

บทที่ 2

ทฤษฎีและทบทวนงานในอดีต

ในการวิจัยนี้ต้องใช้ทฤษฎีและงานในอดีตเกี่ยวกับอันเดรนครีฟและวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของดิน (Soil Parameter) เพื่อนำไปใช้ในการคาดคะเนการทรุดตัวของดินในสภาพสามมิติ (Three dimension) โดยใช้ทฤษฎีอีลาสติก ดังนั้นจึงแบ่งบททฤษฎีและทบทวนงานในอดีตออกเป็น 2 หัวข้อใหญ่คือ

- ทบทวนงานในอดีตเกี่ยวกับอันเดรนครีฟ
- การหาค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นและอัตราส่วนปัวซอง (Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio)

2.1 งานในอดีตเกี่ยวกับอันเดรนครีฟ

2.1.1 ทั่วไป

การศึกษาการยุบตัวของดินแบบอันเดรน (Undrain deformation) โดยเฉพาะแบบอันเดรนครีฟ ได้มีการศึกษาค้นคว้าโดยใช้เครื่อง Triaxial จากผลการทดลองในอดีตเหล่านี้ มีผู้นำเอาวิชาคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อเป็นแบบ (Model) แสดงถึงปรากฏการณ์ของครีฟในดินเหนียว ซึ่งอาจแบ่งออกเป็น 2 แบบด้วยกันคือ

แบบที่ 1 "แบบรีโอโลจิกัล" (Rheological Models) ใช้แทนคุณสมบัติทางด้านครีฟแสดงหน่วยแรง-ความเครียด-เวลา (Stress-Strain-Time) ของดินด้วย Linear Spring, Linear และ Non Linear Dashpots และ Sliders (SCHIFFMAN, 1959; MURAYAMA และ SHIBATA, 1958, 1961, 1964; CHRISTENSEN และ WU, 1964; ABDELHADY และ HERRIN, 1966; BARDEN, 1969)

แบบที่ 2 "แบบใช้สูตรแทนปรากฏการณ์" (Empirical Phenomenological Equations) เป็นการใช่วิชาคณิตศาสตร์อธิบาย การยุบตัวของดินแบบครีฟโดยให้

มีการใช้ค่าพารามิเตอร์ของดิน (Soil Parameter) น้อยที่สุด

สำหรับแบบที่ 2 SINGH และ MITCHELL (1968) ได้ใช้พารามิเตอร์
รวม 3 ค่าด้วยกัน ในสมการ "ความสัมพันธ์ หน่วยแรง-ความเครียด-เวลา ของดิน"
(General Stress-Strain-Time Function for Soil) ซึ่งแสดงในรูปของ

อัตราความเครียดตามแนวแกน (Axial Strain Rate)	$\dot{\epsilon}$
ระดับหน่วยแรงเฉือน (Shear Stress Level)	\bar{D}
เวลา	t

จากผลการทดลองครีพโดยเครื่อง Triaxial (Triaxial Creep Test)
ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\dot{\epsilon} = A \exp(\bar{\alpha}\bar{D}) \left(\frac{t_1}{t}\right)^m \dots\dots\dots (2.1)$$

ค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 ค่าคือ A , $\bar{\alpha}$, m เป็นค่าที่เหมาะสม เพื่อใช้ในการหาค่า
อัตราความเครียดสำหรับดินเหนียวโดยทั่ว ๆ ไปเมื่อ

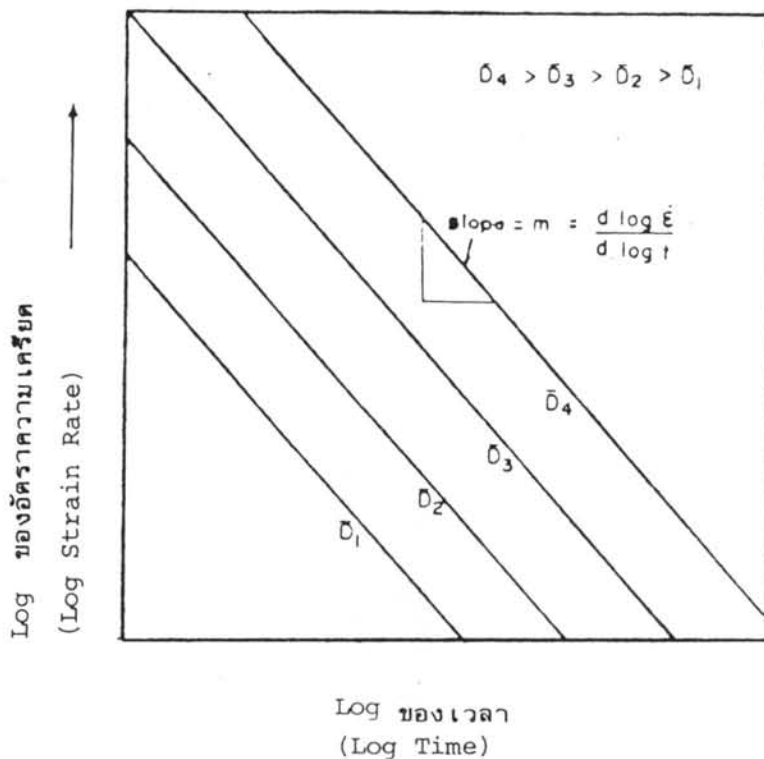
ค่าพารามิเตอร์ m เป็นค่าความลาด (Slope) ของเส้นตรงจากกราฟความสัมพันธ์
ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียดกับ Logarithm ของเวลา (ดูรูปที่ 2.1)

ค่าพารามิเตอร์ $\bar{\alpha}$ เป็นค่าความลาดของส่วนที่เป็นเส้นตรง จากกราฟความสัมพันธ์
ระหว่าง Logarithm ฐาน e ของอัตราความเครียดกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือน (ดูรูปที่
2.2)

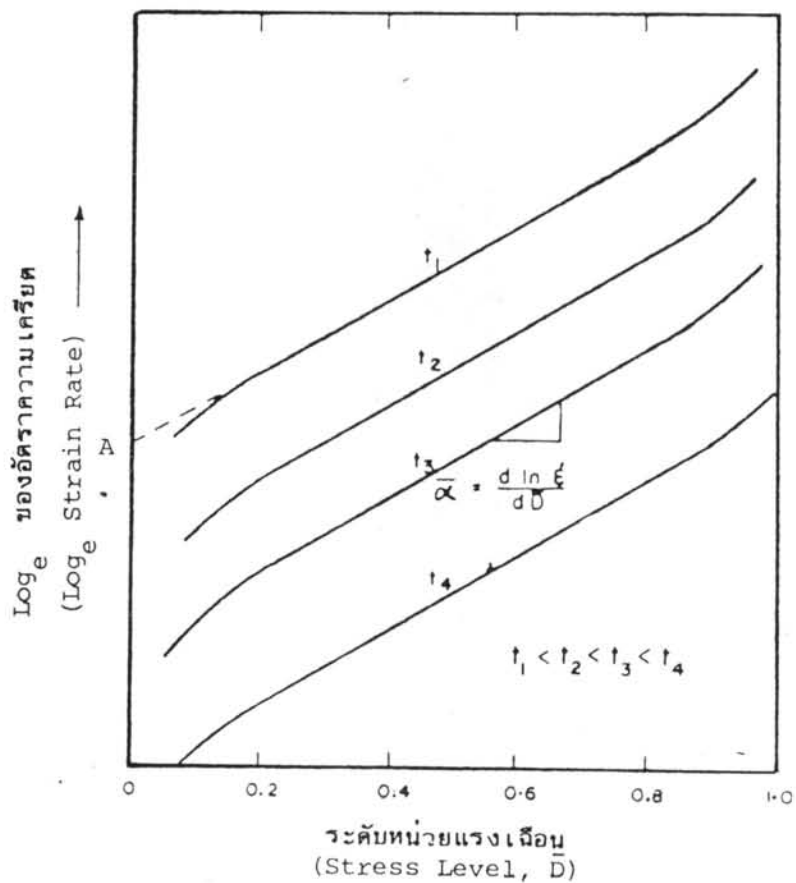
ค่าพารามิเตอร์ A เป็นค่าที่ได้จากการต่อเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ฐาน e
ของอัตราความเครียดกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือนส่วนที่เป็นเส้นตรงเมื่อเวลา $t = t_1$ ตัดแกน
ของอัตราความเครียดที่ค่า A เมื่อระดับหน่วยแรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ (ดูรูปที่ 2.2)

$$\bar{D} = \text{ระดับหน่วยแรงเฉือน} = D/D_{\max}$$

$$D = \text{หน่วยแรงเบี่ยงเบน (Deviator Stress)} = (\sigma_1 - \sigma_3) \text{ ใน Triaxial Test}$$



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log ของอัตราความเครียด กับ Log ของเวลา



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log_e ของอัตราความเครียด กับค่าระดับหน่วยแรงเฉือน

- D_{max} = ค่าสูงสุดของหน่วยแรงเพียงเบน
 = ค่าสูงสุดของ $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ที่ได้จากการทดลองกำลังรับแรงเฉือนโดย
 Triaxial Test
 t = เวลาใด ๆ
 t_1 = หน่วยของเวลา เช่น 1 นาที 1 ชั่วโมง

SINGH และ MITCHELL (1968) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความ
 เกรียคกับเวลา โดยหาจากการอินทิเกรต (Integration) สมการ (2.1) ซึ่งให้ผล-
 ลัพท์ 2 ค่าขึ้นอยู่กับค่าความลาด m กล่าวคือ

$$\epsilon = a + \frac{A}{1-m} \exp(\bar{\alpha D}) (t)^{1-m} \quad \text{เมื่อ } m \neq 1 \dots (2.2a)$$

$$\epsilon = \epsilon_1 + A \exp(\bar{\alpha D}) \ln(t) \quad \text{เมื่อ } m = 1 \dots (2.2b)$$

$$t = 1$$

- เมื่อ ϵ = ความเครียด (Strain) เมื่อเวลา t
 a = ค่าคงที่จากการอินทิเกรตของฟังก์ชันครีพ (Creep Function)
 ϵ_1 = ความเครียดเมื่อเวลา $t = 1$ หน่วย

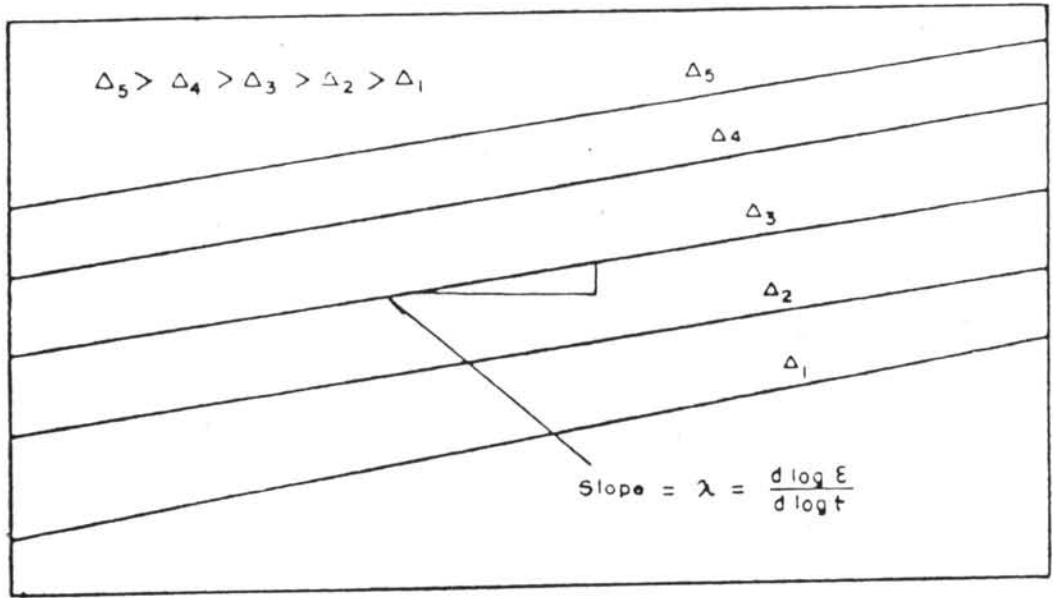
SEMPLE (1973) ได้ปรับปรุงค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 ค่าของ SINGH และ
 MITCHELL (1968) โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดครีพ (Creep Strain) กับเวลา
 t และระดับหน่วยแรงเฉือน ได้สมการ

$$\epsilon = B \exp(\beta \Delta) \left(\frac{t}{t_1}\right)^\lambda \dots (2.3)$$

เมื่อค่าพารามิเตอร์ λ เป็นค่าความลาดของเส้นตรงจากกราฟสัมพันธ์ระหว่าง
 Logarithm ของความเครียดกับ Logarithm ของเวลา (ดูรูปที่ 2.3)

ค่าพารามิเตอร์ β เป็นค่าความลาดของส่วนที่เป็นเส้นตรงจากกราฟความสัมพันธ์
 ระหว่าง Logarithm ฐาน e ของความเครียดกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือน (ดูรูปที่ 2.4)

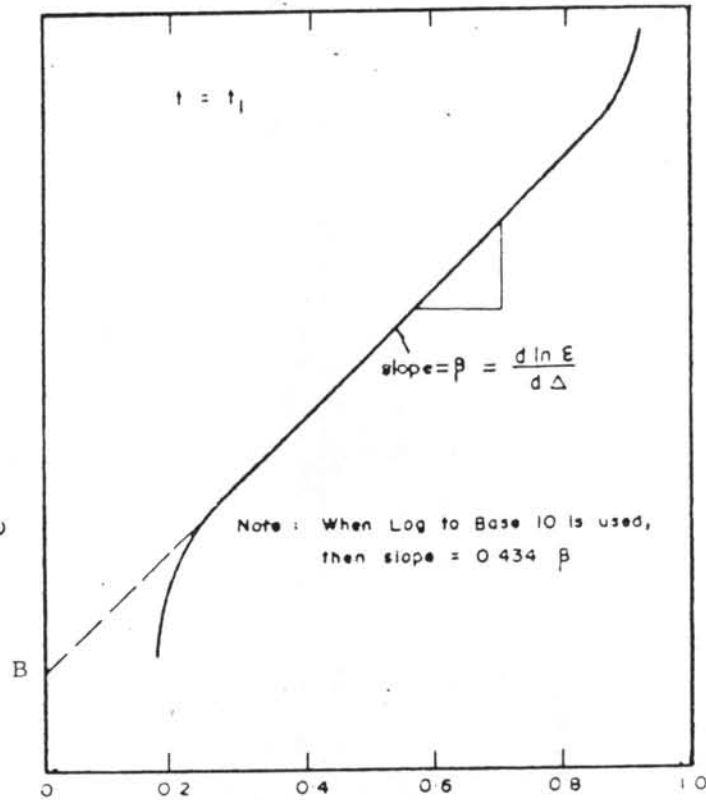
Log ของความเครียดตามแนวแกน
(LOG AXIAL STRAIN) →



Log ของเวลา
(LOG TIME)

รูปที่ 2.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log ของความเครียดกับ Log ของเวลา

Log_e ของความเครียดตามแนวแกน
(LOG_e AXIAL STRAIN) →



ระดับหน่วยแรงเฉือน
(STRESS LEVEL, Δ)

รูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log_e ของความเครียดกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือน

ค่าพารามิเตอร์ B เป็นค่าที่ได้จากการต่อเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ฐาน e ของความเครียดกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือนส่วนที่เป็นเส้นตรงเมื่อเวลา $t = t_1$ ตัดแกนของความเครียดที่ค่า B เมื่อระดับหน่วยแรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ (ดูรูปที่ 2.4)

$$\Delta = \text{ระดับหน่วยแรงเฉือน} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\text{ค่าสูงสุดของ } (\sigma_1 - \sigma_3)}$$

$$t = \text{เวลาใด ๆ}$$

$$t_1 = \text{หน่วยของเวลา เช่น 1 นาที 1 ชั่วโมง}$$

2.1.2 การคาดคะเนเวลาถึงพิบัติโดยอันครีนครีฟ (Predicting the Time to Failure)

อัตราความเครียดครีฟ (Creep Strain Rate) มักจะมีค่าลดลงเมื่อเวลาผ่านไป หลังจากเวลาผ่านไปนาน ๆ การยุบตัวของดินอาจจะหยุด หรือถ้าไม่หยุด อัตราความเครียดก็จะลดลงเรื่อย ๆ แต่ในบางกรณีโดยเฉพาะที่ระดับหน่วยแรงเฉือนสูง ๆ อัตราความเครียดจะกลับเริ่มมีค่าเพิ่มมากขึ้นอีกซึ่งจะทำให้เกิดการพิบัติโดยครีฟในที่สุด

ผลการทดลองอันครีนครีฟได้แสดงให้เห็นว่า การพิบัติเมื่อดินรับหน่วยแรงเฉือนค่าคงที่ เกิดขึ้นเมื่อค่าความดันน้ำในโพรงของดินมีค่าเพิ่มมากขึ้น จนทางเดินของหน่วยแรงประสิทธิผล (Effective Stress Path) วิ่งเข้าสู่เอนVELOP ของหน่วยแรงประสิทธิผลที่พิบัติ (Effective Stress Envelop at Failure) ที่ได้จากการทดสอบกำลังรับแรงเฉือน (WALKER, 1969b; SHIBATA และ KARUBE, 1969; ARULANADAN et al, 1971)

MURAYAMA และ SHIBATA (1961) พบว่าการพิบัติโดยครีฟ จะเกิดขึ้นเมื่อดินรับหน่วยแรงเฉือนค่าคงที่ มีค่ามากกว่าค่าหน่วยแรงเฉือนคงที่ค่าหนึ่งเรียกว่า "กำลังครีฟ" (Creep Strength หรือ Yield Value)

SAITO และ UEZAWA (1961) พบว่า กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของเวลาที่เหลือก่อนการพิบัติโดยครีฟ (Creep Rupture Life) กับอัตราความ

เครียดจะได้ลักษณะกราฟเส้นตรง ซึ่งมีบางจุดกระจายออกนอกเส้น (ดูรูปที่ 2.5) ได้ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เหลือก่อนการพินดีโดยครีพกับอัตราความเครียดจากการทดสอบครีพใน Triaxial ดังสมการ

$$\log t_r = 2.33 - 0.916 \log \dot{\epsilon} \pm 0.59 \quad \dots \dots \dots (2.4)$$

เมื่อ t_r = เวลาที่เหลือก่อนการพินดีโดยครีพ (Creep Rupture Life หรือ Remaining Time to Rupture) มีหน่วยเป็น นาที

$\dot{\epsilon}$ = อัตราความเครียดคงที่* 10^{-4} ต่อนาที ($10^{-2}\%$ ต่อนาที)

SAITO และ UEZAWA (1961) เสนอแนะว่า ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เหลือก่อนการพินดีโดยครีพกับอัตราความเครียด จะไม่ขึ้นกับชนิดของดินและวิธีการทดสอบ แต่ 95 % ของจุดทั้งหมดจะอยู่ในแถบเส้นตรง แสดงในค่าของ ± 0.59 รอบของมาตราส่วน \log (Cycle of Log Scale) ในสมการ (2.4)

SAITO และ UEZAWA (1961), SAITO (1965) ใช้สมการคาดคะเนเวลาที่จะเกิดการพินดีของความลาด (Slope Failure) สรุปได้ว่าสมการและข้อมูลที่ได้จากการทดลองสามารถนำไปใช้ได้กับสภาพที่เกิดขึ้นจริง ๆ ในสนาม

SINGH และ MITCHELL (1969) แบ่งดินออกเป็น 3 ชนิดคือ

ชนิดที่ 1 ความแข็งแรงของดินลดลงเมื่อเวลาผ่านไป

ชนิดที่ 2 ความแข็งแรงของดินเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป

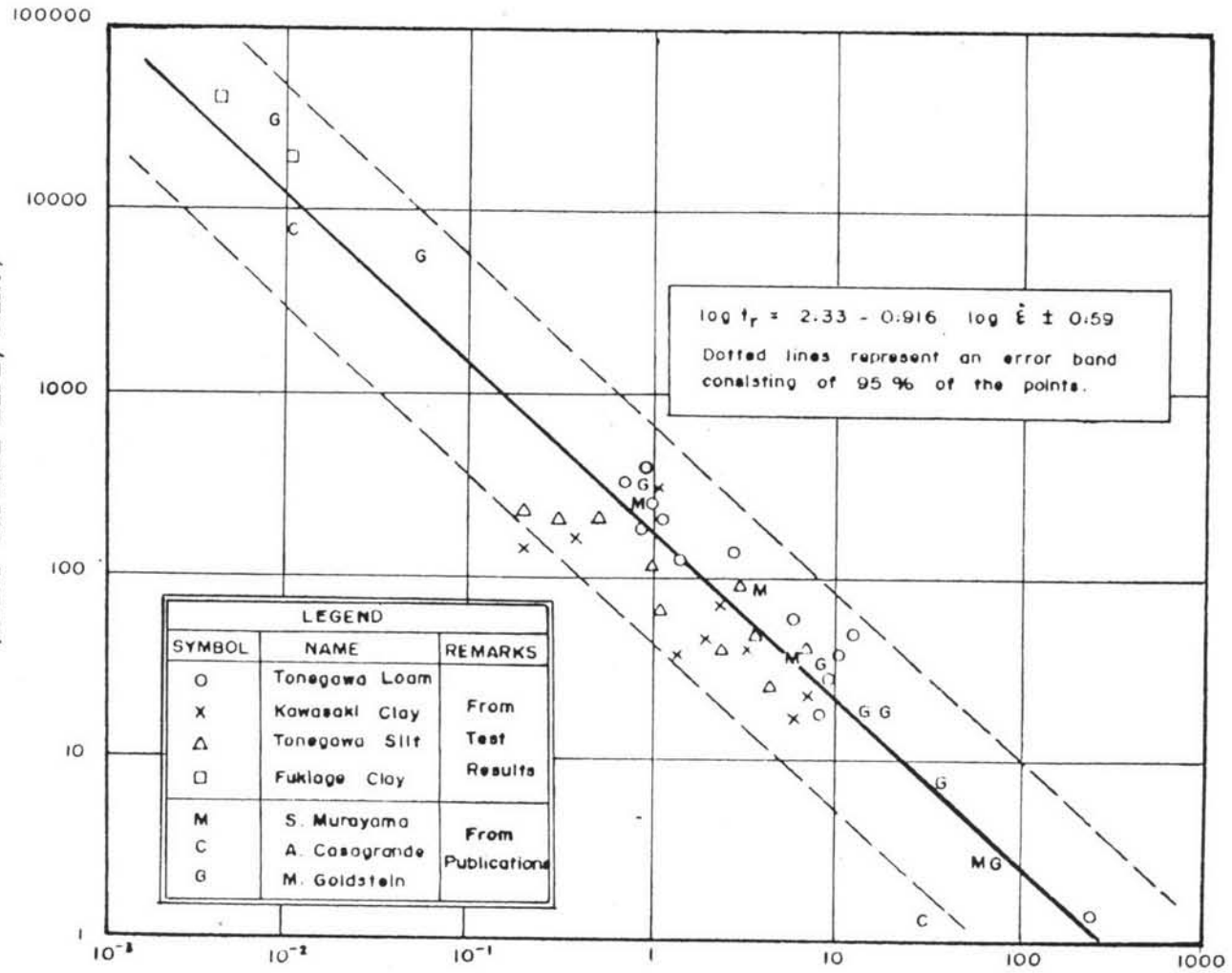
ชนิดที่ 3 ความแข็งแรงของดินมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลา

SINGH และ MITCHELL (1969) ใช้ค่าพารามิเตอร์ m (ค่าความลาดของเส้นตรงกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียดกับ Logarithm ของเวลา ดูรูปที่ 2.1) เป็นตัวชี้แนวโน้มที่จะมีพฤติกรรมทางด้านครีพ (Creep Potential)

* อัตราความเครียดคงที่ คือ ความลาดของช่วงที่เป็นเส้นตรงจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดในระหว่างครีพกับเวลา ก่อนจะเกิดความเครียดด้วยอัตราเร่ง

เวลาที่เหลือก่อนการพืบัติโดยครีพ, นาที

(CREEP RUPTURE LIFE, MIN.)



อัตราความเครียด x 10⁻⁴ ต่อ นาที

(STRAIN RATE x 10⁻⁴/MIN.)

รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เหลือก่อนการพืบัติโดยครีพกับอัตราความเครียด

(จาก SAITO และ UEZAWA, 1961)

ของดิน กล่าวคือ เมื่อ m มีค่าลดลง แนวโน้มที่จะมีปัญหาทางด้านครีพจะมากขึ้น จากการศึกษาสรุปได้ว่า

1. กรณีที่อัตราความเครียดมีค่าลดลงกับเวลา เมื่อเวลา t เพียงกัน อัตราความเครียดจะมีค่าต่างกันขึ้นอยู่กับชนิดของดิน

2. ค่าความลาด $m = \frac{de}{d \log(t)}$ จะมีค่าคงที่สำหรับดินชนิดหนึ่ง ๆ เมื่อ m ยังมีค่าน้อยเท่าใดการยุบตัวสะสมของดินเมื่อเวลาผ่านไปจะยังมีค่ามากขึ้น

SINGH และ MITCHELL (1969) พบว่า

เมื่อความลาด m มีค่าน้อยกว่า 1 : มักจะเกิดการพิบัติโดยครีพ เมื่อดินรับหน่วยแรงเฉือนค่าคงที่ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินที่ไม่ได้คิดผลของครีพ

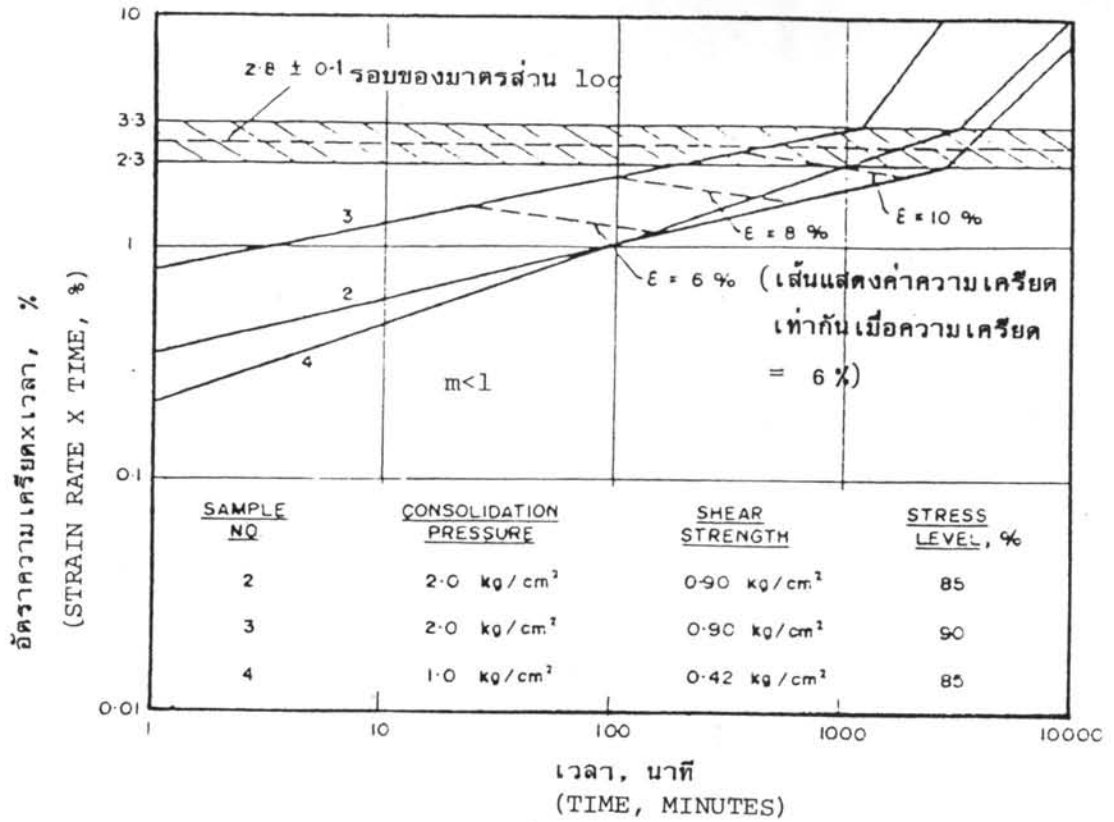
เมื่อความลาด m มีค่าเท่ากับ 1 : ดินจะมีความแข็งแรงประมาณได้ว่าไม่เปลี่ยนแปลงทั้งก่อนและหลังครีพ

เมื่อความลาด m มีค่ามากกว่า 1 : ดินจะหยุดครีพเมื่อเวลาผ่านไป

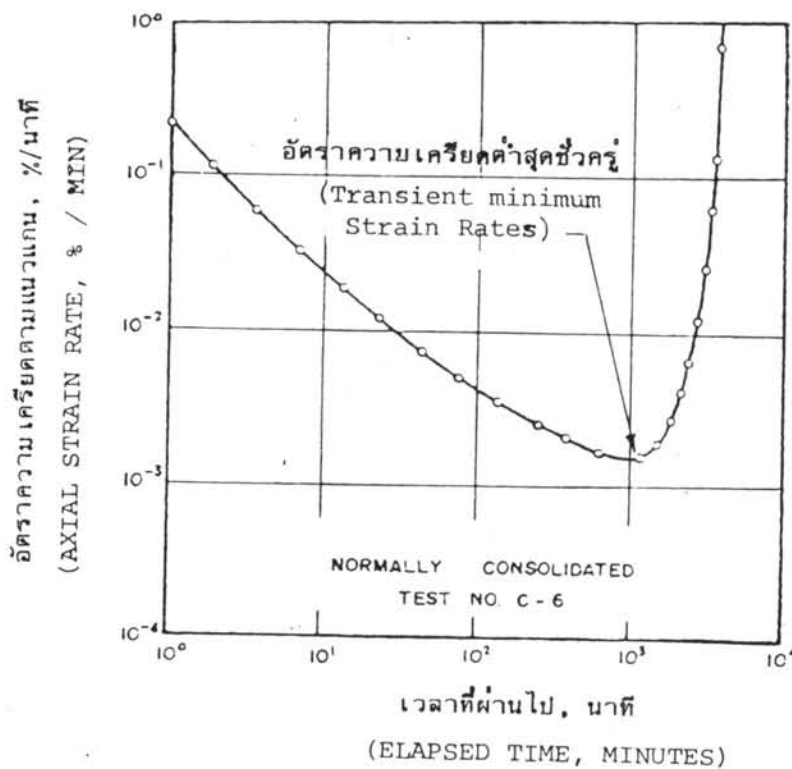
นอกจากนี้ SINGH และ MITCHELL (1969) พบว่า ดินชนิดหนึ่ง ๆ ค่าของ $\dot{\epsilon}t$ ที่จุดเกิดการพิบัติจะไม่ขึ้นอยู่กับระดับหน่วยแรงเฉือน และค่า $\dot{\epsilon}t$ ที่จุดเกิดการพิบัติจะเป็นคุณสมบัติเฉพาะของดินชนิดนั้น ๆ ถ้าเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียด \times เวลา ($\dot{\epsilon}t$) กับ Logarithm ของเวลา เมื่อความลาด m มีค่าน้อยกว่า 1 ดังแสดงในรูปที่ 2.6 จะได้ความสัมพันธ์คือ

1. กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียด \times เวลา ($\dot{\epsilon}t$) กับ Logarithm ของเวลาจะประกอบด้วยเส้นตรงสองเส้นเมื่อดินเกิดการพิบัติโดยครีพ เส้นตรงส่วนแรกจะมีความลาดชันน้อยกว่าเส้นตรงส่วนที่สอง เพราะเส้นตรงส่วนที่สองเกิดความเครียดเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วก่อนจะพิบัติโดยครีพ

2. เส้นแสดงค่าความเครียดเท่ากัน (Equal Strain Contours) จะประมาณได้ว่าอยู่ในลักษณะแนวนอน แสดงให้เห็นถึงความ เป็นอันหนึ่งอันเดียว (Unique)



รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความเครียดเวลา (et) กับเวลา (จาก SINGH และ MITCHELL, 1969)



007512

รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ Log ของอัตราความเครียดกับ Log เวลาครีพของดินเหนียวอ่อน (จาก FINN และ SHEAD, 1973)

ระหว่างค่าอัตราความเครียด x เวลา ($\dot{\epsilon}t$) กับค่าความเครียด (ϵ)

ค่า $\dot{\epsilon}t$ ที่จุดเกิดการพิบัติจะมีค่าเกือบคงที่ ดังนั้นเวลาถึงพิบัติสำหรับดินที่เกิดการพิบัติโดยครีหสามารถคาดคะเนได้จากสมการ (2.5) คือ

$$\text{จากสมการ (2.1)} \quad \dot{\epsilon} = A \exp(\bar{\alpha}D) \left(\frac{t}{t_1}\right)^m$$

$$\dot{\epsilon}t = A t_1^m \exp(\bar{\alpha}D) t^{1-m}$$

ถ้าให้ t_f เป็นเวลาถึงพิบัติ (Time to Failure)

$(\dot{\epsilon}t)_f$ เป็นค่าของอัตราความเครียด x เวลาที่จุดเกิดการพิบัติโดยครีห

$$\text{ดังนั้น} \quad \ln(\dot{\epsilon}t)_f = \ln(At_1^m) + \bar{\alpha}D + (1-m) \ln t_f$$

$$\ln t_f = \frac{1}{(1-m)} \left[\ln(\dot{\epsilon}t)_f - \ln(At_1^m) - \bar{\alpha}D \right]$$

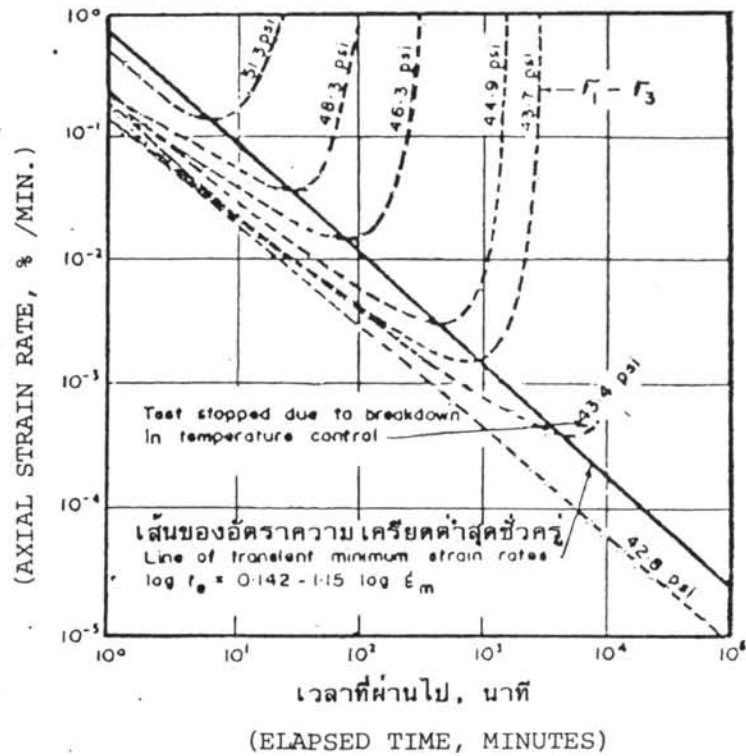
$$\ln t_f = \frac{1}{(1-m)} (C - \bar{\alpha}D) \quad \dots \dots \dots (2.5)$$

$$\text{เมื่อ } C = \ln(\dot{\epsilon}t)_f - \ln(At_1^m)$$

FINN และ SHEAD (1973) ได้แสดงการพิบัติโดยครีหของดินเหนียวฮันนี่ (Honey Clay) จากบริติสโคลัมเบีย (British Columbia) พบว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียดกับ Logarithm ของเวลา จะมีการเปลี่ยนแปลงของอัตราความเครียดเป็นสมการที่ต่อเนื่องกันตลอด (Continuous function) มีอัตราความเครียดค่าสุดชั่วคราว (Definite Transient Minimum Strain Rate) ก่อนเกิดการพิบัติโดยครีห (ดูรูปที่ 2.7)

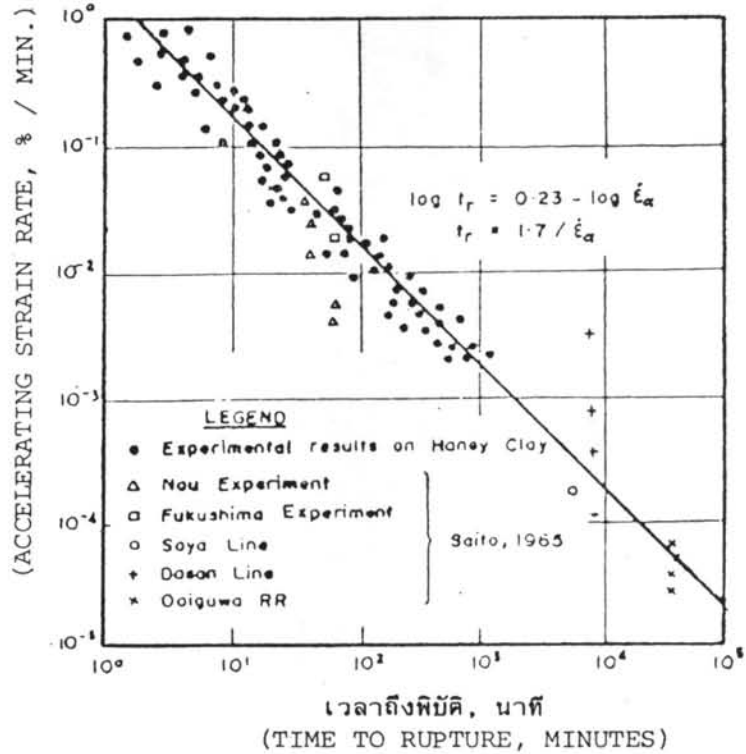
รูปที่ 2.8 เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียดกับ Logarithm ของเวลา ในการทดสอบครีหของดินเหนียวฮันนี่ซึ่งเป็นดินชนิด Normal Consolidated (Normal Consolidated Honey Clay) เส้นที่ลากผ่านจุดที่เกิดอัตราความเครียดค่าสุดชั่วคราวจะมีลักษณะเป็นเส้นตรงตั้งสมการ

อัตราความเครียดตามแนวแกน, % ต่อ นาที



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log อัตราความเครียดกับ Log ของเวลา ครึ่งของดินเหนียวฮันนี่ (จาก FINN และ SHEAD, 1973)

อัตราความเครียดเร่ง, % ต่อ นาที



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่าง Log อัตราความเครียดเร่งกับ Log ของเวลา (จาก FINN และ SHEAD, 1973)

$$\text{Log } t_e = 0.142 - 1.15 \text{ Log } \dot{\epsilon}_m \dots\dots\dots (2.6)$$

เมื่อ t_e คือเวลาที่เกิดอัตราความเครียดต่ำสุดชั่วคราว มีหน่วยเป็นนาที

$\dot{\epsilon}_m$ คืออัตราความเครียดต่ำสุดชั่วคราว มีหน่วยเป็น % ต่อนาที

FINN และ SHEAD (1973) ได้แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง

Logarithm ของอัตราความเครียดเร่ง (Accelerating Strain Rate) ซึ่งเป็นอัตราความเครียดหลังจากเกิดอัตราความเครียดต่ำสุดชั่วคราวกับเวลาถึงพิกัดของดินเหนียวชั้นนี้ ดังแสดงในรูปที่ 2.9 จะได้ลักษณะของกราฟเส้นตรงเช่นเดียวกับผลการทดลองของ SAITO (1965) กราฟเส้นตรงจะไม่ขึ้นกับค่าระดับหน่วยแรงเฉือน ประวัติการยุบอัดตัว (Consolidation History) และสภาพการระบายน้ำ (Drainage Condition) ได้สมการ

$$\text{Log } t_r = 0.23 - \text{Log } \dot{\epsilon}_a \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\text{หรือ } t_r = 1.7 / \dot{\epsilon}_a$$

เมื่อ t_r คือเวลาที่เหลือก่อนการพิกัดโดยครีฟ มีหน่วยเป็นนาที

$\dot{\epsilon}_a$ คืออัตราความเครียดเร่งหลังจากเกิดอัตราความเครียดต่ำสุดชั่วคราว มีหน่วยเป็น % ต่อนาที

2.1.3 ความดันน้ำในโพรง (Pore Water Pressure) ระหว่างอันเดรนครีฟ

MITCHELL และ CAMPANELLA (1963) พบว่า ความดันน้ำในโพรงที่ได้จากการทดลองอันเดรนครีฟของดินทดลองอิลไลต์ (Illite) จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นอย่างรวดเร็วหลังจากเริ่มอันเดรนครีฟ หลังจากนั้นจะคงที่หรือเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ เช่นเดียวกับการยุบตัวแบบอันเดรนครีฟที่เกิดขึ้น

HOLZER et al. (1972) ได้ทดลองอันเดรนครีฟของดินอ่อนมากที่ไม่ถูกรบกวนจากอ่าวซานฟรานซิสโก (Undisturbed San Francisco Bay Mud) ได้พบพฤติกรรมอันเดรนครีฟ สอดคล้องกับสมการ "ความสัมพันธ์หน่วยแรง-ความเครียด-เวลาของดิน"

(General Stress Strain Time Function for Soil) ของ SINGH และ MITCHELL (1968) นอกจากนี้ยังพบว่า ความดันน้ำในโพรงจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาระหว่างอันเดรนครีฟมากขึ้นทุกค่าระดับหน่วยแรงเฉือน (Stress Level) ถึงแม้ที่ระดับหน่วยแรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ก็มีการเพิ่มของค่าความดันน้ำในโพรง อัตราการเพิ่มของความดันน้ำในโพรงจะสูงเฉพาะในช่วงแรก หลังจากนั้น ความดันน้ำในโพรงจะเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ อัตราการเพิ่มของความดันน้ำในโพรงในช่วงหลังนี้จะมีค่าเกือบเท่ากันทุกค่าระดับหน่วยแรงเฉือน ดังนั้น HOLZER จึงแบ่งการเพิ่มของความดันน้ำในโพรงระหว่างอันเดรนครีฟ ออกเป็น 2 แบบด้วยกันคือ

แบบแรก ค่าความดันน้ำในโพรงจะไม่ขึ้นกับเวลา (Time Independent)

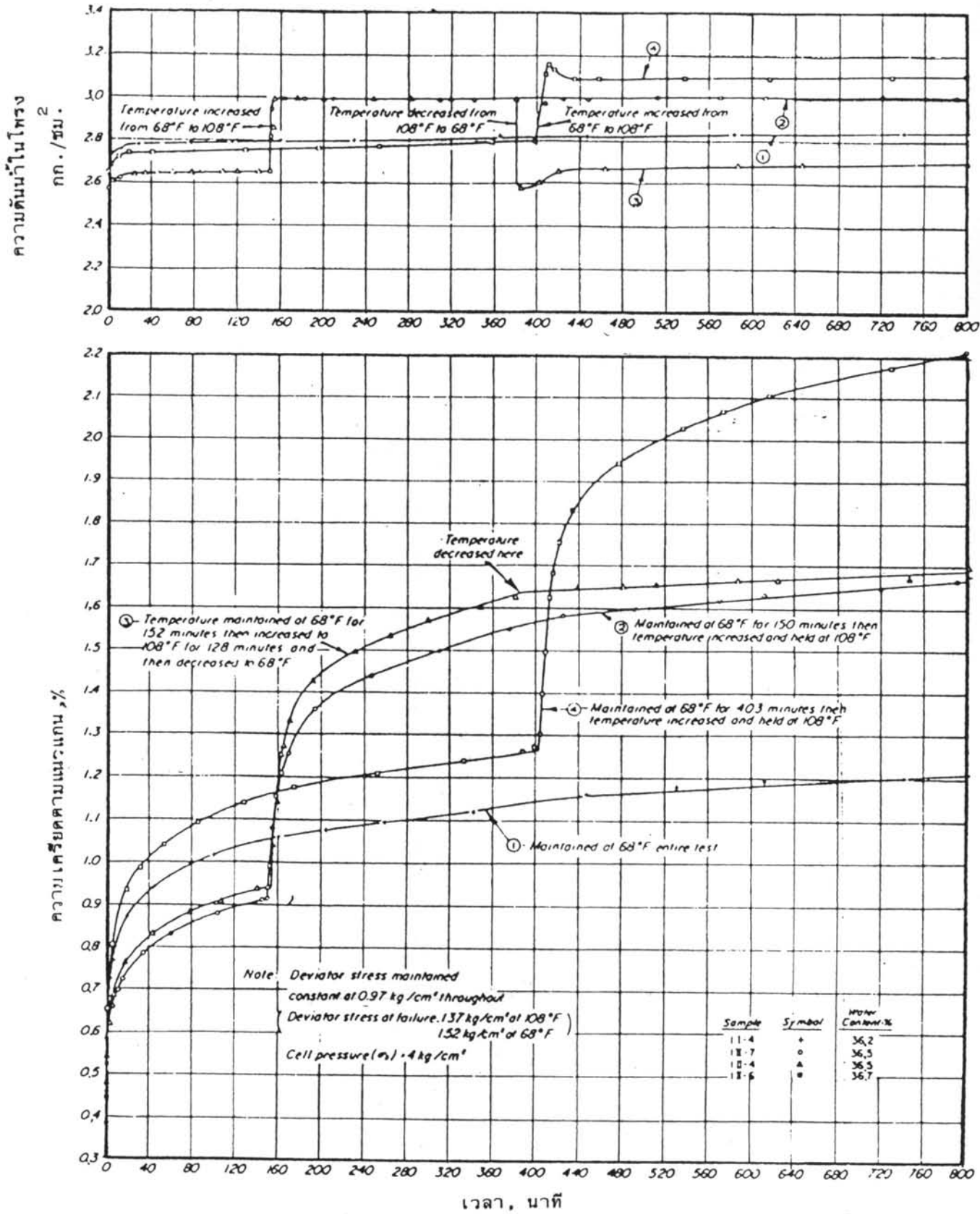
แบบที่สอง ค่าความดันน้ำในโพรงจะขึ้นกับเวลา (Time Dependent)

SHEN et al. (1973) ได้ทดลองอันเดรนครีฟของดินอ่อนมากที่ไม่ถูกรบกวน จากอ่าวซานฟรานซิสโก พบว่า ความดันน้ำในโพรงที่เพิ่มขึ้นเมื่อระดับหน่วยแรงเฉือนมีค่าเป็นศูนย์ เป็นสัดส่วนโดยตรงกับความดันประสิทธิผลในเซลล์ (Effective Cell Pressure, $\bar{\sigma}_{c3}$) เมื่อให้เวลาในขบวนการยุบอัดตัวคายน้ำ (Consolidation) ก่อนการทดลองอันเดรนครีฟเท่ากัน จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Normalized ความดันน้ำในโพรงที่เพิ่มขึ้น กับค่าความดันประสิทธิผลในเซลล์ ($\Delta u / \bar{\sigma}_{c3}$) กับเวลา เป็นเส้นกราฟเพียงเส้นเดียว ทั้ง ๆ ที่ใช้ค่าความดันประสิทธิผลในเซลล์ ($\bar{\sigma}_{c3}$) หลาย ๆ ค่า การทดสอบทำใน Normally Consolidated Range.

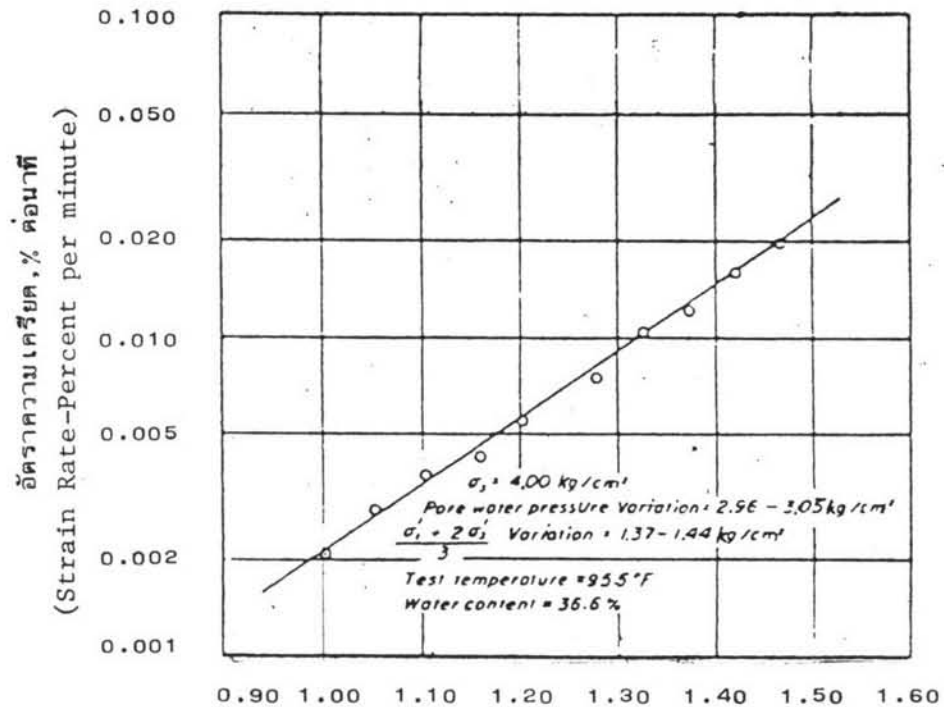
2.1.4 ผลของอุณหภูมิต่ออันเดรนครีฟ (Effect of Temperature)

MITCHELL และ CAMPANELLA (1963) ได้ทำการทดลองอันเดรนครีฟที่หน่วยแรงเบี่ยงเบน (Deviator Stress) คงที่ แล้วปรับอุณหภูมิให้เปลี่ยนแปลงในระหว่างเกิดอันเดรนครีฟ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของอันเดรนครีฟเมื่อมีผลจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิพบว่า

เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น จะทำให้อัตราการยุบตัวเนื่องจากอันเดรนครีฟมีค่าเพิ่มมากขึ้น เมื่อเทียบกับอัตราการยุบตัวเดิมก่อนที่อุณหภูมิจะเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ค่าความดันน้ำในโพรงมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ยังผลให้ค่าหน่วยแรงประสิทธิผลในดินมีค่าลดลง ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ผลของอุณหภูมิต่อพฤติกรรมอันตรรกนรีพ เมื่อดินรับหน่วยแรง
 เบี่ยงเบนค่าคงที่ (จาก MITCHELL และ CAMPANELLA, 1963)



หน่วยแรงเบี่ยงเบน, กก/ซม²
 (Deviator Stress, ksc)

รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความเครียดกับหน่วยแรงเบี่ยงเบน
 ระหว่างอันเดรนครีฟเมื่ออุณหภูมิคงที่ (จาก MITCHELL และ
 CAMPANELLA, 1963)

เมื่ออุณหภูมิลดลง จะให้ผลการทดลองกลับกับ เมื่ออุณหภูมิมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ อัตราการยุบตัวเนื่องจากอันตรรกจะลดลงเมื่อเทียบกับอัตราการยุบตัวเดิม ก่อนที่อุณหภูมิจะลดลงและค่าความดันน้ำในโพรงจะมีค่าลดลง ดังแสดงในรูปที่ 2.10

เมื่ออุณหภูมิมีค่าคงที่ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราความเครียด ครีพ (Creep Strain Rate) กับหน่วยแรงเบี่ยงเบน (Deviator Stress) เป็นกราฟ เส้นตรง ดังแสดงในรูปที่ 2.11

2.1.5 ผลของส่วนประกอบของดิน (Effect of Composition)

MITCHELL (1976) กล่าวว่า โดยทั่ว ๆ ไปถ้าปริมาณร้อยละของส่วน ที่มีขนาดเล็กกว่า $2\mu\text{m}$ (0.002 มม.) โดยน้ำหนัก หรือปริมาณดินเหนียว (Clay Content) และค่าแอกติวิตี (Activity) ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่าง P.I. (Plastic Index) ต่อ ปริมาณดินเหนียวมีค่าสูงก็จะมีผลต่อพฤติกรรมทางด้านครีพของดิน ดังแสดงผลการทดลอง ในรูปที่ 2.12 พบว่า อัตราความเครียดคงที่ครีพจะมีค่าสูงขึ้น เมื่อปริมาณดินเหนียวมีค่ามากขึ้น และในรูปที่ 2.13 พบว่า อัตราความเครียดคงที่ครีพจะมีค่าสูงขึ้น เมื่อปริมาณดินเหนียว และค่า P.I. (Plastic Index) มีค่าสูงขึ้น

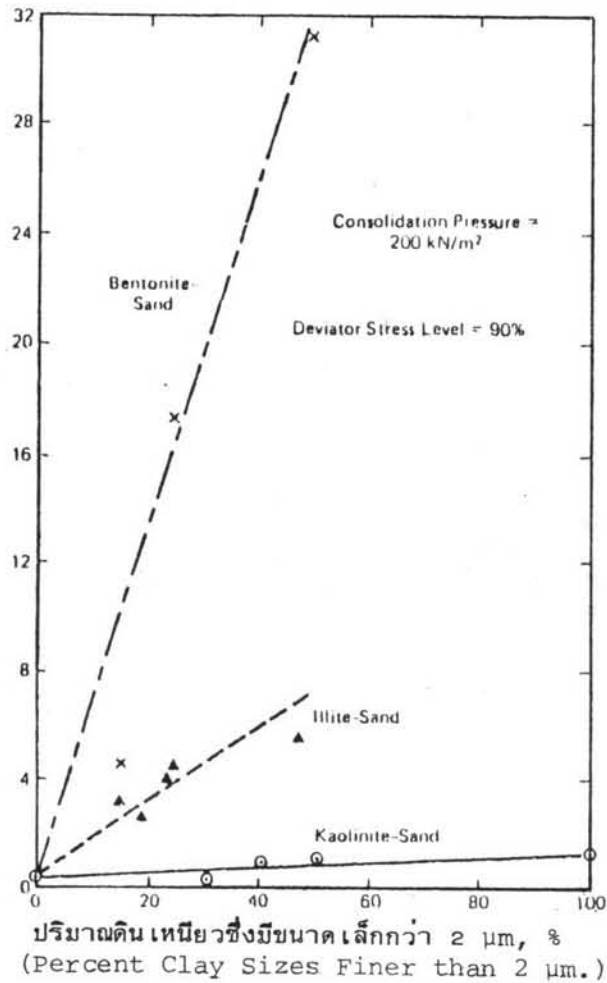
นอกจากนี้ค่าปริมาณความชื้นในดิน (Water Content) ก็มีผลต่อพฤติกรรมการยุบตัวต่อเนื่องกับเวลาของดิน ดินที่มีปริมาณความชื้นในดินสูง จะมีการยุบตัวเนื่องจาก ครีพมากกว่าดินที่มีปริมาณความชื้นในดินต่ำกว่า

2.1.6 ผลของระบบหน่วยแรงในดิน (Effect of Stress System)

CAMPANELLA และ VAID (1974) ได้ทดสอบดินเหนียวฮันนี่ (Haney Clay) จากบริติชโคลัมเบีย (British Columbia) โดยใช้เครื่อง Triaxial และ Plane Strain โดยทำให้ดินอัดตัวคายน้ำในสภาพต่าง ๆ กัน ก่อนการทดสอบครีพ

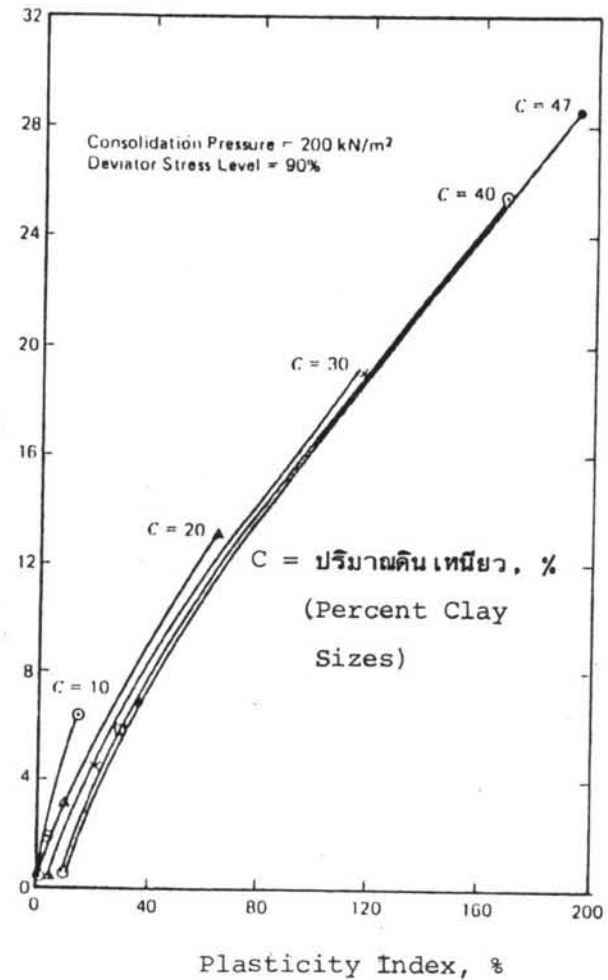
- ใช้เครื่อง Triaxial ทำให้ดินอัดตัวคายน้ำแบบไอโซทรอปิก (Isotropically Consolidation) และแบบ K_0 -แอนไอโซทรอปิก (K_0 -Anisotropically Consolidation) โดยให้หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้งมีค่าเท่ากัน แล้วจึง ทำการทดสอบครีพ

อัตราความเครียดคงที่ครีพ, 10^{-7} นาที⁻¹
(Steady State Creep Rate, 10^{-7} min^{-1})

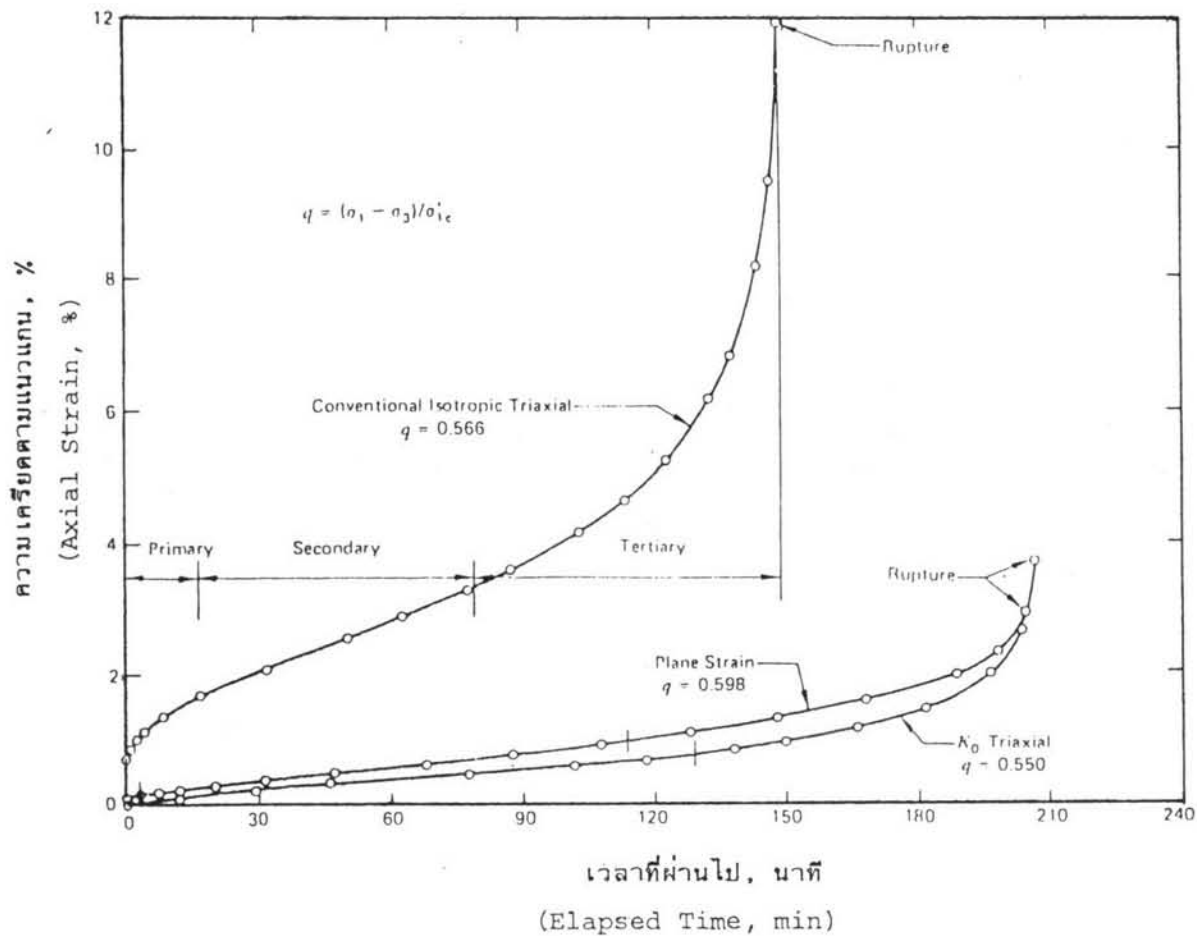


รูปที่ 2.12 ผลของปริมาณดินเหนียวต่อ
อัตราความเครียดครีพ

อัตราความเครียดคงที่ครีพ, 10^{-7} นาที⁻¹
(Steady State Creep Rate, 10^{-7} min^{-1})



รูปที่ 2.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณดินเหนียว
Plasticity Index และอัตราความเครียดครีพ



รูปที่ 2.14 ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดตามแนวแกนกับเวลา ครีพของดินเหนียวชั้นนี้ เมื่ออัดตัวด้วยน้ำแบบ ไอโซทรอปิกและ K_0 -แอนไอโซทรอปิก โดยใช้เครื่อง Triaxial และ Plane Strain (จาก CAMPANELLA และ VAID, 1974)

- ใช้ Plane Strain ทำให้ดินอัดตัวคายนํ้าในสภาพ K_0 -แอนไอโซทรอปิก โดยให้หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้งมีค่าเท่ากับการทดลองโดยใช้เครื่อง Triaxial แล้วจึงทำการทดสอบครีฟ

ผลการทดสอบสรุปได้ว่า ลักษณะของหน่วยแรงประสิทธิผลในดินก่อนเกิดครีฟ มีผลต่อพฤติกรรมทางด้านครีฟของดิน การทดสอบครีฟเมื่อดินอัดตัวคายนํ้าแบบ K_0 -แอนไอโซทรอปิก จะได้ค่าพารามิเตอร์ m (ความลาดของกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง Logarithm ของอัตราความเครียด กับ Logarithm ของเวลา) มีค่าน้อยกว่าค่าพารามิเตอร์ m ที่ได้จากการทดสอบครีฟเมื่อดินอัดตัวคายนํ้าแบบไอโซทรอปิก ดังนั้นผลจากแอนไอโซทรอปิกของดิน จะทำให้ดินมีแนวโน้มที่จะเกิดปัญหาทางด้านครีฟสูงขึ้น นอกจากนี้การพินิจโดยครีฟ เมื่อดินอัดตัวคายนํ้าแบบ K_0 -แอนไอโซทรอปิก จะเกิดขึ้นเมื่อความเครียดมีค่าต่ำกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีพินิจโดยครีฟเมื่อดินอัดตัวคายนํ้าแบบไอโซทรอปิกมาก ดังแสดงผลการทดลองในรูปที่ 2.14

2.2 ค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น (E) และอัตราส่วนปัวซอง (ν) (Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio)

DAVIS และ POULOS (1963) ได้แนะนำวิธีคาดคะเนการยุบตัวของดิน โดยใช้ทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบอีลาสติก (Elastic Displacement) ในสภาพสามมิติ โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของดินคือ ค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น (E) และค่าอัตราส่วนปัวซอง (ν) ซึ่งค่าพารามิเตอร์นี้มีค่าแตกต่างกันขึ้นอยู่กับสภาพการยุบตัวของดินคือ

สภาพไม่ระบายน้ำ (Undrained) ใช้ $E = E_u$ และ $\nu = \nu_u$

สภาพระบายน้ำ (Drained) ใช้ $E = E'$ และ $\nu = \nu'$

จะเห็นว่าวิธีการคาดคะเนการยุบตัวในสภาพสามมิติ โดยใช้ทฤษฎีอีลาสติกซึ่งต้องใช้ค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นและอัตราส่วนปัวซองที่ถูกต้อง จึงจะกล่าวโดยละเอียดถึง

- ทฤษฎีอีลาสติกในหัวข้อ 2.2.1

- วิธีการหาค่าอัตราส่วนปัวซอง ในหัวข้อ 2.2.2 และ
- วิธีการหาค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น ในหัวข้อ 2.2.3

2.2.1 ทฤษฎีอีลาสติก (Elastic Theory)

วิศวกรปรุทกศาสตร์พบว่า การพิจารณาดินไม่ได้พิจารณาเฉพาะการป้องกันการบิดในมวลดินเท่านั้น ยังจะต้องควบคุมการยุบตัวของดินด้วย ซึ่งการยุบตัวของดินส่วนใหญ่เกิดจากการรับแรงเพิ่มขึ้น ดังนั้น วิศวกรต้องหาเขตจำกัดของแรงที่มากระทำ และทราบการยุบตัวของดินเมื่อถูกแรงกระทำนั้น ๆ วิศวกรจึงต้องทราบความสัมพันธ์ ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของดิน

ทฤษฎีอีลาสติกถูกนำมาใช้เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียด สมการที่ใช้อยู่ในรูปของค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น (E) และอัตราส่วนปัวซอง (v) แต่คุณสมบัติของเนื้อวัสดุในทฤษฎีอีลาสติก มีสภาพต่างกับเนื้อดินตามธรรมชาติ อย่างไรก็ตาม มีผู้ตั้งสมมติฐานว่า ดินมีคุณสมบัติเป็นแบบสมการเส้นตรงเอกพันธ์ไอโซทรอปิก (Linear Homogeneous Isotropic Material) ซึ่งสามารถใช้ทฤษฎีอีลาสติกแบบสมการเส้นตรง (Linear Elastic Theory) หาความสัมพันธ์ระหว่าง หน่วยแรงกับความเครียดได้จากสมการ

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - v(\sigma_y + \sigma_z)] \quad \dots\dots\dots (2.8.a)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - v(\sigma_x + \sigma_z)] \quad \dots\dots\dots (2.8.b)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - v(\sigma_x + \sigma_y)] \quad \dots\dots\dots (2.8.c)$$

เมื่อ E คือค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity หรือ Young Modulus)

v คือค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ คือค่าความเครียดตามแนวแกน x, แกน y และแกน z

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ คือค่าหน่วยแรงตามแนวแกน x, แกน y และแกน z

2.2.2 วิธีการหาค่าอัตราส่วนปริมาตรของ (Poisson's Ratio)

ค่าอัตราส่วนปริมาตรของ สามารถหาได้จากการทดลองโดยใช้ทฤษฎีอิลาสติก ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 สภาพคือ

สภาพไม่ระบายน้ำ (Undrained)

ดินเหนียวอิ่มตัวด้วยน้ำ (Saturated Clay) ในสภาพไม่ระบายน้ำ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงในปริมาตรของดิน ค่าอัตราส่วนปริมาตรของตามทฤษฎี v_u จะมีค่าเท่ากับ 0.5

สภาพระบายน้ำ (Drained)

ทำการทดลองโดยใช้เครื่อง Triaxial จากทฤษฎีอิลาสติกได้ความสัมพันธ์

$$v' = \frac{\epsilon_1 \Delta \bar{\sigma}_3 - \epsilon_3 \Delta \bar{\sigma}_1}{\epsilon_1 (\Delta \bar{\sigma}_1 + \Delta \bar{\sigma}_3) - 2\epsilon_3 \Delta \bar{\sigma}_3} \dots \dots \dots (2.9)$$

เมื่อ v' คือค่าอัตราส่วนปริมาตรของในสภาพระบายน้ำ

ϵ_1, ϵ_3 คือค่าความเครียดตามแนวแกนและแนวรัศมี (Axial and Radial Strain)

$\Delta \bar{\sigma}_1, \Delta \bar{\sigma}_3$ คือค่าการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงประสิทธิผล ตามแนวแกนและแนวรัศมี

ในกรณีที่ $\Delta \bar{\sigma}_3 = 0$

$$v' = -\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \dots \dots \dots (2.10)$$

2.2.3 วิธีการหาค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity)

2.2.3.1 โดยการทดลอง

สามารถหาค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นได้โดยใช้การทดลอง

ซึ่งแบ่งเป็น 2 สภาพคือ

สภาพไม่ระบายน้ำ (Undrained)

จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงในปริมาตรของดิน $v = v_u = 0.5$ โดยใช้การทดลองหาค่า-
 ลังรับแรงเฉือนของดินแบบอิสระด้านข้าง (Unconfined Compression Test, UC) หรือ
 การทดลองหาค่ารับแรงเฉือนของดินในสภาพอันเครนหลังจากถูกอัดตัวคายน้ำในเครื่อง
 Triaxial (Consolidated Undrained Triaxial Compression Test, CU) ได้

$$E_u = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3}{\epsilon_1} \dots\dots\dots (2.11)$$

เมื่อ E_u คือค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นในสภาพไม่ระบายน้ำ

สภาพระบายน้ำ (Drained)

จะมีการเปลี่ยนแปลงปริมาตรของดิน $v = v'$ โดยใช้การทดลองการอัดตัวคายน้ำ
 ในเครื่อง Triaxial (Triaxial Consolidation Test) ได้

$$E' = \frac{(\Delta\bar{\sigma}_1 - \Delta\bar{\sigma}_3)(\Delta\bar{\sigma}_1 + 2\Delta\bar{\sigma}_3)}{\epsilon_1(\Delta\bar{\sigma}_1 + \Delta\bar{\sigma}_3) - 2\epsilon_3\Delta\bar{\sigma}_3} \dots\dots\dots (2.12)$$

เมื่อ E' คือค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นในสภาพระบายน้ำ

ϵ_1, ϵ_3 คือค่าความเครียดตามแนวแกนและแนวรัศมี (Axial and Radial Strain)

$\Delta\bar{\sigma}_1, \Delta\bar{\sigma}_3$ คือค่าการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงประสิทธิผลตามแนวแกนและแนวรัศมี

ในกรณี $\Delta\bar{\sigma}_3 = 0$

$$E' = \frac{\Delta\bar{\sigma}_1}{\epsilon_1} \dots\dots\dots (2.13)$$

2.2.3.2 โดยใช้สูตร Empirical

BJERRUM (1964) เสนอความสัมพันธ์

$$E_u = (250 \text{ ถึง } 500) S_u \dots\dots\dots (2.14)$$

เมื่อ S_u คือค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบอันเดรนท์ที่ได้จากการทดลองหากำลังรับแรงเฉือนของดินแบบอิสระด้านข้าง (Unconfined Compression Test, UU) หรือการทดสอบ Vane Test

MIT Group (1969) ให้สูตรสำหรับหาการยุบตัวของคันดิน (Embankment) สำหรับ Boston Blue Clay

$$\frac{E_u}{\sigma_{vc}} = 250 \dots\dots\dots (2.15)$$

COROTIS, FARZIN และ KRIZEK (1974) ได้คิดถึงผลการอัดตัวของดินที่มีต่อค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่น ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$(E_{or})_{\eta} = (E_{or})_S \left(\frac{\gamma_{\eta}}{\gamma_S}\right)^{n_{\gamma}} \dots\dots\dots (2.16)$$

เมื่อ $(E_{or})_{\eta}$ คือค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นที่ความหนาแน่น γ_{η}
 $(E_{or})_S$ คือค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นที่ทราบค่า เมื่อดินมีความหนาแน่น γ_S
 n_{γ} คือค่าคงที่ซึ่งหาได้จากการทดลอง

LAMBE และ WITHMAN (1969) ได้ให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นในสภาพระบายน้ำกับค่าโมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นในสภาพไม่ระบายน้ำดังสมการ

$$E_u = 1.15E' \dots\dots\dots (2.17)$$