



52

การวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับท่อนำคลื่นโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

นาย จเร เจริญทรัพย์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2538

ISBN 974-631-353-3

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I164/6139

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC FIELD PROBLEMS FOR WAVEGUIDES  
BY THE FINITE ELEMENT METHOD

MR. CHAREA CHAREONSAP

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Electrical Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1995

ISBN 974-631-353-3



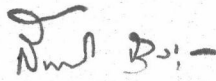
หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับท่อนำคลื่น โดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

โดย นาย จเร เจริญทรัพย์

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา อ.ดร. ทับทิม อ่างแก้ว

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

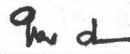


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
( รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ อู่สุวรรณ )

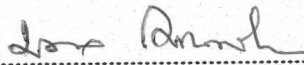
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



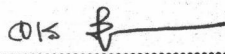
..... ประธานกรรมการ  
( รองศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ อยู่ถนอม )



..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
( อาจารย์ ดร. ทับทิม อ่างแก้ว )



..... กรรมการ  
( ศาสตราจารย์ ดร. มงคล เดชนครินทร์ )



..... กรรมการ  
( รองศาสตราจารย์ ดร. จเร สุรวัฒนปัญญา )



พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

จเร เจริญทรัพย์ : การวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับท่อนำคลื่นโดยวิธีไฟไนต์อีลี-  
เมนต์ ( ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC FIELD PROBLEMS FOR EAVEGUIDES BY  
THE FINITE ELEMENT METHOD ) อ.ที่ปรึกษา : อ.ดร.ทัตติม อ่างแก้ว , 51 หน้า .  
ISBN 974-631-353-3

งานวิจัยนี้ได้เสนอการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับท่อนำคลื่นเพื่อ  
แก้ไขข้อบกพร่องในงานวิจัยของนักวิจัยอื่น ผลจากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ดังกล่าว พบว่า 1.  
สามารถแก้ปัญหาของแพดเทิร์นในท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยมกลวงได้ถูกต้อง 2. ปัญหาที่พบในการคำนวณค่าคงที่  
ของการส่งผ่านในท่อนำคลื่นที่มีขอบเป็นเส้นโค้งยังไม่สามารถแก้ไขได้

ผลการวิจัยทำให้สรุปได้ว่า วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับปัญหาท่อนำคลื่นแบบที่ใช้ส่วนประกอบของ  
สนามแม่เหล็กไฟฟ้า 2 ส่วนประกอบในปัจจุบันนี้ยังมีข้อจำกัดในการนำไปใช้วิเคราะห์ท่อนำคลื่น ดังนั้นในขณะ  
นี้ การเลือกวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับปัญหาท่อนำคลื่น จึงควรเลือกวิธีที่ใช้ส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กไฟ-  
ฟ้า 3 หรือ 4 ส่วนประกอบ ที่ประสบความสำเร็จแล้ว จะเป็นการเหมาะสมกว่า

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า ล้อสาร  
ปีการศึกษา ..... 2537

ลายมือชื่อนิสิต ..... จเร เจริญทรัพย์  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..... ทัตติม อ่างแก้ว  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

## C515459 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING  
KEY WORD: WAVEGUIDES / FINITE ELEMENT METHOD

CHAREA CHAREONSAP : ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC FIELD  
PROBLEMS FOR WAVEGUIDES BY THE FINITE ELEMENT METHOD.

THESIS ADVISOR : TUPTIM ANGKAEW, Ph.D. 51 pp. ISBN 974-631-353-3

This research presents the use of vector shape functions to correct the drawbacks in other researcher's works. By using the presented method, the electric field patterns of hollow rectangular waveguides can be corrected but the propagation constants of curved waveguides can't be corrected.

This research shows that using the 2 electromagnetic field components finite element formulation has a limitation. Then the appropriate method for waveguide analysis should be one of those successful methods that, namely, the 3 or 4 electromagnetic field components finite element methods.

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า  
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า สือสาร  
ปีการศึกษา 2537

ลายมือชื่อนิสิต จ.ช. เจริญทรัพย์  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Ph. d  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม



### กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของอาจารย์ ดร. ทับทิม อ่างแก้ว อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ชี้แนะและให้ข้อคิดเห็นในการวิจัยมาโดยตลอด และเนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ ตลอดจนเครื่องมืออื่น ๆ ของ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จึงขอขอบคุณมา ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ซึ่งให้การสนับสนุนทั้ง ด้านทุนการศึกษาและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญตาราง .....	ช
สารบัญรูปภาพและแผนภูมิ .....	ซ
คำอธิบายสัญลักษณ์ .....	ฐ

## บทที่

1. บทนำ .....	1
2. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับท่อนำคลื่นแบบที่ใช้สนามในแนวขวาง 2 ส่วนประกอบ เป็นตัวแปร ของ W.C. Chew และ M.A. Nasir .....	16
3. ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในแนวขวาง 2 ส่วนประกอบ .....	21
4. ตัวอย่างการคำนวณ โดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ .....	36
5. สรุปผลการวิจัย .....	46
เอกสารอ้างอิง .....	49
ประวัติผู้เขียน .....	51

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 2-1 ตาราง2-1 แสดงคำตอบค่าคงที่ของการส่งผ่าน $\beta_z / k_0$ ของวิธี FEM ที่ใช้ การกระจายส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวขวาง ด้วยส่วนประกอบในแนวแกน x และ y ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบ วงกลมกลวง ที่ความถี่ที่ทำให้ $k_0 a = 4$ และแสดงเปอร์เซ็นต์ผิดพลาด .....	18



## สารบัญรูปภาพและแผนภูมิ

	หน้า
รูปที่1-1 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (a)ที่รอยต่อระหว่าง ชั้นตัวกลาง 2 ชนิด(b)ที่ผิวตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ .....	2
รูปที่1-2 แสดงท่อนำคลื่นที่วางแนวแกนของท่อในแนวแกน z .....	2
รูปที่1-3 แสดงตัวอย่างการแบ่งอิมพีแดนซ์สามเหลี่ยมบนระนาบ x-y สำหรับ ท่อนำคลื่นที่วางแนวแกนของท่อในแนวแกน z .....	4
รูปที่2-1 a)แสดงท่อนำคลื่นที่วางแนวแกนของท่อในแนวแกน z และ b)แสดงภาค ตัดขวางในระนาบ x-y และ แสดงบริเวณพื้นที่ S และ เส้นรอบขอบเขต C .....	8
รูปที่2-2 ตัวอย่างของการแบ่งอิมพีแดนซ์ของท่อนำคลื่น .....	13
รูปที่2-3 แสดงอิมพีแดนซ์รูปสามเหลี่ยม .....	13
รูปที่2-4 แสดงรูปปริมาตรของสมการ $N_i(x, y)$ ซึ่งมีจุดยอดสูงหนึ่งหน่วย ที่โหนด i และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่โหนด j และ k .....	13
รูปที่2-5 แสดงการกระจายสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวขวาง ที่โหนดทั้งสามด้วยส่วนประกอบในแนวแกน x และ y .....	14
รูปที่2-6 แสดงตัวอย่างการรวมสนามไฟฟ้าในแนวขวางของแต่ละอิมพีแดนซ์เข้าด้วยกันและ ใช้ตัวแปรส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวแกน x และ y ที่จุดโหนดร่วมกัน .....	14
รูปที่2-7 แสดงตัวอย่างการกำหนดตัวแปรไม่ทราบค่าสำหรับท่อนำคลื่น แบบสี่เหลี่ยมกลวงที่มีผนังขอบเขตเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ .....	16
รูปที่2-8 a)แสดงแพดเทิร์นของคลื่นที่คำนวณได้โดยวิธีของ W.C. Chew และ M.A. Nasir เปรียบเทียบกับ b)แพดเทิร์นของคำตอบโดยวิธีเชิงวิเคราะห์ .....	17
รูปที่2-9 แสดงตัวอย่างการกระจายส่วนประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าแนวขวาง E เวกเตอร์หนึ่ง a)เป็นการกระจายด้วยส่วนประกอบในแนวแกน x และ y b)เป็นการกระจายด้วยฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ที่มีทิศของเวกเตอร์ ไม่อยู่ในแนวแกน x และ y .....	19
รูปที่2-10 แสดงการกระจายส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โหนด 1 โดยใช้ฟังก์ชัน รูปร่างแบบเวกเตอร์ โดย a)เป็นฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ที่มีทิศขนานกับด้านของ อิมพีแดนซ์ และ b)เป็นฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ที่มีทิศตั้งฉากกับด้านของอิมพีแดนซ์ .....	19

รูปที่2-11 แสดงอีลีเมนต์อันหนึ่งที่อยู่ติดกับผนังขอบเขตที่เป็นเส้นโค้ง และด้านของอีลีเมนต์ไม่อยู่ในแนวแกน x หรือ y มีโหนด 1 และ 2 อยู่บนผนังขอบเขตสามารถกระจายส่วนประกอบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบนโหนด 1 และ 2 ได้ด้วยฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ ..... 20

รูปที่3-1 แสดงเวกเตอร์สัมผัสและเวกเตอร์ตั้งฉากของอีลีเมนต์อันหนึ่ง ..... 21

รูปที่3-2 แสดงอีลีเมนต์ทั้ง 3 แบบ a)เป็นอีลีเมนต์ที่ไม่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขตของท่อนำคลื่นหรือบนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด b)เป็นอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขตหรือบนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด 1 โหนด และ c)เป็นอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขตหรือบนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด 2 โหนด ..... 22

รูปที่3-3 แสดงอีลีเมนต์ที่ไม่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขตของท่อนำคลื่นหรือบนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด ..... 23

รูปที่3-4 a) และ b) แสดงการกระจายสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวขวาง ตามลำดับด้วยส่วนประกอบในแนวแกน x และ y ที่โหนดทั้งสาม ตามสมการ(3-2a) ..... 24

รูปที่3-5 a)แสดงอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขต 1 โหนด และ b)แสดงอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด 1 โหนด ..... 25

รูปที่3-6 a) แสดงทิศทางของ  $L_{12}$  และ  $L_{13}$  สำหรับการกระจายส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขวาง  $E_s$  ที่โหนด 1 b)แสดงทิศทางของ  $L_{h12}$  และ  $L_{h13}$  สำหรับการกระจายส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในแนวขวาง  $H_s$  ที่โหนด 1 ..... 26

รูปที่3-7 a)แสดงอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนผนังขอบเขต 2 โหนด และb)แสดงอีลีเมนต์ที่มีโหนดอยู่บนรอยต่อระหว่างตัวกลางสองชนิด 2 โหนด ..... 27

รูปที่3-8 a)แสดงทิศทางของ  $L_{12}$  , $L_{13}$  , $L_{21}$  และ $L_{23}$  สำหรับการกระจายส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขวาง  $E_s$  ที่โหนด 1 และ 2 b)แสดงทิศทางของ  $L_{h12}$  , $L_{h13}$  , $L_{h21}$  และ  $L_{h23}$  สำหรับการกระจายส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในแนวขวาง  $H_s$  ที่โหนด 1 และ 2 ..... 28

รูปที่3-9 a)แสดงท่อนำคลื่นที่วางแนวแกนของท่อในแนวแกน z และ b)แสดงภาคตัดขวางในระนาบ x-y และ แสดงบริเวณพื้นที่ S และ เส้นรอบขอบเขต C ..... 30

รูปที่3-10 แสดงทิศของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในแนวขวาง  $E_s$  และ  $H_s$  ที่ผนังท่อนำคลื่นแบบตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ ..... 33

รูปที่3-11 a)แสดงอีลีเมนต์ซึ่งมีโหนดหมายเลข 1 และ 2 อยู่บนผนังขอบเขตซึ่งเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ b)แสดงการกระจายส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขวาง $E_y$ ที่โหนด 1,2 และ 3 c)แสดงการกระจายส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในแนวขวาง $H_x$ ที่โหนด 1,2 และ 3 .....	33
รูปที่3-12 แสดงส่วนประกอบที่เหลือจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตสำหรับอีลีเมนต์ในรูปที่ 3-9 a)แสดงส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขวาง $E_y$ ภายหลังจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต b)แสดงส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในแนวขวาง $H_x$ ภายหลังจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต .....	34
รูปที่4-1 a)แสดงโครงสร้างของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยมกลวง และ b)แสดงการแบ่งอีลีเมนต์ .....	37
รูปที่4-2 แสดงแพดเทิร์นของสนามไฟฟ้าในแนวขวาง .....	39
รูปที่4-3 a)แสดงโครงสร้างของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีชั้นของไดอิเล็กตริกเติมอยู่บางส่วน และ b)แสดงการแบ่งอีลีเมนต์ .....	40
รูปที่4-4 แสดงแพดเทิร์นของสนามไฟฟ้าในแนวขวางของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยมที่มีไดอิเล็กตริกเติมอยู่บางส่วน .....	42
รูปที่4-5 a)แสดงโครงสร้างของท่อนำคลื่นแบบวงกลมกลวง และ b)แสดงการแบ่งอีลีเมนต์ .....	43
รูปที่4-6 แสดงการแบ่งอีลีเมนต์เป็นรูป 16 เหลี่ยม .....	45
กราฟ4-1 แสดงค่า $\beta_z/k_0$ ในแกนตั้งกับค่าความถี่ที่ถุกนอร์มอลไลซ์ $2k_0a/\pi$ ที่ได้จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ (เส้นโค้ง) และเปรียบเทียบกับคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์ (จุดวงกลม, จุดสามเหลี่ยม, จุดสี่เหลี่ยม) .....	38
กราฟ4-2 แสดงผลการคำนวณค่า $\beta_z/k_0$ จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ (เส้นโค้ง) และเปรียบเทียบกับคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์(จุดวงกลม, จุดสามเหลี่ยม,จุดสี่เหลี่ยม) .....	41
กราฟ4-3 แสดงผลการคำนวณ $\beta/k_0$ จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ (เส้นโค้ง) และเปรียบเทียบกับคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์(จุดวงกลม, จุดสี่เหลี่ยม,จุดสามเหลี่ยม) .....	44
กราฟ4-4 แสดงผลการคำนวณ $\beta/k_0$ จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเวกเตอร์ (เส้นโค้ง) จากการแบ่งอีลีเมนต์ตามรูปที่ 4-6 และเปรียบเทียบกับคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์(จุดวงกลม,จุดสี่เหลี่ยม,จุดสามเหลี่ยม) .....	45

### คำอธิบายสัญลักษณ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเขียนแทนเวกเตอร์ด้วยตัวพิมพ์หนา เช่น  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  เป็นต้น หรือใช้ตัวอักษรที่มีลูกศรอยู่ข้างบน เช่น  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  เป็นต้น และจะเขียนแทนสเกลาร์ด้วยตัวอักษรธรรมดา เช่น  $x$ ,  $y$  เป็นต้น สำหรับเมตริกซ์จัตุรัส จะใช้ตัวอักษรที่มีเครื่องหมาย  $\equiv$  อยู่ข้างบน เช่น  $\overline{\mathbf{L}}$ ,  $\overline{\mathbf{B}}$  เป็นต้น และจะเขียนแทนเวกเตอร์แนวตั้งด้วยตัวอักษรที่มีเครื่องหมาย  $\bar{\cdot}$  อยู่ข้างบน เช่น  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}$  เป็นต้น