ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E×2 INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS

Miss Sireeras Ponkwunchotica

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นางสาวสีรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์)

สีรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E×2 INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์: ผศ.ดร.สมยศ ชิดมงคล, 233 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีพฤฒมา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554จำนวน 88 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 43 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 45 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลทำโดยใช้ ค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ .....

ปีการศึกษา 2554 .....

5283447127 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS : 4E×2 INSTRUCTIONAL MODEL / MATHEMATICAL CONCEPTS / MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITIES

SIREERAS PONKWUNCHOTICA: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E×2 INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASST. PROF. SOMYOT CHIDMONGKOL, Ph.D., 233 pp.

The purposes of this research were to compare the mathematical concepts and problem solving abilities of ninth grade students in an experimental group which was taught by using mathematics learning activities using 4E×2 instructional model, and those in a control group which was taught by using mathematics learning activities organized according to a conventional approach. The population of this research was the ninth grade students in schools under The Secondary Education Service Area Office 2, Office of the Basic Education Commission, Ministry of Education. The subjects were 88 ninth grade students of Sripruetta School in first semester of academic year 2011. There were 43 students in the experimental group and the other 45 in the control group. The experimental group was taught by using 4E×2 instructional model and the control group was taught by the conventional method. The research instruments were tests of mathematical concepts and mathematical problem solving abilities in Surface Area and Volume. The experimental materials were lesson plans using 4E×2 instructional model and conventional lesson plans. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation, and t-test.

The results of the research revealed that:

1. Mathematical concepts of ninth grade students being taught by using mathematics learning activities according to 4E×2 instructional model were higher than those of students being taught by using conventional approach at a .05 level of significance.

2. Mathematical problem solving abilities of ninth grade students being taught by using mathematics learning activities according to 4E×2 instructional model were higher than those of students being taught by using conventional approach at a .05 level of significance.

Department : Curriculum, and Instruction Student's Signature .....
Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year : 2011 .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สมยศ ชิดมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้แนวคิดและคำแนะนำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้วิจัยจนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้มอบทุนอุดหนุนการศึกษาโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ทั้งระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู และปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิตแก่ผู้วิจัย

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยา 2 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ทิพย์รัตน์ เด่นดำรงวิทย์ ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีพฤฒมา ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลวิจัยครั้งนี้ ขอขอบคุณคณาจารย์โรงเรียนศรีพฤฒมาทุกท่าน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีตลอดระยะเวลาของการทำวิจัย

ขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกคน ที่ให้คำแนะนำให้ความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย ขอขอบคุณ บัณฑิต ฉัตรตะวัน ผู้เป็นกัลยาณมิตรที่ให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำในเรื่องสถิติ และเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่ชาย และพี่สะใภ้ ซึ่งให้ความรัก ความห่วงใย ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้กับผู้วิจัยมาโดยตลอด คุณค่าและคุณประโยชน์ทั้งหลายอันเกิดขึ้นจากการวิจัยครั้งนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดามารดา ตลอดจนครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้และอบรมสั่งสอนผู้วิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญภาพ..... ฎ

บทที่

1 บทนำ..... 1

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 10

3. สมมติฐานของการวิจัย..... 11

4. ขอบเขตของการวิจัย..... 12

5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 12

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 16

1. รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2..... 17

1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2..... 17

1.2 โครงสร้างของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2..... 21

1.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2..... 33

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 40

2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 40

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 43

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 44

2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 47

2.5 การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 48

2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 53

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 55

3.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 55

บทที่ หน้า

3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 57
3.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ..... 59
3.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 61
3.5 แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 66
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 69
3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 74
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 74
2. การออกแบบงานวิจัย..... 75
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 75
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 77
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 102
6. การวิเคราะห์ข้อมูล..... 103
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 104
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 107
1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ..... 108
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ..... 112
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 126
1. สรุปผลการวิจัย..... 128
2. อภิปรายผล..... 128
3. ข้อเสนอแนะ..... 133
รายการอ้างอิง..... 135
ภาคผนวก..... 152
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ..... 153
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 162
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวมรวบข้อมูล..... 199
ภาคผนวก ง คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 231
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 233

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Poya.....	66
2	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Charles และคณะ.....	68
3	รูปแบบการวิจัย.....	75
4	เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร.....	81
5	เนื้อหาสาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร.....	82
6	การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	85
7	เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	97
8	ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	108
9	ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน).....	109
10	ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	110
11	ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน).....	111
12	วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน.....	200

ตารางที่ หน้า

13 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 213
14 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 217
15 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร..... 221
16 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 225
17 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 225
18 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 228
19 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร..... 228
20 ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2554 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง..... 232
21 ค่ามัชฌิมเลขคณิต $(\bar{x})$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2554 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 232

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2……..	23
2	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องปริซึม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	114
3	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องพีระมิด ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	115
4	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องทรงกลม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	116
5	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	116
6	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องปริมาตรของปริซึม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	119
7	ผลจากการใบกิจกรรมเรื่องปริมาตรของพีระมิด ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	120
8	ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มทดลอง(1)……	121
9	ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มทดลอง(2)……	122
10	ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มควบคุม(1)……	124
11	ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มควบคุม(2).....	125

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สังคมในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว วิทยาการต่างๆ ได้เจริญก้าวหน้าไปมากขึ้น เป็นสังคมที่ใช้วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และเป็นสังคมสารสนเทศมากขึ้น ซึ่งในการพัฒนาประเทศนั้นควรมุ่งเน้นความสำคัญทางการศึกษาเพื่อพัฒนาคนให้มีคุณภาพ เป็นผู้มีความรู้ ทักษะและความสามารถต่างๆ รวมทั้งสามารถนำความรู้และทักษะต่างๆ นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล สามารถทำงานและแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และทำให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1) มีผู้กล่าวถึงบทบาทความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545: 15) ได้กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาศักยภาพของบุคคล ให้เป็นคนมีเหตุผล คิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบ รู้จักวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและมีความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2552: 1) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาคนและการพัฒนาประเทศ ความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์เข้าใจสิ่งต่างๆ รอบตัว สามารถแก้ปัญหาในชีวิตได้อย่างมีเหตุมีผล และยังเป็นพื้นฐานของการพัฒนาความคิดเพื่อสร้างความเจริญในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สอดคล้องกับที่ปานทอง กุลนารถศิริ (2543: 4-18) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นสามวิชาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกัน กล่าวคือ ประเทศจะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ แต่ในปัจจุบันยังพบว่าภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ยังอยู่ในระดับที่ต้องเร่งพัฒนา จะเห็นได้จากการประเมินคุณภาพทางการศึกษาของสำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2540: 9-11) ได้ประเมินคุณภาพการศึกษาของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นปีการศึกษา 2538 ระดับประเทศ พบว่าสมรรถนะด้านความสามารถด้านความรู้และความคิดของนักเรียนในความสามารถทางคณิตศาสตร์ การคิดและการแก้ปัญหา มี

คะแนนต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.65 และร้อยละ 39.87 ตามลำดับ และจากรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2549 และ 2550 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (NT) ร้อยละ 31.15 และ 34.73 ตามลำดับ (กรมวิชาการ, 2550: ออนไลน์) ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยสำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ คือร้อยละ 50 สอดคล้องกับผลการวิจัยโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติปี 2550 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007:TIMSS-2007) ได้จัดการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 มี 59 ประเทศ 8 รัฐ เข้าร่วมประเมินทุก 4 ปี พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ และนักเรียนไทยส่วนใหญ่ทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ยกเหตุผลประกอบหรือเขียนข้อความยาวๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) นอกจากนี้ องค์กรความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) ได้จัดทำโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) โดยสำรวจความรู้และทักษะของนักเรียนอายุ 15 ปี ในประเทศสมาชิกขององค์กรทุกๆ 3 ปี ผลการประเมินในปี 2549 พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนนานาชาติ อีกทั้งนักเรียนประมาณร้อยละ 50 หรือมากกว่ามีความรู้และทักษะไม่ถึงระดับพื้นฐาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2549) และจากการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) มัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 24.18 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ 2553: ออนไลน์) ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประเทศนั้น ต้องมีการปรับปรุงอย่างมากและอย่างต่อเนื่อง

ข้อมูลข้างต้นแสดงให้เห็นถึงสภาพปัญหาการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยว่า นักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ทั้งในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิด และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงนั้น อาจเนื่องมาจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งเข้าใจยาก (อัมพร ม้าคนอง, 2547ง: 1) ประกอบกับการสอนของครูซึ่งมุ่งสอนแต่เนื้อหา โดยไม่ได้พยายามสร้างความเข้าใจให้แก่นักเรียน ยังสอนเนื้อหาที่เป็นนามธรรมโดยคงรูปที่เป็นนามธรรมอยู่เช่นนั้น มิได้พยายามแปลงความเป็นนามธรรมนั้นให้เป็นรูปธรรมที่ทำให้เข้าใจง่าย (จุฑารัตน์ เจตน์จำลอง, 2541) อีกทั้งสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบาย ประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟังเน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องโดยครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งที่นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวน การคิด เพราะครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่รู้จักสังเกต สำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง การดำเนินการหาคำตอบมักมุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546: 54-58)

จากปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำดังที่กล่าวมานั้นมีแนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหา คือ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน เนื่องจากความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรรณ อุดมสิน, 2544: 62) โดยครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายให้ได้แนวการคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พยายามใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด สิ่งสำคัญในกระบวนการพัฒนามโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาในวิถีทางที่ตนเข้าใจ ครูต้องยินดีที่จะเผชิญกับกลวิธีหรือเทคนิคที่แตกต่างจากที่คาดหวัง คำอธิบายและเหตุผลที่นักเรียนใช้มีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้อง และที่สำคัญควรฝึกนักเรียนให้สะท้อนความคิด และวิพากษ์ วิจารณ์ความคิดของตนและผู้อื่นโดยใช้เหตุผลเป็นที่ตั้ง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญยิ่งในการทำให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมายและมีประโยชน์มากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขและการดำเนินการซ้ำๆ นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถอธิบายความรู้เหล่านั้นได้อย่างชัดเจน และสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างสมเหตุสมผล (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 11, 2547ข: 124-125, 2547ค: 38-39, 2547ง: 6-7, 2552: 3)

ในขณะที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989) ได้กำหนดเป้าหมายและแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนไว้ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) โดยระบุเป้าหมายและแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน ตลอดจนแนวการวัดและประเมินผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน โดยให้เหตุผลว่าคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นแต่เพียงการสอนมโนทัศน์ ข้อเท็จจริง และกระบวนการที่เรียนรู้เท่านั้น แต่ครอบคลุมถึงการประยุกต์ไปสู่การแก้ปัญหาด้วย และจากการศึกษาของ Alan Redesel (1990:

85 อ้างถึงใน เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม, 2542: 2) พบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญและจำเป็นมาก ถือได้ว่าเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการฝึกความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ไม่ได้ใช้สำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่จะเน้นและฝึกทักษะกระบวนการคิดให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาเป็น โดยสามารถเชื่อมโยงสาระความรู้และทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาเข้าด้วยกัน ทำให้นักเรียนสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง และเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการพัฒนาและฝึกฝนเป็นอย่างมาก เพราะถ้านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจอย่างถ่องแท้แล้ว นักเรียนจะสามารถขยายองค์ความรู้และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับทุกเนื้อหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งเป็นเครื่องมือสำคัญในการสะท้อนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมา นำไปสู่การยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษารูปแบบการสอนที่ช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว

รูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเองผ่านกระบวนการสืบค้นอย่างเป็นระบบ โดยใช้ความรู้ประสบการณ์เดิม และการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ และนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งรูปแบบการสอนนี้เป็นการพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนมากกว่าให้นักเรียนจดจำความรู้ในเนื้อหา ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง จากเหตุผลดังกล่าวทำให้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบได้รับความสนใจจากนักการศึกษาอย่างกว้างขวางและมีการนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในสาขาวิชาต่างๆ อย่างแพร่หลาย (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 147)

การจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบที่มีการพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1961 โดย Robert Karplus และมีการปรับปรุงเรื่อยมาตามลำดับ ดังนี้

Karplus (1967; cited in Lawson, 1995: 134-139) ซึ่งนำเสนอรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อใช้ปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์สหรัฐอเมริกา (Science Curriculum Improvement Study Program: SCIS) มีกิจกรรม 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสำรวจ (Exploration)
2. ขั้นสร้าง (Invention)
3. ขั้นค้นพบ (Discovery)

Barman (1989; cited in Abruscato, 1992: 37)ได้ดัดแปลงและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นแนะนำมโนทัศน์ (Concept Introduction Phase)
3. ขั้นประยุกต์ใช้มโนทัศน์ (Concept Application Phase)
4. ขั้นประเมินผลและอภิปราย (Evaluation and Discussion Phase)

Martin และคณะ (1994: 193) ได้ปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอนของ Barman ขึ้นใหม่ ซึ่งประกอบด้วย4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นอธิบาย (Explanation Phase)
3. ขั้นขยายมโนทัศน์ (Expansion Phase)
4. ขั้นประเมินผล (Evaluation Phase)

Bybee และคณะ (1990; cited in Lawson, 1995: 164-165) นักพัฒนาหลักสูตรจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาและจัดทำหลักสูตรชีววิทยา (Biological Science Curriculum Study: BSCS) ของประเทศสหรัฐอเมริกา ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5E ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) เป็นขั้นตอนสร้างความสนใจ ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น กระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม กำหนดประเด็นปัญหาที่จะศึกษา

2. ขั้นสำรวจค้นหา (Explore) เป็นขั้นตอนในการตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้นและรวบรวมข้อมูล โดยการวางแผนการสำรวจตรวจสอบ และลงมือปฏิบัติ

3. ขั้นอธิบาย (Explain) เป็นขั้นตอนในการวิเคราะห์และจัดกระทำข้อมูลในรูปตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น สรุปผลและอภิปรายผลการทดลอง

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaborate) เป็นขั้นตอนในการประยุกต์ใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบายและทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่

5. ขั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นตอนในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

Eisenkraft (2003: 57-59) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของ BSCS จาก 5 ขั้นตอน เป็น 7 ขั้นตอน โดยให้เหตุผลว่าขั้นตอนของวงจรการเรียนรู้แบบ 5E เป็นขั้นตอนที่ยังไม่ต่อเนื่อง จึงเพิ่มขั้นตอนของวงจรการเรียนรู้อีกสองขั้นตอน คือ ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Elicit) และขั้นขยายความคิดรวบยอด (Extend) มีรายละเอียดของขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Elicit) ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนแสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเดิม หรือการทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่

2. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้น ยั่วยุ ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น

3. ขั้นสำรวจและค้นหา (Explore) ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหา และให้นักเรียนดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้นและรวบรวมข้อมูล

4. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) ครูส่งเสริมให้นักเรียนนำข้อมูลมาวิเคราะห์ จัดกระทำข้อมูลในรูปตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น

5.ขั้นขยายความรู้ (Elaborate) ครูกระตุ้นให้นักเรียนประยุกต์ใช้สัญลักษณ์ นิยาม อธิบายและทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่

6. ขั้นประเมินผล (Evaluate) เป็นการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

7. ขั้นขยายความคิด (Extend) ครูส่งเสริมให้นักเรียนเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่นักเรียนได้เรียนแล้วไปสู่มโนทัศน์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

Marshall, Horton และ Smart (2009: 501-516)ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบ 4E×2 โดยขยายกระบวนทัศน์การเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถของครูในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานที่ลึกซึ้งมากขึ้น โดยนำรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Instructional Models) มาบูรณาการกับการสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) และการประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment) เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมาย โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตรวจสอบจนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่างๆ โดยมีครูเป็นผู้ประเมินผลระหว่างเรียน กระตุ้น และใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดออกมา โดยรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Instructional Models) ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore)

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain)

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend)

ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection)

ส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment)

โดยรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 จะดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนของการสืบสอบ 4 ขั้นตอน ซึ่งในแต่ละขั้นตอนนั้น ครูจะเน้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเพื่อกำกับการทำงานให้ไปสู่จุดมุ่งหมาย และเน้นการประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ในขั้นนี้ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ทันที หรือใช้สื่อที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสร้างความสนใจนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสนใจหรือความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore) ในขั้นนี้ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และใช้วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสำรวจและค้นคว้านี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาตรวจสอบ วิเคราะห์ และหาข้อสรุป ซึ่งอาจจัดกระทำข้อมูลในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น แล้วอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นอธิบายและลงข้อสรุปนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มาของความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่นๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่ แล้วให้นักเรียนนำความรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นขยายความคิดนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เช่น งานวิจัยของ Marshall, Horton และ Smart (2009) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน และนำไปใช้ในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน คือส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด และส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน ซึ่งพบว่ารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีแนวทางการจัดกิจกรรมที่สนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และทำให้เกิดการพัฒนาทักษะกระบวนการสำหรับนักเรียน และงานวิจัยของ Dong,

Marshall และ Wang (2009) ได้ศึกษาระบบความร่วมมือผ่านเว็บสำหรับครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้น K-12 โดยสร้างเว็บไซต์ที่เป็นพลวัต การวิจัยเน้นการออกแบบเว็บในการสร้างบทเรียนแบบสืบสอบ พบว่าครูสามารถสร้างบทเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้อย่างรวดเร็ว สามารถทำการปรับแต่งแผนการสอนได้ และสามารถเผยแพร่และแบ่งปันบทเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากการนำนวัตกรรมการเรียนการสอน คือรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มาปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนผ่านทางประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบ และช่วยครูผู้สอนอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ อีกทั้งรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีหลักการพื้นฐานสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบ ทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในทางเดียวกัน เช่น งานวิจัยของ Staples (2007: 161-217) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ยังได้บูรณาการการสะท้อนการรู้คิด และการประเมินผลระหว่างเรียน ทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในทางเดียวกัน เช่น จากงานวิจัยต่างประเทศจำนวนมากยืนยันว่าการรู้คิดช่วยส่งเสริมประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Fiero, 1994: 4401A; Lin, 1998: 1890A; Tein Lydia Tsing, 1999: 2915A; Parker, 1999: 4046A; Lin and Lehman, 1999: 1-22; Bohlin, 2000: 209A; Rahikainen, 2002: 355C) และยังมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับการสะท้อนการรู้คิด ดังนี้ Aschbacher และ Alonzo (2004) ได้กล่าวว่า นักเรียนจะได้รับการเรียนรู้อย่างมีความหมาย เมื่อมีส่วนร่วมในการสะท้อนความคิดผ่านการแนะนำอย่างดีในระหว่างกระบวนการเรียนรู้ สอดคล้องกับแนวคิดของ Baker และ Brown (1984: 501-503) ที่ว่าการรู้คิดสามารถฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้ในตัวบุคคล ซึ่งส่งผลต่อการพัฒนาด้านการคิด โดยเฉพาะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และจากการวิจัยของ Swanson (1990: 306-314) ทำให้ทราบว่าความรู้ด้านการรู้คิดเป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี นอกจากนี้ยังมีนักวิจัยมากมายได้แสดงให้เห็นว่า การประเมินผลระหว่างเรียนมีอิทธิพลทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อนำการประเมินผลระหว่างเรียน

มาบูรณาการในกระบวนการเรียนการสอน (Black and Wiliam, 1998; Keeley et al., 2005; Marzano, 2006; Weiss et al., 2001;พรทิพย์ ไชยโส, 2544; บัลลังก์ มะเจี่ยว, 2548: 136–138)

จากการศึกษาโครงสร้างต่างๆ ของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ข้างต้นจะเห็นได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนนี้ จะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์การเรียนรู้อย่างมีความหมาย สามารถเข้าใจในบทเรียนได้มากขึ้น และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ได้ อีกทั้งเป็นการช่วยครูในการประเมินการเรียนการสอนที่ยังเป็นจุดอ่อนและแก้ไขจุดอ่อนให้เข้มแข็งมากขึ้น ดังนั้นรูปแบบการเรียนการสอนแบบ 4E×2 จึงเป็นรูปแบบการสอนที่น่าจะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเนื่องจากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญหาของ Piaget (Piaget's Theory of Intellectual Development) ได้ระบุว่า ความเข้าใจในการใช้เหตุผลของมนุษย์จะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนตั้งแต่อายุ 12 ปีขึ้นไปและพัฒนาอย่างสมบูรณ์เมื่ออายุประมาณ 15 ปี (Piaget and Inhelder, 1969) นอกจากนี้การให้นักเรียนได้สำรวจ ได้กระทำสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง การทำงานร่วมกับผู้อื่น เท่ากับช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารกับผู้อื่น อีกทั้งช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ในการทำงานที่ยากขึ้นเรื่อยๆ กล้าคิด กล้าตัดสินใจ เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้น (Piaget, 1965) ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลงานวิจัยที่ได้ยืนยันว่า เด็กในวัยนี้มีจินตนาการและความคิดเชิงเหตุผลสัมพันธ์กันสูงสุด และมีความพร้อมที่จะเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ (Ribot, 1926 cited in Torrance, 1962) ซึ่งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อยู่ในช่วงอายุ 12–15 ปีดังกล่าว เป็นระดับอายุที่เหมาะสมที่จะได้รับการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยจะเกิดประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียนทั้งทางด้านเนื้อหาสาระและความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปพร้อมๆ กัน อันจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาการคิดให้แก่นักเรียนในระดับที่สูงขึ้น และเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานการวิจัย

งานวิจัยเกี่ยวกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีอยู่บ้างในต่างประเทศ เช่น งานวิจัยของ Marshall, Horton และ Smart (2009) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน และนำไปใช้ในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน คือส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด และส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน ซึ่งพบว่ารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีแนวทางการจัดกิจกรรมที่สนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และทำให้เกิดการพัฒนาทักษะกระบวนการสำหรับนักเรียน และงานวิจัยของ Dong, Marshall และ Wang (2009) ได้ศึกษาระบบความร่วมมือผ่านเว็บสำหรับครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้น K-12 โดยสร้างเว็บไซต์ที่เป็นพลวัต การวิจัยเน้นการออกแบบเว็บในการสร้างบทเรียนแบบสืบสอบ พบว่าครูสามารถสร้างบทเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้อย่างรวดเร็ว สามารถทำการปรับแต่งแผนการสอนได้ และสามารถเผยแพร่และแบ่งปันบทเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากการนำนวัตกรรมการเรียนการสอน คือรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มาปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนผ่านทางประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบ และช่วยครูผู้สอนอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ อีกทั้งรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีหลักการพื้นฐานสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบ ทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในทางเดียวกัน เช่น งานวิจัยของ Staples (2007: 161-217) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ตั้งสมมติฐาน ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 43 คน และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 จำนวน 45 คน ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบ่งเป็น 2 แบบ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตัวแปรตาม ได้แก่

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัย

1. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2** หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมาย ตามขั้นตอนที่พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของ Marshall, Horton และ Smart โดยนำรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Instructional Models) มาบูรณาการกับการสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive

Reflection) และการประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment) ซึ่งดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนของการสืบสอบ 4 ขั้นตอน โดยที่ในแต่ละขั้นตอนนั้น ครูจะเน้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเพื่อกำกับการทำงานให้ไปสู่จุดมุ่งหมาย และเน้นการประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ในขั้นนี้ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ทันที หรือใช้สื่อที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสร้างความสนใจนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสนใจหรือความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore) ในขั้นนี้ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และใช้วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสำรวจและค้นคว้านี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาตรวจสอบ วิเคราะห์ และหาข้อสรุป ซึ่งอาจจัดกระทำข้อมูลในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น แล้วอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นอธิบายและลงข้อสรุปนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มาของความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่นๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่ แล้วให้นักเรียนนำความรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นขยายความคิดนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

2. **การประเมินผลระหว่างเรียน** หมายถึง การประเมินที่ทำโดยครู เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าหรือพัฒนาการของนักเรียนด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์จากการเรียนรู้และการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ทั้งนี้สารสนเทศที่ได้จากการประเมินจะนำไปสู่การแก้ไขในประเด็นที่บกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ถัดไปว่าจะต้องเน้น หรือแก้ไขในประเด็นอะไรบ้าง เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความรู้ความสามารถให้สูงขึ้น บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่วางไว้

3. **การสะท้อนการรู้คิด** หมายถึง พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเกี่ยวกับการจัดการความคิดของตนเอง แสดงถึงการไตร่ตรอง กำกับ ตรวจสอบการกระทำของตนเองในประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่กำลังทำเพื่อให้ดำเนินงานไปอย่างมีทิศทางและนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ต้องการ

4. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดและความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับ

ประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสามารถสรุปความคิดและความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมาย ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ

ในงานวิจัยนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. **ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่จะต้องนำความรู้ ทักษะ และหลักการต่างๆ ที่เรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที โดยประกอบด้วยขั้นตอนการแสดงออกดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถในการระบุว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ โจทย์ต้องการอะไร และอะไรคือเงื่อนไขที่กำหนดให้ เงื่อนไขเหล่านั้นเพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาพิจารณาหาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและสิ่งที่ต้องการหา ว่าต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น การแบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน หมายถึง ความสามารถในการทำตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางไว้ เพื่อที่จะได้คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นในการตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ และสามารถนำผลที่ได้หรือวิธีการนี้ไปใช้กับปัญหาอะไรได้บ้าง

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. **การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ** หมายถึง การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

7. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนที่ศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
    - 1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
    - 1.2 โครงสร้างของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
        - 1.2.1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ
        - 1.2.2 การสะท้อนการรู้คิด
        - 1.2.3 การประเมินผลระหว่างเรียน
    - 1.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.5 การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 3.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    - 3.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 3.4 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
    - 3.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 3.6 แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

1.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้รับการพัฒนามาตามลำดับดังนี้

Karplus (1967; cited in Lawson, 1995: 134-139) ซึ่งนำเสนอรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้เพื่อใช้ปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์สหรัฐอเมริกา (Science Curriculum Improvement Study Program: SCIS) มีกิจกรรม 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration)
2. ขั้นสร้าง (Invention)
3. ขั้นค้นพบ (Discovery)

วัฏจักรการเรียนรู้ที่ Karplus นำเสนอนั้นมีครูจำนวนมากยังไม่เข้าใจ 2 ขั้นตอนหลังคือขั้นสร้างและขั้นค้นพบ ดังนั้น Barman และ Kotar (1989) ได้ปรับปรุงเป็นขั้นสำรวจ (Exploration) ขั้นแนะนำมโนทัศน์ (Concept Introduction)และขั้นประยุกต์ใช้มโนทัศน์ (Concept Application) ต่อมานักวิทยาศาสตร์ศึกษาได้ดัดแปลงขั้นแนะนำมโนทัศน์เป็นขั้นแนะนำคำสำคัญด้วยเหตุผลที่ว่าครูสามารถแนะนำหรืออธิบายคำสำคัญ หรือนิยามศัพท์เฉพาะให้กับนักเรียน แต่มิใช่แนะนำมโนทัศน์ให้กับนักเรียน เพราะนักเรียนต้องเป็นผู้ค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเอง แต่อย่างไรก็ตามมีผู้ปรับเปลี่ยนชื่อของขั้นตอนที่ 2 ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ดังเช่น Carin (1993) ได้ปรับเป็นขั้นสร้างมโนทัศน์ (concept formation) ส่วน Abruscato (1996) ได้ปรับเป็นขั้นได้มาซึ่งมโนทัศน์ (concept acquisition) (Lawson, 1995: 134-139)

วัฏจักรการเรียนรู้ที่กล่าวมาทั้ง 3 ขั้นตอน มีขั้นตอนที่ 2 เท่านั้นที่มีชื่อแตกต่างกัน แต่คำอธิบายใกล้เคียงกัน แต่ละขั้นตอนมีสาระสำคัญดังนี้ (Lawsan, 1995: 134-139)

1. ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration Phase) เป็นขั้นที่นักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติกิจกรรมโดยการสังเกต ตั้งคำถามและคิดวิเคราะห์ สำรวจหรือทดลอง เก็บรวบรวมข้อมูล จดบันทึก โดยอาจปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเล็ก ครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก คือ สังเกต ตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นและชี้แนะการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนค้นพบหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

2. ขั้นแนะนำคำสำคัญ/ขั้นสร้างมโนทัศน์/ขั้นได้มาซึ่งมโนทัศน์ (Term Introduction/Concept Formation/ Concept Acquisition Phase) เป็นขั้นที่ครูมีบทบาทสูง โดยตั้งคำถามกระตุ้นและชี้แนะให้นักเรียนคิดเชื่อมโยงสิ่งที่ได้ปฏิบัติในขั้นสำรวจและค้นคว้า โดยครู

แนะนำและอธิบายคำศัพท์ที่สำคัญของมโนทัศน์นั้นๆ เพื่อให้นักเรียนจัดเรียบเรียงความคิดใหม่ ขั้นนี้ครูและนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันเพื่อค้นหามโนทัศน์จากข้อมูลและการสังเกตในขั้นสำรวจและค้นคว้า

3. ขั้นประยุกต์ใช้มโนทัศน์ (Concept Application Phase) เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ค้นพบหรือเกิดการเรียนรู้แล้วมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่หรือปัญหาใหม่ อันจะทำให้นักเรียนขยายความเข้าใจมโนทัศน์นั้นๆ มากยิ่งขึ้น

Barman (1989; cited in Abruscato, 1996: 37) ได้ดัดแปลงและพัฒนาวัฏจักรการเรียนรู้ออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นแนะนำมโนทัศน์ (Concept Introduction Phase)
3. ขั้นประยุกต์ใช้มโนทัศน์ (Concept Application Phase)
4. ขั้นประเมินผลและอภิปราย (Evaluation and Discussion Phase)

Martin และคณะ (1994: 193) ได้ปรับปรุงวัฏจักรการเรียนรู้ของบาร์แมน ได้แก่

1. ขั้นสำรวจ (Exploration Phase)
2. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation Phase)
3. ขั้นขยายมโนทัศน์ (Expansion Phase)
4. ขั้นประเมินผล (Evaluation Phase)

ต่อมา Bybee และคณะ (1990; cited in Lawson, 1995: 164-165) นักพัฒนาหลักสูตรจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาและจัดทำหลักสูตรชีววิทยา (Biological Science Curriculum Study: BSCS) ของประเทศสหรัฐอเมริกา ได้เสนอรูปแบบของวัฏจักรการเรียนรู้แบบ 5E ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นตอนสร้างความสนใจ ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น กระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม กำหนดประเด็นปัญหาที่จะศึกษา

2. ขั้นสำรวจค้นหา (Exploration) เป็นขั้นตอนในการตรวจสอบปัญหา ดำเนินการสำรวจตรวจสอบสืบค้นและรวบรวมข้อมูล โดยการวางแผนการสำรวจตรวจสอบ ลงมือปฏิบัติ เช่นการสังเกต การวัด ทดลอง และรวบรวมข้อมูล

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นตอนในการวิเคราะห์ และจัดกระทำข้อมูลในรูปตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น สรุปผลและอภิปรายผลการทดลอง

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นตอนในการประยุกต์ใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบายและทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่

5. ขั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นตอนในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

Eisenkraft (2003: 57-59) ได้พัฒนารูปแบบของ BSCS จาก 5 ขั้นตอนเป็น 7 ขั้นตอน Eisenkraft ให้เหตุผลว่าขั้นตอนของวัฏจักรการเรียนรู้แบบ 5E เป็นขั้นตอนที่ยังไม่ต่อเนื่อง จึงเพิ่มขั้นตอนของวัฏจักรการเรียนรู้อีกสองขั้นตอน คือ ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Elicit) ในขั้นนี้เป็นขั้นที่มีความจำเป็นสำหรับการสอนที่ดี เป้าหมายที่สำคัญในขั้นนี้คือ การกระตุ้นให้เด็กมีความสนใจและตื่นเต้นกับการเรียน สามารถสร้างความรู้อย่างมีความหมาย และขั้นขยายความคิดรวบยอด (Extend) เพื่อให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้จากสิ่งที่ได้เรียนมาให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน รายละเอียดของแต่ละขั้นตอน มีดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนแสดงออกถึงความรู้ความเข้าใจเดิมหรือการทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่

2. ขั้นสร้างความสนใจ ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้น ยั่วยุให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น กิจกรรมอาจเป็นการทดลอง การนำเสนอข้อมูล การสาธิต ข่าวหรือสถานการณ์ เหตุการณ์ เป็นต้น ซึ่งก่อให้เกิดความคิดขัดแย้งกับสิ่งที่นักเรียนเคยรู้ กระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม กำหนดประเด็นปัญหาที่จะศึกษา ซึ่งนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบ

3. ขั้นสำรวจค้นหา ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหา และให้นักเรียนดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้นและรวบรวมข้อมูล โดยการวางแผนการสำรวจตรวจสอบ ลงมือปฏิบัติเช่นการสังเกต วัด ทดลอง และรวบรวมข้อมูล

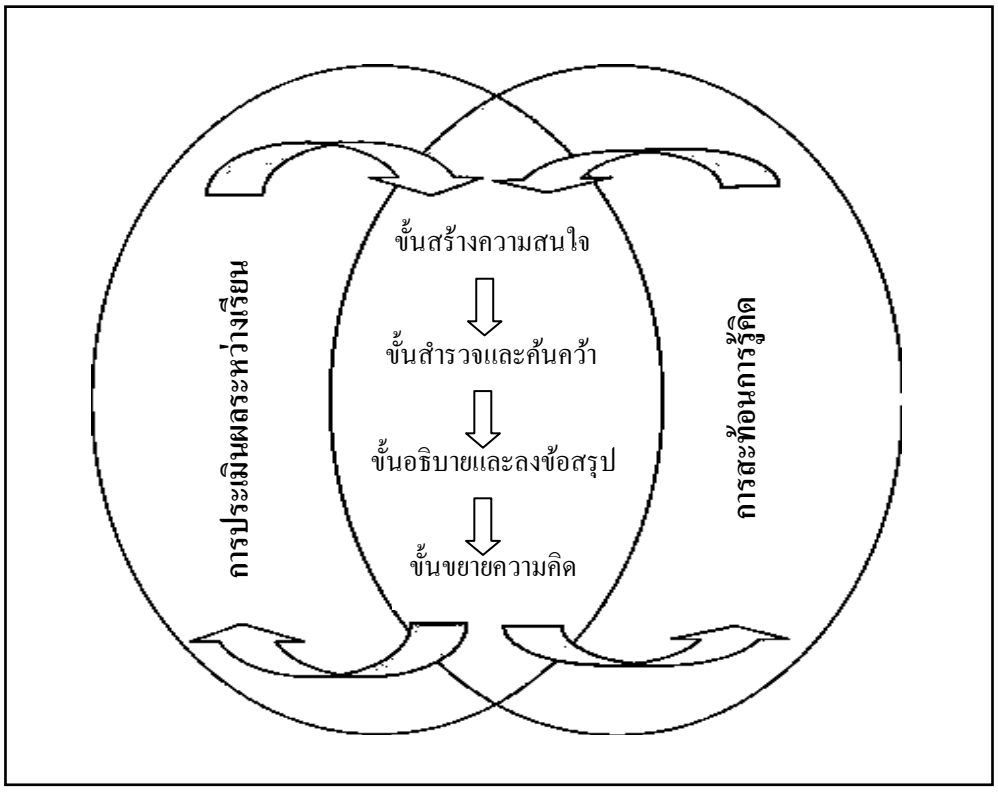
4. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ครูส่งเสริมให้นักเรียนนำข้อมูลมาวิเคราะห์ จัดกระทำข้อมูลในรูปตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น ให้เห็นแนวโน้มหรือความสัมพันธ์ของข้อมูล สรุปผลและอภิปรายผลการทดลอง โดยอ้างอิงหลักการและวิชาการประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล มีการอ้างอิงหลักฐานชัดเจน นอกจากนี้ครูยังมีหน้าที่จัดกิจกรรมส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความคิดด้วยตัวของนักเรียนเอง ให้นักเรียนแสดงหลักฐาน เหตุผลประกอบการอธิบาย

5. ขั้นขยายความรู้ ครูกระตุ้นให้นักเรียนประยุกต์ใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบายและทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่ กระตุ้นให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในการตอบคำถาม เสนอแนวทางแก้ปัญหาตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา และออกแบบการทดลอง

6. ขั้นประเมินผล เป็นการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีทั้งการประเมินการปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนและการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนก่อนที่นักเรียนจะขยายความคิดรวบยอดและค้นพบปัญหาใหม่ โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

7. ขั้นขยายความคิดรวบยอด ครูส่งเสริมให้นักเรียนเชื่อมโยงความคิดรวบยอดหรือหัวข้อที่นักเรียนได้เรียนแล้วไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหัวข้ออื่นๆ ที่เกี่ยวข้องและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดปัญหาใหม่

Marshall, Horton และ Smart (2009) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 โดยให้เหตุผลว่าไม่มีรูปแบบการเรียนการสอนใดในข้างต้นนี้ที่แสดงให้เห็นชัดถึงความสำคัญของการประเมิน (Assessment) และการสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) ซึ่งจำเป็นต้องเกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการเรียนรู้แบบสืบสอบ จึงได้ขยายกระบวนทัศน์การสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถของครูในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นพื้นฐานที่ลึกซึ้งมากขึ้น โดยนำรูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบมาบูรณาการกับการประเมินผลระหว่างเรียนและการสะท้อนการรู้คิด ซึ่งระหว่างการดำเนินกิจกรรมการสืบสอบในแต่ละขั้นตอนนั้น จะมีการประเมินผลระหว่างเรียนและการสะท้อนการรู้คิดควบคู่ไปด้วย ดังนั้นรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 จึงเป็นการทำงานร่วมกันของ 3 โครงสร้าง ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 (Marshall, Horton and Smart, 2009)

จากแผนภาพจะเห็นได้ว่ามีส่วนที่ซ้อนทับกัน 3 ส่วน จึงเป็นการทำงานร่วมกันของโครงสร้าง 3 ส่วน ประกอบด้วย

ส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Instructional Models) เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเองผ่านกระบวนการสืบค้นอย่างเป็นระบบ โดยใช้ความรู้ประสบการณ์เดิม และการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ และนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) เป็นกิจกรรมที่ครูใช้คำถามชี้นำ ให้นักเรียนสะท้อนความคิดของตนเองจากสถานการณ์ เหตุการณ์ หรือสื่อ โดยการพูด การเขียน การแสดงออก อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ เพื่อให้เกิดความตระหนักรู้และเข้าใจในกระบวนการคิดของตนเอง และสามารถติดตาม กำกับควบคุม และประเมินสิ่งที่ตนเองทำไปอย่างรู้คิดว่าบรรลุเป้าหมายหรือเป็นไปในทิศทางที่กำหนดไว้หรือไม่

ส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment) เป็นการประเมินที่ทำโดยครูในระหว่างการเรียนการสอน เพื่อมุ่งพัฒนานักเรียนให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูวางแผนไว้

โดยครูจะดำเนินการสอน 4 ขั้นตอน ซึ่งในระหว่างการดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอนนั้นจะมีการประเมินผลระหว่างเรียนและการสะท้อนการรู้คิดควบคู่ไปด้วยตลอดทุกขั้นตอน ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอรายละเอียดของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ตามหัวข้อต่อไป

1.2 **โครงสร้างของรูปแบบการเรียนการสอน** 4E×2

รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน คือส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry instructional models) ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) และส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment) ซึ่งสามารถสรุปโครงสร้างแต่ละส่วนได้ ดังนี้

1.2.1 **รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ**

คำว่า Inquiry ที่เกี่ยวข้องกับการสอนและการเรียนรู้ นักการศึกษาไทยใช้ชื่อต่างๆ กันไป เช่น “การสืบสอบ การสืบสวนสอบสวน การสืบเสาะหาความรู้ การคิดสืบค้น การสืบเสาะ” สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า “การสืบสอบ”

ความหมายของการสืบสอบ

Suchman (1962) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ดังนี้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกฝนการเรียนรู้ โดยใช้ความสามารถทางด้านการคิดหาเหตุผลจากข้อมูลที่ได้รับ คือ ให้นักเรียนเผชิญปัญหา นิยามคำศัพท์หรือข้อความให้ชัดเจน ตั้งสมมติฐาน สำรวจข้อมูล รวบรวมข้อมูล และสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ซึ่งช่วยให้นักเรียนคุ้นเคยกับความจริงของโลก ที่เต็มไปด้วยปัญหานานัปการ

Good (1973: 303) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ 3 แนวทางดังนี้

1. เป็นวิธีหนึ่งในการศึกษา เพื่อให้ได้มโนทัศน์ใหม่ โดยดำเนินการเพื่อให้ได้ความรู้ที่เป็นไปได้ในกรณีนั้นๆ ซึ่งเป็นความรู้ที่อาจเปลี่ยนแปลงได้ และได้มายาก

2. เป็นเทคนิคหรือกลวิธีหนึ่ง ในการเรียนรู้เนื้อหาวิทยาศาสตร์ โดยมีการกระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้ อยากเห็น ตั้งคำถาม แล้วหาคำตอบด้วยตนเอง

3. เป็นวิธีแก้ปัญหาวิธีหนึ่ง ที่มีกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้โดยเผชิญกับเหตุการณ์ที่ท้าทายความคิด วิธีการนี้เริ่มต้นด้วยการสังเกตอย่างเป็นระบบ ออกแบบ การวัดแยกสิ่งที่สังเกตกับสิ่งที่อ้างอิง คิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ และเป็นวิธีการที่ทดสอบได้ และสรุปผลอย่างมีเหตุผล

Tisher และคณะ (1972: 139) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบ สรุปได้ว่า การสืบสอบเป็นทั้งวิธีสอน วิธีเรียน วิธีการแก้ปัญหาเฉพาะ อย่างมีหลักการ รวมทั้งเป็นเทคนิคการค้นคว้าความรู้ทางวิทยาศาสตร์ด้วย

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2538: 128) ได้อธิบายความหมายของการสืบสวนสรุปได้ดังนี้ เป็นการพัฒนาความสามารถในคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากการแสวงหาความจริง โดยอาศัยการตั้งคำถามในการสังเกต วิเคราะห์ปัญหาในการอธิบายปัญหาพิสูจน์ทฤษฎีด้วยการตั้งสมมติฐาน ตลอดจนการทดลองสมมติฐานและการนำกฎเกณฑ์ที่ค้นพบนั้นไปใช้

เสริมศรี ลักษณศิริ (2540: 240) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบเป็นวิธีสอนอีกแบบหนึ่งที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูผู้เสนอจะกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้โดยจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดปัญหาทำให้นักเรียนเกิดความสงสัยและต้องการหาคำตอบหรือโดยที่ครูเป็นผู้ตั้งคำถาม ในการสังเกต วิเคราะห์ปัญหาในการอธิบายปัญหาพิสูจน์ทฤษฎีด้วยการตั้งสมมติฐาน ตลอดจนการทดลองสมมติฐานและการนำกฎเกณฑ์ที่ค้นพบนั้นไปใช้

กาญจนา บุญส่ง (2542: 67-68) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบเป็นวิธีสอนที่ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิดหาเหตุผลจนค้นหาความรู้หรือแนวความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

จากความหมายของการสืบสอบที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการแบบสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบต่อปัญหาของตนได้

ประเภทของกระบวนการสืบสอบ

นักการศึกษาหลายคนได้แบ่งกระบวนการสืบสวน ตามลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

Sund และ Trowbridge (1973) ได้อธิบายเกี่ยวกับประเภทของการจัดกระบวนการสืบสอบเป็น 2 แนวทาง ซึ่งขึ้นอยู่กับ บทบาทของครูและนักเรียน ได้แก่ การสืบสอบแบบมีการแนะนำ (Guided Inquiry) และการสืบสอบแบบอิสระ (Free Inquiry) ในการสืบสอบแบบมีการแนะนำ ครูมีบทบาทมากในการดำเนินกิจกรรม และในการสืบสอบแบบอิสระนักเรียนมีบทบาทมากที่สุดในการดำเนินกิจกรรม

Orlich และคณะ (2001) ได้อธิบายเกี่ยวกับรูปแบบการจัดกระบวนการสืบสอบไว้ 2 แนวทาง ดังต่อไปนี้

1. กระบวนการสืบสอบที่ครูกำหนดแนวทางการสืบสอบ
2. กระบวนการสืบสอบที่ครูไม่ได้กำหนดแนวทางในการสืบสอบ

กระบวนการสืบสอบที่ครูกำหนดแนวทางการสืบสอบ ครูต้องวางแผนและเตรียมข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่สืบสอบ ให้นักเรียนกระทำการสังเกต จัดกระทำ และใช้อ้างอิงเป็นคำตอบ ครูมีบทบาทในการนำให้นักเรียนดำเนินการสืบสอบตามแนวทางโดยครูใช้คำถามนำ จัดเตรียมอุปกรณ์ที่จะต้องใช้ตามแนวทางนั้นๆ ให้ และครูควรกระตุ้นให้นักเรียนในชั้นมีส่วนร่วมในการดำเนินการสืบสอบและสรุปเป็นหลักการ

กระบวนการสืบสอบที่ครูไม่ได้กำหนดแนวทางในการสืบสอบ ครูมีบทบาทน้อยกว่าแบบแรก เมื่อครูเสนอปัญหาแล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนหาแนวทาง และดำเนินการสืบสอบวิธีต่างๆ เอง

แต่ครูต้องคอยตรวจสอบความถูกต้องในการอ้างอิงหรืออ้างเหตุผลของนักเรียน ถ้านักเรียนอ้างเหตุผลผิด ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นจุดที่นักเรียนผิดหลักเหตุผล ถ้านักเรียนไม่ได้อ้างเหตุผล ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอ้าง เพื่อยืนยัน และครูควรกระตุ้นให้นักเรียนในชั้นได้แลกเปลี่ยนข้อสรุปกันโดยให้แสดงการอ้างอิงให้เพื่อนๆ รับรู้ด้วย

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2545: 195) แบ่งประเภทกระบวนการสืบสวนโดยใช้บทบาทของครูและนักเรียนเป็นเกณฑ์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Passive Inquiry) วิธีนี้ครูจะมีบทบาทสำคัญในการใช้คำถามกระตุ้นเป็นแนวทางให้นักเรียนคิดหาคำตอบ เหมาะสำหรับการเริ่มสอนแบบสืบสอบเนื่องจากครูจะเป็นผู้ใช้คำถาม ถามนำไปสู่คำตอบและพยายามกระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถามอยู่เสมอ ครูจะเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นส่วนใหญ่ คือ ประมาณร้อยละ 90 ส่วนนักเรียนจะเป็นตั้งคำถามเองประมาณร้อยละ 10 เท่านั้น และส่วนใหญ่นักเรียนจะเป็นผู้ตอบคำถาม

2. ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันในการสืบสอบ (Combined Inquiry) วิธีนี้ครูผู้สอนและนักเรียนเป็นผู้ดำเนินการในการสืบสอบร่วมกันโดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามเท่าๆ กับนักเรียนคือประมาณร้อยละ 50 ซึ่งเหมาะสำหรับการสอนที่นักเรียนได้ผ่านขั้นของ Passive Inquiry) มาแล้วนักเรียนจะคุ้นเคยกับการตอบคำถามและฝึกการตั้งคำถาม การซักถามปัญหา ในชั้นนี้เมื่อนักเรียนถาม ครูไม่ควรใช้คำตอบทันทีแต่ควรจะส่งเสริมหรือถามต่อเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเองโดยใช้คำถามไปเรื่อยๆ จนกระทั่งนักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง

3. นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Active Inquiry) การสอนแบบนี้นักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม และตอบคำถามเป็นส่วนใหญ่หลังจากที่ได้ฝึกการตั้งคำถามและตอบคำถามจนคุ้นเคยมากแล้วนักเรียนได้รับการพัฒนาการคิด การตั้งคำถามในกระบวนการสืบสอบเพื่อหาคำตอบด้วยตนเองตามลำดับขั้น ในชั้นนี้จะมีความสามารถในการสร้างกรอบความคิดการสร้างคำถามนำไปสู่การค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนมีส่วนในการตั้งคำถามและตอบคำถามประมาณร้อยละ 90 จึงนับว่าเป็นจุดประสงค์สูงสุดในการเรียนรู้โดยวิธีสืบสอบ

สรุปได้ว่า กระบวนการแบบสืบสอบมี 3 ประเภทใหญ่ คือ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันในการสืบสอบ และนักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกที่จะใช้วิธีสอนประเภทแรก คือ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบเพราะในวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบโดยครูผู้สอนจะเป็นผู้ถาม นำและนักเรียนเป็นฝ่ายตอบคำถามเป็นส่วนใหญ่ ครูผู้สอนจะพยายามกระตุ้นเตือนให้นักเรียนได้ตั้งคำถามอยู่เสมอ

โดยจะพยายามให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับการใช้คำโดยจะให้นักเรียนสังเกตจากสื่อที่ เป็นรูปธรรมเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาบทบาทของตนเองไปจนถึงขั้นสูงสุดของวิธีสืบสอบ

1.2.2 การสะท้อนการรู้คิด

ในปัจจุบันความหมายหรือคำนิยามของการสะท้อนการรู้คิดมีความหมายหลากหลายและไม่ค่อยตรงกัน แต่นักจิตวิทยาต่างก็ยอมรับว่า การรู้คิดเป็นการคิดขั้นสูง (Higher-ordered Thinking) ที่มนุษย์ใช้ทำกิจกรรมประจำวัน การรู้คิดไม่ใช่กระบวนการอัตโนมัติ แต่เป็นผลมาจากการควบคุมอย่างสม่ำเสมอและอย่างจริงจังในกระบวนการคิดของตนเอง (Jacobson, 1998) และเนื่องจากการสะท้อนการรู้คิดเป็นพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการรู้คิด ดังนี้ผู้วิจัยจึงนำเสนอในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับการรู้คิด ดังต่อไปนี้

ความหมายของการรู้คิดและการสะท้อนการรู้คิด

Flavell (1979: 906-911) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นการที่บุคคลรู้ถึงกระบวนการคิด รวมทั้งสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากกระบวนการคิดของตนเอง รวมไปถึงผลิตผลของกระบวนเชิงรับรู้ หรือสิ่งอื่นๆ อาจปรากฏเป็นความรู้ หรือเป็นกิจกรรมทางการคิดที่มีเป้าหมาย และมีทิศทาง หรือที่เรียกว่าเป็นการรู้เกี่ยวกับการรับรู้ (Cognition About Cognition)

Derry และ Murphy (1986: 9) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นความตระหนักและความรู้ของนักเรียนในกระบวนการเรียนรู้ของตนเอง หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นความสามารถและนิสัยที่จะควบคุมกระบวนเรียนรู้ของตนเองระหว่างการเรียน

Beyer (1997: 99) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นความคิดในระดับสูงที่เกี่ยวข้องกับการกำกับ การควบคุม หรือการจัดการกับส่วนประกอบทางความคิดที่อยู่ในระดับที่ต่ำกว่าลงมา โดยมีความรู้ทำหน้าที่ในการสื่อสารข้อมูล และการควบคุมทำหน้าที่ในการสั่งการ

McGuire (2003) กล่าวว่า การรู้คิดหมายถึง การคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งรวมถึง (1) ตระหนักรู้อย่างสมเหตุสมผล ว่าตนเองเป็นนักแก้ปัญหา (2) สามารถกำกับและควบคุมกระบวนการทางสติปัญญาหรือการคิดของตนเอง (3) รับรู้ว่าการจดจำข้อเท็จจริงและสูตรต่างๆ อย่างง่ายๆ จะไม่ช่วยให้สามารถเข้าใจและนำข้อสนเทศดังกล่าวไปใช้ได้ และ (4) รู้ว่าความรู้และความเข้าใจไม่ได้รับการถ่ายทอดมาจากครูโดยตรง แต่นักเรียนเป็นผู้สร้างขึ้นมาด้วยตนเอง

Marshall, Horton และ Smart (2009: 3) ได้กล่าวถึงการรู้คิดและการสะท้อนการรู้คิดไว้ว่า การรู้คิดนั้นรวมถึงความเข้าใจและการควบคุมกระบวนการคิดของแต่ละคน ในขณะที่

กระบวนการสะท้อนหมายถึงการมีความคิดอย่างมีจุดมุ่งหมาย การรู้คิดยังรวมถึงการวิเคราะห์และการตระหนักรู้กระบวนการคิดอย่างลึกซึ้ง ซึ่งเป็นกระบวนการสำคัญที่จะเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการสะท้อนการรู้คิดจึงเน้นการสะท้อนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่กำลังตรวจสอบ และตระหนักรู้ในตนเองด้วยกลวิธีการรู้คิด

Fogarty (1994: 3) ได้พัฒนาการจัดประสบการณ์การรู้คิดสำหรับฝึกนักเรียนเรียกว่าการสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้จักตนเอง รู้จักงานที่ทำ และรู้กลวิธีที่จะทำให้งานสำเร็จ นั่นคือสามารถประเมินตนเอง ประเมินงานที่ทำ และประเมินกลวิธีที่ใช้ หรือเรียกว่ามีความสามารถในการควบคุมและประเมินการรู้คิดของตนเอง

สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย (2540: 9) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นการตระหนักรู้และความสามารถของตนเองในอันที่จะเข้าใจ ควบคุม และจัดการกับกระบวนการทางพุทธิปัญญาของตนเอง

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์ (2540: 1-20) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นความเข้าใจในกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าตนเองรูอะไร ต้องการรู้อะไร และยังไม่รู้อะไร ตลอดจนสามารถควบคุมและตรวจสอบการรู้คิดของตนเองได้สรุปได้ว่าอภิปัญญาหมายถึงความตระหนักรู้และเข้าใจในกระบวนการรู้คิดของตนเอง และสามารถติดตาม กำกับควบคุม และประเมินการรู้คิดของตนเองได้

สมยศ ชิดมงคล (2545: 35) ให้ความหมายการรู้คิดว่าเป็นการรู้และเข้าใจในความคิดของตนเอง แสดงถึงการรับรู้ ไตร่ตรอง กำกับ ตรวจสอบการกระทำของตนเอง

ดำเนิน ยาท้วม (2548: 6) ได้ให้ความหมายของการสะท้อนการรู้คิดไว้ว่า เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเองจากสถานการณ์ เหตุการณ์ หรือสื่อ โดยการพูด การเขียน การแสดงออก อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง เพื่อให้เกิดความตระหนักรู้และเข้าใจในกระบวนการรู้คิดของตนเอง และสามารถติดตาม กำกับควบคุม และประเมินการรู้คิดของตนเองได้

จากความหมายของการรู้คิดและการสะท้อนการรู้คิดที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า

การรู้คิด (Metacognition) หมายถึง การรู้คิดของบุคคลในการจัดการเกี่ยวกับกระบวนการทางความคิดของตน โดยใช้การวิเคราะห์ปัญหาหรือข้อมูล การวางแผน การกำกับ และการประเมิน ในการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือทำงานจนสำเร็จได้อย่างมีทิศทางและมีประสิทธิภาพ

การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) หมายถึง พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก เพื่อให้เกิดความตระหนักรู้และเข้าใจในกระบวนการรู้คิดของตนเอง เป็นการแสดงถึงการไตร่ตรอง กำกับ ตรวจสอบการกระทำของตนเองอย่างมีทิศทางและมีประสิทธิภาพ

องค์ประกอบของการการรู้คิด

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้จำแนกองค์ประกอบของการรู้คิดไว้ ดังนี้

Baker และ Brown (1984: 21–44) ได้แบ่งการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นการตระหนักรู้ถึงทักษะ กลวิธีและแหล่งข้อมูลที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอย่างไร (What to do)

2. ความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-Regulation) ในการทำงานเพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จสมบูรณ์นั้น จะต้องรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร (How to do) และเมื่อไร (When to do)

Flavell (1985: 103–110) ได้แบ่งการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิด (Metacognitive Knowledge) เป็นส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในระบบความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไรคิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดประกอบด้วยความรู้เบื้องต้น หรือความเชื่อในเรื่องของตัวแปร หรือองค์ประกอบที่มีผลต่อกิจกรรมการคิด Flavell แบ่งความรู้ในความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดออกเป็น 3 ตัวแปร คือ

1.1 ตัวแปรด้านบุคคล หมายถึง การที่บุคคลที่มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะที่บุคคลโดยทั่วไปมีอยู่ในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้หรือในการทำงาน เช่น รู้ถึงความถนัดและความสามารถของบุคคล รู้ว่าบุคคลต้องมีลักษณะอย่างไรจึงจะทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

1.2 ตัวแปรด้านงาน หมายถึง การตระหนักรู้ลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งมีผลต่อการปฏิบัติงานของบุคคลนั้นๆ การรู้ว่าสิ่งใดทำให้งานนั้นยาก สิ่งใดทำให้งานนั้นง่ายรวมไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานนั้นที่จะเกิดแก่ตน

1.3 ตัวแปรด้านกลวิธี คือ ความรู้ของบุคคลเกี่ยวกับกลวิธีที่เหมาะสมที่จะใช้ในการทำงานให้การทำงานนั้นบรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ เป็นวิธีการที่จะช่วยให้เกิดความใจการจัดระบบ การวางแผน การลงมือปฏิบัติและการประเมิน ทั้งในสิ่งที่ทำไปแล้วและกับสิ่งที่จะทำต่อไปตลอดจนการตรวจสอบ ตัวแปรด้านนี้ทำให้เกิดความก้าวหน้าในการคิดกลวิธีในการรู้คิด ตลอดจนการตรวจสอบ

2. ประสบการณ์ในการรู้คิด (Metacognitive Experience) เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญต่อการกำกับตนเอง (Self-Regulation) ในกิจกรรมการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิดจนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายหรือหยุดการกระทำในการใช้ประสบการณ์ในการรู้คิดนั้น เป็นกระบวนการที่บุคคลวางแผนควบคุมและกำกับพฤติกรรมของตนเอง ซึ่งประกอบด้วย การสังเกตตนเองกระบวนการตัดสินและกระบวนการแสดงปฏิกิริยาต่อตนเอง โดยมีจุดประสงค์เพื่อเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของตนให้ไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ โดยที่ประสบการณ์ในการรู้คิด มี 3 องค์ประกอบย่อย ซึ่งทั้งหมดเป็นกิจกรรมทางการคิด คือ

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การตรวจสอบ (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีการที่เลือกใช้การกำกับตนเองหรือการตรวจสอบตนเอง (Self-Monitoring) จิตสำนึกในการใช้กลวิธีเพื่อการเรียนรู้มิได้เกิดขึ้นเองโดยอัตโนมัติ แต่เป็นผลจากการพัฒนากระบวนการทางปัญหามาเป็นเวลานาน การฝึกให้เด็กสามารถมีการกำกับตนเองได้ (Self-Regulation) จะส่งผลต่อการปรับพัฒนาการแสดงหรือการกระทำและส่งเสริมการสร้างอัตมโนทัศน์ (Self-Concept) อันจะเป็นผลต่อความสามารถทางวิชาการ

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผน วิธีการตรวจสอบและการประเมินผลสัมฤทธิ์

Bayer (1987) ได้แบ่งกระบวนการเกิดขึ้นในกระบวนการการรู้คิด ไว้ 3 ประการ คือ

1. การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดว่าตนเองจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2. การตรวจสอบ (Monitoring) เป็นการทบททวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอน

Cross และ Paris (1988) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็นด้านต่างๆ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านการประเมินตนเองเกี่ยวกับความรู้ในด้านความรู้ความคิด (Self-appraisals of one's knowledge about cognition) ซึ่งประกอบด้วย การรู้ลักษณะและสภาพของงานมีความรู้ในการใช้ทักษะใด หรือการประยุกต์ใช้ทักษะนั้นอย่างไร จึงจะนำไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการและมีความรู้ความเข้าใจถึงเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของกลวิธีแต่ละกลวิธี รู้ว่าจะใช้กลวิธีนั้นเมื่อไร

2. องค์ประกอบด้านการจัดการเกี่ยวกับการคิดของตนเอง (Self-management of one's thinking) ประกอบด้วย

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการคัดเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในขณะดำเนินการทำกิจกรรม

2.2 การกำกับตนเอง (Regulation) เพื่อควบคุมและกำหนดทิศทางในการดำเนินกิจกรรม

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการวิเคราะห์และประเมินความสามารถของตนเองเพื่อที่จะดำเนินกิจกรรมนั้นๆ ในขั้นต่อไป

จากแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของการรู้คิดของนักการศึกษา ดังที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบของการรู้คิดดังเสนอข้างต้นมีความคล้ายกัน สอดคล้องกันโดยสรุปแล้วองค์ประกอบของการรู้คิด มี 2 องค์ประกอบ องค์ประกอบแรกคือ การตระหนักในการรู้คิดเป็นการตระหนักรู้ถึงทักษะ กลวิธี และแหล่งข้อมูลที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอย่างไร เป็นเรื่องของการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมา สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น ส่วนองค์ประกอบที่สองเป็นความสามารถในการกำกับตนเอง ในการทำงานเพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จสมบูรณ์นั้น จะต้องรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร และเมื่อไร ซึ่งเป็นความสามารถในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา การประเมินความพยายามในการทำงานการวางแผนและขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้และการเปลี่ยนไปใช้กลวิธีอื่นๆ เพื่อแก้ปัญหา

1.2.3 การประเมินผลระหว่างเรียน

การประเมินผลระหว่างเรียน มีความสำคัญยิ่งต่อการจัดการศึกษา เนื่องจากการประเมินผลระหว่างเรียน คือการแสวงหาและการแปลความหมายของหลักฐานข้อมูลที่ได้จากการประเมิน เพื่อที่จะทราบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้หรือไม่เพียงใด เพื่อให้ครูและนักเรียนนำข้อมูลที่ได้นี้ไปใช้ในการตัดสินใจให้กับนักเรียนว่าจะเรียนรู้สิ่งใดและทำอย่างไรให้ดีที่สุด รวมทั้งใช้ข้อมูลการประเมินผลไปใช้พิจารณาในการวางแผนพัฒนาการเรียนรู้ จึงจำเป็น ต้องมีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นผู้สอนจึงต้องตระหนักว่าการเรียนการสอนและการวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการเดียวกันและจะต้องวางแผนไปพร้อมๆ กัน ซึ่งเมื่อครูได้มีการวางแผนในการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพแล้วควรต้องวางแผนเรื่องของการวัดประเมินผลควบคู่กันไป

ความหมายเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียน

Bell และ Cowie (1999) กล่าวว่า การประเมินผลระหว่างเรียนเป็นกระบวนการที่ใช้โดยครูและนักเรียนในการรับรู้และตอบสนองต่อนักเรียนเพื่อเพิ่มประสิทธิการเรียนในการระหว่างการเรียนรู้

The National Center for Fair and Open Testing (NCFOT, 1999) กล่าวเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียนว่า เป็นการประเมินความรู้ในระหว่างที่กระบวนการเรียนการสอนยังคงดำเนินอยู่ เพื่อดูว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นอย่างไร และช่วยนำทางให้ผู้สอนสามารถนำปัญหาข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียนมาตัดสินใจพัฒนาแก้ไขปรับปรุงกลยุทธ์ในครั้งต่อไป ด้วยเหตุนี้การประเมินผลระหว่างเรียน จึงไม่ใช่การทดสอบศักยภาพนักเรียนเท่านั้น แต่เป็นกิจกรรมเพื่อเป็นแนวทางสร้างความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียนอีกด้วย การประเมินผลระหว่างเรียนจึงเป็นกิจกรรมที่ควรทำอย่างสม่ำเสมอต่อเนื่องเป็นระยะๆ ตลอดกระบวนการเรียนการสอน

Boston (2002) กล่าวเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียนว่าครูสามารถเลือกใช้หลากหลายรูปแบบวิธีในการประเมินผลนักเรียนในระหว่างเรียน เพื่อใช้ผลในการวัดนั้นไปปรับปรุงการเรียนการสอน ดังนั้นประเมินผลระหว่างเรียนจึงเป็นการประเมินที่ครูผู้สอนสามารถประเมินนักเรียนได้อย่างต่อเนื่องตามระยะที่กำหนด รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะในข้อปฏิบัติที่ต้องแก้ไขให้นักเรียนได้รับทราบเพื่อนำไปปรับปรุงผลงานหรือผลการเรียนรู้จนสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

The UK Quality Assurance Agency for Higher Education (QAA, 2006) กล่าวเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียนว่า เป็นการประเมินที่ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับประสิทธิภาพการทำงานของนักเรียน และวิธีที่จะสามารถปรับปรุงหรือคงเดิมไว้

The Scottish Qualifications Authority (SQA, 2009) กล่าวเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียนว่า เป็นการประเมินที่ถูกใช้เพื่อค้นหาความต้องการของการเรียนรู้ในอนาคตและหาช่องว่างของการเรียนรู้ นอกจากนั้นยังสามารถบอกความต้องการของแต่ละบุคคล ผลที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียนจะใช้ในการกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้และเกณฑ์ความสำเร็จ และให้ข้อมูลย้อนกลับไปยังนักเรียน โดยข้อมูลย้อนกลับที่ได้เป็นองค์ประกอบสำคัญในการช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน

จากความหมายของการประเมินผลระหว่างเรียนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า

การประเมินผลระหว่างเรียนเป็นการประเมินที่ทำโดยครู เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าหรือพัฒนาการของนักเรียนด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์จากการเรียนรู้และการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ทั้งนี้สารสนเทศที่ได้จากการประเมินจะนำไปสู่การแก้ไขในประเด็นที่บกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ถัดไปว่าจะต้องเน้น หรือแก้ไขในประเด็นอะไรบ้าง เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความรู้ความสามารถให้สูงขึ้น บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่วางไว้

แนวคิดเกี่ยวกับการประเมินผลระหว่างเรียน

Joy Frechtling และคณะ (1997) กล่าวว่าไม่มีรูปแบบและวิธีการประเมินใดที่เหมาะสมและใช้ประเมินได้ทุกกรณี ที่มีการพัฒนาขยายการประเมินให้มีวิธีการประเมินที่ได้ผลการประเมินทั้ง ปริมาณ และคุณภาพ เรียกว่าเทคนิคการประเมินผลด้วยวิธีผสมผสาน (Mixed Method Evaluations) เป็นการการใช้เทคนิคของการเก็บรวบรวมข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพร่วมกัน ซึ่งส่งผลให้ข้อมูลที่ได้จากการประเมินนั้น มีความน่าเชื่อถือ ดังนั้นวิธีการเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพจึงเป็นสิ่งที่ทำให้ได้ประโยชน์นำมาใช้ในการออกแบบวิธีการประเมิน การค้นหา การสรุป และการนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ในการพัฒนาการประเมินผลระหว่างเรียนนั้น มี 3 สิ่ง ที่ครูผู้สอนควรคำนึงถึงคือ

1. การประเมินควรมีความยืดหยุ่น กลวิธีการประเมิน และเครื่องมือในการประเมินต้องมีความหลากหลาย ออกแบบให้สะดวกต่อการใช้ ปรับเปลี่ยนรูปแบบได้อย่างเหมาะสมกับภาระงานที่กำหนด และคำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียน

2. การประเมินต้องมีประสิทธิภาพ มีวิธีการและเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินเพื่อการเก็บข้อมูล ต้องสามารถรวบรวมข้อมูลได้ครบถ้วนเพียงพอต่อการนำไปแปลผล

3. ต้องมีความถูกต้อง เมื่อประเมินแล้วต้องได้ข้อมูลที่มีความตรง ถูกต้อง เพื่อการนำไปวางแผนในการพัฒนานักเรียนได้ตรงกับความต้องการที่เป็นจริง การเลือกกลวิธีการประเมิน และการเลือกใช้เครื่องมือในการประเมินที่หลากหลาย เช่น การสัมภาษณ์ แบบทดสอบ แบบวัดทักษะ แฟ้มสะสมงาน สังเกตขณะปฏิบัติงาน บันทึกพฤติกรรม หรือเครื่องมืออื่นๆที่ผู้สอนจะคิดค้นหรือจัดหา ต้องมีความเหมาะสมสัมพันธ์กัน

กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ได้อธิบายถึงการประเมินผลระหว่างเรียนว่า เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ (Assessment for Learning) ที่ดำเนินการอย่างต่อเนื่องตลอดการเรียนการสอน โดยมิใช่ใช้แต่การทดสอบระหว่างเรียนเป็นระยะๆ อย่างเดียวแต่เป็นการที่ครูเก็บ

ข้อมูลการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไม่เป็นทางการด้วย ขณะที่ให้นักเรียนทำภาระงานตามที่กำหนด ครูสังเกต ซักถาม จดบันทึก แล้ววิเคราะห์ข้อมูลว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้หรือไม่ จะต้องให้นักเรียนปรับปรุงอะไร หรือผู้สอนปรับปรุงอะไร เพื่อให้เกิดความก้าวหน้าในการเรียนรู้ตามมาตรฐาน/ตัวชี้วัด การประเมินระหว่างเรียนดำเนินการได้หลายรูปแบบ เช่น การให้ข้อแนะนำ ข้อสังเกตในการนำเสนอผลงาน การพูดคุยระหว่างผู้สอนกับนักเรียนเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล การสัมภาษณ์ ตลอดจนการวิเคราะห์ ผลการสอบ เป็นต้น

พรทิพย์ ไชยโส (2544: 3-4) กล่าวว่ากระบวนการประเมินผลระหว่างเรียนเป็นกระบวนการที่ครูใช้ในการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับนักเรียนในระหว่างเรียนเพื่อจะทำความเข้าใจถึงพื้นฐานการเรียนรู้ของนักเรียน พฤติกรรมการเรียนตลอดจนความรู้สึกที่มีต่อกระบวนการจัดการเรียนการสอนทั้งนี้เพื่อหาจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน และหาแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมในการปรับปรุงและพัฒนานักเรียนให้บรรจุจุดมุ่งหมายต่อไป กระบวนการประเมินผลระหว่างเรียนประกอบด้วย

1. การสำรวจพื้นฐานการเรียน ความมุ่งหมายในการเรียน และแนวทางที่นักเรียนต้องการใช้ในการเรียน เพื่อนำกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน

2. การสร้างความเข้าใจแก่นักเรียนถึงจุดมุ่งหมายของการเรียน ตลอดจนเกณฑ์หรือเงื่อนไขในการประเมินผลการเรียน

3. การกำหนดงานที่สอดคล้องกับเนื้อหาในบทเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติโดยการใช้กระบวนการทำงานกลุ่มเพื่อให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการปฏิบัติงานและแลกเปลี่ยนประสบการณ์การทำงานซึ่งกันและกัน ฝึกการยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น และการให้ทำงานเดี่ยวเพื่อให้นักเรียนรู้จักการทำงานด้วยตนเอง ตลอดจนการสอบมโนทัศน์สำคัญของบทเรียนที่สำคัญเพื่อแสดงถึงระดับความเข้าใจในมโนทัศน์ที่เรียนมา

4. การตรวจสอบผลงานและให้คำแนะนำ ตลอดจนให้นักเรียนมีโอกาสในการแก้ไขปรับปรุงและพัฒนาผลงานให้ดีขึ้น

5. การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจพฤติกรรมการเรียน การปฏิบัติงานของตนเอง และวิเคราะห์ข้อบกพร่อง และหาแนะแนวทางในการปรับปรุงการเรียนตนเองเป็นระยะๆ

6. การให้นักเรียนได้รวบรวมผลงานของตนเองเพื่อเข้าใจถึงความก้าวหน้าในการทำงานของตน ตลอดจนให้สะท้อนภาพผลการปฏิบัติ วิเคราะห์ถึงข้อดีข้อบกพร่อง และเสนอแนะแนวทางที่จะปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของตนเองให้ดีขึ้น รวมทั้งให้เพื่อนได้แลกเปลี่ยนการประเมินผลงานสรุปของเพื่อน เพื่อที่จะได้แนวทางมาปรับปรุงข้อบกพร่องของตนเอง ตลอดจนมีทักษะในการประเมินผลงานของผู้อื่นโดยใช้เกณฑ์ที่เหมาะสม

จากกล่าวมาข้างต้น สรุปได้การประเมินผลระหว่างเรียนว่า เป็นการประเมินเพื่อใช้ผลการประเมินเพื่อปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้ การประเมินประเภทนี้ใช้ระหว่างการจัดการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนหรือไม่ หากนักเรียนไม่ผ่านจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้สอนก็จะหาวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ในขณะเดียวกันยังสะท้อนให้เห็นถึงคุณภาพการจัดการเรียนการสอนของครูด้วย เป็นการตรวจสอบครูผู้สอนเองว่าเป็นอย่างไร แผนการเรียนรู้รายครั้งที่เตรียมมาดีหรือไม่ ควรปรับปรุงอย่างไร กระบวนการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างไร มีจุดใดบกพร่องที่ต้องปรับปรุงแก้ไขต่อไป

กลุ่มปฏิรูปการประเมินผล (Assessment Reform Group, 2002) ได้กำหนดหลักของการประเมินผลระหว่างเรียน ดังต่อไปนี้

1. ควรมีการวางแผนสำหรับการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ
2. ควรมุ่งเน้นเกี่ยวกับวิธีการที่จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้
3. ควรได้รับการยอมรับว่าเป็นศูนย์กลางการปฏิบัติการในชั้นเรียน
4. ควรถือเป็นทักษะวิชาชีพที่สำคัญ (Key Professional Skill) สำหรับครูผู้สอน
5. ควรมีความสำคัญและสร้างสรรค์เพราะเป็นการประเมินผลที่มีผลกระทบทางอารมณ์
6. ควรให้ข้อมูลที่สำคัญในการกระตุ้นนักเรียน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนมีเป้าหมายการเรียนรู้และเข้าใจร่วมกันต่อเกณฑ์การประเมินเมื่อนักเรียนถูกประเมิน
8. ควรให้นักเรียนได้รับคำแนะนำเชิงสร้างสรรค์เกี่ยวกับวิธีการในการปรับปรุง
9. ควรพัฒนาศักยภาพนักเรียนในการประเมินตนเองเพื่อที่นักเรียนจะได้สะท้อนความคิด และจัดการตนเอง
10. ควรตระหนักถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทุกคน

1.3 **ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอน** 4E×2

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมาย โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา

หรือสถานการณ์ปัญหาต่างๆ โดยมีครูเป็นผู้ประเมินผลระหว่างเรียน กระตุ้น และใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดออกมา

Marshall, Horton และ Smart (2009: 501-516) ได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry instructional models) ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore)

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain)

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend)

ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection)

ส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment)

โดยในระหว่างการเรียนการสอนแต่ละขั้นตอนของการสืบสอบจะดำเนินการประเมินผลระหว่างเรียนและสะท้อนการรู้คิดไปพร้อมๆ กัน ซึ่งมีแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ</u> เป็นการทำให้นักเรียนเข้าสู่บทเรียนโดยใช้สิ่งดึงดูดที่มีประสิทธิภาพ ทำให้สนใจหรือกวนใจ เพื่อกระตุ้นให้เริ่มกระบวนการเรียนรู้ แต่การให้นักเรียนเริ่มต้นเรียนรู้ด้วยการสืบสอบมีความซับซ้อนมากกว่าการกระตุ้นนักเรียนธรรมดา ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในขั้นนำเข้าสู่บทเรียนประกอบด้วย การตรวจสอบความรู้ที่มีอยู่เดิม การระบุมโนทัศน์ทางเลือก (Alternative Conceptions) และการให้แรงจูงใจและกระตุ้นเร้าความสนใจ

คำถามที่มีประสิทธิภาพเป็นสิ่งสำคัญในทุกขั้นตอนของการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นพื้นฐาน คำถามที่ดีที่สามารถใช้เป็นแนวทางเพื่อช่วยผู้สอนในระหว่างขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

นักเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้บ้าง

นักเรียนเคยเห็นอะไรอย่างนี้บ้างหรือไม่

นักเรียนได้ยินอะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้ที่นักเรียนไม่แน่ใจว่าถูกหรือไม่

นักเรียนอยากตรวจสอบอะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้ เป็นต้น

การนำนักเรียนเข้าสู่กระบวนการเรียนรู้ ครูต้องใช้การสะท้อนการรู้คิดด้วยการตั้งคำถามที่มีประสิทธิภาพ กลวิธีเกี่ยวกับการรู้คิด (Metacognitive Strategies) ควบคู่กับการประเมินผลระหว่างเรียนทำให้นักเรียนบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากขึ้น และยิ่งมากขึ้นไปอีกสำหรับ

นักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำ (Black and Wiliam 1998; NRC, 2000b) เมื่อมีเป้าหมายและจุดประสงค์อย่างชัดเจนแล้วก็สามารถนำการสะท้อนที่เหมาะสมมาใช้เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่ต้องการ ซึ่งอาจรวมถึงการระดมสมองในกลุ่มเล็กๆ หรือการบันทึกคำตอบของแต่ละคนลงในสมุดจดก่อนที่จะแบ่งปันความคิดกับเพื่อนๆ

การประเมินที่ให้ข้อวินิจฉัยหรือผลย้อนกลับระหว่างเรียนมีความสำคัญต่อการที่จะตัดสินใจว่าจะเดินหน้าไปเรื่องต่อไปได้หรือไม่ การประเมินผลระหว่างเรียนสำหรับขั้นนำเข้าสู่บทเรียนอาจรวมถึง การทดสอบก่อนเรียน การตรวจสอบระหว่างเรียน (Keeley et al., 2005) และ/หรือแผนผัง KWHL (van Zee et al., 2001) ซึ่งแผนผัง KWHL เป็นผังกราฟิกเพื่อช่วยให้เรียนรู้ได้ง่ายขึ้น โดยการใช้คำถามต่อไปนี้ (1) ฉันรู้อะไร (What do I ‘‘Know’’?) (2) ฉันต้องการรู้อะไร (‘‘What’’ do I want to know?) (3) ฉันจะรู้ได้อย่างไร (‘‘How’’ do I find out?) (4) ฉันรู้อะไรแล้วบ้าง (What have I ‘‘Learned’’?) ซึ่งในขั้นนำเข้าสู่บทเรียนนี้จะเน้นในส่วน H ของแผนผัง KWHL

การบูรณาการการประเมินผลระหว่างเรียนและการสะท้อนการรู้คิดเข้าไปในขั้นตอนการนำเข้าสู่บทเรียนของการสอนแบบสืบสอบ ทำให้ครูมีรูปแบบสำหรับวิธีการที่จะนำนักเรียนเข้าสู่ผลการเรียนรู้หลักสามประการสำหรับการสอนแบบสืบสอบ (NRC, 2000b) นั่นคือความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ความสามารถที่จะสืบสอบ และความเข้าใจเกี่ยวกับการสืบสอบ

<u>ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า</u> เมื่อครูนำเข้าสู่บทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพแล้ว ครูก็นำนักเรียนเข้าสู่ขั้นสำรวจและค้นคว้า นักวิจัย (AAAS, 1998; Llewellyn, 2002; NCTM, 1998; NRC, 1996) เสนอว่าส่วนสำคัญของขั้นสำรวจและค้นคว้านั้นรวมถึงการที่นักเรียนค้นหาข้อมูลอย่างละเอียดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือมากกว่า ดังต่อไปนี้ การคาดการณ์ การทดสอบ การรวบรวมและ/หรือการให้เหตุผล ตัวอย่างของคำถามที่ดีที่สามารถใช้เป็นแนวทางเพื่อช่วยผู้สอนในระหว่างขั้นสำรวจและค้นคว้า คือ

ถ้า...
นักเรียนสามารถที่จะศึกษาปัญหานี้ให้ดีที่สุดอย่างไร
อะไรจะเกิดขึ้นเมื่อ...
ข้อมูลอะไรบ้างที่นักเรียนต้องรวบรวม
ทำไมนักเรียนจึงเลือกวิธีนี้

ทำนองเดียวกันกับขั้นนำเข้าสู่บทเรียน การสะท้อนการรู้คิดและการประเมินผลระหว่างเรียนสำคัญสำหรับการทำให้นักเรียนมุ่งสู่การเรียนรู้ที่ต้องการ อาจทำการประเมินในรูปของเนื้อหาทางความรู้ และ/หรือกระบวนการที่มุ่งความสนใจไปที่แต่ละคน กลุ่มเล็กๆ หรือกลุ่มใหญ่ นอกจากนี้การรู้คิด การประเมินผลระหว่างเรียน และกระบวนการสะท้อนก็เริ่มสอดประสานเข้าด้วยกันอย่างมีความหมาย เมื่อการตอบสนองของแต่ละคนรวมเป็นหนึ่งเดียวกันด้วยการอภิปราย

ในกลุ่มขนาดใหญ่และขนาดเล็ก ตัวอย่างที่เห็นได้ทั่วไปคือ กลวิธีการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) (Lyman, 1981)

บ่อยครั้งที่ครูจำกัดตัวเองอยู่ที่การเป็นผู้สังเกต ซึ่งเป็นบทบาทเชิงรับเมื่อทำการประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนในระหว่างขั้นสำรวจและค้นคว้า ในขณะเดียวกันอาจมีประโยชน์มากกว่าหากให้นักเรียนเผชิญความยากลำบากในบางครั้ง ครูอาจต้องมีบทบาทมากขึ้นเพื่อให้คำแนะนำในทันที เพื่อกระตุ้นแต่ละคน หรือกลุ่ม ให้คิดให้ลึกซึ้งเกี่ยวกับการตรวจสอบที่ทำอยู่ และเป็นการทำให้นักเรียนผ่อนคลายและกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างรู้คิดเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ของพวกเขากับกระบวนการคิดของตนเอง นอกจากนี้การให้นักเรียนมีการสะท้อนการรู้คิด ทำให้ครูมีข้อมูลสำคัญเพื่อใช้เป็นแนวทางการเรียนการสอนที่ดีขึ้น (Tobias and Everson, 2000) เพื่อเป็นโอกาสที่ดีสำหรับการสอนที่แตกต่าง (Tomlinson, 2003)

การสะท้อนการรู้คิดระหว่างขั้นสำรวจและค้นคว้าอาจรวมถึงการให้นักเรียนจดบันทึกด้วยตนเอง หรือทำส่วน H ของแผนผัง KWHL ให้สมบูรณ์ (ฉันจะศึกษาปัญหา/คำถามนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพได้อย่างไร) นอกจากนั้นครูอาจให้นักเรียนระบุและอธิบายส่วนที่ยังไม่เข้าใจหรือเป็นจุดอ่อน เช่น หากการรวบรวมข้อมูลเป็นปัญหาหลัก ดังนั้นการอภิปรายร่วมกันก็อาจมุ่งไปที่ว่าจะสามารถรวบรวมข้อมูลอย่างมีคุณค่าได้อย่างไร การปฏิสัมพันธ์ดังกล่าวกับนักเรียนเน้นที่การประเมินผลเพื่อการเรียนรู้ (Assessment for Learning) มากกว่าการประเมินผลการเรียนรู้ (Assessment of Learning) เมื่อการสะท้อนการรู้คิด และการประเมินผลระหว่างเรียนผสมผสานเข้าด้วยกัน การสอนก็เป็นการให้ข้อมูลที่มากขึ้น ที่สำคัญกว่านั้นก็คือนักเรียนจะรู้ความก้าวหน้าของตนเองเพื่อนำไปสู่เป้าหมายอย่างต่อเนื่อง (Marzano, 2006; Stiggins, 2005; Tobias and Everson, 2000)

การรวมกันของการสะท้อนการรู้คิด รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ และการประเมินผลระหว่างเรียนในขั้นสำรวจและค้นคว้านี้จะกระตุ้นความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง การเรียนรู้ผ่านการตรวจสอบเริ่มมุ่งไปที่กระบวนการเรียนการสอนมากกว่าที่จะรอจนสิ้นสุดการตรวจสอบก่อนที่นักเรียนและครูจะรู้ว่านักเรียนเข้าใจจริงๆ หรือไม่ (Black and Wiliam, 1998; Wiggins and McTighe, 1998)

<u>ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป</u> ในระหว่างการสำรวจ ทักษะกระบวนการจะถูกเน้นไปที่การให้นักเรียนเผชิญกับความคิด จากนั้นเนื้อหาจะเริ่มเป็นศูนย์กลางในระหว่างขั้นตอนการอธิบายเป็นทักษะกระบวนการที่ถูกใช้เพื่อสนับสนุนทักษะการคิดขั้นสูง เช่น การตีความ การอธิบาย และการวิเคราะห์ นอกจากนั้นนักเรียนที่มีพื้นฐานและความสามารถที่แตกต่างกันก็สามารถแบ่งปันประสบการณ์ โดยการอธิบายหลักการและแนวคิดของพวกเขาให้เพื่อนๆ ฟัง การนำประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ทำให้การเรียนรู้มีมากขึ้น แต่การเรียนรู้สามารถเข้าถึงนักเรียนทุกคน

เพราะข้อมูลที่เก็บรวบรวมและสังเกตกลายเป็นประสบการณ์ในทั้งหมด หลักการโดยทั่วไปของขั้นอธิบายและลงข้อสรุปคือ นักเรียนมีส่วนร่วมในวัฏจักรที่มีการเวียนเกิดระหว่างหลักฐานและการอธิบาย ในทางทฤษฎีนั้นทักษะกระบวนการและเนื้อหาเป็นส่วนที่ร่วมกันในการสืบสอบ

ลักษณะสำคัญของขั้นอธิบายและลงข้อสรุปประกอบด้วย (1) การตีความข้อมูลและสิ่งที่ค้นพบ (2) การให้หลักฐานสนับสนุนข้ออ้าง (3) การสื่อสารผลการค้นพบ (4) การให้คำอธิบายที่เป็นทางเลือกสำหรับการค้นพบ ซึ่งตัวอย่างของคำถามที่ดีที่สามารถใช้เป็นแนวทางเพื่อช่วยผู้สอนในระหว่างขั้นอธิบายและลงข้อสรุป คือ

นักเรียนได้รูปแบบอะไร

นักเรียนมีหลักฐานอะไรมาสนับสนุนข้ออ้างนั้น

นักเรียนจะอธิบายหรือแสดงสิ่งที่ค้นพบอย่างไรให้ดีที่สุด

นักเรียนมีคำอธิบายอย่างอื่นสำหรับการค้นพบของนักเรียนอีกหรือไม่

การประเมินสำหรับขั้นอธิบายและลงข้อสรุปนี้รวมถึง การรายงานผล การนำเสนอ และการอภิปราย การประเมินเหล่านี้จะเป็นทั้งแบบการประเมินผลระหว่างเรียนหรือการประเมินผลรวมก็ได้ ขึ้นอยู่กับการนำไปใช้ หากนักเรียนได้รับอนุญาตให้เสนองานได้ใหม่หรือหากถูกสั่งให้แก้งานตามการแก้ไขของผู้อื่น เมื่อนั้นการประเมินก็จะเป็นแบบการประเมินผลระหว่างเรียน และเน้นที่กระบวนการเรียนรู้มากกว่าสิ่งที่ได้เรียนรู้ หัวข้อเรื่องควรมีความชัดเจนว่าต้องการอะไร แต่ก็มีความยืดหยุ่นที่ยอมให้มีการแสดงแนวคิดของแต่ละคนได้ เป้าหมายก็คือความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ และความเข้าใจเกี่ยวกับการสืบสอบ ไม่ใช่ให้นักเรียนตอบคำถามได้อย่างถูกต้องเท่านั้น หากการตีความข้อมูลและการให้หลักฐานประกอบมุ่งไปที่การตรวจสอบเมื่อนั้นนักเรียนจำเป็นต้องอธิบายข้ออ้างโดยใช้ข้อมูลและผลที่เป็นเอกสาร

จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้จะดีขึ้นเมื่อใช้การประเมินผลระหว่างเรียนและกลวิธีเกี่ยวกับการรู้คิด (Bransford et al., 2000; Costa and Kallick, 2000) กลวิธีเกี่ยวกับการรู้คิดทำให้นักเรียนทำความเข้าใจและเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ใหม่มาผสมผสานกับความรู้เก่า นอกจากนั้นนักเรียนจะมีการเรียนรู้ของตนเองและใช้กลวิธีที่ช่วยให้การเรียนรู้ของพวกเขามีความก้าวหน้ายิ่งขึ้น

<u>ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด</u> หากการเรียนรู้หยุดลงหลังขั้นอธิบายและลงข้อสรุป เมื่อความเข้าใจเชิง มโนทัศน์เริ่มหยุดค้างแล้วนักเรียนอาจจะกลับไปสู่ความรู้ที่มีอยู่เดิมและความเข้าใจที่ได้มาก่อนการตรวจสอบอย่างรวดเร็ว การจัดเตรียมโอกาสสำหรับนักเรียนที่จะประยุกต์ใช้ความรู้ของพวกเขาในบริบทอย่างความหมายและตรงตามสภาพจริง เป็นการช่วยให้นักเรียนเริ่มมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์อย่างแท้จริง ทำให้พัฒนาการในการนำเสนอสิ่งที่คิดได้อย่างถาวรมากขึ้น แนวคิดทางเลือกเป็นสิ่งทำให้เกิดการยึดติดและต้องมีการจัดการปัญหาอย่างซ้ำๆ ก่อนการ

เปลี่ยนแปลงถาวรจะเกิดขึ้น (Hestenes et al., 1992) ประสบการณ์ที่ขาดดุลยภาพที่เป็นผลกับนักเรียน เกิดขึ้นในระหว่างขั้นการนำเข้าสู่บทเรียนและการสำรวจ เริ่มเกิดเป็นความเข้าใจและความรู้ที่ชัดเจนในระหว่างขั้นการอธิบายถูกใช้ประยุกต์กับสถานการณ์ใหม่และเพื่อที่จะศึกษามโนทัศน์ก่อนหน้านี้

ในขั้นขยายความคิดนักเรียนถูกถามเพื่อที่จะให้ประยุกต์ อธิบาย ถ่ายโอนและนำความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ คำถามที่เหมาะสมสำหรับขั้นขยายความคิดนี้ คือ

นักเรียนคิดว่าจะนำ...ไปใช้กับ...อย่างไร

อะไรจะเกิดขึ้นถ้าหาก...

จะนำสิ่งนี้ไปใช้จริงกับอะไร

ผลที่ตามมา/ประโยชน์/ความเสี่ยงอะไรที่มาพร้อมกับการตัดสินใจนี้

กลวิธีการประเมินผลอาจรวมถึงการที่นักเรียนแสดงการตรวจสอบใหม่ที่ยังคงเน้นไปที่มโนทัศน์ที่กำลังศึกษา โดยใช้การการจดบันทึก การนำเสนอ การสนทนากลุ่มเล็กๆ หรือการสนทนาในชั้นเรียน นักเรียนสามารถสำรวจอย่างลึกซึ้งในการค้นหาของพวกเขา ซึ่งในกระบวนการสืบสอบการประเมินผลมักจะเป็นการประเมินผลโดยรวม โดยการจัดเตรียมการประเมินผลระหว่างเรียนนี้นักเรียนต้องคิดให้ลึกซึ้งเกี่ยวกับงานของพวกเขา ตัวอย่างเช่น อาจสั่งให้นักเรียนตั้งคำถามถึงจุดอ่อนที่พบระหว่างการนำเสนอตามที่บันทึกไว้ในสมุดจด หรืออาจให้นักเรียนตอบข้อคิดเห็นของครูเกี่ยวกับข้อมูลในสมุดจดของพวกเขา การสะท้อนการรู้คิดรวมการเรียนรู้เข้ากับการสะท้อนส่วนบุคคล โดยการตั้งคำถามอย่างชัดเจนว่าความรู้สมบูรณ์หรือยัง และมีงานใดที่ยังต้องทำอีก จำนวนของกิจกรรมในการขยายความคิดหรือระยะเวลาที่ใช้กับขั้นขยายความคิดนี้ขึ้นอยู่กับความยากของมโนทัศน์ที่ศึกษา ความสำคัญของมโนทัศน์ในขอบข่ายงานเกี่ยวกับหลักสูตร และระดับความเข้าใจของนักเรียนทุกคน

จากแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ดังต่อไปนี้

<u>ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)</u> ในขั้นนี้ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ทันที หรือใช้สื่อที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสร้างความสนใจนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- <u>การสะท้อนการรู้คิด</u> ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสนใจหรือความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยนักเรียน

สามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore) ในขั้นนี้ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และใช้วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสำรวจและค้นคว้านี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาตรวจสอบ วิเคราะห์ และหาข้อสรุป ซึ่งอาจจัดกระทำข้อมูลในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น แล้วอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นอธิบายและลงข้อสรุปนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มาของความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่นๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่ แล้วให้นักเรียนนำความรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยในระหว่างการ

ดำเนินกิจกรรมขั้นขยายความคิดนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่นๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ สังกัป หรือ ความคิดรวบยอด ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

Good (1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับ สถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Goodwin และ Klausmeier (1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความสามารถที่ทำให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ ออกจากกันได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่เป็นประเภทเดียวกันได้

Feldman (1990: 259) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลที่มีสมบัติคล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจในสิ่งต่างๆ ได้ง่าย และมโนทัศน์จะทำให้เราจำแนกสิ่งใหม่ๆ ที่พบเห็นให้อยู่ในรูปที่เราสามารถเข้าใจตามพื้นฐาน

Arends (1994: 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้นๆ

ธีรชัย ปูรณโชติ (2537: 41) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจโดยสรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วนำคุณลักษณะต่างๆ มาประมวลกันเข้าด้วยกันเป็นความคิดโดยสรุปของสิ่งๆ นั้น

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534: 103-104) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่างๆ ร่วมกันอยู่เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน เช่น หนังสือรวมตั้งแต่พจนานุกรมถึงหนังสือการ์ตูน เป็นต้น

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่วๆ ไปคล้ายกัน

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550: 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549: 27) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่เหมือนกันและจำแนกสิ่งที่ต่างกันได้

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพหรือความคิดในสมองที่เป็นตัวแทนของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยคุณสมบัติร่วมที่เป็นลักษณะเฉพาะหรือลักษณะสำคัญของสิ่งนั้น ในสิ่งหรือประเด็นเดียวกันบุคคลอาจมีมโนทัศน์แตกต่างกันก็ได้ เช่น นกเป็นสัตว์มีกระดูกสันหลัง เลือดอุ่น มี 2 เท้า 2 ปีก และมีขนปกคลุมร่างกาย ออกลูกเป็นไข่แล้วฟักเป็นตัว

จากความหมายของ มโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจ และสามารถทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ ออกจากกันได้ และยังสามารถจัดสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะร่วมกันเข้าเป็นประเภทเดียวกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

Cooney, Davis และ Henderson (1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่มีความสัมพันธ์ออกจากกันได้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532: 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับ

ประสบการณ์ในการเรียนรู้โดยสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีนั้น ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่นๆ ได้มากมายจะเห็นได้ว่ามโนทัศน์นั้นมีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ดังที่นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่างๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น”

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยนักเรียนให้พัฒนาการเรียนรู้เรื่องนั้นได้ถึงระดับสูงสุด นอกจากนั้นยังช่วยให้นักเรียนเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลได้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็จะสามารถจำแนก จัดหมวดหมู่ และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เดิม

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532:14) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้อีกเรื่อยไป คนพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่างๆและของเหตุการณ์ต่างๆอยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่างๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบๆตัว เขาเพียงแต่จำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้เขาสามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวของเขาเองให้กว้างขวางออกไป

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่นักเรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่าย และสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ การสื่อสารทำให้เข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปด้วยดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่างๆ สอดคล้องกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่างๆเป็น “กรอบต้นแบบ ” หรือโครงร่างคร่าวๆ ของสิ่งนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่างๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า “ข้อสมมติ” หรือการคาดเดาว่า “น่าจะเป็น” สิ่งนั้น/สิ่งนี้ เรื่องนั้น/เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

Cooney, Davis และ Henderson (1975: 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. เราสามารถให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่า จำนวนหนึ่งๆ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่นๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ยลนภา พลชัย (2548: 19) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ของนักการศึกษา ดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าหากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว จะช่วยให้นักเรียนสามารถให้เหตุผล แก้ปัญหา ค้นพบหลักการ สมบัติ และความรู้อื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ทำให้ครูสอนได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ครูยังได้วางแนวทางการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นๆ

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

Russell (1956: 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวันหรือฤดูต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชนประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968: 391-393) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกันได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (×) ก็ได้ ส่วน สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลมตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

Gibson (1980: 276) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้อาทิ บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

Hulse (1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Illdefined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

ประยูร อาษานาม (2537:21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี โดยคนเราสามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537:49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่ม และการสรุปความแคบความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของหรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้นๆ

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ ที่กล่าวข้างต้นนี้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทได้เช่นเดียวกับมโนทัศน์อื่นๆ โดยพิจารณาจากลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบ ลักษณะหรือความสัมพันธ์ที่มีร่วมกันของสิ่งที่ต้องการจำแนก ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์ของบุคคลแต่ละบุคคลที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนก

2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ให้เกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

McDonald (1959:105) มีความคิดเห็นว่าการสร้างมโนทัศน์นั้น นักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่นๆ ได้

2. สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้นและสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่นๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่นักเรียนเรียนกับอ่าวอื่นๆ ได้

Lovell (1966:12-13) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (Perception) การย่นย่อ (Abstraction) การสรุป (Generalization) การย่นย่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่รวมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นๆ นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

Ausubel (1968:517) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้าง มโนทัศน์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมแล้วในโครงสร้างของความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

Bell (1981:108) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เกิดขึ้นมาจากการที่นักเรียนได้เรียนรู้ รับประสบการณ์ในมโนทัศน์นั้นๆ โดยผ่านกระบวนการการรับรู้ สามารถแยกแยะความแตกต่างของมโนทัศน์ และสรุปรวมเป็นลักษณะของมโนทัศน์นั้นได้

2.5 การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้ว ย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้เรื่อยๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) ดังนั้นจึงควรสอนนักเรียนให้เกิดมโนทัศน์ เพื่อจะได้นำไปใช้ประโยชน์ได้ทั้งในการเรียนขั้นสูงขึ้น และในการดำเนินชีวิต ประจำวัน ซึ่งนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

De Cecco (1968: 416-418) ได้เสนอว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้น ควรจะปฏิบัติเป็นขั้นๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่นๆ (Dominance of attribute) ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positve and negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถาม และให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงทั้งตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่นๆ

Charlesworth (2005: 29-34) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่วๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียน อันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อน ได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน โดยสื่อต้องเป็นสื่อที่ดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้นๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

Klausmeier และ Ripple (1971: 422-423) ได้แนะนำวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้แนะให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะของสิ่งเร้านั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้คำที่เหมาะสม การสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทนมโนทัศน์นั้น ครูควรให้นักเรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้น หรือมโนทัศน์อื่นด้วย

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้น เสียก่อนตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาการจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง ครูควรเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบให้มากพอ ที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้เขาสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้า ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอๆ กับการที่เขามีอิสระในการตัดสินใจ และรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ถ้าไม่เข้าใจ ก็จะได้เริ่มต้นใหม่

Lasley และ Matczynski (1997) ได้เสนอโมเดลที่สามารถนำไปใช้ได้สะดวกในการสอนมโนทัศน์ โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1. การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลที่อาจมาจากผู้สอน นักเรียน หรือจากทั้งผู้สอนและนักเรียน ผู้สอนต้องเป็นผู้กลั่นกรองว่า ข้อมูลที่ได้นี้จะนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และมีสิ่งใดที่ต้องเพิ่มหรือตัดออก

ขั้นที่ 2. การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นขั้นที่นักเรียนเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน ผู้สอนต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูล ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มี และไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) ในขั้นนี้ผู้สอนจะตรวจสอบแต่ละกลุ่มข้อมูลที่นักเรียนจัดในขั้นที่ 2 และพิจารณาว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก อาจให้นักเรียนอธิบายหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและนักเรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูล โดยผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆการดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และเป็นประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 423-426) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอนมโนทัศน์ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่างๆ

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

3. ใช้สื่อทางภาษาให้เข้าใจชัดเจนในการสอน หรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์นักเรียนจะต้องรู้จักคำต่างๆมากมาย

4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรเป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียวเช่น การสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่างๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ตัวอย่างที่ไม่ใช่นกคือ แมว หมา แมลง ผึ้ง ฯลฯ

5. ให้ดูตัวอย่างต่างๆ ทั้งทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้วตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนรู้มโนทัศน์ง่ายขึ้น

6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามตอบโต้ และให้กำลังใจเสริมแรงทุกระยะถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ที่เรียนไปแล้วด้วยคำพูดของตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

2. ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน

3. ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญๆ ดังนี้

- ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์
- ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากการสอนมโนทัศน์ ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะสอน แจ้งให้นักเรียนทราบว่าหลังจากที่เรียนมโนทัศน์แล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง การให้ตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบครูควรให้ตัวอย่างมากพอที่นักเรียนสามารถแยกแยะหรือจัดเข้ากลุ่มของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง หลังจากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่ตนเองสรุปให้เพื่อนฟัง เพื่อจะได้วัดผลได้ว่าความเข้าใจของตนเองถูกต้องหรือไม่

2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

หลังจากการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว หากต้องการทราบว่านักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใดนั้น จำเป็นต้องมีการตรวจสอบโดยการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะวัดอย่างไรนั้นได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

Wilson (1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วสัมพันธ์กัน ดังตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมป้าน

ก. 45° ข. 90°

ค. 135° ง. 180°

จ. 225°

2. กำหนดให้ A และ B เป็นมุมแหลมซึ่งมีขนาดเท่ากับ p° และ q° ตามลำดับ ถ้า A และ B เป็นมุมประกอบมุมฉากแล้ว ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

ก. $p^\circ - q^\circ = 0^\circ$ ข. $p^\circ + q^\circ = 90^\circ$

ค. $p^\circ + q^\circ = 180^\circ$ ง. $0^\circ < p^\circ + q^\circ < 90^\circ$

จ. $90^\circ < p^\circ + q^\circ < 180^\circ$

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึง การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่

ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด

ก. วิธีบวก ข. วิธีลบ

ค. วิธีคูณ ง. วิธีหาร

2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร

ก. ทุน 95 บาท ขายไป 100 บาท

ข. ทุน 100 บาท ขายไป 105 บาท

ค. ทุน 100 บาท ขายไป 95 บาท

ง. ทุน 105 บาท ขายไป 100 บาท

Frayer, Fredrick และ Klausmeier (1969) ได้ศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยใช้สื่อการสอนและได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่า ในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์เนื้อหานั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้นๆ แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ควรประกอบด้วย

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

สมนึก ภัททิยธนี (2547: 23) ได้เสนอการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ลักษณะดังนี้

ลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย

หลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลายๆ มโนทัศน์รวมกัน

การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่องใดๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้นๆ (เช่น บทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป)

ลักษณะที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง

คำถามลักษณะนี้ต่างจากลักษณะที่ 1: ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายคือ

ลักษณะที่ 1 ถามเกี่ยวกับหลักการของหลายเนื้อหาที่ไม่สัมพันธ์กัน ไม่เป็นชนิดเดียวกันอย่างเดียวกันโดยตรง แต่อยู่ในเครือสกุลเดียวกัน ส่วนลักษณะที่ 2 นี้ ถามเกี่ยวกับหลักการจากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกันและสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็นตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

จากแนวคิดดังกล่าวจะเห็นว่าในการวัดมโนทัศน์เป็นการวัดด้านพุทธิพิสัยในระดับความรู้หรือความเข้าใจ ความจำที่วัดได้ใน 2 ลักษณะ คือ การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา และการวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชา ซึ่งจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหานั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น และเนื่องจากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้น จึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายคลึงกัน ไว้ดังนี้

Cruikshank และ Sheffeld (1992: 37) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

Krulik และ Rudnick (1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าคือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

Heddens และ Speer (1997: 43) ได้กล่าวว่าปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทาย ประกอบด้วยกระบวนการที่ซับซ้อน เพราะไม่ใช่แค่การคิดเลขเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หากแต่มีกระบวนการและรูปแบบที่แน่นอนและชัดเจนในการดำเนินการ

Reys และคณะ (2004: 115) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่บุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยใช้ความพยายามและการคิดในขั้นสูง

Bell. (1978: 310) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ ทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ

Polya (1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kutz (1991:91) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะไม่รู้วิธีที่จะบรรลุเป้าหมายนั้น
3. ผู้แก้ปัญหาถูกกระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมายนั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประสบการณ์เดิมส่วนตัวและทักษะพื้นฐานต่างๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติเพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีความคล้ายคลึงกันดังนี้

Polya (1957: 23-29) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่ที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน และ สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

LeBlanc และคณะ (1980: 105-106) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาในหนังสือแบบเรียน (Standard textbook problem) เป็นปัญหาสำหรับเกริ่นนำหรือทำตามการดำเนินการเลขคณิต เช่น การคูณจำนวนเต็ม ลักษณะของปัญหาในหนังสือแบบเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยประยุกต์ใช้ขั้นตอนเดียวหรือใช้ขั้นตอนที่เรียนผ่านมาแล้ว นักเรียนสามารถใช้สื่อรูปธรรมหรือบริบทในชีวิตจริง เป้าหมายของปัญหาในหนังสือแบบเรียนคือสามารถระลึกได้ถึงข้อเท็จจริงพื้นฐาน ทักษะ ขั้นตอน การดำเนินการมูลฐาน มีประสิทธิภาพมากขึ้นและเป็นปัญหาเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการและประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้กลวิธีหรือวิธีการที่ไม่เป็นขั้นตอน แต่ยังคงใช้ขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา ปัญหาชนิดนี้กระตุ้นการใช้กระบวนการให้ได้คำตอบมากกว่าคำตอบที่ได้ ความสำเร็จของการแก้ปัญหาไม่ได้ขึ้นอยู่กับการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ กฎ สูตร แต่ขึ้นอยู่กับการใช้กลวิธีมากกว่าหนึ่งกลวิธีในการหาคำตอบ ปัญหากระบวนการบางปัญหามีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

Charles และคณะ (1987: 11-13) กล่าวว่ามีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอน คือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือนักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การ

คูณ หรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบการเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

4. ปัญหาประยุกต์ (Applied problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (Situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหา และอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลเป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Baroody (1993: 2-54-2-55) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบคำตอบเดียว

2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้างมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

Reys และคณะ (2004: 116) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

Dossey (2005) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ต้องตัดสินใจ (Decision making) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องทำความเข้าใจปัญหา ลักษณะและข้อจำกัดของปัญหา สามารถแปลงข้อมูลของปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาภายใต้ข้อจำกัด สามารถตรวจสอบและประเมินการตัดสินใจ และสื่อสารคำตอบได้

2. ปัญหาที่ต้องวิเคราะห์และวางแผน (System analysis and design) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ความซับซ้อนหรือสร้างการวางแผน จับประเด็นเหตุผลภายในปัญหาซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ อธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายใน ค้นหาสาเหตุหรือคำตอบจากการวางแผน ประเมินค่าความสมเหตุสมผลแล้วเผยแพร่ได้

3. ปัญหาที่ต้องจับประเด็นปัญหา (Trouble shooting) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เข้าใจถึงสาเหตุอันเนื่องมาจากปัญหาเช่น ขั้นตอนการทำสามารถบ่งชี้ถึงจุดที่ทำให้เกิดภาวะวิกฤตได้ วิเคราะห์และหาคำตอบ และสามารถตรวจสอบหรือพิสูจน์คำตอบแล้วเผยแพร่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ในการแบ่ง อาจแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหา ตามการดำเนินการหาคำตอบ ตามเป้าหมายในการหาคำตอบ หรืออาจแบ่งตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าโจทย์ปัญหามี 2 ประเภท คือ 1. โจทย์ปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อาจมีขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอนและประยุกต์ใช้กลวิธีต่างๆ ในการหาคำตอบ 2. โจทย์ปัญหาที่ต้องพิสูจน์ใช้การให้เหตุผล วิเคราะห์ ตัดสินใจ และหาคำตอบของปัญหา ซึ่งในแต่ละโจทย์ปัญหาผู้แก้ปัญหาจะต้องพิจารณาลักษณะโครงสร้างของปัญหาให้ชัดเจน เพื่อจะได้ประมวลความรู้และประสบการณ์หาคำตอบได้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหา

3.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

จากการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างหรือเลือกโจทย์ปัญหาจึงควรพิจารณาถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวคิดลักษณะของโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างหรือเลือกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

LeBlanc และคณะ (1980: 106-107) ได้เสนอแนะลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจสำหรับใช้สอนในชั้นเรียน สรุปได้ว่า ครูต้องเลือกหรือออกแบบปัญหาที่นักเรียนสนใจ การนำเข้าสู่ประเด็นปัญหาและร่วมมือกันทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา การเลือกปัญหาจะต้องเหมาะสมกับระดับความยากซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ องค์ประกอบที่ทำให้ปัญหาเกิดความยากโดยทั่วไปมีอยู่ 4 องค์ประกอบ คือ

1. การเลือกใช้คำศัพท์
2. ความยาวและโครงสร้างของถ้อยคำหรือประโยค
3. ขนาดและความซับซ้อนของจำนวน
4. การตั้งปัญหาหรือการแสดงปัญหา

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรใช้คำศัพท์ง่ายๆ ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ควรหลีกเลี่ยงเพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง ระดับความยากของการอ่านควรจะเพิ่มให้เหมาะสมกับความยาวและความซับซ้อนของถ้อยคำและประโยคในโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาที่ใช้สอบถ้าเป็นประโยคยาวๆ สามารถแบ่งเป็นสองส่วนหรือมากกว่า หรืออาจจะเขียนใหม่เป็นประโยคสั้นๆ ตามความเข้าใจ การใช้การคำนวณด้วยมือควรลดระดับความยากและความซับซ้อนของปัญหา การเปลี่ยนแปลงการตั้งปัญหาหรือการแสดงปัญหา สามารถเลือกได้ตามระดับความยากของปัญหา

Sheffield และ Cruikshank (2000: 38) ได้เสนอแนะถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาที่ดีทำให้ผู้แก้ปัญหาเกิดความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่ดีไม่ได้รวมโจทย์ภาษา หรือโจทย์เชิงเรื่องราวที่พบเห็นจากหนังสือแบบเรียน เพราะนักเรียนคุ้นเคยมีวิธีการแก้ปัญหาได้ในทันทีและบ่อยครั้งจะไม่สนใจผลลัพธ์ที่ได้

กรมวิชาการ (2544: 18) ได้อธิบายลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

สุรัช อินทสังข์ (2545: 53) มีคำแนะนำว่าโจทย์ปัญหาประเภทหนึ่งที่ครูควรจัดให้นักเรียนได้คิดแก้น่าจะเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่นักเรียนคุ้นเคย กล่าวคือปัญหานั้นเป็นเรื่องใกล้ตัวของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้นถ้าโจทย์ปัญหานั้นมีเนื้อหาที่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิมและสัมพันธ์กับสิ่งที่เป็นอยู่จริงรอบๆ ตัวของนักเรียน คุณลักษณะที่ดีของโจทย์ปัญหา คือ ต้องกระตุ้นให้นักเรียนกระหายที่จะคิด ต้องท้าทายให้นักเรียนเกิดความพยายามที่จะแก้เพื่อหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น โจทย์ปัญหาที่น่าสนใจควรจะเป็นเรื่องใกล้ตัวของผู้แก้ปัญหา เพื่อผู้แก้ปัญหาเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ และควรพิจารณาให้เหมาะสมกับระดับความสามารถสติปัญญาของผู้แก้ปัญหา สามารถใช้ความรู้และประสบการณ์ได้หลากหลายในการหาคำตอบ

3.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ประสบการณ์ที่มีอยู่และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมของปัญหานั้น ซึ่งนักวิชาการได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957: 5-10) ได้แบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the Problem) เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยให้ทำความเข้าใจคำ วลีหรือประโยคย่อยๆ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ขั้นตอนนี้จะต้องระบุประเภทของปัญหาให้ได้ว่าเป็นปัญหาประเภทใด พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออก โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devise a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา ในการวางแผนอาจใช้การทดลอง การลองผิดลองถูก การค้นหารูปแบบที่คล้ายกับที่เคยทำมา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ในขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาต้องใช้

ความรู้และ ประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกัน โดยให้เหตุผล และข้อสรุปที่เป็นของตนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้ไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ต้องค้นหาสาเหตุ และใช้ประโยชน์จากความผิดพลาดครั้งแรกๆ ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ

4. ขั้นทบทวนวิธีการและคำตอบ (Look Back) ขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์โดยการพิจารณาและสำรวจดูผลตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งในการตรวจสอบอาจทำให้เกิดความคิดที่จะดัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่าย สั้น และชัดเจนยิ่งขึ้น

Krulik และ Reys (1980: 280-281) ได้เสนอได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้นั้นมีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

Gick (1986: 101) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำตารางหรือแผนผัง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้

4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบ หรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

Leblanc (1977: 17-20) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาว่าอะไรคือข้อมูล หรือเงื่อนไขที่ให้มา และปัญหานั้นถามหาอะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ที่จำเป็น

3. แก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ไม่นำไปสู่คำตอบก็ต้องย้อนกลับไปที่ขั้นตอนที่ 2 เพื่อวางแผนใหม่

4. ทบทวนปัญหาและคำตอบ

Krulik และ Rudnick (1993: 5-6) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นตอนอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จจริงและการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

2. ขั้นการสำรวจและการวางแผน เป็นการวางแผนเพื่อนหาคำตอบโดยการจัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความเพียงพอของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปตาราง การสร้างข้อสรุป สร้างรูปแบบ

3. ขั้นคัดเลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา

4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ

5. ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

Guildford (1971: 130) ได้กำหนดลำดับการแก้ปัญหาว่าควรประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียมการ คือ การกำหนดปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์คืออะไร

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา คือ การพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่เป็นสาเหตุสำคัญของปัญหาหรือสิ่งใดไม่ใช่สาเหตุของปัญหา

3. ขั้นเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งตรงกับสาเหตุของปัญหาและแสดงออกมาในรูปของวิธีการแก้ปัญหาและได้ผลลัพธ์ในขั้นสุดท้าย

4. ขั้นตรวจสอบผล คือ การเสนอเกณฑ์เพื่อตรวจสอบผลลัพธ์ที่จากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็ตองเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่จนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

5. ขั้นประยุกต์ คือ การนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสอื่นเมื่อพบกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาคล้ายกับปัญหาเดิม

Troutman และ Lichtenberg (1995: 4-7) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 6 ขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือ การตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหาหลายๆ แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อนๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วนๆ ผู้แก้ปัญหาสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกัน จะทำให้งานลุล่วงเร็ว และมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผนและคำตอบ ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดย

4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่

4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา

4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้วิธีการอื่น แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อนๆ คนอื่นๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาแบบรูปทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหาอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะจดบันทึกการทำงานของเขาไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก ได้แก่

6.1 แหล่งของปัญหา

6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด

6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าวๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถจะนำมาใช้

6.5 ข้อแนะนำเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

Dossey (2005) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
2. จำแนกประเด็นปัญหาและวางแผนหาคำตอบ
3. จัดรูปแบบและแสดงความหมายเงื่อนไขของโจทย์
4. เลือกกลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา
5. ดำเนินการหาคำตอบ
6. ทบทวนคำตอบ
7. สื่อสารและขยายคำตอบ

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์ (2545: 22) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล ว่าปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้และข้อมูลที่เป็นผลตามมาจากสิ่งที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์หลักการความคิดรวบยอด มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการ

3. ขั้นคำนวณคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้การแก้ปัญหานั้นๆ พิจารณาถึงเหตุและหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผล ที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วยขั้นตอนหลักๆ คือ ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา คิดวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบคำตอบที่ได้

3.5 แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่สำคัญมากอีกกระบวนการหนึ่ง และวิธีการที่จะกระตุ้นให้ผู้สอนได้ตื่นตก็คือการใช้แบบทดสอบเพื่อไปกระตุ้นและท้าทายความคิดของนักเรียน และได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Poya (1973 อ้างถึงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551: 55) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 1 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Poya

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Poya	**พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ**
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ “มีขวดขนาดบรรจุ 10 ลิตร หนึ่งใบ และขวดขนาดบรรจุ 3 ลิตร อีกหนึ่งใบ ขวดทั้งสองใบไม่มีขีดบอกปริมาณของเหลวเลย ถ้าต้องการน้ำ 5 ลิตร นักเรียนจะมีวิธีการตวงน้ำอย่างไร จงบรรยายวิธีการตวงน้ำดังกล่าว”

Charles และ Laster (1982) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

Charles และคณะ (1987) แบ่งสัดส่วนการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนน ดังนี้

ตารางที่ 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Charles และคณะ

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาผิดพลาดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูก	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวณผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

Reys และคณะ (1992) ได้กำหนด Rubric ของความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0-2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

0	หมายถึง	ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
1	หมายถึง	เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
2	หมายถึง	เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนแก้ปัญหา

0	หมายถึง	ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด
1	หมายถึง	วางแผนถูกต้องบางส่วน
2	หมายถึง	วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

3. คำตอบ

0	หมายถึง	ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
1	หมายถึง	คัดลอกผิดพลาด คำนวณผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
2	หมายถึง	ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง

จากแนวคิดดังกล่าวจะเห็นว่ารูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนหลักๆ คือ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบผล แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงต้องมีเกณฑ์ในการวัดออกเป็นส่วนๆ ตามพฤติกรรมการที่แสดงออกมากน้อยในแต่ละขั้นตอนนั่นเอง

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Marshall, Horton และ Smart (2009) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน และนำไปใช้ในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน คือส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry instructional models) ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection) และส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment) ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และทำให้เกิดการพัฒนาทักษะกระบวนการสำหรับนักเรียน

Dong, Marshall และ Wang (2009) ได้ศึกษาระบบความร่วมมือผ่านเว็บสำหรับครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้น K-12 โดยสร้างเว็บไซต์ที่เป็นพลวัต ในการนำนวัตกรรมการเรียนการสอน คือรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มาปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนผ่านทางประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบ และช่วยครูผู้สอนอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ที่ประกอบด้วยการประเมินผลระหว่างเรียน การเรียนการสอนแบบสืบสอบ และกระบวนการสะท้อนความคิด ในทุกขั้นตอนของกระบวนการสอน การวิจัยเน้นการออกแบบเว็บในการสร้างบทเรียนแบบสืบสอบ พบว่าครูสามารถสร้างบทเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้อย่างรวดเร็ว สามารถทำการปรับแต่งแผนการสอนได้ และ สามารถเผยแพร่และแบ่งปันบทเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Gallacher (1970: 3335-A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอน 2 รูปแบบ คือ การเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางบวกต่อทางลบเท่ากับ 2 ต่อ 1 (PPN) การนำเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางลบต่อทางบวกเท่ากับ 2 ต่อ 1 (NNP) โดยกลุ่มทดลองแบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ NNP นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ NNP ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบNNP และนักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ NNP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Hoehn (1973: 4870-A) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนจากการเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบ 4 แบบ ได้แก่ เสนอตัวอย่างเฉพาะตัวอย่างทางบวก เสนอเฉพาะตัวอย่างทางลบ เสนอทั้งตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวก และไม่ได้เสนอตัวอย่างเลยบอกแต่ลักษณะของมโนทัศน์ โดยใช้กลุ่มทดลองจำนวน 4 กลุ่ม กลุ่มละ 25 คน ในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มี IQ สูง และIQ ต่ำ อย่างละเท่าๆ กันและได้รับการสอนต่างๆ กันกลุ่มละแบบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มี IQ สูง เรียนรู้มโนทัศน์ได้ดีกว่า กลุ่มที่มี IQ ต่ำ และการเสนอตัวอย่างอย่างเดียว กับการนำเสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ จะทำให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ดีกว่า การนำเสนอเฉพาะตัวอย่างทางลบอย่างเดียวหรือไม่นำเสนอเลย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Guernon (1989: 27-68) ได้ศึกษาผลของการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาภายใต้ระบบการควบคุมด้านการรู้คิด การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา โดยในการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นได้เน้นในสิ่งที่ Schoenfeld (1985) อ้างถึง คือ การควบคุมการรู้คิด การควบคุมในที่นี้ก็คือ ความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบว่า ทำอย่างไรและเมื่อไร ที่จะทำให้การแก้ปัญหานั้นดีขึ้น โดยแบ่งนักเรียนในระดับ 8 จำนวน 55 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาและใช้คำว่าอย่างไร และเมื่อไร กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนการแก้ปัญหาหลายๆ อย่างแต่ไม่ได้รับการสอนดังกล่าวในชั้นเรียนปกติ และสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรเป็นเวลา 16 สัปดาห์ การแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งองการสอนในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้รับการสอนโดยครูตามปกติ ผลการทดลองพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่ 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงสุด นักเรียนในกลุ่มที่ 2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ 3 ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า การฝึกให้นักเรียนโดยเน้นการควบคุมการคิดของตนเอง ทบทวนเสมอว่าจะทำอะไร เมื่อไร และอย่างไร มีการฝึกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

Swanson (1990) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความเกี่ยวข้องของความรู้ในการรู้คิดกับความถนัดในการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพิสูจน์ว่า ความถนัดทั่วไปกับความรู้ในการรู้คิดเป็นอิสระจากกัน สมมติฐาน 2 ประการ คือ 1) คนที่มีความถนัดทั่วไปต่ำ แต่มีการรู้คิดสูง จะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีพอๆ กับคนที่มีความถนัดทั่วไปสูง 2) ข้อดีของระบบกระบวนการที่มีอยู่ในการรู้คิดจะสัมพันธ์กับการเลือกใช้กระบวนทางจิตเฉพาะอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มตัวอย่างตามความถนัดคือ Cognitive Abilities Test (CAT) ส่วนเครื่องมือที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มตัวอย่างตามระดับการรู้คิดคือ เครื่องมือวัดการรู้คิดในการแก้ปัญหาทั่วไป ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย Kreutzer และคณะ การทำแบบสอบวัดการรู้คิด กระทำโดยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล และได้นำคำตอบที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง มาจัดเป็น 5 ระดับ ตามการตระหนักรู้ในการรู้คิด แบบวัดการแก้ปัญหามี 2 ชนิด คือ Pendulum task และ Combination task ตัวแปรตามที่วัด คือ จำนวนครั้งที่พยายามแก้ปัญหาและเวลาทั้งหมดที่ใช้ไปในการแก้ปัญหาระหว่างแก้ปัญหา ให้กลุ่มตัวอย่างคิดออกเสียง โดยมีการบันทึกเสียงสิ่งที่คิดออกเสียงเพื่อใช้ตัดสินสิ่งที่คิดออกเสียงนั้น จัดอยู่ในองค์ประกอบใดของการแก้ปัญหา จาก 24 องค์ประกอบ จากนั้นจัดกลุ่มองค์ประกอบต่างๆ ออกเป็น 6 กลุ่มตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่มีความถนัดต่ำแต่มีความรู้ในการรู้คิดสูง สามารถแก้ปัญหาได้ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่มีความถนัดสูงและมีความรู้ในการรู้คิดสูง โดยที่ทั้ง 2 กลุ่มนี้สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มที่มีความถนัดสูงแต่มีความรู้ในการรู้คิดต่ำ และกลุ่มที่มีความถนัดต่ำและมีความรู้ในการรู้คิดต่ำด้วย แสดงว่า ความรู้ในการรู้คิดมีความสำคัญมากสำหรับการแก้ปัญหา

4.2 งานวิจัยในประเทศ

กัญติมา พรหมอักษร (2545: 77) ได้ทำการศึกษาผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับแบบการสอนมโนทัศน์ของบูรเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 20 คนดำเนินการสอนด้วยแผนการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบูรเนอร์ และกลุ่มควบคุมดำเนินการสอนด้วยแผนการสอนตามปกติ ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบไปด้วยนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระและแบบการคิดแบบพึ่งพิงอย่างละ 10 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระที่ได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบูรเนอร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระที่ได้รับการสอนตามปกติ และนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบอิสระและแบบการคิดแบบพึ่งพิงที่ได้รับการสอนตามแบบการสอนมโนทัศน์ของบูรเนอร์มีผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 5 สัปดาห์ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างรูปในเนื้อหาเรื่อง วงกลม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 66 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 34 คน และกลุ่มควบคุม 32 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จรุง ขำพงศ์ (2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม จำนวน 65 คน ในปีการศึกษา 2542 ผู้วิจัยดำเนินการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันกับตัวอย่างประชากร แล้วทดสอบด้วยแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันสูงกว่าก่อนการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์ (2545: 55) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 94) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร กลุ่มทดลองได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR จำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ จำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบงานวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นปัญหาสำหรับงานวิจัย และศึกษาแนวทางแก้ปัญหาจากเอกสาร บทความ ตำรา พร้อมทั้งศึกษาแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

1.3 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรจากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครูและหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

1.4 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบของการทดลองปรากฏดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
C	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	~ X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposing Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนศรีพฤฒมา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นโรงเรียน

มัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ เปิดทำการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นโรงเรียนแบบสหศึกษา และจากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2554 โรงเรียนศรีพฤฒมา มีนักเรียนจำนวน 2,661 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 517 คน 14 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียน 40 – 45 คน และมีการจัดห้องแบบคละความสามารถ คือมีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่ามีจำนวนห้องเรียนมากพอสำหรับการทดลอง อีกทั้งผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือและสนับสนุนการทำวิจัยเป็นอย่างดี ดังนั้นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้กลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เนื่องจากมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงนำคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนทั้ง 12 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

2. พิจารณาเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้แก่นักเรียนห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 ซึ่งห้อง ม.3/1 มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 43 คน มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 13.42 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 3.58 และห้อง ม.3/2 มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 45 คน ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 13.53 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 3.27

3. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นนำค่ามัชฌิมเลขคณิตของทั้งสองมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) ผลการทดสอบพบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่1 ปีการศึกษา 2554 ของทั้งสองห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีผลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค) ซึ่งห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 18.81 และ 17.80 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียน ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความ

แตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน

5. ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค) ซึ่งห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 27.72 และ 27.64 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียน ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน

6. ทำการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลอง และห้อง ม.3/2 เป็นกลุ่มควบคุม แล้วดำเนินการดังนี้

กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิด

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.2 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4.2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ซึ่งมีรายละเอียดในการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 15 แผน ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการดังนี้

4.1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับ รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ การประเมินผลระหว่างเรียน และการสะท้อนการรู้คิด ในรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ตามแนวคิดของ Marshall, Horton และ Smart (2009: 501-516) ซึ่งประกอบไปด้วยโครงสร้าง 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสอบ ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore)

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain)

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend)

ส่วนที่ 2 การสะท้อนการรู้คิด (Metacognitive Reflection)

ส่วนที่ 3 การประเมินผลระหว่างเรียน (Formative Assessment)

โดยในระหว่างการเรียนการสอนแต่ละขั้นตอนของการสืบสอบจะดำเนินการประเมินผลระหว่างเรียนและสะท้อนการรู้คิดไปพร้อมๆ กัน ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)</u> ในขั้นนี้ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ทันที หรือใช้สื่อที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสร้างความสนใจนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- <u>การสะท้อนการรู้คิด</u> ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสนใจหรือความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore) ในขั้นนี้ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูล และใช้วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นสำรวจและค้นคว้านี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาตรวจสอบ วิเคราะห์ และหาข้อสรุป ซึ่งอาจจัดกระทำข้อมูลในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ แผนภาพ เป็นต้น แล้วอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นอธิบายและลงข้อสรุปนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- การสะท้อนการรู้คิด ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- การประเมินผลระหว่างเรียน ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มาของความรู้หรือคำตอบที่ได้ โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่นๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่ แล้วให้นักเรียนนำความรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นขยายความคิดนี้จะมีการสะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนควบคู่ไปด้วย ดังนี้

- <u>การสะท้อนการรู้คิด</u> ในขั้นนี้ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยนักเรียนสามารถสะท้อนการรู้คิดออกมาจากการพูดตอบคำถาม การเขียน หรือการบันทึกอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

- <u>การประเมินผลระหว่างเรียน</u> ในขั้นนี้จะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูจะประเมินผลจากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนศรีพฤฒมา ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาและเวลาที่ดำเนินการสอน

4.1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วย เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4.1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มควบคุม ที่ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 15 แผน 15 คาบ ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย หัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันที่ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป และขั้นขยายความคิด ส่วนกลุ่มควบคุมมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 15 แผน มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนคาบ
1. รูปเรขาคณิตสามมิติ	1. นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้ 2. ระบุรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้	3
2. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	1. นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของการหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกได้	4
3. ปริมาตรของพีระมิดและกรวย	1. นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของการหาปริมาตรของพีระมิดและกรวย และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของพีระมิดและกรวยได้	4
4. ปริมาตรของทรงกลม	1. นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของการหาปริมาตรของทรงกลม และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาปริมาตรของทรงกลมได้	2
5. พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก	1. นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของการหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอกได้	2
รวม		15

ตารางที่ 5 เนื้อหาสาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

คาบที่	เนื้อหา	มโนทัศน์
1-3	รูปเรขาคณิตสามมิติ	มโนทัศน์ที่ 1 ปริซึม ปริซึม หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน การเรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นต้น มโนทัศน์ที่ 2 ทรงกระบอก ทรงกระบอก หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ มโนทัศน์ที่ 3 พีระมิด พีระมิด หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น การเรียกชื่อพีระมิดชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของพีระมิด เช่น พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม เป็นต้น

ตารางที่ 5 เนื้อหาสาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร (ต่อ)

คาบที่	เนื้อหา	มโนทัศน์
		มโนทัศน์ที่ 4 กรวย กรวย หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง มโนทัศน์ที่ 5 ทรงกลม ทรงกลม หมายถึง รูปเรขาคณิตที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน จุดคงที่นั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม ระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม เมื่อตัดทรงกลมด้วยระนาบผ่านจุดศูนย์กลางของทรงกลม จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม เรียกว่า วงกลมใหญ่
4-7	ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	มโนทัศน์ที่ 6 ปริมาตรของปริซึม ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง x ความยาว x ความสูง = พื้นที่ฐาน x ความสูง ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2}$ ของปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปริมาตรของปริซึมใดๆ = พื้นที่ฐาน x ความสูง มโนทัศน์ที่ 7 ปริมาตรของทรงกระบอก ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน x ความสูงหรือ ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐาน h แทนความสูงของทรงกระบอก

ตารางที่ 5 เนื้อหาสาระการเรียนรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร (ต่อ)

คาบที่	เนื้อหา	มโนทัศน์
8-11	ปริมาตรของพีระมิดและกรวย	มโนทัศน์ที่ 8 ปริมาตรของพีระมิด ปริมาตรของพีระมิด = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง มโนทัศน์ที่ 9 ปริมาตรของกรวย ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง หรือ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐานของกรวย h แทนความสูงของกรวย
12-13	ปริมาตรของทรงกลม	มโนทัศน์ที่ 10 ปริมาตรของทรงกลม ปริมาตรของทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$ เมื่อ r แทนรัศมีของทรงกลม
14-15	พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก	มโนทัศน์ที่ 11 พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก การหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติใดๆ เป็นการหาพื้นที่ของพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก หาได้โดยหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง

4.1.6 นำแผนการเรียนรู้จำนวน 15 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณา อาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

ก. การปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ให้กระชับและชัดเจน และตัวอย่างโจทย์หรือโจทย์ในแบบฝึกหัดควรมีความทันสมัยและเหมาะสมกับปัจจุบัน

ข. การเขียนขั้นตอนและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนควรเขียนอธิบายกิจกรรมให้ละเอียดและชัดเจนพอสมควรที่ผู้อ่านจะได้ทราบว่ามีขั้นตอนอย่างไร ไม่ควรเขียนรวบรัดจนเกินไป

ค. ใบกิจกรรมและใบงานทุกฉบับต้องสอดคล้องกับตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผน

4.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วไปใช้กลับกลุ่มตัวอย่างต่อไป (รายละเอียดแสดงตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ ในภาคผนวก ข)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 4E×2 ของกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ขั้นที่ 1 **ขั้นสร้างความสนใจ** 1. ก่อนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ มีการแนะนำภาพรวมโดยทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้วหรือทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยอาจให้ดูภาพของจริง เล่าเรื่อง หรือสาธิต เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป 2. ครูแจกใบกิจกรรม และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ ทำงานร่วมกันร่วมกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็น เพื่อเรียนรู้มโนทัศน์หรือการแก้ปัญหารวมทั้งฝึกประสบการณ์ในการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ 3. ครูจะใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนสนใจหรือความรู้เดิมที่นักเรียนมี	**ขั้นนำ** ก่อนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ มีการแนะนำภาพรวมโดยทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้วหรือทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยอาจให้ดูภาพของจริง เล่าเรื่อง หรือสาธิต เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป **ขั้นสอน** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้คือ 1. ครูแจกใบกิจกรรม และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติทำงานร่วมกันร่วมกันอภิปรายและแสดง

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)**
4. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นที่** 2 **ขั้นสำรวจและค้นหา** 5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจตรวจสอบ สืบค้น รวบรวมข้อมูลและใช้วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง 6. ครูให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือปัญหาที่กำลังตรวจสอบ 7. ครูจะใช้คำถามชี้นำแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน 8. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาและการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอ และการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน	ความคิดเห็น เพื่อเรียนรู้มโนทัศน์หรือการแก้ปัญหารวมทั้งฝึกประสบการณ์ในการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ 2. ครูยกตัวอย่างในเรื่องที่จะสอนทีละตัวอย่าง โดยบางตัวอย่างอาจสาธิตวิธีการทำให้นักเรียนดูและบางตัวอย่างอาจให้นักเรียนช่วยกันทำ ครูอาจใช้คำถามช่วยเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ความรู้ 3. ครูใช้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนฝึกหาคำตอบ หรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง 4. ครูให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือปัญหาที่กำลังตรวจสอบ 5. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียนโดยครูและเพื่อนๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าหากการนำเสนอของนักเรียนยังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจนก็ได้ 6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมและที่ได้จากบทเรียน 7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ขั้นที่ 3 **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป** 9. ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นคว้ามานำเสนอในลักษณะ วิเคราะห์ผล แปลผล สรุปผล และอภิปรายผล โดยนักเรียนอาจนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ เช่น รูปวาด ตาราง แผนผัง เป็นต้น 10. ครูให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับวิธีการ และคำตอบที่ได้หน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งครูใช้คำถามชี้นำแนวทาง และกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ 9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมและที่ได้จากบทเรียน 10. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ตีความ และให้เหตุผลเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอและการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นที่** 4 **ขั้นขยายความคิด** 11. ครูนำเสนอปัญหาอื่นๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ หรือมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปแล้วไปสู่ความรู้หรือมโนทัศน์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง	**ขั้นสรุป** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรม ซึ่งอาจสรุปในลักษณะต่างๆ เช่น ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปหรือทบทวนสิ่งที่ได้เรียนมาแล้วในคาบ จากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)**
12. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม เพื่อให้ได้องค์ความรู้ที่สมบูรณ์ กระจ่างหรือลึกซึ้งขึ้น หรือขยายกรอบความรู้ให้กว้างขึ้น 13. ครูใช้คำถามชี้นำแนวทาง และกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง 14. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอและการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน 15. ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม นำส่งในครั้งต่อไป	

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ประกอบด้วย

4.2.1 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่ม ที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และอยู่ในสาระการวัด และเรขาคณิต อันได้แก่ เนื้อหาเรื่องการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลง

ทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ดังต่อไปนี้

4.2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.1.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ จากศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

4.2.1.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะและกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง (ภาพละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

4.2.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

4.2.1.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับตัวชี้วัด ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งจากผลการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ควรตรวจสอบคำตอบของแบบทดสอบแต่ละข้ออีกครั้งให้มีความถูกต้องและชัดเจน

ข. แบบทดสอบที่จะนำไปใช้ควรเรียงลำดับความยากง่ายของข้อสอบด้วย

ค. ควรตรวจสอบลักษณะของคำถาม ว่ามีเป็นคำถามที่วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จริงหรือไม่

4.2.1.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม

ตัวเลือก ความเหมาะสมด้านสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งจากผลการตรวจพิจารณาแล้ว ผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ควรเขียนข้อความที่แสดงการเป็นนิเสธด้วยตัวหนา หรือขีดเส้นใต้อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น

โจทย์เดิม “ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง”

แก้ไขเป็น “ข้อใดกล่าว**ไม่**ถูกต้อง” หรือ “ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง”

ข. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงการใช้ภาษาให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “ข้อใดคือการเลื่อนขนาน”

แก้ไขเป็น “ข้อใดแสดงถึงการเลื่อนขนาน”

โจทย์เดิม 1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นการคาดคะเน

ก. บ้านปุ่นอยู่ห่างจากซอยประมาณ 1 กิโลเมตร

ข. แป้งใช้เวลาเดินทางไปโรงเรียนประมาณ 15 นาที

ค. จอร์แดนน่าจะสูงประมาณ 176.6 เซนติเมตร

ง. บ้านก้อยน่าจะอยู่ประมาณซอย 152

ตัวเลือก ค. และตัวเลือก ง. ไม่ควรใส่คำว่า “น่าจะ” เพราะอาจทำให้นักเรียนสับสนได้

แก้ไขเป็น 1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นการคาดคะเน

ก. บ้านปุ่นอยู่ห่างจากซอยประมาณ 1 กิโลเมตร

ข. แป้งใช้เวลาเดินทางไปโรงเรียนประมาณ 15 นาที

ค. จอร์แดนสูงประมาณ 176.6 เซนติเมตร

ง. บ้านก้อยอยู่ประมาณซอย 152

โจทย์เดิม “รูปสามเหลี่ยมในข้อใดที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน – มุม – ด้าน”

แก้ไขเป็น “รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใด ที่เท่ากันทุกประการโดยมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน”

4.2.1.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด พื้นฐานทาง

เรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4.2.1.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน มาตรวจให้คะแนน โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์- ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson Formula-20 : KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.91
ค่าความยาก (P)	0.07 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก (r)	- 0.19 – 0.77

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด มีจำนวน 28 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 17 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงสำนวนภาษาของแบบทดสอบที่ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แล้วนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

4.2.1.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 42 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์- ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson Formula-20 : KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.94
ค่าความยาก (P)	0.05 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก (r)	- 0.73 – 0.82

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด มีจำนวน 40 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 5 ข้อ จากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.1.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.94
ค่าความยาก (P)	0.26 – 0.79
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.24 – 0.81

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ดังต่อไปนี้

4.2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4.2.2.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

4.2.2.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะและกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง (ภาพละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

4.2.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

4.2.2.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับตัวชี้วัด ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งจากผลการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

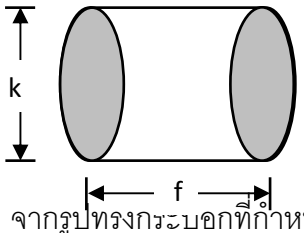
ก. ควรปรับปรุงลักษณะของคำถามให้มีความกระชับและชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 9 รูปเรขาคณิตใดมีลักษณะเป็นรูปทรงกลมทุกรูป

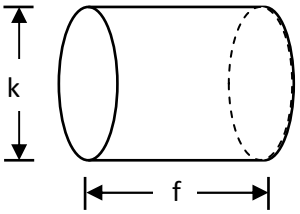
แก้เป็น ข้อ 9 รูปเรขาคณิตใดมีลักษณะเป็นทรงกลมทุกรูป

ข. ควรปรับปรุงรูปภาพที่ใช้ประกอบคำถามให้ดูเป็นมิติมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 43 จากรูปทรงกระบอกที่กำหนดให้มีพื้นที่ผิวข้างเท่ากับข้อใด



แก้ไขเป็น ข้อ 43 จากรูปทรงกระบอกที่กำหนดให้มีพื้นที่ผิวข้างเท่ากับข้อใด



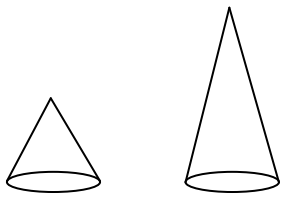
4.2.2.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถามตัวเลือก ความเหมาะสมด้านสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งจากผลการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 43 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีลักษณะ**คล้าย**ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด $y \times y \times y$ ลูกบาศก์เมตร ถ้าต้องการทาสีที่ผนังห้องและเพดาน พื้นที่ผิวในการทาสีเท่ากับข้อใด

แก้เป็น ข้อ 43 ห้องเรียนห้องหนึ่งมีลักษณะ**เป็น**ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด $y \times y \times y$ ลูกบาศก์เมตร ถ้าต้องการทาสีที่ผนังห้องและเพดาน พื้นที่ผิวในการทาสีเท่ากับข้อใด

โจทย์เดิม ข้อ 30



รูปที่ 1 รูปที่ 2

จากรูปข้างต้นกำหนดให้กรวยทั้ง 2 มีรัศมียาวเท่ากัน และกรวยรูปที่ 2 มีความสูงเป็นสองเท่าของกรวยรูปที่ 1 ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. กรวยทั้งสองมีปริมาตรเท่ากัน

ข. ปริมาตรของกรวยรูปที่ 2 เป็นหนึ่งในสามเท่าของรูปที่ 1

ค. ปริมาตรของกรวยรูปที่ 2 เป็นสองเท่าของรูปที่ 1

ง. ปริมาตรของกรวยรูปที่ 2 เป็นสามเท่าของรูปที่ 1

แก้เป็น ข้อ 30 กำหนดให้กรวย A และกรวย B มีรัศมีที่ฐานยาวเท่ากัน และกรวย B มีความสูงเป็นสองเท่าของกรวย A ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. กรวยทั้งสองมีปริมาตรเท่ากัน

ข. ปริมาตรของกรวย B เป็นหนึ่งในสามเท่าของปริมาตรของกรวย A

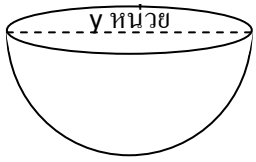
ค. ปริมาตรของกรวย B เป็นสองเท่าของปริมาตรของกรวย A

ง. ปริมาตรของกรวย B เป็นสามเท่าของปริมาตรของกรวย A

ข. ควรมีภาพประกอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์มากยิ่งขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 38. กำหนดให้ครึ่งทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง y หน่วย จะมีปริมาตร เท่ากับข้อใด

แก้เป็น ข้อ 38. กำหนดให้ครึ่งทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง y หน่วย ดังรูป ครึ่งทรงกลมดังกล่าวจะมีปริมาตรเท่ากับข้อใด



4.2.2.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัด

กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4.2.1.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาตรวจให้คะแนน โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์- ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson Formula-20 : KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.82
ค่าความยาก (P)	0.31 – 0.73
ค่าอำนาจจำแนก (r)	- 0.11 – 0.58

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด มีจำนวน 27 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 18 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงสำนวนภาษาของแบบทดสอบที่ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แล้วนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

4.2.1.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 43 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์- ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson Formula-20 : KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.85
ค่าความยาก (P)	0.33 – 0.70
ค่าอำนาจจำแนก (r)	- 0.29 – 0.61

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด มีจำนวน 35 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 10 ข้อ จากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.1.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ และสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.87
ค่าความยาก (P)	0.38 – 0.70
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.23 – 0.69

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่ม ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และอยู่ในสาระการวัด และเรขาคณิต อันได้แก่ เนื้อหาเรื่อง การวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 6 ข้อ (ข้อละ 12 คะแนน)

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ดังต่อไปนี้

4.2.3.1 ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.3.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระการเรียนรู้ จำนวน 9 ข้อ (ใช้จริง 6 ข้อ) (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

4.2.3.4 การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน ได้จากการให้นักเรียนทำแบบทดสอบอัตนัย โดยมีเกณฑ์การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ *7* แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมิน	ระดับคะแนน			
	3	2	1	0
ทำความเข้าใจปัญหา	บอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์	บอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ หรือบอกสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้องสมบูรณ์เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง	บอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และบอกสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน	ไม่ตอบคำถามหรือบอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสิ่งที่กำหนดให้ได้ไม่ถูกต้อง
วางแผนการแก้ปัญหา	บอกความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหา และบอกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์	บอกความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหา หรือบอกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง	บอกความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหา และบอกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน	ไม่ตอบคำถามหรือบอกวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ *7* แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

เกณฑ์การประเมิน	ระดับคะแนน			
	3	2	1	0
ดำเนินการตามแผน	แสดงวิธีการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีเหตุผล ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ และคำตอบถูกต้อง	แสดงวิธีการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีเหตุผลได้ถูกต้องบางส่วน หรือคำนวณผิดพลาดบางส่วน	แสดงวิธีทำเพียงบางส่วน และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วนและคำนวณผิดพลาด	ไม่แสดงวิธีทำ
ตรวจสอบผล	แสดงวิธีตรวจสอบคำตอบได้ด้วยวิธีการที่ถูกต้องสรุปได้ครบถ้วนสมบูรณ์	แสดงวิธีตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน	แสดงวิธีตรวจสอบคำตอบได้ไม่ถูกต้อง	ไม่ตรวจสอบคำตอบ

4.2.3.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมในด้านความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับตัวชี้วัด และความชัดเจนของภาษา ตลอดจนข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ตรวจสอบคำตอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแต่ละข้ออีกครั้งมีความถูกต้องและชัดเจน

ข. การแสดงตัวอย่างในการตอบให้นักเรียนดูเป็นแนวทางควรใช้ภาษาที่กระชับ ชัดเจน และเป็นขั้นตอนที่เข้าใจง่าย

ค. ควรปรับรูปแบบ จัดหน้ากระดาษให้นักเรียนสามารถอ่านแบบทดสอบได้อย่างสะดวก

ง. ปรับปรุงเกณฑ์ในการให้คะแนนให้มีความชัดเจนมากขึ้น และแบ่งเป็นส่วนๆ ให้เห็นชัดเจน

4.2.3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้

ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน และความชัดเจนของภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในโจทย์ โดยแก้ไขภาษาที่ใช้ในโจทย์ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น เช่น

โจทย์เดิม รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีฐานยาวเท่ากับความยาวของฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้าความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น $\frac{4}{3}$ ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

แก้เป็น รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีฐานยาวเท่ากับความยาวของฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้าความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น $\frac{4}{3}$ ของความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

4.2.3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ปรับปรุงและแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 45 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้ว

4.2.3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบวัด โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.84
ค่าความยาก (P)	0.61 – 0.79
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.17 – 0.47

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด มีจำนวน 4 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 2 ข้อ

4.2.3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมเนื้อหาตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.84
ค่าความยาก (P)	0.62 – 0.78
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.20 – 0.49

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

4.2.3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 4 ข้อ ไปใช้ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 6 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

4.2.4.1 ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.4.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

4.2.4.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ จำนวน 9 ข้อ (ใช้จริง 6 ข้อ)

4.2.4.4 การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน ได้จากการให้นักเรียนทำแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนเดียวกันกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความ

เหมาะสมในด้านความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับตัวชี้วัด และความชัดเจนของภาษา ตลอดจนข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ตรวจสอบคำตอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนแต่ละข้ออีกครั้งมีความถูกต้องและชัดเจน

ข. การแสดงตัวอย่างในการตอบให้นักเรียนดูเป็นแนวทางควรใช้ภาษาที่กระชับ ชัดเจน และเป็นขั้นตอนที่เข้าใจง่าย

ค. ควรปรับรูปแบบ จัดหน้ากระดาษให้นักเรียนสามารถอ่านแบบทดสอบได้อย่างสะดวก

4.2.4.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) ตรวจความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน และความชัดเจนของภาษา ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงภาษาและเพิ่มภาพประกอบในโจทย์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ตัดแบ่งเค้กออกมาจากเค้กวงกลมที่มีรัศมี 12 เซนติเมตร ทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด 60 องศา หนา 7 เซนติเมตร เค้กชิ้นที่ตัดแบ่งออกมาปริมาตรเท่าใด

แก้เป็น เค้กชิ้นหนึ่งตัดแบ่งออกมาจากเค้กวงกลมที่มีรัศมี 12 เซนติเมตร ทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด 60 องศา เค้กหนา 7 เซนติเมตร จงหาว่าเค้กชิ้นที่ตัดแบ่งออกมานี้มีปริมาตรเท่าใด

4.2.4.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงและแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัด

กรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 42 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4.2.4.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบวัด โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.94
ค่าความยาก (P)	0.63 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.13 – 0.42

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกข้อ

4.2.3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมเนื้อหาตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.93
ค่าความยาก (P)	0.66 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.30

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

4.2.3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 4 ข้อ ไปใช้ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ทดลองการสอนด้วยตัวเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนศรีพฤฒมา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้

5.2.2 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนศรีพฤฒมาได้จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยเริ่มทดลองตั้งแต่วันที่ 25 กรกฎาคม 2554 ถึงวันที่ 29 สิงหาคม 2554

5.2.3 ในระหว่างสอนผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจากบันทึกการสังเกตการนำเสนอในชั้นเรียน บันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน การสัมภาษณ์ ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดทั้งนี้เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.2.4 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 15 คาบแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร มาตรวจให้คะแนน และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนสอบที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนสอบที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.3 วิเคราะห์ข้อมูลร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่เกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตรดังนี้

7.1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีของคูเดอร์- ริชาร์ดสัด 20 (Kuder-Richardson Method: KR-20) ดังนี้

$$R_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ R_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูก

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิด

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126)

7.1.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

R_h แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

7.1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ r แทน ค่าความยาก

R_h แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

7.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ใช้สูตรดังนี้

7.2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

7.2.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t (X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

7.2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h (X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

7.3 **สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล**

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลของคะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) การทดสอบค่าที (t-test) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS) ในการวิเคราะห์ข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดย ใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

4.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

4.2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

4.2.2 พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณจากคะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนทั้งในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการศึกษาผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดย ใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม.3/1	43	18.81	2.17	2.54	1.91
ม.3/2	45	17.80	2.76		

*P<0.05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเท่ากับ 18.81 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.17 และกลุ่มควบคุม มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเท่ากับ 17.80 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.76 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่านักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 9 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t
กลุ่มทดลอง	43	20.56	2.98	5.71*
กลุ่มควบคุม	45	16.93	2.97	

*P<0.05

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 20.56 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.98 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 16.93 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.97 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 10 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม.3/1	43	27.72	7.64	1.50	0.05
ม.3/2	45	27.64	6.77		

*P<0.05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 27.72 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.64 และกลุ่มควบคุม มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 27.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.77 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่านักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 11 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียน กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	43	37.49	6.46	2.01*
กลุ่มควบคุม	45	34.73	6.41	

*P<0.05

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 37.49 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.46 และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 34.73 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.41 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงาน ใบกิจกรรม ผลการสังเกตพฤติกรรม และการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน ผลการตรวจแบบฝึกหัด ผลการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการจากครูและนักเรียน รวมทั้งผลจากการปฏิบัติการสอน บันทึกหลังสอนของครู ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

4.2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครูและนักเรียน

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้คือ โรงเรียนศรีพฤฒมา ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นโรงเรียนที่ได้รับคัดเลือกให้เข้าร่วมโครงการโรงเรียนในฝัน ประจำเขตสะพานสูง เปิดทำการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และจากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2553 โรงเรียนศรีพฤฒมา มีนักเรียนจำนวน 2,661 คน มีทั้งหมด 64 ห้องเรียน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 517 คน มีทั้งหมด 12 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียน 40 – 45 คน และมีการจัดห้องแบบคละความสามารถ คือมีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน และผลการเรียนค่าเฉลี่ยของนักเรียนจังหวัดกรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2553 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 2.36 คะแนน ซึ่งค่าเฉลี่ยของ ปีการศึกษา 2553 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนศรีพฤฒมามีผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 2.17 คะแนน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 2.38 คะแนน (ศูนย์ปฏิบัติการ GPA สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2553: ออนไลน์) และเนื่องจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีแนวทางการจัดกิจกรรมที่เหมาะกับการเรียนรู้เนื้อหาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์และเหมาะสำหรับนำไปใช้จัดการเรียนรู้กับนักเรียนระดับชั้นอนุบาลถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (Marshall, Horton and Smart, 2009) ซึ่งจากข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียนพบว่าโรงเรียนเปิดทำการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 อีกทั้งกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งอยู่ในช่วงชั้นดังกล่าวข้างต้น ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ของนักเรียนโรงเรียนศรีพฤฒมา

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครูและนักเรียน

ในปีการศึกษา 2554 โรงเรียนศรีพฤฒมา มีครูทั้งหมด 127 คน เป็นครูคณิตศาสตร์ 16 คน เป็นครูผู้ชายจำนวน 11 คน ครูผู้หญิงจำนวน 5 คน ซึ่งจบการศึกษาระดับปริญญาตรีทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรงจำนวน 10 คน จากการสอบถาม พบว่า ภาระงานในการสอนของครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้รับมอบหมายให้สอนโดยประมาณ 22 คาบต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นนอกเหนือจากงานสอน เช่น งานสหกรณ์ งานวัดและประเมินผล งานการเงิน เป็นต้น ทำให้ไม่มีเวลาในการเตรียมการสอนเท่าที่ควร นอกจากนี้ในปีการศึกษา 2554 โรงเรียนศรีพฤฒมา มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 2,661 คน นักเรียนส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่อาศัยอยู่ในเขตสะพานสูง รองลงมาคือ เขตสวนหลวง เขตประเวศ และเขตบางกะปิ ตามลำดับ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 517 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 257 คน นักเรียนหญิงจำนวน 260 คน นักเรียนที่เลือกเป็นกลุ่มทดลองมีจำนวน 43 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 18 คน นักเรียนหญิงจำนวน 25 คน และนักเรียนที่เลือกเป็นกลุ่มควบคุมมีจำนวน 45 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 21 คน นักเรียนหญิงจำนวน 24 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเกรดเฉลี่ยสะสมอยู่ระหว่าง 2.74 – 3.72 ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมมีเกรดเฉลี่ยสะสมอยู่ระหว่าง 2.67 – 3.83 นักเรียนส่วนใหญ่เดินทางมาโรงเรียนโดย รถโดยสารประจำทาง รถจักรยาน และการเดิน นักเรียนทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดามารดา โดยภาพรวมแล้วผู้ปกครองประกอบอาชีพรับจ้างเป็นอันดับหนึ่ง รองลงมาคือ อาชีพพนักงาน ค้าขาย และรับราชการ ตามลำดับ โดยเฉลี่ยแล้ว ฐานะทางเศรษฐกิจของผู้ปกครองอยู่ในฐานะปานกลางและค่อนข้างไปทางยากจนเป็นส่วนมาก และเนื่องจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ทำให้ครูสามารถพัฒนาและนำประสบการณ์การเรียนรู้แบบสืบสอบที่ลึกซึ้ง ช่วยให้ครูสามารถสอนอย่างที่ต้องการได้มากขึ้น โดยเป็นการสอนที่มุ่งเน้นการเรียนรู้ระหว่างเรียนมากกว่าผลสัมฤทธิ์โดยรวม อีกทั้งเป็นตัวช่วยในการวินิจฉัยแก่ครูเพื่อประเมินสิ่งที่ขาดไปในการสอนที่ยังไม่มีประสิทธิ์ภาพ (Marshall, Horton and Smart, 2009) ซึ่งจะส่งผลให้ผลการเรียนของนักเรียนดีขึ้น ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ของนักเรียนโรงเรียนศรีพฤฒมา

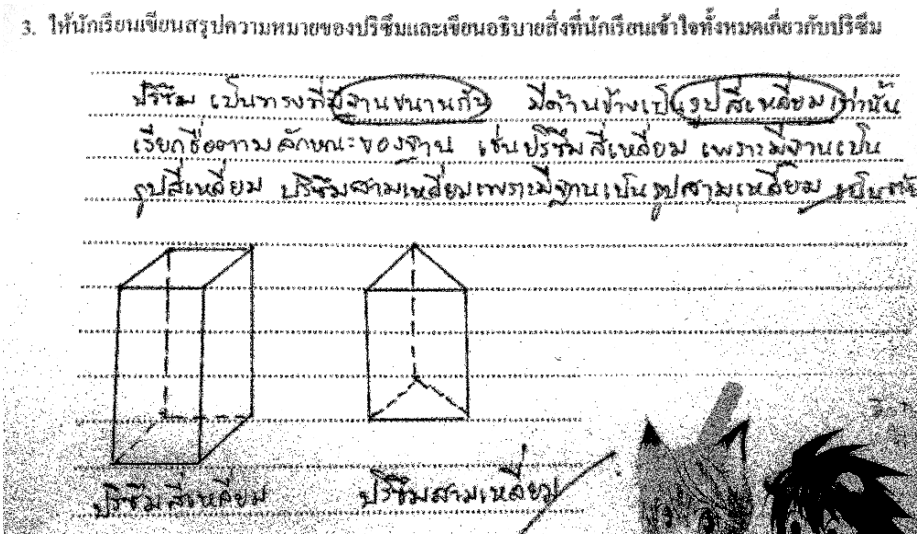
4.2.2 **พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการสอนตามขั้นตอนของ Marshall, Horton และ Smart ซึ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นพื้นฐาน ผ่านกิจกรรม 4 ขั้นตอนคือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป และขั้นขยายความคิด โดยในระหว่างการเรียนการสอนแต่ละขั้นตอนของการสืบสอบจะดำเนินการประเมินผลระหว่างเรียนและสะท้อนการรู้คิดไปพร้อมๆ กัน ซึ่งผลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 พบว่าในระยะเริ่มแรกของการทดลอง (ชั่วโมงที่ 1 – 2) นักเรียนสนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แต่ยังไม่กล้าที่จะร่วมกิจกรรมมากนัก ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถที่จะสื่อสาร อธิบายเรียบเรียง เป็นคำพูดที่ถูกต้องให้ผู้อื่นฟังได้

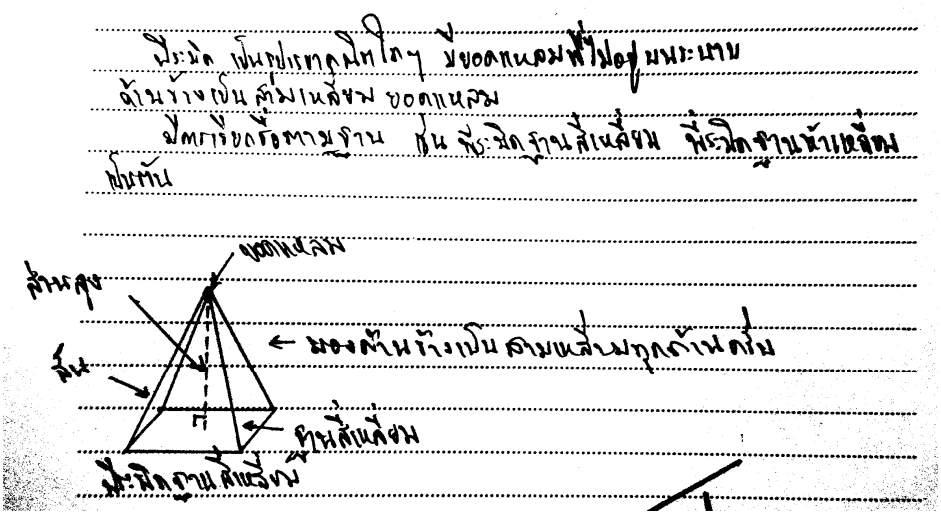
ซึ่งเห็นได้จากตัวอย่างการทำใบกิจกรรมของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะเริ่มแรกของการทดลอง



ภาพที่ 2 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องปริซึม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4. ให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของพีระมิดและเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนเข้าใจทั้งหมดเกี่ยวกับพีระมิด



ภาพที่ 3 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องพีระมิด ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 2 และ 3 เมื่อครูให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของปริซึมและพีระมิด โดยให้นักเรียนเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนเข้าใจทั้งหมดเกี่ยวกับปริซึมและพีระมิด ปรากฏว่านักเรียนบางคนยังไม่สามารถเขียนสรุป อธิบาย อย่างชัดเจนได้ และยังบอกส่วนประกอบได้ไม่หมด หรือไม่ชัดเจน เพราะ “ปริซึมเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน การเรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นต้น” และ “พีระมิด เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น การเรียกชื่อพีระมิดชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของพีระมิด เช่น พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม เป็นต้น” ซึ่งหลังจากครูตรวจ และอภิปรายร่วมกันแล้ว ให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์

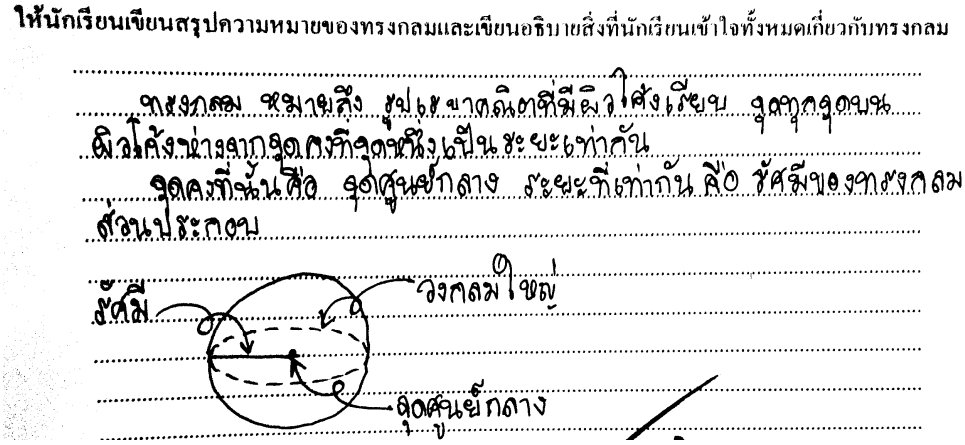
หลังจากที่ผู้วิจัยทำการสอนได้ประมาณ 1 สัปดาห์ นักเรียนเริ่มมีปฏิสัมพันธ์ในการร่วมกิจกรรมมากยิ่งขึ้น กล้าตอบคำถาม กล้าแสดงความคิดเห็น คุ้นเคยกับการใช้การสังเกต ค้นคว้าลักษณะหรือองค์ประกอบที่สำคัญของมโนทัศน์มากขึ้น นักเรียนส่วนมากสามารถสรุปมโนทัศน์ได้และมีการแสดงความคิดเห็นในหลายแง่มุมมากขึ้น

จากการสะท้อนการรู้คิดเมื่อครูให้คำถามชี้นำแนวทางกระตุ้นให้นักเรียนคิด ทำให้นักเรียนเกิดความพยายาม กระตือรือร้น สนใจ และให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ซึ่งครูสังเกตเห็นว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในการใช้การรู้คิดในการตรวจสอบมโนทัศน์มากขึ้น และจากการสอบถามนักเรียนหลังการทดลองครูได้สอบถามนักเรียน โดยนักเรียนได้ให้ความเห็นว่า “ผมมี

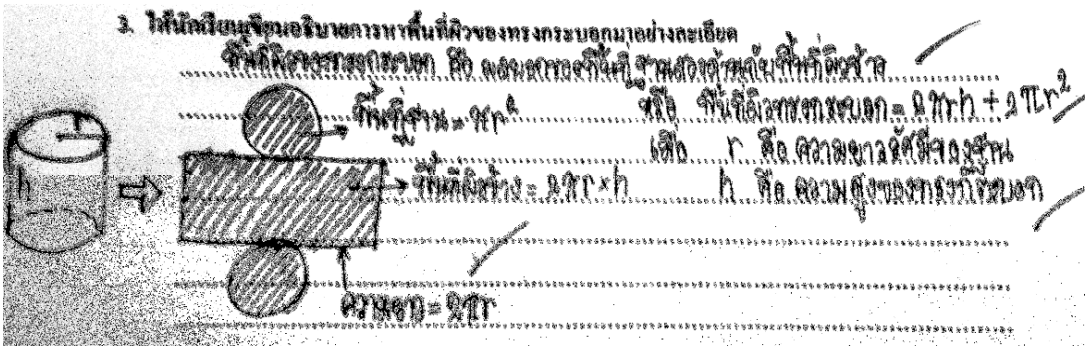
ความมั่นใจในการตอบคำถามมากขึ้น เพราะมีครูช่วยชี้แนะแนวทางให้ ต่อมาหลังๆ ผมก็สามารถคิดเองได้เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น โดยที่ครูยังไม่ทันถามเลยด้วยซ้ำ” นักเรียนอีกคนบอกว่า “หนูรู้สึกว่าตัวเองมีความรอบคอบในการสืบค้นและหาคำตอบมาก เพราะว่าต้องคอยคิดและกำกับตัวเองอย่างเป็นขั้นตอนอยู่ตลอดเวลา”

นอกจากนี้จากการประเมินผลระหว่างเรียนของครู พบว่าพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่ในการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ นักเรียนสามารถตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เมื่อพบว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูก็จะใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนคิดเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางคนที่มีพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ไม่พัฒนาขึ้นชัดเจนเท่าใดนัก แต่ก็มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น ซึ่งเห็นได้จากตัวอย่างการทำใบกิจกรรมของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะหลังของการทดลอง



ภาพที่ 4 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องทรงกลม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง



ภาพที่ 5 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 4 ในการสอนเรื่องทรงกลม และภาพที่ 5 ในการสอนเรื่องพื้นที่ผิวของทรงกระบอก เมื่อครูให้นักเรียนเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนเข้าใจทั้งหมดเกี่ยวกับทรงกลม และการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสรุปอธิบายเกี่ยวกับทรงกลมและการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้อย่างชัดเจน ครบถ้วนสมบูรณ์มากขึ้น สามารถวาดส่วนประกอบได้ค่อนข้างสมบูรณ์

พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

การจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของนักเรียนกลุ่มควบคุม ครูดำเนินการจัดกิจกรรมตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางในคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละคาบ โดยจัดกิจกรรมแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยครูจะยกตัวอย่างเนื้อหาที่สอน และใช้การถาม-ตอบประกอบคำอธิบาย ให้นักเรียนสังเกต สำรวจ เพื่อให้ได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการเรียนการสอน ซอบซักถาม มีความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี เช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง และจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนในกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนสรุปมโนทัศน์ด้วยตัวเองได้ค่อนข้างน้อย แต่เมื่อครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย นักเรียนจะสามารถสรุปมโนทัศน์ได้มากขึ้น

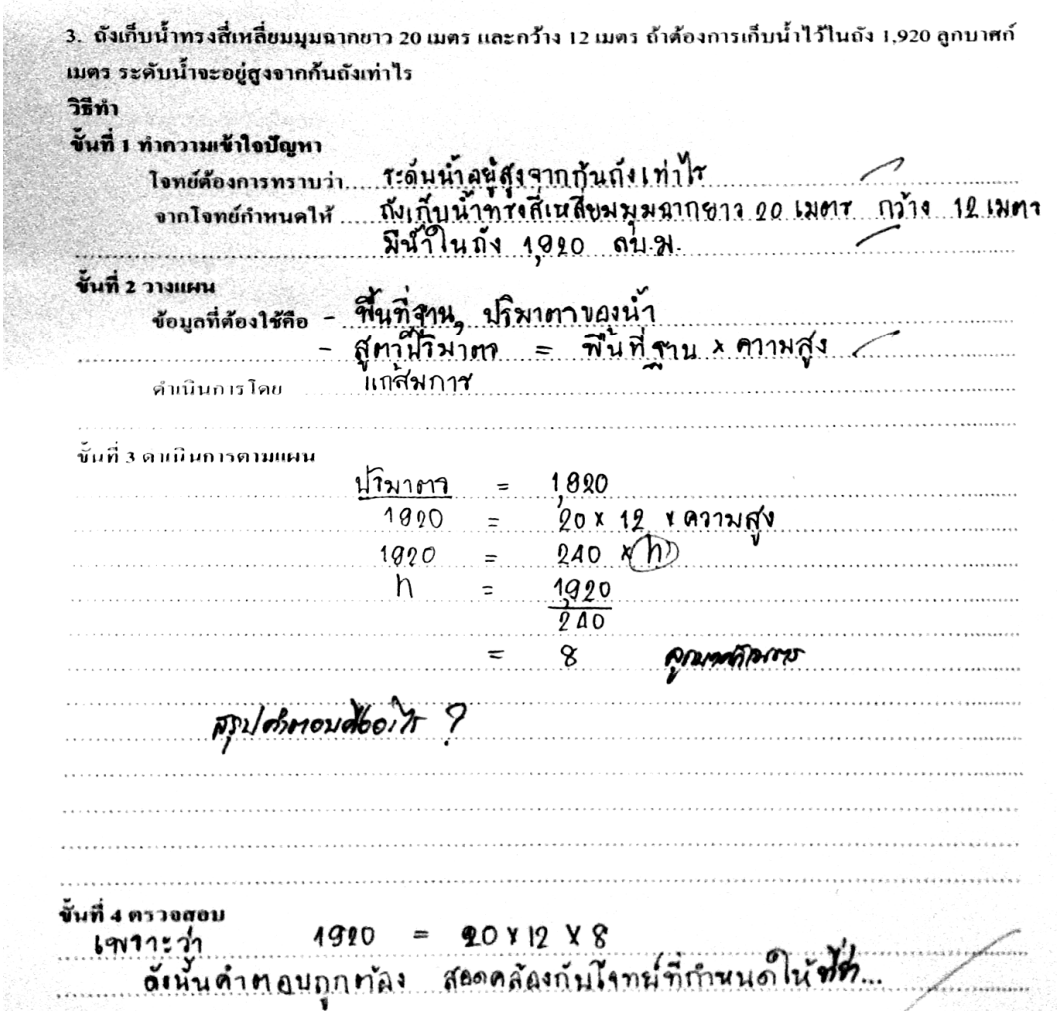
พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน และจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา บอกได้ว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง แต่นักเรียนไม่สามารถวางแผนได้ จากการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนและการประเมินผลระหว่างเรียนของครูพบว่า เมื่อครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดออกมาถึงแนวทางในการหาคำตอบ นักเรียนจึงค่อยๆ บอกได้ว่ามีแนวทางในการหาคำตอบอย่างไร นอกจากนี้เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำในขั้นดำเนินตามแผนแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนบอกว่าสามารถแสดงวิธีทำได้ แต่ตรวจคำตอบไม่เป็น จึงขอไม่ตรวจคำตอบ ขอแสดงวิธี

ทำอย่างเดียว ครูจึงต้องมีการอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการตรวจคำตอบ เพื่อให้นักเรียนมีแนวทางและมั่นใจในการตรวจคำตอบมากขึ้น อีกทั้งนักเรียนบางส่วนจะไม่ค่อยชอบที่จะนำแบบฝึกหัดไปทำที่บ้านเพราะนักเรียนกล่าวว่าไม่มีเวลา แต่บางส่วนกล่าวว่าอยากได้แบบฝึกหัดไปทำเยอะๆ เพราะเมื่อนำแบบฝึกหัดมาตรวจแล้วพบว่าตัวเองทำถูก จะดีใจและมีความมั่นใจในตัวเองมากขึ้น นักเรียนที่ออกมานำเสนองานหน้าชั้นเรียนส่วนใหญ่จะมีความกังวล และตื่นเต้น พูดถูกบ้างผิดบ้าง นักเรียนบอกว่ายากมากมีการประยุกต์มากเกินไป ซึ่งถ้านักเรียนที่ตั้งใจทำกิจกรรมบ่อยจะทำได้ แต่นักเรียนโดยส่วนใหญ่จะทำไม่ได้ ครูต้องมีการอธิบายเพิ่มเติม คอยชี้แนะแนวทาง พยายามให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเอง เพื่อกำกับความคิด วางแผน และตรวจสอบอยู่ตลอดเวลา ซึ่งเห็นได้จากตัวอย่างการทำใบกิจกรรม หรือแบบฝึกหัดของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะเริ่มแรกของการทดลอง


3. ถังเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 20 เมตร และกว้าง 12 เมตร ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในถัง 1,920 ลูกบาศก์เมตร ระดับน้ำจะอยู่สูงจากก้นถังเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า ระดับน้ำสูงจากก้นถังเท่าไร

จากโจทย์กำหนดให้ ถังเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 20 เมตร กว้าง 12 เมตร มีน้ำในถัง 1,920 ลบ.ม.

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ - พื้นที่ฐาน, ปริมาตรของน้ำ

- สูตรปริมาตร = พื้นที่ฐาน x ความสูง

คำนินการโดย แก้สมการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ปริมาตร = 1,920

1920 = 20 x 12 x ความสูง

1920 = 240 x h

h = $\frac{1920}{240}$

= 8 ลูกบาศก์เมตร

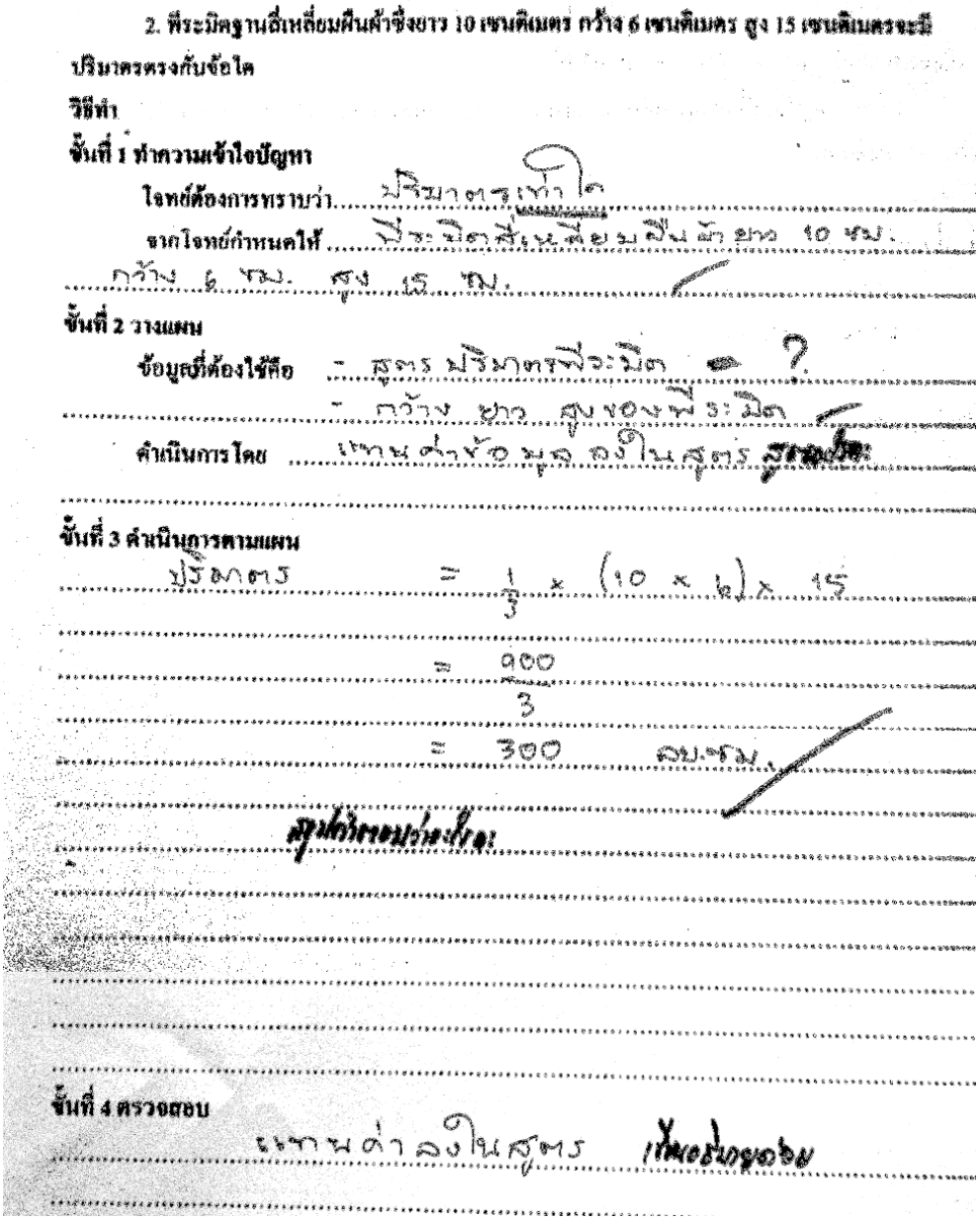
สรุปคำตอบคือ ?

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

เพราะว่า 1920 = 20 x 12 x 8

ดังนั้นคำตอบถูกต้อง สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้ที่...

ภาพที่ 6 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องปริมาตรของปริซึม ของนักเรียนกลุ่มทดลอง


2. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งยาว 10 เซนติเมตร กว้าง 6 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตรจะมี
ปริมาตรตรงกับข้อใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า ปริมาตรเท่าใด

จากโจทย์กำหนดให้ มีพีระมิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว 10 ซม.
กว้าง 6 ซม. สูง 15 ซม.

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ - สูตร ปริมาตรพีระมิด ?
- กว้าง ยาว สูง ของพีระมิด

ดำเนินการโดย แทนค่าข้อมูลลงในสูตร สรุปคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ปริมาตร $= \frac{1}{3} \times (10 \times 6) \times 15$

$= \frac{900}{3}$

$= 300$ ลบ.ซม.

สรุปคำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

แทนค่าลงในสูตร เพื่อความถูกต้อง

ภาพที่ 7 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องปริมาตรของพีระมิด ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

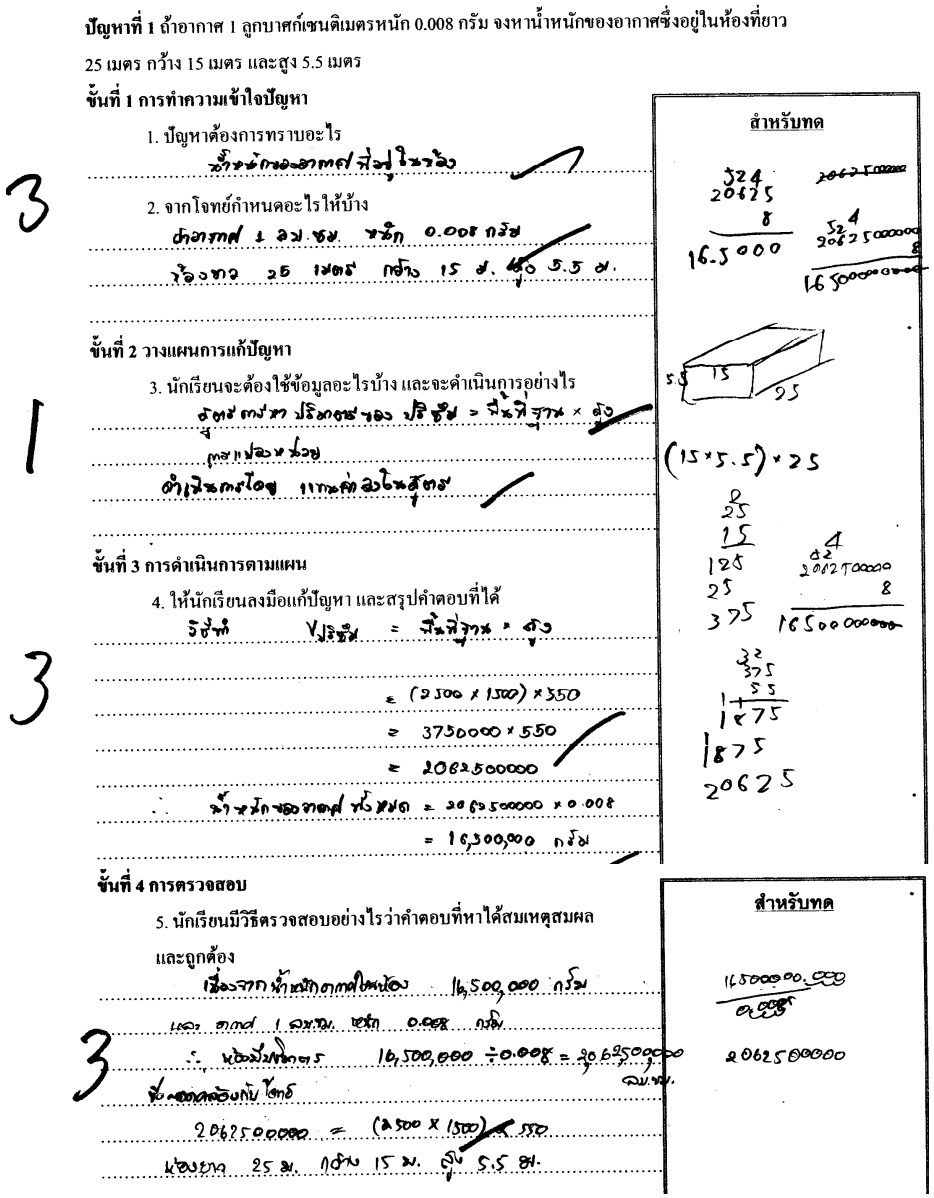
จากภาพที่ 6 และ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังไม่ค่อยดีเท่าที่ควร เนื่องจากในขั้นวางแผน นักเรียนไม่สามารถวางแผนในการแก้ปัญหาที่ชัดเจนได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้แต่ไม่สามารถเขียนวางแผนเป็นขั้นเป็นตอนได้ และในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนยังแสดงวิธีทำไม่ชัดเจนสมบูรณ์ ไม่กำหนดตัวแปร และไม่สรุปคำตอบที่ได้ อีกทั้งในขั้นตรวจสอบ นักเรียนก็ยังตรวจคำตอบไม่ชัดเจนสมบูรณ์ ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนนั้น นักเรียนมักจะตอบว่าไม่มีแนวทางในการเขียนเลย คิดไม่ออกว่าจะเขียนอย่างไร

เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมไปประมาณ 2 สัปดาห์ พบว่านักเรียนมีความตั้งใจทำเป็นพิเศษ เริ่มคุ้นเคยและมีแนวทางในการแก้ปัญหา สังเกตได้จากนักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบคำถาม กระตือรือร้นทำใบกิจกรรม และมีนักเรียนบางคนได้ฝึกทำแบบฝึกหัดและทบทวนมาล่วงหน้าแล้ว

จากการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียน ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในการใช้การรู้คิดในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น สามารถคิดหาคำตอบได้รวดเร็วขึ้น และคำตอบที่ได้ถูกต้องแม่นยำขึ้น ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงขึ้น พฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่ในการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหาทางคณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้การประเมินผลระหว่างเรียนของครูพบว่า สมาชิกทุกคนจะช่วยเหลือเกื้อกูลซึ่งกันและกัน คนเรียนเก่งมีหน้าที่คอยช่วยเหลือนักเรียนที่อ่อนกว่าเพื่อให้การทำงานของกลุ่มถูกต้องมากขึ้น ในการทำกิจกรรมนักเรียนจะต้องมีการวางแผนร่วมกัน โดยสมาชิกในกลุ่มร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี มีการแสดงความคิดเห็น อีกทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน บางครั้งมีนักเรียนที่เรียนไม่ทันเพื่อน ตามเพื่อนในกลุ่มไม่ทัน สมาชิกในกลุ่มจะมีการอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้เพื่อนในกลุ่มสามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ งานที่ทำมีถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ ซึ่งเห็นได้จากตัวอย่างการทำใบกิจกรรม หรือแบบฝึกหัดของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะหลังของการทดลอง



ปัญหาที่ 1 ถ้าอากาศ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 0.008 กรัม จงหาน้ำหนักของอากาศซึ่งอยู่ในห้องที่ยาว 25 เมตร กว้าง 15 เมตร และสูง 5.5 เมตร

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร
   น้ำหนักของอากาศที่อยู่ในห้อง
2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
   อากาศ 1 ลบ.ซม. หนัก 0.008 กรัม
   ห้องยาว 25 เมตร กว้าง 15 ม. สูง 5.5 ม.

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร
   ต้องหาปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน × สูง
   คูณเปลี่ยนหน่วย
   ดำเนินการโดย แทนค่าลงในสูตร

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้
   วิธีทำ ปริซึม = พื้นที่ฐาน × สูง
   = (2500 × 1500) × 550
   = 3750000 × 550
   = 2062500000
   น้ำหนักของอากาศทั้งหมด = 2062500000 × 0.008
   = 16,500,000 กรัม

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

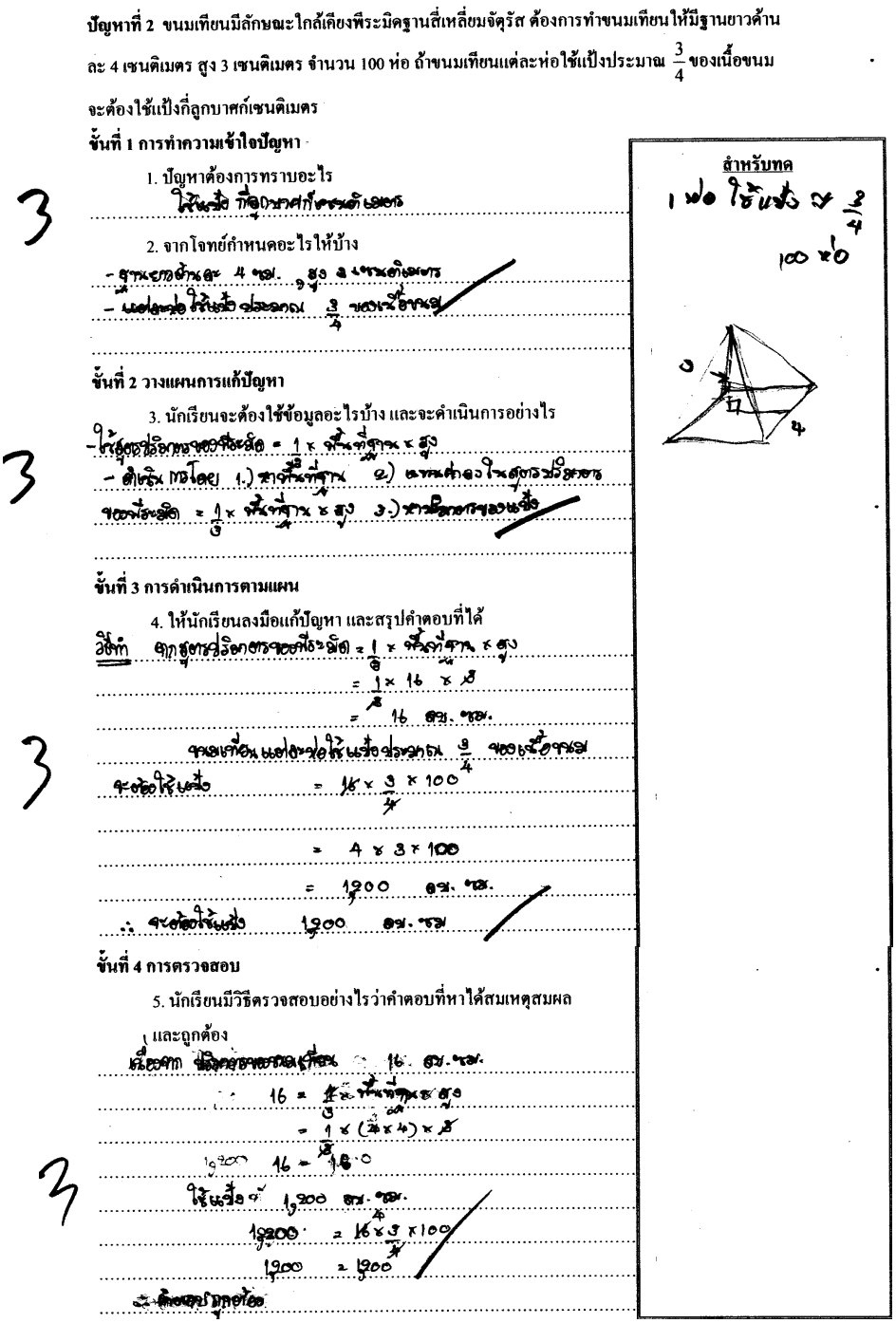
5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผล และถูกต้อง
   เนื่องจากน้ำหนักอากาศในห้อง 16,500,000 กรัม
   และ อากาศ 1 ลบ.ซม. หนัก 0.008 กรัม
   ∴ ห้องมีปริมาตร 16,500,000 ÷ 0.008 = 2062500000 ลบ.ซม.
   ซึ่งสอดคล้องกับโจทย์
   2062500000 = (2500 × 1500) × 550
   ห้องยาว 25 ม. กว้าง 15 ม. สูง 5.5 ม.

สำหรับทด

สำหรับทด

ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลอง (1)

จากตัวอย่างภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องค่อนข้างจะสมบูรณ์แล้ว แต่อาจมีอยู่บ้างที่นักเรียนไม่ได้อธิบายว่าจะดำเนินการอย่างไร ซึ่งอาจเป็นเพราะผู้วิจัยไม่ได้เขียนระบุแยกส่วนให้นักเรียนเห็นอย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยได้สอบถามนักเรียนแล้วว่าทำไมถึงไม่ค่อยตอบในส่วนของการวางแผนการดำเนินการ ซึ่งนักเรียนบางคนตอบว่าไม่รู้จะเขียนอย่างไร และบางคนก็ตอบว่าลืมทำเพราะรีบกลัวจะทำไม่ทันเวลา



ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลอง (2)

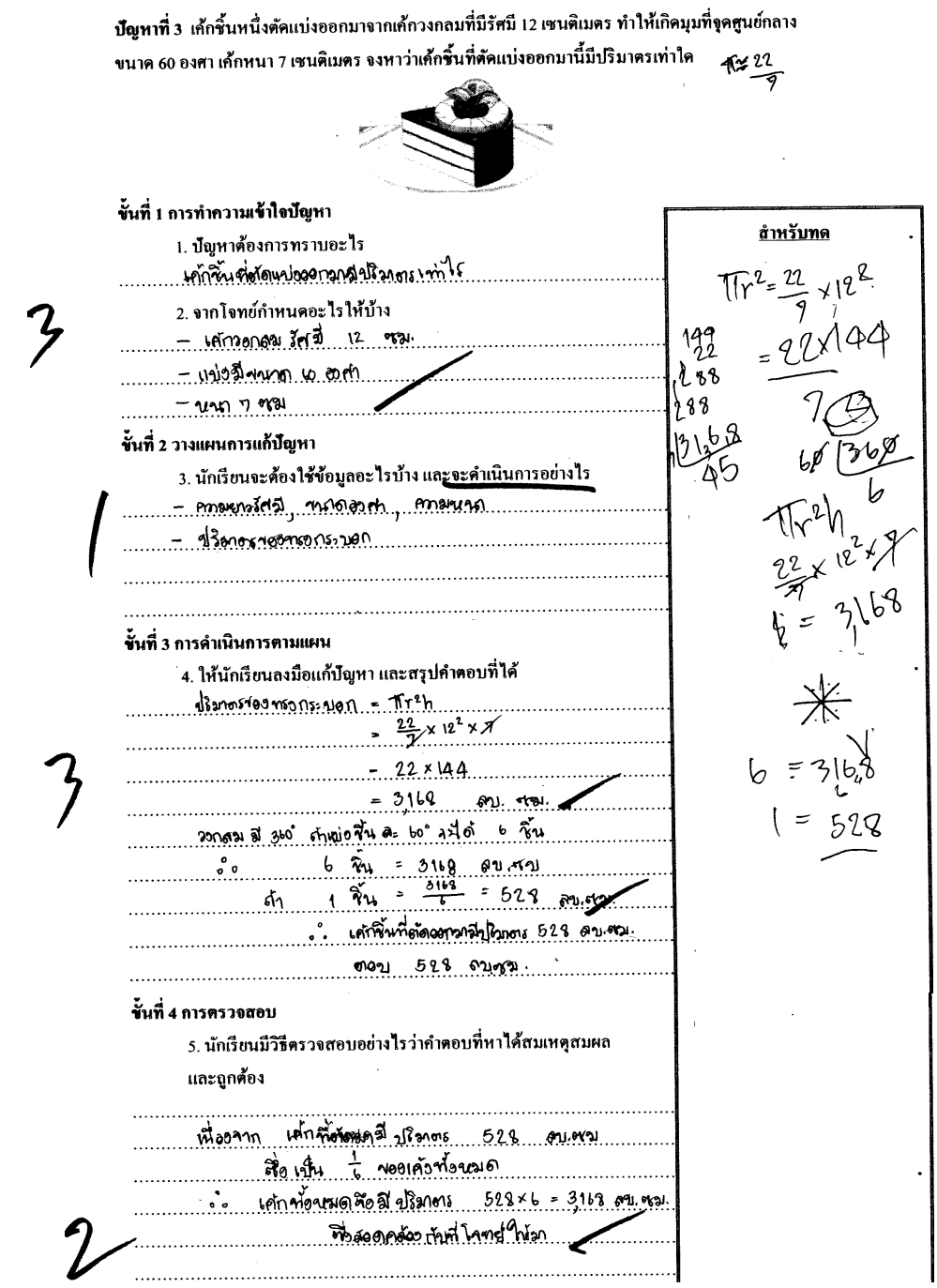
จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา สามารถวิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

การจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน และจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

นักเรียนมีการคิดและวิเคราะห์ข้อมูลค่อนข้างน้อย เกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีอะไรบ้างและข้อมูลที่เป็นความรู้ที่ตัวนักเรียนมีอยู่ ซึ่งนักเรียนยังคิดไม่ค่อยเป็นระบบและเป็นขั้นตอนเท่าใดนัก และความสามารถในการเขียนขั้นตอนการคิดออกมาเป็นขั้นๆ ไม่ค่อยดี จากการสังเกตในการทำวิจัย มีนักเรียนหลายคนที่ไม่สามารถเขียนเป็นขั้นตอนการคิดออกมาได้ทั้งๆ ที่นักเรียนคนนั้นสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้อนั้นได้ ผู้วิจัยแก้ไขปัญหานี้ได้โดยการถามนักเรียนว่าเมื่ออ่านโจทย์แล้วนักเรียนทำอะไรก่อนในขั้นแรก ในขั้นต่อมาทำอย่างไร โดยให้นักเรียนเขียนบรรยายมา แล้วให้นักเรียนสรุปจากที่เขียนบรรยายนั้นอีกครั้งหนึ่ง

ตัวอย่างผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมดังภาพที่ 10



ปัญหาที่ 3 เค้กชิ้นหนึ่งตัดแบ่งออกมาจากเค้กวงกลมที่มีรัศมี 12 เซนติเมตร ทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด 60 องศา เค้กหนา 7 เซนติเมตร จงหาว่าเค้กชิ้นที่ตัดแบ่งออกมานี้มีปริมาตรเท่าใด

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร
เค้กชิ้นที่ตัดแบ่งออกมามีปริมาตรเท่าไร

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
– เค้กวงกลม รัศมี 12 ซม.
– แบ่งมีขนาด 60 องศา
– หนา 7 ซม

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร
– ความยาวรัศมี, ขนาดมุม, ความหนา
– ปริมาตรทรงกระบอก

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้
ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$
$= \frac{22}{7} \times 12^2 \times 7$
$= 22 \times 144$
$= 3168$ ลบ. ซม.
วงกลม มี 360° ดังนั้นชิ้น ละ 60° จะมี 6 ชิ้น
∴ 6 ชิ้น = 3168 ลบ.ซม
ดังนั้น 1 ชิ้น = $\frac{3168}{6}$ = 528 ลบ.ซม.
∴ เค้กชิ้นที่ตัดออกมามีปริมาตร 528 ลบ.ซม.
ตอบ 528 ลบ.ซม.

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

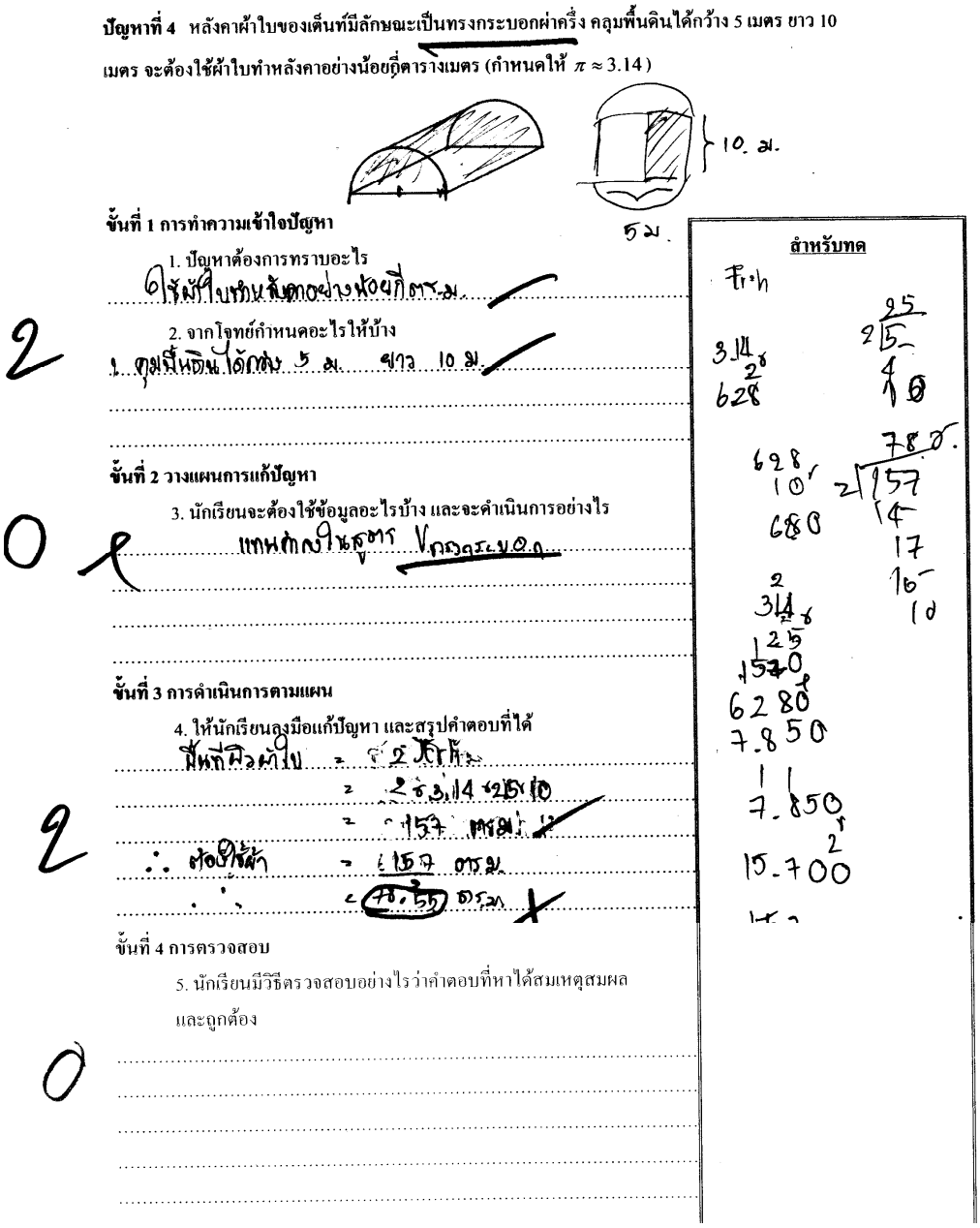
5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผลและถูกต้อง
เนื่องจาก เค้กชิ้นที่ตัดมามีปริมาตร 528 ลบ.ซม
คิดเป็น $\frac{1}{6}$ ของเค้กทั้งหมด
∴ เค้กทั้งหมดมีปริมาตร 528 × 6 = 3168 ลบ.ซม.
เพื่อสอดคล้องกับที่โจทย์ให้มา

สำหรับทด

$\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 12^2$
$= 22 \times 144$
$\frac{22}{7} \times 12^2 \times 7$
$= 3168$
$6 = 3168$
$1 = 528$

ภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มควบคุม (1)

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์บางขั้นตอนของการแก้ปัญหาเท่านั้น ซึ่งในขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนไม่สามารถเขียนเป็นขั้นตอนการคิดออกมาได้ทั้งๆ ที่นักเรียนคนนั้นสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้อนั้นได้



ปัญหาที่ 4 หลังคาผ้าใบของเต็นท์มีลักษณะเป็นทรงกระบอกผ่าครึ่ง คลุมพื้นดินได้กว้าง 5 เมตร ยาว 10 เมตร จะต้องใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อยกี่ตารางเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

10 ม.

5 ม.

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

ใช้ผ้าใบทำหลังคาอย่างน้อยกี่ตร.ม.

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

1. วุมเนินดิน ได้กว้าง 5 ม. ยาว 10 ม.

2

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร

แทนค่าในสูตร V กรวยน.ย.ด.

0

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้

พื้นที่ผิวผ้าใบ = ½ วงกลม

= 2 × 3.14 × 25 × 10

= 157 ตรม.

∴ ต้องใช้ผ้า = 157 ตรม.

= 78.5 ตรม.

2

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผลและถูกต้อง

0

สำหรับทด

Fr.h

3.14 × 2 × 5 = 31.4 × 25 = 785

628 × 10 = 6280

7.850

15.700

ภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มควบคุม (2)

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา และไม่สามารถตรวจคำตอบได้ ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนถึงสาเหตุที่ส่วนใหญ่ทำข้อนี้ไม่ได้ นักเรียนส่วนใหญ่จะตอบว่าไม่แน่ใจว่าจะต้องหาพื้นที่ผิวหรือปริมาตรของทรงกระบอกกันแน่ จึงไม่มั่นใจที่จะตอบ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีพฤฒมา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวน 12 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้องเรียนคือ ห้อง ม.3/1 และห้อง ม.3/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 13.42 และ 13.53 คะแนน ตามลำดับ ต่อจากนั้นนำค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) พบว่า ความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นจึงทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งนักเรียนห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 18.81 และ 17.80 คะแนน ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียน ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

แล้วทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ต่อจากนั้นผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 27.72 และ 27.64 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียน ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทำการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.3/1 จำนวน 43 คน เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 และห้อง ม.3/2 จำนวน 45 คน เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในการวิจัยนี้คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 15 แผน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.94 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.26 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.24 – 0.81

2. เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.87 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.38 – 0.70 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.69

3. เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.84 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.62 – 0.78 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.49

4. เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.93 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.66 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.25 – 0.30

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน แล้วผู้วิจัยทำการสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาในการสอน 15 คาบ เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 4 ข้อ หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยค่าสถิติการทดสอบค่าที (t-test independent) และนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยค่าสถิติการทดสอบค่าที (t-test independent)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประเด็นในการอภิปรายผลดังนี้

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 1 อาจเป็นผลเนื่องมาจากวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีขั้นตอนที่ทำให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองตามลำดับขั้นตอน 4 ขั้น คือ คือ ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Explore) ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความคิด (Extend) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ในขั้นสำรวจและค้นคว้า และขั้นอธิบายและลงข้อสรุป นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง โดยครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ร่วมกันในการสร้างและพัฒนามโนทัศน์ ดำเนินการสำรวจตรวจสอบมโนทัศน์ เช่น สังเกต รวบรวมข้อมูล แล้วสรุปความรู้ด้วยตนเองและอภิปรายผล นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการอธิบายความคิดรวบยอดที่ได้จากการสำรวจและค้นหา โดยมีการตรวจสอบความขัดแย้งระหว่างข้อมูลใหม่กับความเข้าใจที่มีอยู่เดิม แล้วเกิดการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญา จนทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเกิดการรับรู้ความรู้นั้นอย่างมีความหมาย และเก็บเป็นข้อมูลในสมองได้อย่างยาวนาน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Martin และคณะ (1994: 43) ที่สรุปว่า การสนับสนุนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และสร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น

ในขั้นขยายความคิด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้ยืนยันและขยายหรือเพิ่มเติมความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ให้กว้างขวางและลึกซึ้งยิ่งขึ้น และนักเรียนมีโอกาสได้ฝึกทักษะ และปฏิบัติตามที่นักเรียนต้องการในกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจ หรือยังสับสนอยู่ หรือเข้าใจเฉพาะข้อสรุปที่ได้จากการปฏิบัติการสำรวจและค้นหาเท่านั้น โดยครูจะชี้แนะให้นักเรียนได้นำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ กระบวนการ และทักษะเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Slavin (1994: 247) ที่สรุปว่า การถ่ายโยงการเรียนรู้มีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน นักเรียนจะสามารถถ่ายโยงสิ่งที่เรียนในห้องเรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้นั้น นักเรียนต้องใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วขยายหรือถ่ายโยงไปแก้ปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ และสอดคล้องกับแนวคิดของ Bell (1981: 205) ซึ่งกล่าวไว้สรุปได้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาเป็นการสอนที่นักเรียนได้เผชิญกับความขัดแย้งจะส่งผลต่อความคงทนและการถ่ายโยงความรู้มากกว่าการสอนแบบชี้นำ โดยการสอนด้วยการบอกหรืออธิบายจะทำให้นักเรียนได้ความรู้แต่จะไม่ฝังใจ ซึ่งการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาจะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้จึงช่วยให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจชัดเจนในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง (Riedsel and others, 1996: 43)

ประกอบกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้มีการดำเนินการให้นักเรียนได้สะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนในทุกขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งการสะท้อนการรู้คิดมีหลักการสอนที่เน้นการฝึกฝนควบคุมและตรวจสอบกระบวนคิดของตนเองทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนากระบวนการคิดในการสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นลำดับขั้นและเป็นระบบ มีการควบคุมกระบวนการคิด ทำให้การคิดมีประสิทธิภาพ ซึ่งการที่นักเรียนได้แสดงพฤติกรรมสะท้อนการรู้คิดออกมานั้นทำให้ครูสามารถทราบและประเมินผลระหว่างเรียนได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ มีความเข้าใจผิดพลาดตรงไหนบ้าง หรือยังขาดความรู้อะไรเพื่อให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ชัดเจน ซึ่งครูจะได้นำข้อมูลจากการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนนั้นมาช่วยปรับปรุงการเรียนรู้ได้ทันทีทันใดและมีประสิทธิภาพมากขึ้น อีกทั้งการประเมินผลระหว่างเรียนของครูจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน การตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดของนักเรียน และการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน ทำให้ครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน ซึ่งนักเรียนจะได้รับคำแนะนำเชิงสร้างสรรค์เกี่ยวกับวิธีการในการปรับปรุงการเรียนของตนเอง เพื่อนำไปแก้ไขข้อบกพร่องของตนได้ทันท่วงที นอกจากนี้หากครูประเมินแล้วพบว่ามีข้อบกพร่อง เช่น การตรวจสอบมโนทัศน์ใช้เวลานานเกินไป หรือความรู้พื้นฐานของนักเรียนไม่เพียงพอ เป็นต้น ครูก็สามารถนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนที่จะเกิดขึ้น หรือการเรียนการสอนถัดไป ซึ่งจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเห็นได้ว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในการใช้การรู้คิดและสะท้อนการรู้คิดของตนออกมาในการตรวจสอบมโนทัศน์มากขึ้น นักเรียนได้ใช้ความคิดในการสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องตลอดกระบวนการจนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเองได้มากขึ้นเรื่อยๆ และอาจเพราะครูมีการใช้คำถามชี้นำแนวทางให้แก่นักเรียนตลอดเวลา ซึ่งจะช่วยให้กระบวนการคิดหาคำตอบของนักเรียนนั้นง่ายขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Aschbacher และ Alonzo (2004) กล่าวว่า นักเรียนจะได้รับการเรียนรู้อย่างมีความหมาย เมื่อมีส่วนร่วมในการสะท้อนความคิดผ่านการแนะนำอย่างดีในระหว่างกระบวนการเรียนรู้ และอาจเนื่องมาจากการใช้กลวิธีการรู้คิดเป็นการฝึกให้นักเรียนใช้การรู้คิดในการเรียนตลอดเวลาจะทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญ จนกลายเป็นทักษะของแต่ละบุคคล จึงมีผลทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 อาจเป็นผลเนื่องมาจากรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจและค้นคว้า 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 4) ขั้นขยายความคิด ซึ่งสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้สูงขึ้นได้ ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องจากรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีขั้นตอนที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นสร้างความสนใจ เป็นขั้นที่นักเรียนได้เห็นหรือรับรู้ปัญหา ซึ่งเกิดจากการอ่านข้อความหรือสังเกตสถานการณ์ที่เกิดขึ้น เป็นการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้พื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิม นักเรียนได้สะท้อน ไตร่ตรองความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังเรียนรู้ว่า มีความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหานี้หรือไม่ จะต้องใช้ความรู้เดิมอะไร และจะต้องค้นคว้าอะไรเพิ่มเติมเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหานี้บ้าง

ในขั้นสำรวจและค้นคว้า และขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ครูออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันวางแผนด้วยการอภิปราย กำหนดแนวทางในการสำรวจ ตรวจสอบ ค้นหา คาดคะเนคำตอบ กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ และลงมือปฏิบัติการสำรวจ ตรวจสอบค้นหา เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตัวของนักเรียนเอง นักเรียนได้สะท้อน ไตร่ตรองความคิดเกี่ยวกับการตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาว่า จะการสำรวจ ตรวจสอบอย่างไร จะต้องเก็บรวบรวมข้อมูลอะไรที่เกี่ยวข้องบ้าง หรือต้องเก็บรวบรวมข้อมูลมากน้อยขนาดไหน จะเลือกใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา หาข้อสรุปที่ได้อย่างไร มีความรู้และความเข้าใจว่าอะไร และจะตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้อย่างไร ซึ่งนักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่ง Slavin (1994: 224-225) กล่าวโดยสรุปว่า แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการพัฒนาทางสติปัญญาที่นักเรียนมีบทบาทในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยพยายามค้นพบความรู้จากการตรวจสอบข้อมูลที่ขัดแย้งกับความรู้เดิม กระบวนการสร้างความรู้เป็นไปอย่างต่อเนื่องทั้งการดูดซึมและการปรับขยายข้อมูลกลายเป็นความรู้ใหม่ที่มีความซับซ้อนขึ้น ดังนั้นเมื่อนักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง จึงมีส่วนช่วยให้ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้น

ในขั้นขยายความคิด ครูกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมไปแก้ปัญหา ร่วมกันนำความรู้ที่สร้างขึ้นใหม่ไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม เพื่อเพิ่มเติมความรู้ความเข้าใจในองค์ความรู้ที่ได้ให้กว้างขวางและลึกซึ้งยิ่งขึ้น และนำสิ่งที่เชื่อมโยงแล้วไปอธิบายหรือยกตัวอย่างสถานการณ์หรือปรากฏการณ์อื่นๆ หรือนำไปใช้แก้ปัญหา หรือนำไปอธิบายการนำไป

ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนได้สะท้อน ไตร่ตรองความคิดเกี่ยวกับการนำความรู้ที่ได้ไป ประยุกต์ใช้ว่าจะประยุกต์ใช้อย่างไร หรือจะเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปแล้วไปสู่ความรู้หรือมโนทัศน์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องได้อย่างไร ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในความรู้นั้นและมีความชำนาญในการแก้ปัญหามากขึ้น และในขณะที่นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ นั้น นักเรียนอาจเกิดปัญหาใหม่ที่ขัดแย้งกับความรู้ที่นักเรียนสร้างขึ้น นำไปสู่การสำรวจ ตรวจสอบและแก้ปัญหานั้นต่อไป เป็นวัฏจักรการเรียนรู้ที่ไม่มีที่สิ้นสุดสอดคล้องกับแนวคิดของ Eisenkraft (2003: 58) ที่ว่า การขยายความรู้เป็นการให้โอกาสนักเรียนในการประยุกต์ใช้ความรู้ไปแก้ปัญหาสถานการณ์ใหม่ๆ รวมถึงการเกิดคำถามใหม่ แล้วตั้งสมมติฐานเพื่อหาคำตอบ

ประกอบกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ได้มีการดำเนินการให้นักเรียนได้สะท้อนการรู้คิดและประเมินผลระหว่างเรียนในทุกขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอน ซึ่งการสะท้อนการรู้คิดมีหลักการสอนที่เน้นการฝึกฝนควบคุมและตรวจสอบกระบวนคิดของตนเอง ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนากระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นและเป็นระบบ มีการควบคุมกระบวนการคิด ทำให้การคิดมีประสิทธิภาพ ซึ่งการที่นักเรียนได้แสดงพฤติกรรมสะท้อนการรู้คิดออกมานั้นทำให้ครูสามารถทราบและประเมินผลระหว่างเรียนได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ มีความเข้าใจผิดพลาดตรงไหนบ้าง หรือยังขาดความรู้อะไรเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจน การที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สะท้อนการรู้คิดของตนเองออกมาในการวิเคราะห์ข้อมูลและทำความเข้าใจปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยมีการไตร่ตรองอย่างรอบคอบ หลังจากที่ได้ทำความเข้าใจปัญหา ทราบเป้าหมาย ทราบข้อมูลและเงื่อนไขอย่างเพียงพอ แล้วจึงนำมาสู่การเขียนลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ทำให้นักเรียนมีความคิดรอบคอบ รวมทั้งได้มีการย้อนกลับไปแก้ไขหรือพัฒนาให้ดีขึ้น ซึ่งครูจะได้นำข้อมูลจากการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนนั้นมาช่วยปรับปรุงการเรียนรู้ได้ทันทีทันใดและมีประสิทธิภาพมากขึ้น อีกทั้งการประเมินผลระหว่างเรียนของครูจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน การตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดของนักเรียน และการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน ทำให้ครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน ซึ่งนักเรียนจะได้รับคำแนะนำเชิงสร้างสรรค์เกี่ยวกับวิธีการในการปรับปรุงการเรียนของตนเอง เพื่อนำไปแก้ไขข้อบกพร่องของตนได้ทันท่วงที นอกจากนี้หากครูประเมินแล้วพบว่ามีข้อบกพร่อง เช่น แบบฝึกหัดง่ายหรือยากเกินไป นักเรียนจำสูตรไม่ได้ เป็นต้น ครูก็สามารถนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนที่จะเกิดขึ้น หรือการเรียนการสอนถัดไป ซึ่งจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเห็นได้ว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในการใช้การรู้คิดและสะท้อนการรู้คิดของตนออกมาในการแก้ปัญหามากขึ้น ทั้งนี้ครูต้องไม่บอกความรู้ให้กับนักเรียนโดยตรง แต่จะใช้

คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและสะท้อนความคิดของตนเองออกมา ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งหลังการทดลองครูได้สอบถามนักเรียน ซึ่งนักเรียนได้ให้ความเห็นว่า “ผมมีความมั่นใจในการตอบคำถามมากขึ้น เพราะมีครูช่วยชี้แนะแนวทางให้ ต่อมาหลังๆ ผมก็สามารถคิดเองได้เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น โดยที่ครูยังไม่ทันถามเลยด้วยซ้ำ” นักเรียนอีกคนบอกว่า “หนูรู้สึกว่าตัวเองมีความรอบคอบในการสืบค้นและหาคำตอบมาก เพราะว่าต้องคอยคิดและกำกับตัวเองอย่างเป็นขั้นตอนอยู่ตลอดเวลา” ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Brown, Ferrare และ Campione (1983 : 1198) ที่กล่าวไว้ว่า ความสามารถในด้านการรู้คิด จะส่งผลต่อการพัฒนาด้านการคิดทั้งหลายโดยเฉพาะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้การรู้คิด และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Swanson (1990 : 306-314) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับอิทธิพลของความรู้ในการรู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่าความรู้ด้านการรู้คิดเป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหา นั่นคือผู้ที่มีความรู้ด้านการรู้คิดจะสามารถแก้ปัญหาได้ดี

จากเหตุผลดังกล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ใช้เวลาในแต่ละขั้นตอนค่อนข้างมากพอสมควร โดยเฉพาะขั้นสำรวจและค้นคว้า อันเนื่องจากนักเรียนบางคนอาจมีความรู้พื้นฐานในการเรียนไม่เท่ากันจึงมีผลต่อการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนควรกำหนดเวลาและวางแผนกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 นักเรียนอาจไม่มีโอกาสร่วมกิจกรรมทุกคน มีนักเรียนเพียงบางคนเท่านั้นที่มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็น ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคน มีส่วนร่วมและมีบทบาทในการเรียนรู้ เช่น การอภิปราย ซักถาม ควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาของบทเรียน แม้ว่าช่วงแรกการเรียนรู้จะล่าช้า แต่เมื่อนักเรียนเกิดความคุ้นเคยและเข้าใจ นักเรียนจะเรียนรู้ได้เร็วขึ้น และการเรียนรู้นั้นนักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และกลุ่มสาระอื่นๆ ได้

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ควรมีการส่งเสริมบรรยากาศในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

3.1 เริ่มจากการเสนอโจทย์ปัญหาง่ายๆ ก่อนเพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา

3.2 เริ่มจากโจทย์ที่เป็นรูปธรรมและขั้นตอนที่เป็นระบบอาจจะใช้การวาดภาพหรือใช้สัญลักษณ์ในกระบวนการคิดก็ได้ เพื่อจัดกระบวนการคิดให้แก่นักเรียน

3.3 เปิดโอกาสให้นักเรียน แสดงความคิดเห็น อภิปราย แลกเปลี่ยนวิธีการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งในโจทย์แต่ละข้อ อาจจะมีหลากหลายวิธีการหาคำตอบ ส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์และยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่นๆ ที่นอกเหนือจากมโนทัศน์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการคิดระดับสูงด้านการคิดสร้างสรรค์ การคิดประเมินผล การคิดตัดสินใจและการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น

2. ควรศึกษาวิจัยการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ใช้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกิจกรรมที่จัดขึ้นในแผนการจัดการเรียนรู้ในการวิจัยครั้งนี้ จะเน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง หากเป็นนักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า อาจจะต้องปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน นอกจากนี้ครูผู้สอนอาจนำรูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ไปพัฒนาโดยเพิ่มขั้นของการขยายความคิดเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น ขั้นขยายความคิดไปสู่สถานการณ์ใหม่ ขั้นขยายความคิดไปสู่มโนทัศน์อื่นและขั้นขยายความคิดไปสู่ชีวิตประจำวัน เป็นต้น

3. จากการศึกษาวิจัยจะเห็นว่ารูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นรูปแบบที่มีประโยชน์ต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงควรมีการทำวิจัยเพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ และแก้ไขความบกพร่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลทิพย์ ต่อติด. 2544. ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กัญติมา พรหมอักษร. 2545. ผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับแบบการสอนมโนทัศน์ของบูรเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กาญจนา บุญส่ง. 2542. หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ).เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2545-2546, พฤษภาคม-ธันวาคม, มกราคม. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์. 46 (530-532): 54-58.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย.

จรุง ขำพงศ์. 2542. ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชันมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฑารัตน์ เจตน์จำลอง. 2541. การพัฒนาบทเรียนโปรแกรมเพื่อสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. 2542. การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสามัญศึกษาเขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์. 2540. การพัฒนาคุณภาพการคิด. การวัดผลการศึกษา. 18 (54): 1-20.

ณัชชา กมล. 2542. ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดำเนิน ยาท้วม. 2548. ผลการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยวัฏจักรการเรียนรู้ วัฏจักรการเรียนรู้ร่วมกับการสะท้อนอภิปัญญา และวัฏจักรการเรียนรู้ร่วมกับการสะท้อนและความตระหนักรู้อภิปัญญา. ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ทิวัตถ์ มณีโชติ. 2549. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

เทพสุดา เกตุทอง. 2551. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร 119 (ต.ค.–ธ.ค.): 55-60.

นาตยา ปิลันธนานนท์. 2542. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning). กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

นาตยา ภัทรแสงไทย. 2524. การออกแบบการสอน: แผนพัฒนาการสอนและรายวิชา. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

นุตริยา จิตตารมย์. 2548. ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บัลลังก์ มะเจี่ยว. 2548. การศึกษาผลทดลองใช้การวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนและเปรียบเทียบผลการเรียนรู้และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชากรศึกษา. 31 (กุมภาพันธ์ 2523): 6-17.

ปานทอง กุลนารถศิริ. 2543. ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NTCM: Principle and standards for school Mathematics ในปีค.ศ. 2000. วารสารคณิตศาสตร์. 44 (สิงหาคม-ตุลาคม): 4-18.

ประยูร อาษานาม. 2537. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ประกายพรึก.

ปราณี พรภวิษย์กุล. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 12-15. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2534. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท, 2534.

พรทิพย์ ไชยโส. 2544. การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการรู้จักควบคุมตนเองในการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี โดยกระบวนการประเมินผลระหว่างเรียน. รายงานการวิจัยกรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. 2532. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารศึกษาการพิมพ์.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2545. จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: เมธีทิพย์.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พฤกษ์ โปร่งสำโรง. 2549. ผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน 7E ในวิชาฟิสิกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ. 2532. รูปแบบการสอน. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.

พัทธ ทองต้น. 2545. ผลของการเรียนวิทยาศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาวิทยาศาสตร์และต่อการพัฒนาเมตาคอคนิชันของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยลนภา พลชัย. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2551. พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A-L ฉบับราชบัณฑิตสถาน. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

วรรณทิพา รอดแรงค้า. 2530. เอกสารประกอบการสอนวิชา กศ.วท.522. ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วัชรสันต์ อินธิสาร. 2547. ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วารี ถิระจิตร. 2534. การพัฒนาการสอนสังคมศึกษาระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิชาการ, กรม. 2540. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

วิชาการ, กรม. 2550. รายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550[ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://bet.obec.go.th/eqa/images/2009/news/NT50-M3.pdf[2552, สิงหาคม 19].

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วีรยุทธ วิเชียรโชติ. 2538. จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบอารยวิถี ในกระบวนการวิธีสืบสวน - สอบสวน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. 2537. แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร 113 (เม.ย.–มิ.ย.): 49-51.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2551. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. ศูนย์ปฏิบัติการ GPA สำนักทดสอบทางการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2553. ระบบรายงานสารสนเทศและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://gpa.moe.go.th/studentinfo/

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2548. เอกสารประกอบการเผยแพร่ ขยายผลและอบรม รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้. กรุงเทพมหานคร.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2549. สมรรถนะการแก้ปัญหาสำหรับโลกวันพรุ่งนี้. รายงานผลจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA 2006). กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2550. รายงานการประเมินสัมฤทธิผลด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2550. กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2553. คะแนนการสอบ O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553[ออนไลน์]. แหล่งที่มา : http://www.niets.or.th/uploadfiles/uploadfile/9/fb250e8e268abe73c5ceeaac7ffaad53.pdf [2554, มีนาคม 31]

สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย. 2540. ผลของการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอคนิชันและสัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมเดช บุญประจักษ์. 2544. แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. (พฤศจิกายน- ธันวาคม 2544): 33-37.

สมนึก ภัททิยธนี. 2547. เทคนิคการสอนและรูปแบบการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบ วิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมยศ ชิดมงคล. 2545. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมผลการเรียนทางคณิตศาสตร์และความตระหนักรู้ในการรู้คิด ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้ผสานแนวคิดการประมวลสารสนเทศและการรู้คิด. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต, กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. 2547. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา: 14-25.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. 2542. ทฤษฎีสรรคนิยม (Constructivism) เอกสารประกอบการอบรม. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุรัช อินทสังข์. 2545. เล่าสู่กันฟังเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี 30 (120 กันยายน-ตุลาคม): 53-54.

สุรางค์ โค้วตระกูล. 2541. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. 2547. กลยุทย์ การสอนคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: หจก. ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. 2545. วิธีการจัดการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์

สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. 2551. ผลของการจัดจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสริมศรี ลักษณศิริ. 2540. หลักการสอน. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร.

โสภณ บำรุงสงฆ์และคณะ. 2520. เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

อนันต์ โพธิกุล. 2543. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

อัมพร ม้าคนอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ก. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 94-109. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ข. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 110-125. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ค. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา).

อัมพร ม้าคนอง. 2547ง. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา).

อัมพร ม้าคนอง. 2552. รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2540. หลักการสอน. ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

ภาษาอังกฤษ

Abruscato, J. 1996. Teaching children science: A discovery approach. Boston: Allyn and Bacon.

American Association for the Advancement of Science. 1998. Blueprints for reform. New York: Oxford University Press.

Aschbacher, P., & Alonzo, A. C. 2004. Using science notebooks to assess students' conceptual understanding. Paper presented at the American Educational Research Association, San Diego.

Aschbacher, P.R. & Alonzo, A.C. 2004. Using science notebooks to assess conceptual understanding. Assessment for reform-based science teaching and learning, a symposium at the annual meeting of the AERA, San Diego.

Assessment Reform Group. 2002. Assessment for Learning: 10 research-based principles to guide classroom practice, p.2. [Online]. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Formative_assessment#cite_ref-24.

Atkin, J., & Karplus, R. 1962. Discovery of invention?. Science Teacher, 29 (5), 45–47.

Ausubel, D. P. 1968. Educational psychology: a cognitive view. New York: Rinegart and Winston.

Baker, L. and Brown, A.L. 1984. Metacognitive Skill and Reading. Handbook of Reading Research. Edited by P.P. Pearson et.al. P.21–44. New York: Longman.

Barman, C.R. and Kotar, M. 1989. "The Learning Cycle" Science and Children. 26 (7): 30-32; April.

Baroody, A. J. 1993. Problem solving reasoning and communicating K-8 helping children think mathematically. New York: Macmillan.

Bell, B. & Cowie, B. 1999. A model of formative assessment in science education, Assessment in Education. 6 (1), 101-116.

Bell, F.H. 1978. Teaching and Learning Mathematics in Secondary School. Dubuque, lowa: Wm. C. Brown Company Publisher.

Bell, T. H. 1981. "Redefining the federal role in education," Action in Teacher Education. 9 (11): 124; Fall.

Beyer, B. K. 1987. Practice Strategies for Teaching of Thinking. Boston: Allyn and Bacon.

Beyer, B. K. 1997. Improving Student Thinking : a Comprehensive Approach. Boston: Allyn and Bacon.

Black, P., & Wiliam, D. 1998. Assessment and classroom learning. Assessment in Education. 5 (1), 7–74.

Blank, L.M. 2000. A Metacognitive Learning Cycle: A Better Warranty for Student Understanding?, Science Education. 84 (4): 486-516.

Bohlin, S.L. 2000. Effectivenes of Insrtuction in Rubric Use in Improving Fourth-Grade Student' Science Open-Response Outcome. Dissertation Abstracts Internation. 61/11: 209A.

Boston, C. 2002. The Concept of Formative Assessment. Practical Assessment, Research & Evaluation. 8 (9). Retrieved July 14, 2008 [Online]. Available from: http://PAREonline.net/getvn.asp?v=8&n=9

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. 2000. How people learn: Brain, mind, experience, and school (expanded edition). Washington, DC: National Academies Press.

Brown, Branford, R. A. Ferrare and T. C. Campione. 1983. Handbook of child psychology: Cognitive development. New York : Wiley.

Brown, C., J. Hedberg and B. Harper. 1994. Metacognition as a Basis for Learning Support Software. Performance Improvement Quarterly. 7 (2): 3-26; January.

Brown, N., Wilson, K., and Fitzallen, N. 2007. Using an Inquiry Approach to Develop Mathematical Thinking. International Educational Research Conference, 25-29 November 2007, Fremantle, Western Australia[Online]. Available from: http://www.aare.edu.au/07pap/bro07188.pdf[2009, July 7].

Carin, A.A. 1993. Teaching Science Through Discovery. 7th ed. New York: Merrill.

Charles, J. 1987. Guiding Each Child's Learning of Mathematics. Ohio: Bell and Howell.

Charlesworth, R. 2005. Experiences in Math for Young Children. 5th. United States: Thomson Delmar Learning.

Cooney, T.J. , Davis, E. J. , and Henderson, K. B. 1975. Dynamics of teaching Secondary school mathematics. Boston: Houghton Mifflin Company.

Costa, A., & Kallick, B. 2000. Discovering and exploring habits of mind. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Cross, D.R. and Paris, S.G.. 1988. Development and Instructional Analysis of Children's Metacognition and Reading Comprehension, Journal of Educational Psychology. 80: 131-142.

Cruikshank, Douglas E. and Sheffeld Linda Jensen. 1992. Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics. New York: Macmillan Publishing Company.

De Cecco, J. P. 1968. The psychology of learning and instruction: educational psychology. Englewook: Pentice – Hall.

Derry, S. J. and D. A. Merphy. 1986. "Designing Systems that Train Learning Ability: From theory to Practice," Review of Educational Research. 56 (1): 1-39;January.

Dong, L., Marshall, J. C. and Wang, J. 2009. A Web-based Collaboration Environment for K-12 Math and Science Teachers, 39th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference.

Dossey, J. 2005. Developing students' literacy levels through interdisciplinary applications of mathematical problem solving [Slides]. Bangkok.

Eisenkraft, A. 2003. Expanding the 5E model: A proposed 7E model emphasizes ''transfer of learning'' and the importance of eliciting prior understanding. The Science Teacher. 70 (6), 56–59.

Ertmer, P.A. and T.J. Newby. 1996. The Expert Learner : Strategic Self-regulated , and Reflective. Instructional Science. 24: 1-24.

Feldman, R. S. 1990. Understanding Psychology. 5th ed. New York: McGraw-Hill.

Fiero, A.P. 1994. The Role of the Metacognitive Skills of awareness and Regulation in Enhancing Scientific Problem-Solving in Middle School Students. Dissertation Abstracts International. 54/12: 4401A.

Flavell, J. H. 1976. Metacognition Aspects of Problem Solving. The Nature of Intelligence. New York: Erlbaum.

Flavell, J. H. 1979. Metacognition and Cognitive Monitoring. American Psychologist 34 No. 10: 906-911.

Flavell, J. H. 1985. Cognitive Development. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall.

Fogarty, R. 1994. The Mindful School : How to teach for Metacognitive Reflection. United States of America. IRI/Skylight Training and Publishing.

Frayer,Dorothy A.,Fredrick,Wayne C. and Klausmeier,Herbert J. A. 1969. Schema for Testing the Level of Concept Mastery. Working Paper No. 16 (Madison ,Wiscosin Research and Development Center for Cognitive Learning, April).

Frechtling, J. and others. 1997. User-Friendly Handbook for Mixed Method Evaluations[Online]. Available from: http://www.nsf.gov/pubs/1997/nsf97153/start.htm.

Gallacher, C. D. 1970. The effects of selected personality variables on concept formation with programed instructional tasks. Brigham Young University. Dissertation Abstracts International. 31 (7): 3335-A.

Georghiader, P. 2000. Beyound Conceptual Change Learning in Science Education: Focusing on Transfer, Durability and Metacognition, Educational Research. 42 (2) : 119-139.

Gialamas, S., Keller, S., Cherif, A., and Hansen, A. 2000. Using Guided Inquiry in Teaching Mathermatical Concepts. In Illinois Mathematics Teacher[Online]. Available from: http://abourcherif.com/pdf/Guided%20Inquiry%20In%20Teaching%20Mathematical%20Concepts%20.pdf[2009, July 24]

Gibson, J.T. 1980. Psychology for the Classroom. New Jersey: Prentice-Hall.

Gick, M.L. 1986. Problem Solving strategies. Educational Psychologist. 21:99-120.

Good, C.V. 1973. Dictionary of Education. New York: McGraw-Hill book Company.

Goodwin, W. L. and Klausmeier, H. J. 1975.Facilitating student learning: An introduction to educational psychology. New York: Harrer & Row.

Guilford, J.P. 1971. The Nature of Human Intelligence. New York: McGraw-Hill.

Gurenon, V.E. 1989. The Effects of Teaching Heuristics within the Context solving Performance of eight-general Mathematics Students. Dissertation Abstracts International. 50: 2768A.

Hartmen, H.J. 1998. Metacognition in Teaching and Leaning: An Introduction, Instructional Science. 1- 3, 1998.

Heddens, W. and Speer, R. 1997. Problem solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics. Today's Mathematics Part 2: Activities and instructional ideas. Ninth Edition.

Hestenes, D., Wells, M., & Swackhamer, G. 1992. Force concept inventory. The Physics Teacher. 30,141–158.

Hoehn, L. P. 1973. An experimental study of teaching a mathematical concept via positive and negative instances. University of Tennessee. Dissertation Abstracts International. 34 (8): 4870-A.

Hogan, K. 1999. Thinking Alourd Together: A Test of an Intervewtion to Foster Student Collaborative Scientific Reasoning, Journal of Research in Science Teaching. 36 (10): 1085-1109; Febuary, 1999.

Jacobson, R. 1998. Teachers Improving Learning Using Metacognition with Self- monitoring Learning, Education. 118 (4): 579; January.

Karplus, R. 1977. Science teaching and the development of reasoning. Journal of Research in Science Teaching. 14, 169–175.

Keeley, P., Eberle, F., & Farrin, L. 2005. Uncovering student ideas in science: 25 formative assessment probes. Arlington, VA: NSTA Press.

Klausmeier, H. J. and Ripple, R. E. 1971. Learning and human abilities. New York: Harper International Edition.

Krulik, S.,and Reys, R.E. 1980. Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics 1980 Year Book. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Krulik, S. and Rudnick, J.A. 1993. Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon.

Kuhlthau, C.C., Maniotes, L.K., and Caspari, A.K. 2007. Guided Inquiry: Learning in the 21st Century. Westport, Connecticut: Libraries Unlimited.

Kutz, R.E. 1991. Teaching elementary mathematics. Simon & Schuster, Inc.

Lasley, T. J. and Matczynski, T.J. 1997. Instruction model : Strategies for Teaching in a Diverse Society. Belmont, CA : Wadworth.

Lasley, T.J., Matczynski, T.J. and Rowley, J.B. 2002. Strategies for Teaching in a Diverse Society: Instructional Models. 2nd ed. Belmont, California: Wadsworth.

Lawson, A.E. 1995. Science teaching and development of thinking. California: Wadsworth.

Leblanc, J.F. 1977. You can tech problem solving. Arithmetic Teacher. 25 (November):17-20.

LeBlanc, J. F., Proudfit, L., and Putt I. J. 1980. Teaching problem solving in the elementary school. In S. Krulik and R. E. Reys (eds), Problem solving in school mathematics, pp. 104-116. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lin Hsiao, J,W. 1998. The Impact of Facilitation on Middle School Students' Self-Regulated Learning and Their Academic Achievement in A Computer-Supported Collaborative Learning Environment. Dissertation Abstracts International. 59/06: 1890A.

Lin, X.D. and Lehman, J. 1999. Supporting Learning of Variable Control in a Computer-Based Biology Environment: Effects of Promting College Students to Reflect on Their Own Thinking. Journal of research in Science Teaching. 36 (7): 1-22.

Llewellyn, D. 2002. Inquiry within: Implementing inquiry-based science standards. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Lovell, K. 1996. Educational psychology and children. Great Britain for University of Lonon Press.

Lyman, F. T. 1981. The responsive classroom discussion: The inclusion of all students. In A. S.Anderson (Ed.), Mainstreaming digest, pp. 109–113. College Park: University of Maryland Press.

Marshall, J. C., Horton, B., & Smart, J. 2009. 4E x 2 Instructional Model: Uniting three learning constructs to improve praxis in science and mathematics classrooms. Journal of Science Teacher Education. 20 (6), 501-516[Online]. Available from: http://www.springerlink.com/content/4113306348m52331/.

Martin, R.E. Jr, Sexton, C., Wagner, K. and Gerlovich, J. 1994. Teaching science for all children. Massachusett: Allyn and Bacon.

Marzano, R. J. 2003. What works in schools: Translating research into action. Alexandria, VA: ASCD.

Marzano, R. J. 2006. Classroom assessment and grading that work. Alexandria, VA: ASCD.

McDonald, F.J. 1959. Education psychology. San Francisco: Wadworth Publishing.

McGuire, S.Y. 2003. Emphasizing Two Underutilized Dimensions of Learning: Metacognition and Motivation[Online]. Available from: http://www.cas.lsu.edu/ October.

Miami Museum of Science. 2001. The pH factor[Online]. Available from: http://www.miamisci.org/ph [2007, January 18]

National Council of Teachers of Mathematics. 1989. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 1998. Technology conference: NCTM Standards 2000. Arlington, VA.

National Research Council. 1996. National science education standards. Washington, DC: National Academies Press.

National Research Council. 2000. Inquiry and the national science education standards: A guide for teaching and learning. Washington, DC: National Academies Press.

Orlich, D. C., and others. 2001. Teaching Strategies : A Guide to better Struction. 6 th ed. Boston : Houghton Mifflin.

Parker, M.J. 1999 The Efflects of a Shared, Internet Science Learning Environment on the Academic Behaviors of Problem-Solving and Metacognitive Reflection. Dissertation Abstracts International. 59/11 : 4046A.

Piaget, J. 1965. Judgment and Reasoning the Child. London: Poutledge & Kagen Paul.

Piaget, J., and Inhelder, B. 1969. The Psychology of the Child. New York: Basic Book.

Polya, G. 1957. How to solve it: a new aspect of mathematical method. New Jersey: Princeton University Press.

Polya, G. 1980. On Solving Mathematics; 1980 Year book. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.

Quality Assurance Agency for Higher Education (QAA), 2006, Code of practice for the assurance of academic quality and standards in higher education, Section 6: Assessment of students, Second Edition September 2006. [Online]. Available from: http://www.qaa.ac.uk/academicinfrastructure/codeOfPractice/section6/ COP_AOS.pdf, accessed 2 February 2011.

Rahikainen, R.L. 2002. Learning Through Cognitive and Collaborative Problem-Solving Process in Technological Product Development, Dissertation Abstracts International. 63/03: 355C.

Reap, Malanie Ann. 2000. Master and Novice Secondary Science Teachers' Understandings and Use of the Learning Cycle, Dissertation Abstracts International. 61 (2): 484-A; August.

Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., Smith, N. L., and Suydam, M. N. 2004. Helping children learn mathematics. 7 rd ed. New York: John Wielya Sons.

Russell, D. H. 1956. Children's thinking. Boston: Ginn and Company.

Schoenfeld, Alan H. Metacognition and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. in E.A. Silver (ed.), Teaching and Learning Mathematical Problem Solving : Research Perspectives, pp. 366-374. New Jersey: Erlbaum and Associates, 1985.

Scott, N.C. 1997. Inquiry Strategy, Cognitive Style, and Mathematics Achievement. Journal for Research in Mathematics Education, 3 (March): 132-143.

Scottish Qualifications Authority (SQA). 2009, Guide to Assessment, November 2009 edition, Glasgow, Scottish Qualifications Authority.[Online]. Available from: http://www.sqa.org.uk/sqa/files_ccc/GuideToAssessment.pdf, accessed 3 February 2011.

Sheffield, L. J., and Cruikshank, D. E. 2000. Teaching and learning elementary and middle school mathematics. 4rd ed. New York: John Wielya Sons.

Shield, S. M. 1993. To what degree does the methodology used to develop a mathematical concept predict student's mathematical success. Texas A&M University. Dissertation Abstracts International. 54 (7): 2449-A.

Slavin, R.E. 1994. Educational psychology theory and practice. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Staples, M. 2007. Supporting Whole-class Collaborative Inquiry In a Secondary Mathematics Classroom. Cognition and Instruction, 25 (May): 161-217.

Stiggins, R. 2005. From formative assessment to assessment FOR learning: A path to success in standards-based schools. Phi Delta Kappan, 87 (4), 324–328.

Suchman, R. J. 1962. The Elementary School Training Program in Scientific Inqury. Illinois: University of Illinois Press.

Sund, R. B., and Trowbrige, L. W. 1973. Teaching Science by Inquiry in the Secondary School. 2nd ed. Ohio: Charles E. Merrill Publishing, Co.

Swanson, H. L. 1990. Influence of Metacognitive Knowledge and Aptitude on Problem Solving. Journal of Education Psychology. 82. No. 2., 306-314.

Talor, Shawn. 1998. Better Learning Through Better Thinking: Developing Students' Metacognitive Abilities. Journal of College Reading and Learning. 30 (1): 84 ; July.

The National Center for Fair and Open Testing. 1999. The Value of Formative Assessment. Fair Test Examiner. Retrieved October 29, 2001[Online]. Available from: http://www.fairtest.org/examarts/winter99/k-forma3.html.

Tien, L.T. 1999. Fostering Expert Inquiry Skills Beliefs about Chemistry Through the more Labolatory Experience. Dissertation Abstracts International. 58/09: 2915A.

Tisher, R. P., and others. 1972. Fundamental Issues in Science Education. Sydney: John Wiley & Sons.

Tobias, S., & Everson, H. 2000. Assessing metacognitive knowledge monitoring. In G. Schraw (Ed.), Issues in the measurement of metacognition. Lincoln, NE: Buros Institute, The University of Nebraska.

Tomlinson, C. A. 2003. Fulfilling the promise of the differentiated classroom: Strategies and tools for responsive teaching. Alexandria, VA: ASCD.

Torrance, E. P. 1962. Guiding Creative Talent. New Jersey : Prentice-Hall.

Toumasis, C. 1995. Concept worksheet: An important tool for learning. The Mathematics Teacher 88 (2): 98 -100.

Troutman, A. P., and Lichtenberg, B. K. 1995. Mathematics a good begining. Brooks Cole.

Van Zee, E. H., Iwasyk, M., Kurose, A., Simpson, D., & Wild, J. 2001. Student and teacher questioning during conversations about science. Journal of Research in Science Teaching, 38 (2), 159–190.

Vygotsky, L. S. 1978. Mind in Society. The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Weiss, I. R., Banilower, E. R., McMahon, K. C., & Smith, P. S. 2001. Report of the 2000 national survey of science and mathematics education [Electronic Version] [Online]. Available from: http://2000survey.horizon-research.com/reports/status.php.

Wiggins, G., & McTighe, J. 1998. Understanding by design. Alexandria, VA: ASCD.

Wilson, J. W. 1971. Evaluation of learning in secondary school mathematics: Hand book on formative and summative evaluation of student learning. New York: McGraw-Hill Book Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- ตัวอย่างหนังสือขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อความ ความเหมาะสมของสำนวนภา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ได้แก่

1. รศ. ดร.อังสนา จั่นแดง	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
2. ผศ. ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร	อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์วิมล พรมจันทร์	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีพฤฒมา

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ได้แก่

1. อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์	อาจารย์ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย	อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์วิมล พรมจันทร์	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีพฤฒมา

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 2312

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54-2313

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ รองศาสตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.อังสนา จั่นแดง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 2314

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54-2315

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตพันธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54-2316

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีพฤฒา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์วิมล พรมจันทร์ ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วิมล พรมจันทร์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2317

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวิทยา 2

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือคือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 2318

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

12 พฤษภาคม 2554

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีพฤฒา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 **พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่อง ลักษณะและสมบัติของปริซึม**

ผู้สอน นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา จำนวน 1 **คาบ**

สาระที่ 3 **เรขาคณิต**

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตัวชี้วัด

ค 3.1 ม3/1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

สาระสำคัญ

ปริซึม หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การเรียกชื่อปริซึมชนิดต่าง ๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกส่วนประกอบของปริซึมได้ถูกต้อง
2. บอกลักษณะและสมบัติต่างๆ ของปริซึมได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
2. สื่อสารผ่านการพูดและเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

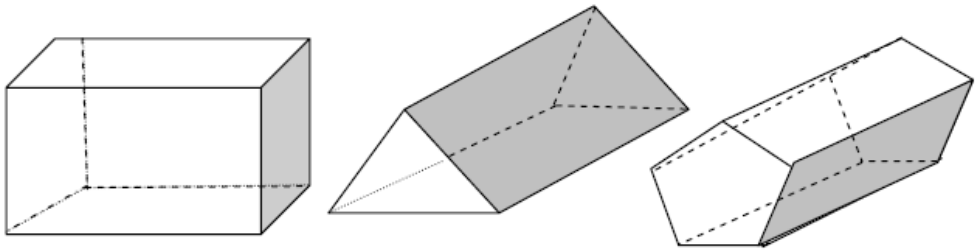
1. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
3. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น
4. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ

สาระการเรียนรู้

ลักษณะและสมบัติของปริซึม

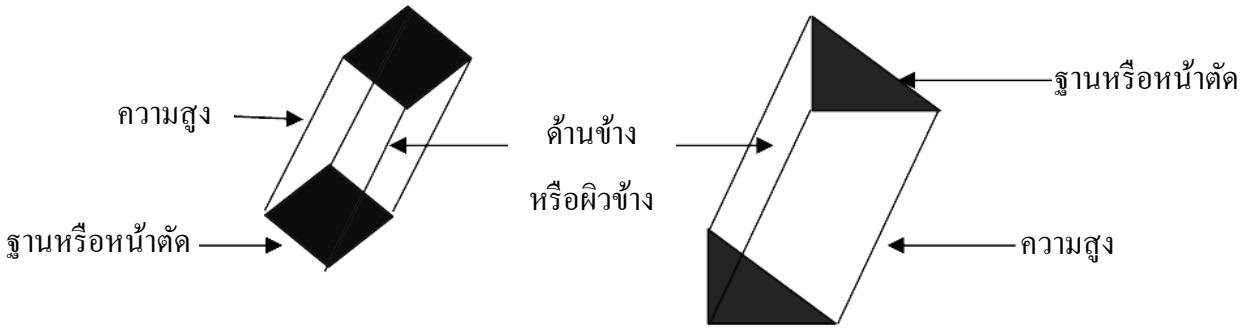
ปริซึม หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การเรียกชื่อปริซึมชนิดต่าง ๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นต้น



ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปริซึมสามเหลี่ยม ปริซึมหน้าตัดห้าเหลี่ยม

ส่วนประกอบต่าง ๆ ของปริซึม



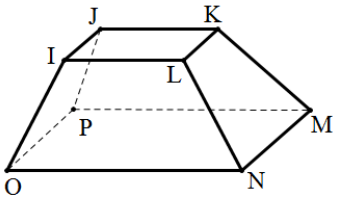
ปริซึมสี่เหลี่ยม ปริซึมสามเหลี่ยม

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นสร้างความสนใจ 1. ครูและนักเรียนทบทวนรูปทรงเรขาคณิตสามมิติต่างๆ โดยให้นักเรียนดูจากสื่อ รูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ 2. ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียน สะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับความรู้เดิมและมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้ - นักเรียนเคยเห็นรูปเหล่านี้มาก่อนหรือไม่ ให้นักเรียนบอกรูปที่นักเรียนรู้จักมา - นักเรียนคิดว่าลักษณะของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติต่างจากเรขาคณิตสองมิติอย่างไร (รูปเรขาคณิตสองมิติมีความกว้างความยาว ส่วนรูปเรขาคณิตสามมิติมีความกว้าง ความยาว และความสูง) 3. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิมและมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องว่าถูกต้องหรือไม่จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอและการตอบคำถามในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นสำรวจและค้นคว้า** 4. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คนโดยคละเพศและคละความสามารถทางการเรียนในระดับเก่ง ปานกลางและอ่อนคละกัน 5. ครูนำปริซึมที่มีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปหลายเหลี่ยมต่างๆ มาแสดงให้นักเรียนดูทีละกล่อง จากนั้นให้นักเรียนอาสาสมัครออกมาหมุนกล่องปริซึม ให้เพื่อนๆ ดูทีละด้านจนครบทุกๆ ด้าน รวมทั้งหน้าตัดหัวท้าย พร้อมทั้งให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาชื่อของส่วนประกอบนั้นๆ	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนรูปทรงเรขาคณิตสามมิติต่าง ๆ โดยให้นักเรียนดูจากสื่อ รูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับความแตกต่างของรูปทรงเรขาคณิตสองมิติและเรขาคณิตสามมิติต่างๆ **ขั้นสอน** 2. ครูนำปริซึมที่มีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปหลายเหลี่ยมต่างๆ มาแสดงให้นักเรียนดู แล้วสุ่มแจกให้นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนอาสาสมัครออกมาอธิบายลักษณะกล่องปริซึมตามที่ตนเองเข้าใจให้เพื่อนๆ ฟัง โดยครูอาจใช้การถามตอบช่วยเสริมให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้นก็ได้ 3. ครูแนะนำนักเรียนว่า การเรียกชื่อปริซึมเรียกตามลักษณะของฐาน เช่น ถ้าปริซึมมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียก ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าปริซึมมีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียก ปริซึมสามเหลี่ยม เป็นต้น 4. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คนโดยคละเพศและคละความสามารถทางการเรียนในระดับเก่ง ปานกลางและอ่อนคละกัน 5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 1 และข้อ 2 จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาสังเกต ลักษณะและสมบัติของปริซึม พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนโต้ตอบ โดยใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการเก็บรวบรวมข้อมูลของนักเรียน ดังนี้ - นักเรียนสำรวจ ตรวจสอบ ข้อมูลจากอะไรบ้าง ได้ว่าอย่างไร - นักเรียนมีวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างไร - นักเรียนคิดว่าอะไรเป็นปัจจัยที่ทำให้ปริซึมแต่ละแบบมีการเรียกชื่อที่แตกต่างกัน (การเรียกชื่อปริซึม เรียกตามลักษณะของฐาน เช่น ถ้าปริซึมมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียก ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าปริซึมมีฐานเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียก ปริซึมสามเหลี่ยม เป็นต้น) 7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายภายในกลุ่ม และตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 1, 2 และข้อ 3 8. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมินผลระหว่างเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหา วิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูล และการให้เหตุผลของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ จากการสังเกต การสะท้อนการรู้คิด การนำเสนอและการอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป** 9. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอคำตอบในใบกิจกรรมที่ 1 หน้าชั้นเรียน โดยเพื่อนและสมาชิกกลุ่มอื่นๆ ร่วมกันอภิปรายและซักถามข้อสงสัย	6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3 7. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบที่ได้ในกิจกรรมที่1 ข้อ 3 หน้าชั้นเรียน โดยเพื่อนและสมาชิกกลุ่มอื่น ๆ ร่วมกันอภิปรายและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่เพื่อนได้นำเสนอ **ขั้นสรุป** 8. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปกิจกรรมเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตสามมิติของปริซึม (ปริซึมเป็นรูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวหน้าบนและล่าง เรียกว่า ฐาน ซึ่งอาจเป็นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมหรือรูปหลายเหลี่ยมก็ได้ที่เท่ากัน ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกันมีด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกชื่อปริซึมตามรูปของฐาน) 9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
10. ครูให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับวิธีการ และคำตอบที่ได้หน้าชั้นเรียน 11. ครูใช้คำถามชี้นำแนวทาง และกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดเกี่ยวกับความรู้หรือคำตอบที่ได้ ดังนี้ - นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนค้นพบอย่างไร และอะไรบ้างที่นักเรียนค้นพบ (พยายามให้นักเรียนอธิบายให้ได้มากที่สุด) - ลักษณะและสมบัติปริซึมแต่ละแบบมีความเหมือนกันอย่างไร (ทุกแบบมีความเหมือนที่ด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกด้าน หน้าตัดหัวท้ายอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ) - ลักษณะและสมบัติปริซึมแต่ละแบบมีความแตกต่างกันอย่างไร (ความแตกต่างคือหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปหลายเหลี่ยมต่างๆ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม และจำนวนผิวข้างขึ้นอยู่กับรูปเหลี่ยมของฐานปริซึม เป็นต้น) 12. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปกิจกรรม แล้วสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ “ปริซึม” (ปริซึมเป็นทรงสามมิติที่มีผิวหน้าบนและล่างเรียกว่า ฐาน ซึ่งอาจเป็นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมหรือรูปหลายเหลี่ยมก็ได้ที่เท่ากัน และฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกันมีด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกชื่อปริซึมตามรูปของฐาน)	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
13. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมครูจะประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการสื่อสารถ่ายทอด การให้เหตุผลประกอบว่าถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ โดยครูสังเกตการอภิปราย การสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนแต่ละกลุ่มและจากการร่วมทำกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นขยายความคิด** 14. ครูติดรูปเรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่งบนกระดานแล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาว่ารูปเรขาคณิตสามมิติดังกล่าวเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติของปริซึมหรือไม่  15. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาสังเกต รูปที่กำหนดให้ดังกล่าว พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนโต้ตอบ โดยใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องดังนี้ - นักเรียนคิดว่ารูปดังกล่าวเป็นรูปปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้ารูปดังกล่าวไม่เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติของปริซึมให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าจะต้องเปลี่ยนแปลงส่วนใด และอย่างไรเพื่อให้เป็นรูปปริซึม 14. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมครูจะประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้ และการเชื่อมโยงความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง โดยครูสังเกตจากการอภิปราย	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
การสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนแต่ละกลุ่ม และจากการร่วมทำกิจกรรมของนักเรียน 15. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นการบ้าน	

สื่อการเรียนรู้

1. กล่องรูปปริซึมต่าง ๆ
2. ใบกิจกรรมที่ 1
3. แบบฝึกหัดที่ 1

บันทึกหลังการสอน

กลุ่มทดลอง

การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน	
การวัดผล	**การประเมินผล**
ขั้นสร้างความสนใจ 1. สังเกตจากการถามตอบและการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนให้สนใจในการเรียน ร่วมกิจกรรม และมีการตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดอยู่ในเกณฑ์ดี
ขั้นสำรวจและค้นคว้า 2. สังเกตจากการถามตอบ การสำรวจและการเก็บรวบรวมข้อมูลของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น ตอบคำถามสะท้อนการรู้คิด และร่วมกันอภิปรายอยู่ในเกณฑ์ดี แต่มีส่วนน้อย (3-4 คน) ที่เวลาครูเดินไปดูจะไม่กล้าพูดอภิปรายร่วมกับเพื่อนๆ ให้ครูได้ยิน ซึ่งครูถามถึงเหตุผล นักเรียนได้ให้คำตอบว่าไม่กล้าตอบเพราะกลัวตอบผิด ครูจึงให้ข้อเสนอแนะกับนักเรียนว่าการตอบผิดไม่เป็นไร ไม่ต้องอาย ครูและเพื่อนคนอื่นๆ จะได้รู้ว่าผิดตรงไหนจะได้ช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้องต่อไป

การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน	
การวัดผล	**การประเมินผล**
ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 3. สังเกตจากการอภิปราย การตีความและการให้เหตุผลของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการอธิบายหน้าชั้นเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี แต่มีนักเรียน 2 – 3 คนไม่กล้าอธิบายและยังไม่สามารถสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ และนักเรียนที่ออกมาอธิบายส่วนใหญ่มักเป็นหัวหน้ากลุ่ม ซึ่งครูแนะนำให้นักเรียนมีการผลัดการออกมาอธิบายบ้าง
ขั้นขยายความคิด 4. สังเกตจากการเชื่อมโยงความรู้และการนำเสนอของนักเรียน	นักเรียนช่วยกันตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดอยู่ในเกณฑ์ดี มีการรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนต่างกลุ่ม
การวัดและประเมินผลสรุป	
การวัดผล	**การประเมินผล**
ตรวจความถูกต้องในการทำใบกิจกรรม	มีบางกลุ่มที่ส่งใบกิจกรรมล่าช้า ซึ่งจากการสอบถามพบว่านักเรียนร่วมกันทำทีละข้อ และบางกลุ่มที่ส่งเร็ว ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนพบว่านักเรียนแบ่งกันทำ แล้วค่อยมาอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มทีหลังว่าแต่ละข้อมีแนวคิดอย่างไร ซึ่งส่วนใหญ่ทำถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี แต่มีบ้างที่อธิบายมโนทัศน์ไม่ครอบคลุม

กลุ่มควบคุม

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	นักเรียนตอบคำถามอยู่ในระดับดี
2. ความถูกต้องในการทำใบกิจกรรม	นักเรียนทำใบกิจกรรมถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี
3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน	นักเรียนอภิปรายได้อยู่ในเกณฑ์ดี
4. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมอยู่ในเกณฑ์ดี

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

นักเรียนสรุปมโนทัศน์ด้วยตัวเองได้ค่อนข้างน้อย แต่เมื่อครูให้การถามตอบประกอบการอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนก็สามารถสรุปมโนทัศน์ได้มากขึ้น

ปัญหา/อุปสรรค

มีนักเรียนประมาณ 8-10 คนที่เข้าห้องเรียนสาย ทำให้เรียนไม่ค่อยทันเพื่อน โดยนักเรียนให้เหตุผลว่าต้องย้ายห้องเรียนซึ่งอยู่คนละตึก และต้องแวะเข้าห้องน้ำก่อนจึงทำให้เข้าห้องสาย

แนวทางแก้ไข

ตักเตือนนักเรียนให้เตรียมตัวมาให้เร็วขึ้นในคาบถัดไป และหากนักเรียนไม่เข้าใจตรงไหนให้มาสอบถามได้ที่ห้องพักครู

ลงชื่อ.....

(นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา)

ผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 1 ปริซึม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

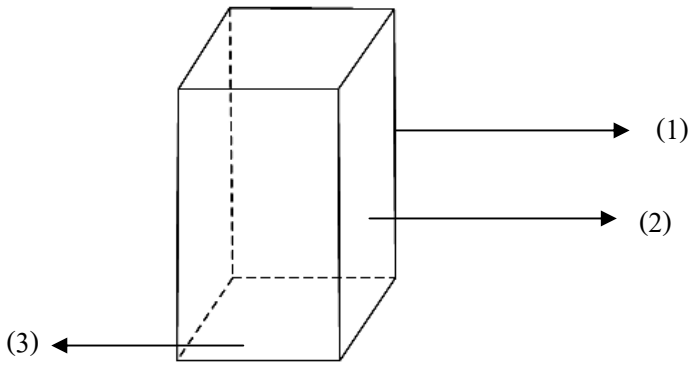
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

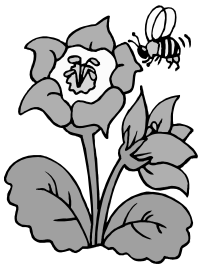
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

1. ให้นักเรียนเขียนชื่อส่วนประกอบของปริซึมที่กำหนดให้ต่อไปนี้





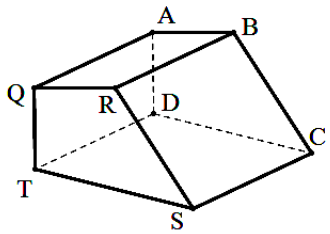
หมายเลข (1) เรียกว่า.....

หมายเลข (2) เรียกว่า.....

หมายเลข (3) เรียกว่า.....

2. ให้นักเรียนบอกลักษณะของรูปทรงสามมิติต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1)



1.1) เป็นรูปทรง.....

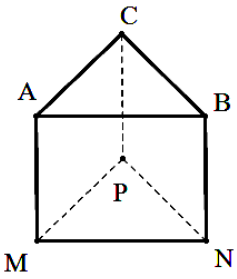
1.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

1.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

ได้แก่.....

2)



2.1) เป็นรูปทรง.....

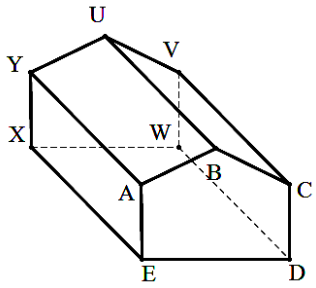
2.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

2.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

ได้แก่.....

3)



3.1) เป็นรูปทรง.....

3.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

3.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

ได้แก่.....

3. ให้นักเรียนเขียนสรุปความหมายของปริซึมและเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนเข้าใจทั้งหมดเกี่ยวกับปริซึม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

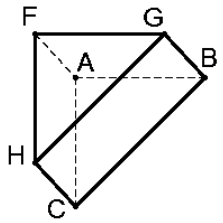
.....

แบบฝึกหัดที่ 1 ปริซึม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ให้นักเรียนบอกลักษณะของรูปทรงสามมิติต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1)



1.1) เป็นรูปทรง.....

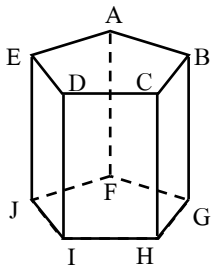
1.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

1.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

ได้แก่.....

2)



2.1) เป็นรูปทรง.....

2.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

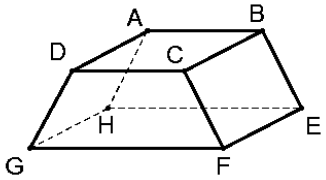
2.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

ได้แก่.....

2.4) รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่

.....

3)



3.1) เป็นรูปทรง.....

3.2) มีฐานเป็นรูป.....

ได้แก่.....

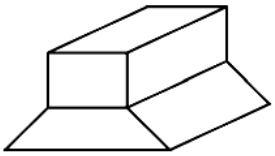
3.3) มีด้านข้างเป็นรูป ..... จำนวน .....ด้าน

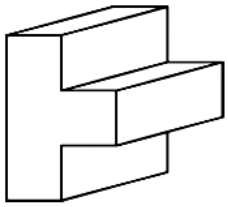
ได้แก่.....

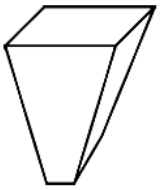
3.4) รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่

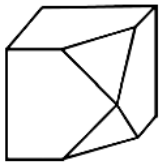
.....

2. จงพิจารณาว่ารูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปของปริซึมหรือไม่

2.1 

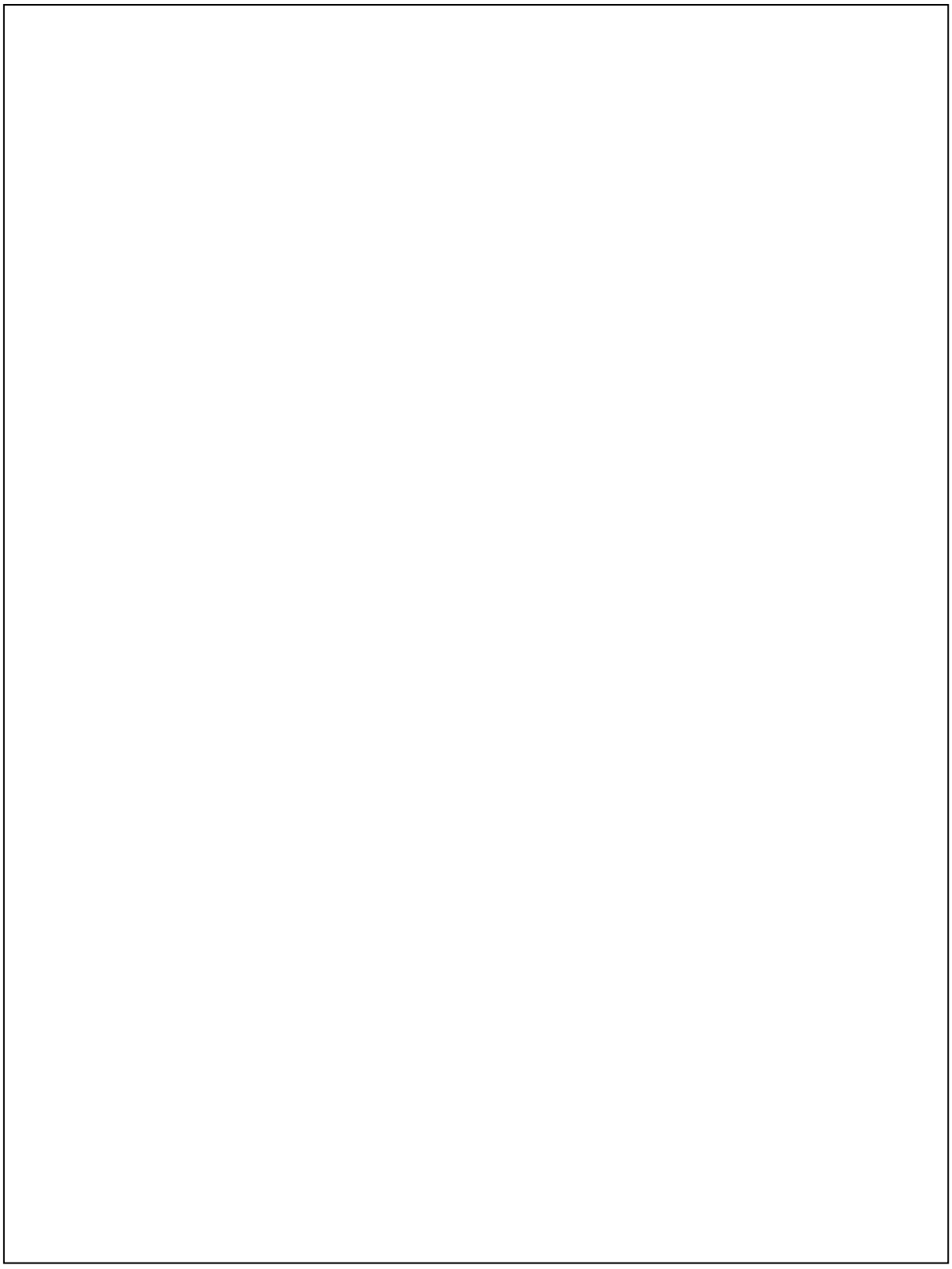
2.2 

2.3 

2.4 

---

3. ให้นักเรียนวาดรูปปริซึม ที่ฐานมีความกว้าง 3 เซนติเมตร ความยาว 4 เซนติเมตร และมีความสูง 5 เซนติเมตร 1 รูป พร้อมระบุส่วนต่าง ๆ ของปริซึม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่อง ปริมาตรของกรวย
ผู้สอน นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา จำนวน 1 คาบ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม3/1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่างๆ

ค 3.1 ม3/1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

ค 6.1 ม3/1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม3/2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม3/3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม3/4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

ค 6.1 ม3/5. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ค 6.1 ม3/6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระสำคัญ

การวัดความจุ จะหมายถึงการหาปริมาตรของวัตถุใดๆ “ลูกบาศก์” เป็นหน่วยของการหาปริมาตร

ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × ความสูง

หรือ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

เมื่อ r แทน รัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาปริมาตรของกรวยได้ถูกต้อง
2. เชื่อมโยงหลักการหาปริมาตรของกรวยและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียน

1. มีทักษะในการด้านการแก้ปัญหา
2. มีทักษะในการใช้เหตุผล
3. มีทักษะด้านการสื่อสารและนำเสนอ
4. มีทักษะการเชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นและใฝ่รู้ใฝ่เรียน เห็นคุณค่าในเนื้อหาที่เรียน
2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนและยอมรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น
3. กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นและนำเสนอหน้าชั้นเรียนได้
4. มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ปฏิบัติงานและทำแบบฝึกหัดด้วยความซื่อสัตย์

สาระการเรียนรู้

1. การวัดความจุ จะหมายถึงการหาปริมาตรของวัตถุใดๆ “ลูกบาศก์” เป็นหน่วยของการหาปริมาตร
2. การหาปริมาตรของกรวย หาได้จากสูตรดังต่อไปนี้

ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × ความสูง

หรือ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

เมื่อ r แทน รัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

3. การใช้ความรู้ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ โดยยึดกระบวนการตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1985 : 6-8) มี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 วางแผน (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ (Looking Back)

ตัวอย่างที่ 1 กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต จงหาปริมาตรของกรวยนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า ปริมาตรของกรวยเท่ากับเท่าใด

จากโจทย์กำหนดให้

- กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ

- ความสูงของกรวย รัศมีของกรวย

สูตรที่ใช้ในการคำนวณคือ

- ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

ดำเนินการโดย

- หาความยาวรัศมีของฐานกรวย
- แทนค่าข้อมูลในโจทย์ลงในสูตรหาปริมาตรของกรวย
- แก้สมการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

กรวยมีความสูง 2 ฟุต

มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต หรือมีรัศมี 1 ฟุต

จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

แทนค่าในสูตร จะได้

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 2 \\ &\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2 \\ &\approx 2.09 \text{ ลูกบาศก์ฟุต} \end{aligned}$$

นั่นคือ ปริมาตรของกรวยประมาณ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้อง เนื่องจากปริมาตรของกรวยประมาณ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้กรวยมีความสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุตนั่นคือ 2.09

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร จะมีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า ความจุของถ้วยไอศกรีมทรงกรวยเท่ากับเท่าใด

จากโจทย์กำหนดให้

- ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ

- ความสูงของกรวย รัศมีของกรวย

สูตรที่ใช้ในการคำนวณคือ

- ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

ดำเนินการโดย

- หาความยาวรัศมีของฐานกรวย
- แทนค่าข้อมูลในโจทย์ลงในสูตรหาปริมาตรของกรวย
- แก้สมการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร

เส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร นั่นคือมีรัศมีเท่ากับ $\frac{5}{2}$ หรือ 2.5 เซนติเมตร

จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

แทนค่าในสูตร จะได้

ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi \times 2.5^2 \times 10$

$\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$

$\approx$ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร

นั่นคือ ความจุของถ้วยไอศกรีมประมาณ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้อง เนื่องจากความจุของถ้วยไอศกรีมประมาณ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตรนั่นคือ $6,541.7 = \frac{1}{3}\times 3.14\times 2.5\times 2.5\times 10$

ตัวอย่างที่ 3 กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงของกรวยอันนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า ส่วนสูงของกรวยเท่ากับเท่าใด

จากโจทย์กำหนดให้

- กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ

- ปริมาตรของกรวย และรัศมีของกรวย

สูตรที่ใช้ในการคำนวณคือ

- ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

ดำเนินการโดย

- หาความยาวรัศมีของฐานกรวย
- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
- เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการ
- แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ปริมาตรของกรวยเท่ากับ 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร

มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร นั่นคือมีรัศมีเท่ากับ $\frac{14}{2}$ หรือ 7 เซนติเมตร

ให้กรวยมีความสูง h เซนติเมตร

จะได้สมการ

$$924 = \frac{1}{3}\times\pi\times 7^2\times h$$

$$h = \frac{924}{\frac{1}{3}\times\pi\times 7^2}$$

$$\approx \frac{924}{\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 7^2}$$

$$\approx 6.3 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือกรวยมีความสูงประมาณ 6.3 เซนติเมตร

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้อง เนื่องจากถ้ากรวยมีความสูง 6.3 เซนติเมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตรจะได้ว่า ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\times\pi\times 7^2\times 6.3 \approx 924$ ลูกบาศก์เซนติเมตร ซึ่งสอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นสร้างความสนใจ 1. ครูให้นักเรียนทบทวนเกี่ยวกับปริมาตรของกรวย ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนโต้ตอบ โดยใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับความรู้เดิม ดังนี้ - สูตรในการหาปริมาตรของกรวยมีว่าอย่างไร (ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ฐาน × ความสูง หรือ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย) - ส่วนใดของกรวยบ้าง ที่ใช้ในการหาปริมาตร (รัศมีของฐานและความสูงกรวย) 2. ครูใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนจนสรุปได้ว่า ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหา เราจะพยายามทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ให้หากับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร 3. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมิน ผลเกี่ยวกับความรู้เดิม โดยครูประเมินได้จากการสังเกตการตอบคำถามของนักเรียน **ขั้นสำรวจและค้นคว้า** 1 4. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คนโดยคละเพศและคละความสามารถทางการเรียนในระดับเก่ง ปานกลางและอ่อนคละกัน 5. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 1 จากใบกิจกรรมที่ 11 ข้อ 1 “กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต จงหาปริมาตร	**ขั้นนำ** 1. ครูและนักเรียนทบทวนเกี่ยวกับปริมาตรของกรวยซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว 2. ครูใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนจนสรุปได้ว่า ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหา เราจะพยายามทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ให้หากับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร **ขั้นสอน** 3. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 1 จากใบกิจกรรมที่ 11 “กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต จงหาปริมาตรของกรวยนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)” บนกระดานพร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสิ่งแรกที่นักเรียนจะต้องทำคือ อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจ เสียก่อนว่าโจทย์ต้องการอะไร และกำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง 4. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านโจทย์ปัญหาที่ติดไว้บนกระดานพร้อมกัน แล้วครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการอะไร และกำหนดอะไรมาให้บ้าง (ต้องการทราบว่าปริมาตรของกรวยเท่ากับเท่าใดโดยกำหนดให้กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต)

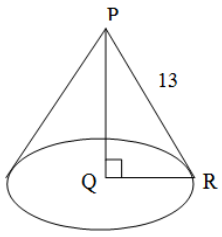
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ของกรวยนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)" 6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาโจทย์ ทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลหรือปัญหา ดังนี้ - โจทย์ต้องการอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง - นักเรียนวางแผนในการหาคำตอบอย่างไร - นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอในการหาคำตอบหรือไม่ และจะต้องใช้สูตรหรือข้อมูลอะไรเพิ่มบ้างในการแก้ปัญหานี้ 7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลองดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ที่คิดกัน 8. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมิน ผลเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนว่าถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอหรือไม่ โดยครูประเมินได้จากการสังเกตการตอบคำถามและการร่วมมือกันแก้ปัญหาของนักเรียน **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 1** 9. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอผลงานของตัวเองหน้าชั้นเรียนโดยการสุ่ม โดยเพื่อนๆ ร่วมกันอภิปรายและซักถามข้อสงสัย โดยครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการตีความเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ การยืนยันความถูกต้องของคำตอบ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มีของคำตอบ ดังนี้ - นักเรียนดำเนินการหาคำตอบดังกล่าวอย่างไร (กรวยมีความสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต หรือมีรัศมี 1 ฟุต จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$	5. ครูอธิบายต่อไปว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาเข้าใจแล้ว ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เราจะต้องทำต่อไปคือ วางแผนในการแก้ปัญหา 6. ครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการหาปริมาตรของพีระมิด ดังนั้นนักเรียนมีสูตรในการหาปริมาตรของพีระมิดดังกล่าวอย่างไร และจะดำเนินการอย่างไร (ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย ดำเนินการโดย หาความยาวรัศมีของฐาน และแทนค่าข้อมูลในโจทย์ลงในสูตรหาหาปริมาตรของกรวย จากนั้นแก้สมการหาคำตอบ) 7. ครูอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ในขั้นตอนต่อไปของการแก้โจทย์ปัญหาก็คือ การดำเนินการตามแผนที่เราวางไว้ 8. ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่คิดกันไว้ จะได้ว่ากรวยมีความสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต หรือมีรัศมี 1 ฟุต จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ แทนค่าในสูตร จะได้ ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 2$ $\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2$ $\approx$ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต จากนั้นครูให้นักเรียนสรุปคำตอบว่าปริมาตรของกรวยเท่ากับ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต 9. ครูให้นักเรียนช่วยกันตรวจคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่ ดังนี้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
แทนค่าในสูตร จะได้ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 2$ $\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2$ $\approx$ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต) - นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่และตรวจสอบได้อย่างไร (คำตอบที่ได้ถูกต้องเนื่องจากปริมาตรของกรวยประมาณ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้กรวยมีความสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุตนั่นคือ $2.09 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2$) - มีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่ (ครูให้นักเรียนกลุ่มที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างจากเพื่อนมานำเสนอให้เพื่อนฟังโดยครูและเพื่อนๆร่วมแสดงความคิดเห็นด้วย) - นักเรียนคิดว่าวิธีใดเหมาะสมที่สุด และมีประสิทธิภาพในการนำไปใช้มากที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผลว่าวิธีที่ไม่เหมาะสมนั้นไม่เหมาะสมอย่างไร และร่วมกันตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11 ข้อที่ 1 10. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมครูจะประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแปลความ การสื่อสาร การให้เหตุผลโดยครูสังเกตการอภิปรายการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนแต่ละคู่และจากการร่วมทำกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นสำรวจและค้นคว้า 2** 11. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 2 จากใบกิจกรรมที่ 11 ข้อ 2 “ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร จะมีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร	คำตอบที่ได้ถูกต้อง เนื่องจากปริมาตรของกรวยประมาณ 2.09 ลูกบาศก์ฟุต สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้กรวยมีความสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุตนั่นคือ $2.09 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 1 \times 1 \times 2$ แล้วตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11 ข้อที่ 1 10. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 2 จากใบกิจกรรมที่ 11 ข้อ 2 “ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร จะมีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)” พร้อมทั้งถามนักเรียนว่า ขั้นตอนที่เราต้องทำในการที่จะแก้โจทย์ปัญหา ต้องทำอย่างไรบ้าง โดยดูจากตัวอย่างที่ 1 (ทำความเข้าใจปัญหา วางแผน จากนั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตอนสุดท้ายคือตรวจคำตอบ) 11. ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการตามแผน จะได้ว่าถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร นั่นคือมีรัศมีเท่ากับ $\frac{5}{2}$ หรือ 2.5 เซนติเมตร จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ แทนค่าในสูตร จะได้ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi \times 2.5^2 \times 10$ $\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$ $\approx$ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
(กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)" 12. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาโจทย์ ทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลหรือปัญหาของตนเอง ดังนี้ - โจทย์ต้องการอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง - นักเรียนวางแผนในการหาคำตอบอย่างไร - นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอในการหาคำตอบหรือไม่ และจะต้องใช้สูตรหรือข้อมูลอะไรเพิ่มบ้างในการแก้ปัญหานี้ 13. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลองดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ที่คิดกัน 14. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมขั้นนี้ ครูจะประเมิน ผลเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนว่าถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอหรือไม่ โดยครูประเมินได้จากการสังเกตการตอบคำถามและการร่วมมือกันแก้ปัญหาของนักเรียน **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป** 2 15. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอผลงานของตัวเองหน้าชั้นเรียนโดยการสุ่ม โดยเพื่อนๆ ร่วมกันอภิปรายและซักถามข้อสงสัย โดยครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการตีความเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ การยืนยันความถูกต้องของคำตอบ การให้เหตุผลเกี่ยวกับวิธีการที่มีของคำตอบ ดังนี้ - นักเรียนดำเนินการหาคำตอบดังกล่าวอย่างไร (ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร นั่นคือมีรัศมีเท่ากับ $\frac{5}{2}$ หรือ 2.5 เซนติเมตร	จากนั้นครูให้นักเรียนสรุปคำตอบว่าความจุของถ้วยไอศกรีมประมาณ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร 12. ครูให้นักเรียนช่วยกันตรวจคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่ ดังนี้ คำตอบที่ได้ถูกต้อง เนื่องจากความจุของถ้วยไอศกรีมประมาณ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของ ฐาน 5 เซนติเมตรนั่นคือ 6,541.7 = $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$ 13. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 3 “กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงของกรวยอันนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)” แล้วให้นักเรียนลองฝึกทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามที่ได้ทำมาแล้วในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 แล้วตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11 ข้อที่ 3 จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ **ขั้นสรุป** 14. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนเรื่องปริมาตรของกรวยได้ว่า ปริมาตรของทรงกรวย ได้แก่ ความจุของกรวย หาได้จากปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
จากสูตรปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ แทนค่าในสูตร จะได้ ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi \times 2.5^2 \times 10$ $\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$ $\approx$ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร) - นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่และตรวจสอบได้อย่างไร (คำตอบที่ได้ถูกต้องเนื่องจากความจุของถ้วยไอศกรีมประมาณ 6,541.7 ลูกบาศก์เซนติเมตร สอดคล้องกับโจทย์ที่กำหนดให้ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานเท่ากับ 5 เซนติเมตรนั่นคือ 6,541.7 = $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$) - มีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่ (ครูให้นักเรียนกลุ่มที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างจากเพื่อนมานำเสนอให้เพื่อนฟังโดยครูและเพื่อนๆร่วมแสดงความคิดเห็นด้วย) - นักเรียนคิดว่าวิธีใดเหมาะสมที่สุด และมีประสิทธิภาพในการนำไปใช้มากที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผลว่าวิธีที่ไม่เหมาะสมนั้นไม่เหมาะสมอย่างไร และร่วมกันตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11 ข้อที่ 2 16. ครูติดแถบประโยคโจทย์ตัวอย่างที่ 3 “กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงของกรวยอันนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)” แล้วให้นักเรียนลองฝึกทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามที่ได้ทำมาแล้วในตัวอย่างที่ 1 และ ตัวอย่างที่ 2 แล้วตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11 ข้อที่ 3 จากนั้น	15. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เรื่องปริมาตรของกรวยเป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ 17. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนเรื่องปริมาตรของกรวยได้ว่า ปริมาตรของทรงกรวย ได้แก่ ความจุของกรวย หาได้จาก ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐาน และ h แทนความสูงของกรวย 18. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมครูจะประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแปลความ การสื่อสาร การให้เหตุผลประกอบ โดยครูสังเกตการอภิปรายการสะท้อนการรู้คิดของนักเรียนแต่ละคู่ และจากการร่วมทำกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียน **ขั้นขยายความคิด** 19. ครูติดแถบประโยคโจทย์ “กรวยอันหนึ่งมีเส้นรอบวงของฐานยาว 24π นิ้ว และสูงเอียง 13 นิ้ว จงหาปริมาตรของกรวยนี้ (กำหนด $\pi \approx 3.14$)” 20. ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดวิเคราะห์โจทย์ แล้วครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ เชื่อมโยงกับความรู้อื่นๆ ดังนี้ - โจทย์ต้องการอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง - นักเรียนวางแผนในการหาคำตอบอย่างไร - นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอในการหาคำตอบหรือไม่ และจะต้องใช้สูตรหรือข้อมูลอะไรเพิ่มบ้างในการแก้ปัญหานี้ - นักเรียนจะหาคำตอบของสถานการณ์ ต้องอาศัยความรู้เรื่องใด (ทฤษฎีบทปีทาโกรัส ความยาวเส้นรอบวง เลขยกกำลัง รากที่สอง)	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
21. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเสนอผลงานของตัวเองหน้าชั้นเรียนโดยการสุ่ม โดยเพื่อนๆ ร่วมกันอภิปรายและซักถามข้อสงสัย ครูใช้คำถามชี้นำแนวทางให้นักเรียนสะท้อนการรู้คิดของตนเองเกี่ยวกับการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ เชื่อมโยงกับความรู้อื่นๆ ดังนี้ - นักเรียนดำเนินการหาคำตอบดังกล่าวอย่างไร (จากสูตร ความเส้นรอบวง = $2\pi r$ เมื่อ r แทนรัศมีของวกลม $24\pi = 2\pi r$ $r = \frac{24\pi}{2\pi}$ $r = 12$ ดังนั้น รัศมีของฐานเท่ากับ 12 นิ้ว) จากทฤษฎีบทปีทาโกรัส $PR^2 = PQ^2 + QR^2$  $PQ^2 = PR^2 - QR^2$ $PQ^2 = 13^2 - 12^2$ $PQ^2 = 169 - 144$ $PQ^2 = 25$ $PQ = 5$ นิ้ว ดังนั้น ความสูงของกรวยเท่ากับ 5 นิ้ว ปริมาตรของกรวย $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 12 \times 12 \times 5$ ลูกบาศก์นิ้ว $\approx$ 753.6 ลูกบาศก์นิ้ว) 22. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมครูจะประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการสื่อสาร การเชื่อมโยงความรู้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลประกอบว่าถูกต้อง	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เหมาะสมหรือไม่ โดยครูสังเกตจากการอภิปราย การสะท้อนการรู้คิด และจากการร่วมทำกิจกรรมของนักเรียน 23. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด เป็นการบ้าน	

สื่อการเรียนรู้

1. วัสดุที่มีลักษณะเป็นเรขาคณิตสามมิติแบบต่างๆ
2. ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่องปริมาตรของกรวย
3. แบบฝึกหัด เรื่อง ปริมาตรของกรวย

บันทึกหลังการสอน

กลุ่มทดลอง

การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน	
การวัดผล	**การประเมินผล**
ขั้นสร้างความสนใจ 1. สังเกตจากการถามตอบและการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนสนใจในการเรียน มีการตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดอยู่ในเกณฑ์ดี
ขั้นสำรวจและค้นคว้า 2. สังเกตจากการถามตอบ การสำรวจและการเก็บรวบรวมข้อมูลของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนสนใจ มีการตอบคำถามสะท้อนการรู้คิดอยู่ในเกณฑ์ดี และมีความกระตือรือร้นสังเกตได้จากเมื่อครูแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนแล้วนักเรียนตั้งใจอ่านและทำความเข้าใจทันที
ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป 3. สังเกตจากการอภิปราย การตีความและการให้เหตุผลของนักเรียนในชั้นเรียน	นักเรียนอธิบาย ตอบคำถามสะท้อนการรู้คิด มีการตีความและให้เหตุผลอยู่ในเกณฑ์ดี
ขั้นขยายความคิด 4. สังเกตจากการเชื่อมโยงความรู้และการนำเสนอของนักเรียน	นักเรียนเชื่อมโยงความรู้และนำเสนออยู่ในเกณฑ์ดี ร่วมกันทำกิจกรรมอย่างจริงจังสังเกตได้จากนักเรียนช่วยกันคิด มีการเลือกแนวคิดที่ดีและถูกต้องที่สุด และนักเรียนมีความกล้าแสดงออก
การวัดและประเมินผลสรุป	
การวัดผล	**การประเมินผล**
ตรวจความถูกต้องในการทำใบกิจกรรม	นักเรียนทำใบกิจกรรมถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี

กลุ่มควบคุม

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	นักเรียนตอบคำถามอยู่ในระดับดี
2. ความถูกต้องในการทำใบกิจกรรม	นักเรียนทำใบกิจกรรมถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี
3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน	นักเรียนอภิปรายได้อยู่ในเกณฑ์ดี
4. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมอยู่ในเกณฑ์ดี

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

นักเรียนสนใจในการเรียน มีการซักถามข้อสงสัยจากเพื่อนๆ เมื่อไม่ได้คำตอบจึงถามครูอย่างละเอียด และมีนักเรียนบางกลุ่มอ่านทบทวนความรู้มาก่อนล่วงหน้า

ปัญหา/อุปสรรค

-

แนวทางแก้ไข

-

ลงชื่อ.....

(นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา)

ผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 11

ปริมาตรของกรวย

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำหาคำตอบต่อไปนี้

1. กรวยอันหนึ่งสูง 2 ฟุต มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 2 ฟุต จงหาปริมาตรของกรวยนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า……

จากโจทย์กำหนดให้ ……

……

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ……

……

ดำเนินการโดย ……

……

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

……

……

……

……

2. ถ้วยไอศกรีมทรงกรวยสูง 10 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน 5 เซนติเมตร จะมีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า……

จากโจทย์กำหนดให้ ……

……

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ……

……

ดำเนินการโดย ……

……

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

……

……

……

……

……

……

3. กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 924 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงของกรวยอันนี้ (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า……

จากโจทย์กำหนดให้ ……

……...

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ……

……

ดำเนินการโดย ……

……

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

……

……

……

……

……

แบบฝึกหัด

เรื่อง ปริมาตรของกรวย

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำหาคำตอบต่อไปนี้

1. ทรงกระบอกและกรวยกลมมีปริมาตรและพื้นที่ฐานเท่ากัน ถ้ากรวยสูง 24 นิ้ว จงหาส่วนสูงของทรงกระบอก

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 **ทำความเข้าใจปัญหา**

โจทย์ต้องการทราบว่า……

จากโจทย์กำหนดให้ ……

……...

ขั้นที่ 2 **วางแผน**

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ……

……

ดำเนินการโดย ……

……

ขั้นที่ 3 **ดำเนินการตามแผน**

……

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 **ตรวจสอบ**

……

……

……

……

……

2. ที่เก็บน้ำรูปกรวยมีเส้นรอบฐานยาว 18.84 เมตร สูง 4 เมตร มีน้ำอยู่ 2/3 ของถัง จงหาปริมาตรของน้ำในถัง (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า……

จากโจทย์กำหนดให้ ……

……..

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ ……

……

ดำเนินการโดย ……

……

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

……

……

……

……

……

3. กระบอกน้ำทรงกระบอกมีรัศมีที่ฐาน 2.8 เซนติเมตร มีน้ำสูง 4 เซนติเมตร ถ้านำน้ำนี้เทลงในกรวยกลมซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 เซนติเมตรได้เต็มพอดี จงหาความสูงของกรวย (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการทราบว่า.....

จากโจทย์กำหนดให้ .....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

ข้อมูลที่ต้องใช้คือ .....

.....

ดำเนินการโดย .....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
- ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

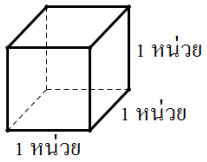
ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนตาม	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
1.การวัด	**มโนทัศน์ที่** 1 การวัดความยาว - การบอกค่าประมาณของปริมาณของสิ่งต่างๆ โดยไม่ได้วัดจริง เรียกว่า การคาดคะเน **หน่วยวัดความยาวในระบบเมตริก** 10 มิลลิเมตร = 1 เซนติเมตร 100 เซนติเมตร = 1 เมตร 1,000 เมตร = 1 กิโลเมตร **หน่วยวัดความยาวในระบบอังกฤษ** 12 นิ้ว = 1 ฟุต 3 ฟุต = 1 หลา 1,760 หลา = 1 ไมล์ **หน่วยวัดความยาวในมาตราไทย** 12 นิ้ว = 1 คืบ 2 คืบ = 1 ศอก 4 ศอก = 1 วา 20 วา = 1 เส้น 400 เส้น = 1 โยชน์ กำหนดการเทียบ 1 วา = 2 เมตร **หน่วยวัดความยาวในระบบอังกฤษเทียบกับเมตริก** 1 นิ้ว = 2.54 เซนติเมตร 1 หลา = 0.9144 เมตร 1 ไมล์ = 1.6093 กิโลเมตร	2	2 (1, 2)	2 (1, 2)	1 (1)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนหน่วยกิต	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
1.การวัด (ต่อ)	**นาโนเทคโนโลยี** นาโน เป็นคำนำหน้าหน่วยการวัดต่างๆ นำหน้าหน่วยใดแล้วจะมีหน่วยเป็น 1 ในพันล้านของหน่วยนั้น หรือ 10^{-9} นาโนเทคโนโลยี หมายถึง เทคโนโลยีที่มีการประยุกต์และเกี่ยวข้องกับกระบวนการสร้าง การสังเคราะห์วัสดุและอุปกรณ์ รวมถึงการออกแบบหรือการใช้เครื่องมือสร้างวัสดุที่อยู่ในระดับที่เล็กมาก ความยาว 1 นาโนเมตร เท่ากับความยาว 1 ในพันล้านเมตร หรือ 10^{-9} เมตร วัสดุที่มีขนาดเล็กกว่า 100 นาโนเมตร เรียกว่าวัสดุนาโน				
	มโนทัศน์ที่ 2 การวัดพื้นที่ **หน่วยวัดพื้นที่ในระบบเมตริก** 1 ตารางเซนติเมตร = 100 ตารางมิลลิเมตร 1 ตารางเมตร = 10,000 ตารางเซนติเมตร 1 ตารางกิโลเมตร = 1,000,000 ตารางเมตร **หน่วยวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษ** 1 ตารางฟุต = 144 ตารางนิ้ว 1 ตารางหลา = 9 ตารางฟุต 1 เอเคอร์ = 4,840 ตารางหลา 1 ตารางไมล์ = 640 เอเคอร์ หรือ 1 ตารางไมล์ = 1,760 ตารางหลา	4	3 (3, 4, 5)	3 (3, 4, 5)	2 (3, 5)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนตาม	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
1.การวัด (ต่อ)	**หน่วยวัดพื้นที่ในมาตราไทย** 100 ตารางวา = 1 งาน 4 งาน = 1 ไร่ หรือ 400 ตารางวา = 1 ไร่ **หน่วยวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก** 1 ตารางวา = 4 ตารางเมตร 1 งาน = 400 ตารางเมตร 1 ไร่ = 1,600 ตารางเมตร 1 ตารางกิโลเมตร = 625 ไร่ **หน่วยวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)** 1 ตารางนิ้ว = 6.4516 ตารางเซนติเมตร 1 ตารางฟุต = 0.0929 ตารางเมตร 1 ตารางหลา = 0.8361 ตารางเมตร 1 เอเคอร์ = 4060.856 ตารางเมตร 1 ตารางไมล์ = 2.5899 ตารางกิโลเมตร				
	มโนทัศน์ที่ 3 การวัดปริมาตรและน้ำหนัก การวัดปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก  1 ลูกบาศก์หน่วย หมายถึง ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็น 1 หน่วย เท่ากัน	2	2 (6, 7)	2 (6, 7)	1 (7)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ความคลาดเคลื่อน	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้จริง	ใช้จริง
1.การวัด (ต่อ)	**หน่วยวัดปริมาตรในระบบเมตริก** 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร = 1,000 ลูกบาศก์มิลลิเมตร 1 ลูกบาศก์เมตร = 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร = 1 มิลลิลิตร 1 ลิตร = 1,000 มิลลิลิตร หรือ 1 ลิตร = 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร 1,000 ลิตร = 1 ลูกบาศก์เมตร **หน่วยวัดปริมาตรในระบบอังกฤษ** 3 ช้อนชา = 1 ช้อนโต๊ะ 16 ช้อนโต๊ะ = 1 ถ้วยตวง 1 ถ้วยตวง = 8 ออนซ์ **หน่วยวัดปริมาตรในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)** 1 ช้อนชา = 5 ลูกบาศก์เซนติเมตร 1 ถ้วยตวง = 240 ลูกบาศก์เซนติเมตร **หน่วยวัดน้ำหนักในระบบเมตริก** 1 กรัม = 1,000 มิลลิกรัม 1 กิโลกรัม = 1,000 กรัม 1 เมตริกตัน (ตัน) = 1,000 กิโลกรัม **หน่วยวัดน้ำหนักในระบบเมตริกเทียบกับระบบอังกฤษ (โดยประมาณ)** 1 กิโลกรัม = 2.2046 ปอนด์ 1 ปอนด์ = 0.4536 กิโลกรัม				

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
	หน่วยการตวงระบบประเพณีไทย เทียบกับระบบเมตริก ข้าวสาร 1 ถัง มีน้ำหนัก 15 กิโลกรัม ข้าวสาร 1 กระสอบ มีน้ำหนัก 100 กิโลกรัม				
	มโนทัศน์ที่ 4 การวัดเวลา - 1 ปีทางสุริยคติเป็นเวลาที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ครบ 1 รอบ - ระบบปฏิทินจูเลียน กำหนดว่า 1 ปี มี 365.25 วัน ระบบปฏิทินเกรกอเรียน กำหนดว่า 1 ปี มี 365.2425 วัน โดยมีเงื่อนไขว่าในปีปกตินั้น 1 ปี มี 365 วัน แต่ในปีอธิกสุรทินซึ่งเป็นปีที่เดือนกุมภาพันธ์มี 29 วันนั้น 1 ปี มี 366 วัน การกำหนดปีอธิกสุรทินเป็นไปตามหลักการดังนี้ - ถ้าปี ค.ศ.ใดหารด้วย 4 ลงตัวแต่หารด้วย 100 ไม่ลงตัว ปี ค.ศ.นั้นจะเป็นปีอธิกสุรทิน - ถ้าปี ค.ศ.ใดหารด้วย 4 ลงตัวและหารด้วย 400 ลงตัว ปี ค.ศ.นั้นจะเป็นปีอธิกสุรทิน - ถ้าปี ค.ศ.ใดหารด้วย 4 ไม่ลงตัว ปี ค.ศ.นั้นจะไม่เป็นปีอธิกสุรทิน - ถ้าปี ค.ศ.ใดหารด้วย 4 ลงตัวและหารด้วย 100 ลงตัว แต่หารด้วย 400 ไม่ลงตัว ปี ค.ศ.นั้นจะไม่เป็นปีอธิกสุรทิน	1	1 (8)	1 (8)	1 (8)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			แบบทดสอบใช้	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
2.พื้นฐานทางเรขาคณิต	**มโนทัศน์ที่** 5 จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม **เส้นตรง** - เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัดและไม่มีความกว้าง เส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ สมบัติที่สำคัญของจุดและเส้นตรง มีดังนี้ 1. มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ 2. ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วจะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น **ส่วนของเส้นตรง** - ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overline{AB}$ รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว รังสี AB เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{AB}$ **มุม** - มุม คือรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีทั้งสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม เรียกจุดปลายของรังสีที่เป็นจุดเดียวกันว่า จุดยอดมุม - มุม คือ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่มีจุดปลายจุดหนึ่งร่วมกัน	4	4 (9, 10, 11, 12)	4 (9, 10, 11, 12)	3 (9, 11, 12)

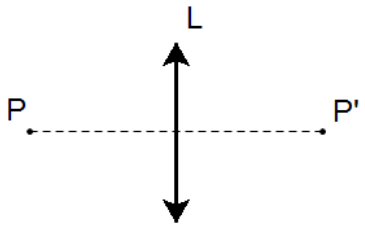
ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนตาราง	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
	มุมและขนาดของมุม - มุมแหลม หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 0 องศา และ 90 องศา - มุมฉาก หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา - มุมป้าน หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 90 องศา และ 180 องศา - มุมตรง หมายถึง มุมที่มีขนาด 180 องศา - มุมกลับ หมายถึง มุมที่มีขนาดของมุมอยู่ระหว่าง 180 องศา และ 360 องศา				
3. ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	**มโนทัศน์ที่** 6 ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ 6.1 รูปเรขาคณิตสามมิติหรือทรงสามมิติ คือ ทรงที่มองเห็นทั้งสามด้าน มีความกว้าง ความยาว และความสูง เช่น ทรงกระบอก กรวย พีระมิด ทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น 6.2 ถ้าคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้ภาพที่แสดงลักษณะพื้นที่ผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งประกอบด้วยรูปเขาคณิตสองมิติ และรูปที่ได้จากการคลี่จะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น	8	7 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)	7 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)	5 (13, 15, 16, 17, 19)

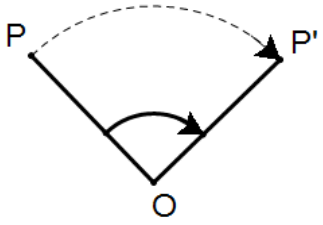
ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
3. ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (ต่อ)	**มโนทัศน์ที่** 7 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ - เมื่อนำรูปลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยมาประกอบกันจะได้รูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะต่างๆ กัน การอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จะเขียนตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติที่ปรากฏในด้านที่มอง แล้วเขียนจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกันอยู่ในด้านที่มองกำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	2	2 (20, 21)	1 (20)	1 (20)
4. การแปลงทางเรขาคณิต	**มโนทัศน์ที่** 8 การเลื่อนขนาน 8.1 การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด 8.2 สมบัติของการเลื่อนขนาน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องมีการพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน	4	4 (22, 23, 24, 25)	4 (22, 23, 24, 25)	3 (22, 23, 25)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
4. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	**มโนทัศน์ที่** 9 การสะท้อน 9.1 ในทางคณิตศาสตร์การสะท้อนเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้  จากรูปเป็นการสะท้อนบนระนาบที่มีเส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบจะมีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่ - ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ - ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง L แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน 9.2 สมบัติการสะท้อน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ - ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่	4	4 (26, 27, 28, 29)	4 (26, 27, 28, 29)	3 (26, 27, 29)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อ	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
4. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	- ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน				
	มโนทัศน์ที่ 10 การหมุน 10.1 ในทางคณิตศาสตร์การหมุนเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้  จากรูปเป็นการหมุนบนระนาบที่จุด O เป็นจุดหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วยมุมที่มีขนาด k โดยที่ - ถ้าจุด P ไม่ใช่จุด O แล้ว OP = OP' และขนาดของ $P\hat{O}P'$ เท่ากับ k - ถ้าจุด P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว P' กับ P เป็นจุดเดียวกันและเป็นจุดหมุน 10.2 สมบัติของการหมุน - สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ	4	3 (30, 31, 32)	1 (31)	1 (31)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
4. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	- ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่				
5. ความเท่ากันทุกประการ	**มโนทัศน์ที่** 11 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต 11.1 รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท 11.2 เมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เท่ากันทุกประการ จะเขียนว่า รูป A ≅ รูป B อ่านว่า รูป A เท่ากันทุกประการกับรูป B	1	1 (33)	1 (33) -	-1 (33)
	มโนทัศน์ที่ 12 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่	1	1 (34)	1 (34)	1 (34)
	มโนทัศน์ที่ 13 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3	2 (35, 36)	2 (35, 36)	1 (35, 36)

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
5. ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	**มโนทัศน์ที่** 14 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3	3 (37, 38, 43)	3 (37, 38, 43)	2 (37, 43)
	มโนทัศน์ที่ 15 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่งมุมยอดและตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน จะแบ่งครึ่งฐานและแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	2	2 (39, 40)	1 (40)	1 (40)

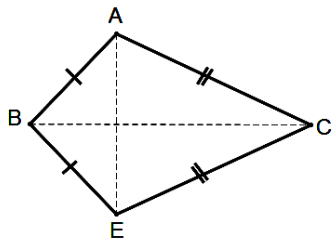
ตารางที่ 12 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	น้ำหนักคะแนน	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้จริง	ใช้จริง
	มโนทัศน์ที่ 16 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3	2 (41, 44)	2 (41, 44)	1 (41)
	มโนทัศน์ที่ 17 รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ รูปสามเหลี่ยมทสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ	2	2 (42, 45)	2 (42, 45)	2 (42, 45)
รวม		50	45	40	30

ตารางที่ 13 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.45	0.81
2	0.55	0.52
3	0.57	0.29
4	0.26	0.52
5	0.31	0.62
6	0.60	0.43
7	0.43	0.67
8	0.69	0.33
9	0.79	0.33
10	0.52	0.57
11	0.62	0.76
12	0.48	0.76
13	0.69	0.24
14	0.31	0.62
15	0.50	0.52
16	0.71	0.48
17	0.36	0.71
18	0.48	0.29
19	0.62	0.48
20	0.57	0.67
21	0.48	0.48
22	0.29	0.38
23	0.43	0.57
24	0.57	0.48
25	0.31	0.43
26	0.79	0.33
27	0.74	0.24
28	0.36	0.52
29	0.52	0.38
30	0.31	0.62

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

1. 

จากรูปข้างบนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABEC เท่ากับข้อใด

ก. $BC \times AE$ ข. $AB \times AC \times EC \times BE$

ค. $\frac{1}{2} \times BC \times AE$ ง. $\frac{1}{2} \times AB \times AC \times EC \times BE$

2. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้อง

ก. แขนของมุมเป็นรังสีเท่านั้น

ข. รังสีสองรังสีทำให้เกิดมุมหนึ่งมุม

ค. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะทำให้เกิดมุมสี่มุม

ง. เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้เกิดมุมสองมุม

3. ข้อใดกล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับการคลี่ของทรงกระบอกใดๆ

ก. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใดๆ จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปวงกลม 1 รูปเสมอ

ข. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใดๆ จะได้รูปวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการ 2 รูปเสมอ

ค. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใดๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 รูปเสมอ

ง. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใดๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน 1 รูปเสมอ

4. ข้อใดกล่าวถูกต้อง เกี่ยวกับสมบัติของการเลื่อนขนาน

ก. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยการพลิกรูป

ข. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกัน

ค. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

ง. รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ

5. ข้อใดกล่าวถึงสมบัติของการสะท้อน**ไม่**ถูกต้อง

ก. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิท โดยต้องพลิกรูป

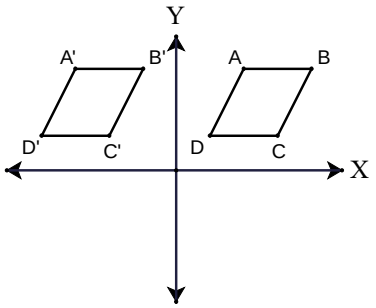
ข. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกันทุกเส้น

ค. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนต้องยาวเท่ากัน

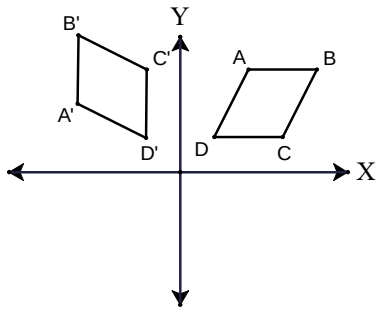
ง. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกเส้น

6. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปซึ่งอยู่ในจตุภาคที่ 1 รูปในข้อใดคือภาพที่ได้จากการหมุนรูปสี่เหลี่ยม ABCD ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุม 540 องศา โดยมีจุดกำเนิดเป็นจุดหมุน

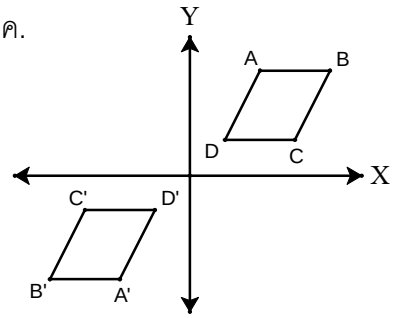
ก.



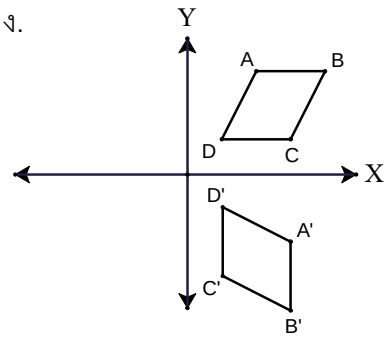
ข.



ค.



ง.



7. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป

ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อมีพื้นที่เท่ากัน

ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อมีด้านยาวเท่ากันสามคู่

ค. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อมีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน

ง. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อมีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่

8. ข้อใดกล่าวถึงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการโดยมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม ได้ถูกต้อง

ก. มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และมีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่

ข. มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และมีด้านยาวเท่ากัน 2 คู่

ค. มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และด้านตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากัน 1 คู่

ง. มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากัน 1 คู่

9. รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่เท่ากันทุกประการโดยมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน

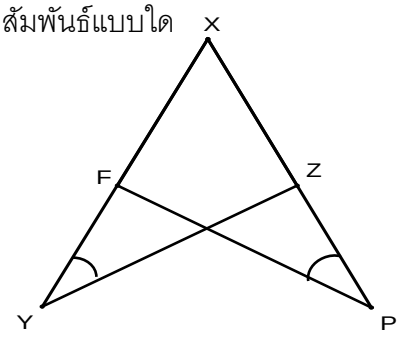
ก. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่

ข. รูปสามเหลี่ยมใดๆ สองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมที่อยู่ระหว่างด้านที่มีขนาดเท่ากันหนึ่งคู่

ค. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่

ง. รูปสามเหลี่ยมใดๆ สองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่

10. จากรูปกำหนดให้ XY = XP และ $X\hat{Y}Z = X\hat{P}F$ นักเรียนคิดว่า $\Delta XYZ \cong \Delta XPF$ ด้วยความสัมพันธ์แบบใด



ก. ด้าน – ด้าน – ด้าน

ข. มุม – มุม – มุม

ค. ด้าน – มุม – ด้าน

ง. มุม – ด้าน – มุม

ตารางที่ 14 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนตาราง	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
1.รูปเรขาคณิตสามมิติ	<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> ปริซึม ปริซึม หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน การเรียกชื่อปริซึมชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึม เช่น ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมห้าเหลี่ยม เป็นต้น <u>มโนทัศน์ที่ 2</u> ทรงกระบอก ทรงกระบอก หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ <u>มโนทัศน์ที่ 3</u> พีระมิด พีระมิด หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น การเรียกชื่อพีระมิดชนิดต่างๆ จะเรียกตามลักษณะของฐานของพีระมิด เช่น พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม เป็นต้น	3	9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)	7 (1, 3, 5, 6, 7, 8, 9)	6 (1, 3, 5, 6, 7, 8)

ตารางที่ 14 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ระดับความรู้	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
1.รูปเรขาคณิตสามมิติ (ต่อ)	<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> กรวย กรวย หมายถึง รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง <u>โนทัศน์ที่</u> 5 ทรงกลม ทรงกลม หมายถึง รูปเรขาคณิตที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน จุดคงที่นั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม ระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม เมื่อตัดทรงกลมด้วยระนาบผ่านจุดศูนย์กลางของทรงกลม จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม เรียกว่า วงกลมใหญ่				
2. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> ปริมาตรของปริซึม ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง x ความยาว x ความสูง = พื้นที่ฐาน x ความสูง ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก = $\frac{1}{2}$ ของปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ปริมาตรของปริซึมใดๆ = พื้นที่ฐาน x ความสูง	4	12 (10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,	9 (11, 12, 13, 14, 15, 17, 18,	8 (12, 13, 14, 15, 17, 18, 19,

ตารางที่ 14 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนตาราง	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
2. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก (ต่อ)	<u>มโนทัศน์ที่ 7</u> ปริมาตรของทรงกระบอก ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน x ความสูงหรือ ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐาน h แทนความสูงของทรงกระบอก		17, 18, 19, 20, 21)	19, 20)	20)
3. ปริมาตรของพีระมิดและกรวย	<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> ปริมาตรของพีระมิด ปริมาตรของพีระมิด = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง <u>มโนทัศน์ที่ 9</u> ปริมาตรของกรวย ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง หรือ ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ เมื่อ r แทนรัศมีของฐานของกรวย h แทนความสูงของกรวย	4	12 (22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33)	9 (22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 32, 33)	8 (23, 24, 26, 27, 28, 29, 32, 33)
3. ปริมาตรของทรงกลม	<u>มโนทัศน์ที่ 10</u> ปริมาตรของทรงกลม ปริมาตรของทรงกลม = $\frac{4}{3}\pi r^3$ เมื่อ r แทนรัศมีของทรงกลม	2	6 (34, 35, 36, 37, 38, 39)	5 (34, 35, 36, 38, 39)	4 (35, 36, 38, 39)

ตารางที่ 14 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนมโนทัศน์	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ทดลองใช้	ใช้ได้	ใช้จริง
4. พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก	มโนทัศน์ที่ 11 พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก การหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติใดๆ เป็นการหาพื้นที่ของพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก หาได้โดยหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง	2	6 (40, 41, 42, 43, 44, 45)	4 (41, 42, 43, 44)	4 (41, 42, 43, 44)
รวม		15	45	34	30

ตารางที่ 15 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.43	0.37
2	0.67	0.47
3	0.64	0.32
4	0.64	0.55
5	0.43	0.37
6	0.60	0.37
7	0.50	0.23
8	0.67	0.47
9	0.57	0.23
10	0.48	0.55
11	0.52	0.38
12	0.57	0.69
13	0.70	0.27
14	0.38	0.42
15	0.64	0.32
16	0.60	0.37
17	0.67	0.23
18	0.69	0.38
19	0.64	0.43
20	0.67	0.58
21	0.67	0.35
22	0.69	0.50
23	0.40	0.22
24	0.43	0.37
25	0.38	0.30
26	0.62	0.28
27	0.60	0.48
28	0.67	0.58
29	0.52	0.62
30	0.50	0.35

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

1. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ คือรูปเรขาคณิตสามมิติใด

ก. ทรงกลม ข. กรวย

ค. ทรงกระบอก ง. พีระมิด

2. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับพีระมิด

ก. มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

ข. มีด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ค. มีหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ ที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ

ง. มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ และมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้าตัดรูปทรงพีระมิดตามแนวขนานกับฐาน ยอดพีระมิดที่ถูกตัดออกจะมีฐานเป็นรูปเหลี่ยมที่คล้ายกับฐานเดิม

(2) ความยาวของสันย่อมมีค่าน้อยกว่าสูงตรงและสูงเอียงเสมอ

(3) ผิวข้างของพีระมิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเสมอ

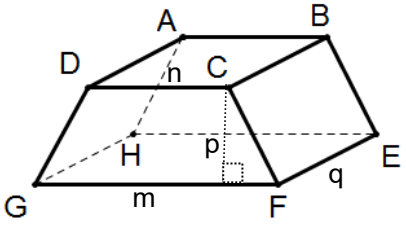
(4) สันทุกเส้นของพีระมิดตรงย่อมยาวเท่ากัน

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับพีระมิด

ก. ข้อ 1 และ ข้อ 4 ข. ข้อ 2 ข้อเดียวเท่านั้น

ค. ข้อ 3 ข้อเดียวเท่านั้น ง. ไม่มีข้อใดถูก

4. จากรูป ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมูที่ฐานมีความยาวด้านคู่ขนาน m หน่วย และ n หน่วย สูง p หน่วย และปริซึมมีความสูง q หน่วยดังรูปจะมีปริมาตรเท่ากับข้อใด



ก. $m \times n \times p \times q$ ลูกบาศก์หน่วย

ข. $\frac{1}{2} \times (m+n) \times p \times q$ ลูกบาศก์หน่วย

ค. $m \times n \times q$ ลูกบาศก์หน่วย

ง. $(m+n) \times (p+q)$ ลูกบาศก์หน่วย

5. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ทรงกระบอกที่มีปริมาตรเท่ากันย่อมมีรัศมีของวงกลมที่เป็นฐานเท่ากันเสมอ

(2) ทรงกระบอกที่มีปริมาตรเท่ากันย่อมมีความสูงเท่ากันเสมอ

(3) ทรงกระบอกที่มีปริมาตรเท่ากันย่อมมีผลคูณของพื้นที่ฐานกับความสูงเท่ากันเสมอ

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

ก. ข้อ 1 ถูก ข. ข้อ 2 ถูก

ค. ข้อ 3 ถูก ง. ไม่มีข้อใดถูก

6. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) พื้นที่ห้าเหลี่ยมที่เป็นฐาน

(2) จำนวนเส้นทแยงมุมของรูปห้าเหลี่ยม

(3) ความยาวรอบรูปของรูปห้าเหลี่ยม

(4) จำนวนสันของพีระมิด

(5) ความสูงของพีระมิด

ข้อใดต่อไปนี้ใช้ในการหาปริมาตรของพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมใดๆ

ก. ข้อ (1) และ ข้อ (5) ข. ข้อ (2) และ ข้อ (3)

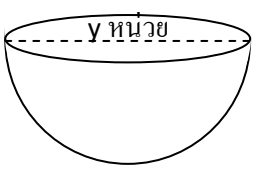
ค. ข้อ (2), (3) และ ข้อ (5) ง. ข้อ (1), (4) และข้อ (5)

7. กำหนดให้พีระมิดหนึ่งมีพื้นที่ฐานเท่ากับ m ตารางนิ้ว ความยาวสันเท่ากับ n นิ้ว ความสูงเท่ากับ p นิ้ว ความยาวรอบรูปฐานเท่ากับ q นิ้ว พีระมิดดังกล่าวจะมีปริมาตรเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{3}\times m\times n\times p\times q$ ลูกบาศก์นิ้ว ข. $\frac{1}{3}\times p\times q$ ลูกบาศก์นิ้ว

ค. $\frac{1}{3}\times m\times n$ ลูกบาศก์นิ้ว ง. $\frac{1}{3}\times m\times p$ ลูกบาศก์นิ้ว

8. กำหนดให้ครึ่งทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง y หน่วย ดังรูป จะมีปริมาตรเท่ากับข้อใด



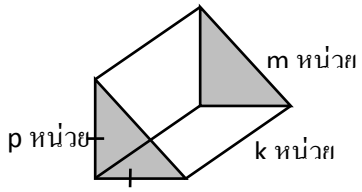
ก. $\frac{1}{3}\times\pi\times y^3$ ลูกบาศก์หน่วย

ข. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\pi\times y^3$ ลูกบาศก์หน่วย

ค. $\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{y}{2}\right)^3$ ลูกบาศก์หน่วย

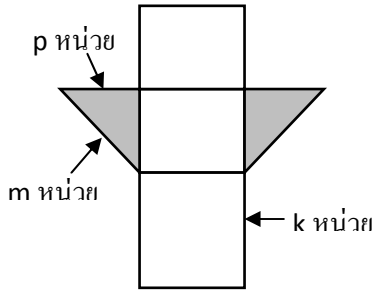
ง. $\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{y}{2}\right)^3$ ลูกบาศก์หน่วย

9.

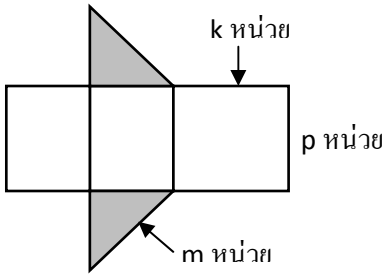


จากรูปข้างต้น รูปใดแสดงพื้นผิวของปริซึมที่กำหนดให้

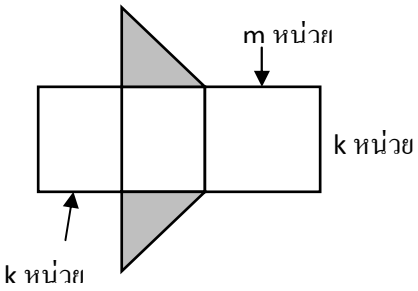
ก.



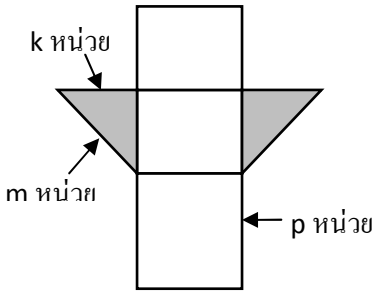
ข.



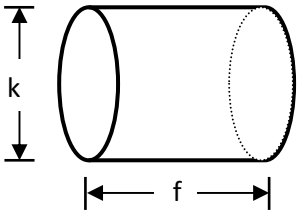
ค.



ง.



10. จากรูปทรงกระบอกที่กำหนดให้มีพื้นที่ผิวข้างเท่ากับข้อใด



ก. $2\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)\times f$ ลูกบาศก์หน่วย

ข. $2\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)^2$ ลูกบาศก์หน่วย

ค. $\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)^2+\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)\times f$ ลูกบาศก์หน่วย

ง. $2\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)^2+2\pi\times\left(\frac{k}{2}\right)\times f$ ลูกบาศก์หน่วย

ตารางที่ 16 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหา	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อ (ข้อที่)**		
		ข้อที่ทดลองใช้	**ข้อที่ใช้ได้**	**ข้อที่ใช้จริง**
การวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ	50	6 (1, 2, 3, 4, 5, 6)	4 (1, 2, 3, 6)	4 (1, 2, 3, 6)
รวม	50	6	4	4

ตารางที่ 17 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ข้อที่	**ค่าความยาก**	**ค่าอำนาจจำแนก**
1	0.63	0.49
2	0.63	0.31
3	0.62	0.22
4	0.78	0.20

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปัญหาที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีฐานยาวเท่ากับความยาวของฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้าความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็น $\frac{4}{3}$ ของความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเป็นกี่เท่าของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ขั้นที่ 1 **การทำความเข้าใจปัญหา**

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

.....

ขั้นที่ 2 **วางแผนการแก้ปัญหา**

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 **การดำเนินการตามแผน**

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 **การตรวจสอบ**

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผล
และถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 2 ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 1 ไร่ 3 งาน 28 ตารางวา และกว้าง 52 เมตร ที่ดินแปลงนี้จะยาวกี่เมตร

ขั้นที่ 1 **การทำความเข้าใจปัญหา**

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

.....

ขั้นที่ 2 **วางแผนการแก้ปัญหา**

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 **การดำเนินการตามแผน**

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 **การตรวจสอบ**

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผล และถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตารางที่ 18 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

เนื้อหา	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อ (ข้อที่)**		
		ข้อที่ทดลองใช้	**ข้อที่ใช้ได้**	**ข้อที่ใช้จริง**
พื้นที่ผิวและปริมาตร	15	6 (1, 2, 3, 4, 5, 6)	6 (1, 2, 3, 4, 5, 6)	4 (1, 2, 3, 6)
รวม	15	6	6	4

ตารางที่ 19 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ข้อที่	**ค่าความยาก**	**ค่าอำนาจจำแนก**
1	0.66	0.30
2	0.70	0.25
3	0.72	0.25
4	0.75	0.26

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ปัญหาที่ 1 ถ้าอากาศ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 0.008 กรัม จงหาน้ำหนักของอากาศซึ่งอยู่ในห้องที่ยาว 25 เมตร กว้าง 15 เมตร และสูง 5.5 เมตร

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผลและถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่ 2 เค้กชิ้นหนึ่งตัดแบ่งออกมาจากเค้กวงกลมที่มีรัศมี 12 เซนติเมตร ทำให้เกิดมุมที่จุดศูนย์กลางขนาด 60 องศา เค้กหนา 7 เซนติเมตร จงหาว่าเค้กชิ้นที่ตัดแบ่งออกมานี้มีปริมาตรเท่าใด

ขั้นที่ 1 **การทำความเข้าใจปัญหา**

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

……

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

……

ขั้นที่ 2 **วางแผนการแก้ปัญหา**

3. นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้าง และจะดำเนินการอย่างไร

……

……

ขั้นที่ 3 **การดำเนินการตามแผน**

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสรุปคำตอบที่ได้

……

……

……

……

……

……

……

ขั้นที่ 4 **การตรวจสอบ**

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้สมเหตุสมผล และถูกต้อง

……

……

……

……

ภาคผนวก ง

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตัวอย่างก่อนทดลอง

- ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลาง ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2554 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง
- ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลาง ภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2554 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ตารางที่ 20 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2554 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ห้อง	**จำนวนนักเรียน (คน)**	$\bar{x}$	s
ม.3/1	43	13.42	3.58
ม.3/2	45	13.53	3.27
ม.3/3	45	11.35	5.41
ม.3/4	44	10.12	3.22
ม.3/5	43	13.20	4.05
ม.3/6	46	10.87	2.43
ม.3/7	42	9.87	3.32
ม.3/8	44	11.43	4.02
ม.3/9	46	12.66	4.76
ม.3/10	45	9.34	3.68
ม.3/11	44	11.04	3.43
ม.3/12	40	12.29	6.20

ตารางที่ 21 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2554 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม.3/1	43	13.42	3.58	0.347	0.157
ม.3/2	45	13.53	3.27		

*P<0.05

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา เกิดเมื่อวันที่ 6 พฤศจิกายน 2525 ที่อำเภอเมืองลพบุรี จังหวัดลพบุรี สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 2 วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) และเข้าศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2552 ปัจจุบันรับราชการครูดำรงตำแหน่ง ครู คศ. 1 โรงเรียนวัดเทพลีลา (สิงหประสิทธิวิทยา) เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร