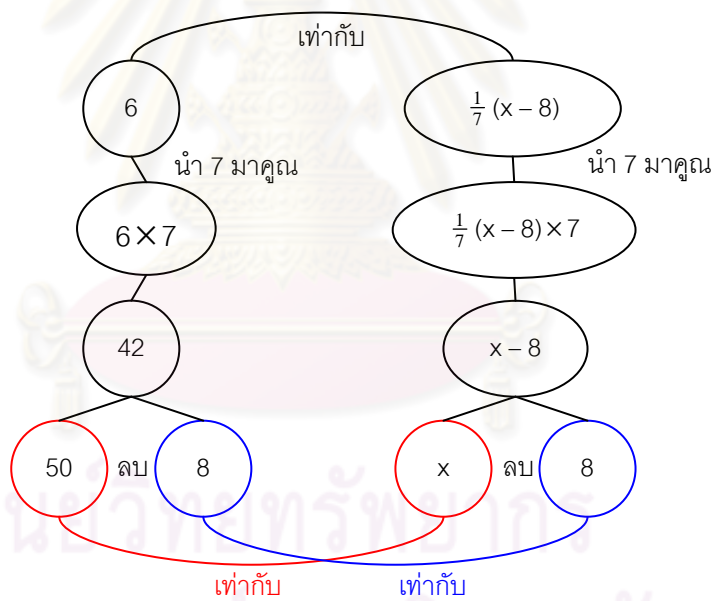
$$6 = 6 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น ปัจจุบันมารดาอายุ 50 ปี

## วิเคราะห์โจทย์โดยคิดแบบฮิวริสติกส์แบบที่ 3



แนวทางหนึ่งในการใช้การคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้สมการ



ตรวจคำตอบ	แทนค่า	$x = 50$	ในสมการ
	จะได้	6	$= \frac{1}{7}(x - 8)$
		6	$= \frac{1}{7}(50 - 8)$
		6	$= \frac{1}{7}(42)$
		6	$= 6$ สมการเป็นจริง

ดังนั้น ปัจจุบันมารดาอายุ 50 ปี

## กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ (ใช้เหมือนกันทั้ง 2 กลุ่ม)

2. ครูเล่าเหตุการณ์ประทับใจให้นักเรียนฟัง ดังนี้ “หลายปีมาแล้วที่ราคาอาหารมื้อกลางวันยังจวนละ 10 บาท นักเรียนชั้น ม.6 คนหนึ่งเก็บกระเป๋าสตางค์ได้ ปรากฏว่าเป็นกระเป๋าสตางค์น้องชั้น ม.1 น้องบอกว่าเงินในกระเป๋าสตางค์เป็นค่าอาหารกลางวันทั้ง 5 วัน ถ้าไม่พบกระเป๋าสตางค์เขาจะอดกินอาหารกลางวันไป 5 วัน เพราะคุณแม่ให้มาพอดี ท่านผู้อำนวยการให้รางวัลกับพี่ชั้น ม.6 เป็นเงินจำนวนมากกว่าที่เก็บได้อยู่เป็นจำนวน 200 บาท ผลปรากฏว่าพี่ ม.6 แบ่งเงินรางวัลให้กับน้อง ม.1 คนละครึ่ง เพื่อน้อง ม.1 จะได้มีเงินค่าขนมด้วย หลังจากนั้นพี่ ม.6 คนนั้นจะมากอดดูแลน้อง ม.1 คนนี้ตลอด ไม่ว่าจะพาไปเลี้ยงข้าวเลี้ยงขนม หรือดูแลการบ้านให้เหมือนกับเป็นพี่เลี้ยงจนกระทั่งจบชั้น ม.6 ไป”

3. ครูอาจแทรกการอบรมการมีน้ำใจและช่วยเหลือเพื่อนมนุษย์ด้วยกัน ตามความเหมาะสม แล้วครูตั้งคำถามว่า เงินที่ท่านผู้อำนวยการให้รางวัลกับพี่ ม.6 เป็นเงินจำนวนเท่าไร จากสถานการณ์ที่เล่ามาตระหนักถึงความสมเหตุสมผลจะได้สมการ ดังนี้

$$x - (5 \text{ วัน} \times 10 \text{ บาท}) = 200 \text{ บาท}$$

$$x - 50 = 200 \text{ บาท}$$

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบในประเด็นต่อไปนี้

- ผู้อำนวยการให้เงินรางวัลพี่ ม.6 เป็นจำนวนเท่าไร
- เมื่อพี่ ม.6 แบ่งให้น้องคนละครึ่งผลสุดท้ายพี่ ม.6 ได้เงินรางวัลเป็นจำนวนเท่าไร
- น้อง ม.1 จะมีเงินทั้งหมดเท่าไร

ครูแนะนำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของสมการว่าสามารถนำมาใช้ใน

ชีวิตประจำวันได้โดยการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของสมการ

## ขั้นสอน

ผู้วิจัยเสนอเป็นตารางเปรียบเทียบขั้นสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้กลวิธีส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของเซฟฟิลด์แทรกในขั้นสอนตามความเหมาะสมกับกลุ่มทดลอง

ตารางเปรียบเทียบชั้นสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบ  
ฮิวริสติกส์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. <b>ชั้นสร้างความสัมพันธ์</b></p> <p>1.1 ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างจากเอกสาร แนบแนวทางที่ 9 บนกระดานดำประกอบ การถามตอบ และอภิปรายร่วมกับ นักเรียนในประเด็นคำถามต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โจทย์กำหนดอะไรบ้าง</li> <li>- โจทย์ให้หาอะไร</li> <li>- จะมีวิธีการใดในการหาคำตอบของ โจทย์ปัญหานี้</li> <li>- หากต้องการหาคำตอบของโจทย์ ปัญหาดังกล่าวจะทำได้ง่ายขึ้น โดยเขียนเป็นสมการแล้วหาคำตอบ ของสมการนั้น สมการของโจทย์ ปัญหานี้เขียนได้อย่างไร?</li> <li>- มีวิธีการใดบ้างที่จะทำให้สร้าง สมการของโจทย์ปัญหานี้ได้ง่ายขึ้น</li> <li>- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาสามารถเขียนโยง ความสัมพันธ์ได้อย่างไรบ้าง</li> <li>- การสร้างตารางอายุช่วยในการสร้าง สมการได้ง่ายขึ้นหรือไม่ นักเรียนมี แนวคิดหรือวิธีคิดหาคำตอบได้วิธี พร้อมทั้งสุ่มนักเรียนบางคนออกมา แสดงแนวคิดในประเด็นที่กำหนดหน้า กระดาน แล้วให้นักเรียนคนอื่นร่วมแสดง</li> </ul>	<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างจากเอกสารแนบ แนวทางที่ 9 บนกระดานดำประกอบ การถามตอบ และอภิปรายร่วมกับ นักเรียนในประเด็นคำถามต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โจทย์กำหนดอะไรบ้าง</li> <li>- โจทย์ให้หาอะไร</li> <li>- จะมีวิธีการใดในการหาคำตอบของ โจทย์ปัญหานี้</li> <li>- หากต้องการหาคำตอบของโจทย์ ปัญหาดังกล่าวจะทำได้ง่ายโดยเขียน เป็นสมการแล้วหาคำตอบของสมการ นั้น สมการของโจทย์ปัญหานี้เขียนได้ อย่างไร?</li> <li>- มีวิธีการใดบ้างที่จะทำให้สร้างสมการ ของโจทย์ปัญหานี้ได้ง่ายขึ้น พร้อมทั้งสุ่มนักเรียนบางคนออกมา แสดงแนวคิดในประเด็นที่กำหนด หน้ากระดาน แล้วให้นักเรียนคนอื่นร่วม แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดของ เพื่อน</li> </ul> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกันแก้สมการของ โจทย์ตัวอย่างจากเอกสารแนบแนวทางที่ 9 บนกระดานดำอย่างเป็นขั้นตอน โดย</p>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>ความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดของเพื่อน</p> <p>1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันแก้สมการโจทย์ ตัวอย่างจากเอกสารแนะแนวทางที่ 9 บนกระดานอย่างเป็นขั้นตอน โดยร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p><b>2. ชั้นสำรวจตรวจค้น</b></p> <p>2.1 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4-5 คน โดยในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนความสามารถทั้งเก่ง กลาง และอ่อน แล้วร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ โดยมีคะแนนเป็นทีมทั้งคะแนนจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม และคะแนนการมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม</p> <p>2.2 ครูกระตุ้นและแนะนำให้นักเรียนคิดอย่างอิสระโดยใช้หลายๆวิธีในการเชื่อมโยงข้อมูลที่โจทย์ให้ แล้วสรุปเป็นวิธีของกลุ่มตามที่แต่ละคนสนใจ หรือตามความถนัด</p> <p><b>3. ชั้นประเมินและติดต่อสื่อสาร</b></p> <p>3.1 ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ และประเมินความถูกต้องของแนวคิด ขั้นตอนวิธีการคิดรวมทั้งพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่</p>	<p>ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p>5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4-5 คน โดยในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนความสามารถทั้งเก่ง กลาง และอ่อนแล้วร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ โดยมีคะแนนเป็นทีมทั้งคะแนนจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม และคะแนนการมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม</p> <p>6. ครูกระตุ้น ให้กำลังใจ และแนะนำให้นักเรียนแสดงความคิดอย่างอิสระ สมาชิกทุกคนควรแสดงความคิดเห็นของตนโดยไม่ต้องกังวลเรื่องคิดวิธีผิดแล้วหาคำตอบไม่ได้ และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น แล้วสรุปเป็นวิธีของกลุ่ม</p> <p>5. ครูแนะนำและกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ และประเมินความถูกต้องของแนวคิด ขั้นตอนวิธีการคิด รวมทั้งพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยใช้คำถามต่างๆ เช่น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของสมการ</li> </ul>

<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>กำหนดให้ แล้วจัดข้อมูลและการคิดให้เป็นระบบ โดยใช้คำถามต่างๆ เช่น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- การโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดถูกต้อง เป็นระบบ และครบถ้วนหรือไม่</li> <li>- การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของสมการถูกต้องหรือไม่</li> </ul> <p>3.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มระดมสมองเพื่อประเมินคำตอบในการทำกิจกรรมของกลุ่มตนเอง โดยกำหนดเวลาประมาณ 5-10 นาที</p> <p>3.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดหน้าห้อง</p> <p>3.4 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ และวิธีการคิดจากปัญหาในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ โดยใช้การเสริมแรงกระตุ้นให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีคิดของตน และเปิดโอกาสให้เพื่อนคนอื่นร่วมวิเคราะห์ วิพากษ์วิจารณ์วิธีคิดของตน</p> <p>ทั้งนี้ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาอภิปรายตามความเหมาะสม และครูคอยช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่นแสดงความคิดกับผลงานของเพื่อน โดยไม่ต้องกังวลเรื่องความถูกต้องของความคิด</p> <p>3.5 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าวิธีคิดหรือแนวคิดที่ร่วมกันนำเสนอขึ้นวิธีใด</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ถูกต้องหรือไม่</li> <li>- คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่</li> <li>- คำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่</li> </ul> <p>6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มระดมสมองเพื่อประเมินคำตอบในการทำกิจกรรมของกลุ่มตนเอง โดยกำหนดเวลาประมาณ 5-10 นาที</p> <p>7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดหน้าห้อง</p> <p>8. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ และวิธีการคิดจากปัญหาในกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ โดยใช้การเสริมแรงกระตุ้นให้นักเรียนอาสาออกมาแสดงวิธีคิดของตน และเปิดโอกาสให้เพื่อนคนอื่นร่วมวิเคราะห์ วิพากษ์วิจารณ์วิธีคิดของตน</p> <p>ทั้งนี้ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาอภิปรายตามความเหมาะสม และครูคอยช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่นแสดงความคิดกับผลงานของเพื่อน โดยไม่ต้องกังวลเรื่องความถูกต้องของความคิด</p>



<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มทดลอง</b> (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)</p>	<p style="text-align: center;"><b>กลุ่มควบคุม</b> (แบบปกติ)</p>
<p>เหมือนกัน คล้ายกัน และแตกต่างกันในประเด็นใดบ้าง แต่ละวิธีมีข้อดี ข้อจำกัด และมีความเหมาะสมกันสถานการณ์ใดบ้าง</p> <p>3.6 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอแนะแนวคิดที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติมตามความเหมาะสม หรือซักถามประเด็นที่น่าสนใจและเกี่ยวข้องเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อเนื่องจากปัญหาที่พบในกิจกรรมตามความเหมาะสม และครูคอยช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่นแสดงความคิดกับผลงานของเพื่อน</p> <p><b>4. ชั้นความคิดสร้างสรรค์</b></p> <p>4.1 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 อดีต ปัจจุบัน และอนาคต โดยครูแนะนำให้ นักเรียนใช้เทคนิคต่างๆ เช่น การคิดย้อนกลับจากคำตอบไปยังโจทย์ปัญหา โดยกำหนดเวลาในการคิดระดมสมองกันภายในกลุ่ม 10 นาที โดยครูแจ้งว่าถ้ากลุ่มใดคิดเสร็จก่อนเวลาให้ส่งตัวแทนกลุ่มมารับกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p> <p>4.2 เมื่อครบกำหนดเวลา ครูแจกกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงานให้กลุ่มที่เหลือ</p>	<p>9. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าวิธีคิดหรือแนวคิดที่ร่วมกันนำเสนอวิธีใดเหมือนกัน คล้ายกัน และแตกต่างกันในประเด็นใดบ้าง แต่ละวิธีมีข้อดี ข้อจำกัด และมีความเหมาะสมกันสถานการณ์ใดบ้าง</p> <p>10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอแนะแนวคิดที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติมตามความเหมาะสม หรือซักถามประเด็นที่น่าสนใจและเกี่ยวข้องเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อเนื่องจากปัญหาที่พบในกิจกรรม</p> <p>11. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 อดีต ปัจจุบัน และอนาคต โดยครูแนะนำให้ นักเรียนใช้เทคนิคต่างๆ ตามความถนัดหรือความสนใจของสมาชิกในกลุ่ม โดยกำหนดเวลาในการคิดระดมสมองกันภายในกลุ่ม 10 นาที โดยครูแจ้งว่าถ้ากลุ่มใดคิดเสร็จก่อนเวลาให้ส่งตัวแทนกลุ่มมารับกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้ายนำเสนอผลงาน</p> <p>12. เมื่อครบกำหนดเวลาครูแจกกระดาษขาวเทาขนาดใหญ่ และสีสำหรับทำแผ่นป้าย</p>

กลุ่มทดลอง (เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์)	กลุ่มควบคุม (แบบปกติ)
<p>4.3 ครูให้นักเรียนอาสามาแสดงผลงานหน้าห้องโดยให้แสดงผลงานของกลุ่มแล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันหาคำตอบหรือแสดงความคิดเห็นในประเด็นที่น่าสนใจ จากนั้นนักเรียนกลุ่มเจ้าของผลงานเฉลยคำตอบ และแนวคิด</p>	<p>นำเสนอผลงานให้กลุ่มที่เหลือ</p> <p>13. ครูให้นักเรียนอาสามาแสดงผลงานหน้าห้องโดยให้แสดงผลงานของกลุ่มแล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันหาคำตอบหรือแสดงความคิดเห็นในประเด็นที่น่าสนใจ จากนั้นนักเรียนกลุ่มเจ้าของผลงานเฉลยคำตอบ และแนวคิด</p>

### ขั้นสรุป (ใช้เหมือนกันทั้ง 2 กลุ่ม)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของสมการ
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิด และขั้นตอนการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9 เป็นการบ้าน

### สื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- กิจกรรมเหตุการณ์ประทับใจ
- เอกสารแนวทาบที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ
- เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 อดีต ปัจจุบัน และอนาคต
- เอกสารแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตการตอบคำถาม อภิปรายในชั้นเรียนและ การมีส่วนร่วมในกิจกรรม 2. ความถูกต้องในการทำกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 และกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 3. การนำเสนอแนวคิดของของตนเองและของกลุ่ม 4. มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย 5. ทำงานถูกต้องเป็นระเบียบเรียบร้อย และเป็นระบบ 6. ส่งงานตรงต่อเวลา	

### การมอบหมายงาน

- ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9 เป็นการบ้าน

### แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องจัดนิทรรศการและผลงานนักเรียนของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หรือของโรงเรียน เป็นต้น

### ข้อคิดและข้อเสนอแนะเพื่อส่งเสริมศักยภาพ

- ครูควรยกตัวอย่างประกอบตามความเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน และพฤติกรรมการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนอ่อนอาจยกตัวอย่างและพูดแนะนำมากกว่านักเรียนที่เก่ง และสำหรับนักเรียนเก่งครูควรกระตุ้น ทำทนายให้นักเรียนคิดหาคำตอบหลายๆวิธี
- ในการทำกิจกรรมในแต่ละชั้นครูควรสังเกตนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อคอยให้คำปรึกษาและชี้แนะในกรอบที่เหมาะสม ทั้งเพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างเต็มศักยภาพ และเป็นข้อมูลในการวัดประเมิน
- ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในประเด็นต่างๆในระหว่างที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละชั้นอย่างกว้างขวาง



## ภาคผนวกของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

ประกอบด้วย

1. กิจกรรมเหตุการณ์ประทับใจ
2. เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อๆ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ
4. เอกสารกิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 อดีต ปัจจุบัน และอนาคต
5. เอกสารแบบฝึกหัดที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อๆ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## กิจกรรมเหตุการณ์ประทับใจ

ครูเล่าเหตุการณ์ประทับใจให้นักเรียนฟัง ดังนี้

“หลายปีมาแล้วที่ราคาอาหารมื้อกลางวันยังจวนละ 10 บาท นักเรียนชั้น ม.6 คนหนึ่งเก็บกระเป๋าสตางค์ได้ ปรากฏว่าเป็นกระเป๋าสตางค์น้องชั้น ม.1 น้องบอกว่าเงินในกระเป๋าสตางค์เป็นค่าอาหารกลางวันทั้ง 5 วัน ถ้าไม่พบกระเป๋าสตางค์เขาจะอดกินอาหารกลางวันไป 5 วัน เพราะคุณแม่ให้มาพอดี ท่านผู้อำนวยการให้รางวัลกับพี่ชั้น ม.6 เป็นเงินจำนวนมากกว่าที่เก็บได้อยู่เป็นจำนวน 200 บาท ผลปรากฏว่าพี่ ม.6 แบ่งเงินรางวัลให้กับน้อง ม.1 คนละครึ่ง เพื่อน้อง ม.1 จะได้มีเงินค่าขนมด้วย หลังจากนั้นพี่ ม.6 คนนั้นจะมาคอยดูแลน้อง ม.1 คนนี้ตลอด ไม่ว่าจะพาไปเลี้ยงข้าว เลี้ยงขนม หรือดูแลการบ้านให้เหมือนกับเป็นพี่เลี้ยงจนกระทั่งจบชั้น ม.6 ไป”

### คำถาม

1. เงินที่ท่านผู้อำนวยการให้รางวัลกับพี่ ม.6 เป็นเงินจำนวนเท่าไร
2. เมื่อแบ่งให้น้องคนละครึ่งผลสุดท้ายพี่ ม.6 ได้เงินรางวัลเป็นจำนวนเท่าไร
3. สรุปตอนสุดท้ายน้อง ม.1 จะมีเงินทั้งหมดเท่าไร

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่าง ขณะนี้ตุ๊กก็อายุ 17 ปี อีก็ 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุตุ๊กก็  
ปัจจุบันตุ๊กก็อายุเท่าไร



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ

.....

.....





## กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 12 ปริศนาทายอายุ

เมื่อ 8 ปีที่แล้วบุตรีมีอายุเป็นหนึ่งในเจ็ดของอายุมารดา ถ้าปัจจุบันบุตรีมีอายุ 14 ปี จงหาอายุปัจจุบันของมารดา



วิธีคิด .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ

.....

.....

## กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 13 อดีต ปัจจุบัน และอนาคต

ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุโดยข้อมูลมีความสัมพันธ์กันทั้งในอดีต ปัจจุบัน และอนาคต พร้อมทั้งอธิบายแนวการคิด และแสดงวิธีทำพร้อมตรวจคำตอบ

ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิกในกลุ่ม

6. ....
7. ....
8. ....
9. ....

สถานการณ์

.....

.....

.....

.....

.....







3. 5 เท่าของจำนวนเปิดที่นายโชคและนายชัยเลี้ยงจะเท่ากับจำนวนเปิดของนายชู ถ้านายชัยมีเปิด 48 ตัว นายชูมีเปิด 500 ตัว นายโชคจะมีเปิดจำนวนกี่ตัว



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ถ้านำจำนวนของต้นส้มโอในสวนหักออกจาก  $\frac{2}{3}$  ของจำนวนต้นมังคุดในสวน ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากับจำนวนต้นกล้วยในสวน ถ้าในสวนมีต้นส้มโอ 117 ต้น มีต้นกล้วย 401 ต้น จงหาว่าสวนนี้มีต้นมังคุดกี่ต้น



ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. แม่ค้าซื้อมะม่วงมาขายจำนวนหนึ่ง วันแรกขายได้ครึ่งหนึ่งของที่ซื้อมา วันที่สองขายได้  
อีก  $\frac{3}{5}$  ของจำนวนมะม่วงที่เหลือจากวันแรก ถ้าวันที่สองขายมะม่วงได้ 111 ผล ให้อหว่า  
แม่ค้าซื้อมะม่วงมาขายทั้งหมดกี่ผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11. จำนวนเต็มบวกสามจำนวนที่เรียงลำดับกันรวมกันได้ 75 จงหาจำนวนเต็มบวกทั้ง 3 จำนวนนั้น



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

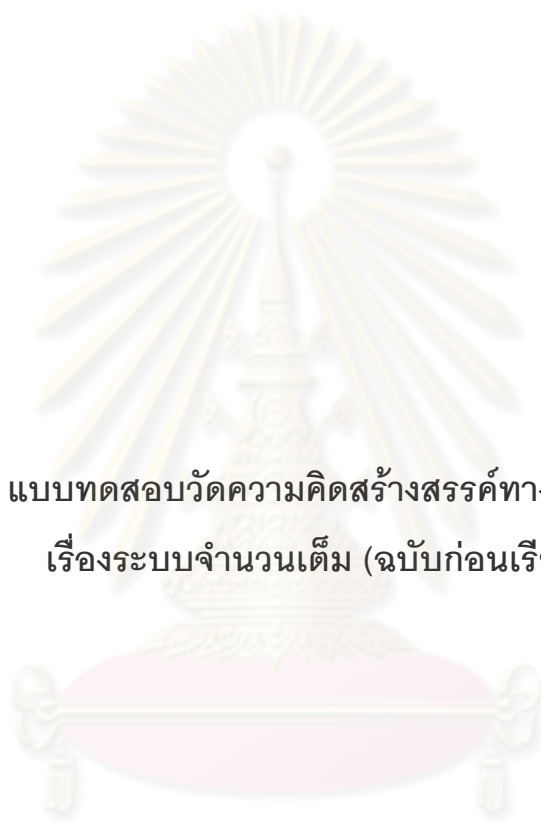
.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มตัวอย่าง และเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)
  - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)
  - ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่องระบบจำนวนเต็ม
  - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน)
  - ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน
3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ฉบับหลังเรียน)
  - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
  - ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
  - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
  - ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและเกณฑ์การให้คะแนน

- 
1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์  
ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้  
โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.45	0.56	0.868
2	0.49	0.54	
3	0.43	0.56	
4	0.47	0.53	
5	0.43	0.62	

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ
  1. ความคิดคล่อง
  2. ความคิดยืดหยุ่น
  3. ความคิดริเริ่ม
  4. ความคิดละเอียดลออ
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบที่เน้นให้นักเรียนเขียนคำตอบได้อย่างอิสระเท่าที่นักเรียนสามารถจะตอบได้
3. เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 12 คะแนน) ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
5. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
6. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ข้อที่ 1 จากจำนวนเต็มที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2	3	5	9				
10	15	18	25	32	40	49	80
145	200	244	450	690	726	777	900
1533	2345	4500	4768	5900	7896	8888	9221

การดำเนินการ + - × ÷

ให้นักเรียนใช้จำนวนเต็ม และการดำเนินการที่กำหนด เพื่อให้ได้คำตอบเป็น 500 โดยมีเงื่อนไขดังนี้

- 1) ในแต่ละคำตอบสามารถใช้จำนวนเต็มจำนวนนั้นๆได้เพียงครั้งเดียว
- 2) ถ้าได้คำตอบเป็น 500 พอดี ได้คะแนน 50 คะแนน
- 3) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 25 ได้คะแนน 30 คะแนน
- 4) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 50 ได้คะแนน 10 คะแนน
- 5) นักเรียนที่ผ่านข้อนี้ต้องได้คะแนนรวม 300 คะแนนขึ้นไป

ตัวอย่างที่ 1

$$\begin{aligned} 8888 - 7896 &= 902 \\ 902 \div 2 &= 451 \\ 451 + 49 &= \underline{500} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 8888 - 7896 &= 902 \\ 902 \div 2 &= 451 \\ 451 + 49 &= \underline{500} \end{aligned}} \right\} \text{ ได้ 50 คะแนน}$$

ตัวอย่างที่ 2

$$\begin{aligned} 200 \times 2 &= 400 \\ 400 + 145 &= 545 \\ 545 - 40 &= \underline{505} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 200 \times 2 &= 400 \\ 400 + 145 &= 545 \\ 545 - 40 &= \underline{505} \end{aligned}} \right\} \text{ ได้ 30 คะแนน}$$

ตัวอย่างที่ 3

777 - 244 = 533 } ได้ 10 คะแนน

ตอบ

วิธีคิดและคำตอบ	คะแนนที่ได้
 <p data-bbox="367 1422 1220 1668">ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย</p>	
รวม	

## เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับข้อที่ 1.

### 1. ด้านความคิดคล่อง

เกณฑ์การประเมินความคิดคล่องที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีลด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดคล่อง</b>	<p>พิจารณาตรวจให้คะแนนเป็นรายข้อ โดยเปรียบเทียบกับ <math>\bar{X}</math> (<math>\bar{X}</math> คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของปริมาณคำตอบที่ได้จากการทดลองล่วงหน้า) ดังนี้</p> <p>สมมติจำนวนคำตอบเฉลี่ย คือ <math>\bar{X}</math> คำตอบ</p> <p>ระดับคะแนน 0 คือ หากคำตอบได้จำนวนน้อยกว่า <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 1 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>\bar{X}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 2 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\bar{X}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 3 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป โดยประมาณ</p> <p>ทั้งนี้พิจารณาคุณภาพของคำตอบประกอบการให้คะแนน ตัวอย่างเช่น จำนวนคำตอบเฉลี่ย (<math>\bar{X}</math>) คือ 4 คำตอบ ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนตามรายละเอียดดังนี้</p>			
	<p>ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสมสามารถนำมาใช้การได้</p> <p>2-3 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้</p> <p>4-5 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้อย่างหลากหลาย คือ ตั้งแต่ 6 แบบขึ้นไป</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้อย่างหลากหลาย คือ ตั้งแต่ 6 แบบขึ้นไป</p>

จากแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดคล่อง</b>	ได้คำตอบ 1 คำตอบที่ ยังไม่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้ คะแนน หรือไม่ สามารถคิดหาคำตอบ ได้เลย หรือได้คะแนน รวม 0-50 คะแนน	ได้คะแนนรวม 60-150 คะแนน	ได้คะแนนรวม 160-250 คะแนน	ได้คะแนนรวม 260-300 คะแนน

## 2. ด้านความคิดยืดหยุ่น

เกณฑ์การประเมินความคิดยืดหยุ่นที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์  
สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ยืดหยุ่น</b>	ไม่สามารถหาวิธี คิดตาม สถานการณ์ที่ กำหนดได้เลย หรือวิธีคิดที่ หายายังไม่ ถูกต้อง ไม่สามารถใช้ได้ จริง หรือไม่ เหมาะสมกับ สถานการณ์	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ โดยทุกข้อคำถาม ใช้วิธีเดียวกัน เช่น ใช้วิธีการ นับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้เพียง 1 กลุ่ม แนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้อย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียน แบบจำลองความคิด หรือ วิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถ จัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้ 2 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ โดยใช้วิธี หลากหลาย เช่น ใช้วิธีการ นับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลอง ความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้หลายกลุ่ม และ เลือกใช้ได้อย่างหลากหลาย

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ยืดหยุ่น</b>	ไม่สามารถคิด หาคำตอบที่ อยู่ในเกณฑ์ที่ จะได้คะแนน ได้เลย	คิดหาคำตอบที่อยู่ใน ในเกณฑ์ที่จะได้ คะแนน โดยมี รูปแบบในการคิด 1 รูปแบบ เช่น หาวิธีคำนวณให้ ได้คำตอบที่อยู่ใน เกณฑ์ที่จะได้ คะแนน แล้วจึง เปลี่ยนจำนวน เพียงหนึ่งจำนวน ในชุดจำนวนนั้น โดยใช้ การดำเนินการ ชุดเดิมให้ได้ คำตอบใหม่ซึ่ง ยังคงอยู่ในช่วงที่ จะได้คะแนน	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่ จะได้คะแนน โดยมีรูปแบบ ในการคิด 2 รูปแบบ เช่น รูปแบบที่ 1 หาวิธีคำนวณ ให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่ จะได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยน จำนวนเพียงหนึ่งจำนวนใน ชุดจำนวนนั้นโดยใช้ การดำเนินการชุดเดิมให้ได้ คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วง ที่จะได้คะแนน รูปแบบที่ 2 หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่ อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเพิ่มจำนวนบาง จำนวนโดยใช้การบวกหรือ ลบเพื่อให้ได้คำตอบใหม่ซึ่ง ยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้ คะแนน โดยมีรูปแบบในการคิด หลากหลายรูปแบบ คือ ตั้งแต่ 3 รูปแบบขึ้นไป เช่น รูปแบบที่ 1 หาวิธี คำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะ ได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนจำนวนเพียง หนึ่งจำนวนในชุดจำนวนนั้นโดยใช้ การดำเนินการชุดเดิมให้ได้คำตอบใหม่ ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน รูปแบบที่ 2 หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่ อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเพิ่ม จำนวนบางจำนวนโดยใช้การบวกหรือลบ เพื่อให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่ จะได้คะแนน รูปแบบที่ 3 หาวิธี คำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะ ได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนการดำเนินการ ย่อยในชุดของการดำเนินการซึ่งยังคงได้ คำตอบเท่าเดิม หรือแต่ละคำตอบใช้ รูปแบบที่แตกต่างกันทั้งหมด

หมายเหตุ ตัวอย่างการคิด เช่น

รูปแบบที่ 1

$$777 - 200 = \underline{577}$$

$$777 - 244 = \underline{533}$$

} เปลี่ยนจำนวนเพียงหนึ่งจำนวนในชุดจำนวนนั้นโดยใช้การดำเนินการ  
ชุดเดิมให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน

รูปแบบที่ 2

$$\left. \begin{aligned} (15 \times 10 \times 2) + 200 &= \underline{500} \\ (15 \times 10 \times 2) + 200 + 3 &= \underline{503} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{เพิ่มจำนวนบางจำนวนโดยใช้การบวกหรือลบเพื่อให้} \\ \text{ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน} \end{array}$$

รูปแบบที่ 3

$$\left. \begin{aligned} \underbrace{(2 \times 5)}_{10} \times (10 + 40) &= \underline{500} \\ \underbrace{(15 - 10)}_{10} \times (10 + 40) &= \underline{500} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{เปลี่ยนการดำเนินการย่อยในชุดของการดำเนินการซึ่งยังคงได้} \\ \text{คำตอบเท่าเดิม} \end{array}$$

### 3. ด้านความคิดริเริ่ม

เกณฑ์การประเมินความคิดริเริ่มที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดริเริ่ม</b>	ไม่สามารถคิดวิธีหาคำตอบที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ หรือมีร่องรอยในการหาวิธีคิดที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไป แต่ไม่สามารถใช้หาคำตอบได้	คิดวิธีที่จะนำไปหาคำตอบในสถานการณ์ที่กำหนดได้ แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้างธรรมดา คือ มีนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป	คิดวิธีหาคำตอบได้ ซึ่งเป็นวิธีที่น่าสนใจ และเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม โดยอาจซ้ำกับนักเรียนคนอื่นบ้างเล็กน้อย คือ 3-5% ของนักเรียนในห้อง	คิดวิธีหาคำตอบได้ ถูกต้อง โดยเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดดเด่น ไม่เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรู้ในการคิดและมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือ 1-2% ของนักเรียนในห้อง



จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยลดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดริเริ่ม</b>	ไม่สามารถคิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้เลย	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ แต่เป็นแนวคิดในการหาคำตอบที่ค่อนข้างธรรมดา คือนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาบวกกัน	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ ซึ่งไม่ค่อยมีคนนำแนวคิดในการหาคำตอบนั้นมาใช้ หรือถ้ามีคนใช้ก็เป็นส่วนน้อย คือ 3-5% ของนักเรียนในห้อง	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ โดดเด่น แปลกแตกต่างจากคนอื่นมาใช้ในการคิดหาคำตอบ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรอบรู้ในการคิด และมีนักเรียนเพียง 1 หรือ 2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือ 1-2% ของนักเรียนในห้อง

#### 4. ด้านความคิดละเอียดลออ

เกณฑ์การประเมินความคิดละเอียดลออที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

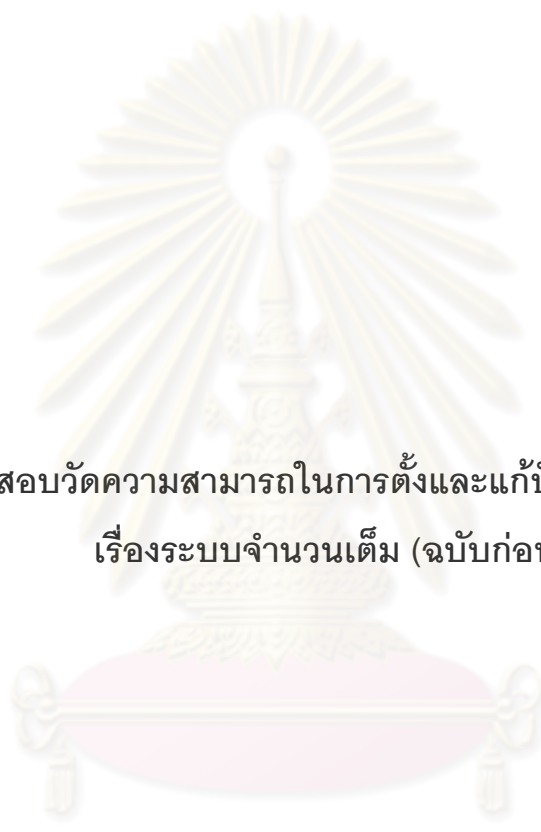
เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดละเอียดลออ</b>	ไม่สามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดได้เลย หรืออธิบายวิธีคิดแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์แบบรูป กฎ หลักการ หรือสมการไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขของแบบรูป	อธิบายวิธีคิดในการหา กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการในการแก้ปัญหาได้บ้างเล็กน้อย แต่ยังไม่ชัดเจนในบางประเด็น	อธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดโดยใช้กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการได้อย่างชัดเจนโดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม	อธิบายวิธีแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดโดยกล่าวถึงวิธีคิดในการหาความสัมพันธ์ กฎ หลักการของแบบรูปได้อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และวิธีนั้นๆ ใช้การได้ดี หรือสามารถ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
				อธิบายเป็นกราฟ แบบจำลองความคิด หรือสมการได้โดยใช้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสม

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ละเอียดลออ</b>	ไม่สามารถคิดหา คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่ จะได้คะแนนได้เลย	หาคำตอบที่อยู่ใน เกณฑ์ที่จะได้คะแนน แต่คะแนนรวม ยังไม่ผ่าน ซึ่งเกิดจาก ระบบการคิด เช่น หาคำตอบเฉพาะที่ได้ คะแนนสูงสุด คือ 50 คะแนน	หาคำตอบที่อยู่ใน เกณฑ์ที่จะได้คะแนน โดยจัดระบบการคิดได้ ค่อนข้างเป็นระบบ และใช้การดำเนินการ ทางคณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม	หาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ ที่จะได้คะแนน โดย จัดระบบการคิดได้อย่าง เป็นระบบ แสดงถึง การวางแผนในการคิด อธิบายชัดเจน กระชับ ถ่วงถี่ และใช้ การดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

ศูนย์วิทยทวัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- 
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.50	0.71	0.911
2	0.48	0.62	
3	0.54	0.60	
4	0.60	0.59	
5	0.61	0.52	

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเน้นความสามารถของนักเรียนในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับปัญหานักเรียนตั้งขึ้น การที่ไม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่นักเรียนตั้งเพื่อป้องกันกรณีที่นักเรียนตั้งปัญหาไม่ได้แล้วจะไม่สามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และกรณีนักเรียนตั้งปัญหาที่ง่ายเกินไปเพื่อให้ตนเองสามารถแก้ปัญหานั้นได้ง่ายตามไปด้วย ผู้วิจัยจึงสร้างข้อสอบที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับที่ให้นักเรียนตั้งเพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ แต่ละข้อจะมี 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขและสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ให้สอดคล้องตามเงื่อนไขและสถานการณ์ที่กำหนด

ส่วนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้เงื่อนไขและสถานการณ์ที่กำหนดในส่วนที่ 1 ตั้งปัญหาแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้โดยปัญหาแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยแบ่ง

ขั้นตอนการแก้ปัญหาว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องทำหรือหาอะไรก่อน-หลัง และจะหาได้อย่างไร

ข้อย่อยที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณ หรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2 พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ มีคะแนนข้อละ 10 คะแนน แต่ละข้อจะมี 2 ส่วน

ส่วนที่ 1 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนน 4 คะแนน

ส่วนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนน 6 คะแนน

3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 8 ข้อ เพื่อให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ

4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 1 ชั่วโมง 30 นาที

5. วิธีการแจกแบบทดสอบคือ ชั้นแรกนักเรียนได้รับแบบทดสอบส่วนที่ 1 ให้นักเรียนทำให้เสร็จแล้วส่งแบบทดสอบส่วนที่ 1 กับอาจารย์คุมสอบซึ่งจะไม่สามารถขอคืนได้อีก จากนั้นนักเรียนจะได้รับแบบทดสอบในส่วนที่ 2

6. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

7. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก

8. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

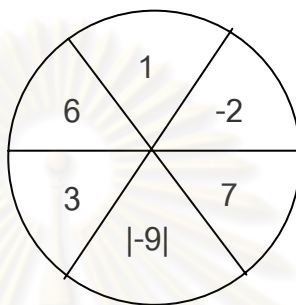
9. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ

10. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

### ส่วนที่ 1 วัดความสามารถในการตั้งปัญหา

#### ข้อที่ 1.

วันคืนปีนักเรียนและเพื่อนไปเที่ยวงานปีใหม่ของโรงเรียน นักเรียนเห็นซุ้มปาเป้าของรุ่นพี่ ซึ่งมีป้ายดังนี้



ให้นักเรียนใช้เกมปาเป้าและเงื่อนไขต่อไปนี้ในการตั้งโจทย์ปัญหาเพื่อถามเพื่อนโดยให้เพื่อนสามารถใช้ความรู้เรื่องระบบจำนวนจริงในการหาคำตอบได้

1. นักเรียนกำหนดแต่รวมที่ต้องการ
2. กำหนดครั้งการปาให้น้อยที่สุด
3. ให้มีคำตอบที่ถูกต้องเพียง 1 คำตอบเท่านั้น

โดยนักเรียนใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้ครบ ลำดับก่อนหลังตามความต้องการของนักเรียน เพิ่มเงื่อนไขที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ และใช้ภาษาให้ชัดเจน กระชับ เข้าใจง่าย

คำถามคือ .....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ระดับคะแนน	ความสามารถในการตั้งปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
0	นักเรียนไม่เขียนร่องรอยแสดงความสามารถตั้งปัญหาตามเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
1	นักเรียนเขียนร่องรอยในการดำเนินการตั้งปัญหาเพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ตั้งปัญหาไม่สำเร็จ
2	นักเรียนตั้งปัญหาได้ แต่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด หรือปัญหามีความสับสนหลายจุด
3	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ยังไม่กระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน หรือมีจุดบกพร่องบางจุด แต่ปัญหามุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้นโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
4	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด ปัญหา มีความกระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน และมุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้น โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

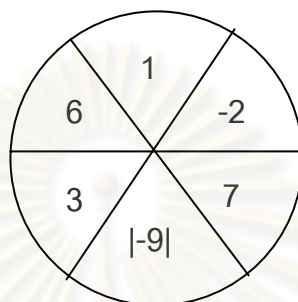
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ส่วนที่ 2. วัดความสามารถในการแก้ปัญหา

### ข้อที่ 1.

พจมานต้องการเล่นปาเป้าให้ได้แต้มทั้งหมด 34 แต้ม ถ้าต้องการปาให้น้อยครั้งที่ที่สุด เขาจะต้องปาก็ี่ครั้ง และต้องได้แต้มอะไรบ้าง



1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

.....

.....

4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

.....

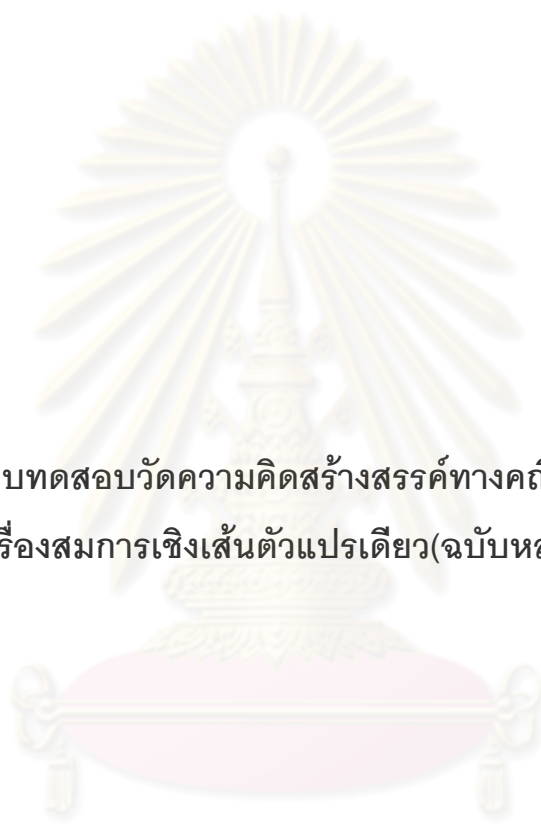
.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem)	1	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		0.5	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน
2. วางแผนแก้ปัญหา (devise a plan)	2	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปแบบวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม เช่น แสดงขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังหรือเขียนในรูปแบบวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
3. ขั้นตอนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (carry out the plan)	2	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		0.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วน ซึ่งเป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควรแต่ไม่สำเร็จ
		1.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (look back)	1	0	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการตรวจสอบเลย
		0.5	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน



3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 18 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.51	0.42	0.735
2	0.43	0.38	
3	0.50	0.45	
4	0.45	0.49	
5	0.48	0.57	

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
(ฉบับหลังเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

**คำชี้แจง**

3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ
  1. ความคิดคล่อง
  2. ความคิดยืดหยุ่น
  3. ความคิดริเริ่ม
  4. ความคิดละเอียดลออ
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบที่เน้นให้นักเรียนเขียนคำตอบได้อย่างอิสระเท่าที่นักเรียนสามารถจะตอบได้
- 4 เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 12 คะแนน) ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
5. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
6. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อที่ 1. จากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-4, -2,  $-\frac{1}{3}$ , 0, 1,  $\frac{1}{4}$ , 2, 4, 5, 6, 9,  $9\frac{2}{3}$ , 10, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 23, 25, 27, 32,

ให้นักเรียนจับกลุ่มจำนวนตั้งแต่ 3 จำนวนขึ้นไปที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกันให้ได้มากที่สุด (ลักษณะเฉพาะที่ได้ต้องแตกต่างกัน)

จำนวน	ลักษณะร่วม
ตัวอย่างคำตอบ 1) 5, 9, 11 2) 17, 19, 23 3) 6, 12, 15	เป็นจำนวนคี่ } จัดเป็นลักษณะเดียวกัน เป็นจำนวนคี่ } เป็นจำนวนที่หารด้วยสามลงตัว



ตอบ

จำนวน	ลักษณะร่วม
1. ....	.....
2. ....	.....
3. ....	.....
4. ....	.....
5. ....	.....
6. ....	.....
7. ....	.....
8. ....	.....
9. ....	.....
10. ....	.....

## เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับข้อที่ 1.

### 1. ด้านความคิดคล่อง

เกณฑ์การประเมินความคิดคล่องที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีลด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดคล่อง</b>	<p>พิจารณาตรวจให้คะแนนเป็นรายข้อ โดยเปรียบเทียบกับ <math>\bar{X}</math> (<math>\bar{X}</math> คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของปริมาณคำตอบที่ได้จากการทดลองล่วงหน้า) ดังนี้</p> <p>สมมติจำนวนคำตอบเฉลี่ย คือ <math>\bar{X}</math> คำตอบ</p> <p>ระดับคะแนน 0 คือ หากคำตอบได้จำนวนน้อยกว่า <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 1 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>\bar{X}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 2 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>\bar{X}</math> คำตอบขึ้นไป แต่น้อยกว่า <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบ โดยประมาณ</p> <p>ระดับคะแนน 3 คือ หากคำตอบได้จำนวนตั้งแต่ <math>3\frac{\bar{X}}{2}</math> คำตอบขึ้นไป โดยประมาณ</p> <p>ทั้งนี้พิจารณาคุณภาพของคำตอบประกอบการให้คะแนน ตัวอย่างเช่น จำนวนคำตอบเฉลี่ย (<math>\bar{X}</math>) คือ 4 คำตอบ ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนตามรายละเอียดดังนี้</p>			
	<p>ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปได้ หรือสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปได้ 1 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้ 2-3 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้ 4-5 แบบ</p>	<p>ได้ความสัมพันธ์ของจำนวนในแบบรูป กฏ หรือหลักการของแบบรูปที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้การได้อย่างหลากหลาย คือ ตั้งแต่ 6 แบบขึ้นไป</p>



จากแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดคล่อง</b>	ได้ลักษณะร่วมของจำนวน 1 ลักษณะที่ยังไม่สมบูรณ์ หรือมี บางจำนวนที่เลือกมาไม่สอดคล้อง กับลักษณะร่วมของกลุ่ม หรือไม่ สามารถ คิดหาลักษณะร่วมของ จำนวน ได้เลย	ได้ลักษณะร่วม ของจำนวนที่ ถูกต้อง 1-2 ลักษณะ	ได้ลักษณะร่วมของ จำนวนที่ถูกต้อง 3-5 ลักษณะ	ได้ลักษณะร่วมของ จำนวนที่ถูกต้องหลาย ลักษณะ คือ ตั้งแต่ 6 ลักษณะขึ้นไป

## 2. ด้านความคิดยืดหยุ่น

เกณฑ์การประเมินความคิดยืดหยุ่นที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์  
สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ยืดหยุ่น</b>	ไม่สามารถหาวิธีคิด ตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้เลย หรือ วิธีคิดที่หามายังไม่ ถูกต้อง ไม่สามารถ ใช้ได้จริง หรือไม่ เหมาะสมกับ สถานการณ์	หาวิธีคิดตาม สถานการณ์ที่กำหนด ได้ โดยทุกข้อคำถาม ใช้วิธีเดียวกัน เช่น ใช้ วิธีนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียน แบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้เพียง 1 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตาม สถานการณ์ที่กำหนด ได้อย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้วิธีนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียน แบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้ 2 กลุ่ม แนวคิด	หาวิธีคิดตาม สถานการณ์ที่กำหนด ได้ โดยใช้วิธี หลากหลาย เช่น ใช้ วิธีนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียน แบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้หลายกลุ่ม และเลือกใช้ได้อย่าง หลากหลาย

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ยืดหยุ่น</b>	ไม่สามารถคิด หาลักษณะร่วม ของจำนวนได้ เลย	คิดหาลักษณะร่วม ของจำนวนได้ ถูกต้อง ซึ่งทุก ลักษณะร่วมใช้วิธี เดียวกัน เช่น การใช้พหุคูณ การหารลงตัวและ การหารที่มีเศษ เท่ากัน โดยใช้วิธีคิด เดียวกันในทุกกลุ่ม จำนวน	คิดหาลักษณะร่วมของ จำนวนได้ถูกต้อง โดยมีวิธี ในการหาลักษณะร่วม 2 วิธี เช่น วิธีใช้นิยามหรือ ลักษณะที่ชัดเจนของ จำนวนโดยไม่ต้องคำนวณ เช่น เศษส่วน จำนวนเต็ม บวก จำนวนเต็มลบ จำนวนเฉพาะ เป็นต้น วิธีการใช้พหุคูณ การหาร ลงตัวและ การหารที่มีเศษ เท่ากัน วิธีคำนวณโดยใช้ เลขยกกำลัง วิธีสร้าง สมการ วิธีการพิจารณา จากกราฟ	คิดหาลักษณะร่วมของ จำนวนได้ถูกต้อง โดยมีวิธี ในการหาลักษณะร่วม หลากหลายวิธี คือ ตั้งแต่ 3 วิธีขึ้นไป เช่น วิธีใช้นิยาม หรือลักษณะที่ชัดเจนของ จำนวนโดยไม่ต้องคำนวณ เช่น เศษส่วน จำนวนเต็ม บวก จำนวนเต็มลบ จำนวนเฉพาะ เป็นต้น วิธีการใช้พหุคูณ การหาร ลงตัวและการหารที่มีเศษ เท่ากัน วิธีคำนวณโดยใช้ เลขยกกำลัง วิธีสร้างสมการ วิธีการพิจารณาจากกราฟ

### 3. ด้านความคิดริเริ่ม

เกณฑ์การประเมินความคิดริเริ่มที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์  
สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดริเริ่ม</b>	ไม่สามารถสร้าง แบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่ กำหนดได้ หรือมี ร่องรอยในการหาวิธีคิด	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ หรือ สมการ หรือแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่ กำหนดได้ และหา ความสัมพันธ์ กฎ	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือแก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่กำหนด ได้และหาความสัมพันธ์ กฎหรือหลักการของ	สร้างแบบรูป ความสัมพันธ์ สมการ หรือ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่กำหนด ได้ และหา ความสัมพันธ์ กฎ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
	หากฎ หลักการของ แบบรูปที่แตกต่างจาก เดิม หรือต่างจาก ตัวอย่างที่ครู ยกตัวอย่าง แต่ไม่ สามารถใช้หากฎ หลักการที่ถูกต้อง และ สอดคล้องกับเงื่อนไข ของแบบรูปได้	หรือหลักการของ แบบรูปได้ถูกต้อง สอดคล้องกับแบบรูป แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้าง ธรรมดา คือ มี นักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป	แบบรูปได้ถูกต้อง สอดคล้องกับแบบรูป ซึ่งเป็นวิธีที่น่าสนใจ และเลือกใช้หลักการ ทางคณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม โดยอาจซ้ำ กับนักเรียนคนอื่นบ้าง เล็กน้อย คือ 3-5% ของนักเรียนในห้อง	หรือหลักการของ แบบรูปได้ถูกต้อง โดย เลือกใช้หลักการทาง คณิตศาสตร์ได้อย่าง เหมาะสม โดดเด่นไม่ เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ ใช้ความรอบรู้ในการคิด และมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือ 1-2% ของนักเรียนในห้อง

จากแนวคิดของทอเรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิดริเริ่ม</b>	หาลักษณะร่วมได้ แตกต่างจากวิธีทั่วไป แต่มีบางจำนวนที่เลือก มาไม่สอดคล้องกับ ลักษณะร่วมของกลุ่ม	หาลักษณะร่วมได้ แต่ เป็นแนวคิดของ ลักษณะร่วมที่ค่อนข้าง ธรรมดา คือ มีนักเรียน ในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป เช่น การใช้ พหุคูณ การหารลงตัว และการหารที่มีเศษ เท่ากัน	หาลักษณะร่วมได้ ซึ่ง ไม่ค่อยมีคนนำแนวคิด ของลักษณะร่วมนั้นมา ใช้ในการจับกลุ่ม จำนวนที่กำหนด หรือ ถ้ามีคนใช้ก็เป็นส่วน น้อย คือ 3-5% ของ นักเรียนในห้อง	หาลักษณะร่วมได้ ซึ่ง เป็นแนวคิดของ ลักษณะร่วมที่โดดเด่น แปลกแตกต่างจาก คนอื่นมาใช้ใน การจับกลุ่มจำนวนที่ กำหนด ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ ความรอบรู้ในการคิด และมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือ 1-2% ของนักเรียนในห้อง

#### 4. ด้านความคิดละเอียดลออ

เกณฑ์การประเมินความคิดละเอียดลออที่ผู้วิจัยประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ และเซฟฟิลด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

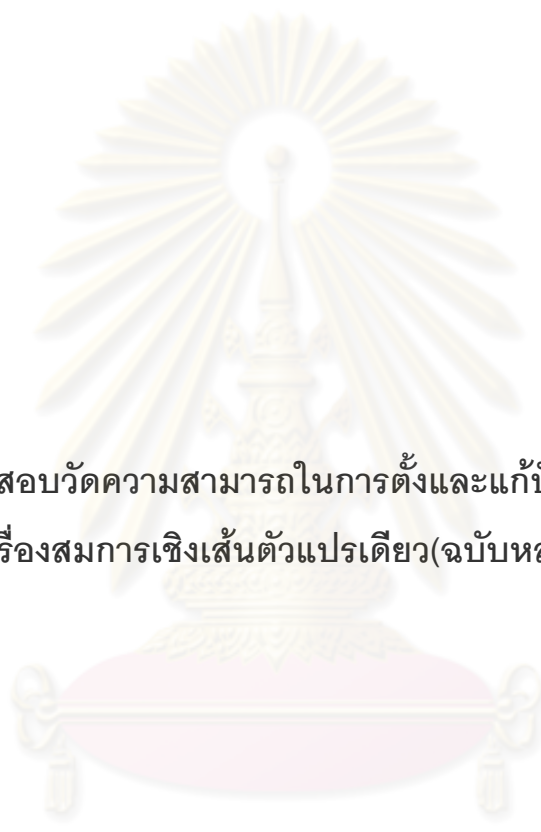
เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด ละเอียดลออ</b>	ไม่สามารถแก้ปัญหา จากสถานการณ์ที่ กำหนดได้เลย หรือ อธิบายวิธีคิดแก้ปัญหา โดยใช้ความสัมพันธ์ แบบรูป กฎ หลักการ หรือสมการไม่ เหมาะสมกับเงื่อนไข ของแบบรูป	อธิบายวิธีคิดในการหา กฎ หลักการของ แบบรูป หรือสมการใน การแก้ปัญหาได้บ้าง เล็กน้อย แต่ยังไม่ ชัดเจนในบางประเด็น	อธิบายวิธีคิด ในการแก้ปัญหาจาก สถานการณ์ที่กำหนด โดยใช้กฎ หลักการ ของแบบรูป หรือ สมการได้อย่างชัดเจน โดยใช้เนื้อหาทาง คณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม	อธิบายวิธีแก้ปัญหา จากสถานการณ์ที่ กำหนดโดยกล่าวถึงวิธี คิดในการหา ความสัมพันธ์ กฎ หลักการของ แบบรูป ได้อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และวิธีนั้นๆ ใช้ การได้ดี หรือสามารถ อธิบายเป็นกราฟ แบบจำลองความคิด หรือสมการได้โดยใช้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสม

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟิลด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้วิจัย  
ปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
<b>ความคิด</b> <b>ละเอียดลออ</b>	ไม่สามารถหา ลักษณะร่วมได้เลย หรือลักษณะร่วมที่ใช้ไม่ เหมาะสมกับกลุ่ม จำนวน หรือการอธิบาย ลักษณะร่วมมี ความสับสน	อธิบายลักษณะร่วมได้ บางลักษณะ และยังไม่ ชัดเจนในบาง ประเด็น	อธิบายลักษณะร่วมได้ อย่างชัดเจน โดยใช้ เนื้อหาทาง คณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม	อธิบายลักษณะร่วมได้ อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และแนวคิดที่ใช้ เป็นแนวคิดที่ใช้การได้ดี หรือสามารถอธิบายเป็น กราฟ แบบจำลอง ความคิด หรือสมการได้ โดยใช้เนื้อหาทาง คณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- 
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.50	0.71	0.911
2	0.48	0.62	
3	0.54	0.60	
4	0.60	0.59	
5	0.61	0.52	

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนน

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเน้นความสามารถของนักเรียนในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับปัญหานักเรียนตั้งขึ้น การที่ไม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่นักเรียนตั้งเพื่อป้องกันกรณีที่นักเรียนตั้งปัญหาไม่ได้แล้วจะไม่สามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และกรณีนักเรียนตั้งปัญหาที่ง่ายเกินไปเพื่อให้ตนเองสามารถแก้ปัญหานั้นได้ง่ายตามไปด้วย ผู้วิจัยจึงสร้างข้อสอบที่มีโครงสร้าง เงื่อนไข และสถานการณ์เดียวกับที่ให้นักเรียนตั้งเพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ แต่ละข้อจะมี 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขและสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ให้สอดคล้องตามเงื่อนไขและสถานการณ์ที่กำหนด

ส่วนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้เงื่อนไขและสถานการณ์ที่กำหนดในส่วนที่ 1 ตั้งปัญหาแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้โดยปัญหาแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยแบ่ง



ขั้นตอนการแก้ปัญหาว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องทำหรือหาอะไรก่อน-หลัง และจะหาได้อย่างไร

ข้อย่อยที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณ หรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2 พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ มีคะแนนข้อละ 10 คะแนน แต่ละข้อจะมี 2 ส่วน

ส่วนที่ 1 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนน 4 คะแนน

ส่วนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนน 6 คะแนน

3. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 8 ข้อ เพื่อให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ

4. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 1 ชั่วโมง 30 นาที

5. วิธีการแจกแบบทดสอบคือ ชั้นแรกนักเรียนได้รับแบบทดสอบส่วนที่ 1 ให้นักเรียนทำให้เสร็จแล้วส่งแบบทดสอบส่วนที่ 1 กับอาจารย์คุมสอบซึ่งจะไม่สามารถขอคืนได้อีก จากนั้นนักเรียนจะได้รับแบบทดสอบในส่วนที่ 2

6. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

7. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก

8. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

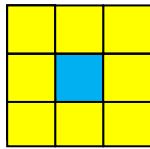
9. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ

10.ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ส่วนที่ 1.

ข้อที่ 1.

ช่างปูกระเบื้องสีฟ้าและกระเบื้องสีเหลืองเป็นแบบรูปที่มีความสัมพันธ์เริ่มต้นดังนี้



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

คำถามคือ

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(ฉบับหลังเรียน)

ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
0	นักเรียนไม่เขียนร่องรอยในการแสดงความสามารถตั้งปัญหาตามเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
1	นักเรียนเขียนร่องรอยในการดำเนินการตั้งปัญหาเพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ตั้งปัญหาไม่สำเร็จ
2	นักเรียนตั้งปัญหาได้ แต่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด หรือปัญหามีความสับสนหลายจุด
3	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด แต่ยังไม่กระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน หรือมีจุดบกพร่องบางจุด แต่ปัญหามุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้นโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
4	นักเรียนตั้งปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไข และสถานการณ์ที่กำหนด ปัญหา มีความกระชับ ชัดเจน ละเอียดถี่ถ้วน และมุ่งสนใจในการสำรวจตรวจค้น โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

(หมายเหตุ เกณฑ์เดียวกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

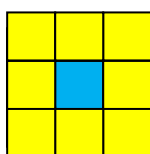
เรื่องระบบจำนวนเต็ม)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

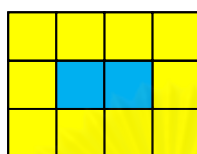
## ส่วนที่ 2.

### ข้อที่ 1.

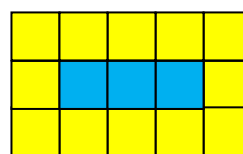
ช่างปูกระเบื้องดังรูป



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

จากวิธีปูกระเบื้องในรูปพบว่า

ถ้าเรียงกระเบื้องสีฟ้า 1 แผ่น จะต้องใช้กระเบื้องสีเหลือง 8 แผ่นล้อมรอบกระเบื้องสีฟ้า

ถ้าเรียงกระเบื้องสีฟ้า 2 แผ่น จะต้องใช้กระเบื้องสีเหลือง 10 แผ่นล้อมรอบกระเบื้องสีฟ้า

จากความสัมพันธ์ระหว่างกระเบื้องสีฟ้าและกระเบื้องสีเหลือง ถ้ามีกระเบื้องสีฟ้า 100 แผ่น กระเบื้องสีเหลืองด้านนอกจะมีกี่แผ่น

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ภาคผนวก ง

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต (t-test) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม และคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

- แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)
- แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ตารางที่ 20 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม. 1/5	50	27.80	5.89	2.504	1.206
ม. 1/6	50	27.05	6.62		

\*p<.05

ตารางที่ 21 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนพื้นฐานความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม(ฉบับก่อนเรียน) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม. 1/5	50	23.88	8.08	1.803	0.903
ม. 1/6	50	23.45	9.65		

\*p<.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก จ

ตัวอย่างผลงานนักเรียน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย




สัปดาห์ที่ 1 ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าผลงานของนักเรียนทั้งสองห้องมีลักษณะคล้ายกัน คือ นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการคิดยังไม่ค่อยได้ นักเรียนเรียบเรียงขั้นตอนแสดงวิธีทำวกไปวนมาทำให้สับสน และนักเรียนขอให้ครูเขียนอธิบายวิธีคิดเป็นตัวอย่าง ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง

๑.๗. อธิบาย ตัวอย่าง ๗.1/5 เลขที่ ๕2


การให้ทุกหน้า 88

ทุกข้อนั้นมีการทำแบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เหมือนกัน แต่วิธีคิด แตก ต่างกัน และ คำตอบเหมือนกัน คำตอบออกมาคือ


1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกอบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

ข้อ 1 นี้ สามารถทำได้

แนวทางการหาผลเฉลย วิธี

ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

รูปที่สี่เหลี่ยมต่อไปนี้จะเพิ่มขึ้นทีละ 1  
รูปถัดไปคือรูปที่ 4 = 4 รูป

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-24, -12, 0, 12, 24, ...

ค่าได้หลายวิธีคิด

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

จะเพิ่มขึ้นทีละ 12 และจะลบทีละ 12 จำนวนที่ 10 มีค่าเท่ากับ

9.4 = 84

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9, 5, 1, -3, -7, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

จะลบทีละ 4

จำนวนที่ 15 จะเท่ากับ -48

ค่าออกมาคือ -48

การคิดหาค่าเฉลี่ย

จำนวนรูปสี่เหลี่ยม

จำนวนรูปแรก

เพิ่ม

$3 \times 4 + 1 = 13$

$3 \times 4 + 1$

การทำให้วิธีคิด

ค่าของวงเล็บ

$12(10) - 36$

$= 120 - 36$

$= 84$

ลำดับที่

เพราะเกิดจากทางคือ

36 ข้อข้อ 2

ที่อยู่หน้าวิธีคิด

มาจาก

การหาค่าเฉลี่ย

แล้วดูว่า

ค่าของนที่เท่า

เท่ากันไม่

ตบ. ชวาทรร สายเลื้อ  
ม 1/5 88 เลขที่ 34

**แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**  
**เรื่องย่อย แบบรูปและความสัมพันธ์**

1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกอบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ  
จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

รูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้จะเพิ่มขึ้นทีละ 1 เพื่อที่จะ 3. เล็ง  
รูปถัดไปคือรูปที่ 4 = 4 รูป = 13 เส้น

คิงของตัวเลข  
↑ 12(10) - 36  
⊗ = 12 · 3 - 36  
สัมพันธ์  
12(1) - 36 = -24  
12(2) - 36 = -12  
12(3) - 36 = 0

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 24, -12, 0, 12, 24, ...

เพื่อหาสูตร  
↑ สูตรอนุกรม  
3 × 4 + 1 - 7 จำนวนรูปแรก  
3 × 2 + 1 = 7

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

- มีความสัมพันธ์โดยการบวกเพิ่มขึ้นทีละ 12  
- จำนวนที่ 10 คือ 96

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

13 - 4(4) = -3  
13 - 4(9) = 1  
13 - 4(2) = 5  
13 - 4(4) = 9

- 4, -2, -4, -4, -4
- 9, 5, 1, -3, -7, ...

6	-11
7	-15
8	-19
9	-23
10	-27

11	-31
12	-35
13	-39
14	-43
15	-47

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

- มีความสัมพันธ์โดยการลบทีละ 4  
- จำนวนที่ 15 คือ -47

ผู้จัดทำโดยครู สิริรัตน์ ประตุดัด ๒๕๖๓

๐๖๐๗

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม

วิชา คณิตศาสตร์ ชั้น ม.1/6 วันที่ ๑

**แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**  
เรื่องย่อย แบบรูปและความสัมพันธ์

1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ

จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

สูตร คือ  $n$  และ  $n+1$  จำนวนของเส้นตรงที่วางประกบกันจำนวนรูปสี่เหลี่ยมคือ  $n$   
 คือ  $n$  จำนวนส่วนของเส้นตรง  $= n+1$  คือ  $n$  จำนวนรูปสี่เหลี่ยม

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-24, -12, 0, 12, 24, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

สูตร คือ  $n$  และ  $n+1$  จำนวนของเส้นตรงที่วางประกบกันจำนวนรูปสี่เหลี่ยมคือ  $n$   
 จำนวนที่ 10 คือ  $12 \times 10 = 120$  หรือ  $n$  คือ  $10$  จำนวนที่ 10 ได้จาก

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9, 5, 1, -3, -7, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

คือ  $15$  หรือ  $15 - 4(15) = -13$

คือ  $15$  หรือ  $15 - 4(15) = -13$

Handwritten signature

**แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**  
เรื่องย่อย แบบรูปและความสัมพันธ์

1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ  
จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

คือ 1 รูป ก็จะมีเท่ากับเส้น 4 เส้น ต่อที่ 2 รูป จะมีเท่ากับเส้น 7 เส้น  
โดยเพิ่มขึ้น 3 = 3n+1 คือ n แทนจำนวนรูปสี่เหลี่ยม

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-24, -12, 0, 12, 24, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

$12n - 36$  แทนรูปนี้จำนวนจะเพิ่มขึ้นคือ 12 และสามารถเขียน  
ให้อยู่ในรูปทั่วไปคือ  $12n - 36$  เมื่อ n คือจำนวนรูปหาจำนวน 10 ได้จาก  
 $12(10) - 36 = 84$   
หรือ 10 รูปจะมีค่าเท่ากับ 84

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9, 5, 1, -3, -7, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

แทนรูปนี้จำนวนจะลดลง 4 และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปคือ  $-4n + 13$   
เมื่อ n คือจำนวนรูปหาจำนวน 15 ได้จาก  $-4(15) + 13 = -47$   
( 9 ลงท้ายด้วย 9, 13 ลงท้ายด้วย 3 )

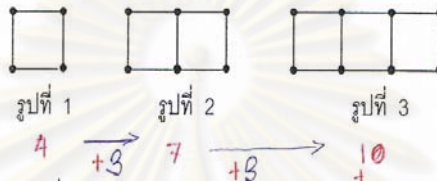
ตรวจต่ออีก ๑๐๗๖-๙๕  
๑๖๐๗

อ.ศ.โจคนันท์ อนุชิตานันท์

88 ①  
2-1/6

### แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เรื่องย่อย แบบรูปและความสัมพันธ์

1. พิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส่วนของเส้นตรงที่วางประกบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้



ลำดับที่ของรูปกับจำนวนส่วนของเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย และ

จงหาจำนวนส่วนของเส้นตรงรูปถัดไป

$3n+1 = 3(รูปที่) + 1$  เพราะรูปที่ 1 คือ 3 ส่วน และ 1 ส่วน  
 จากค่า 10 จะ  $3(4)+1 = 13$  รูปถัดไปจะมีจำนวนส่วนของเส้นตรง 13 ส่วน

2. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

-24, -12, 0, 12, 24, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 10

$-24, -12, 0, 12, 24, \dots$  คือค่าของตัวคูณคือ  $12n-36$  เมื่อ  $n$  คือจำนวนรูป  
 จะหาจำนวนที่ 10 ได้จาก  $12(10)-36=84$

3. พิจารณาแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

9, 5, 1, -3, -7, ...

แบบรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย พร้อมทั้งหาจำนวนที่ 15

$9, 5, 1, -3, -7, \dots$  คือค่าของตัวคูณคือ  $(-4)n+13$  เมื่อ  $n$  คือจำนวนรูป  
 จะหาจำนวนที่ 15 ได้จาก  $-4(15)+13=-47$

อันที่จริงค่าของรูปที่ 15  
 ควรจะเป็น  $-47$  ไม่ใช่  $-47$   
 อ.ศ.

สัปดาห์ที่ 2 ผู้วิจัยสังเกตพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มยังคงเขียนอธิบายวิธีคิดไม่ค่อยได้ มีนักเรียนห้องละประมาณ 3-4 คน ที่เริ่มเขียนอธิบายได้ดีขึ้น




ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง

22

### กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 1 อะไรเอ่ย

- ให้นักเรียนสร้างโจทย์แบบรูปมาทายเพื่อนจำนวน 5 ข้อ โดยแบบรูปที่สร้างขึ้นนี้ควรมีสถานการณ์หลากหลาย เช่น นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ของจำนวน รูปเรขาคณิต รูปภาพ หรือใช้สัญลักษณ์ใดก็ได้ได้ตามความสนใจของนักเรียน
- ให้นักเรียนสลับใจที่นักเรียนสร้างขึ้นกับเพื่อน และให้หาคำตอบจากโจทย์ของเพื่อนเป็นการบ้าน
- สลับกันตรวจในวันถัดไป หากเพื่อนตอบผิดให้ผู้ตรวจอธิบายวิธีการที่ถูกต้อง

ผู้สร้างแบบรูป ชื่อ ด.ช. วัฒนพันธ์ นามสกุล สงาวะกิจ เลขที่ 37 ม. 1/5  
 ผู้หาคำตอบแบบรูป ชื่อ ด.ช. อภิชาติ นามสกุล ทรัพย์สวัสดิ์ เลขที่ 48 ม. 1/5

โจทย์แบบรูป	วิธีคิดและสรุปคำตอบ	เฉลย
1. 43, 55, 67, 79, 91 103, ○ คือจำนวนใด	เพิ่มทีละ 12 จำนวน $103 + 12 = 115$	115
2.  จำนวนกล่องต่อไปถึง 5 กล่อง	เพิ่มกล่องทีละ 2 กล่อง 	 9 กล่อง
3. $\frac{9}{3}, \frac{6}{4}, \frac{10}{11}, \frac{14}{15}, \frac{18}{19}$ □ คือจำนวนใด	บวกทีละ 5 จำนวน $\frac{18}{19} + \frac{5}{1} = \frac{23}{19}$	$\frac{23}{19}$ 23 19 24
4. 1, 10, 20, 30, □ วงกลมใน 0 คือจำนวนใด	เพิ่มทีละ 10 จำนวน $30 + 10 = 40$	40
5. 0, 1, 2, 3, ○ คือจำนวนใด	เพิ่มทีละ 1 จำนวน $3 + 1 = 4$	4



ตรวจด้วยอีกวิธีหนึ่ง  
หน้าจะ  
😊

๓๓-๓๕

กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 1 อะไรเอ่ย

- ให้นักเรียนสร้างโจทย์แบบรูปมาทายเพื่อนจำนวน 5 ข้อ โดยแบบรูปที่สร้างขึ้นนี้ควรมีสถานการณ์หลากหลาย เช่น นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ของจำนวน รูปเรขาคณิต รูปภาพ หรือใช้สัญลักษณ์ใดก็ได้ตามความสนใจของนักเรียน
- ให้นักเรียนสลับโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้นกับเพื่อน และให้หาคำตอบจากโจทย์ของเพื่อนเป็นการบ้าน
- สลับกันตรวจในวันถัดไป หากเพื่อนตอบผิดให้ผู้ตรวจอธิบายวิธีการที่ถูกต้อง

ผู้สร้างแบบรูป ชื่อ อ.ช. อธิธา ..... นามสกุล อุดชาชน ..... เลขที่ 49 2.1/5  
 ผู้หาคำตอบแบบรูป ชื่อ อ.จ. พิศิตลา ..... นามสกุล ศักดิ์สุวรรณ ..... เลขที่ 20 2.1/5

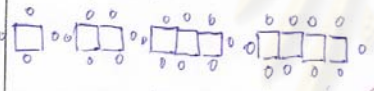

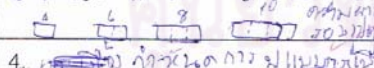

โจทย์แบบรูป	วิธีคิดและสรุปคำตอบ	เฉลย
1. 5, 10, 15, —	บวกเพิ่มทีละ 5	20
2. □, △, □, —	ดูจากรูปแรกแล้ววนรูป สลับกันไป 3 รูปต่อไป	△
3.  ออกมาตามว่ารูปที่ 10 มีกี่เส้น	เพิ่มทีละ 1. ออกมา 10 รูป ใช้วิธีอื่น ๆ	10 จำนวน
4.  ออกมาตามว่า รูปที่ 5 มีกี่รูป	เพิ่มทีละ 1 รูป จาก รูปที่ 1	5 รูป
5. 4, 6, 10, 16, 26, ...	เพิ่มรูปแรก 4 รูป เพิ่มทีละ 2 รูป	42


กลุ่มสัมพันธ์ที่ ๒ อธิธา อุดชาชน  
 ผู้ที่เรียงหาคำตอบมา ๒๕ คน (เพิ่มจนครบ ๒๕ คน)  
 ๐๐ ๐๐

กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 1 อะไรเอ่ย

- ให้นักเรียนสร้างโจทย์แบบรูปมาทายเพื่อนจำนวน 5 ข้อ โดยแบบรูปที่สร้างขึ้นนี้ควรมีสถานการณ์หลากหลาย เช่น นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ของจำนวน รูปเรขาคณิต รูปภาพ หรือใช้สัญลักษณ์ใดก็ได้ตามความสนใจของนักเรียน
- ให้นักเรียนสลับโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้นกับเพื่อน และให้หาคำตอบจากโจทย์ของเพื่อนเป็นการบ้าน
- สลับกันตรวจในวันถัดไป หากเพื่อนตอบผิดให้ผู้ตรวจอธิบายวิธีการที่ถูกต้อง

ผู้สร้างแบบรูป ชื่อ อ.ณ. นานาสี นามสกุล วงษ์สุดี เลขที่ 24 ม.1/5  
 ผู้หาคำตอบแบบรูป ชื่อ อ.ณ. วิภาสอก นามสกุล สุวรรณฉาย เลขที่ 39 ม.1/5

โจทย์แบบรูป	วิธีคิดและสรุปคำตอบ	เฉลย
1. กำมีโต๊ะ 6 ตัว และมีเก้าอี้ 6 ตัว 	การเพิ่มจำนวนโต๊ะ 2 หรือ จำนวนเก้าอี้เพิ่มไป 2 ตัว $2(n) + 2$	มี 14 ตัว 
2. จำนวนต่อไม่ติดกัน 3, 6, 18, 72, 360, ...	การเพิ่มจำนวนคูณ ของเลขต่อไม่ติด $3 \times 2 = 6$ $6 \times 3 = 18$ $18 \times 4 = 72$ $72 \times 5 = 360$	<u>2160</u>
3. ใน 1 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีจุดมาวาง รอบรูปเท่ากับ 4 จุด ยกเว้น 4 จุดที่มุมของรูป 6 นอก และเริ่มไว้จุดที่ 20 จุดได้ 	การเพิ่มจำนวนคูณ 2 หรือจุดบนเส้นสมการที่ 4 ตัว $2(n) + 2$	42 นอก
4. <del>การเพิ่มจำนวนคูณ</del>  การเพิ่มรูปที่ 20 เพิ่มเท่าไร และหาคำความสัมพันธ์	การเพิ่มที่ 2 หรือฮาก ขึ้นหนึ่งหน้าต่อ 66 หรือ 10 ตัว $3(n) + 1$	61 นอก
5. จำนวนต่อไม่ติดกัน 2, 3, 6, 11, 18, ...	การเพิ่ม (เพิ่ม) ต่อค่าของ ตก 1 ของเลขต่อไม่ติด $2, 3, 6, 11, 18, 27$ $+1 +3 +5 +7 +9$	117

ศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมที่ [www.kit.com](http://www.kit.com) 



## ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม

22

## กิจกรรมสำรวจตรวจค้นที่ 1 อะไรเอ่ย

- ให้นักเรียนสร้างโจทย์แบบรูปมาทายเพื่อนจำนวน 5 ข้อ โดยแบบรูปที่สร้างขึ้นนี้ควรมีสถานการณ์หลากหลาย เช่น นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ของจำนวน รูปเรขาคณิต รูปภาพ หรือใช้สัญลักษณ์ใดก็ได้ได้ตามความสนใจของนักเรียน
- ให้นักเรียนสลับโจทย์ที่นักเรียนสร้างขึ้นกับเพื่อน และให้หาคำตอบจากโจทย์ของเพื่อนเป็นการบ้าน
- สลับกันตรวจในวันถัดไป หากเพื่อนตอบผิดให้ผู้ตรวจอธิบายวิธีการที่ถูกต้อง

ผู้สร้างแบบรูป ชื่อ ...อ.ณ.กานดา... นามสกุล ...ธวัชวงศ์... เลขที่ ...4... 2.1/6

ผู้หาคำตอบแบบรูป ชื่อ ...อ.ณ. 4กุลล... นามสกุล ...วิเศษ... เลขที่ ...19... 2.1/6

โจทย์แบบรูป	วิธีคิดและสรุปคำตอบ	เฉลย
1. 3, 6, 9, 12, —	เรียงทีละ 3	15
2. 2, 4, 6, 8, 10, —	เรียงทีละ 2	12
3. ☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆☆ ☆☆☆	เรียงทีละ 4	☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆
4. 5, 10, —, —	เรียงทีละ 5	15, 20
5. ♡, ♡♡, ♡♡♡	เรียงทีละ 1	♡♡♡♡

ความเรียงอักษร  
ทศวรรษ 1/6 อักขระ  
๑๖๐๗

สัปดาห์ที่ 3-4 ผู้วิจัยเริ่มสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ นักเรียนเริ่มมีพัฒนาการในด้านการจัดระบบการคิดที่สังเกตได้ชัดเจนมากขึ้น มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น มีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆ ในชั้นเรียนมากขึ้น

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง

16

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $-4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ  $4$  และ  $-4$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

**วิธีทำ** เนื่องจาก เมื่อแทน  $c$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

**วิธีทำ** เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน  $d$  ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3 และ 4 สามารถจำแนกสมการได้ ... แบบ ตามลักษณะคำตอบของสมการ ดังนี้

คำตอบของสมการมี 2 แบบ

**ตัวอย่าง**

สมการบางแบบเป็น 3 ลักษณะคือ

- มี 1 คำตอบ  
Ex.  $3x - 10, x + 2 = 3$
- มี 2 คำตอบ  
Ex.  $x^2 = 4$  คำตอบคือ 2 หรือ -2  
Ex.  $A^2 - 2 = 4$  คำตอบคือ 2 หรือ -2
- จำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ  
Ex.  $3 + x = x + 3$   
Ex.  $4 + p = p + 4$

**ตัวอย่าง**

Ex.  $ปากก + 5 = ปากก$   
 Ex.  $ต้นไม้ + 1 = ต้นไม้$   
 Ex.  $เก้าอี้ + 2 = เก้าอี้$   
 Ex.  $ขงลม + 8 = ขงลม$

อ้อๆ ☺

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน b ด้วย 4 ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน b ด้วย -4 ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ 4 และ -4

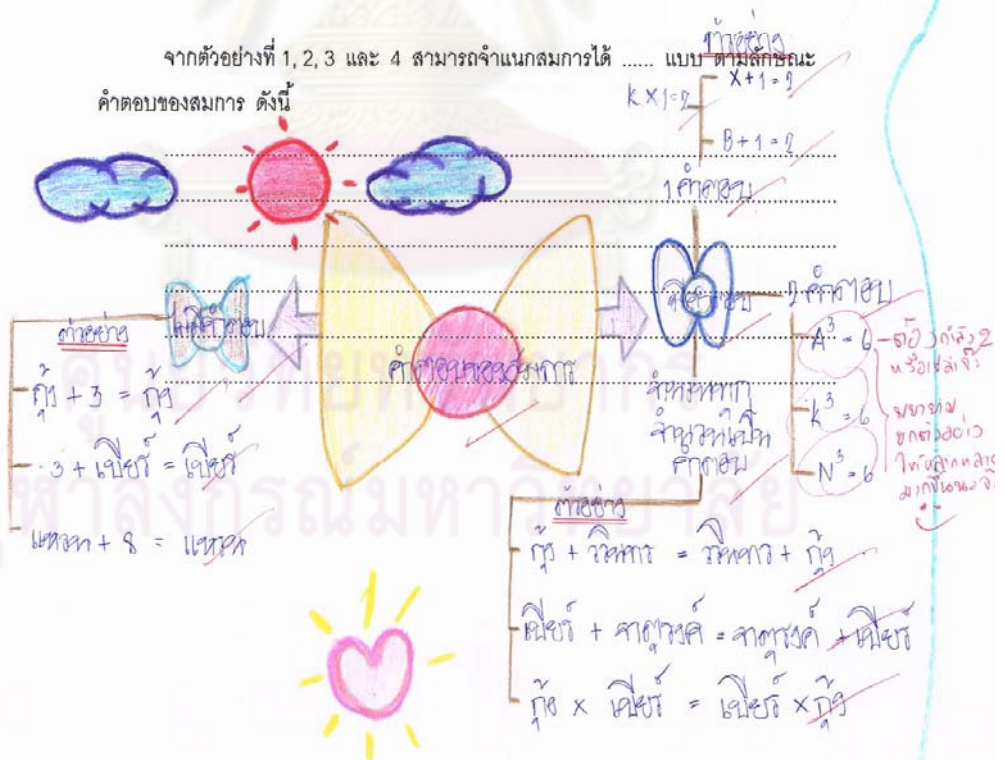
ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน c ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน d ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3 และ 4 สามารถจำแนกสมการได้ ..... แบบ ตามลักษณะคำตอบของสมการ ดังนี้



อึ้ง / ๑๑



ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $-4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ  $4$  และ  $-4$

นี่ไม่ใช่ตัวเลขค่า  
 ในทุกสมการ  
 (ตัวเลขใส่ตรงนี้ได้)

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $c$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

ทำจริง ๆ  
 ใ้ทำไร ก็ไม่มีคำตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน  $d$  ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3 และ 4 สามารถจำแนกสมการได้ ..... แบบ ตามลักษณะคำตอบของสมการ ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

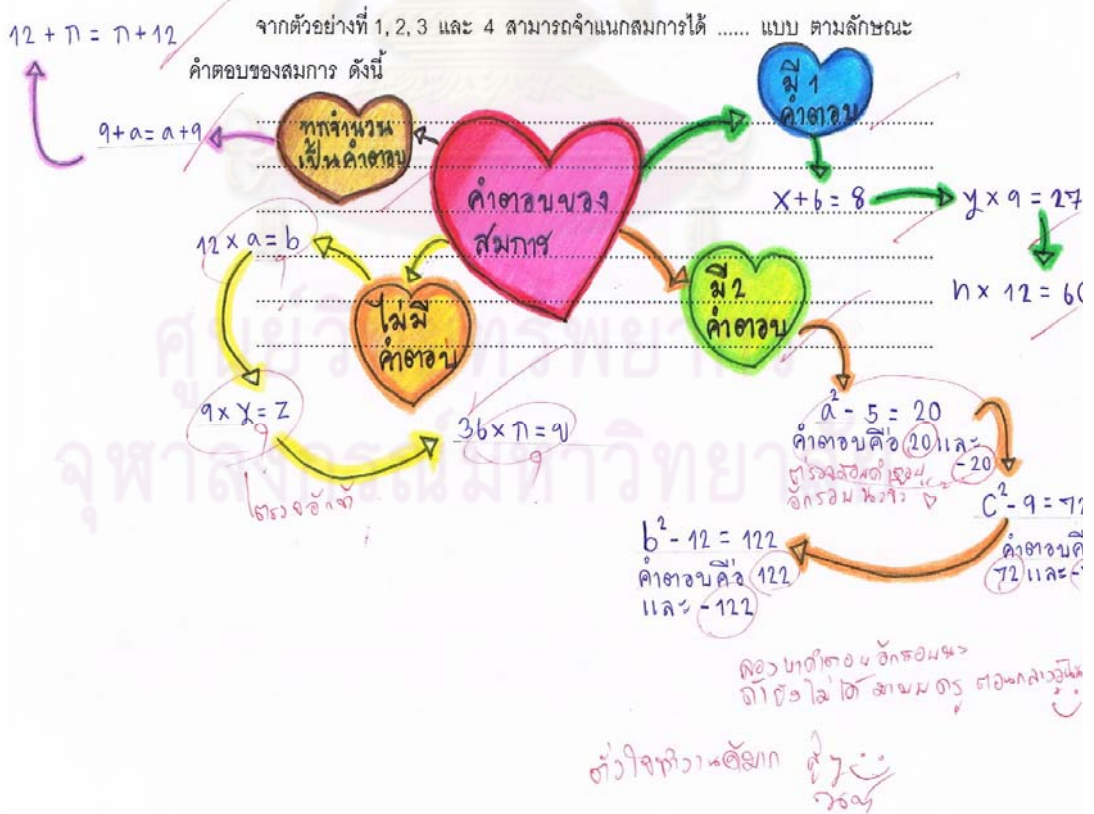
วิธีทำ เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $-4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ  $4$  และ  $-4$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $c$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ  
 ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน  $d$  ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง  
 ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$



## ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม

16

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย 4 ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง

เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$   
 เมื่อแทน  $b$  ด้วย -4 ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ 4 และ -4

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $c$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน  $d$  ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3 และ 4 สามารถจำแนกสมการได้ ..... แบบ ตามลักษณะคำตอบของสมการ ดังนี้

[ คำตอบ ของสมการมี 2 แบบ ① มีคำตอบ มี ② ลักษณะคือ ① มีคำตอบ 1 คำตอบ เช่น (X)  
 ② มี 2 คำตอบ เช่น  $b^2 - 4 = 12$  ② ไม่ได้ ทุกจำนวน เช่น  $c + 5 = 5 + c$   $b + 9 = 9 + b$   
 ③ ไม่มีคำตอบ เช่น  $2 + d = d$  หรือ  $10 + c = c$  ]

สรุปได้ ลองฝึก โจทย์ที่ก่อนว่าจริงจะออกมา

06.07

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก  $(4)^2 - 4 = 12$

เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง

เนื่องจาก  $(-4)^2 - 4 = 12$

เมื่อแทน  $b$  ด้วย  $-4$  ใน  $b^2 - 4 = 12$  แล้วจะได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $b^2 - 4 = 12$  คือ  $4$  และ  $-4$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $c$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $c + 5 = 5 + c$  แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของสมการ  $c + 5 = 5 + c$  คือ จำนวนทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $2 + d = d$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนใดแทน  $d$  ใน  $2 + d = d$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $2 + d = d$

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3 และ 4 สามารถจำแนกสมการได้ 3 แบบ ตามลักษณะ

คำตอบของสมการ ดังนี้

1. สมการที่มีคำตอบจำกัดเป็นคำตอบ ๒๖๓ คำตอบที่ 1, 2
2. สมการที่มีคำตอบทุกจำนวนเป็นคำตอบ ๒๖๓ คำตอบที่ 3
3. สมการที่ไม่มีคำตอบใดเป็นคำตอบ ๒๖๓ คำตอบที่ 4

คุณครูใจดีที่สอนให้ผมได้... จะขอขอบคุณคุณครูที่สอนให้ผมได้  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัปดาห์ที่ 5 นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบ  
 อีวริสติกส์เริ่มขอเสนอให้ครูสั่งงานในรูปแบบที่ตนเองสนใจ เช่น นักเรียนขอแสดงบทบาทสมมติ  
 เกี่ยวกับสมการ ขอให้ครูจัดเกมสมการที่ออกไปใช้สถานที่นอกห้องเรียน ขอแต่งเพลงสมการ  
 ประกอบท่าเต้น เป็นต้น เป็นต้น นักเรียนส่วนใหญ่ชอบกิจกรรมลักษณะที่ได้ออกมาถามคำถามเพื่อนทั้ง  
 ในลักษณะเกม และลักษณะแสดงบทบาทเป็นครู ซึ่งทำให้บรรยากาศในห้องเรียนสนุกสนาน  
 ไม่เคร่งเครียด แต่ครูต้องคอยตักเตือนเรื่องเสียงดัง และการแย่งกันตอบคำถาม สำหรับนักเรียน  
 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ สังเกตได้ว่านักเรียนแสดงความคิดเห็นและ  
 ร่วมกันอภิปรายกันไม่หลากหลาย ครูต้องคอยกระตุ้นบ่อยๆนักเรียนจึงจะแสดงความคิดเห็น  
 นักเรียนที่ตอบคำถามมักเป็นนักเรียนกลุ่มเดิม นักเรียนที่ไม่กล้าตอบคำถามต้องรอให้ครูเรียกชื่อ  
 จึงจะตอบ การออกมานำเสนอผลงานหน้าห้องมีการเกี่ยวกันบ่อยครั้ง

#### ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง



นำเสนอผลงานหน้าห้อง



แต่งเพลงสมการประกอบท่าเต้น



แสดงบทบาทสมมติเรื่อง "สมการฉันรักเธอ"



ตั้งปัญหาถามเพื่อนและร่วมกันแสดง

ความคิดเห็น



ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม



อภิปรายกลุ่มย่อย



ตอบคำถามรับรางวัล



นำเสนอผลงานหน้าห้อง



นำเสนอผลงานหน้าห้อง

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัปดาห์ที่ 6 สังเกตได้ว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮีโรสติคส์พยายามหาคำตอบโดยใช้วิธีคิดมากกว่า 1 วิธี และจัดระบบขั้นตอนการคิดของตนเองได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนในกลุ่มควบคุมไม่แสดงพฤติกรรมดังกล่าวโดยในนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่เขียนอธิบายได้ดีผลงานทุกชิ้นจะเข้าใจง่าย โดยมีรูปแบบการอธิบายเป็นการบรรยายและเป็นรูปแบบเดิมในงานทุกชิ้น

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง

บทแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**วิธีทำที่ 1**

ถ้า  $\frac{1}{6}$  หาทุกข้างสองข้างของสมการ  
จะได้  $\frac{6(f-6)}{6} = \frac{-12}{6}$   
 $f-6 = -\frac{12}{6}$

ถ้า 6 หาทุกข้างสองข้างของสมการ  
จะได้  $f-6+6 = \frac{12}{6} + \frac{6 \times 6}{1 \times 6}$   
 $f = \frac{12}{6} + \frac{36}{6}$   
 $f = \frac{48}{6}$   
 $f = 8$

**วิธีทำที่ 2**

ถ้า 6 หาทุกข้างในวงเล็บ  
จะได้  $6f-36 = 12$

ถ้า 36 หาทุกข้างสองข้างของสมการ  
จะได้  $6f-36+36 = 12+36$   
 $6f = 48$

ถ้า  $\frac{1}{6}$  หาทุกข้างสองข้างของสมการ  
จะได้  $\frac{6f}{6} = \frac{48}{6}$   
 $f = 8$

**ตรวจสอบ**

แทน f ด้วย  $\frac{48}{6}$  ในสมการ  $6(f-6) = 12$   
จะได้  $\frac{48}{6} + \frac{6 \times 6}{1 \times 6} = \frac{48}{6} + \frac{36}{6}$   
สมการที่แก้แล้ว  
 $= \frac{84}{6} = 14$

บทแก้สมการ

**วิธีที่ 1**

$k + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}k - \frac{1}{3}$

$-\frac{2}{3}k + k + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}k + \frac{2}{3}k - \frac{1}{3}$   
 $(-\frac{2}{3} + 1)k + \frac{2}{3} = (-\frac{2}{3} + \frac{2}{3})k - \frac{1}{3}$   
 $\frac{1}{3}k + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

**วิธีที่ 2**

$\frac{2}{3}k + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$   
 $\frac{2}{3}k = -1$

**วิธีที่ 3**

ถ้า  $\frac{3}{3}$  หาทุกข้างสองข้างของสมการ  
 $\frac{3}{3}k + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}k - \frac{1}{3}$   
 $k + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}k - \frac{1}{3}$   
 $k - \frac{2}{3}k = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$   
 $\frac{1}{3}k = -1$   
 $k = -3$

**ตรวจสอบ**

$-\frac{5}{3}$  หรือ  $-1\frac{2}{3}$

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ศ.ม. เกียรติกาญจน์ ศรีศกาว ม.1/6 เลขที่ 24

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการตัวแปรบวก

วิธีทำ

$$x + \frac{1}{5} = \frac{61}{5}$$

$$x + \frac{1}{5} = \frac{61}{5}$$

ถ้า  $\frac{1}{5}$  มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$x + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{61}{5} - \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{60}{5}$$

หรือ

$$x = 12$$

ตรวจสอบ

แทนค่า  $x = 12$  ในสมการ


$$12 + \frac{1}{5} = \frac{61}{5}$$

$$\frac{60+1}{5} = \frac{61}{5}$$

$$\frac{61}{5} = \frac{61}{5}$$

ดังนั้น 12 เป็นคำตอบของสมการ

ตอบ 12



สมการตัวแปรลบ

วิธีทำ

$$\frac{x}{2} = -21$$

$$\frac{x}{2} = -21$$

ถ้า 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{x}{2} \times 2 = -21 \times 2$$

$$x = -42$$

ตรวจสอบ


แทนค่า  $x = -42$  ในสมการ  $\frac{x}{2} = -21$

$$\frac{-42}{2} = -21$$

$$-21 = -21$$

ดังนั้น -42 เป็นคำตอบของสมการ

ตอบ -42



①  $12x - 6 = 138$

วิธีทำ ถ้า 6 มาลบทั้งข้าง 2 ข้างของสมการ

$$12x - 6 + 6 = 138 + 6$$

$$12x = 144$$

ถ้า  $\frac{1}{12}$  มาคูณทั้งข้าง 2 ข้างของสมการ

$$12x \times \frac{1}{12} = 144 \times \frac{1}{12}$$

$$x = 12$$

ตรวจสอบ

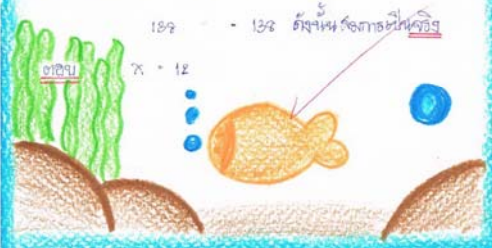
x แทนค่า 12 ในสมการ  $12x - 6 = 138$

$$12 \times 12 - 6 = 138$$

$$144 - 6 = 138$$

ดังนั้น 12 เป็นคำตอบที่แท้จริง

ตอบ  $x = 12$



②  $15y + 10 = 85$

วิธีทำ ถ้า 10 มาลบทั้งข้าง 2 ข้างของสมการ

$$15y + 10 + (-10) = 85 + (-10)$$

$$15y = 75$$

ถ้า  $\frac{1}{15}$  มาคูณทั้งข้าง 2 ข้างของสมการ

$$15y \times \frac{1}{15} = 75 \times \frac{1}{15}$$

$$y = 5$$

ตรวจสอบ

y แทนค่า 5 ในสมการ  $15y + 10 = 85$

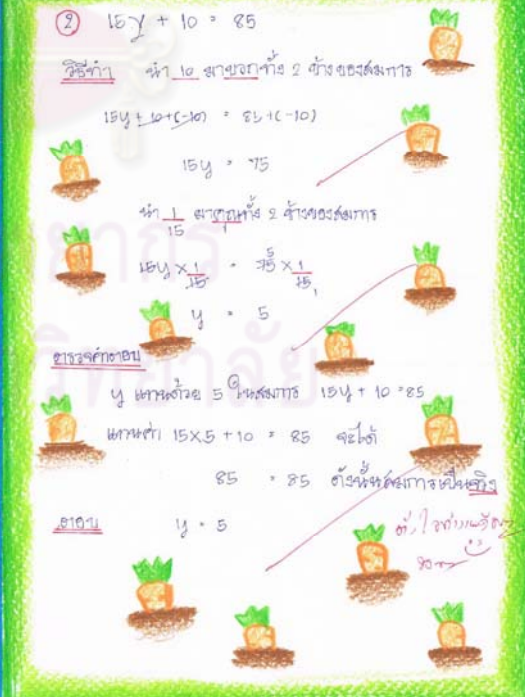
$$15 \times 5 + 10 = 85$$

$$75 + 10 = 85$$

$$85 = 85$$

ดังนั้น 5 เป็นคำตอบที่แท้จริง

ตอบ  $y = 5$




สัปดาห์ที่ 7 สังเกตได้อย่างชัดเจนว่าคุณภาพผลงานของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮีโรสติกส์มีพัฒนาการในทิศทางที่ดีขึ้นเป็นลำดับ มีคุณภาพมากขึ้น การเขียนอธิบายกระชับ เข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น การอธิบายวิธีคิดเป็นลำดับและขั้นตอนที่ชัดเจนมากขึ้น นักเรียนใช้การเขียนโยงความคิดหลากหลายแนวทาง และลักษณะคำตอบมีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นด้วยเช่นกัน นักเรียนแต่ละคนจะคิดหาคำตอบด้วยวิธีคิดมากกว่า 1 วิธี แล้วอภิปรายกับเพื่อนโดยที่ครูไม่ต้องกระตุ้น ในขณะที่คุณภาพผลงานของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติเป็นในลักษณะคงที่

ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มทดลอง

อรณิศา ดาวรป่า เลขที่ 52  
21

**เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**  
**เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

**ตัวอย่าง** ขณะนี้ตุ๊กก็อายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุป๊อกก็ ปัจจุบันป๊อกก็อายุเท่าไร



**วิธีคิด**

4 คือ 4 ปีข้างหน้า

ตุ๊กก็	17	17 + 4 = 21
ป๊อกก็	x	x + 4

$21 = 3 \times (x + 4)$   
 $21 = 3x + (12)$   
 $21 - 12 = 3x$   
 $9 = 3x$   
 $3 = x$

ปัจจุบันตุ๊กก็ อายุ 3 ปี  $3 = x$

**ตรวจสอบ**  $21 = 3(x + 4)$   
 $21 = 3(3 + 4)$   
 $21 = 3(7)$   
 $21 = 21$

**สรุปคำตอบ**

๑๑๕

ฉบับพิเศษ ธรรม

ว. 1/5 เลขที่ 13

21

เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**ตัวอย่าง** ขณะนี้ตุ๊กก็อายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุป๊อกก็  
ปัจจุบันป๊อกก็อายุเท่าไร



**วิธีคิด**

$$\begin{array}{l} \text{ตุ๊กก็} \\ 17 \\ + 4 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ป๊อกก็} \\ x \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$21 = 3(x + 4)$$

$$21 = 3x + 12$$

$$21 - 12 = 3x$$

$$9 = 3x$$

$$3 = x$$

ตรวจสอบคำตอบ  
 ถ้า 3 เท่าไปสมการ  $21 = 3(x + 4)$   
 $21 = 3(3 + 4)$   
 $21 = 21$

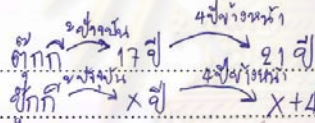
สรุปคำตอบ  
 $x = 3$  เป็นคำตอบของสมการ  
 ดังนั้น ป๊อกก็ มีอายุ 3 ปี

เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**ตัวอย่าง** ขณะนี้ตึกก็อายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุปูกี้  
ปัจจุบันปูกี้ก็อายุเท่าไร



วิธีคิด



$\therefore 21 = 3 \times (x+4)$

$21 = 3x + 12$

$21 - 12 = 3x$

$9 = 3x$

$3 = x$

ตอบ ปัจจุบันปูกี้ก็อายุ 3 ปี

ตรวจคำตอบ

นำ 3 แทนแทนสมการ  $21 = 3 \times (x+4)$

$21 = 3 \times (3+4)$

๙ แต่ต่าง จึงไม่ใช่ การตรวจคำตอบที่สาม

สรุปคำตอบ

ตอบ. ขณะนี้ปูกี้ก็อายุ 3 ปี

## ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มควบคุม

๑.๗๖.แก้โจทย์คณิตศาสตร์ ๗.๑/๖

21  
เลขที่ ๒4

**เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**  
เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**ตัวอย่าง** ขณะนี้ตุ๊กมีอายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุปุกก็  
ปัจจุบันปุกก็อายุเท่าไร



**วิธีคิด**

สมมติให้ จำนวนปีปุกก็อายุ  $x$  ปี ส่วนอีก 4 ปีข้างหน้า ปุกก็อายุ  $x + 4$  ปี  
 ตุ๊กก็ ปัจจุบันอายุ 17 ปี  
 ส่วนอีก ๔ ปีข้างหน้าตุ๊กก็อายุ  $17 + 4 = 21$  ปี  
 เมื่อเวลาผ่านไป ๔ ปี  
 $\therefore$  จะได้สมการคือ

$$21 = 3(x + 4)$$

$$21 = 3x + 12$$

$$21 - 12 = 3x$$

$$9 = 3x$$

ดังนั้น ปัจจุบันปุกก็อายุ ๓ ปี

**ตรวจคำตอบ**  $x = 3$

แทนอายุปุกก็ ๓ ปี  $21 = 3(3 + 4)$   
 $21 = 3(7)$   
 $21 = 21$  เป็นสมการที่ลงตัว

**สรุปคำตอบ** ๓ เป็นคำตอบของสมการ

ด้วย  
๗๖.๗

ต.อ. ทรูทิกานนท์ ทรูทิกานนท์  
 ส.1/6 เลขที่ 48  
 21

เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
 เรื่องย่อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่าง ขณะนี้ตุ๊กก็อายุ 17 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าเธอจะอายุเป็น 3 เท่า ของอายุปุกก็  
 ปัจจุบันปุกก็อายุเท่าไร



วิธีคิด

สมมติให้ ปัจจุบันปุกก็อายุ  $x$  ปี ดังนั้นอีก 4 ปีข้างหน้า ปุกก็อายุ  $x+4$  ปี  
 ตุ๊กก็ ปัจจุบันก็อายุ 17 ปี  
 ดังนั้นอีก 4 ปี ข้างหน้าตุ๊กก็ อายุ  $17+4 = 21$  ปี แต่เวลาที่ขบข้องได้สมการคือ

$$21 = 3(x+4)$$

$$21 = 3x + 12$$

$$21 - 12 = 3x$$

$$9 = 3x$$

$$x = 3$$

ดังนั้นปัจจุบันปุกก็อายุ 3 ปี

ตรวจคำตอบ

แทน 3 ในสมการ

อสมการเชิงเส้นของตัวแปรเดียว ตรวจสอบคำตอบได้  
 21 = 3(3+4) = 3(7) = 21  
 21 = 21 ✓

สรุปคำตอบ

$$x = 3 \text{ เป็นคำตอบของสมการ}$$

ดังนั้น ปัจจุบัน ปุกก็ อายุ 3 ปี

กล้ามีพี่เพิ่มเสริม แล้วมาตรวจอีกตอนหน้า 92 ✓



## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวนวลทิพย์ นวพันธุ์ เกิดเมื่อวันที่ 20 พฤศจิกายน พุทธศักราช 2525  
อยู่บ้านเลขที่ 103/17 ถนนแสงจันทร์ ตำบลเนินพระ อำเภอเมือง จังหวัดระยอง 21000 สำเร็จ  
การศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง) วิชาเอกคณิตศาสตร์ โครงการ  
ผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สสวค.) จากคณะ  
วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อปีการศึกษา 2549 เข้ารับราชการครู ตำแหน่งครู  
อันดับ คศ.1 โรงเรียนบ้านบึงตาต้า อำเภอปลวกแดง จังหวัดระยอง เข้าศึกษาต่อในหลักสูตร  
ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและ  
เทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550 โครงการ  
ผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สสวค.)



ศูนย์วิทยพัชการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย