

สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลของคอมโพสิตไดอิเล็กทริกทรงกระบอกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อน

นายชัยเวช ทองบุญฤทธิ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2550

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**EFFECTIVE NONLINEAR COEFFICIENTS OF WEAKLY NONLINEAR  
CYLINDRICAL DIELECTRIC COMPOSITES**

**Mr. Chaivej Thongboonrithi**

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements**

**for the Degree of Master of Science Program in Physics**

**Department of Physics**

**Faculty of Science**

**Chulalongkorn University**

**Academic Year 2007**

**Copyright of Chulalongkorn University**

**501959**

Thesis Title      Effective Nonlinear Coefficients of Weakly Nonlinear  
                         Cylindrical Dielectric Composites  
By                    Mr. Chaivej Thongboonrithi  
Thesis Advisor    Associate Professor Dr. Mayuree Natenapit

---

Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

*S. Hannongbua*  
.....Dean of Faculty of Science  
(Professor Supot Hannongbua, Ph.D.)

THESIS COMMITTEE

*Wichit Sritrakool* .....Chairman  
(Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)

*Mayuree Natenapit*  
.....Thesis Advisor  
(Associate Professor Mayuree Natenapit, Ph.D.)

*Montian Tianprateep* .....Member  
(Montian Tianprateep, Ph.D.)

*V. Hengpunya* .....Member  
(Varagorn Hengpunya, Ph.D.)

นายชัยเวช ทองบุญฤทธิ์: สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลของคอมโพสิตไดอิเล็กทริก  
ทรงกระบอกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อน (EFFECTIVE NONLINEAR COEFFICIENTS OF  
WEAKLY NONLINEAR CYLINDRICAL DIELECTRIC COMPOSITES )

อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร. มยุรี เนตรนภิส, 75 หน้า.

ในงานวิจัยนี้สมการศักย์ไฟฟ้าและเงื่อนไขขอบสำหรับคอมโพสิตไดอิเล็กทริกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อนได้ถูกพัฒนาโดยใช้วิธีการกระจายเพอร์เทอร์เบชันของศักย์ไฟฟ้าถึงลำดับที่สาม สมการศักย์ไฟฟ้าและเงื่อนไขขอบถูกประยุกต์ใช้หาผลเฉลยของศักย์ไฟฟ้าถึงลำดับที่สามของคอมโพสิตไดอิเล็กทริกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อนกรณีสารฝังกระจายเชิงเส้นทรงกระบอกกระจายอย่างสุ่มและเบาบางอยู่ในตัวกลางไม่เชิงเส้น สูตรทั่วไปสำหรับการคำนวณสัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลถึงลำดับที่เก้าโดยใช้วิธีการกระจายเพอร์เทอร์เบชันซึ่งพิจารณาความไม่เชิงเส้นของคอมโพสิตถึงลำดับที่ห้าถูกคำนวณโดยจากนิยามสัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลจากพลังงานของคอมโพสิต สูตรทั่วไปนี้ถูกประยุกต์ใช้ในกรณีสัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลของคอมโพสิตไดอิเล็กทริกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อนซึ่งมีสารฝังกระจายไม่เชิงเส้นทรงกระบอกกระจายอยู่ในตัวกลางเชิงเส้นอย่างสุ่มและเบาบาง สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลที่เราคำนวณความไม่เชิงเส้นถึงลำดับที่ห้าถูกทดลองได้ตรงผลงานแบบง่ายของ กู และ ยู (1992) ซึ่งพิจารณาความไม่เชิงเส้นถึงลำดับที่สามเท่านั้น โดยการคำนวณใช้นิยามของสัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นยังผลในรูปแบบของค่าเฉลี่ยของการกระจัดทางไฟฟ้า นอกจากนั้นเราแสดงให้เห็นว่าวิธีของเราจะซับซ้อนและให้ผลแม่นยำตรงกว่าผลการคำนวณโดยใช้วิธีของ กู และ ยู (1992) นอกจากนี้เรายังได้ประยุกต์สูตรทั่วไปของเราที่คอมโพสิตไดอิเล็กทริกไม่เชิงเส้นอย่างอ่อนในกรณีที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้นซึ่งประกอบด้วยสารฝังกระจายเชิงเส้นทรงกระบอกกระจายอย่างสุ่มและเบาบางอยู่ในตัวกลางไม่เชิงเส้น

ภาควิชาฟิสิกส์  
สาขาวิชาฟิสิกส์  
ปีการศึกษา 2550

ลายมือชื่อนิสิต.....ชัยเวช ทองบุญฤทธิ์.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....มยุรี เนตรนภิส.....

## 4772270723 : MAJOR PHYSICS

KEY WORDS : WEAKLY NONLINEAR COMPOSITES/PERTURBATION EXPANSION METHOD/NINTH-ORDER EFFECTIVE NONLINEAR COEFFICIENTS

CHAIVEJ THONGBOONRITHI : EFFECTIVE NONLINEAR COEFFICIENTS OF WEAKLY NONLINEAR CYLINDRICAL DIELECTRIC COMPOSITES. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. MAYUREE NATENAPIT, PH.D., 75 pp.

In this research, the electric potential equations and the boundary conditions for weakly nonlinear composites based on the third-order perturbation expansion are developed. These expressions are applied to solve for the electric potentials up to the third-order of a weakly nonlinear dielectric composite consisting of dilute linear cylindrical inclusions randomly dispersed in a nonlinear host medium. General formulae for calculating the effective nonlinear coefficients up to the ninth-order by using the perturbation expansion method, including terms up to the fifth-order nonlinear coefficient, are derived from the composite energy definition of the effective coefficients. These general formulae are applied to a case of nonlinear dielectric composite consisting of dilute weakly nonlinear cylindrical inclusions randomly dispersed in a linear medium. Our results, which include the fifth-order nonlinearity of the effective coefficients, reduce to the simple results of Gu and Yu (1992) considering only the third-order nonlinearity obtained by using the average electric displacement definition of the effective nonlinear coefficients. Moreover, we show that our method is more concise and gives more accurate results than those obtained by using the method of Gu and Yu (1992). Furthermore, we also apply our general formulae to a more complicated weakly nonlinear composite consisting of dilute linear cylindrical inclusions randomly dispersed in a nonlinear host medium.

Department Physics

Field of study Physics

Academic year 2007

Student's signature *Chaivej Thongboonrithi*

Advisor's signature *Mayuree Nat*

## Acknowledgements

The author wishes to express his gratitude to his thesis advisor, Associate Professor Dr. Mayuree Natenapit for her useful advice, encouragement and helps in various ways.

He would like to thank the thesis committee, Associate Professor Dr. Wichit Sritrakool, Dr. Montian Tianprateep and Dr. Varagorn Hengpunya, for their helps in reading and criticizing the manuscript.

He is also grateful to Dr. Rujikorn Dhanawittayapol for his helps in various ways.

Finally, he is extremely grateful to his family who has supported him during the whole period of his education.

# CONTENTS

	Page
Abstract in Thai .....	iv
Abstract in English .....	v
Acknowledgements .....	vi
Contents .....	vii
List of Figures .....	ix
List of Symbols .....	x
 <b>Chapter</b>	
<b>1 Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Theory .....</b>	<b>4</b>
2.1 Linear dielectrics .....	4
2.2 Nonlinear dielectrics .....	4
2.3 Basic equations of electrostatics .....	5
2.4 The perturbation expansion method .....	6
2.5 Field equations and boundary conditions .....	6
<b>3 Electrostatic Boundary Value Problem of Nonlinear Dielectric Composites .....</b>	<b>11</b>
3.1 Physical modeling .....	11

Chapter	Page
3.2 Boundary conditions for the case of linear inclusions in a nonlinear medium . . . . .	12
3.3 Derivation of the electric potentials of nonlinear composites . . . .	14
<b>4 General Formulae for Effective Coefficients of Nonlinear Composites . . . . .</b>	<b>32</b>
4.1 The definition of effective coefficients . . . . .	32
4.2 Process to determine general formulae for the effective coefficients	33
<b>5 Effective Coefficients of Nonlinear Composites . . . . .</b>	<b>38</b>
5.1 The case of nonlinear inclusions in a linear host medium . . . . .	38
5.1.1 Effective coefficients by using the perturbation expansion method . . . . .	40
5.1.2 Effective coefficients by using the method of Gu and Yu . . . . .	42
5.1.3 Application . . . . .	46
5.2 The case of linear inclusions in a nonlinear host medium . . . . .	51
<b>6 Conclusions . . . . .</b>	<b>58</b>
<b>References . . . . .</b>	<b>60</b>
<b>Appendices . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>Appendix A . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>Appendix B . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>Appendix C . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>Vitae . . . . .</b>	<b>75</b>



## LIST OF FIGURES

3.1	A single inclusion model of a nonlinear dilute dielectric composite in an external uniform electric field ( $\mathbf{E}_0$ ). . . . .	12
5.1	The relative fifth-order nonlinear coefficient for packing fraction $p_i = 0.05$ and $0.1$ . . . . .	48
5.2	The relative ninth-order nonlinear coefficient for packing fraction $p_i = 0.05$ and $0.1$ . . . . .	49
5.3	Comparison of the relative ninth-order nonlinear coefficient by using our method and the method of Gu and Yu. . . . .	50
5.4	The relative third-order nonlinear coefficient for packing fraction $p_i = 0.05, 0.1$ and $0$ . . . . .	55
5.5	The relative fifth-order nonlinear coefficient for packing fraction $p_i = 0.05, 0.1$ and $0$ . . . . .	56
5.6	The relative seventh-order nonlinear coefficient for packing fraction $p_i = 0.05, 0.1$ and $0$ . . . . .	57

## LIST OF SYMBOLS

$\lambda$	expansion parameter
$\varepsilon$	linear dielectric coefficient or dielectric constant
$\chi$	the third-order nonlinear coefficient
$\eta$	the fifth-order nonlinear coefficient
$\varepsilon_e$	effective linear coefficient
$\chi_e$	the third-order effective nonlinear coefficient
$\eta_e$	the fifth-order effective nonlinear coefficient
$\delta_e$	the seventh-order effective nonlinear coefficient
$\mu_e$	the ninth-order effective nonlinear coefficient
$\phi_0$	the zeroth-order electric potential
$\phi_1$	the first-order electric potential
$\phi_2$	the second-order electric potential
$\phi_3$	the third-order electric potential
<b>D</b>	electric displacement
<b>E</b>	local electric field
<b>E<sub>0</sub></b>	apply electric field
<b>V</b>	volume of the composite