

อุทฺทภูบิบนรระนาบหลายมิตี



นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล

006321

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2520

TEMPERATURES ON A HYPERPLANE

Mr. Anawad Wadcharapitaggoon

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1977

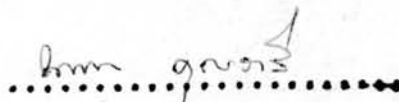
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต



.....
(ศาสตราจารย์ ดร.วิศิษฐ์ ประจวบเหมาะ)

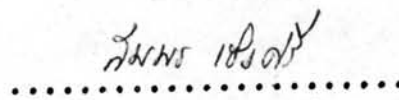
คณบดี

คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์



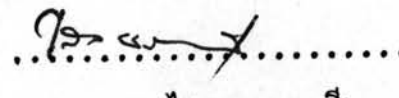
ประธานกรรมการ

(ยศ.นพภา คุณวาสี)



กรรมการ

(อาจารย์ สมพร เสงศรี)



กรรมการ

(ยศ.ดร.ไสว นวลทระณี)

อาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย

ยศ.ดร.ไสว นวลทระณี

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์เรื่อง

โดย

แผนกวิชา

อุณหภูมิมบรณะหลายมิติ

นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล

คณิตศาสตร์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ อุณหภูมิมบนระนาบหลายมิติ
ชื่อ นายอนวัช วัชรพิทักษ์กุล
แผนกวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา ๒๕๑๘



บทคัดย่อ

กำหนดให้ \mathbb{R}^n แทนยูคลีเดียนสเปซ มิติ $n (n \geq 1)$
กำหนดให้ H เป็นเซตของระนาบหลายมิติซึ่งเป็นเซตของ (x, t) ที่ x อยู่ใน \mathbb{R}^n
และ t เป็นจำนวนจริงบวกรวมศูนย์ด้วย

ฟังก์ชัน $u(x, t)$ ซึ่งสอดคล้องสมการความร้อน

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} u(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x, t)$$

เมื่อ (x, t) อยู่ในสับเซตเปิด Ω ของ H จะเป็นอุณหภูมิบน Ω

กำหนดความร้อน ϕ เมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$ บน H และ

$$\phi(y) \exp(-a|y|^2) \in L(\mathbb{R}^n)$$

สำหรับจำนวนจริงบวก a บางค่า แล้วเราจะได้ว่า ฟังก์ชัน $F(x, t)$ ซึ่งนิยามโดย

$$F(x, t) = \int_{\mathbb{R}^n} K(y-x, t) \phi(y) dy$$

เมื่อ $x = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ และ $K(x, t) = (4\pi t)^{-n/2} \exp(-\frac{|x|^2}{4t})$

เป็นความร้อนบนระนาบหลายมิติ ยิ่งไปกว่านั้น ถ้า ϕ เป็นบวก เราจะได้ว่า $F(x, t)$ นั้น
เป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียวของสมการความร้อน

ในบทสุดท้าย เรานิรูปลู่อุณหภูมิบวก บนระนาบหลายมิติในรูปแบบของบัวซองอินทิกรัล
ของเมเชอร์

Thesis Title Temperatures on a Hyperplane.
 Name Mr. Anawad Wadcharapitagoon
 Department Mathematics
 Academic Year 1976

ABSTRACT

Let \mathbb{R}^n denote the Euclidean space of dimension $n \geq 1$, and let H denote the half-space

$$\{(x, t) / x \in \mathbb{R}^n, t \geq 0\}.$$

A function u which satisfies the heat equation

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} u(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x, t)$$

on an open subset Ω of H is called a temperature on Ω .

For a given function ϕ on \mathbb{R}^n such that

$$\phi(y) \exp(-a|y|^2) \in L(\mathbb{R}^n),$$

where $|x| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$, for some positive number a ,

it will be shown that the temperature with the prescribed initial condition ϕ is given by

$$F(x, t) = \int_{\mathbb{R}^n} K(y-x, t) \phi(y) dy,$$

where $K(x, t) = (4\pi t)^{-n/2} \exp(-\frac{|x|^2}{4t})$.

Finally a representation for a positive temperature in the form of the Poisson integral of a measure will be given.

ACKNOWLEDGMENT

I wish to express my sincere gratitude to .
Dr. Sawai Nualtaranee for his constant guidance and
encouragement throughout the course of my investigation

Thaks to my Borpitpimuk College students,
Praserd Lim-pradya, Sutin chinpraserd, U-dom Sa-ra-yon,
for their typing of the manuscript.

I am deeply indebted to the University Development
Commission for the scholarship provided.



TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI.....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH.....	v
ACKNOWLEDGMENT.....	vii



CHAPTER

O. INTRODUCTION.....	1
I. PRELIMINARY RESULTS.....	3
II. POISSON INTEGRAL OF A FUNCTION.....	14
III. THE UNIQUENESS OF THE POISSON INTEGRALS...	29
IV. THE POISSON INTEGRAL OF A MEASURE.....	43
BIBLIOGRAPHY.....	52
VITA.....	53