บทที่ 2

สถิติทดสอบและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 จะกล่าวถึงตัวแบบของปัญหาจุดเปลี่ยนและสถิติทดสอบที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่

1) สถิติทดสอบที่เสนอโดย Pettitt

2) สถิติทดสอบที่เสนอโดย Schechtman

3) สถิติทดสอบที่เสนอโดย Wolfe

ส่วนที่ 2 จะกล่าวถึงผลงานที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

2.1 ปัญหาจุดเปลี่ยน(Changepoint Problem)

สำหรับหน่วยทดลองที่ k ให้ค่าสังเกตที่ได้จากหน่วยทดลองดังกล่าวเป็น $(X_{k1},\ldots,X_{kn})$ และถ้ามีจุดเปลี่ยนเกิดขึ้นแล้ว ค่าสังเกตทั้ง n ค่า $(X_{k1},\ldots,X_{kn})$ ของหน่วยทดลองดังกล่าวสามารถถูกแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มก่อนการเปลี่ยนแปลง $(X_{k1},\ldots X_{kr})$ ซึ่งมีการแจกแจงเป็น $F(X)$ และกลุ่มหลังการเปลี่ยนแปลง $(X_{k(r+1)},\ldots,X_{kn})$ ซึ่งจะมีการแจกแจงเป็น $F(X-\Delta)$ โดยมีสมมติฐานของการทดสอบปัญหาจุดเปลี่ยน ดังนี้

$H_0 : \Delta = 0$ (ไม่มีจุดเปลี่ยน)

$H_a : \Delta > 0$ (มีจุดเปลี่ยน)

2.2 สถิติทดสอบสำหรับปัญหาจุดเปลี่ยน

2.2.1 สถิติทดสอบที่เสนอโดย Pettitt มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1) จัดอันดับ(Rank) ให้กับค่าสังเกตที่ได้จากหน่วยทดลองแต่ละหน่วย โดยจัดอันดับให้ค่าน้อยที่สุดมีค่าอันดับเป็น 1 ค่าที่สูงถัดมามีค่าอันดับเป็น 2 เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงค่าสูงสุดจะมีค่าอันดับเป็น n

$$(X_{k1},\ldots,X_{kn}) \longrightarrow (R_1,\ldots,R_n)$$

2) คำนวณค่า U_{kt} สำหรับแต่ละค่าของ i เมื่อ $i = 1,2,3,\ldots,n-1$

U_{kt} = ค่า MWW-test สำหรับกลุ่มแรก $(R_1,\ldots R_i)$ กับกลุ่มหลัง $(R_{i+1},\ldots,R_n)$

$$= (R_{i+1} + \ldots + R_n) - (n-i)(n-i+1)/2$$

(MWW-test คือ Mann-Whitney-Wilcoxon test)

3) คำนวณค่า U_i

$$U_i = \frac{\sum_{k=1}^{m} U_{ki}}{m}$$

4) คำนวนค่าสถิติทดสอบ $Pet = \sqrt{m} \underset{i=1,2,3,..,n-1}{\text{Maximum}} \left| U_i - \frac{i(n-i)}{2} \right|$

เกณฑ์การตัดสินใจคือ ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง $H_o: \Delta = 0$ (ไม่มีจุดเปลี่ยน) เมื่อค่า Pet ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (แสดงไว้ในภาคผนวก ค.)

2.2.2 <u>สถิติทดสอบที่เสนอโดย Schechtman</u> มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1) จัดอันดับ (Rank) ให้กับค่าสังเกตที่ได้จากหน่วยทดลองแต่ละหน่วย โดยจัดอันดับให้ค่าน้อยที่สุดมีค่าอันดับเป็น 1 ค่าที่สูงถัดมามีค่าอันดับเป็น 2 เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงค่าสูงสุดจะมีค่าอันดับเป็น n

$$(X_{k1},\ldots,X_{kn}) \longrightarrow (R_1,\ldots,R_n)$$

2) คำนวณค่า U_{ki} สำหรับแต่ละค่าของ i เมื่อ $i = 1,2,3,\ldots,n-1$

U_{ki} = ค่า MWW-test สำหรับกลุ่มแรก $(R_1,\ldots R_i)$ กับกลุ่มหลัง $(R_{i+1},\ldots,R_n)$

3) คำนวณค่า U_i

$$U_i = \frac{\sum_{k=1}^{m} U_{ki}}{m}$$

4) คำนวนค่าสถิติทดสอบ $Sch = \sqrt{m} \underset{i=1,2,3,..,n-1}{\text{Maximum}} \left| \frac{U_i - \frac{i(n-i)}{2}}{\left[\frac{i(n-i)(n+1)}{12}\right]^{\frac{1}{2}}} \right|$

เกณฑ์การตัดสินใจคือ ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง $H_o: \Delta = 0$ (ไม่มีจุดเปลี่ยน) เมื่อค่า Sch ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (แสดงไว้ในภาคผนวก ค.)

2.2.3 <u>สถิติทดสอบที่เสนอโดย Wolfe</u> มีขั้นตอนการคำนวนดังนี้

1) จัดอันดับ (Rank) ให้กับค่าสังเกตที่ได้จากหน่วยทดลองแต่ละหน่วย โดยจัดอันดับให้ค่าน้อย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่สุดมีค่าอันดับเป็น 1 ค่าที่สูงถัดมามีค่าอันดับเป็น 2 เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงค่าสูงสุดจะมีค่าอันดับเป็น n

$$(X_{k1},\ldots,X_{kn}) \longrightarrow (R_1,\ldots,R_n)$$

2) คำนวณค่า U_{ki} สำหรับแต่ละค่าของ i เมื่อ $i = 1,2,3,\ldots,n-1$

U_{ki} = ค่า MWW-test สำหรับกลุ่มแรก $(R_1,\ldots R_i)$ กับกลุ่มหลัง $(R_{i+1},\ldots,R_n)$

3) คำนวณค่า U_i

$$U_i = \frac{\sum_{k=1}^{m} U_{ki}}{m}$$

4) คำนวนค่าสถิติทดสอบ

$$Wol = m\left(U_i - \frac{1(n-1)}{2},\ldots,U_{n-i} - \frac{(n-1)1}{2}\right)\Sigma_o^{-1}\left(U_i - \frac{1(n-1)}{2},\ldots,U_{n-i} - \frac{(n-1)1}{2}\right)'$$

โดยที่ Σ_o = covariance matrix ของ $U_{k1},\ldots,U_{k(n-i)}$

ซึ่ง $\Sigma_o(i,j) = \frac{i(n-j)(n+1)}{12}$ สำหรับ $i \leqslant j$

เกณฑ์การตัดสินใจคือ ปฏิเสธสมมติฐานว่าง $H_o : \Delta = 0$ (ไม่มีจุดเปลี่ยน) เมื่อค่า Wol ที่คำนวนได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (แสดงไว้ในภาคผนวก ค.)

2.3 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปี ค.ศ.1982 Pettitt ได้เสนอสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริกสำหรับทดสอบว่ามีจุดเปลี่ยนหรือไม่ในชุดของค่าสังเกตุหนึ่งๆ

ต่อมาปี ค.ศ.1984 Schechtman ได้เสนอสถิติทดสอบ Sch และได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบระหว่างสถิติทดสอบ Sch กับสถิติทดสอบ Pet ภายใต้สถานการณ์ต่างๆที่จำลองขึ้น ดังนี้

จำนวนครั้งที่ทำการวัดผล (n) = 10

ตำแหน่งของจุดเปลี่ยนที่เกิดขึ้น (r) = 3 ,5 ,8

ค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนแปลง (Δ) = 10% ,20% ,30% ,40% ,50%

จำนวนหน่วยทดลอง (m) = 30 ,50

ระดับนัยสำคัญ (α) = 0.05

การแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ

ส.ป.ส.ความผันแปรของประชากร (C.V.) = 5% ,10%

ผลการวิจัยสรุปได้ว่า สถิติทดสอบ Sch มีอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบ Pet ทุกกรณีที่ศึกษา