

บทที่ 2

ทฤษฎี



2.1 การหาค่าประสิทธิภาพของหัววัดรังสี Ge (Li)

เนื่องจากตะกั่ว - 214 และบิสมัท - 214 ให้พลังงานกัมมันตภาพรังสีแกมมา
ที่ระดับพลังงานต่าง ๆ กัน ตามตารางที่ (2 - 1)

ตารางที่ (2 - 1) แสดงระดับพลังงานกัมมันตภาพรังสีแกมมาของตะกั่ว - 214 และ
บิสมัท - 214⁽²⁾

| ชื่อไอโซโทป | พลังงานรังสีแกมมา (keV) | ส่วนที่ให้จากจำนวน เต็มเท่ากับ 1 (yield) | เวลาครึ่งชีวิต (min) |
|--------------|----------------------------|---------------------------------------------|-------------------------|
| ตะกั่ว - 214 | 295.22 | 0.189 | 26.8 |
| ตะกั่ว - 214 | 351.99 | 0.36 | 26.8 |
| บิสมัท - 214 | 609.30 | 0.412 | 19.7 |
| บิสมัท - 214 | 1120.40 | 0.136 | 19.7 |
| บิสมัท - 214 | 1764.00 | 0.158 | 19.7 |

จึงจำเป็นต้องหาค่าประสิทธิภาพของหัววัดรังสี Ge(Li) โดยใช้

สารมาตรฐานซึ่งให้พลังงานกัมมันตภาพรังสีแกมมาที่ใกล้เคียงกับพลังงานในตารางที่ (2-1)
พร้อมทั้งจัดรูปร่าง ขนาด และตำแหน่งที่วางในหัววัดให้อยู่ในลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่
ทำการวัดหาข้อมูล ค่าประสิทธิภาพของหัววัดที่ระดับพลังงานต่าง ๆ คำนวณได้ตามสมการ
ดังนี้

$$\text{ประสิทธิภาพของหัววัด} = \frac{\text{อัตราการนับกัมมันตภาพรังสี}}{\text{อัตราการสลายตัวกัมมันตภาพรังสีที่เวลาเดียวกัน}} \dots (2.1)$$

2.2 กฎการสลายตัว

กฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสีกล่าวว่า จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายตัวไปในช่วงเวลาหนึ่ง จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนอะตอมของธาตุนั้นที่เหลืออยู่ในขณะนั้น ถ้า N เป็นจำนวนอะตอมที่เหลืออยู่ในเวลาใด ๆ และ ΔN เป็นจำนวนอะตอมที่สลายไปในช่วงเวลา Δt สามารถเขียนได้ว่า

$$\Delta N = - \lambda N \Delta t \dots (2.2)$$

โดยที่ λ เป็นค่าคงที่ของการสลายตัว

เครื่องหมายลบ แสดงว่าการสลายตัวนี้ทำให้จำนวนอะตอมลดลงเมื่อเวลา

เพิ่มขึ้น

สมการ (2.2) ถ้าเวลา Δt น้อยมาก สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียลได้ ดังนี้

$$dN = - \lambda N dt \dots (2.3)$$

สมการ (2.3) อินทิเกรต (integrate) ได้เป็น

$$\ln (N_0 / N) = \lambda t$$

$$\text{หรือ} \quad N = N_0 \exp(- \lambda t) \dots (2.4)$$

เมื่อ N_0 เป็นจำนวนอะตอมเริ่มแรกในการสลายตัว ถ้าเวลาผ่านไป T จำนวนอะตอมเหลืออยู่เพียงครึ่งหนึ่งของอะตอมเริ่มแรก คือ เหลือเป็น $N_0/2$ แล้วเวลา T จะเรียกว่า เวลาครึ่งชีวิต ซึ่งคำนวณได้โดยแทนค่า $t=T$ และ $N = N_0/2$

ลงในสมการ (2.4) จะได้

$$T = 0.693 / \lambda$$

2.3 การสลายตัวเป็นอนุกรม

ในธรรมชาติมีธาตุกัมมันตรังสีที่สลายตัวแล้ว ธาตุที่ได้จากการสลายตัวครั้งแรกยังสลายตัวต่อไป จะพิจารณากรณีธาตุชนิดที่ 1 สลายตัวให้ธาตุชนิดที่ 2 และธาตุชนิดที่ 2 สลายตัวให้ธาตุชนิดที่ 3

กำหนดให้ N_1 เป็นจำนวนอะตอม ณ เวลาใด ๆ ของธาตุชนิดที่ 1 ซึ่งมีค่าคงที่การสลายตัว λ_1

N_2 เป็นจำนวนอะตอม ณ เวลาใด ๆ ของธาตุชนิดที่ 2 ซึ่งมีค่าคงที่การสลายตัว λ_2

สามารถจะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จำนวนอะตอมของธาตุชนิดที่ 1 และชนิด 2 ที่ ได้ดังนี้

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \quad \dots\dots(2.5)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad \dots\dots(2.6)$$

ถ้ามีเงื่อนไขว่า $N_1(t=0) = N_1^0$ และ $N_2(t=0) = N_2^0$ แล้วสมการ

(2.5) และ (2.6) จะเป็น

$$N_1^t = N_1^0 \exp(-\lambda_1 t) \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

$$N_2^t = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)) + N_2^0 \exp(-\lambda_2 t) \dots\dots(2.8)$$

เนื่องจากจำนวนกัมมันตภาพรังสีกับจำนวนอะตอมมีความสัมพันธ์ดังนี้ $D = N\lambda$

ดังนั้นสมการ (2.7) และ (2.8) สามารถเขียนอยู่ในรูปกัมมันตภาพรังสีได้คือ

$$D_1^t = D_1^0 \exp(-\lambda_1 t) \dots\dots\dots(2.9)$$

$$D_2^t = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} D_1^0 (\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)) + D_2^0 \exp(-\lambda_2 t) \dots(2.10)$$

นำสมการที่ (2.9) และ (2.10) มาดัดแปลงเพื่อใช้คำนวณหาจำนวนกัมมันตภาพรังสีของตะกั่ว-214 และบิสมัท-214 ณ เวลาที่ปิดเครื่องดูดอากาศ ได้ดังนี้

$$D_1^0 = D_1^t \exp(\lambda_1 t) \dots\dots\dots(2.11)$$

$$D_2^0 = D_2^t \exp(\lambda_2 t) - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\exp(\lambda_2 - \lambda_1)t - 1) D_1^0$$

$$\text{หรือ } \frac{D_2^0}{\lambda_2} = \alpha D_2^t - \beta D_1^0 \dots\dots\dots(2.12)$$

$$\text{โดย } \alpha = \exp(\lambda_2 t)$$

$$\text{และ } \beta = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\exp(\lambda_2 - \lambda_1)t - 1)$$

2.4 การคำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกาะติดกับฝุ่นละอองในอากาศ

เมื่อดูดอากาศผ่านแผ่นกรองอากาศ ธาตุกัมมันตรังสีที่อยู่ร่วมกับฝุ่นละอองก็จะมาสะสมอยู่บนแผ่นกรองตลอดเวลา ถ้าทราบอัตราการดูดของเครื่องดูดอากาศ และช่วงเวลาที่ใช้ในการดูดอากาศ ก็ย่อมจะนำมาหาความสัมพันธ์กับอัตราการสลายตัวกัมมันตภาพรังสีของธาตุที่ถูกดูดมาติดบนแผ่นกรอง ณ เวลาใด ๆ ได้ดังนี้

$$\frac{dN}{dt} = V_0 N_0 - N\lambda \dots\dots\dots(2.13)$$

N = จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีบนแผ่นกรองอากาศ

N_0 = จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีในอากาศหนึ่งหน่วยลูกบาศก์

V_0 = ปริมาตรของอากาศที่ถูกดูดในหนึ่งหน่วยเวลา

ถ้ามีเงื่อนไขว่า เมื่อเวลา $t = 0$, $N = 0$ นั่นคือ ก่อนดูดอากาศไม่มีธาตุกัมมันตรังสีบนแผ่นกรอง สมการ (2.13) ย่อมจะแก้ได้เป็น

$$N \lambda = V_0 N_0 (1 - \exp(-\lambda t_s)) \quad (2.14)$$

จาก (2.14) เขียนให้อยู่ในรูปกัมมันตภาพรังสี ได้ดังนี้

$$D_0 = V_0 N_0 (1 - \exp(-\lambda t_s))$$

หรือ
$$N_0 = \frac{D_0}{V_0} (1 - \exp(-\lambda t_s))^{-1} \quad (2.15)$$

D_0 = อัตราการสลายตัวของกัมมันตภาพรังสีของธาตุบนแผ่นกรอง ณ เวลาที่เปิดเครื่องดูดอากาศ

t_s = ช่วงเวลาที่ใช้ในการดูดอากาศ

2.5 ข้อผิดพลาดของปริมาณหนึ่งซึ่งมีความสัมพันธ์กับปริมาณอื่นที่มีค่าผิดพลาดเกิดขึ้น

เมื่อพิจารณาปริมาณ Q ซึ่งขึ้นอยู่กับปริมาณ A, B, C ตามสมการ

$$Q = f(A, B, C) \quad \dots\dots (2.16)$$

| | | | |
|-----------|---|------------------------|------------|
| ถ้าปริมาณ | A | ค่าผิดพลาดมีค่าเท่ากับ | δ_a |
| " | B | " " | δ_b |
| " | C | " " | δ_c |

จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.16) สามารถที่จะหาค่าผิดพลาดของปริมาณ

$Q(\delta_Q)$ ได้ดังนี้คือ

$$(\delta_Q)^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial A}\right)^2 \delta_a^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial B}\right)^2 \delta_b^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial C}\right)^2 \delta_c^2 \dots \dots \dots (2.17)$$

ซึ่งความสัมพันธ์ของปริมาณ Q กับปริมาณต่าง ๆ ตามสมการที่ (2.16) จะอยู่ในรูปลักษณะต่าง ๆ กัน และแต่ละลักษณะก็สามารถหาค่าผิดพลาดของปริมาณ $Q(\delta_Q)$ ได้โดยใช้เงื่อนไขตามสมการที่ (2.17) ได้ผลออกมาตามตารางที่ (2-2)

ตารางที่ (2-2)

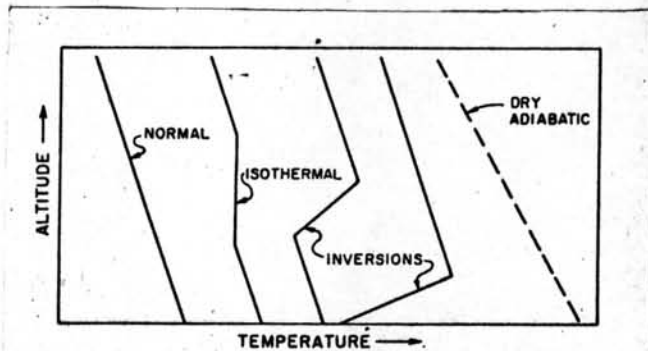
แสดงค่าผิดพลาดของปริมาณหนึ่งซึ่งมีความสัมพันธ์กับปริมาณอื่นในลักษณะต่าง ๆ

| ๙ | $Q = f(A, B)^{(a)}$ | σ_Q^2 | σ_Q |
|---|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1 | $Q = A \div B$ | $(\frac{1}{B})^2 \sigma_a^2 + (\frac{1}{A})^2 \sigma_b^2$ | $Q \sqrt{(\frac{\sigma_a}{A})^2 + (\frac{\sigma_b}{B})^2}$ |
| 2 | $Q = A \times B$ | $B^2 \sigma_a^2 + A^2 \sigma_b^2$ | $Q \sqrt{(\frac{\sigma_a}{A})^2 + (\frac{\sigma_b}{B})^2}$ |
| 3 | $Q = kA$ | $k^2 \sigma_a^2$ | $k \sigma_a$ |
| 4 | $Q = Ak^{-B}$ | $Q^2 (\frac{\sigma_a}{A})^2$ | $Q \frac{\sigma_a}{A}$ |
| 5 | $Q = \frac{A+B}{2}$ | $(\frac{1}{2})^2 \sigma_a^2 + (\frac{1}{2})^2 \sigma_b^2$ | $\frac{1}{2} \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$ |
| 6 | $Q = \frac{k_1 A + k_2 B}{k_1 + k_2}$ | $(\frac{k_1}{k_1 + k_2})^2 \sigma_a^2 + (\frac{k_2}{k_1 + k_2})^2 \sigma_b^2$ | $\frac{1}{k_1 + k_2} \sqrt{k_1^2 \sigma_a^2 + k_2^2 \sigma_b^2}$ |
| 7 | $Q = k_1 A - k_2 B$ | $k_1^2 \sigma_a^2 + k_2^2 \sigma_b^2$ | $\sqrt{k_1^2 \sigma_a^2 + k_2^2 \sigma_b^2}$ |
| 8 | $Q = \frac{A}{B(1-e^{-k})}$ | $(\frac{1}{B(1-e^{-k})})^2 \sigma_a^2 + (\frac{-A}{B^2(1-e^{-k})})^2 \sigma_b^2$ | $Q \sqrt{(\frac{\sigma_a}{A})^2 + (\frac{\sigma_b}{B})^2}$ |

(a) k, k_1 และ k_2 เป็นปริมาณคงที่

2.6 คุณสมบัติบรรยากาศ

เมื่อนำอุณหภูมิของอากาศมาหาความสัมพันธ์กับความสูงเหนือพื้นโลก เส้นกราฟที่
ได้เรียกว่า โปรไฟล์ของอุณหภูมิ (temperature profile) ซึ่งลักษณะของโปรไฟล์ที่น่า
สนใจมีลักษณะตามรูปที่ 2-1



รูปที่ 2-1 (3) แสดงลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิตามบรรยากาศที่น่าสนใจ

ถ้าพิจารณาอากาศที่ความดันและปริมาตรหนึ่ง จะพบว่าอุณหภูมิของอากาศเป็น
สัดส่วนผกผันกับความหนาแน่น และความเร่งเนื่องจากแรงลอยตัวจะเป็นสัดส่วนโดยตรง
กับความแตกต่างระหว่างความหนาแน่นของมวลกับความหนาแน่นของอากาศที่อยู่รอบ ๆ การ
ที่อากาศเคลื่อนที่ได้มีไม่ช้าเนื่องจากผลของแรงลอยตัวเพียงอย่างเดียว แต่มีผลเนื่องจาก
โปรไฟล์ของอุณหภูมิตัว จะนั่นจึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาลักษณะต่าง ๆ ของโปรไฟล์นี้ว่า
แต่ละลักษณะจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของอากาศเป็นไปในรูปใด

1 ซุปเปอร์อเดียเบติก (Super Adiabatic) เป็นลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิต่ำ
ลดลงตามความสูงโดยมีอัตรามากกว่าอัตราอเดียเบติก* ที่ส่วนหนึ่งส่วนใดของอากาศนี้

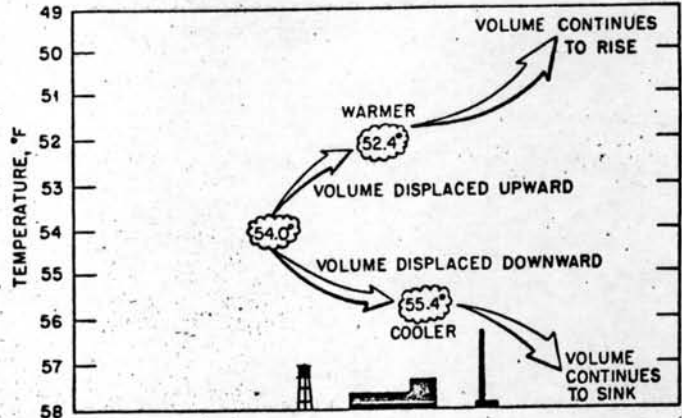
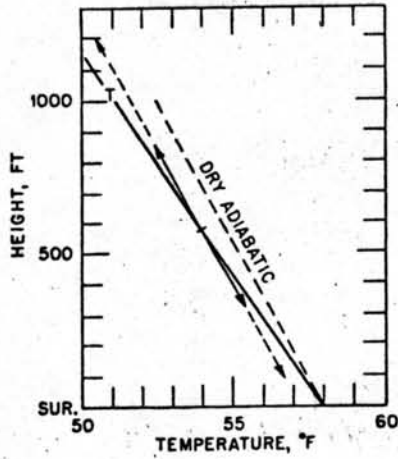
* อัตราอเดียเบติก (Dry Adiabatic) ; อัตราของอุณหภูมิตามบรรยากาศโลกที่ลดลง
ตามความสูงเหนือพื้นโลก ด้วยอัตรา 1 องศาเซลเซียสต่อความสูง 100 เมตร

เมื่อลอยขึ้นหรือจมลงจะเปลี่ยนอุณหภูมิด้วยอัตราเฉลี่ย เบติก ดังนั้นอากาศเมื่อเริ่มถูกกระตุ้นให้ลอยขึ้นที่จุดหนึ่งจุดใดก็จะมีอุณหภูมิเย็นขึ้นด้วยอัตราเฉลี่ย เบติกแต่ร้อนกว่าอากาศที่อยู่ล้อมรอบตลอดเวลา เพราะฉะนั้นมันจะลอยขึ้นเรื่อย ๆ ไม่มีสิ้นสุดราบเท่าที่อากาศล้อมรอบมีลักษณะเช่นนี้ ในทำนองเดียวกันถ้าอากาศถูกกระตุ้นให้จมลงมันจะหนักกว่าอากาศที่ล้อมรอบเรื่อย ๆ และจะจมลงจนถึงพื้นดิน ซึ่งเป็นไปตามแผนภาพรูปที่ 2-2(a) จึงเป็นผลทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของอากาศตามแนวตั้งอย่างอลวน (Turbulent Motion) ดังนั้นสภาวะของบรรยากาศจึงอยู่ในสภาพ สมดุลย์ไม่ถาวร(Unstable)

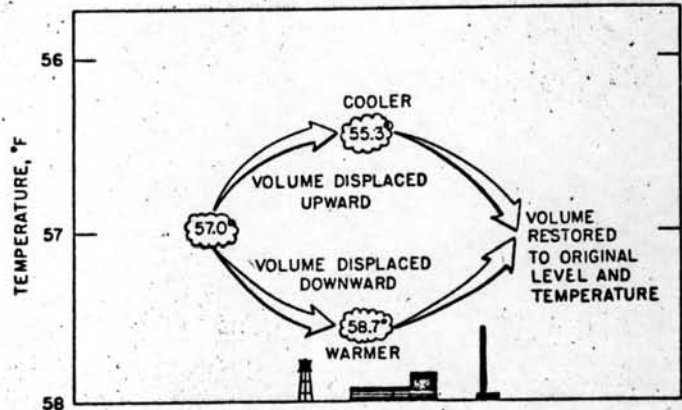
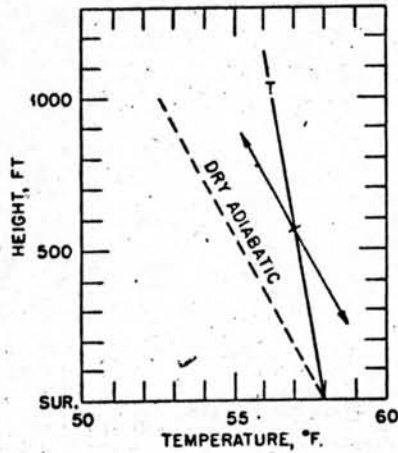
2. นอร์มอล (Normal) เป็นลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิที่อุณหภูมิลดลงตามความสูงโดยมีอัตราน้อยกว่าอัตราเฉลี่ย เบติก โดยเฉลี่ยประมาณ $0.65^{\circ}\text{C}/100$ เมตร ที่ส่วนหนึ่งส่วนใดของอากาศนี้ เมื่อลอยขึ้นหรือจมลงจะเปลี่ยนอุณหภูมิด้วยอัตราเฉลี่ย เบติก ถ้ามันลอยขึ้นก็จะเป็นกว่าและหนักกว่าอากาศโดยรอบ เมื่อหมดแรงกระตุ้นมันจะลอยกลับที่เดิม ถ้ามันถูกกดให้จมลงมันจะร้อนขึ้นด้วยอัตราเฉลี่ย เบติกและร้อนกว่าอากาศโดยรอบ เมื่อหมดแรงกระตุ้นก็จะถูกดันกลับมายู่ที่เดิม ซึ่งเป็นไปตามแผนภาพรูปที่ 2-2(b) ในลักษณะ เช่นนี้สภาวะบรรยากาศจึงอยู่ในสภาพสมดุลย์ ถาวร(Stable)

3. อเดียเบติก (Adiabatic) เป็นลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิที่อุณหภูมิลดลงตามความสูงด้วยอัตราเฉลี่ย เบติก ลักษณะการเคลื่อนที่ของอากาศพิจารณาได้จากแผนภาพรูปที่ 2-2(c) สภาวะบรรยากาศเช่นนี้จะอยู่ในสภาพสมดุลย์เป็นกลาง (Neutral Equilibrium)

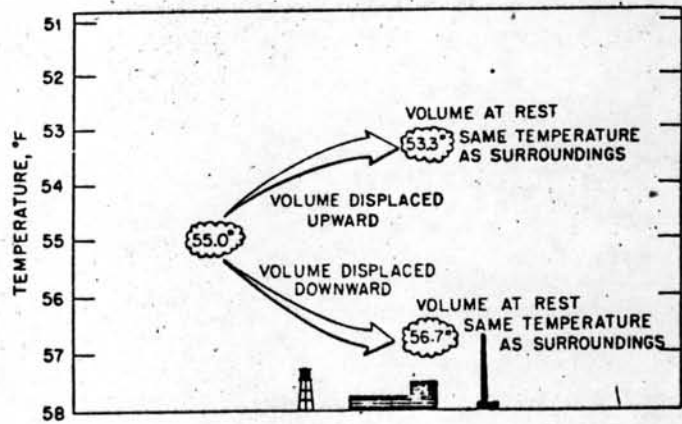
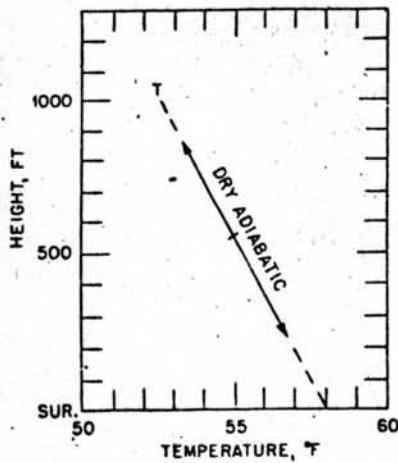
สำหรับในกรณีที่อุณหภูมิเพิ่มตามความสูง เราเรียกโปรไฟล์ของอุณหภูมินี้ว่า การผกกลับ (Inversions) ในลักษณะเช่นนี้สภาวะบรรยากาศอยู่ในสภาพสมดุลย์ได้เพราะอากาศร้อนลอยอยู่เหนืออากาศเย็นอยู่แล้ว ในเวลากลางวันพื้นโลกได้รับความร้อนจากดวงอาทิตย์ จึงเป็นเหตุให้อากาศที่ใกล้พื้นโลกร้อนกว่าอากาศที่อยู่สูงขึ้นไป เพราะฉะนั้นลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิในขณะนี้เป็นแบบซูเปอร์อเดียเบติก พอดกกลางคืนพื้นโลกคายความร้อนได้เร็วกว่าอากาศที่อยู่เหนือพื้นโลกขึ้นไป โปรไฟล์ของอุณหภูมิจึงอยู่ในสภาพผกกลับ ซึ่งลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงในแต่ละวันแสดงในรูปที่ 2-3



(a)

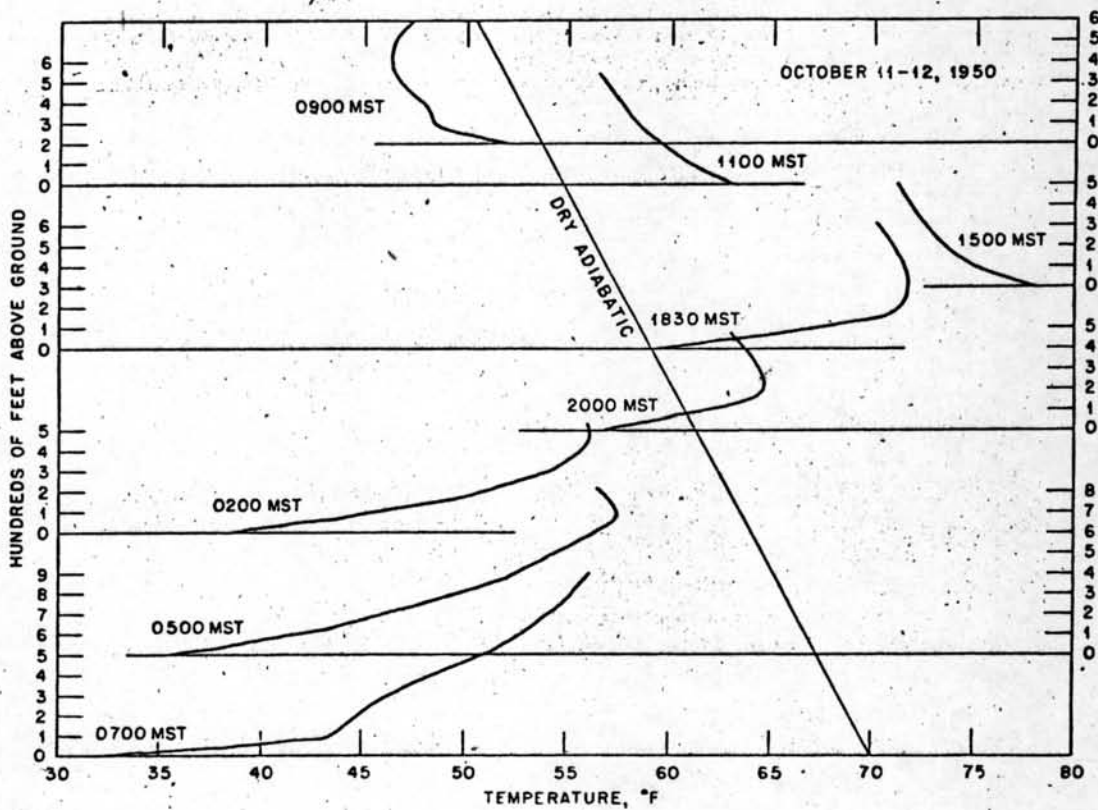


(b)



(c)

รูปที่ 2-2 (3) แสดงผลของโปรไฟล์ของอุณหภูมิบรรยากาศโลกต่อการเคลื่อนที่ของอากาศ



รูปที่ 2-3 (3)

แสดงลักษณะโปรไฟล์ของอุณหภูมิบรรยากาศซึ่งเปลี่ยนแปลงในแต่ละวันที่ท้องฟ้าแจ่มใสและมีลมตามสภาพปกติ