อุณหภูมิบนระนาบหลายมิติ

นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล

006321

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
แผนกวิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2520

I 18183074

TEMPERATURES ON A HYPERPLANE

Mr. Anawad Wadcharapitaggoon

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1977

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....
(ศาสตราจารย์ ดร.วิศิษฐ์ ประจวบเหมาะ)
คณบดี

คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์ ..... ประธานกรรมการ
(ผศ.นพภา คุณวาสี)

..... กรรมการ
(อาจารย์ สมพร เชิงศรี)

..... กรรมการ
(ผศ.ดร.ไสว นวลตรณี)

อาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย ผศ.ดร.ไสว นวลตรณี

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์เรื่อง อุณหภูมิบนระนาบหลายมิติ
โดย นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล
แผนกวิชา คณิตศาสตร์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ อุณหภูมิบนระนาบหลายมิติ

ชื่อ นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล

แผนกวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา ๒๕๑๙

บทคัดย่อ

กำหนดให้ $\mathbb{R}^n$ แทนยูคลีเดียนสเปซ มิติ $n(n \geqslant 1)$

กำหนดให้ H เป็นเซทของระนาบหลายมิติซึ่งเป็นเซทของ (x,t) ที่ x อยู่ใน $\mathbb{R}^n$ และ t เป็นจำนวนจริงบวกรวมศูนย์ด้วย

ฟังก์ชัน $u(x,t)$ ซึ่งสอดคล้องสมการความร้อน

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} u(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x,t)$$

เมื่อ (x,t) อยู่ในสับเซทเปิด Ω ของ H จะเป็นอุณหภูมิบน Ω

กำหนดความร้อน ϕ เมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$ บน H และ

$$\phi(y)\exp(-a|y|^2) \in L(\mathbb{R}^n)$$

สำหรับจำนวนจริงบวก a บางค่า แล้วเราจะได้ว่า ฟังก์ชัน $F(x,t)$ ซึ่งนิยามโดย

$$F(x,t) = \int_{\mathbb{R}^n} K(y-x,t)\phi(y)\,dy$$

เมื่อ $x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ และ $K(x,t) = (4\pi t)^{-n/2} \exp\left(-\frac{|x|^2}{4t}\right)$

เป็นความร้อนบนระนาบหลายมิติ ยิ่งไปกว่านั้น ถ้า ϕ เป็นบวก เราจะได้ว่า $F(x,t)$ นั้นเป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียวของสมการความร้อน

ในบทสุดท้าย เรานิรูปอุณหภูมิบวก บนระนาบหลายมิติในรูปแบบของปัวซองอินทิกรัลของเมเชอร์

Thesis Title Temperatures on a Hyperplane.

Name Mr. Anawad Wadcharapitaggoon

Department Mathematics

Academic Year 1976

ABSTRACT

Let $\mathbb{R}^n$ denote the Euclidean space of dimension $n \geq 1$, and let H denote the half-space

$$\{(x,t) \,/\, x \in \mathbb{R}^n,\ t \geq 0\}.$$

A function u which satisfies the heat equation

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} u(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x,t)$$

on an open subset Ω of H is called a temperature on Ω.

For a given function ϕ on $\mathbb{R}^n$ such that

$$\phi(y)\exp(-a|y|^2) \in L(\mathbb{R}^n),$$

where $|x| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$, for some positive number a, it will be shown that the temperature with the prescribed initial condition ϕ is given by

$$F(x,t) = \int_{\mathbb{R}^n} K(y-x,t)\phi(y)\,dy,$$

where $K(x,t) = (4\pi t)^{-n/2}\exp(-\frac{|x|^2}{4t})$.

Finally a representation for a positive temperature in the form of the Poisson integral of a measure will be given.

ACKNOWLEDGMENT

I wish to express my sincere gratitude to Dr. Sawai Nualtaranee for his constant guidance and encouragement throughout the course of my investigation

Thaks to my Borpitpimuk College students, Praserd Lim-pradya, Sutin chinpraserd, U-dom Sa-ra-yon, for their typing of the manuscript.

I am deeply indebted to the University Development Commission for the scholarship provided.

TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN THAI..... iv

ABSTRACT IN ENGLISH..... v

ACKNOWLEDGMENT..... vii

CHAPTER

0. INTRODUCTION..... 1

I. PRELIMINARY RESULTS..... 3

II. POISSON INTEGRAL OF A FUNCTION..... 14

III. THE UNIQUENESS OF THE POISSON INTEGRALS... 29

IV. THE POISSON INTEGRAL OF A MEASURE..... 43

BIBLIOGRAPHY..... 52

VITA..... 53

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย