

ทฤษฎี

2.1 จากการทราบค่าโดสเรท (dose rate) ของนิวตรอนความเร็วสูงจากต้นกำเนิดจุด เมื่อความแรงเท่ากับ 1 นิวตรอน/วินาที³ โดยบอกเป็น $4\pi r^2 D(r)$ มิลลิเรพ-ตร.ชม./ชั่วโมง ซึ่งสามารถเปลี่ยนเป็นฟลักซ์ได้ดังแสดงค่าไว้ในตารางที่ 1 ค่าในตารางนี้เปรียบเทียบกับ ฟลักซ์ฟลักซ์ (ϕ_f) ที่คำนวณจากทฤษฎีต่าง ๆ

2.2 ต้นกำเนิดจุด (point source)

2.2.1 ทฤษฎีทุกรูป

ทฤษฎีทุกรูป เป็นการนำเอาสมการ "การฟุ้ง" มาคำนวณฟลักซ์ โดยแบ่งนิวตรอน ออกเป็นสองกลุ่ม คือ นิวตรอนความเร็วต่ำ ได้แก่ นิวตรอนที่มีพลังงานเฉลี่ยตั้งแต่ 0 eV ถึง 0.1 eV และนิวตรอนความเร็วสูง ได้แก่ นิวตรอนที่มีพลังงานเฉลี่ยตั้งแต่ 0.1 eV จนถึง 2 MeV

นิวตรอนความเร็วสูงได้จากต้นกำเนิดที่วางอยู่ในน้ำ ในขณะที่นิวตรอนเคลื่อนที่มี บางตัวถูกจับไว้และบางตัวเคลื่อนที่ชนไปชนมากับนิวเคลียสของน้ำ มีการสูญเสียพลังงานจนกลายเป็นนิวตรอนความเร็วต่ำ นิวตรอนความเร็วต่ำที่เกิดขึ้นยังคงเคลื่อนที่อยู่ในน้ำ อาจจะถูกน้ำจับไว้ หรือ เกิดการชนกับนิวเคลียสของน้ำได้เช่นเดียวกัน จะเห็นว่าต้นกำเนิดของนิวตรอนความเร็วต่ำ มาจากนิวตรอนความเร็วสูงนั่นเอง

สมการการฟุ้ง

$$\text{อัตราการสูญหาย} + \text{อัตราการถูกดูดกลืน} - \text{อัตราการเกิด} = 0$$

$$-D\nabla^2\phi(r) + \sum_a \phi(r) - S(r) = 0 \quad (2.1)$$

เมื่อมีต้นกำเนิดนิวตรอนอัดแน่นอยู่ที่จุดหนึ่ง ให้นิวตรอนออกมาสม่ำเสมอ S นิวตรอน

³Herbert Goldstein, Fundamental Aspects of Reactor Shielding (Massachusetts: Addison-Wesley Pub. Co., 1959), p. 393.

(วินาที เป็นการสะกด ถ้าคิด $\phi = \phi(r, \theta, \psi)$ และให้ตัวพ่วง (subscript) f และ s แทนปริมาณที่เกี่ยวข้องกับนิวตรอนความเร็วสูงและต่ำตามลำดับ จากสมการ (2.1) :-

$$D_f \left[\frac{\partial^2 \phi_f}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \phi_f}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \phi_f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \phi_f}{\partial \psi^2} \right] - \Sigma_a \phi_f = -s \quad (2.2)$$

เนื่องจากไม่มีต้นกำเนิดนิวตรอนความเร็วสูงในน้ำ และการกระจายของนิวตรอนเป็นสมมาตรทรงกลม (spherical symmetry) สมการ (2.1) เหลือเพียง:-

$$\frac{d^2 \phi_f}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi_f}{dr} - \frac{\phi_f}{L_f^2} = 0 \quad r > 0 \quad (2.3)$$

ให้ $\phi_f = u/r$ เขียนสมการ (2.3) ได้เป็น:-

$$-\frac{d^2 u}{dr^2} - \frac{u}{L_f^2} = 0 \quad (2.4)$$

คำตอบทั่วไปของสมการ (2.2) คือ

$$\phi_f = \frac{1}{r} (Ae^{r/L_f} + Be^{-r/L_f}) \quad (2.5)$$

เมื่อ A, B เป็นค่าคงที่ใดๆ (arbitrary constant)

Σ_f = ครอสเซกชันการลดความเร็ว (slowing down cross section)
หน่วย ซม.⁻¹

D_f = สัมประสิทธิ์การฟุ้งของนิวตรอนความเร็วสูง (fast diffusion coefficient) หน่วย ซม.

L_f = ระยะทางที่นิวตรอนเคลื่อนที่ในช่วงที่ลดความเร็ว (slowing down length) หน่วย ซม.

$$\frac{1}{L_f^2} = \frac{\Sigma_f}{D_f}$$

$$\phi_f = \text{ฟลักซ์} \text{ หน่วย นิวตรอน/ตร.ซม.-วินาที}$$

เงื่อนไข (boundary condition)

$$1) \phi_f(\infty) = 0$$

$$2) \lim_{r \rightarrow 0} 4\pi r^2 J(r) = S$$

$$J(r) = \text{เคอร์เรนท} \text{ เคนซิติ (current density) หน่วย นิวตรอน/ตร.ซม.-วินาที}$$

$$\text{ได้ } \phi_f = \frac{S e^{-r/L_f}}{4\pi D_f r} \quad (2.6)$$

เนื่องจากต้นกำเนิดนิวตรอนความเร็วต่ำ เกิดมาจากนิวตรอนความเร็วสูง

$$S = \sum_f \phi_f = \frac{S e^{-r/L_f}}{4\pi L_f^2 r} \quad \text{แทนในสมการ (2.2) ได้:-}$$

$$\frac{d^2 \phi_s}{dr^2} + \frac{2d\phi_s}{r dr} - \frac{\phi_s}{L_s^2} = - \frac{S e^{-r/L_f}}{4\pi L_f^2 D_s r} \quad (2.7)$$

$$\text{ให้ } \phi_s = \frac{C}{r} e^{-r/L_f}$$

คำตอบทั่วไปของสมการ (2.7) คือ

$$\phi_s = \frac{A}{r} e^{r/L_s} + \frac{B}{r} e^{-r/L_s} - \frac{S L_s^2 e^{-r/L_f}}{4\pi D_s (L_s^2 - L_f^2) r} \quad (2.8)$$

เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงที่ใดๆ

$$D_s = \text{สัมประสิทธิ์การฟุ้งของนิวตรอนความเร็วต่ำ (thermal diffusion coefficient) หน่วย ซม.}$$

$$L_s = \text{ระยะทางที่ทำให้ } \phi_s \text{ ลดไป } e \text{ เท่า (diffusion length) หน่วย ซม.}$$

ϕ_s = เทอร์มัลฟลักซ์ หน่วย นิวตรอน/ตร.ซม.-วินาที

เงื่อนไข

$$1) \phi_s(\infty) = 0$$

$$2) \int_0^{\infty} \sum_a \phi_f 4\pi r^2 dr = S$$

$$\text{จะได้ } \phi_s = \frac{SL_s^2}{4\pi(L_s^2 - L_f^2)D_{sr}} \left[e^{-r/L_s} - e^{-r/L_f} \right] \quad (2.9)$$

ใช้ $D_f = 1.143$ ซม., $D_s = 0.16$ ซม., $L_s = 2.85$ ซม.⁴ และ $L_f = 5.5$ ซม.
 คำนวณ ϕ_f และ ϕ_s ได้ค่าที่แสดงไว้ในตารางที่ 2 และ 5 แล้วลองเปลี่ยนค่า L_f
 เป็น 6.5 ซม. และ 7.5 ซม. เพื่อต้องการทราบว่า ค่า L_f ค่าใดให้ผลการคำนวณ
 ฟลักซ์ใกล้เคียงกับค่าในตารางที่ 1 มากที่สุด

2.2.2 ทฤษฎีเฟสสแอกเตอริง⁵

เมื่อมีต้นกำเนิดนิวตรอนความเร็วสูงอยู่ในน้ำ นิวตรอนจะเคลื่อนที่ออกจากต้นกำเนิดทุกทิศ
 ทุกทางเป็นเส้นตรง จนกระทั่งเกิดการชน ในช่วงพลังงานสูงๆ แขนงของชั้นโครสเซคชันมีค่าน้อย
 (เปลี่ยนตาม 1/ความเร็ว) ดังนั้นการชนแบบนี้คล้ายกับการเกิดสแอกเตอริง ระยะทางส่วนใหญ่ที่
 นิวตรอนเคลื่อนที่ในช่วงที่ลดความเร็วขึ้นกับระยะทางที่เคลื่อนที่ไวก่อนเกิดการชน หลังจากที่เกิดการ
 ชนครั้งแรกแล้วนิวตรอนความเร็วสูงจะกลายเป็นนิวตรอนความเร็วต่ำทันที จากโมเดลนี้ทำให้ได้ว่า
 ต้นกำเนิดของนิวตรอนความเร็วต่ำเกิดมาจากการชนครั้งแรกของนิวตรอนความเร็วสูงนั่นเอง

$$\phi_f = (\text{จำนวนนิวตรอนที่ผิวทรงกลมรัศมี } r) \quad (\text{โอกาสที่ไม่เกิดการชนครั้งแรก})$$

⁴Raymond L. Murray, Nuclear Reactor Physics (New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1957), pp. 123-24.

⁵V.R. Meghreblian and D.K. Holmes, Reactor Analysis (New York: McGraw-Hill Book Co. Inc., 1960), pp. 237-39.

$$\phi_f = \frac{S e^{-\sum_s r}}{4\pi r^2} \quad (2.10)$$

\sum_s = สแกตเตอร์ริง ครอสเซกชัน (Scattering cross section) หน่วย ซม.⁻¹

ผลคัทสุดท้าย
 ค่ารวม ϕ_f โดยใช้ \sum_s ต่างๆ กัน เพื่อต้องการทราบว่า \sum_s มีค่าเท่าใด จึงจะให้แสดงค่า ϕ_f ไว้ในตารางที่ 3

เนื่องจาก S ของนิวตรอนความเร็วต่ำ เกิดมาจากการชนครั้งแรกของนิวตรอนความเร็วสูง

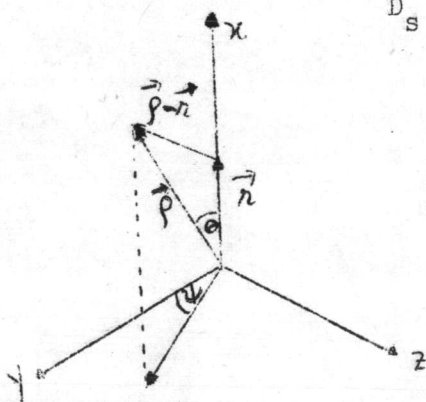
S = (จำนวนนิวตรอนที่ผิวของทรงกลมรัศมี r) (โอกาสที่จะเกิดการชนครั้งแรกที่ผิวทรงกลม รัศมี r หนา 1 หน่วย)

$$S = \frac{S \sum_s e^{-\sum_s r}}{4\pi r^2} \quad \text{แทนค่าในสมการ (2.1) ได้: -}$$

$$D_s \nabla^2 \phi_s(r) - \sum_a \phi_s(r) = - \frac{S \sum_s e^{-\sum_s r}}{4\pi r^2} \quad (2.11)$$

ได้ $\phi_s(r) = \frac{S \sum_s}{D_s (4\pi)^2} \int \frac{e^{-\sum_s \rho} - k|\vec{r} - \vec{\rho}|}{\rho^2 |\vec{r} - \vec{\rho}|} d\rho \quad (2.12)$

$$k^2 = \frac{\sum_a}{D_s}$$



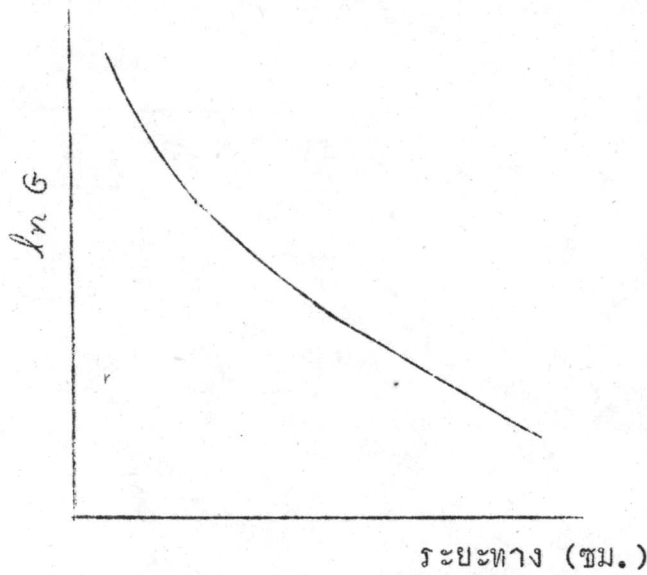
เมื่อเลือกโคออร์ดิเนตดังรูปที่ 1 โดยเลือก x ไปตาม r จะหาค่า ϕ ได้:-

รูปที่ 1 แสดงการเลือกโคออร์ดิเนต



$$\begin{aligned} \phi_s &= \frac{S \sum_s}{D_s (4\pi)^2} \int_0^\infty e^{-\sum_s \rho} d\rho \int_0^\pi \frac{\exp[-k(r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \theta)]^{1/2}}{(r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \theta)^{3/2}} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\psi \\ &= \frac{S \sum_s}{4\pi D_s k r} \left[e^{-kr} \int_0^r \frac{\sinh k \rho}{\rho} e^{-\sum_s \rho} d\rho + \sinh k r \int_r^\infty \frac{e^{-\sum_s \rho}}{\rho} d\rho \right] \\ \phi_s &= \frac{S \sum_s}{4\pi D_s k r} \left[e^{-kr} \int_0^r \frac{\sinh k \rho}{\rho} e^{-\sum_s \rho} d\rho + \sinh k r E_1((\sum_s + k)\rho) \right] \quad (2.13) \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } G = \frac{\sum_s}{4\pi D_s k r} \left[e^{-kr} \int_0^r \frac{\sinh k \rho}{\rho} e^{-\sum_s \rho} d\rho + \sinh k r E_1((\sum_s + k)\rho) \right] \quad (2.14)$$



รูปที่ 2 กราฟระหว่าง $\ln G$ กับระยะทาง

เนื่องจากไม่สามารถอินทิเกรตเทอมแรกได้ ต้องใช้วิธีนิวเมอริคัล (numerical method) แบ่ง r ออกเป็นช่วงเล็กๆ แล้วใช้วิธีของเวดเดิล (Weddle's method) หาค่าของ G ได้ วิธีนี้ต้องแบ่งจำนวนช่วงเป็นทวีคูณของ 6 ในที่นี้แบ่งเป็น 96 ช่วง แต่ละช่วงกว้าง 0.104 ซม. คัด G ที่จุด 10, 20, ..., 170 ซม. ตามลำดับ เมื่อเขียนกราฟระหว่าง $\ln G$ กับระยะทางปรากฏว่าได้กราฟดังรูปที่ 2 ครั้งแรกคิดแทน G ด้วยผลบวกของเส้นตรงสองเส้นโดยนำ 6 จุดแรกและ 6 จุดหลังมาลิสสแควร์ (least square) หาค่าจุดตัดและความชันของเส้นตรง แต่เมื่อ

แทนค่ากลับ ปรากฏว่าได้ค่า G ไม่ค่อยใกล้เคียงกับค่าเดิม เปลี่ยนวิธีการคิดใหม่ โดยคิดว่าจุดต่างๆ พวกนี้สามารถแทนได้ด้วยผลบวกของเอกซ์โพเนนเชียลสองเทอม อยู่ในรูป $a_1 e^{-M_1 r} + a_2 e^{-M_2 r}$ ปรากฏว่าได้ผลดี ค่า G ก่อนและหลังลิสแควร์มีค่าใกล้เคียงกัน ดังที่แสดงค่าไว้ในตารางที่ 7

จากการทราบ G ที่จุดต่างๆ จะหาค่า a_1, a_2, M_1 และ M_2 ได้

$$\text{สมมติ } G = a_1 e^{-M_1 r} + a_2 e^{-M_2 r} \quad (2.15)$$

$$r_n = r_c + nh$$

$$\text{ให้ } C_n = a_n e^{-M_n r_0} \quad \text{และ} \quad V_n = e^{-hM_n}$$

เมื่อ $r = 1, 2$ ได้:-

$$\begin{aligned} C_1 &= a_1 e^{-M_1 r_0}, & C_2 &= a_2 e^{-M_2 r_0} \\ V_2 &= e^{-hM_1}, & V_2 &= e^{-hM_2} \\ G_0 &= a_1 e^{-M_1 r_0} + a_2 e^{-M_2 r_0} = C_1 + C_2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} G_1 &= a_1 e^{-M_1 r_0} e^{-hM_1} + a_2 e^{-M_2 r_0} e^{-hM_2} \\ &= C_1 V_1 + C_2 V_2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} G_2 &= a_1 e^{-M_1 r_0} e^{-2hM_1} + a_2 e^{-M_2 r_0} e^{-2hM_2} \\ &= C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\therefore (V-V_1)(V-V_2) = V^2 - (V_1+V_2)V + V_1 V_2$$

(2.16) $\times V_1 V_2$:-

$$V_1 V_2 G_0 = -C_1 (V_1 V_2) + C_2 (V_1 V_2) \quad (2.19)$$

(2.17) $\times (-(V_1+V_2))$:-

$$-(V_1+V_2)G_1 = -C_1 V_1^2 - C_1 V_1 V_2 - C_2 V_1 V_2 - C_2 V_2^2 \quad (2.20)$$

$$(2.18) + (2.19) + (2.20); \quad -G_2 = G_1 S_1 + G_0 S_2$$

$$\text{โดยที่ } S_1 = -(V_1 + V_2); \quad S_2 = V_1 V_2$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned} -G_3 &= G_2 S_1 + G_1 S_2 \\ -G_4 &= G_3 S_1 + G_2 S_2 \\ &\vdots \\ -G_{16} &= G_{15} S_1 + G_{14} S_2 \end{aligned}$$

แยกค่า G ออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรก G_0 ถึง G_8 และกลุ่มที่สองจาก G_9 ถึง G_{16} จากนั้นจะหาค่า a_1, a_2, M_1 และ M_2 ได้

ลองใช้ค่า $\Sigma_s = 0.11, 0.12,$ และ 0.13 ซม.^{-1} เพื่อต้องการทราบว่า Σ_s ค่าใดให้ผลการคำนวณที่ดีที่สุด

เมื่อใช้ $\Sigma_s = 0.11 \text{ ซม.}^{-1}$ ปรากฏว่าได้ $a_1 = 5.00 \times 10^{-2}, a_2 = 8.00 \times 10^{-4}$
 $M_1 = 0.287$ และ $M_2 = 0.119$ ถ้า $s=1$ นิวตรอน/วินาที จะได้ค่า ϕ_s เท่ากับ G ซึ่งมีค่าตามตารางที่ 7

2.2.3 Duncan และ Whittum ใช้ทฤษฎีรั่วไหลคำนวณฟลักซ์ในน้ำ ปรากฏว่าได้⁶-

$$\phi_f = \frac{S}{4\pi r^2} (0.892e^{-0.129r} + 0.108e^{-0.091r}) \quad (2.21)$$

ซึ่งแสดงค่าไว้ในตารางที่ 4

2.2.4 จากค่า ϕ_s จากต้นกำเนิดคอินฟินิตเพลนในตารางที่ 15 สามารถหา ϕ_s จากต้นกำเนิดจุดได้ดังต่อไปนี้

ความสัมพันธ์ระหว่าง G_{pt} กับ G_{pl} คือ

$$G_{pt} = -\frac{1}{2\pi Z} \frac{dG_{pl}}{dZ} \quad (2.22)$$

⁶ S. Glasstone and A. Sesonske, Nuclear Reactor Engineering (toronto: D. Van Nostrand Co. Inc., 1963), p. 115.

เมื่อ $s = 1$ นิวตรอน/วินาที ϕ_s มีค่าเท่ากับ G_{pt} จำนวน ϕ_s ได้ดังแสดง
ค่าในตารางที่ 6

2.3 การแปลงรูปร่างของต้นกำเนิด⁹ (Geometry transformation)

2.3.1 ต้นกำเนิดปริมาตร

เมื่อมีต้นกำเนิดปริมาตร สามารถแปลงเป็นต้นกำเนิดผิวได้โดย:-

$$S_a = \frac{S_v}{\Sigma_v} \quad (2.23)$$

เมื่อ S_v = ต้นกำเนิดปริมาตร หน่วย นิวตรอน/ลบ.ซม.-วินาที
 Σ_v = คออสเซคชันของเครื่องปฏิกรณ์ฯ หน่วย ซม.⁻¹

2.3.2 ต้นกำเนิดอินฟินิทเพลน

$$\phi = 2\pi S_a \int_0^{\infty} G(R) R dR \quad (2.24)$$

เมื่อ $G(R)$ = พอยท์เคอร์เนล (point kernel)

เมื่อหาอนุพันธ์เทียบกับ Z

$$\frac{d\phi_{pl.}(Z, \infty)}{dZ} = -2\pi S G(Z) \quad (2.25)$$

$$\text{ดังนั้น } G_{pt} = -\frac{1}{2\pi Z} \frac{d\phi_{pl.}}{dZ} \quad (2.26)$$

2.3.3 ต้นกำเนิดผิวทรงกลม (Spherical surface source)

สามารถแปลงต้นกำเนิดผิวทรงกลม เป็นต้นกำเนิดอินฟินิทเพลน ได้จาก

$$\phi (\text{ทรงกลม}) = \frac{r}{r_0} \phi (\text{อินฟินิทเพลนที่จุด } r_0-r) \quad (2.27)$$

⁹Glasstone and Sesonske, op. cit., p. 568-72, 584.

เมื่อ $r =$ รัศมีของทรงกลม
 $r_0 =$ ระยะทางจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมไปยังจุดที่วัดฟลักซ์

2.3.4 ต้นกำเนิดผิวทรงกระบอก (Cylindrical surface source)

สามารถแปลงต้นกำเนิดผิวทรงกระบอกเป็นต้นกำเนิดอินฟินิทเพลนได้ จาก

$$\phi \text{ (ทรงกระบอก)} = \sqrt{\frac{r}{r_0}} \phi \text{ (อินฟินิทเพลนที่จุด } r_0-r) \quad (2.28)$$

เมื่อ $r =$ รัศมีของทรงกระบอก
 $r_0 =$ ระยะจากจุดศูนย์กลางของทรงกระบอกไปยังจุดที่วัดฟลักซ์

2.4 คัด BSR เป็นต้นกำเนิดปริมาตร ซึ่งคำนวณ S_V ได้จาก

$$S_V = \frac{C}{V} \nu \quad (2.29)$$

$C =$ อัตราการเกิดฟิสชั่น $= 3.1 \times 10^{10}$ ครั้ง/-วินาที

$\nu =$ จำนวนนิวตรอนความเร็วสูงที่เกิดจากการเกิดฟิสชั่น 1 ครั้ง $= 1.47$ ตัว⁸

$V =$ ปริมาตร $= 8.86 \times 10^5$ ลบ. ซม.

ได้ $S_V = 4.75 \times 10^5$ นิวตรอน/ลบ. ซม.-วินาที-วินาที

จาก

$$S_a = \frac{S_V}{\Sigma_V}$$

$$\Sigma_V = 0.09 \text{ ซม.}^{-1}$$

$$S_a = 5.278 \times 10^6 \text{ นิวตรอน/ตร. ซม.-วินาที-วินาที}$$

2.4.1 ทราบค่า ϕ_f และ ϕ_s ที่วัดได้จาก BSR ซึ่งแสดงค่าไว้ในตารางที่ 8 และ 12

⁸Duncan and Whittum, op. cit., p. 27.

ซึ่งจะใช้ค่าในตารางทั้งสองเป็นค่าเปรียบเทียบ ϕ_f และ ϕ_s ที่คำนวณจากทฤษฎีต่างๆ

รูปร่าง BSR จริงๆ เป็นทรงสี่เหลี่ยม แต่สามารถแทนโดยทรงกลมที่มีรัศมี 27.65 ซม. และทรงกระบอกที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 43 ซม. สูง 61 ซม.⁹ โดยการใส่ทฤษฎีต่างๆ (ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป) ค่าของ ϕ_f จากต้นกำเนิดอินฟินิทเพลน แล้วแปลงเป็นต้นกำเนิดทรงกลม และต้นกำเนิดทรงกระบอก เพื่อต้องการทราบว่าควรจะแทน BSR ด้วยต้นกำเนิดรูปใด

2.5 ต้นกำเนิดอินฟินิทเพลน (Infinite plane source)

2.5.1 จากทฤษฎีทุุกฎ ถ้า s_a เป็นความแรงของต้นกำเนิด หน่วยเป็นจำนวนนิวตรอน/ ซม.วินาที สมการของ ϕ_f คือ

$$\frac{d^2\phi_f}{dz^2} - \frac{\phi_f}{L_f^2} = -\frac{s_a}{D_f} \quad (2.30)$$

เนื่องจากในน้ำ ไม่มีต้นกำเนิดของนิวตรอนความเร็วสูง $S = 0$

$$\frac{d^2\phi_f}{dz^2} - \frac{\phi_f}{L_f^2} = 0 \quad z > 0 \quad (2.31)$$

$$\text{ได้ } \phi_f = A e^{z/L_f} + B e^{-z/L_f} \quad (2.32)$$

เมื่อ $A, B =$ ค่าคงที่

เงื่อนไข

$$1) \phi_f(\infty) = 0$$

$$2) \lim_{z \rightarrow 0} J(z) = \frac{s_a}{2}$$

$$\phi_f = \frac{s_a L_f}{2D_f} e^{-z/L_f} \quad (2.33)$$

⁹Duncan and Whittum, op. cit., p. 27.



เนื่องจากต้นกำเนิดนิวตรอนความเร็วต่ำ เกิดมาจากนิวตรอนความเร็วสูง ดังนั้น S เท่ากับ $\sum_f \phi_f$ นิวตรอน/ลบ.ซม.-วินาที แทนในสมการ (2.1) ได้:-

$$\frac{d^2 \phi_f}{dz^2} - \frac{\phi_s}{L_s^2} = - \frac{S_a}{2L_f D_s} e^{-z/L_f} \quad (2.34)$$

ให้ $\phi_s = C e^{-z/L_f}$; $C =$ ค่าคงที่

คำตอบทั่วไปของ ϕ_s คือ

$$\phi_s = A e^{z/L_s} + B e^{-z/L_s} - \frac{S_a L_f L_s^2 e^{-z/L_f}}{2(L_s^2 - L_f^2) D_s} \quad (2.35)$$

เงื่อนไข

005827

$$1) \phi_s(\infty) = 0$$

$$2) \int_0^{\infty} \sum_a \phi_f(z) dz = \frac{S_a}{2}$$

ได้ $\phi_s = \frac{S_a L_s^2}{2D_s(L_s^2 - L_f^2)} \left[L_s e^{-z/L_s} - L_f e^{-z/L_f} \right] \quad (2.36)$

เมื่อให้ $D_f = 1.143$ ซม., $D_s = 0.16$ ซม., $L_s = 2.85$ ซม., และ $L_f = 5.5$ ซม. จะคำนวณ ϕ_f และ ϕ_s ได้ทั้งค่าที่แสดงไว้ในตารางที่ 9 และ 13 และลองเปลี่ยนค่า L_f เป็น 6.5 และ 7.5 ซม. เพื่อค่า L_f เท่าใด จึงจะให้ค่า ϕ_f ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด

2.5.2 โดยทฤษฎีฟิสิกส์แตกเตอรริง และจากความสัมพันธ์ระหว่าง G_{p1} กับ G_{pt} คือ

$$G_{p1} = 2\pi \int_z^{\infty} G_{pt} r dr$$

แทนค่า G_{pt} ; จะได้:-

$$\phi_f = \frac{S}{2} E_1(\Sigma_s Z) \quad (2.37)$$

เมื่อ $E_1(\Sigma_s Z)$ คือ เอกซ์โพเนนเชียลอินทิกรัล (Exponential integral)

$$\phi_s = 2\pi S_a \left(\frac{Z}{M_1} - \frac{1}{M_2} \right) e^{-M_1 Z} + \left(\frac{Z}{M_2} - \frac{1}{M_2} \right) e^{-M_2 Z} \quad (2.38)$$

เมื่อใช้ $\Sigma_s = 0.11$ ซม.⁻¹ จะคำนวณ ϕ_s ได้ตามตารางที่ 14 ทดลองเปลี่ยน Σ_s เป็น 0.12 และ 0.13 ซม.⁻¹ เพื่อต้องการทราบว่า Σ_s มีค่าเท่าใด จึงจะให้ค่าคำนวณใกล้เคียงกับการทดลองมากที่สุด

2.5.3 จาก 2.2.3 ทราบค่า G_{pt} ของฟาสท์ฟลักซ์:-

$$G_{pt} = \frac{1}{4\pi r^2} (0.892e^{-0.129r} + 0.108e^{-0.091r})$$

อาศัยความสัมพันธ์ระหว่าง G_{pt} กับ G_{p1} จะได้ว่า:-

$$G_{p1}(Z) = \frac{1}{2} [0.892E_1(0.129Z) + 0.108E_1(0.091Z)] \quad (2.39)$$

$$\phi_f = \frac{S}{2} [0.892E_1(0.129Z) + 0.108E_1(0.091Z)] \quad (2.40)$$

2.5.4 จากสมการ (2.40) จะคำนวณหา ϕ_f ที่จุด 10, 20 .. 170 ซม. ได้ จากนั้นสามารถคำนวณ Σ_r (effective cross section) ได้จาก

$$\Sigma_r = \frac{1}{Z_2 - Z_1} \ln \frac{\phi_f(Z_2)}{\phi_f(Z_1)} \quad (2.41)$$

เมื่อ $\phi_f(Z_1)$, $\phi_f(Z_2)$ เป็นค่าฟาสท์ฟลักซ์ที่จุด Z_1 และ Z_2 โดยวิธีนี้ Σ_r มีค่าเปลี่ยนไปตามระยะทาง

สมมติว่า ϕ_f มีค่าลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล:-

$$\phi_f = Ce^{-\sum_r Z}$$

สมการสำหรับ ϕ_s คือ:-

$$\frac{d^2\phi_s}{dz^2} - k^2\phi_s = -S = -\sum_r Ce^{-\sum_r Z} \quad (2.42)$$

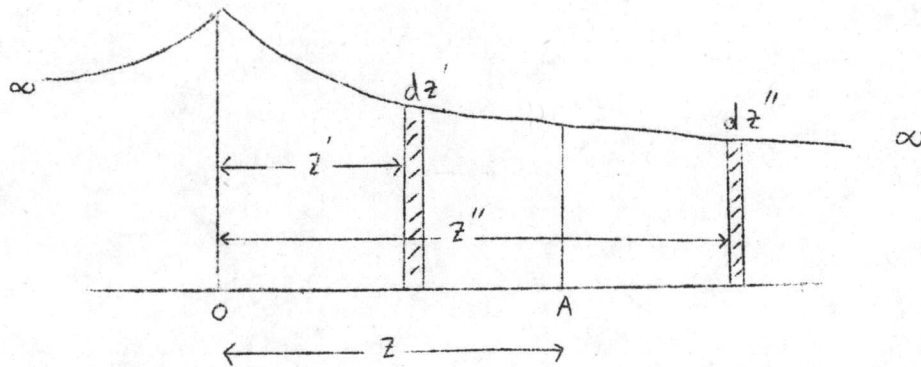
เมื่อ $k^2 = \frac{\sum a}{D_s}$

สมมติ $\phi_s = Pe^{-\sum_r Z}$

เมื่อ C, P เป็นค่าคงที่ใดๆ

$$\text{จะได้ } \phi_s = \frac{\sum_r \phi_f}{D_s(k^2 - \sum_r^2)} \quad (2.43)$$

อาจจะหา ϕ_s ได้วิธีอื่น คือ หาโดยวิธีอินทิกรัล (Integral method)



รูปที่ 3 แสดงการคิดระยะทางในการหาฟังก์ชันด้วยวิธีอินทิกรัล

ต้องการหาฟังก์ชันที่ระยะห่างจากอินฟินิตีเพลนเป็นระยะ Z คิดโดยแบ่งระยะทางออกเป็น 3 ส่วน คือ คำนวณหาค่าฟังก์ชันระยะจาก 0 ถึง ∞ คำนวณหาค่าฟังก์ชันระยะจาก 0 ถึง Z และจาก Z ถึง ∞

ให้ $\phi_f = Ce^{-\sum_r Z}$

ดังนั้น $S = \sum_r C e^{-\sum_r Z}$

$$\phi_s = \frac{L_s}{2D_s} \sum_r C \left[\int_0^\infty e^{-\sum_r Z'} e^{-k(Z'+Z)} dz' + \int_0^Z e^{-\sum_r Z'} e^{-k(Z-Z')} dz' + \int_Z^\infty e^{-\sum_r Z''} e^{-k(Z-Z'')} dz'' \right] \quad (2.44)$$

$$= \frac{L_s}{D_s} \sum_r C \frac{(k e^{-\sum_r Z} - \sum_r e^{-kZ})}{(k^2 - \sum_r^2)} \quad (2.45)$$

ที่ระยะไกลๆ เอกซ์โพเนนเชียลเทอมหลัง มีค่าลดลงเร็วกว่าเทอมแรกมาก และมีค่าน้อยอาจตัดทิ้งได้

ดังนั้น $\phi_s = \frac{\sum_r \phi_f}{D_s (k^2 - \sum_r^2)}$ ซึ่งเหมือนกับค่าที่ได้จากสมการ (2.43)

จากตารางที่ 11 ทราบค่า ϕ_f ที่คำนวณจากสูตรที่ได้จากทฤษฎีริมูว์ล นำค่า ϕ_f มาคำนวณหา \sum_r โดยใช้สูตร (2.41) ได้ค่า \sum_r ที่จุด 10, 20, 170 ซม. ตามลำดับ ใช้ $D_s = 0.16$ ซม. และ $L_s = 2.85$ ซม. ปรากฏว่าคำนวณ ϕ_s ได้ค่าตามตารางที่ 15

จากตารางที่ 10 ทราบค่า ϕ_f ที่คำนวณจากสูตรที่ได้จากทฤษฎีเฟิสท์สแกกเตอร์ริง นำค่า ϕ_f มาคำนวณหา \sum_r โดยใช้สูตร (2.41) ได้ค่า \sum_r ที่จุด 10, 20, ... 170 ซม. ตามลำดับ ใช้ค่า D_s, L_s เหมือนเดิม ปรากฏว่าคำนวณ ϕ_s ได้ค่าตามตารางที่ 16