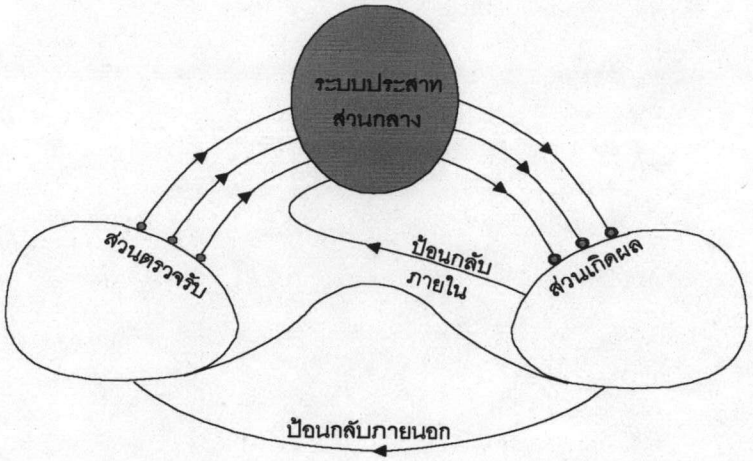
บทที่ 3

ทฤษฎีเครือข่ายประสาทเบื้องต้น

เนื้อหาที่จะกล่าวถึงต่อไปในบทนี้ประกอบด้วยหลักการพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเครือข่ายประสาท โครงสร้างองค์ประกอบของเครือข่ายประสาท กลไกการทำงานของกระบวนการเรียนรู้ทั้งเครือข่ายประสาทธรรมชาติและเครือข่ายประสาทเทียม

3.1 เครือข่ายประสาทธรรมชาติ

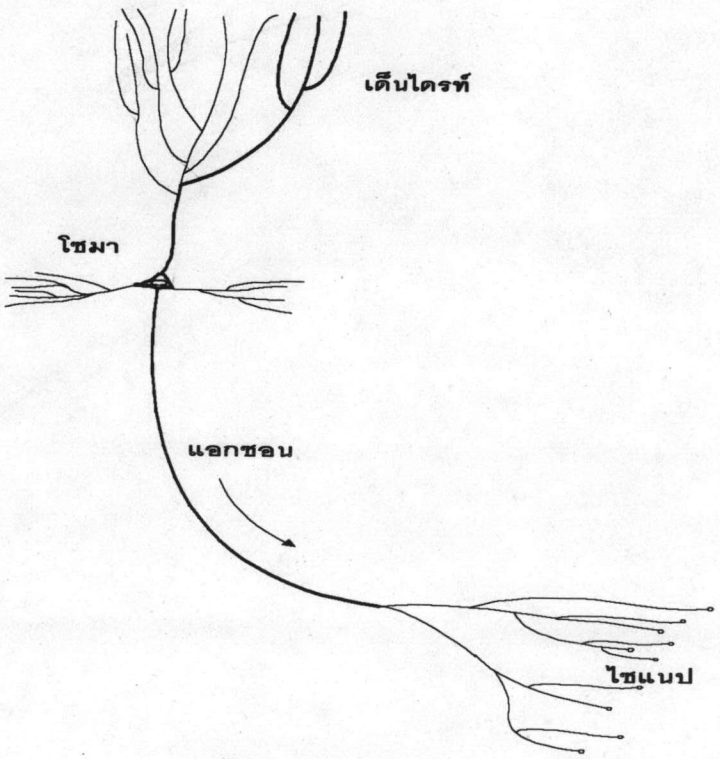
สมองมนุษย์ประกอบด้วยหน่วยการประมวลผล(Computing or processing elements or elementrary nerve cell) หรือเรียกว่า นิวรอน(Neuron) ประมาณ 10^{11} หน่วย แต่ละนิวรอนเชื่อมโยง(Synapse or Connection) กันเป็นเครือข่าย(Network)จำนวนการเชื่อมโยงมีประมาณ $6x10^{15}$ [8] นั่นคือมีความหนาแน่นของการเชื่อมโยงประมาณ 10^4 ต่อหนึ่งนิวรอน การทำงานของสมองมนุษย์มีความซับซ้อนไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นแบบขนาน(Parallel) การทำงานแต่ละครั้งของสมองมนุษย์จะใช้เวลาอยู่ในช่วงมิลลิวินาที (10^{-3}s) [8,23] ระบบประสาทของมนุษย์มีการส่งผ่านข้อมูลที่มีการเปลี่ยนรูประหว่างสัญญาณไฟฟ้ากับสัญญาณเคมี เราอาจพิจารณาว่าสมองเป็นเสมือนเครือข่ายการปิดเปิดทางไฟฟ้า (Electrical switching network) ที่ถูกควบคุมด้วยกระบวนการทางชีวเคมี การทำงานของร่างกายมนุษย์ประกอบด้วย 3 ส่วนหลักคือ ส่วนตรวจรับ(Receptors or sensory units) ระบบประสาทส่วนกลาง(Central nerve system) และส่วนเกิดผล(Effector) ส่วนตรวจรับจะรับข้อมูลป้อนเข้าทั้งจากภายนอกและภายในระบบ จากนั้นจะส่งข้อมูลในรูปสัญญาณไฟฟ้าแบบอิมพัลส์(Electrical impulse) เข้าเครือข่ายของนิวรอนต่อไป ผลลัพธ์ที่ได้จากการประมวลของระบบประสาทส่วนกลางจะส่งไปควบคุมการทำงานของส่วนเกิดผล ดังแสดงในภาพที่ 3.1 สรุปกระบวนการที่เกิดในระบบประสาทคือมีการรับข้อมูล ส่งผ่านข้อมูล ประมวลผลข้อมูล เปรียบเทียบผลที่ได้กับข้อมูลที่มีอยู่ในระบบประสาทส่วนกลาง และอาจจะทำให้เกิดผลขึ้นมา จากภาพจะเห็นได้ว่ามีส่วนป้อนกลับ (Feedback) ที่ใช้ในการควบคุมให้เกิดผลตามที่ต้องการ



ภาพที่ 3.1 แสดงองค์ประกอบของเครือข่ายประสาทของสมองมนุษย์

3.1.1 นิวรอนธรรมชาติ

นิวรอนประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 3 ส่วนคือโซมา(Soma)หรือ ตัวเซล (Cell body) เด็นไดรท์(Dendrite) และแอกซอน(Axon) ดังภาพที่ 3.2



ภาพที่ 3.2 แสดงเซลล์ประสาท

เด็นไดรท์คือส่วนที่มีกิ่งก้านคล้ายต้นไม้ทำหน้าที่เป็นส่วนรับข้อมูลและส่งให้กับโซมา แอกซอนคือส่วนที่มีรูปร่างเป็นทรงกระบอกยาวทำหน้าที่นำข้อมูลออกจากโซมา โซมาคือส่วนที่รวมข้อมูลป้อนเข้าทั้งหมดเข้าด้วยกันและประมวลผล ในการเชื่อมนิวรอนเข้าด้วยกันเป็นระบบเครือข่ายยังมีองค์ประกอบหนึ่งที่อยู่ระหว่างแอกซอนของนิวรอนหนึ่งกับเดนไดรท์ของนิวรอนที่อยู่ข้างเคียง (Neightboring neural) เรียกว่าไซแนป (Synapse) ไซแนปจะสร้างการกระตุ้นขึ้นมา 2 แบบคือ แบบเสริม (Exitation) และกระตุ้นหักล้าง (Inhibition) ในทางปฏิบัติจะแทนการกระตุ้นทั้งสองแบบด้วยเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบตามลำดับอย่างไรก็ตามนิวรอนจะไม่รับข้อมูลทั้งสองแบบในเวลาเดียวกัน

การส่งผ่านข้อมูลระหว่างนิวรอนโดยปกติจะเป็นผลมาจากตัวโอนถ่าย(Transmitters) แบบเคมี แต่มีบางครั้งที่เป็นผลจากตัวถ่ายโอนแบบไฟฟ้า นิวรอนจะตอบสนองต่อข้อมูลป้อนเข้าในช่วงเวลาสั้น ๆ หากศักย์ดา(Potential)ทั้งหมดที่นิวรอนสูงกว่าค่าขีดจำกัดค่าหนึ่งนิวรอนก็จะสร้างอิมพัลส์ อิมพัลส์ที่ป้อนเข้าสู่นิวรอนจะมาจาก 2 ส่วนเท่านั้นคือจากนิวรอนข้างเคียงและจากตัวมันเอง โดยปกติการกระตุ้นนิวรอนใดนิวรอนหนึ่งจะใช้อิมพัลส์จำนวนที่คงที่

อิมพัลส์เหล่านี้จะถูกส่งออกมากระตุ้นนิวรอนอื่น ๆ ในเวลาที่พร้อมกัน (Synchronous) รูปแบบของข้อมูลที่ส่งผ่านจะอยู่ในรูปเลขฐานสอง (Binary signal) การกระตุ้นจะมีผลต่อนิวรอน ณ เวลา k หรือไม่ขึ้นอยู่กับการกระตุ้นนิวรอนนั้น ณ เวลา k-1 ก่อนหน้านี้ หากผลต่างระหว่างจำนวนกระตุ้น ณ เวลา k เปรียบเทียบกับจำนวนการกระตุ้น ณ เวลา k-1 เป็นจำนวนมากกว่าหรือค่าขีดจำกัด (Treshold) เราอาจสรุปคุณสมบัติของนิวรอนธรรมชาติได้ดังนี้ [22]

1) แต่ละนิวรอนจะรับข้อมูลป้อนเข้าเป็นจำนวนมาก
2) ข้อมูลป้อนเข้าอาจถูกปรับให้เหมาะสมด้วยค่าการเชื่อมโยง (Connection value or weight value or strength) ที่ไซแนป
3) โซมาจะรวมข้อมูลป้อนเข้าที่ผ่านการปรับด้วยค่าการเชื่อมโยงเข้าด้วยกันและทำการประมวลผล
4) ภายใต้ภาวะที่เหมาะสม เช่น ข้อมูลป้อนเข้ามีจำนวนเพียงพอ นิวรอนจะส่งข้อมูลออกมาหนึ่งค่า
5) ข้อมูลส่งออกจากนิวรอนหนึ่งอาจจะถูกส่งไปให้นิวรอน อื่น ๆ หลายนิวรอนผ่านทางแอกซอน
6) นิวรอนแต่ละนิวรอนมีความเป็นเฉพาะตำแหน่งหรือเฉพาะที่ (Local)

7) ความจำแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

- ความจำระยะยาว(Long-term) จะเก็บที่ไซแนปของนิวรอนหรือเก็บในค่าการเชื่อมโยง
- ความจำระยะสั้น(Short-term) สัมพันธ์กับข้อมูลส่งออกจากนิวรอน

8) ความถูกต้องของค่าการเชื่อมโยงจะขึ้นกับประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ผ่านมา

9) การควบคุมการถ่ายโอนของไซแนปอาจจะเป็นการกระตุ้นแบบเสริมหรือแบบหักล้าง

นอกจากที่กล่าวมานิวรอนธรรมชาติยังยืดหยุ่นต่อความผิดพร่อง (Fault-tolerance) 2 ประเด็นด้วยกัน ประการแรกคือความสามารถในการจดจำและจำแนกข้อมูลป้อนเข้าที่แตกต่างจากข้อมูลป้อนเข้าที่เคยได้รับไม่มากนัก ตัวอย่างเช่น ความสามารถในการจำแนกภาพบุคคลที่ไม่เคยเห็นมาก่อน หรือสามารถจดจำบุคคลที่ไม่ได้พบเห็นกันเป็นเวลานาน ประการที่สองความสามารถในการซ่อมแซมหรือชดเชยความเสียหายของตัวนิวรอนเอง ในสมองมนุษย์เมื่อนิวรอนหนึ่งชำรุดเสียหายก็จะมีการสร้างนิวรอนใหม่ขึ้นมาแทน นั่นคือยังคงมีการเรียนรู้ (Learning) อย่างต่อเนื่องแม้ว่าจะสูญเสียนิวรอนบางส่วน ในบางครั้งนิวรอนที่เหลือจะได้รับการปรับสอน (Training) เพื่อทำหน้าที่แทนนิวรอนที่ชำรุดเสียหาย

จากจุดเด่นหลายประการของเครือข่ายประสาทธรรมชาติผนวกกับเทคโนโลยีด้านคอมพิวเตอร์ การทำงานแต่ละครั้งของอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำในคอมพิวเตอร์จะใช้เวลาอยู่ในช่วงนาโนวินาที(10^{-9}s) [8,23] ซึ่งมีความรวดเร็วมากเมื่อเปรียบเทียบกับการทำงานของสมองมนุษย์ ทำให้มีการคิดค้นแนวทางแก้ปัญหาโดยมีโครงสร้างองค์ประกอบและกลไกการแก้ปัญหาลักษณะเดียวกับเครือข่ายประสาทธรรมชาติ โดยเรียกว่า เครือข่ายประสาทเทียม (Artificial neural network, neurocomputers, connectionist netwokds, parallel distributed processors) [23] หรือเรียกอย่างง่ายว่าเครือข่ายประสาท (Neural network) ในวิทยานิพนธ์ที่จะกล่าวถึงต่อไปเครือข่ายประสาทหมายถึงเครือข่ายประสาทเทียม ยกเว้นระบุไว้เป็นอย่างอื่น

เครือข่ายประสาทจัดว่าเป็นกลุ่มของตัวประมวลผลแบบขนานที่มีการเก็บความรู้เก็บประสบการณ์และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ โดยที่

- ความรู้(Knowledge) จากเครือข่ายประสาทเกิดจากกระบวนการเรียนรู้
- ความรู้จะถูกเก็บไว้ที่ค่าการเชื่อมโยงของนิวรอน

3.2 เครือข่ายประสาทเทียม

เครือข่ายประสาทเทียมเป็นการใช้ประโยชน์จากความก้าวหน้าของเทคโนโลยีสารกึ่งตัวนำ เป็นระบบการประมวลผลข้อมูลที่มีพฤติกรรมบางอย่างเหมือนกับเครือข่ายประสาทธรรมชาติ เครือข่ายประสาทเทียมอาจพิจารณาให้เป็นขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ (Mathematical algorithm) ของเครือข่ายธรรมชาติ โดยตั้งบนพื้นฐานดังนี้

1) หน่วยประมวลผลเรียกว่า นิวรอน การส่งผ่านข้อมูลระหว่างนิวรอนทำได้โดยการเชื่อมโยงระหว่างนิวรอน
2) การเชื่อมโยงแต่ละส่วนจะขึ้นอยู่กับค่าการเชื่อมโยง
3) ข้อมูลส่งออกถูกกำหนดด้วยฟังก์ชันแอคทิเวชัน(Activation function หรือ Transfer function) ซึ่งปกติความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของข้อมูลป้อนเข้าที่คูณด้วยค่าการเชื่อมโยงกับข้อมูลส่งออกเป็นความสัมพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้น(Non-linear)

คุณสมบัติของเครือข่ายประสาทเทียมจึงถูกกำหนดด้วยองค์ประกอบทั้งสามส่วน นั้นคือ ส่วนแรกในข้อ 1) เป็นรูปแบบการเชื่อมโยงระหว่างนิวรอนเรียกส่วนนี้ว่า สถาปัตยกรรมของเครือข่าย (Network architecture) ส่วนต่อไปในข้อ 2) เป็นการกำหนดค่าของการเชื่อมโยงเรียกส่วนนี้ว่า ขั้นตอนวิธีการปรับสอนหรือการเรียนรู้ ส่วนสุดท้ายคือข้อ 3) เกี่ยวกับการกำหนดข้อมูลส่งออกโดยฟังก์ชันแอคทิเวชัน

เครือข่ายประสาทเทียมได้รับการพัฒนามาเป็นเวลาประมาณ 54 ปี [7,22] ตั้งแต่ ค.ศ. 1943 โดย McCulloch-Pitts เครือข่ายประสาทเทียมพัฒนาขึ้นมาเพื่อเพิ่มศักยภาพในการคำนวณให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยกำหนดค่าการเชื่อมโยงที่ทำให้นิวรอนสามารถจัดการกับฟังก์ชันตรรก(Logic function) โดยนิวรอนรูปแบบหนึ่งจะใช้จัดการกับฟังก์ชันตรรกหนึ่ง ๆ รูปแบบที่พัฒนาขึ้นโดย McCulloch - Pitts ใช้ได้เป็นอย่างดีกับวงจรทางตรรก ต่อมาได้มีการพัฒนาเครือข่ายประสาทเทียมทั้งแบบเดียวกัน McCulloch-Pitts และแนวทางอื่น ๆ อีกมากมายตัวอย่าง เช่น ปี ค.ศ. 1949 Hebb ได้เสนอกฎการเรียนรู้ (Learning rule) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในนามกฎการเรียนรู้แบบเฮบเบียน (Hebbian) ปี ค.ศ. 1958 Rosenblatt ได้พัฒนาเครือข่ายประสาทที่เรียกว่าเพอร์แซปตรอนส์ (Perceptrons) ปี ค.ศ 1943 Widrow และ Hoff ได้พัฒนาเครือข่ายประสาท ADALINE (ADAtive LINEar combiner) และต่อมาได้พัฒนามาเป็น MADALINE (Many ADALIN) ปี ค.ศ. 1972 Kohonen ได้พัฒนา SOFM (Self - organizing feature maps) ในปี

ค.ศ.1967 Grossberg เริ่มพิมพ์ผลงานของเขาจนเป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวางและปี ค.ศ.1985 Grossberg และ Carpenter ได้ร่วมกันพัฒนาเครือข่ายทฤษฎีอะแดปตีฟ เรโนแนนท์(Adaptive resonance theory nets) สำหรับข้อมูลป้อนเข้าแบบฐานสองในนามของ ART1 และ ART2 ในเวลาต่อมา ในปี ค.ศ. 1986 Rumelhart, Hilton และ Williams และปี ค.ศ. 1988 McClelland และ Rumelhart ได้พัฒนาเครือข่ายประสาทซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามการแพร่กระจายกลับ (Back-propagation) ในปี ค.ศ. 1982 และต่อมาปี ค.ศ. 1985 Hopfield ได้ร่วมกับ Tank พัฒนาเครือข่ายประสาทที่ประสบผลสำเร็จเป็นอย่างดีในนามเครือข่ายประสาท Hopfield ส่งผลให้ Hopfield ได้รับรางวัลโนเบล สาขาฟิสิกส์ ช่วงปี ค.ศ. 1975 ถึง ค.ศ. 1988 Fukushime และคณะได้พัฒนาเครือข่ายประสาทสำหรับ จดจำและจำแนกอักษรในนามของ Neurocognitrol ช่วงปี ค.ศ. 1983 ถึง ค.ศ. 1987 นักวิจัยหลายท่านได้พัฒนาการหาค่าการเชื่อมโยงและฟังก์ชันแอคทิเวชัน โดยใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น(Probability density function) ต่างจากเดิมที่มักจะใช้แบบนอนดีเทอร์มินิสติก (Nondeterministic) โดยพัฒนาเครือข่ายประสาทในนาม โบลท์มานน์(Boltzmann) ซึ่งอาศัยแนวคิดการจำลองการอ่อนตัวลงสู่สภาวะเสถียรภาพ(Simulated annealling) และทฤษฎีการตัดสินใจของบาเยเซียน (Bayesian decision theory) นอกจากที่กล่าวมายังได้พัฒนาในรูปแบบของฮาร์ดแวร์ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น VLSI ไมโครชิฟ เป็นต้น

นับตั้งแต่การตีพิมพ์ผลงานของ Hopfield ในปี ค.ศ. 1982 และหนังสือที่เขียนทั้งสองเล่มโดย Rumelhart และ McClelland ในปี ค.ศ. 1986 ส่งผลทำให้เกิดความสนใจเกี่ยวกับเครือข่ายประสาทกันอย่างกว้างขวาง ทำให้เครือข่ายประสาทได้รับการพัฒนาในด้านต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ด้านระบบประสาท (Neurosciences) วิทยาศาสตร์กายภาพ (Physical sciences) การศึกษาเกี่ยวกับจิตวิทยา ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิศวกรรมเป็นต้น สามารถกล่าวได้ว่าเครือข่ายประสาทยังคงได้รับการพัฒนาทั้งด้านทฤษฎี การออกแบบและการประยุกต์ใช้ อีกต่อไปในอนาคต

แนวทางที่จะกล่าวถึงเครือข่ายประสาทแบ่งออกได้เป็น 3 ส่วนด้วยกัน คือ แบบจำลองของนิวรอน โครงสร้างสถาปัตยกรรมของเครือข่ายหรือการเชื่อมโยงของนิวรอน และการเรียนรู้ในรูปแบบต่าง ๆ

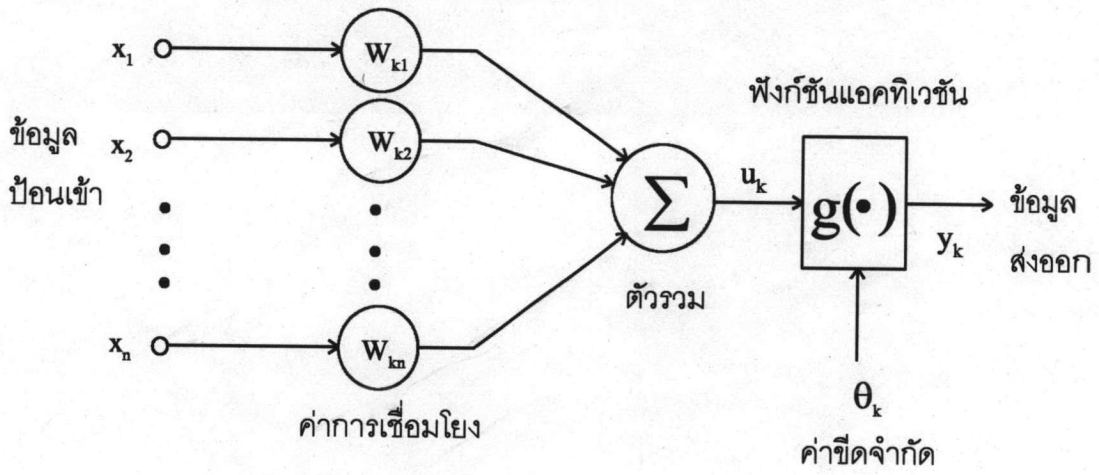
3.2.1 แบบจำลองของนิวรอน

นิวรอนเป็นหน่วยประมวลผลพื้นฐานที่สำคัญในการทำงานของเครือข่ายประสาท มีองค์ประกอบ 3 ส่วน ดังภาพที่ 3.3 คือ

1) กลุ่มของการเชื่อมโยงหรือไซแนป การเชื่อมโยงระหว่างนิวรอนจะถูกควบคุมด้วยค่าการเชื่อมโยง กำหนดให้ x_j เป็นข้อมูลป้อนเข้าของไซแนป j ที่ป้อนให้กับนิวรอน k ข้อมูลป้อนเข้าจะถูกคูณด้วยค่าการเชื่อมโยง w_{kj} โดยที่ตัวห้อยตัวแรก (k) หมายถึงนิวรอนที่ k ส่วนตัวที่สอง (j) บอกว่าเป็นข้อมูลป้อนเข้าที่ j ซึ่งอาจมาจากนิวรอนอื่น ๆที่อยู่ข้างเคียง หาก w_{kj} มีเครื่องหมายเป็นบวกหมายถึงการกระตุ้นเสริม ถ้ามีเครื่องหมายเป็นลบหมายถึงการกระตุ้นแบบหักล้าง

2) ตัวบวก (Summation หรือ Adder) สำหรับรวมข้อมูลป้อนเข้าที่คูณด้วยค่าการเชื่อมโยงแล้ว เราเรียกว่า การรวมเชิงเส้น (Linear combiner)

3) ฟังก์ชันแอคทิเวชัน เพื่อจำกัดช่วงข้อมูลป้อนออกให้อยู่ในช่วงที่ต้องการ



ภาพที่ 3.3 แสดงการจำลองเครือข่ายประสาทในรูปแบบคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 3.3 สามารถอธิบายนิวรอน k อยู่ในรูปสมการได้ด้วยสมการ 2 สมการคือ

$$u_k = \sum_{j=1}^{n} w_{kj} x_j \tag{3.1}$$

$$y_k = g(u_k - \theta_k) \tag{3.2}$$

โดยที่ $x_1, x_2, ..., x_n$ คือ ข้อมูลป้อนเข้า

$w_{k1}, w_{k2}, ..., w_{kn}$ คือ ค่าการเชื่อมโยงของนิวรอน k

u_k คือ ข้อมูลส่งออกภายในนิวรอน(Internal output) หรือข้อมูลป้อนเข้าสุทธิ (net_k)

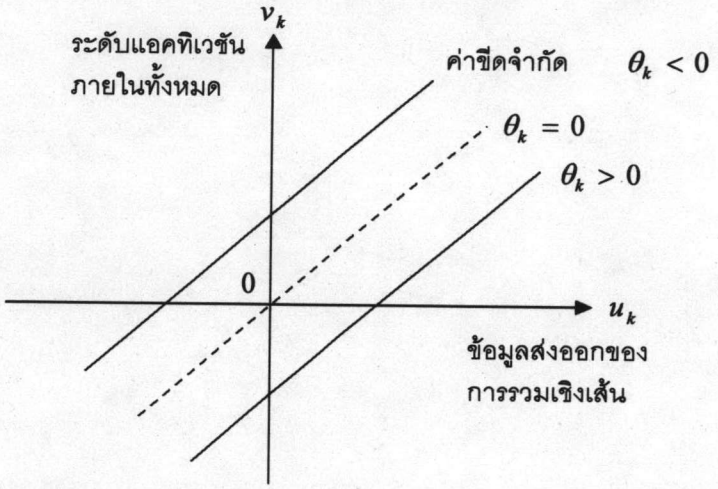
I1733262X

θ_k คือ ค่าขีดจำกัด (Threshold หรือ Bias หรือ Offset) ซึ่งรับมาจากภายนอก

g(•) คือ ฟังก์ชันแอคทิเวชัน

y_k คือ ข้อมูลส่งออก

การป้อนค่าขีดจำกัดให้กับนิวรอน จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างระดับแอคทิเวชันภายใน (Internal activity level หรือ Internal activation potential) ค่าขีดจำกัด และข้อมูลป้อนเข้า ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 3.4 ผลของค่าขีดจำกัด

$$v_k = u_k - \theta_k \tag{3.3}$$

โดยที่ v_k คือระดับแอกทิเวชันภายใน

จากนิวรอนธรรมชาติและแบบจำลองของนิวรอน ซึ่งเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมา สามารถเปรียบเทียบได้ ดังตารางที่ 3.1

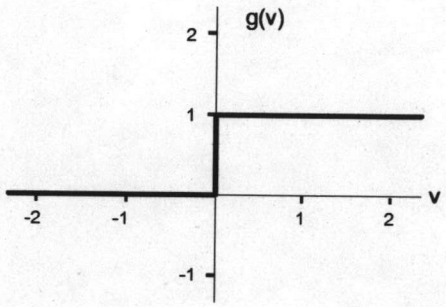
ตารางที่ 3.1 เปรียบเทียบระหว่างนิวรอนธรรมชาติและแบบจำลองที่ประดิษฐ์ขึ้น

ลำดับ	นิวรอนธรรมชาติ	แบบจำลองนิวรอนที่ประดิษฐ์ขึ้น
1.	โซมา	ส่วนประมวลผล(ตัวรวมและฟังก์ชันแอคทิเวชัน)
2.	เดนไดรท์	ข้อมูลป้อนเข้า
3.	แอกซอน	ข้อมูลส่งออก
4.	ไซแนป	ค่าการเชื่อมโยง
5.	ความเร็วในการประมวลผลต่ำ	ความเร็วในการประมวลผลสูง
6.	เครือข่ายประกอบด้วยนิวรอนจำนวนมาก	เครือข่ายประกอบด้วยนิวรอนจำนวนน้อย

3.2.2 ชนิดของฟังก์ชันแอคทิเวชัน

ฟังก์ชันแอคทิเวชันที่แทนด้วย g(•) เป็นตัวกำหนดค่าข้อมูลส่งออก เราอาจแบ่งฟังก์ชันแอคทิเวชันพื้นฐานออกได้เป็น 3 ชนิด คือ

1) ฟังก์ชันเทรสโฮลด์ (Threshold funtion หรือ Hard limit function หรือ Step function) แสดงตัวอย่างดังภาพ

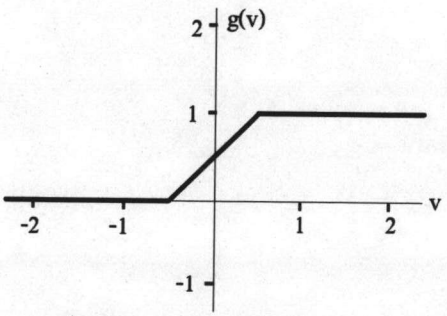


ภาพที่ 3.5 แสดงฟังก์ชันเทรสโฮลด์

โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$g(v) = \begin{cases} 1 \ ; \ v \geq 0 \\ 0 \ ; \ v < 0 \end{cases} \qquad (3.4)$$

2) ฟังก์ชันเชิงเส้นอิ่มตัว (Saturating Linear Function หรือ Piecewise - Linear Function) ตัวอย่างของฟังก์ชันแบบนี้ดังแสดงในภาพที่ 3.6



ภาพที่ 3.6 แสดงฟังก์ชันเชิงเส้นอิ่มตัว

โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$g(v) = \begin{cases} 1 \; ; \; v \geq 0 \\ av \; ; \; -b < v < b \\ 0 \; ; \; v \leq 0 \end{cases} \qquad (3.5)$$

โดยที่ a คือ ค่าความชัน (Slop) ในช่วงความเป็นเชิงเส้น

b คือ ช่วงที่เป็นเชิงเส้นของฟังก์ชันเชิงเส้นอิ่มตัว

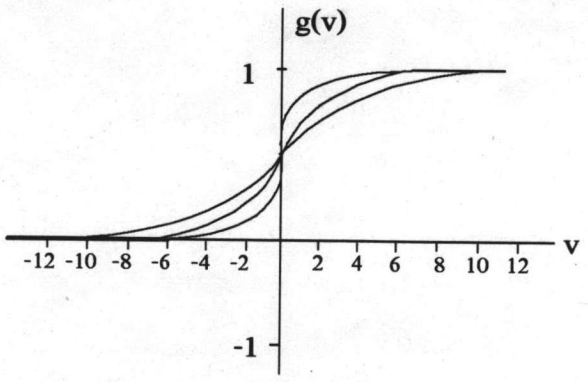
จากฟังก์ชันเชิงเส้นอิ่มตัวจะสังเกตเห็นได้ว่า เมื่อไม่มีช่วงอิ่มตัว (b = ∞) จะได้ฟังก์ชันเชิงเส้น นั่นคือ $g(v) = av$ และฟังก์ชันเชิงเส้นอิ่มตัวจะเปลี่ยนรูปไปเป็นฟังก์ชันเทรสโฮลด์เมื่อค่าความชันเท่ากับอนันต์ (a = ∞)

3) ฟังก์ชันซิกมอยด์ (Sigmoid function) เป็นฟังก์ชันที่ได้รับความนิยมนำมาใช้เป็นฟังก์ชันแอคทิเวชันของเครือข่ายประสาทกันมาก เนื่องจากเป็นฟังก์ชันที่เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ (Smoothness) ฟังก์ชันซิกมอยด์ จัดเป็นฟังก์ชันแอคทิเวชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น ตัวอย่างของฟังก์ชันซิกมอยด์คือ ฟังก์ชันลอจิสติก (Logistic function) และฟังก์ชันแทนเจนท์ไฮเบอร์โบลิก (Hyperbolic tangent function) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการที่ 3.6 สมการที่ 3.7

ฟังก์ชันลอจิสติก $$g(v) = \frac{1}{1+\exp(-\lambda v)} \qquad (3.6)$$

โดยที่ λ คือค่าความชัน

ฟังก์ชันแทนเจนท์ไฮเปอร์โบลิก $$g(v) = \tanh(\frac{v}{2}) = \frac{1-\exp(-v)}{1+\exp(-v)} \qquad (3.7)$$



ภาพที่ 3.7 แสดงฟังก์ชันลอจิสติกที่ค่าความชันต่าง ๆ

ฟังก์ชันแอคทิเวชันพื้นฐานทั้ง 3 ชนิด ที่กล่าวข้างต้นในสมการ (3.4),(3.5),(3.6) จะจำกัดช่วงข้อมูลส่งออกอยู่ตั้งแต่ 0 ถึง +1 ในการประยุกต์ใช้งานบางกรณีอาจมีความจำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันที่ได้ค่าออกมานอกเหนือช่วงดังกล่าว เช่นต้องการข้อมูลส่งออกอยู่ในช่วงตั้งแต่ -1 ถึง +1 อาจจะ

ปรับเปลี่ยนฟังก์ชันพื้นฐานเหล่านี้ ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชันซิกนัม (Signum function) ซึ่งประยุกต์มาจากฟังก์ชันเทรสโฮลด์ มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$g(v) = \begin{cases} 1 \; ; \; v > 0 \\ 0 \; ; \; v = 0 \\ -1 \; ; \; v < 0 \end{cases} \qquad (3.8)$$

นอกเหนือจากฟังก์ชันแอคทิเวชันพื้นฐานทั้งสาม แล้วยังสามารถนำความสัมพันธ์ระหว่างชุดข้อมูลในรูปแบบอื่นๆ มาเป็นฟังก์ชันแอคทิเวชันได้ ตัวอย่างเช่น

ฟังก์ชันแอคทิเวชันแบบคอมแพ็ตทิทีฟ (Competitive)

$$g(v_j) = \begin{cases} 1 & ; \; v_j \text{ คือ ค่าที่มากที่สุดในกลุ่ม } v_1, v_2, \ldots, v_j, \ldots, v_n \\ 0 & ; \; v_j \text{ ไม่ใช่ค่าที่มากที่สุดในกลุ่ม} \end{cases} \qquad (3.9)$$

ฟังก์ชันแอคทิเวชันแบบคอมแพ็ตทิทีฟนี้จะให้ค่าออกมาเท่ากับหนึ่ง เพียงค่าเดียวเท่านั้นสำหรับ v ที่มากที่สุดจากจำนวนทั้งหมดเท่ากับ n ส่วนค่าอื่น ๆ จะมีค่าเป็นศูนย์

ตัวอย่างการใช้ฟังก์ชันเทรสโฮลด์เป็นฟังก์ชันแอคทิเวชันของนิวรอน k จะได้ข้อมูลส่งออกดังนี้

$$y_k = \begin{cases} 1 \; ; \; v_k \geq 0 \\ 0 \; ; \; v_k < 0 \end{cases}$$

เมื่อ v_k คือระดับแอคทิเวชันภายในซึ่งมีค่าดังนี้

$$v_k = \sum_{j=1}^{n} w_{kj} x_j - \theta_j$$

สำหรับการพิจารณาเลือกใช้ฟังก์ชันแอคทิเวชันแบบใดนั้นนับถึงปัจจุบันยังไม่มีข้อกำหนดที่แน่นอน แต่อาจจะพิจารณาจากองค์ประกอบดังต่อไปนี้

1) ความเป็นเชิงเส้น หรือไม่เป็นเชิงเส้น

2) ลักษณะของข้อมูลป้อนเข้า

3) ขอบเขตที่ต้องการและลักษณะของข้อมูลส่งออก

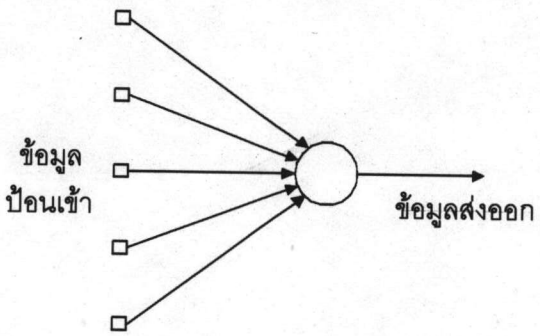
4) ปัจจัยอื่นที่มีนัยสำคัญต่อผลตอบสนองของนิวรอนหรือเครือข่ายประสาทโดยรวม

ในบางครั้งอาจเลือกใช้ฟังก์ชันสโตชาสติก(Stochastic function) เป็นฟังก์ชันแอคทิเวชันในกรณีที่ค่าความน่าจะเป็นของข้อมูลป้อนเข้ามีนัยสำคัญ หรือในบางกรณีอาจเลือกใช้ฟังก์ชันแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นในเครือข่ายประสาทเดียวกันตัวอย่างเช่น เครือข่ายประสาทแบบ Radial basis function (RBF) ซึ่งใช้ฟังก์ชันแอคทิเวชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นในชั้นซ่อน (Hidden

layer) ของเครือข่ายประสาท ขณะที่ชั้นข้อมูลส่งออก (Output layer) ใช้แอคทิเวชันแบบเป็นเชิงเส้น

3.3 สถาปัตยกรรมของเครือข่ายประสาท (Neural network architecture)

เมื่อพิจารณาถึงการเชื่อมโยงของนิวรอนกล่าวได้ว่าเครือข่ายประสาทนอกจากจะเป็นวิทยาศาสตร์แล้วยังเป็นศิลปศาสตร์ด้วย การออกแบบด้านสถาปัตยกรรมหรือโครงสร้างของเครือข่ายประสาทนี้จะเกี่ยวกับเส้นทางการเชื่อมโยง ทิศทางการส่งผ่านข้อมูลในเส้นทาง จำนวนชั้นทั้งหมด จำนวนนิวรอนทั้งหมดที่ประกอบเป็นเครือข่ายประสาท และจำนวนนิวรอนต่อชั้น เป็นต้น เพื่อให้โครงสร้างของเครือข่ายประสาทดูได้ง่ายขึ้นจึงใช้แบบจำลองนิวรอนอย่างย่อดังภาพที่ 3.8 แทนแบบจำลองในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.8 แสดงแบบจำลองนิวรอนอย่างง่าย

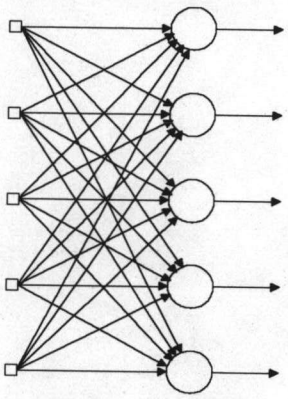
จากภาพแบบจำลองนิวรอนขนาดย่อจะเห็นว่ารวมเอาส่วนฟังก์ชันแอคทิเวชันเข้ากับส่วนตัวบวกซึ่งเรียกว่าส่วนประมวลผล (Processing part หรือ Computation part) และในแบบจำลองขนาดย่อนี้ไม่แสดงค่าเทรสโฮลด์

โดยทั่วไปแล้วอาจจะแบ่งโครงสร้างพื้นฐานของเครือข่ายประสาทออกเป็น 4 แบบด้วยกัน คือ [23]

3.3.1. เครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าชั้นเดียว (Single - layer feedforword networks)

เครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าชั้นเดียว จัดเป็นรูปแบบของโครงสร้างเครือข่ายประสาทที่ซับซ้อนน้อยที่สุด ชั้นของเครือข่ายประกอบด้วยกลุ่มของนิวรอน การส่งผ่านข้อมูลกระทำจากกลุ่ม

ข้อมูลป้อนเข้าส่งไปยังชั้นข้อมูลส่งออก และไม่มีการส่งข้อมูลย้อนกลับ จึงเรียกรูปแบบการส่งผ่านข้อมูลแบบนี้ว่า ป้อนสู่ด้านหน้า (Feedforward) จากภาพที่ 3.9 จะเห็นว่าทั้งกลุ่มข้อมูลป้อนเข้าและชั้นข้อมูลส่งออกมีโหนด (Node) อยู่ชั้นละ 5 โหนด เครือข่ายที่แสดงในภาพนี้เรียกว่า เครือข่ายชั้นเดียว (Single - layer network) การนับจำนวนชั้นของเครือข่ายในปัจจุบันจะนับเป็นชั้นเมื่อ ชั้นนั้นมีโหนดที่เป็นส่วนประมวลผล กล่าวคือ ไม่นับกลุ่มข้อมูลป้อนเข้าภายนอกของเครือข่ายเป็นชั้น เนื่องจากไม่มีส่วนประมวลผลอยู่นั่นเอง



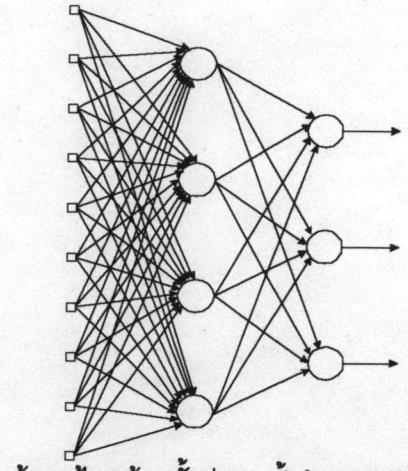
ภาพที่ 3.9 แสดงเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าชั้นเดียว

3.3.2. เครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าหลายชั้น (Multilayer feedforward networks)

โครงสร้างของเครือข่ายแบบที่สองเป็นแบบป้อนสู่ด้านหน้าเช่นกัน แต่แตกต่างจากแบบแรก เนื่องจากมีชั้นซ่อนอย่างน้อยหนึ่งชั้น ชั้นซ่อนหรือนิวรอนที่ซ่อน (Hidden neuron) จะมีส่วนประมวลผลอยู่ด้วย นิวรอนที่ซ่อนอยู่นี้จะแทรกอยู่ระหว่างส่วนข้อมูลป้อนเข้าจากภายนอกของเครือข่ายและส่วนข้อมูลส่งออกของเครือข่าย ข้อดีประการหนึ่ง ของการมีชั้นเพิ่มเข้ามานี้คือมีความสามารถทางสถิติในอันดับสูง (High - order statistics) ขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างชัดเจนเมื่อข้อมูลป้อนเข้ามีจำนวนมาก

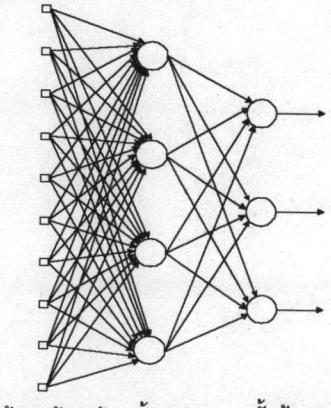
ข้อมูลป้อนเข้าโหนดต้นทางภายในกลุ่มข้อมูลป้อนเข้าของเครือข่ายจะถูกป้อนให้ส่วนประมวลผลของชั้นต่อไปหรือชั้นซ่อนชั้นแรกนั่นเอง ข้อมูลส่งออกที่ได้จากชั้นซ่อนชั้นแรกนี้จะถูกส่งให้กับชั้นที่อยู่ต่อไป ในฐานะข้อมูลป้อนเข้าของชั้นที่รับข้อมูลนั้น หากยังมีชั้นซ่อนเหลืออยู่ก็จะรับข้อมูลที่ส่งออกจากชั้นที่อยู่ก่อนหน้านี้ สำหรับข้อมูลส่งออกของเครือข่ายได้จากชั้นข้อมูลส่งออก ตัวอย่างของเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าหลายชั้นดังภาพที่ 3.10 เรียกว่าเครือข่ายแบบ 10-4-3 โหนดต้นทางของกลุ่มข้อมูลป้อนเข้าจำนวน 10 โหนด มีจำนวนนิวรอนชั้นซ่อน 4 นิวรอน และมี

นิวรอนข้อมูลส่งออกจำนวน 3 นิวรอน ในกรณีที่เครือข่ายมีโหนดต้นทางของกลุ่มข้อมูลป้อนเข้าจำนวน p โหนด จำนวนนิวรอนในชั้นซ่อนชั้นแรก h_1 นิวรอน จำนวนนิวรอนในชั้นซ่อนชั้นที่สอง h_2 นิวรอน และจำนวนนิวรอนในชั้นข้อมูลส่งออกจำนวน q นิวรอน เราเรียกเครือข่ายแบบนี้ว่าเครือข่าย $p\text{-}h_1\text{-}h_2\text{-}q$



ภาพที่ 3.10 แสดงเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าหลายชั้นแบบเชื่อมโยงอย่างเต็มที่

จากภาพที่ 3.10 เป็นการเชื่อมโยงที่เรียกว่า เชื่อมโยงอย่างเต็มที่ (Fully connected) การเชื่อมโยงอย่างเต็มที่ในกรณีที่เครือข่ายเป็นแบบป้อนสู่ด้านหน้านี้หมายความว่า แต่ละโหนดหรือแต่ละนิวรอนของชั้นที่อยู่ก่อนหน้านี้จะมีเส้นทางเชื่อมโยงไปยังทุก ๆ นิวรอนที่อยู่ในชั้นต่อไป แต่ถ้าหากเครือข่ายนั้นมีบางโหนดหรือบางนิวรอนในแต่ละชั้นที่อยู่ติดกันไม่มีการเชื่อมโยงกัน เราเรียกการเชื่อมโยงแบบนี้ว่า เชื่อมโยงบางส่วน (Partially connected) การเชื่อมโยงบางส่วนนี้เป็นการเชื่อมโยงเฉพาะกลุ่มหรือเฉพาะตำแหน่ง จากภาพที่ 3.11 แต่ละนิวรอนในชั้นซ่อนจะเชื่อมโยงกับโหนดต้นทางเพียงบางกลุ่มเท่านั้น

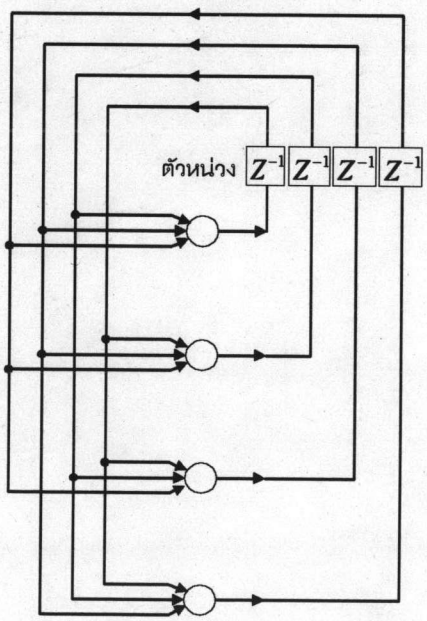


ภาพที่ 3.11 แสดงเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าหลายชั้นแบบเชื่อมโยงบางส่วน

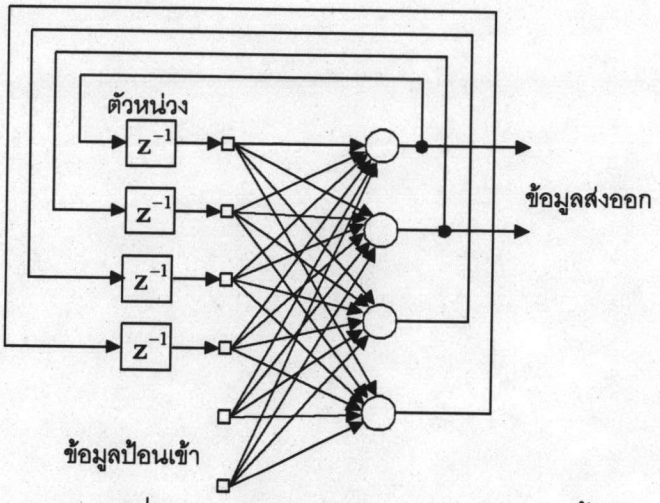
ในทำนองเดียวกันนิวรอนในชั้นข้อมูลส่งออกจะเชื่อมโยงกับนิวรอนในชั้นซ่อนเพียงบางนิวรอนเท่ากัน จากภาพที่ 3.10 จะเห็นว่ามีรูปแบบที่คล้ายคลึงกับภาพที่ 3.11 แตกต่างกันเพียงการเชื่อมโยงระหว่างชั้นนั่นเอง

3.3.3. เครือข่ายย้อนกลับ (Recurrent networks)

เครือข่ายย้อนกลับนี้ต่างจากเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้า 2 แบบแรกที่กล่าวมาตรงที่มีวงรอบป้อนกลับ (Feed back loop) เรียกเครือข่ายแบบนี้ว่า เครือข่ายป้อนกลับ จากภาพที่ 3.12 เป็นเครือข่ายย้อนกลับที่ไม่มีชั้นซ่อน ซึ่งอาจเรียกได้ว่าเป็นเครือข่ายย้อนกลับชั้นเดียว แต่ละนิวรอนจะส่งข้อมูลส่งออกของมันป้อนกลับไปเป็นข้อมูลป้อนเข้าของนิวรอนอื่น ๆ และจะไม่มีวงรอบใดที่ป้อนกลับให้ตัวมันเอง (Self - feedback) สำหรับภาพที่ 3.13 เป็นตัวอย่างของเครือข่ายป้อนกลับหลายชั้นที่ประกอบด้วยชั้นซ่อนหนึ่งชั้น จากภาพเครือข่ายย้อนกลับทั้งสองจะพบว่ามีส่วนประกอบเพิ่มเข้ามาคือ ตัวหน่วง (Unit - delay elements) แทนด้วยสัญลักษณ์ Z^{-1} ทั้งนี้เพื่อให้เครือข่ายสามารถแสดงพฤติกรรมภาวะไดนามิกส์ไม่เป็นเชิงเส้น(Nonlinear dynamics)ซึ่งเป็นภาวะที่สำคัญของเครือข่ายย้อนกลับ ภาวะไดนามิกส์ของเครือข่ายย้อนกลับนี้จะกล่าวถึงอีกครั้งในบทที่ 4 ซึ่งเป็นเนื้อหาเกี่ยวกับเครือข่ายประสาทของ Hopfield ทั้งนี้เป็นเพราะว่าเครือข่ายประสาทของ Hopfield เป็นเครือข่ายย้อนกลับประเภทหนึ่งนั่นเอง



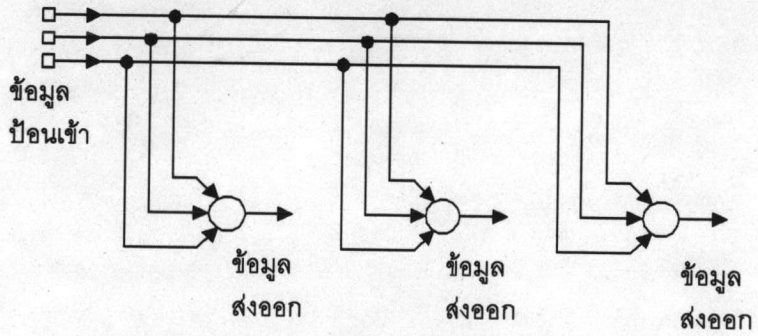
ภาพที่ 3.12 แสดงเครือข่ายย้อนกลับชั้นเดียว



ภาพที่ 3.13 แสดงเครือข่ายย้อนกลับหลายชั้น

3.3.4. เครือข่ายแลตทิก (Lattice structure networks)

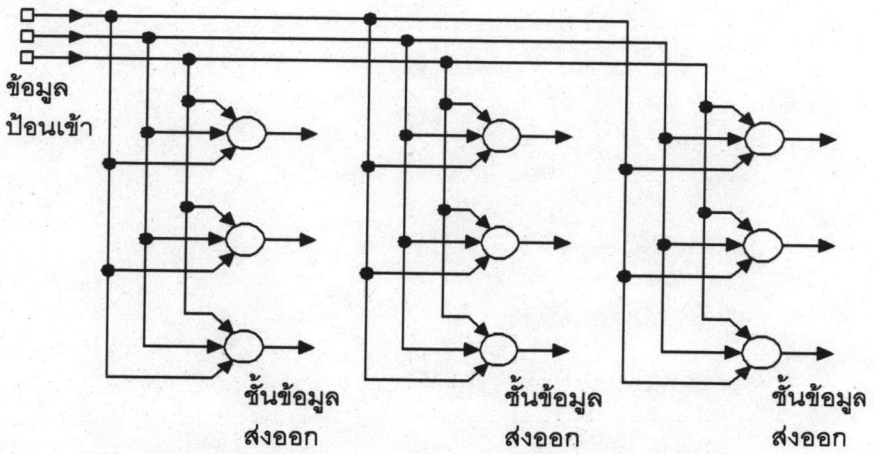
โครงสร้างแบบแลตทิกนี้ อาจประกอบด้วยอาร์เรย์(Array) ของนิวรอนเพียงมิติเดียว (One Dimension) หรือหลายมิติก็ได้ แต่ละนิวรอนจะรับข้อมูลจากโหนดต้นทาง มิติของโครงสร้างแบบแลตทิก คือมิติการจัดเรียงนิวรอน ซึ่งสามารถเปรียบเทียบกับมิติของรูปทรงได้ดังนี้ มิติเดียวสำหรับโครงสร้างแบบแลตทิกหมายถึงการจัดเรียงนิวรอนในแนวนอนหรือแนวตั้งอย่างใดอย่างหนึ่งเพียงแถวเดียว สำหรับมิติเดียวของรูปทรงก็คือจะมีเฉพาะความกว้างหรือความยาวอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น กรณี 2 มิติสำหรับโครงสร้างแบบแลตทิกเป็นการจัดเรียงนิวรอนทั้งในแนวนอนและแนวตั้ง และ 2 มิติสำหรับรูปทรงแสดงว่ารูปทรงนั้นมีทั้งความกว้างและความยาว



ภาพที่ 3.14 แสดงเครือข่ายแลตทิกแบบมิติเดียว

ภาพที่ 3.14 เป็นตัวอย่างโครงสร้างแบบแลตทิกแบบมิติเดียวที่มี 3 นิวรอน ส่วนภาพที่ 3.15 เป็นตัวอย่างโครงสร้างแบบ 2 มิติที่มีขนาดนิวรอน 3 × 3 นิวรอน โครงสร้างแบบแลตทิก

ดังที่เห็นในภาพทั้งสอง จัดว่าเป็นเครือข่ายป้อนสู่ด้านหน้าที่จัดเรียงนิวรอนในรูปแบบอาร์เรย์ (แถวและหลัก)



ภาพที่ 3.15 แสดงเครือข่ายแลตทิกแบบสองมิติ

สถาปัตยกรรมของเครือข่ายประสาทที่กล่าวมาเป็นสถาปัตยกรรมพื้นฐานที่ไม่ซับซ้อนนัก ในงานจริงที่ประยุกต์ใช้เครือข่ายประสาทในการแก้ปัญหาอาจประกอบด้วยโครงสร้างเครือข่ายประสาทพื้นฐานมากกว่า 1 แบบทั้งนี้เพื่อให้มีความสามารถเพียงพอในการแก้ปัญหานั่นเอง

3.4 กระบวนการเรียนรู้และกฎการเรียนรู้ของเครือข่ายประสาท

จากหัวข้อที่กล่าวมาทั้งสองส่วน ยังไม่เพียงพอที่จะใช้ประโยชน์จากเครือข่ายประสาท การที่จะทำให้เครือข่ายประสาทมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ ต้องปรับสอนเครือข่ายประสาทหรือกล่าวอีกอย่างก็คือ เครือข่ายประสาทต้องมีความสามารถที่จะเรียนรู้ กระบวนการปรับสอนหรือกระบวนการเรียนรู้จะเกี่ยวกับความรู้ ความรู้ที่กล่าวถึงนี้คือข้อมูลข่าวสารแบบจำลองหรือสิ่งอื่นใดที่คนหรือเครื่องจักรเก็บไว้ใช้ในกระบวนการพยากรณ์ ทำนาย ประมาณการ คาดคะเน และตอบสนองอย่างเหมาะสมต่อสถานการณ์หรือสิ่งที่กระตุ้นภายนอก นั่นคือสิ่งที่เกี่ยวกับความรู้จะมี 2 ประเด็น ประเด็นที่หนึ่งเกี่ยวกับความรู้ว่าเป็นข่าวสารข้อมูลอะไร ประเด็นที่สองคือ วิธีการเก็บข่าวสารข้อมูลเพื่อนำมาใช้ประโยชน์นั้นทำอย่างไร เนื่องจากผลลัพธ์ที่ดีจะขึ้นอยู่กับความถูกต้องแม่นยำของตัวผลลัพธ์เองและความรวดเร็วที่จะได้ผลลัพธ์นั้นมา เครือข่ายประสาทที่ดีจึงควรเป็นแบบจำลองภาวะในการเก็บความรู้พร้อมทั้งสามารถประมวลผลได้ด้วย การเรียนรู้ของเครือข่ายประสาทเป็นกระบวนการทำให้เกิดความรู้ สามารถกล่าวได้ว่า การเรียนรู้ของเครือข่ายประสาทเป็นกระบวนการปรับค่าตัวแปรอิสระ (Free parameters) ของเครือข่ายประสาทเพื่อ

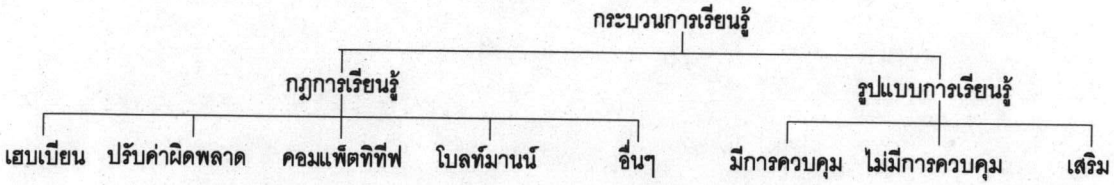
ปรับพฤติกรรมให้สอดคล้องกับการกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อม กระบวนการเรียนรู้ของเครือข่ายประสาทจึงเป็นกระบวนการทำซ้ำ(Iterative) เราพอจะลำดับกระบวนการเรียนรู้ได้ดังนี้

1) เครือข่ายประสาทถูกกระตุ้นโดยสิ่งแวดล้อม

2) เครือข่ายจะปรับตัวเพื่อตอบสนองต่อสิ่งที่มากระตุ้น

3) เครือข่ายจะตอบสนองต่อสิ่งแวดล้อมด้วยภาวะใหม่หลังจากการปรับตัว

เราอาจจะกล่าวถึงกระบวนการเรียนรู้ใน 2 แนวทาง คือ กฎเรียนรู้ (Learning rules หรือ Learning algorithm) และรูปแบบการเรียนรู้(Learning pattern หรือ Learning paradigm)



ภาพที่ 3.16 แสดงความสัมพันธ์แบบต่างๆ ของเครือข่ายประสาท

3.4.1 กฎการเรียนรู้

กฎพื้นฐานในการเรียนรู้ของเครือข่ายประสาท [7] จะเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงเวคเตอร์ค่าการเชื่อมโยง(Connection vector) $\mathbf{w}_i = [w_{i1}\ w_{i2}\ \ldots\ w_{in}]^T$ โดยที่ $[]^T$ คือการทรานโพส (Transposition) การเปลี่ยนแปลงนั้นจะขึ้นกับข้อมูลป้อนเข้า $\mathbf{x}$ และสัญญาณการเรียนรู้ (Learning signal) l โดยปกติแล้ว l เป็นฟังก์ชันของ $\mathbf{w}_i$ และ c แต่ในบางครั้งอาจมีตัวแปรเพิ่มเติม คือสัญญาณควบคุมการเรียนรู้ (Teacher's signal) c_i นั่นคือ

สัญญาณการเรียนรู้ $$l = f(\mathbf{w}_i, \mathbf{x}, c_i) \qquad (3.10)$$

จากกฎพื้นฐานที่กล่าวมาคือ การเปลี่ยนแปลงของเวคเตอร์ของค่าการเชื่อมโยง ณ เวลา t มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\Delta\mathbf{w}_i(t) = \alpha l(t)\mathbf{x}(t) = \alpha f[\mathbf{w}_i(t), \mathbf{x}(t), c_i(t)]\mathbf{x}(t) \qquad (3.11)$$

โดยที่ α คือ ค่าคงที่การเรียนรู้ (Learning constant)

ค่าคงที่การเรียนรู้เป็นตัวกำหนดอัตราการเรียนรู้ (Rate of learning) ให้เหมาะสมไม่เร็วหรือช้าเกินไปค่าดังกล่าวนี้จึงมีค่าเป็นบวก (Positive)

เวกเตอร์ของค่าการเชื่อมโยง ณ เวลา t+1 เป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าการเชื่อมโยงขั้นตอนการปรับตัวสู่ค่าการเชื่อมโยงใหม่นี้เรียกขั้นตอนนี้ว่า ขั้นตอนการเรียนรู้(learning step)

$$\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) + \Delta\mathbf{w}_i(t) \tag{3.12}$$

เมื่อนำค่า $\mathbf{w}_i(t)$ จากสมการที่ 3.11 มาแทนจะได้

$$\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) + \alpha f[\mathbf{w}_i(t), \mathbf{x}(t), c_i(t)]\mathbf{x}(t) \tag{3.13}$$

เมื่อพิจารณาการปรับค่าเวคเตอร์ของค่าการเชื่อมโยงเป็นกระบวนการทำซ้ำ (Iteration) จากสมการที่ 3.13 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{w}_i^{k+1} = \mathbf{w}_i^k + \alpha f[\mathbf{w}_i^k, \mathbf{x}^k, c_i^k]\mathbf{x}^k \tag{3.14}$$

สำหรับตัวยก(Superscript) k+1 หมายถึงการคำนวณในปัจจุบัน ส่วนตัวยก k คือการคำนวณในครั้งที่ผ่านมาก่อนหน้านี้ ในการปรับค่าเวกเตอร์ของค่าการเชื่อมโยงนั้น อาจจะเริ่มต้นด้วยการสุ่มเดา (Random) ค่าการเชื่อมโยงที่เหมาะสม ตัวอย่างกฎการเรียนรู้ที่มีชื่อเสียงได้แก่

1) กฎการเรียนรู้แบบเฮบเบียน (Hebbian learning rule)
2) กฎการเรียนรู้แบบปรับค่าผิดพลาด (Error correction learning rule)
3) กฎการเรียนรู้แบบคอมแพ็ตทิทีฟ (Competitive learning rule)
4) กฎการเรียนรู้แบบโบลท์มานน์ (Bolztmann learning rule)

1) กฎการเรียนรู้แบบเฮบเบียน

การเรียนรู้ของ Hebb นับว่าเป็นกฎการเรียนรู้ที่เก่าแก่และมีชื่อเสียง กล่าวไว้ในหนังสือ Organization of Behavior หน้า 62 ซึ่งตีพิมพ์ในปี ค.ศ. 1949 ดังนี้

> When an axon of cell A is near enough to excite a cell B and repeatedly or persistently takes part in firing it, some growth process or metabolic changes take place in one or both cells such that A's efficiency as one of the cells firing B, is increased.

จากคำกล่าวข้างบนจะได้สัญญาณการเรียนรู้เป็นฟังก์ชันของข้อมูลส่งออกของนิวรอน ดังนี้

$$l \triangleq f(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x}) \tag{3.15}$$

เวกเตอร์ค่าการเชื่อมโยงเปลี่ยนแปลงดังนี้

$$\Delta\mathbf{w}_i = \alpha f(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\mathbf{x} \tag{3.16}$$

การเปลี่ยนแปลงค่าการเชื่อมโยงแต่ละค่าหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta w_{ij} = \alpha f(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\mathbf{x}_j \quad ; j = 1,2,\ldots,n \tag{3.17}$$

จากกฎการเรียนรู้ของเฮบเบียนจะเห็นว่ารูปแบบการเรียนรู้เป็นแบบไม่มีการควบคุม (Unsupervised) และเป็นแบบป้อนสู่ด้านหน้า เราสามารถเขียนในรูปย่อได้ดังนี้

$$\Delta w_{ij} = \alpha y_i x_j \tag{3.18}$$

ค่าดังกล่าวเป็นผลคูณระหว่างข้อมูลป้อนเข้าและข้อมูลส่งออก เราอาจจะเรียกว่า activity product rule ต่อมาในปี ค.ศ. 1988 Kohonen ได้เพิ่มพจน์ที่เป็นฟังก์ชันของ w_{ij} เองเพื่อให้การปรับตัวของค่าการเชื่อมโยงเป็นอย่างค่อยเป็นค่อยไป สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\Delta w_{ij} = \alpha y_i x_j - \beta y_i w_{ij} \quad ; j = 1,2,\ldots,n \tag{3.19}$$

โดยที่ β คือค่าคงที่การเรียนรู้อีกค่าหนึ่ง

จากสมการที่ 3.19 สามารถจัดรูปแบบได้ใหม่ดังนี้

$$\Delta w_{ij} = \alpha y_i [\gamma x_j - w_{ij}] \quad ; \gamma = \frac{\beta}{\alpha} \tag{3.20}$$

จากสมการที่ 3.20 เรียกว่า กฎการเรียนรู้แบบ generalized activity product

ในกรณีที่ทราบข้อมูลส่งออกที่ต้องการ d_i คือมีสัญญาณควบคุมการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้กลายเป็นการเรียนรู้แบบมีการควบคุม (Supervised) เรียกการเรียนรู้แบบนี้ว่า Correlation learning rule ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\Delta w_{ij} = \alpha d_i x_j \tag{3.21}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ 3.18 และสมการที่ 3.21 จะเห็นได้ว่าแตกต่างกันที่สัญญาณการเรียนรู้ I ในสมการที่ 3.18. ใช้ข้อมูลส่งออกที่ได้จากนิวรอนจริง ๆ y_i ขณะที่สมการที่ 3.21 ใช้ข้อมูลส่งออกที่ต้องการจะได้ d_i สำหรับรูปแบบในสมการที่ 3.21 เราสามารถเรียกได้ว่าเป็นการเรียนรู้แบบเฮบเบียนที่มีการควบคุม (Supervised Hebbian learning)

นอกจากจำลองทางคณิตศาสตร์ของกฎการเรียนรู้แบบ Hebb ดังที่กล่าวมาได้มีการนำเสนอกฎการเรียนรู้ของ Hebb ในแบบที่แก้ปัญหาเชิงสถิติ การเปลี่ยนแปลงของค่าการเชื่อมโยงขึ้นกับค่าโควาเรียนซ์ (Covariance) ระหว่างข้อมูลป้อนเข้าและข้อมูลส่งออก เขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \Delta w_{ij} &= \alpha \ \mathrm{cov}[y_i, x_j] \quad ; j = 1,2,\ldots,n \\ &= \alpha E[(y_i - \bar{y}_i)(x_i - \bar{x}_i)] \\ &= \alpha \left\{ E[y_i x_i] - \bar{y}_i \bar{x}_i \right\} \end{aligned} \tag{3.22}$$

โดยที่ E คือ Statistical expectation operator

เมื่อพิจารณาสมการที่ 3.18 และสมการที่ 3.22 จะเห็นว่าพจน์แรกต่างกันตรงที่สมการที่ 3.22 ใช้ตัวปฏิบัติการ E กับผลคูณระหว่างข้อมูลป้อนเข้ากับข้อมูลส่งออกแทนที่จะเป็นค่าผลคูณนั้นโดยตรง สำหรับพจน์ที่ 2 ของสมการที่ 3.22 $\bar{y}_i \bar{x}_i$ สามารถพิจารณาเป็นค่าขีดจำกัดที่ป้อนให้กับนิวรอน

2) กฎการเรียนรู้แบบปรับค่าผิดพลาด

การเรียนรู้แบบปรับความผิดพลาดนับว่าเป็นการเรียนรู้ที่สำคัญวิธีหนึ่ง ค่าผลต่างระหว่างข้อมูลส่งออกที่ต้องการจะได้ d_i และข้อมูลส่งออกที่ได้รับจากเครือข่ายจริง ๆ y_i เรียกว่าค่าผิดพลาด e_i นั่นคือ

$$e_i = d_i - y_i \tag{3.23}$$

เป้าหมายของการเรียนรู้แบบปรับค่าผิดพลาด คือ การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเป้าหมาย (Cost funtion) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของค่าผิดพลาด เมื่อเลือกฟังก์ชันเป้าหมายที่แทนค่าผิดพลาดโดยรวมอย่างเหมาะสม ก็จะได้ผลลัพธ์ที่ดี สัญญาณการเรียนรู้ I มีค่าดังนี้

$$l \triangleq [d_i - f(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})]\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x}) \tag{3.24}$$

โดยที่ $\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})$ คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชันแอคทิเวชันเทียบกับ $\mathbf{w}_i$

จะสังเกตุได้ว่าการเรียนรู้แบบปรับค่าผิดพลาดเป็นการเรียนรู้แบบมีการควบคุมและฟังก์ชันแอคทิเวชัน ต้องเป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ เมื่อใช้ฟังก์ชันเป้าหมาย E ที่เป็นฟังก์ชันของค่าผิดพลาดกำลังสอง นั่นคือ

$$E = \tfrac{1}{2}[d_i - f(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})]^2 = \tfrac{1}{2}[d_i - y_i]^2 \tag{3.25}$$

เมื่อหาค่าการเกรเดียนท์ (Gradient) ของ E เพื่อหาค่าต่ำสุดนั่นคือ

$$\nabla\mathbf{E} = -(d_i - y_i)\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{3.26}$$

แต่ละค่าของเวกเตอร์ของค่าเกรเดียนท์สามารถหาได้จาก

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial w_{ij}} = -(d_i - y_i)\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})x_j \tag{3.27}$$

เนื่องจาก

$$\Delta\mathbf{w}_i = -\alpha\nabla\mathbf{E}$$

นำค่า ∇E จากสมการที่ 3.26 มาแทนจะได้

$$\Delta\mathbf{w}_i = \alpha(d_i - y_i)\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{3.28}$$

การเปลี่ยนแปลงของค่าการเชื่อมโยงแต่ละค่าหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta w_{ij} = \alpha(d_i - y_i)\dot{f}(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x})x_j \tag{3.29}$$

การเลือกใช้ฟังก์ชันเป้าหมายดังสมการที่ 3.25 สามารถเรียกได้ว่าการเรียนรู้แบบผลต่าง(Delta learning rule) หรือการเรียนรู้แบบเพอร์เซบตรอนสำหรับฟังก์ชันแอคทิเวชันแบบต่อเนื่อง (Continuous perceptron learning rule)

ในกรณีที่ $f(\mathbf{w}_i^T\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i^T\mathbf{x}$ สามารถเรียกได้ว่าการเรียนรู้แบบ Windrow - Hoff หรือการเรียนรู้แบบ LMS (Least mean square learning rule) นั่นคือจะได้สัญญาณการเรียนรู้

$$l \triangleq d_i - \mathbf{w}_i^T \mathbf{x} \tag{3.30}$$

สามารถหาค่าการเปลี่ยนแปลงของเวคเตอร์ของค่าการเชื่อมโยงได้ดังนี้

$$\Delta \mathbf{w}_i = \alpha(d_i - \mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\mathbf{x} \tag{3.31}$$

การเปลี่ยนแปลงของค่าการเชื่อมโยงแต่ละค่า หาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta w_{ij} = \alpha(d_i - \mathbf{w}_i^T \mathbf{x})x_j \quad ; j = 1,2,\ldots,n \tag{3.32}$$

3) การเรียนรู้แบบคอมแพ็ตทิทีฟ

การเรียนรู้แบบคอมแพ็ตทิทีฟนี้จะมีนิวรอนที่เหมาะที่สุดในกลุ่มเพียงหนึ่งเดียวเท่านั้น ที่จะได้รับการกระตุ้น กล่าวคือ ณ เวลาหนึ่งจะมีเพียงนิวรอนที่ได้รับการคัดเลือกเท่านั้น ที่จะมีการเรียนรู้ เราอาจจะเรียกว่าการเรียนรู้แบบผู้ชนะ (Winner-take-all learning) นิวรอนที่ได้รับการปรับสอนคือนิวรอนที่มีความเหมาะสมในกลุ่ม หรืออาจเป็นนิวรอนที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือก็อาจมีนิวรอนเพียงหนึ่งเดียว หรือหลายนิวรอนที่จะมีการเรียนรู้ในเวลาหนึ่ง เวกเตอร์ค่าการเชื่อมโยงของนิวรอนที่เหมาะสม (Winning neuron)

$$\mathbf{w}_m = [w_{m1} \quad w_{m2} \ldots w_{mn}]^T \tag{3.33}$$

เวคเตอร์ค่าการเชื่อมโยงเปลี่ยนแปลงดังนี้

$$\Delta \mathbf{w}_m = \alpha(\mathbf{x} - \mathbf{w}_m) \tag{3.34}$$

การเปลี่ยนแปลงของค่าการเชื่อมโยงแต่ละค่า หาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta w_{mj} = \alpha(x_j - w_{mj}) \quad ; j = 1,2,\ldots,n \tag{3.35}$$

สำหรับเวคเตอร์ของค่าการเชื่อมโยงไปยังนิวรอนอื่น ๆ จะไม่เปลี่ยนแปลงนั่นคือ

$$\Delta \mathbf{w}_k = 0 \quad ; k \neq m \tag{3.36}$$

ในการเลือกนิวรอนที่เหมาะสมนั้นจะใช้ระดับแอคทิเวชัน เป็นเกณฑ์การตัดสินใจ ตัวอย่างเช่น

$$\mathbf{w}_m^T \mathbf{x} = \max_{i=1,2,\ldots,p} (\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})$$

โดยที่ p คือ จำนวนนิวรอนทั้งหมด

การเรียนรู้แบบคอมแพ็ตทิทีฟจัดว่าเป็นการเรียนรู้ที่ไม่มีการควบคุม ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานได้แก่ใช้ในการจำแนกกลุ่มข้อมูลป้อนเข้า หรือใช้กับเครือข่ายแบบจัดตัวเอง (Self - organizing network) เป็นต้น

4) กฎการเรียนรู้แบบโบลท์มานน์

การเรียนรู้แบบโบลท์มานน์เป็นการเรียนรู้ที่ต่างจากที่กล่าวมา เนื่องจากเป็นขั้นตอนวิธีการเรียนรู้แบบสโตชาสติก ซึ่งประยุกต์มาจากทฤษฎีทางเทอร์โมไดนามิกส์ เครือข่ายแบบโบลท์มานน์ซึ่งใช้การเรียนรู้แบบโบลท์มานน์ เป็นเครือข่ายแบบย้อนกลับสถานะของนิวรอนจะเป็นเปิด/ปิด (on - off) คุณสมบัติของเครือข่ายถูกกำหนดด้วยฟังก์ชันพลังงาน (Energy function) E ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่บอกความสัมพันธ์ระหว่างนิวรอน ฟังก์ชันพลังงานมีรูปสมการดังนี้

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i}\sum_{\substack{j \\ j\neq i}} w_{ij}s_i s_j \qquad (3.37)$$

โดยที่ s_i คือ สถานะของนิวรอน i

w_{ij} คือ ค่าการเชื่อมโยงระหว่างนิวรอน i กับนิวรอน j

จากสมการที่ 3.37 จะไม่มีการป้อนกลับมาให้ตัวมันเอง ($i \neq j$) การทำงานเริ่มจากการสุ่มเลือกนิวรอนเพื่อทำการปรับสอน การเปลี่ยนสถานะของนิวรอน i จาก ปิดไปเป็นเปิด หรือจากเปิดไปเป็นปิด ที่อุณหภูมิ T มีค่าความน่าจะเป็นดังนี้

$$w(s_i \rightarrow -s_i) = \frac{1}{1+\exp(-\Delta E_i / T)} \qquad (3.38)$$

โดยที่ ΔE คือ พลังงานที่เปลี่ยนแปลง

นิวรอนของเครือข่ายแบบโบลท์มานน์แบ่งออกเป็นนิวรอนที่มองเห็น (Visible neuron) และนิวรอนซ่อน นิวรอนที่มองเห็นจะเชื่อม (Interface) ระหว่างเครือข่ายประสาทกับภายนอก การทำงานของเครือข่ายมี 2 สภาวะ คือ

1) ภาวะมีเงื่อนไข (Clamped condition) ทำให้นิวรอนที่มองเห็นถูกควบคุมจากภายนอก
2) ภาวะอิสระ (Free running condition) ยอมให้นิวรอนทั้งสองแบบทำงานโดยอิสระนิวรอนซ่อนจะทำงานที่ภาวะอิสระเสมอ

การเปลี่ยนแปลงค่าการเชื่อมโยงแต่ละค่าหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta w_{ij} = \alpha(PC_{ij} - PF_{ij}) \qquad (3.39)$$

โดยที่ PC_{ij} คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ s_i และ s_j จะอยู่ในภาวะเปิดเมื่อนิวรอนที่มองเห็นอยู่ในภาวะมีเงื่อนไข ขณะที่เครือข่ายอยู่ในสถานะสมดุลย์

PF_{ij} คือ ความน่าจะเป็นที่ s_i และ s_j จะอยู่ในภาวะเปิด เมื่อทุกนิวรอนอยู่ในภาวะอิสระ ขณะที่เครือข่ายอยู่ในสถานะสมดุลย์

การเรียนรู้แบบโบลท์มานน์ จะผ่านกระบวนการทำซ้ำจนกระทั่งจุดที่เรียกว่า สมดุลย์ทางอุณหภูมิ

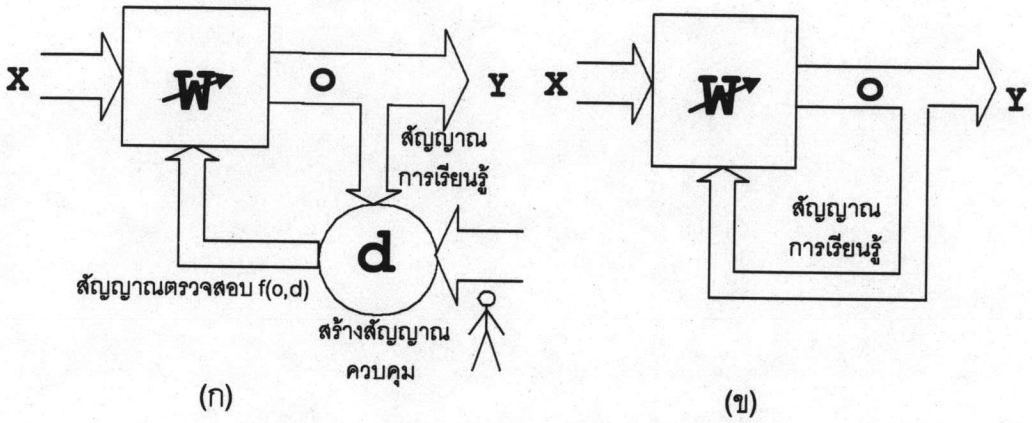
3.4.2 รูปแบบการเรียนรู้

จากภาพที่ 3.16 แบ่งรูปแบบการเรียนรู้ออกเป็น 3 รูปแบบ คือ

1) การเรียนรู้แบบมีการควบคุม (Supervised learning)

2) การเรียนรู้แบบไม่มีการควบคุม (Unsupervised learning)

3) การเรียนรู้แบบเสริม (Reinforcement learning)



ภาพที่ 3.17 แสดงรูปแบบการเรียนรู้ (ก) แบบมีการควบคุม (ข) แบบไม่มีการควบคุม

1) การเรียนรู้แบบมีการควบคุม

การเรียนรู้แบบนี้จะทราบข้อมูลส่งออกที่ต้องการจากภาพที่ 3.17 ตัวบอกความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลส่งออกของเครือข่ายกับข้อมูลส่งออกที่ต้องการ (o,d relationship generator)ทำหน้าที่เป็นครูที่คอยควบคุมการเรียนรู้ ข้อมูลส่งออกที่ต้องการคือข้อมูลที่ครูใช้เปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้รับ ผลที่ได้ (f(o,d)) จะใช้ในการปรับทิศทางการเรียนรู้ให้เหมาะสม จากพฤติกรรมดังกล่าวทำให้เครือข่ายประสาทที่มีการเรียนรู้แบบมีการควบคุมจึงต้องมีชุดข้อมูลป้อนเข้าและข้อมูลส่งออก เราเรียกว่า ชุดการปรับสอน (Training set หรือ Training data)

2) การเรียนรู้แบบไม่มีการควบคุม

การเรียนรู้แบบไม่มีการควบคุมต่างจากแบบมีการควบคุม เนื่องจากเราไม่ทราบข้อมูลส่งออกที่ต้องการ การเรียนรู้จึงใช้ข้อมูลป้อนเข้า ภาวะแวดล้อม และตัวเครือข่ายเองในการปรับเข้าหาค่าตอบ หากจะเปรียบเทียบกับการเรียนรู้จริงก็คือการศึกษาด้วยตนเองนั่นเอง

3) การเรียนรู้แบบเสริม

การเรียนรู้แบบเสริมเหมือนกับการเรียนรู้แบบมีการควบคุม [8] ยกเว้นข้อมูลส่งออกแทนที่จะได้ข้อมูลส่งออกที่ถูกต้องสำหรับข้อมูลป้อนเข้าแต่ละชุด การเรียนรู้แบบเสริมนี้จะให้ค่าข้อมูลส่งออกเป็นระดับหรือคะแนนที่บอกพฤติกรรมของเครือข่ายที่มีต่อข้อมูลป้อนเข้าแต่ละชุด การเรียนรู้แบบเสริมสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานระบบควบคุมได้เป็นอย่างดี

เนื้อหาในบทที่กล่าวมาเป็นสิ่งที่ควรทราบเกี่ยวกับเครือข่ายประสาท ประกอบด้วยสามส่วนด้วยกันคือ การจำลองนิวรอน โครงสร้างทางสถาปัตยกรรมของเครือข่าย และการเรียนรู้ ในบทที่ 4 จะกล่าวถึงตัวอย่างเครือข่ายประสาทย้อนกลับที่ได้รับความสนใจ