

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ให้มีความรู้และทักษะ ยังช่วยให้มนุษย์ปรับตัวให้เข้ากับสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์คือการพัฒนาสังคมและการพัฒนาประเทศ การจัดการศึกษาในปัจจุบันมุ่งเน้นการพัฒนาคนให้เป็นคนดี คนเก่ง และมีความสุขสมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้คุณธรรม จริยธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ตามจุดประสงค์หลักของแผนการศึกษาแห่งชาติ(พ.ศ.2545-2559) และหมวด 4 แนวทางการจัดการศึกษา มาตรา 22 ระบุไว้ว่า “ในการจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาได้ ถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ” สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานที่มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อที่ว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งเป็นทรัพยากรที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาประเทศ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2544: บทนำ) ดังเห็นได้จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สะท้อนให้เห็นถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการจัดการกระบวนการการเรียนรู้โดยเน้นการฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 12 - 16)

จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั่วประเทศอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจและไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร สืบเนื่องจากผลคะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันทดสอบการศึกษาระดับชาติ ประจำปีการศึกษา 2554 พบว่าคะแนนสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน(O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ย 32.08 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ย 14.09 จากคะแนน 100 คะแนน เมื่อนำคะแนนมาวิเคราะห์จะพบว่า ภาพรวมวิชาคณิตศาสตร์นั้นยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำมาก เพราะคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ซึ่งให้เห็นว่าการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยนั้นจำเป็นต้องปรับปรุงและ

บทคัดย่อและเพิ่มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นเพิ่มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)

are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

แก้ไขอย่างจริงจัง ซึ่งการปฏิรูปการศึกษาที่ผ่านมาเน้นมีการระบุถึงความสำคัญของการพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ ซึ่งเห็นได้จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 มาตรา 23 ข้อ 4 กล่าวว่า “การจัดการศึกษานั้นจะต้องเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถในทางคณิตศาสตร์” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2544: 19) นอกจากนี้การจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์จะต้องมุ่งให้ผู้เรียนนำความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิตตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนั้นกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ทั้งหมด 6 สาระ และให้ความสำคัญกับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเห็นได้จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนทุกช่วงชั้น เนื่องจากทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ และหลักสูตรกำหนดให้ทุกช่วงชั้นนักเรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างได้อย่างเหมาะสม
3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
5. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงศาสตร์อื่นๆ
6. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เมื่อพิจารณาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาเป็นทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากทักษะการแก้ปัญหามathematics เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ตามที่เคนนีดีและทิปป์(Kennedy and Tipps, 1994: 135) และการแก้ปัญหานั้นเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตรตามที่เลสเตอร์(Lester, 1977: 12 อ้างถึงในสมเดช บุญประจักษ์, 2540: 11) กล่าวไว้ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องคำนึงถึงการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาก็เป็นหลัก และสอดคล้องกับที่เชฟเฟอ์(Scheffle, 2000 อ้างถึงในปราณจิต รัตนพล)ได้กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้นั้นผู้สอนควรจะมุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหามathematics เนื่องจากทักษะการแก้ปัญหามีความจำเป็นมากที่สุดสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย แต่งานวิจัยของเจษฎ์สุดา จันท์เยี่ยม(2542: 62-64) ที่ศึกษาความสามารถและ

กลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสามัญ เขตการศึกษา 7 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า ชั้นต่ำร้อยละ 50 แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ในการพัฒนาความสามารถด้านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หรือผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น เนื่องจากทักษะการอ่านและการทำความเข้าใจของนักเรียนไม่ดี จากงานวิจัยของศรีธัญญา คงศรี(2553) ที่ศึกษาปริมาณความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครราชสีมาโดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน สอดคล้องกับบรูคเนอร์และกรอสนิคเกิลได้กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้คือ นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ และนักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา นอกจากนี้ งานวิจัยของเอมอรและคณะ(2555: 418)ยังกล่าวว่า นักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนด้านภาษามีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สูงสุด ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เราจำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการสอนหรือรูปแบบการสอนเข้ามาช่วยเป็นเครื่องมือให้ครูดำเนินการสอนไปตามขั้น เมื่อครูคนหนึ่งสามารถสอนนักเรียนได้มากขึ้นและช่วยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน บุคคล ผู้เรียนจะเรียนไปตามความสามารถของตน(ประภาพรรณ เกตุศร, 2539: 2)

เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวเป็นเทคนิคที่ช่วยปรับปรุงทักษะการอ่านจับใจความสำหรับนักเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ(Strichart, 1993) โดยพัฒนาจากแนวคิดเอสคิวทรีอาร์(SQ3R) ของโรบินสัน(Robinson, 1978) เทคนิคนี้ยังไม่ปรากฏว่ามีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยตรง แต่พบในงานวิจัยของบัทเลอร์(Butler, 1983: 87) ที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการอ่านจับใจความด้วยกลวิธีเอสคิวทรีอาร์พบว่า คะแนนความสามารถในการอ่านจับใจความของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของชนิดดา แนบเกษร(2534: 150) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้วิธีการอ่านแบบเอสคิวทรีอาร์ที่มีต่อความสามารถในการอ่านจับใจความ พบว่ากลุ่มที่ได้รับการฝึกอ่านด้วยวิธีเอสคิวทรีอาร์มีความสามารถในการอ่านเข้าใจสูงกว่ากลุ่มที่อ่านเรื่องด้วยตนเอง

เทคนิคนี้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน คือ ขั้นเอส(Survey) เป็นขั้นที่นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาเพื่อค้นหาใจความสำคัญและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่นักเรียนค้นหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นอาร์(Reread) เป็นขั้นที่นักเรียนได้แยกแยะ วิเคราะห์ข้อมูล หาความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ ขั้นซี(Compute) เป็นขั้นที่นักเรียนดำเนินการคำนวณหาคำตอบตามขั้นคิวที่ได้

คิดไว้ ชั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบว่า คำตอบนั้นมีความถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เทคนิคดังกล่าวเปรียบเสมือนแผนที่ที่นำนักเรียนเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหามากขึ้น และเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ดังเช่นงานวิจัยของของคริสเทน โรส(Kristen Rose, 2011: 36) ได้ศึกษาความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนเกรด 4 ที่ใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้โจทย์ปัญหา พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนที่ได้ฝึกการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวก่อนเรียนและหลังเรียนนั้นไม่พบความแตกต่างทางระดับสถิติ แต่นักเรียนมีความพึงพอใจในการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวในการแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 75 และมีความมั่นใจในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น

นอกจากนี้งานวิจัยของราชนัน นิลบรรพต(2546: 44 - 45) และจักรพันธ์ ทองเอียด(2540: ง) สอดคล้องกันที่ว่า คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวอยู่ในระดับดีและมีความแตกต่างทางสถิติ เทคนิคนี้ยังพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกด้วย ดังงานวิจัยของสมศักดิ์ แทนคำ(2549: ง) ที่เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวกับการสอนตามคู่มือครู ปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครู และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนเช่นเดียวกัน ข้อดีของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวคือ ช่วยนักเรียนดำเนินกระบวนการการแก้ปัญหา โดยนักเรียนต้องหว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ข้อมูลใดที่โจทย์กำหนดมาให้เป็นข้อมูลที่จำเป็น และเลือกแนวคิดหรือวิธีการเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาย่างสมเหตุสมผล(Heidema and Mitchell, 2005) และเป็นเทคนิคที่กระตุ้นให้นักเรียนสนใจการแก้ปัญหา และช่วยนักเรียนให้แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกด้วย(Heidema, 2009)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการแก้ปัญหาก็เกิดผลดีที่สุดแก่ผู้เรียนนั้น ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ลงมือกระทำด้วยตนเอง สร้างแนวทางการแก้ปัญหา(Yackel, Cobb & Wood, 1990: 34) ซึ่งบทกอร์และ

ชิมาคะ(Becker and Shimada, 1997: 1) ได้นำเสนอการใช้ปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ด้วยลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหานั้นช่วยสร้างทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนโดยตรง จากการทำผู้เรียนสามารถสร้างแนวคิดที่เป็นของตนเองขึ้นมาได้ หรือจากการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาคด้วยตน นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการค้นหาแนวทางแก้ปัญหา และทดสอบแนวทางที่พบเพื่อใช้หาคำตอบรวมถึงตรวจสอบความถูกต้องของ

คำตอบที่ได้ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน ตรงกับที่สแตนลีย์และ คิวพัททิก(Stanic and Kilpatrick, 1989: 9) ได้เสนอว่า วิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนมี ความสามารถและทักษะการแก้ปัญหาหลายเปิดประกอบในการเรียนการสอน

ไฮเบิร์ตและคณะ(Hiebert et al, 1997 อ้างถึง McIntose, 2000: 6) ได้กล่าวว่า การ แก้ปัญหาหลายเปิดนั้น ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตนเองที่มีอยู่เกี่ยวกับเรื่อง ดังกล่าวแล้วนำมาสร้างเป็นแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง นอกจากนั้นคูนี(Cooney.n.d) ยังได้ กล่าวถึงข้อปัญหาหลายเปิดว่า เป็นปัญหาที่สามารถตอบสนองความต้องการของผู้เรียนสามารถ จัดการเรียนการสอนในห้องเรียนที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันเรียนร่วมกันอย่างลงตัว กล่าวคือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง ชอบค้นหาคำตอบด้วยตนเองและสร้างวิธีการแก้ปัญหาที่ แปลกใหม่ สามารถอยู่กับการแก้ปัญหาได้นานขึ้น เนื่องจากปัญหามีได้สิ้นสุดเพียงคำตอบเดียว จึงท้าทายให้นักเรียนค้นหาต่อไป ดังนั้นผู้สอนจึงสามารถใช้เวลากับนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ กว่าได้มากขึ้นโดยไม่ทำให้นักเรียนที่เก่งเกิดความเบื่อหน่าย ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ ปัญหาหลายเปิดได้พัฒนาความสามารถของผู้เรียนตามศักยภาพที่แท้จริง

จากข้างต้นที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาหลายเปิดนั้นส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงได้นำเทคนิคเอสคิวอาร์ คิวมาใช้ในการแก้ปัญหาหลายเปิด โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาหลายเปิดของชิ มาดะและเบคเกอร์(Shimada & Becker, 1997) มีขั้นตอนทั้งหมด 5 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเสนอ ปัญหา(Introducing the problem or Topic) เป็นขั้นตอนที่ครูได้นำเสนอหรือถามปัญหาหลายเปิด ให้นักเรียน อาจจะเขียนบนกระดานหรือกระดาน ขั้นทำความเข้าใจปัญหา(Understanding the problem) เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นแก้ปัญหา(Problem solving by student) เป็นขั้นที่นักเรียนได้วิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลกับความความรู้เดิม เพื่อ วางแผนและแก้ปัญหา และยังได้นำเสนอแนวความคิดและคำตอบหน้าชั้นเรียน ขั้นเปรียบเทียบและ อภิปราย(Comparing and discussing) ครูนำนักเรียนเปรียบเทียบและอภิปรายแนวคิดถึงข้อดี ข้อเสีย ความเหมือนหรือความแตกต่างกันอย่างไร ขั้นสรุปบทเรียน(Summary of the lesson) ครู นำนักเรียนอภิปรายความรู้ที่ได้จากกิจกรรมข้างต้นและสอนเนื้อหาเพิ่มเติม โดยผู้วิจัยได้แทรก เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนปัญหาหลายเปิด

จากที่กล่าวมาจะพบว่าการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาหลายเปิดนั้นเป็น กิจกรรมการเรียนการสอนหนึ่งที่มีความเหมาะสมในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการ แก้ปัญหาหลายเปิดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำถามการวิจัย

1. การใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหรือไม่
2. การใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ดีกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดกับกลุ่มปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดกับกลุ่มปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องความสัมพันธ์ระหว่างเทคนิคเอสคิวอาร์คิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า

จากงานวิจัยของคริสเทน โรส(Kristen, 2011: 43 - 44) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนเกรด 4 พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน แต่ไม่มีความแตกต่างทางสถิติ นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว เพราะนักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นอกจากนี้งานวิจัยของราชนัน นิลบรรพต(2546 : 44 - 45) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นเวลา 6 สัปดาห์ พบว่า ความสามารถการแก้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองมีความแตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญ 0.05 และ สอดคล้องกับงานวิจัยของจักรพันธ์ ทองเอียด(2540 : ง) ที่พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว สำหรับนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ปรากฏว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย ด้านความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน คิด เป็นร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อโปรแกรมในระดับปานกลาง จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซี คิวในการแก้ปัญหาลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยของปานใจ ไชยวรศิลป์(2548: บทคัดย่อ) ที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า คะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้ใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่า เกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 60 และนักเรียนมีพฤติกรรมที่ดีขึ้น คือ แก้โจทย์ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน มีส่วนร่วมในกิจกรรมและทำงานอย่างมีความสุข ส่งงานตรงต่อเวลา และสอดคล้องกับงานวิจัย ของ **สมศักดิ์ แทนคำ**(2549: ง) ได้กล่าวสนับสนุนว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคเอสคิว อาร์คิวซีคิวมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือ ครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการ แก้ปัญหาลายเปิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัด นवलนรดิศ ปีการศึกษา 2555 จำนวน 70 คน ซึ่งได้จากเจาะจง(Purposive sampling) โดยแบ่ง ออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองจำนวน 35 คนและกลุ่มควบคุมจำนวน 35 คน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตร สถานศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ช่วงชั้นที่ 2 (ม.1 – ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมบัติจำนวนนับ

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์ คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มี คำตอบที่

ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้ โดยผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้มาประกอบการแก้ปัญหาและตัดสินใจเลือกวิธีการหาคำตอบอย่างมี ประสิทธิภาพ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการหาคำตอบ โดยเป็นปัญหาที่อาจมีหลายคำตอบ หรือมีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลาย ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) กระบวนการเปิด(Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้ หลากหลาย

2) ผลลัพธ์เปิด(End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่ง คำตอบ

ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น ผู้วิจัยใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสองแบบคละกันไป โดย พิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

2. **การใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง การจัดกิจกรรมการ เรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิด ตามแนวคิดของเบ็คเกอร์และชิมาดะ (Becker and Shimada, 1997) และแทรกเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แก้ปัญหาปลายเปิด เนื่องจากเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวของลีโอ เฟย์(Leo Fay, 1965) เป็นเทคนิค หนึ่งที่ชี้้นำความคิด ช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาพร้อมทั้งหาคำตอบ เน้นให้นักเรียนแก้โจทย์

ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยนักเรียนบอกได้ว่า โจทย์ปัญหาถามอะไร ข้อมูลใดจำเป็นในการแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีใดแก้ปัญหา ผู้วิจัยได้นำลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหามาของเทคนิคนี้ทั้ง 6 ขั้นตอนคือ ขั้นที่ 1 เอส(Survey) เป็นการสำรวจโจทย์ปัญหา ขั้นที่ 2 คิว(Question) เป็นการตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 3 อาร์(Read) เป็นการอ่านแยกแยะข้อมูล ขั้นที่ 4 คิว(Question) เป็นการตั้งคำถามเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ขั้นที่ 5 ซี(Compute) เป็นการคำนวณ ขั้นที่ 6 คิว(Question) เป็นการตั้งคำถามเกี่ยวกับการตรวจสอบคำตอบ โดยแทรกตามขั้นตอนการสอนการแก้ปัญหาลงไปทั้งหมด 5 ขั้น โดยมีรายละเอียดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม

เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจจะนำปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ มาดำเนินกิจกรรม เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป

2. ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเสนอปัญหา(Introducing the problem) เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นปัญหาหลักเพียงปัญหาเดียวที่สร้างความท้าทายให้กับนักเรียน และนักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เข้าสู่สถานการณ์ปัญหา

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา(Understanding the problem) เป็นขั้นที่ครูต้องช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นเอส(Survey) เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้น

นักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนทราบว่าโจทย์ปัญหาเกี่ยวข้องกับอะไร และพุดคุยเกี่ยวกับคำหรือข้อความที่ยังไม่เข้าใจ

ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่นักเรียนตั้งคำถามเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหานั้นต้องการให้หาอะไร โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน

ขั้นอาร์(Read) เป็นขั้นที่นักเรียนแยกแยะข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่า ข้อมูลใด

จำเป็นในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนค้นหา

ขั้นแก้ปัญหานักเรียน(Problem Solving by student) เป็นขั้นที่นักเรียนแก้ปัญหามาตามแนวคิดของตนเอง

ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้หาความสัมพันธ์และ

วิเคราะห์ของข้อมูลที่ได้จากขั้นก่อน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสร้างแนวคิดแก้ปัญหาหรือวิธีคำนวณของตนเอง นักเรียนยังได้เสนอแนวคิดการหาคำตอบให้กับเพื่อนร่วมชั้น

ขั้นซี(Compute) เป็นขั้นที่นักเรียนแสดงวิธีทำงานได้คำตอบ ซึ่งครูคอยดูการทำงาน

ของนักเรียน เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้ ครูเน้นให้นักเรียนตรวจทานความถูกต้องการคิดคำนวณอีกครั้ง

ขั้นเปรียบเทียบและอภิปราย(Comparing and discussing) เป็นขั้นที่นักเรียนเสนอผลงาน โดยครูเลือกแนวคิดของนักเรียนที่แตกต่างกันมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูนำนักเรียนเปรียบเทียบและอภิปรายถึงข้อดี ข้อเสียและความเหมาะสม

ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่ถามให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยนักเรียนถามตนเองว่าคำตอบมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นเสนอข้อสรุปจากบทเรียน(Summary of the lesson) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนรู้จากคาบนี้ และสอนเนื้อหาเสริมเพิ่มเติม

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนคิดหาข้อสรุปและลักษณะที่สำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและการแก้โจทย์ปัญหา

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ประกอบความคิดเพื่อแก้ปัญหาหรือสถานการณ์คำตอบอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ด้าน คือ 1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา 4) การตรวจสอบ

4. ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือประสบการณ์ที่เคยเรียนรู้มาก่อน ซึ่งความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์นั้นวัดจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ใช้ทดสอบหลังการทดลองประมาณ 2 สัปดาห์

5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาพหุศักราช 2551

6. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่ศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เขตพื้นที่การศึกษา มัชยมศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว
 1. ความเป็นมาและแนวคิดของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว
 2. ความหมายของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว
 3. ความสำคัญและประโยชน์ของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว
 4. ขั้นตอนการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว
2. ปัญหาปลายเปิด
 1. ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 2. ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด
 3. ประเภทของปัญหาปลายเปิด
 4. การสร้างปัญหาปลายเปิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 3. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 4. กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 5. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 6. การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. ความคงทนในการเรียน
 1. ความหมายของความคงทนในการเรียน
 2. ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
 3. ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ
 4. หลักการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

5. การวัดความคงทนในการเรียน

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

1.2 งานวิจัยในประเทศ

2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนทางคณิตศาสตร์

2.1 งานวิจัยในประเทศ

เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว(SQRQCQ)

1. ความเป็นมาของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว

เอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงความเป็นมาของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว ได้แก่ เอกสารและงานวิจัยของ โรส คริสเทนและสตรีทชาร์ทและแมนกรัม (Stirchart, S. and Mangrum, C.T.1993: 71-89, Rose Kristen, 2011: 22) ซึ่งกล่าวถึงเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว(SQRQCQ technique) ไว้ว่าเกิดจากการพัฒนาของลีโอ เฟย์ (Fay, 1965: 92 - 94) เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเขียนและการอ่านนั้นเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการเขียนเป็นตัวสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน และถ่ายทอดการคิดของนักเรียนอีกด้วย จึงสรุปได้ว่าทักษะการอ่านมีความสัมพันธ์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนการเขียน ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา โดยพัฒนาเทคนิคจากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา(Polya) และเทคนิคเอสคิวทีอาร์(SQ3R)ของโรบินสัน (Robinson, 1960) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในขณะนั้นเพื่อพัฒนาการอ่าน โดยแนวคิดของเอสคิวทีอาร์จะเน้นให้นักเรียนระลึกและทำความเข้าใจบทความที่ยากได้

ผู้พัฒนาได้นำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957 : 5-10) ซึ่งมีอยู่ 4

ขั้นตอนคือ 1) ขั้นทำความเข้าใจ(Understanding the problem) เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยให้ทำความเข้าใจคำ วลีหรือประโยคย่อยๆ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ขั้นตอนนี้จะต้องระบุประเภทของปัญหาประเภทใด พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออก โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้ 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา(devising a plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา ขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการค้นหาผสมผสานกับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหา แล้วกำหนดเป็นวิธีการและเทคนิคในการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา(carrying out the plan) เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นลงมือคิดคำนวณ ซึ่งความแม่นยำ ถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญ 4) ขั้นตรวจสอบคำตอบ(looking back) ขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจผลตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งในการตรวจสอบอาจทำให้เกิดความคิดที่จะดัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่าย สั้น และชัดเจนยิ่งขึ้น มาผสมผสานกับเทคนิคเอสคิวทีอาร์(SQ3R) ซึ่งเทคนิคนี้เป็นขั้นตอนที่ช่วยกำกับการอ่านบทความ

ของโรเบิร์ต(Roberts, 2009) ได้อธิบายว่าเทคนิคเอสคิวทรีอาร์นี้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ S(Survey) คือ การสำรวจบทความหรือเนื้อเรื่อง เพื่อทราบว่ามีสาระสำคัญ โดยส่วนรวมว่าเป็นอย่างไร ทำดังนี้คือ อ่านชื่อเรื่อง คำนำ หัวเรื่อง ชื่อเรื่องของแผนภาพหรือกราฟ และบทสรุป Q(Question) คือการตั้งคำถามต่างๆที่เกี่ยวข้องกับข้อความหรือเนื้อเรื่องนั้น และความอยากรู้อยากเห็นของผู้อ่านเองต่อเรื่องที่อ่าน และ 3 R ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้ R1(Read) คือ การอ่านเพื่อจับใจความสำคัญหรืออ่านเพื่อค้นหาคำตอบสำหรับตอบคำถาม R2(Recite) คือ การท่องจำเนื้อหาหลักของเรื่องและนำเอาคตินั้นมาเรียบเรียงเขียนด้วยตนเองจนเข้าใจ โดยคุณต้องสามารถตอบคำถามของตัวเองได้ และ R3 คือ การทบทวนส่วนต่างๆที่ได้ อ่านมาจนแน่ใจว่าเข้าใจ จุดเด่นของเทคนิคเอสคิวทรีอาร์นี้คือ เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทความมากขึ้น ซึ่งจะเห็นได้จากการวิจัยของโรบินสันที่ฝึกกระบวนการอ่านแบบเอสคิวทรีอาร์ แล้วทดสอบความเข้าใจเป็นระยะๆ พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและตอบคำถามถูกต้องเพิ่มขึ้น แล้วพัฒนาจนเป็นเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว ซึ่งมีขั้นตอนทั้งหมด 6 ขั้นตอน คือ ขั้นเอส (Survey), ขั้นคิว(Question), ขั้นอาร์(Reread), ขั้นคิว(Question), ขั้นซี(Computation) และขั้นคิว (Question)

เทคนิคดังกล่าวเป็นเทคนิคที่ช่วยให้ผู้เรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนได้ดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความชัดเจนและเฉพาะเจาะจงจนนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จขั้นตอนที่ชัดเจนและเฉพาะเจาะจงเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวเป็นเครื่องมือที่ช่วยนักเรียนในการอ่านและการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังช่วยให้นักเรียนจัดเรียงลำดับในขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล

2. ความหมายของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิว สำหรับเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวมีนักวิจัยได้ให้คำนิยามโดยมีแนวคิดที่แตกต่างกัน ดังนี้

เฟย์ (Fay, 1965) เชื่อว่าขั้นตอนการปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นต้องใช้ทักษะการอ่าน ซึ่งทักษะการอ่านมีความสัมพันธ์ระหว่างคำศัพท์ ความเข้าใจและทักษะตีความ เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้แก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้นและมีขั้นตอนที่ความเฉพาะเจาะจง และช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจระบบจำนวนและมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ มีความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์พื้นฐาน การให้เหตุผลเชิงปริมาณ และกฎการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ไฮดีมา (Heidema, 2009) กล่าวว่าเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวจะช่วยนักเรียนในการอ่านและ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเทคนิคนี้ก็นำนักเรียนปัญหา
 อย่างเป็นลำดับขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

สแมนตา อีริกา และแมรี่ (Samantha, Erica, and Mary, 2008) ได้กล่าวถึงเทคนิคเอสคิว
 อาร์คิวเป็นเครื่องมือที่ใช้เพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดในการแก้ปัญหาและจัดลำดับการคิด และเป็น
 ลำดับขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นการเรียนรู้ที่ดึงความรู้ที่ออกมาจากปัญหา ซึ่งถือว่า
 สำคัญมากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ราชนัน นิลบรรพต (2546) เชื่อว่า วิธีเอสคิวอาร์คิวซึควนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการ
 สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน มีปัญหาในด้านการ
 สื่อสารภาษา การอ่าน การวิเคราะห์และตีความจากโจทย์ปัญหาได้

จากคำกล่าวเกี่ยวกับเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึควข้างต้น สรุปได้ว่า เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึคว
 เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยเทคนิคนี้จะเน้นให้นักเรียนเข้าใจ
 โจทย์ปัญหา โดยจะเน้นให้นักเรียนอ่านอย่างเข้าใจผ่านกระบวนการต่างๆ เพื่อนักเรียนจะได้
 ดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

3. ความสำคัญและประโยชน์ของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึคว

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความสำคัญและประโยชน์ของเทคนิคเอสคิว
 อาร์คิวซึควดังนี้

ไฮดีมา (Heidema, 2009) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึควว่า เทคนิค
 เอสคิวอาร์คิวซึควนั้นกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในการแก้ปัญหา ช่วยนักเรียนในการ
 แก้ปัญหาและสะท้อนความเข้าใจของนักเรียน

ไฮดีมาและมิทเชล (Heidema and Mitchell, 2005) ได้กล่าวสนับสนุนว่า
 เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึควสามารถช่วยนักเรียนในการดำเนินกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนต้องหา
 ได้ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ข้อมูลใดเป็นข้อมูลที่จำเป็น และเลือกใช้แนวคิดหรือวิธีการใด
 เพื่อแก้ปัญหา โดยนักเรียนทำการเลือกใช้อย่างเข้าใจและมีความสมเหตุสมผล นอกจากนี้
 เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึควยังเกี่ยวกับการทบทวน การตั้งจุดประสงค์ และกำกับความสำเร็จด้วย
 ตนเอง และขั้นตอนการทำความเข้าใจในการอ่าน

สตริชชาร์ทและแมนกรัม (Strichart and Mangrum, 1993) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ
 เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซึควว่า ช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น มีความเหมาะสมในการ
 นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนช้าและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ สาเหตุที่นักเรียนส่วนใหญ่แก้โจทย์
 ปัญหาไม่ได้ นั่น เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจคำและภาษาในโจทย์นั้น

จากประโยชน์ที่นักศึกษาได้กล่าวไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีควนั้นมีประโยชน์ต่อนักเรียน โดยทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหา และเป็นตัวนำทางไปสู่การแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

4. ขั้นตอนการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคว

เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีควเป็นเทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ซึ่งเฟย์ (Fay, 1965) เป็นผู้พัฒนาเทคนิคดังกล่าว เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคว ซึ่งมี 6 ขั้นตอน คือ ขั้นเอสหรือการสำรวจปัญหา(Survey) ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (Question) ขั้นอาร์หรือการอ่านแยกแยะข้อมูล(Read) ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับวิธีการคิดคำนวณ(Question) ขั้นซีหรือการคำนวณ(Compute) ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับการตรวจสอบคำตอบ(Question) โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นเอสหรือการสำรวจปัญหา(Survey) เป็นขั้นที่นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาว่า โจทย์ปัญหานั้นเกี่ยวกับอะไร หากนักเรียนมีคำหรือประโยคที่ไม่เข้าใจให้ถามครูหรือเพื่อน ในขั้นที่นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาก่อนถึงจะเข้าสู่ขั้นต่อไปได้

2. ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ(Question) นักเรียนเปลี่ยน โจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคคำถาม หรือหาว่า โจทย์ปัญหานั้นต้องการให้หาอะไร บางครั้งนักเรียนอาจจะอ่านออกเสียง จินตนาการ หรือวาดภาพจาก โจทย์ปัญหาเพื่อนช่วยให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า โจทย์ปัญหานั้นต้องการหาอะไร

3. ขั้นอาร์หรือการอ่านแยกแยะข้อมูล(Read) เป็นขั้นที่นักเรียนแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นและ ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องในการหาคำตอบออกจากกัน โดยนักเรียนบันทึกข้อมูลที่จำเป็นลงในกระดาษ และตรวจสอบว่าข้อมูลที่ได้นั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาแล้วหรือยัง หากข้อมูลนั้นยังไม่เพียงพอในการแก้ปัญหานักเรียนต้องวิเคราะห์ว่าต้องหาข้อมูลใดเพิ่ม โดยพิจารณาจากข้อมูลที่ได้อีก

4. ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับวิธีการคิดคำนวณ(Question) ในขั้นนี้นักเรียนจะถามตนเองว่าจะทำอย่างไรหรือมีวิธีการคำนวณใดที่สามารถแก้ปัญหาคำถามได้ โดยนำข้อมูลที่ได้ในขั้นก่อนมาวางแผนการแก้ปัญหายังเป็นขั้นตอน นักเรียนอาจจะใช้กลวิธีการแก้ปัญหาคำถามได้หลายแบบ เช่น การวาดรูป การสร้างตาราง การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

5. ขั้นซีหรือการคำนวณ(Compute) นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคำถามหรือคำนวณ เมื่อได้คำตอบแล้วนักเรียนจะต้องตรวจสอบว่าความถูกต้องอีกครั้งว่านักเรียนคิดหรือคำนวณไม่ผิดพลาด

6. ขั้นคิวหรือการตั้งคำถามเกี่ยวกับการตรวจสอบคำตอบ(Question) ในขั้นนี้นักเรียนต้องถามว่า คำตอบที่ได้นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนต้องย้อนกลับไปดูยังคำถามของโจทย์

ปัญหาที่คำตอบว่ามีความสมเหตุสมผลกันหรือไม่ โดยนักเรียนดำเนินการตรวจสอบ หากคำตอบที่ได้นั้นไม่สอดคล้องนักเรียนกลับไปดำเนินการตามขั้นตอนเอสคิวอาร์คิวซีคิวอีกครั้ง

จากขั้นตอนเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวมาเข้าร่วมกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีรายละเอียดการจัดกิจกรรมดังนี้

ขั้นตอนการสอน

1) ขั้นเตรียมความพร้อม

ครูสร้างความสนใจของนักเรียนให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป

2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1 ครูทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสอนเนื้อหาความรู้หรือมโนทัศน์

2.2 ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นนำเสนอปัญหา(Presenting the problems) ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดเพื่อกระตุ้นและสร้างความท้าทายให้กับนักเรียน นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เข้าสู่สถานการณ์ปัญหา

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา(Understanding the problem) เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งครูดำเนินกิจกรรมการสอนดังนี้

ขั้นเอส(Survey) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำหรือประโยคที่ไม่เข้าใจ เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นคิว(Question) ครูและนักเรียนร่วมกันค้นหาสิ่งที่ไม่ชัดเจนที่ต้องการทราบ

ขั้นอาร์(Reread) ครูและนักเรียนร่วมกันแยกแยะข้อมูลว่า ข้อมูลใดจำเป็นและข้อมูลใดไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา

ขั้นแก้ปัญหาตามความสามารถการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน(Problem Solving by student their own natural mathematical thinking ability) นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการตอบสนองความหลากหลายในความคิดดังนี้

ขั้นคิว(Question) นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่า จะดำเนินการคำนวณอย่างไรเพื่อแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

ขั้นซี(Compute) นักเรียนคำนวณหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ เมื่อได้คำตอบแล้วนักเรียนย้อนกลับไปดูว่าคำนวณผิดพลาดหรือไม่

ขั้นเปรียบเทียบและอภิปรายแนวคิดของนักเรียน(Comparing and discussing student's solution) เป็นการเปรียบเทียบและอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูดำเนินการตามขั้นนี้

ขั้นคิว(Question) เป็นขั้นที่นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่า คำตอบของตนเองนั้น มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยนักเรียนพิจารณาคำตอบกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดว่าเป็นไปได้หรือไม่

หลังจากนั้นครูสุ่มนักเรียนมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบให้ผู้อื่น จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีทำที่นักเรียนหามาได้ในด้านข้อดี ข้อเสีย ความเหมือนและความแตกต่าง

ขั้นเสนอข้อสรุปจากบทเรียน (Presenting a summary of the lesson) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา

3) ขั้นสรุปความรู้

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปคิดหาข้อสรุปและลักษณะที่สำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและการแก้โจทย์ปัญหา

ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem)

ปัญหาที่ใช้อยู่ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันคือ มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ก็ไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง ลักษณะปัญหาอย่างนี้เรียกว่า **ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด** อีกปัญหาประเภทหนึ่งเป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบเรียกว่า **ปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิด** ปัญหาประเภทนี้มักพบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เมื่อครูใช้คำถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด ซึ่งปัญหาปลายเปิดมีรายละเอียดดังนี้

1. ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิด

ตั้งแต่คณะผู้แทนด้านคณิตศาสตร์ได้มีการสัมมนาเกี่ยวกับการศึกษาระหว่างประเทศญี่ปุ่นและสหรัฐอเมริกาในหัวข้อเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นงานวิจัยของญี่ปุ่นเกี่ยวกับการสอนแบบปลายเปิด(Open-Ended Approach) เป็นการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด(Open-Ended Problem) หรือคำถามปลายเปิด(Open-Ended Question) ทำให้มีการพัฒนาการสอนดังกล่าวขึ้น โดยนักการศึกษาทั้งชาวไทยและต่างประเทศ ซึ่งได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker and Shimada, 1997: 1) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดว่า ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาไม่สมบูรณ์เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ จะพบอยู่ในการสอนในชั้นเรียนเสมอ เมื่อครูใช้คำถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาที่กำหนด

ทาคาฮาชิ (Takahashi, 2004 : Online) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาลายเปิดเป็นกระบวนการในการสร้างให้เกิดความสนใจและกระตุ้นเร้าให้เกิดกิจกรรมคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนในชั้นเรียน ซึ่งได้แบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

ลักษณะที่ 1 เป็นปัญหาที่มีคำตอบเดียวแต่มีวิธีการในการหาคำตอบหรือแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี

ลักษณะที่ 2 เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ

ฮันค็อก (Hancock, 1995: 496) ได้ให้ความหมายของปัญหาลายเปิดว่า เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ(The National Council of Teachers of Mathematics, 1995: 28) ได้ให้ความหมายของปัญหาลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาจากคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตัวของเขาเอง

ปริชา เนาว์เย็นผล (2544: 27) ได้ให้ความหมายของปัญหาลายเปิดว่า เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

รุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550: 23) ได้กล่าวว่า ปัญหาลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้าง มีคำตอบที่เปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายวิธี หรือมีวิธีการหรือแนวทางได้หลายวิธี

จิตติมา ชอบเอียด (2551) ได้ให้ความหมายของปัญหาลายเปิดว่า เป็นปัญหาที่ไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจ เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีการ แนวทางหรือกระบวนการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่า ปัญหาลายเปิด หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีวิธีการ แนวทางหรือกระบวนการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี โดยนักเรียนเป็นผู้ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง และมีคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ

2. ความสำคัญและของปัญหาปลายเปิด

เมื่อปัญหาปลายเปิดได้เผยแพร่ออกไประยะหนึ่งก็ได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก ได้มีการนำไปใช้การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนต่างๆอย่างกว้างขวาง เนื่องจากสามารถนำไปพัฒนากระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีศักยภาพเพิ่มขึ้น จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนไว้ดังนี้

ไฮเบิร์ต (Hiebert, et al. 1996 cited ing Jerrett, 2000: 4) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นเป็นวิธีการหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง ทำให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหามากกว่าเป็นสูตร กฎ ตัวเลข นอกจากนี้การเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาที่แท้จริง ไม่ใช่แค่เพียงจดจำวิธีทำจากตัวอย่างมาใช้คำตอบ

ชูแมน (Schulman, 1996: 64) ได้กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดว่าเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนในระหว่างเรียนหรือหลังเรียน ซึ่งปัญหานี้สามารถวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้นๆรวมถึงทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

แบคเกอร์และชิมาดะ (Becker and Shimada, 1997: 23) ได้กล่าวว่าข้อดีของการใช้ปัญหาปลายเปิดมีประโยชน์มากมายดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนได้มากขึ้นและสามารถแสดงความคิดของตนเองได้มากขึ้น จึงทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจในบทเรียนมากขึ้น
2. สร้างทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนโดยตรงจากกิจกรรม เช่น ผู้เรียนสร้างแนวคิดของตนเองขึ้นมาได้ ตัดสินใจที่จะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา และทดสอบแนวทางในการหาคำตอบของตนเองเพื่อหาคำตอบรวมถึงตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้มา
3. ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเรียนร่วมกันได้
4. ช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน
5. เป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ ระหว่างนักเรียนด้วยกัน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนได้หาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่นของเพื่อนร่วมชั้นได้

ฟุง (Foong, 2000: 135-140) ได้กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดร่วมกับการเรียนการสอนในชั้นเรียน ช่วยทำให้ผู้สอนสามารถติดตามผลการเรียนของนักเรียนได้อย่างรวดเร็ว และสามารถตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องที่ได้เรียนไป

แม็คอินทอช (McIntosh, 2000: 5) กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดสามารถนำนักเรียนไปสู่ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สร้างการคิดที่ยืดหยุ่นและสามารถปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ต่างๆให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ส่งผลให้นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่ขยายไปสู่ความรู้ใหม่ได้ต่อไปอย่างไม่มีจำกัด

คูนี (Cooney, n.d) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดสามารถตอบสนองความต้องการของผู้เรียนได้หลายรูปแบบการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้สอนสามารถจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันเรียนร่วมกันได้อย่างลงตัว กล่าวคือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง ชอบค้นหาคำตอบด้วยตนเองและสร้างวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ สามารถอยู่กับการแก้ปัญหาได้นานขึ้นเนื่องจากปัญหาไม่ได้สิ้นสุดเพียงคำตอบเดียว จึงท้าทายให้นักเรียนค้นหาต่อไป ดังนั้นผู้สอนจึงสามารถใช้เวลากับนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าได้มากขึ้นโดยไม่ทำให้นักเรียนที่เก่งเกิดความเบื่อหน่าย

จากที่กล่าวมาข้างต้นได้สรุปข้อดีของปัญหาปลายเปิดคือ สามารถพัฒนาผู้เรียนในด้านความรู้ความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือนำมาใช้ในการประเมินผลการเรียนของนักเรียน

3. ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะแตกต่างกันมากมาย นักการศึกษาจึงได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

โนคะ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 6-8; อ้างอิงจาก Nohda, 1983.) ได้ขยายแ่งมุมมองในการพิจารณาความเปิดเพิ่มขึ้น โดยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. กระบวนการเปิด(Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาต้นกำเนิดที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาคือปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียวรวมทั้งไม่ได้เน้นแ่งมุมมองเชิงกระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายชนิดนี้จึงมีการระบุคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้พยายามแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน...วิธี เป็นต้น แนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์เปิด(End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด(Way to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้จะเรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ด้วยแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกกับการตั้งปัญหาด้วยตนเองยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อนๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้

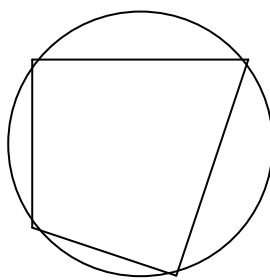
เบกเกอร์และชิมาดะ(Becker and shimada, 1997: 27) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์(Finding relation)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น “จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม”

2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท(Classifying)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น “รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่สามารถแนบในวงกลมได้” ให้นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงว่ามีรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่สามารถแนบในวงกลมได้”



3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่างๆหรือสถานการณ์

(Measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใดๆที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้การคาดหวังว่าจะประยุกต์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหาเช่น

“สมมติว่าในวันเกิดของท่านคือวันที่ 30 เมษายน และลุงเศรษฐีของท่านคนหนึ่งจะให้ของขวัญโดยให้เลือกระหว่าง

- 1) ให้เงินสด 1,000,000 ดอลลาร์

- 2) ให้ 0.01 คอลลาจ์ในวันที่ 1 เมษายน, ให้ 0.02 คอลลาจ์ในวันที่ 2 เมษายน, ให้ 0.04 คอลลาจ์ในวันที่ 3 เมษายน, ให้ 0.08 คอลลาจ์ในวันที่ 4 เมษายน และให้ในลักษณะนี้ไปจนครบถึงวันเกิดของท่าน

ท่านจะเลือกรับของขวัญแบบใด จงอธิบายเหตุผล และพิสูจน์ความถูกต้อง”

สมาพันธ์สำหรับการริเริ่มการปฏิรูปวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Partnership for Reform Initiative in Science and Mathematics, 2001: Online) ได้จัดประเภทของคำถามปลายเปิด ซึ่งจัดอยู่ในคำถามที่ใช้เพื่อการวิเคราะห์ การเปรียบเทียบ การนำไปใช้ การแก้ปัญหาหรือการประมาณค่า ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้คือ

1. คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์

คำถามประเภทนี้มักจะให้อธิบาย หรือยกตัวอย่างเพื่อแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องมากน้อยเพียงไร มีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น

- ทำไม.....จึง.....? จงอธิบายคำตอบ
-เป็นผลมาจาก.....จึงคิดมีวิธีการที่ดีกว่านี้หรือไม่
- จงเขียนแผนภาพเพื่ออธิบายว่า.....
- จงอธิบายว่าทำไม.....
- จงอธิบายวิธีการต่างๆที่.....
- จงอธิบายวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้มาซึ่งคำตอบนี้
- จงคาดคะเนว่า.....ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น
- ทุกคนเห็นด้วยหรือไม่ว่า.....ทำไมล่ะ

2. คำถามปลายเปิดประเภทเปรียบเทียบ

คำถามปลายเปิดประเภทนี้มีเป้าหมายให้นักเรียนชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างของสิ่งซึ่งสัมพันธ์กันอยู่ได้ มีประโยชน์ในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเชื่อมโยง เช่น

- จำนวน.....และจำนวน.....สองจำนวนนี้จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน นักเรียนได้
อย่างไร
- จงเปรียบเทียบว่ากราฟ.....และกราฟ.....แตกต่างกันอย่างไร
- จงอภิปรายเพื่อแสดงความเหมือนและความต่างของ.....และ.....

3. คำถามเปิดประเภทให้แก้ปัญหา

เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนพยายามมองหาแนวทางต่างๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยทำให้ครูทราบได้ว่ามีทักษะในการแก้ปัญหาได้มากน้อย เช่น

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า.....
- เราจะแก้ปัญหานี้ได้โดยวิธีใดบ้าง จงอธิบายและให้เหตุผล
- เราจะทำอะไรถ้าหาก.....

4. คำถามเปิดประเภทให้ประเมินค่า

เป็นคำถามที่เหมาะสมแก่การถามเพื่อให้นักเรียนได้สรุป และประมวลความคิดขั้นสุดท้าย เพื่อให้คุณค่ากับสิ่งที่ทำหรือประสบปัญหาอยู่ โดยใช้เหตุผลและหลักการที่มีอยู่อย่างหลากหลายมาตัดสิน

- ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น จงอธิบายคำตอบ
- นักเรียนเชื่อในคำกล่าวที่ว่า.....หรือไม่ เพราะเหตุใด

กรมวิชาการ(2545ช: 206-207) ได้แบ่งปัญหาเปิดออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

ตัวอย่างปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

“จงหาความยาวด้านที่เป็นจำนวนเต็มของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 15 หน่วย”

ผู้เรียนอาจแก้ปัญหานี้ด้วยการสมมุติความยาวของด้านต่างๆของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่ว่า “ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม ย่อมยาวกว่าด้านที่สาม” ซึ่งผู้เรียนสามารถแก้ปัญหานี้ได้ดังนี้

กรณีที่	ด้านที่	ด้านที่	ด้านที่	หมายเหตุ
1	7	7	1	
2	6	6	3	
3	5	5	5	
4	4	4	7	
5	3	3	9	$3+3 < 9$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม
6	2	2	11	$2+2 < 11$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหานี้ได้หลายอย่าง

ตัวอย่างปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหานี้ได้หลายอย่าง

“พี่น้องสามคน มีอายุห่างกันคนละ 2 ปี เรียงตามลำดับอายุจากน้อยไปมาก คือ สมใจ สมหวัง และสมจิตร์ ทั้งสามคนมีอายุรวมกัน 75 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม”

แนวคิด 1 75 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งได้จากผลบวกของจำนวนสามจำนวน แต่ละจำนวนที่อยู่

ถัดกันมีค่าแตกต่างกัน 2 ดังนั้น ตรวจสอบ

สมมติจำนวนแล้ว ตรวจสอบผลบวก

$$19 + 21 + 23 = 63$$

$$21 + 23 + 25 = 69$$

$$23 + 25 + 27 = 75$$

คำตอบ คือ สมใจ สมหวังและสมจิตร มีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

แนวคิด 2 สมมติน้องสุด คือ สมใจ มีอายุ x ปี จะได้ว่าสมหวังและสมจิตรมีอายุ $x + 2$ และ $x + 4$ ปี ตามลำดับ

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 75$$

$$3x + 6 = 75$$

$$3x = 69$$

$$x = 23$$

ดังนั้น สมใจ สมหวังและสมจิตรมีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

จากข้างต้นที่กล่าวไว้จะเห็นว่า การแบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดได้ยึดตามจุดประสงค์ของปัญหาเป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนหาวิธีการที่หลากหลายในการนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนต้องดึงความสามารถและประสบการณ์ของตนเองมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น สำหรับในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. กระบวนการเปิด(Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

2. ผลลัพธ์เปิด(End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

4. การสร้างโจทย์ปัญหาปลายเปิด

เนื่องจากปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่เปิดกว้างและตอบสนองความสามารถของแต่ละบุคคล ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่พัฒนาความคิดต่างๆของนักเรียน เราสามารถสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้กันทั่วไปนำมาพัฒนาเป็นปัญหาปลายเปิดได้ โดยมีนักวิชาหลายท่านที่ได้บอกลักษณะและวิธีการสร้างปัญหาปลายเปิด โดยมีรายละเอียดดังนี้

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker and Shimada, 1997: 27) กล่าวว่าไว้ว่า โดยทั่วไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการวิจัยซ้ำหลายครั้ง ทำให้ได้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์จริงเชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถ

สังเกตความสัมพันธ์ได้

2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P และ Q” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง” โดยต้องกำหนดคำว่า “สิ่งต่างๆ” ให้เฉพาะเจาะจง

3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มต้นด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆรูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์จากรูปเอง ซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท

4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่างๆให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้างๆกับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่นๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวตัวอย่าง

6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลายๆตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม

7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์(Quasi-Mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาอยู่กันอย่างกระจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่างๆให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์

8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่มโดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง

คูนี (Cooney, n.d.) กล่าวว่าวิธีการสร้างปัญหาปลายเปิดอย่างง่ายๆดังนี้

1. การปรับแบบฝึกหัดในแบบเรียนให้ขยายเป็นปัญหาปลายเปิด เช่น

ปัญหาเดิมในแบบฝึกหัด	ปรับเป็นปัญหาปลายเปิด
จำนวนใดต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะ 7, 57, 67, 117	เด็กชาย เอ กล่าวว่า 57 และ 67 เป็นจำนวนเฉพาะเนื่องจากทั้งสองจำนวนลงตัวด้วย 7 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะ นักเรียนคิดว่าเด็กชายเอกล่าวถูกต้อง
จงหา ค.ร.น. ของ 18 และ 24	จงอธิบายว่าทำไม 48 จึงไม่เป็นค.ร.น.ของ 18 และ 24

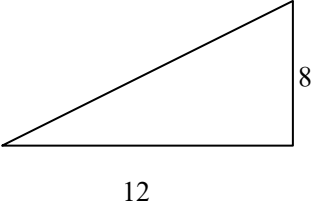
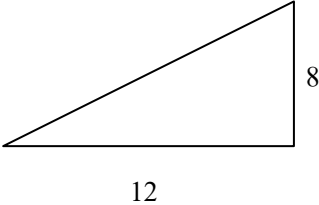
2. กำหนดเงื่อนไขและให้นักเรียนสร้างโจทย์หรือยกตัวอย่างข้อมูลตามเงื่อนไขที่กำหนด เช่น จงยกตัวอย่างกลุ่มของจำนวนที่เป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) มีข้อมูล 7 จำนวน 2) มีค่าพิสัยเป็น 10 3) มีค่าเฉลี่ยมากกว่าค่ามัธยฐาน

3. นำเสนอสถานการณ์อย่างน้อย 2 สถานการณ์ที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันได้ คำตอบที่แตกต่างกัน จากนั้นให้นักเรียนอธิบายว่าสถานการณ์ใดถูกต้องพร้อมทั้งให้เหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น

4. กำหนดให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างอย่างน้อย 2 วิธีหรือมากกว่านั้น ปัญหาที่สร้างขึ้นตามแนวคิดนี้เหมาะสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนเพื่อประเมินความคิดรวบยอด และทักษะการแก้ปัญหานักเรียน

แดเนียล และแอนجليเลอริ (ปรีชา เนาวีเย็นผล. 2544: 27 อ้างถึง Daniels and Anglileri, 1995: 112-113) และสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา(The National Council of Teachers of Mathematics, 1989) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นการที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา ตัวอย่างดังต่อไปนี้

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
<ol style="list-style-type: none"> $(2 + 6) - 3 = [\quad]$ $3 \times 5 = [\quad]$ จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4,... จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม  <ol style="list-style-type: none"> เราเรียกกราฟที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร จงเขียนกราฟของ <ol style="list-style-type: none"> $y = 3x + 5$ $y = 2x - 1$ $y = 7 - x$ มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้ถุงกี่ตัว 	<ol style="list-style-type: none"> สร้างจำนวนใดก็ได้บ้างจาก 2, 3 และ 6 จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15 จงอธิบายว่า จำนวนต่อไปนี้ของลำดับ 1,2,4,... ควรเป็นจำนวนใด จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้  <ol style="list-style-type: none"> เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้างจากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น จงศึกษากราฟของ $y = ax + b$ สำหรับค่าต่างๆของ a และ b มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่าๆกันได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างปัญหาปลายเปิดข้างต้น จึงสรุปได้ว่า แนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถสร้างได้ 2 วิธี คือ 1) พัฒนาปัญหาขึ้นมาใหม่ 2) ปรับปัญหาจากแบบฝึกหัดที่ใช้อยู่ในชั้นเรียนปกติให้เป็นปัญหาปลายเปิด

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้ อัดัม เลสซีและบีสัน (Adam, Leslie, and Beeson, 1977: 176) ได้ให้ความหมายไว้ว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (word problem) หรือ โจทย์เชิงเรื่องราว (Story problem) หรือ โจทย์เชิงถ้อยคำบรรยาย (Verbal problem) นั่นคือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการหาคำตอบในเชิงปริมาณหรือ

ตัวเลข ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษาคำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ จึงจะทำให้ได้ซึ่งคำตอบของปัญหา

ชิฟฟีว (Sheffield and Cruikshank, 2000: 38) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาอาจจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงงววย ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์จะเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าต้องเกี่ยวข้องกับจำนวน บางปัญหาที่ดีเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับมิติหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

เรย์ (Reys et al., 2004: 115) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่บุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่สามารถคำตอบได้ทันที ต้องหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบได้ในทันที ต้องหาวิธีการเพื่อให้ได้ซึ่งคำตอบ โดยใช้ความพยายามและการคิดในขั้นสูง

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวิชาการ เช่น การพิสูจน์ที่ต้องอาศัยเหตุผล ทฤษฎีบทต่างซึ่งจะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) ได้สรุปความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ ในบางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่นๆก็ได้

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ไว้ อาจกล่าวสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้กระบวนการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการหาคำตอบ

2. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ไม่คุ้นเคย ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา ซึ่งสามารถแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

บาร์ดูดี (Baroody, 1993: 2-54-2-55) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายในการคำตอบของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบคำตอบเดียว
2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้างมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

ชาร์ล (Charles et al., 1987: 11-13) กล่าวว่าปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอน คือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว(One-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือนักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน(Multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ(Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่นการประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการ ปัญหาหนึ่งอาจจะใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

โคสซี่ (2548) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ต้องตัดสินใจ(Decision making) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องทำความเข้าใจปัญหา ลักษณะและข้อจำกัดของปัญหา สามารถแปลงข้อมูลของปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาภายใต้ข้อจำกัด สามารถตรวจสอบและประเมินการตัดสินใจ และสื่อสารคำตอบได้

2. ปัญหาที่ต้องวิเคราะห์และวางแผน(System analysis and design) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ความซับซ้อนหรือสร้างการวางแผน จับประเด็นเหตุผลภายในปัญหาซึ่ง

สอดคล้องกับจุดประสงค์ อธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายใน ค้นหาสาเหตุหรือคำตอบจากการวางแผน ประเมินค่าความสมเหตุสมผลแล้วเผยแพร่ได้

3. ปัญหาที่ต้องจับประเด็นปัญหา(Trouble shooting) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เข้าใจถึงสาเหตุอันเนื่องมาจากปัญหาเช่น ขั้นตอนการทำงานสามารถบ่งชี้ถึงจุดที่สามารถตรวจสอบหรือพิสูจน์คำตอบแล้วเผยแพร่ได้

โพลยา (Polya, 1957: 23-29) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา(Problem to find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่ง 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์(Problem to prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐานและสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

เลอบาร์ (LeBlanc et al., 1980: 105-106) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาในหนังสือแบบเรียน(Standard textbook problem) เป็นปัญหาสำหรับการนำหรือทำตามการดำเนินการเลขคณิต เช่น การคูณจำนวนเต็ม ลักษณะของปัญหาในหนังสือแบบเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยประยุกต์ใช้ขั้นตอนเดียวหรือใช้ขั้นตอนที่เรียนผ่านมาแล้ว นักเรียนสามารถใช้สื่อรูปธรรมหรือบริบทในชีวิตจริง เป้าหมายของปัญหาในหนังสือแบบเรียนคือสามารถระลึกได้ถึงข้อเท็จจริงพื้นฐาน ทักษะ ขั้นตอน การดำเนินการมูลฐาน มีประสิทธิภาพมากขึ้น และเป็นปัญหาเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการและประยุกต์ใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง

2. ปัญหากระบวนการ(Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้กลวิธีหรือวิธีการที่ไม่เป็นขั้นตอน แต่ยังคงใช้ขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา ปัญหาชนิดนี้กระตุ้นการใช้กระบวนการให้ได้คำตอบมากกว่าคำตอบที่ได้ ความสำเร็จของการแก้ปัญหาไม่ได้ขึ้นอยู่กับการประยุกต์ใช้โมททัศน์ กฎ สูตร แต่ขึ้นอยู่กับการใช้กลวิธีในการหาคำตอบ ปัญหากระบวนการบางปัญหามีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

เรย์ (Reys et al., 2004: 116) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย(Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การ

ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย(Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหามีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จากที่กล่าวมาข้างต้น การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหามีขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ในการแบ่ง ซึ่งอาจแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหา การดำเนินการหาคำตอบ เป้าหมายในการหาคำตอบหรือตามผู้แก้ปัญหและความซับซ้อนของปัญหา จึงสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหามี 2 ประเภท คือ 1. โจทย์ปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อาจมีขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอนและประยุกต์กฏวิธีต่างๆในการหาคำตอบ 2. โจทย์ปัญหาที่ต้องพิสูจน์ว่าการให้เหตุผล วิเคราะห์ ตัดสินใจ และหาคำตอบของปัญหา ซึ่งในแต่ละโจทย์ปัญหาผู้แก้ปัญหามันจะต้องพิจารณาลักษณะโครงสร้างของปัญหาให้ชัดเจน เพื่อจะได้ประมวลความรู้และประสบการณ์หาคำตอบได้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหา

3. กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ต่างกัันดังนี้ โพลยา (Polya, 1957: 5 -10) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

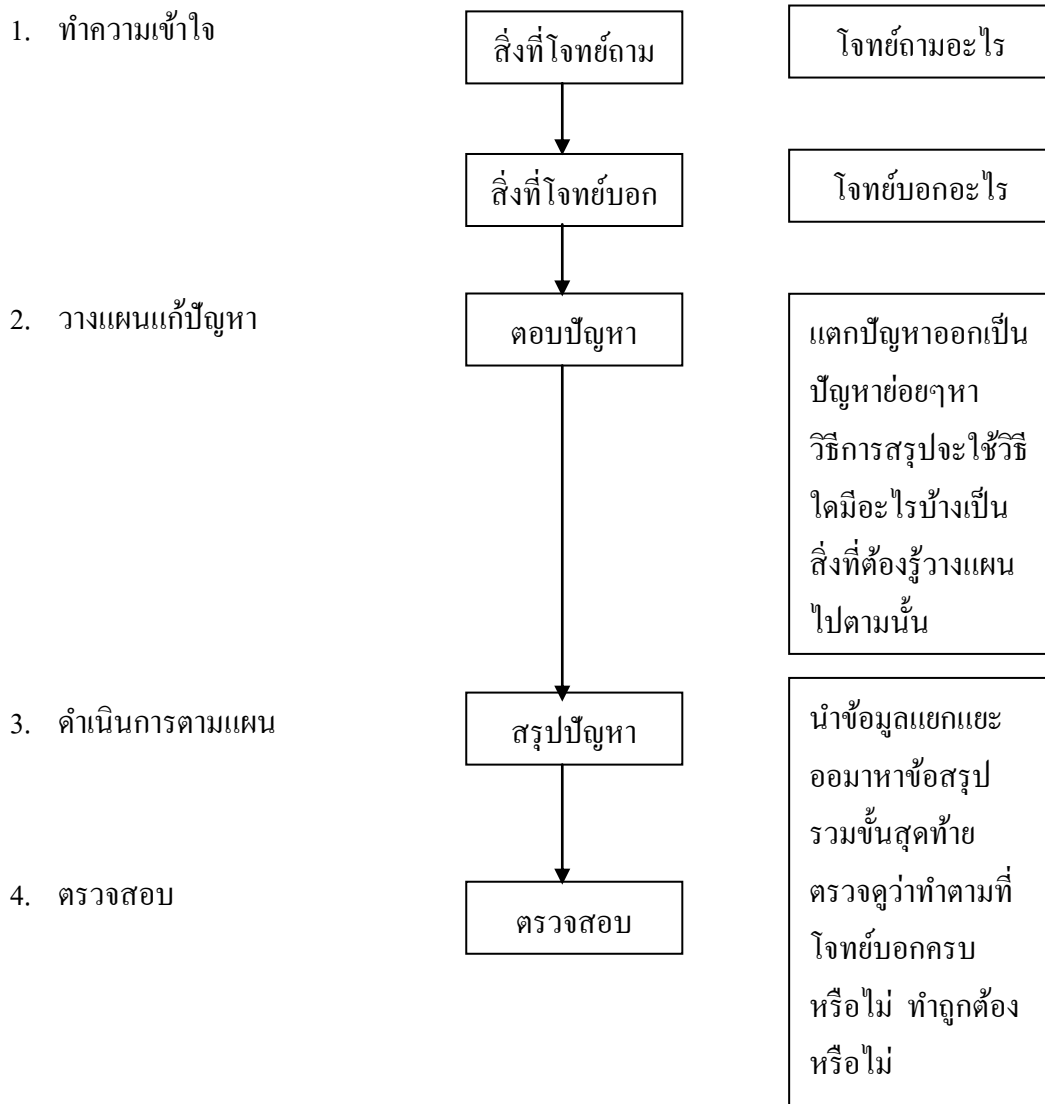
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำประโยคย่อยๆสัญลักษณ์ต่างๆของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฏ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้ เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่พิจารณาตรวจสอบ

กระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลโดย Polya ได้เสนอแผนผังของลำดับของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้



แผนภาพที่ 1 แสดงแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหตามแนวคิดของ Polya สเติร์นเบิร์ก (Sternberg, 1999: 351-354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุปัญหา(Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
2. การจำกัดความของปัญหา(Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริง

ได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความหรือความจำกัดความของปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวกับปัญหา(Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนในการวางแผนกลยุทธ์ต่างๆและวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เป็นขั้นตอนหรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกัน เพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา(Organizing information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำมาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยอยู่ขอบเขตของทรัพยากรที่จำกัดในด้านต่างๆการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่แตกต่างกัน เช่น ปัญหาบางปัญหาต้องอาศัยระยะเวลาในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันทั่วทั้ง

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา(Monitoring Problem Solving) การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่างๆดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะถ้าพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันทั่วทั้ง

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา(Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุด ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จและทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่างๆบางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

กิค(Gick, 1986: 101) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยการสร้างสัญลักษณ์ ทำตารางหรือแผนผังเพื่อทำความเข้าใจมากขึ้น

2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่างๆที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่คำตอบรวมไปถึงการวางแผนและจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผนและขั้นตอนที่กำหนดไว้

4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหาว่า มุ่งไปสู่คำตอบหรือเป้าหมายที่วางไว้

หรือไม่ ถ้าไม่อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

เลอบลานซ์ (LeBlance, 1977:17-20) ได้เสนอกระบวนการในการสอนแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาครูควรถามคำถามเพื่อให้นักเรียนหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องบทรอบว่าปัญหาถามอะไร

2. ครูนำอภิปรายในการแก้ปัญหา ครูเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

1. ลงมือแก้ปัญหา กลวิธีที่คิดไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้ บางครั้งแผนที่วางไว้ในข้อ 2 อาจจะไปสู่คำตอบได้ ถ้าไม่เป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นตอนที่ 2 อีก

2. ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญมากที่สุด โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่างๆย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ปัญหาเพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

ครูลิก (Kruilik, 1977: 650 - 651) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาแบบตรงจุด(Heuristic) ซึ่งแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. การอ่านโจทย์(Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไรและบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา(Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูปหรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

3. การเลือกวิธี(Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงาน ย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอุปนัยทางตรรกะและการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆเพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา(Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล(Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า...แล้ว (if...then) และการอภิปรายแก้ปัญหา

แอ็ทกินสัน (Atkinson, 1961 อ้างถึงใน วงษ์สันติ แสงดอกไม้, 2540: 124) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาซึ่งมีทั้งหมด 9 ขั้นตอน สามารถสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดปัญหา
2. พิจารณาและตรวจสอบการทดลองเดิมที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
3. ค้นคว้าความคิดใหม่ๆหรือหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนการแก้ปัญหา
4. ศึกษาและประเมินผลการค้นคว้า
5. ตัดสินเลือกวิธีที่ดีที่สุดมาใช้
6. ขันทดลอง
7. ขันสรุปผล
8. สรุปผลและนำไปใช้ในสถานการณ์ที่คุ้นเคย
9. นำข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่

กิลฟอร์ด (Guildford, 1971: 130) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาคควรประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ

1. ขันเตรียมการ คือ การกำหนดปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์ว่าคืออะไร
2. ขันวิเคราะห์ปัญหา คือ การพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่เป็นสาเหตุสำคัญของปัญหาหรือสิ่งใดไม่ใช่สาเหตุของปัญหา
3. ขันเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งตรงกับสาเหตุของปัญหาและแสดงออกมาในรูปของวิธีการแก้ปัญหาและได้ผลลัพธ์ในขั้นตอนสุดท้าย
4. ขันตรวจสอบผล คือ การเสนอเกณฑ์เพื่อตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็ต้องเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่
5. ขันประยุกต์ คือ การนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้โอกาสอื่นเมื่อพบกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาล้ายกับปัญหาเดิม

ทรวแมนและริทเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995: 4-7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดพื้นฐานจากระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาคจะต้องมีความรู้ในสิ่งต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยหนึ่งแผน การกำหนดแผนหลายๆแผนทำให้สามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่ดีกว่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนของตน ซึ่งแนะนำให้

ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนทำตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งแปลกใหม่จากเพื่อนๆในกลุ่ม หากทุกคนในกลุ่มใช้วิธีการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มจะมีโอกาสช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ ซึ่งทำให้งานเสร็จอย่างรวดเร็วและสมบูรณ์

4. ประเมินผลคำตอบ มีการดำเนินการดังนี้

- 4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่
- 4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยการวางแผนใช้แผนการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้
- 4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองเพื่อนคนอื่นๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งทำได้ดังนี้

- 5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิม
- 5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ผู้แก้ปัญหาค้นหารูปแบบทั่วไป กฎหรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา จะสามารถรู้พื้นหรือทบทวนความพยายามของผู้แก้ปัญหา ซึ่งเป็นประโยชน์สำหรับผู้แก้ปัญหานั้นต่อไป สิ่งที่ควรบันทึก ได้แก่

- 6.1 แหล่งของปัญหา
- 6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด
- 6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแบบแผนการคิดต่างๆ
- 6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นนำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้
- 6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 136) ได้กล่าวถึง กระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เนื้อหา	-----	โจทย์บอกอะไร
สร้างปัญหา	-----	โจทย์ถามอะไร
ตอบปัญหา	-----	แตกปัญหาออกเป็นข้อย่อย
สรุปปัญหา	-----	นำข้อมูลที่แยกแยะมาหาข้อสรุปรวมขั้นสุดท้าย
ตรวจย้อน	-----	ตรวจว่าทำตามที่โจทย์บอกครบถ้วนหรือไม่

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 22) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้

3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล ว่า ปัญหาถามอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับปัญหาให้แยก ออกจากกัน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หากความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆทั้งที่เป็นผลตามมาจากสิ่งที่ กำหนดมาให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ความคิดรวบยอด มาประกอบกับข้อมูล แล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการ

3. ขั้นคำนวณคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ต้องรู้จักวิธีคำนวณที่เหมาะสมตลอดจน ตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผน แก้ปัญหาใหม่

สมศักดิ์ โสภณพินิจ(2543: 44) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆพิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหาโดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความ จำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

4. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความ เหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องระบุได้ว่าโจทย์ต้องการ หาคำอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นำข้อมูลที่วิเคราะห์ในขั้นที่มาประกอบกับ ข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้แก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลนั้นให้มาเพียงพอหรือไม่ และวางแผนใน การแก้ปัญหาแล้วเลือกวิธีแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสม

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้ จนกระทั่งได้คำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นลงมือในการคิดคำนวณเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบตามวิธีการทาง คณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ คำตอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่

4. กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ศึกษาและนำเสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

ครุณิกและรุณิก (Krulik and Rudnick, 1982: 43) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลายต้องเลือกใช้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับปัญหาหนึ่งแต่บางปัญหาอาจไม่ใช่ นอกจากนั้นบางปัญหาอาจจะจำเป็นต้องใช้กลวิธีในหาแก้ปัญหา และเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาวัว 8 ประการ ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกแบบรูป(Pattern recognition)
2. การทำย้อนกลับ(working backwards)
3. การเดาและตรวจสอบ(Guess and test)
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง(Simulation or experimentation)
5. การย่อความ(Reduction)
6. การแจกแจงรายการ(Exhaustive listing)
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน(Logical deduction)
8. การแสดงความหมายข้อมูล(Representing data) โดยใช้
 - 8.1 กราฟ(Graph)
 - 8.2 สมการ(Equation)
 - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต(Algebraic expression)
 - 8.4 ตาราง(Table)
 - 8.5 แผนภูมิ(Chart)
 - 8.6 ไดอะแกรม(Diagram)

เคนเนดี และทริป(Kennedy and Tipps, 1994) ได้นำเสนอยุทธวิธีแก้ปัญหาวัวมีหลายวิธีต่างๆมีรายละเอียดดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องในครั้งแรกๆใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มี

ความชัดเจนขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบ อาจใช้ประมาณค่าจำนวนต่างๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่นๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าวๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆ บันทึกคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมกว่าคือการใช้ภาพและแผนภาพ สำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะมากขึ้น สิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลข และนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีการสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางครั้งใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจมโนทัศน์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติ อาจทำคร่าวๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการ

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่างๆที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ป้องกันการนำเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่างๆที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

ยุทธวิธีสร้างตารางเป็นการจัดกระทำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบโดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

- 1) สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 2) สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 3) สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด(หรือมากกว่า)
- 4) สร้างตารางเพื่อค้นหาขั้นทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีสร้างตารางใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

8. ยุทธวิธีคำหารูปแบบ

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กๆสามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จาก การร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก และแม้กระทั่งการเล่นตีกอล์ฟ ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน(Number Pattern) เช่น 2, 4, 6, 8,...; 30, 27, 24, 21,... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า

เป้าหมายหนึ่งของคณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนสามารถสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และสร้างขั้นทั่วไปของผลลัพธ์จากการสำรวจศึกษาปัญหาหนึ่งไปสู่ปัญหาอื่น ที่เกี่ยวข้องกัน ครูจำต้องระลึกไว้เสมอว่าไม่ใช่ นักเรียนทุกคนที่แม้ว่าจะเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาแบบรูปของจำนวน จะมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งถึงการสร้างขั้นทั่วไปที่พัฒนาจากการค้นหาแบบรูปนักเรียนบางคนอธิบาย

ได้ในเชิงถ้อยคำ บางคนสามารถแทนนัยทั่วไปได้ด้วยนิพจน์ทางพีชคณิต ครูจำเป็นต้องพิจารณาว่านักเรียนมีวุฒิภาวะเพียงพอในการเข้าใจนัยทั่วไปของกฎหรือสูตรในระดับใด

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางของการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน”(Break out) เพราะที่ผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาคควรกระทำ คือการพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาคต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาคดูเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวน หรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาคที่กำหนดให้ได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆหรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

เคนเนดี(Kennedy, 1984: 82) แฮทฟิลด์ เอคเวดส์ และบิทเทอร์(Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 82) ได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. กลวิธีหารูปแบบ(look for a Pattern) กลวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไป

2. กลวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย(Identify a subgoal) ในการวางแผนแก้ปัญหาคบางปัญหาค คำตอบของปัญหาคที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาคที่คล้ายกันมากๆหรือเคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อยๆของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหาคนั้นได้

3. กลวิธีทำย้อนกลับ(Work Backward) ปัญหาคบางปัญหาคอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาคำตอบหรือผลสรุปขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ

4. กลวิธีสร้างแผนภาพ(Draw a Diagram) การวาดภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาคในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจ ซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหาค นอกจากนี้ปัญหาคที่ไม่ใช่ปัญหาคทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดในการแก้ปัญหาคได้ กลวิธีนี้มีคุณและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

5. การวาดภาพ กราฟและตาราง(Drawing Picture, Graph and Table) กลวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ปรากฏโดยทันที ในการแก้ปัญหาจะใช้กลวิธีสร้างตารางเพื่อ (1) แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้ง (2) แจงกรณีบางกรณีที่เป็นและเพียงพอ (3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ (4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

6. กลวิธีเดาและตรวจสอบ(Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขึ้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป

7. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่(Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป

8. การตัดข้อมูลที่ไม่วางออก(Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหามีข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่จำเป็นออกเพื่อจะให้ข้อมูลนั้นเคลือบแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

9. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ(Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

10. เขียนแผนภูมิสายงาน(Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานเหนือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่างๆที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

11. กลวิธีพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย(Simplifying the problem) เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่ายๆนั้นก่อนแล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

12. กลวิธีแจงกรณีเป็นไปได้(Account for all Possibilities) กลวิธีนี้ผู้เรียนจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจงความเป็นไปได้ทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตาราง เหมาะสมสำหรับปัญหาที่มีจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

13. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา(Change your point of view) ปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในใจหรือหยุดความคิดนั้น ดังนั้นต้องมองสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

แมทลิน (Matin, 1983: 225-229) ได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 วิธี คือ

1. การใช้สัญลักษณ์(Symbol) ถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทน

ของปัญหาที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก

2. การเขียนรายการ(List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทน โดยเขียนเฉพาะข้อมูลที่สำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. การใช้ตารางความสัมพันธ์(Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลปัญหา ใช้ได้ดีกับปัญหาที่ซับซ้อน

4. การใช้กราฟ(Graph) มีประโยชน์กับผู้แก้ปัญหาในโจทย์ปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่างๆ ได้ด้วย

5. การเขียนภาพ(Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบเพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหา การเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตนาการ(Visual Imagery) ซึ่งมีประโยชน์ในการใช้ นอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจ

มัสเซอร์และชางเนสซี (Musser & Shaughnessy, 1980: 137-145) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การทดสอบวิธีต่างๆและตัดวิธีที่ผิดทิ้ง(Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุด ประยุกต์ใช้ดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้น ไม่กว้างมากนัก

2. การค้นหารูปแบบ(Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่จะได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้

3. การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า(Solving a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาที่ง่ายลงจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาที่ง่ายคือการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4. การย้อนกลับ(Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่จะพิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5. การสร้างสถานการณ์จำลอง(Simulation) เป็นคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูล คำตอบที่ได้จากการทดลอง

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2542:36-38) ได้เสนอกลวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การกำหนดคุณลักษณะของปัญหา(Characterize The Problem) อะไรคือสิ่งที่

กำหนดอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลายๆข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลงโดยใช้ประโยชน์จากสมมาตรหรือทำข้อความ”โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. การที่ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่(Have You Seen This Before) หรือท่านเคยเห็นปัญหานั้นในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคยท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานั้นในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าท่านเคยสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานั้นแล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาเดิมมาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้นท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. การค้นหารูปแบบ(Look For a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวม

4. การทำให้ง่ายลง(Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่ายๆอาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่ายๆแล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง

5. การลดลง(Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆที่จะแก้ได้ง่ายหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ(Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

7. การจัดทำรายการ(Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น ไปได้ที่จะจัดรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นของกระบวนการบางอย่าง

8. การจำลองสถานการณ์(Simulation and Modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อน ในคณิตศาสตร์หรือในโลกแห่งความจริงนั้น ถ้าผลที่ได้โดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ(Formal logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม(Indirect Prove) ซึ่งเป็นที่รู้จักว่าเป็นการพิสูจน์แบบ Contrapositive ด้วยคำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ตรวจคำตอบของท่าน โดยใช้สามัญและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือกข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านจะพยายามแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลายๆวิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้าง

รูปและระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มาเท่าใด ก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะ เป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มาเท่านั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล(2537:21-71) ได้กล่าวถึงกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ปัญหา กำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดา ใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการคาดเดาครั้งแรก
2. กลวิธีการวาดภาพ เป็นการแสดงสภาพการณ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดออกมา เป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหา มีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของ ข้อมูลต่างๆ และสามารถกำหนดแนวในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น
3. กลวิธีสร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหา กำหนด โดยนำมาเขียนในรูปของตาราง เป็นการจัดระบบจัดข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา
4. กลวิธีใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็น โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ จำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหา คำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น
5. กลวิธีค้าหารูปแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบเหนือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ
6. กลวิธีแบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมี ความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา
7. กลวิธีการให้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้และประสบการณ์ต่างที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ
8. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งเป็นปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อยๆที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม
9. กลวิธีสร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการนำสื่อ ที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. กลวิธีทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขได้ง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอนกลวิธีมองย้อนกลับ ใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 18-22) ได้รวบรวมกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มองภาพรวมๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวมๆ เป็นการทบทวนเรื่องราวทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจจะทำโดยการอ่านหลายๆรอบเพื่อจะได้ไม่หลงทาง มองภาพในมุมมองกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่คิดไม่ออกอาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่
2. กำหนดทางไว้เลือกหลายๆทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลายๆทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ
3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้นๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้โดยตัดทางเลือกที่เป็นไปไม่ได้หรือประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน
4. เลือกวิธีการในการคำนวณเหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีใดที่สมควรนำมาใช้จึงจะได้ผล และควรจะใช้คำนวณบวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างไรช่วยในการคำนวณ
5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยสมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อยๆจนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประกอบการพิจารณา
6. การสร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลายมิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครื่องข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้
7. หาแบบรูปที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหาเรื่องราว

บางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลขเป็นรูป เรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหารูปแบบได้จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นตาราง ทำเป็นสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งบันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก้ปัญหาก็ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน หาข้อมูลที่มีอยู่ลักษณะเป็นการบรรยายความ เป็นตารางตัวเลข สามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้นได้โดยการสร้างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปเรขาคณิต สเกตซ์ภาพ ลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อยๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิมแต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ปัญหา ลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหที่ยุ่งยาก ซับซ้อนมากขึ้นได้ ในทางพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เราใช้ Mathematical reduction อ้างอิงจากเรื่อง ย่อยๆ มาสรุปเรื่องที่ใหญ่กว่าได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญห เป็นการแก้ปัญหโดยใช้สามัญสำนึก ใช้หลักเหตุผล บ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหในบางครั้งผู้ที่พยายามแก้ปัญห อาจจะมองลึกลงไปและลึกลงถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุไปสู่ผล การใช้วิธีอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนกลับ การแก้ปัญหโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้งไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสวนจากผลย้อนไปหาเหตุในบางครั้งสามารถจะแก้ปัญหได้ดีกว่าตัวอย่างการ พิสูจน์ทางเรขาคณิต ทรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่างๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่า สามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อนไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากกว่า

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหาในการแก้ปัญหจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นจะต้องตรวจสอบความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้ได้ถูกต้องกับเรื่องราวนั้นๆ

14. ตั้งคำถามที่เหมาะสมโดยตนเองหรือโดยผู้อื่น สามารถให้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่

การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะช่วยให้เกิดความกระฉับกระชวยในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. คุณ อภิปรายหรือระดมความคิด เป็นกลยุทธ์ที่จะทำให้เกิดการมองปัญหาจากหลายมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกิดใจหรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

จากกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ปัญหากำหนดให้ แล้วนำความรู้เดิมมาประกอบการคาดเดาคำตอบปัญหา จากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่
2. กลวิธีการวาดภาพ เป็นการวาดภาพจากปัญหาที่เป็นนามธรรมหรือปัญหาที่ยุ่งยากช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจปัญหามากขึ้น และมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ
3. กลวิธีสร้างตาราง เป็นการจัดข้อมูลให้เป็นระเบียบ ช่วยมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน
4. กลวิธีค้นหารูปแบบ เป็นการหาข้อมูลจากการสังเกตข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วสรุปอยู่ในรูปทั่วไปที่ได้จากโจทย์กำหนดให้ นั้น ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหานั้น
5. กลวิธีแบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีซึ่งมากกว่า 1 กรณี ทกให้เห็นความชัดเจนในแต่ละกรณี เมื่อได้คำตอบทุกกรณีแล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้คำตอบของปัญหานั้น
6. กลวิธีการให้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ มาประกอบกับความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ
7. กลวิธีย้อนกลับ เป็นการเริ่มต้นจากการพิจารณาคำตอบหรือผลสรุปขั้นสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับ
8. กลวิธีใช้ตัวแปรจำนวนที่ไม่ทราบค่า เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์

5. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเป็นเรื่องจำเป็นที่ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึง เพราะเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ขั้นตอนวิธีการคิดวิเคราะห์และการสังเคราะห์

อย่างเป็นระบบแล้วจะทำให้ความรู้นั้นติดตัวนักเรียนไปตลอด นักวิชาหลายท่านได้เสนอแนวคิดวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนดังนี้

บิทเทอร์ (Bitter, 1990: 43-44) ได้เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงาน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์ที่กำหนดมีข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และยังต้องการใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหา
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามหาอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และถ้าจำเป็นจริงๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาหลายรูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซาก ไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาย่อยๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลายข้อๆ โดยวิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะ และส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลายๆวิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่นๆอีกที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อใดข้อนั้น
8. ควรช่วยเหลือให้นักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับรูปแบบเฉพาะข้อนั้นๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาในข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา
11. ควรให้นักเรียนฝึกคาดคะเนคำตอบและการทดสอบคำตอบที่ได้ เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สมาคมคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) ได้เสนอแนวทางในการจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา

4. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 64) ได้กล่าวถึงเป้าหมายของการพัฒนาว่า เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนปัญหาคำเนินแก้ปัญหาและตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียด แล้วทำความเข้าใจปัญหา จำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วนๆ โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถตอบคำถามให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปจึงให้ผู้เรียน โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามโดยให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปจึงให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจตัวเอง

2. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนเชื่อมโยงหรือมองหาคความสัมพันธ์ระหว่างของข้อมูล และแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่นๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัด และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหา ให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประมาณคำตอบ โดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่แล้ว การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่างๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างตรงประเด็น
2. ทักษะในการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

จากข้างต้นที่ได้กล่าวเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น จึงสรุปว่าการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้เกิดการพัฒนาและต้องพัฒนาทักษะในด้านต่างๆ ดังนี้

1. ทักษะการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในการอ่าน การแปลความ
3. ทักษะในการดำเนินการตามแผนและตรวจคำตอบ

6. การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวัดผลทางคณิตศาสตร์ของข้อสอบแบบอัตนัยมีความสำคัญเป็นอย่างมาก การที่ครูตรวจคำตอบของนักเรียนว่า ถูกต้องหรือไม่นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมาก ซึ่งครูจะต้องมีเกณฑ์ในการให้คะแนนอย่างชัดเจน ถ้าคำตอบถูกต้องจะให้คะแนนเต็ม แต่ถ้าไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่านักเรียนจะแสดงวิธีทำบางส่วนถูกต้อง ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นการให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียนทุกขั้นตอนของการคิดคำนวณ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงขั้นแก้ปัญหาสำเร็จ โดยครูจะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอนอย่างมีหลักเกณฑ์และยุติธรรม การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ครูควรให้คะแนนนักเรียนตามความถูกต้องลดหลั่นกันตามความถูกต้องและความเหมาะสม ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2546 : 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3	ดี	ใช้ยุทธวิธีที่ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2	พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

ชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and others, 1982) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0	หมายถึง	แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง
1	หมายถึง	แปลความหมายผิดบางส่วน
2	หมายถึง	แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0	หมายถึง	ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
1	หมายถึง	มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน
2	หมายถึง	มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง(ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0	หมายถึง	ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
1	หมายถึง	ตอบเพียงบางส่วน(ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)
2	หมายถึง	การคำนวณถูกต้อง

ชาร์ลและคณะ (Charles and others, 1987) แบ่งสัดส่วนการให้คะแนนการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนน ดังนี้

ตารางที่ 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของซาร์ธและคณะ

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นบางส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาผิดพลาดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	แสดงอะไร	0
	เขียนผิด จำนวนผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

เรย์และคณะ(Reys and others, 1992) ได้กำหนดรูบรีคของความสามารถในการแก้ปัญหา โดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

- | | | |
|---|---------|-----------------------------------------------------|
| 0 | หมายถึง | ไม่เข้าใจในปัญหาเลย |
| 1 | หมายถึง | เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน |
| 2 | หมายถึง | เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์ |

2. การวางแผนแก้ปัญหา

- | | | |
|---|---------|-----------------------------------------|
| 0 | หมายถึง | ไม่พยายามหรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด |
| 1 | หมายถึง | วางแผนถูกต้องบางส่วน |

2	หมายถึง	วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
3. คำตอบ		
0	หมายถึง	ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
1	หมายถึง	คัดลอกผิดพลาด จำนวนผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
2	หมายถึง	ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง

โพลยา (Polya, 1973) อ้างถึงในสิริริสมิ์ ผลขวัญ โชติกา, 2554: 66) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้ ตารางที่ 3 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจ	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมา ให้ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

“มีขวดขนาดบรรจุ 10 ลิตร หนึ่งใบ และขวดขนาดบรรจุ 3 ลิตร อีกหนึ่งใบ ขวดทั้งสองใบไม่มีขีดบอกปริมาณของเหลวเลย ถ้าต้องการน้ำ 5 ลิตร นักเรียนจะมีวิธีการตวงอย่างไรจงบรรยายวิธีการตวงน้ำดังกล่าว”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 104-106) เสนอแนวทางในการประเมินผลการแก้ปัญหาได้ ซึ่งมีรายละเอียดขั้นตอนในการดำเนิน 4 ขั้นตอนดังนี้

- 1) การทำความเข้าใจปัญหา
- 2) การวางแผน
- 3) การดำเนินการแก้ปัญหา

4) การตรวจความถูกต้อง

ตารางที่ 4 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจ ปัญหา
2. การเลือก ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้อง
	2	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะ นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมี บางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยค คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการ แก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง บางครั้ง
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ถูกต้อง
รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4. การสรุป คำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้ สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณ ได้รวบรวมแนวทางประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งมีเกณฑ์ในการให้คะแนน 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของซีเทล (Szetele)

ซีเทล (Szetele) ได้เสนอการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงการแก้ปัญหาได้เลย กระจายคำตอบอาจจะว่างเปล่า ไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีแก้ปัญหาเอาไว้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผลหรือตอบไม่ตรงคำถาม

ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังสับสนอยู่

ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่างๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง

ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุผลและอ้างอิงได้ถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์ (Chares)

ชาร์ลส์ (Charles) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนอีกวิธีหนึ่ง เรียกว่า การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Scoring Scales) ในแต่ละข้อคะแนนเต็ม 6 คะแนน โดยแบ่งคะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาผิดพลาด

ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่าง
สมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือคำตอบที่ผิดๆหลงทางเนื่องจากวางแผนที่ผิดพลาดแต่
แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกโจทย์ผิด คำนวณ
ผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

**แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์, เลสเตอร์และเฟส โอเฟเฟอร์(Charles, Lester
and O'Deffer)**

ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอเฟเฟอร์(Charles,Lester และ O'Deffer(1987) อ้างถึงในสมศักดิ์
โสภณพินิจ, 2547: 22-25) เสนอวิธีการให้คะแนนซึ่งเรียกว่า การให้คะแนนแบบภาพรวม
(Holistic Scoring Scale) โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้อย่าง
ถูกต้องมากน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

คะแนนที่ให้	ลักษณะของวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ
ให้ 0 คะแนน	นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาโจทย์ได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียนอยู่ บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่วางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
ให้ 1 คะแนน	ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิดคำนวณที่ ถูกต้อง
ให้ 2 คะแนน	บ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขาทำที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถทำงานเสร็จได้ มีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผลแต่รายละเอียดของ การคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิดหรือมีความบกพร่องใน ขั้นตอนการคำนวณสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้องตามขั้นตอนต่างๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียด บางประการเช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นประกอบคำอธิบาย หรือวิธี ทำถูกต้องตลอดทาง แต่วิเคราะห์หรือตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด
ให้ 3 คะแนน	มีความถูกต้องทั้งวิธีทำและรายละเอียดของการคิดคำนวณ
ให้ 4 คะแนน	มีความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณ

จากแนวคิดข้างต้นจึงสรุปได้ว่า รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนหลักๆ คือ การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบผล เมื่อนำเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าวไปใช้ จะทำให้การพิจารณาประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีมาตรฐานในการให้คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน

4. ความคงทนในการเรียน

1. ความหมายของการคงทนในการเรียน

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ดังนี้

อดัม (Adams, 1967: 9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ได้สรุปว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อเร้าที่เคยเรียนหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง

กู๊ด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่าเป็นการจำที่คงทนหลังที่ได้รับ จากการกระตุ้น ประสบการณ์ หรือการตอบสนองต่างๆ

กาเย่ (Gagne, 1977: 36) ได้กล่าวถึง ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่ง เป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

สุชา จันทน์เอม (2531: 181) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียน คือ การเก็บรักษาหรือรักษา การรับรู้ และความเข้าใจที่เกิดจากการรับรู้ และเข้าใจโดยผ่านประสาทสัมผัสต่างๆ

บุญลิริ สุวรรณเพ็ชร (2538: 433) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานของการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรงค์ โคว์ตระกูล (2544: 250) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

จากความหมายของความคงทนในการเรียนดังที่ได้กล่าวข้างต้น อาจสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนหมายถึง ความสามารถในการระลึกได้ถึงประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หรือสิ่งที่ได้เคยเรียนรู้อีกแล้ว หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

2. ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ดังนี้

ฮัลและคณะ (Hulst and others, 1984: 300) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญ ของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่าง ใกล้ชิดเนื่องจากผลของประสบการณ์จะต้องรับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

โกรดอน (Gordon, 1989: 195-196) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียน สรุปลงได้ว่าความจำมีบทบาทต้องพฤติกรรมต่างๆที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินทาง หรือการสนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าจะเป็นสิ่งที่เรากระทำโดย อัตโนมัตินั้นเป็นผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

กาเย่ (Gagne, 1977: 36) ได้กล่าวถึงความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่ง เป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะ ยาว

พูดีและคณะ (Purdy and others, 2001: 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการ เรียนว่า การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต สำหรับสัตว์หมายถึง ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์หมายถึงความสามารถใน การเรียนรู้ที่พูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น การดำรงชีวิตของมนุษย์ ดำเนินไปโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ

ชัยพร วิชาวุธ (2520: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การจดจำ เหตุการณ์ต่างๆที่คนรับรู้มีความสำคัญอย่างยิ่งการดำรงชีวิตและการปรับตัวให้เข้ากับ สภาพแวดล้อม เราจะจำชื่อตัวเองจำบ้านที่อยู่ของตน จำญาติพี่น้องและเพื่อนฝูง จำสิ่งที่เคยเกิดขึ้น ในอดีตว่าถ้าทำอย่างนั้นแล้วจะเกิดผลอย่างไร จำความคิดและความเข้าใจว่าจะทำอะไร ฯลฯ ความ ต่อเนื่องกันของการดำรงชีวิต และการรู้จักเลี่ยงสิ่งที่ไม่ชอบหรือสิ่งที่เป็นภัยอันตรายแก่ตน ย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้หากเราปราศจากความจำ

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญ ต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต เนื่องจากสิ่งมีชีวิตต้องอาศัยความจำในการเรียนรู้และการปรับตัว เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนอย่างแท้จริง จึงจำเป็นต้องความรู้เกี่ยวกับ ความจำด้วย

3. ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

วรรณิ ลิ้มอักษรณ (2546: 114-115) ได้กล่าวถึงปัจจัยอิทธิพลที่มีต่อการจำดังนี้

1) วัย ผู้ใหญ่ที่มีอยู่ไม่เกิน 35 ปี จะสามารถจดจำได้มากและรวดเร็วกว่าเด็กทั้งนี้ เพราะผู้ใหญ่มีสมองที่พัฒนาเต็มที่แล้ว อีกทั้งมีหลักการและเทคนิคในการจำมากกว่าเด็ก แต่ที่ดู

เหมือนว่าเด็กทำอะไรได้วายนั่น แท้จริงแล้วน่าจะเกิดจากเด็กมีเรื่องที่จะต้องจำน้อยกว่าผู้ใหญ่
นั่นเอง

2) ระดับสติปัญญา นักจิตวิทยาไม่พบความสัมพันธ์โดยตรงระหว่างสติปัญญา
กับความจำ เพียงแต่พบว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาสูงมักมีเทคนิคในการจำที่ดีกว่า และใช้เวลาในการ
จำน้อยกว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาต่ำ และยังพบอีกว่าเมื่อผู้ที่มีระดับสติปัญญาต่ำจำสิ่งใดได้แล้วมักจะจำ
ได้นานไม่ค่อยจะลืม ทั้งนี้เพราะต้องใช้ความพยายามในการจำ และต้องใช้จำนวนครั้งในการ
ทบทวนเพื่อให้จำแนกมากกว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาตามปกติ หรือผู้ที่มีระดับสติปัญญาสูง

3) ความใส่ใจและแรงจูงใจ เมื่อบุคคลมีความใส่ใจในเรื่องใดมากเป็นพิเศษมักจะ
มีความจดจ่อหรือเอาใจใส่เรื่องนั้นมาก ซึ่งจะส่งผลให้สามารถนำความจำการรู้สึกสัมผัส ไปสู่
ความจำระยะสั้น และส่งต่อไปบันทึกในความจำระยะยาวได้มาก

4) ความประทับใจ ไม่ว่าจะเป็นการประทับใจในด้านดีหรือไม่ดีก็ตาม ความ
ประทับใจจะไปกระตุ้นให้บุคคลมีอารมณ์เกิดขึ้น อารมณ์ดังกล่าวจะกระตุ้น nor epinephrine
มากขึ้น

5) เพศ ทั้งเพศหญิงและเพศชายมีความสามารถในการจำไม่แตกต่างกันแต่มี
แนวโน้มว่า เพศหญิงมีความสนใจที่มีพัฒนาการในการจำมากกว่าเพศชายและมักจะมีการฝึกฝน
ความจำอยู่เสมอ

4. หลักการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคงทนในการเรียนรู้

วารินทร์ รัชมิพรหม (2532: 29) กล่าวถึงหลักการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคงทนใน
การเรียนรู้ไว้ต่อไปนี้

1) การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้เร็วและจำได้นานกว่าสิ่งที่
ไร้ความหมาย

2) การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไป จะเกิดขึ้นได้
ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นมาไว้ติดกัน หรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิด
(proximity) และหลักความต่อเนื่อง(contiguity)

3) ความถี่ของสิ่งเร้า(stimulus) และการตอบสนองที่เกิดขึ้นเหมือนหรือคล้ายกับ มี
อิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของ Thorndike การกระทำซ้ำๆหรือการซ้ำซ้อนนั้นจะเกิดขึ้น
ประโยชน์อย่างดีต่อความคงทนของข้อมูลระยะสั้นๆแต่กระบวนการที่ใช้ เช่นการใช้รหัสการเสริม
แต่งและการถ่ายทอดเป็นอย่างดี จะเป็นสิ่งสำคัญสำหรับความคงทนของข้อมูลความจำในระยะยาว
การกระทำซ้ำๆเป็นสิ่งในการเรียนทักษะ และเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้สิ่งใดที่มีความหมาย ดังนั้น
ผู้ออกแบบสารจึงต้องแกแบบสารให้มีความหมายที่ผู้เรียนสามารถจำได้ดีขึ้น

4) การเรียนรู้ขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์เป็นการให้รางวัล หรือข้อมูลที่ต้องการให้เรียนรู้ อีกทั้งจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎของ Thorndike คือ Law of Effect

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวได้ดี แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้

1) การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหาที่มีความหมายเพียงพอแล้วย่อมไม่มีการลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหานั้นจะมีโครงร่างไม่คึกคักแต่หากมีความหมาย ผู้เรียนก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้หรือเกิดความจำดีขึ้น ควรใช้วิธีการดังนี้

1.1) การสร้างสื่อสัมพันธ์(mediation) เป็นวิธีการสร้างสื่อสัมพันธ์อย่างมีความหมายช่วยในการจำบทเรียนที่ขาดความหมาย

1.2) การจัดระบบไว้ล่วงหน้า(advanced organization) เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับบทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้นๆ

1.3) การจัดเป็นลำดับขั้น(hierarchical structure) เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ ในลำดับขั้นต่ำกว่าจะเป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นเป็นลำดับไป นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นแรกก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4) การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่(organization) เป็นการนำเข้าข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีต้องการสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมากๆการจัดข้อมูลนี้จะเป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมองบียหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวคือ การรื้อฟื้นความจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตามหัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภทความยากง่าย เป็นต้น

2) การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่างๆเกี่ยวกับบทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้วโดยใช้วิธีการดังต่อไปนี้

2.1) การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะที่ฝึกฝนอยู่(recall during practice)

2.2) การเรียนเพิ่มเติม(over learning)

2.3) การท่องจำ(recitation)

2.4) การสร้างจินตภาพ(imagery)

เช่นเดียวกับ จิราภา เต็งไทรรัตน์ และคณะ(2544: 144-146) ที่ได้เสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความจำในสิ่งที่เรียนได้มากขึ้น ดังนี้

1) การจัดหมวดหมู่(organization)

- 2) การทบทวนตน(self recitation)
- 3) การเรียนเพิ่มเติม(over learning)
- 4) การสร้างจินตภาพ(imagery)

นอกจากนี้ ประสาท อิศรปริดา(2547: 144-146) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนได้ดี ดังนี้

- 1) เร้าหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความใส่ใจในบทเรียน
- 2) ช่วยเหลือผู้เรียนในการแยกรายละเอียดที่จำเป็นออกจากสิ่งที่ไม่จำเป็นและเน้นสาระสำคัญของข้อมูล
- 3) ช่วยให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสาระข้อมูลใหม่กับสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่หรือความรู้เดิมของนักเรียน
- 4) ให้ผู้เรียนท่องจำ ทำซ้ำๆ ทบทวนสาระความรู้เพื่อให้สิ่งที่เรียนรู้คงอยู่อย่างถาวร
- 5) ครูผู้สอนเสนอเนื้อหาที่ชัดเจนและเป็นระเบียบ
- 6) เน้นการจดจำอย่างเข้าใจในความหมาย ไม่ใช่การจดจำแบบท่องจำ

จากหลักการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคงทนในการเรียนรู้ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคงทนในการเรียนรู้ควรมีการเชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ การให้ความถี่ของสิ่งเร้า การไกหรือการทบทวน การท่องจำอย่างมีความหมาย การจัดหมวดหมู่ ซึ่งเป็นวิธีการเรียนรู้อย่างมีความหมายต่อผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสามารถเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวและจำได้อย่างถาวร และส่งผลให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้

5. การวัดความคงทนในการเรียน

ภายหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนแล้ว นอกจากครูวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวถึงได้ดังนี้

นันทาลี (Nunnally, 1959: 105-108) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการทำสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

ลินวอลและนิทโก (Lindvall and Nitko, 1967: 127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 118) ได้กล่าวถึงระยะเวลาที่จำเป็นระยะสั้นจะฝังตัว กลายเป็นความจำเป็นระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในความจำนั้นใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพทย์กุล (2525: 1) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ว่าคือการ สอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง ควรเว้นระยะห่างประมาณ 2-4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียนคือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากที่ได้เรียนผ่านไป สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวัดหลังจากการวัดครั้งแรกเป็นเวลา 2 สัปดาห์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

คริสเทน โรส (Kristen, 2011) ได้ศึกษาผลการใช้กลยุทธ์เอสคิวอาร์คิวซีคิวที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบสำรวจความเชื่อมั่นในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนพบว่า ข้อมูลแจกแจงเข้าสู่โค้งปกติและนักเรียนมีความมั่นใจในการตอบคำถามของโจทย์ปัญหามากขึ้น

1.2 งานวิจัยในประเทศ

จักรพันธ์ ทองเอียด (2540 : ง) ได้ศึกษาการพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์เอสคิวอาร์คิวซีคิว สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อโปรแกรมในระดับปานกลางขึ้นไป

ราชัน นิลบรรพต (2546 : 44 - 45) ได้ศึกษาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากการสอนโดยวิธี เอสคิวอาร์คิวซีคิว กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวและแบบทดสอบวัดความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่าความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังการสอนโดยวิธีเอสคิวอาร์คิวซีอยู่ในระดับดีและสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สองแบบคือ ความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนแตกต่างกันและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 งานวิจัยในประเทศ

ปานใจ ไชยวรศิลป์ (2548: บทคัดย่อ) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านป่า ยาง อำเภอแม่สาย จังหวัดเชียงราย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 26 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน พบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้ทุกแผนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวได้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 60 3) นักเรียนมีพฤติกรรมด้านการอ่านออกเสียงโจทย์ การแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอน การมีส่วนร่วมในกิจกรรม ทำงานอย่าง สนุกสนานและส่งงานตรงเวลามากที่สุด

สมศักดิ์ แทนคำ (2549 : ง) ที่เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธี SQRQCQ กับการสอนตามคู่มือครู พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธี SQRQCQ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ ปัญหาของ นักเรียนเรียนโดยใช้กลวิธี SQRQCQ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จักรพันธ์ ทองเอียด(2540: ง) ที่พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนร้อยละ 50 ของนักเรียนและนักเรียนมีความพึงพอใจต่อโปรแกรมในระดับปานกลาง

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาลายเปิดที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาลายเปิดส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครู

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหา
ปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง(Quasi-Experimental Research) โดยผู้วิจัยมีวิธีการ
ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษา ค้นคว้าความรู้จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่างๆทั้งในประเทศและ
ต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในครั้งนี้ มีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้
ในการสร้างแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ศึกษาค้นคว้าจาก คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วง
ชั้นที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้
แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551 หนังสือเรียน และตำราต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องสมบัติจำนวนนับ
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำมา
เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดทั้งสองชนิด

4. ศึกษาเนื้อเรื่อง สมบัติจำนวนนับ จากหนังสือสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และจากหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดทั้งสองชนิด

การออกแบบการวิจัย

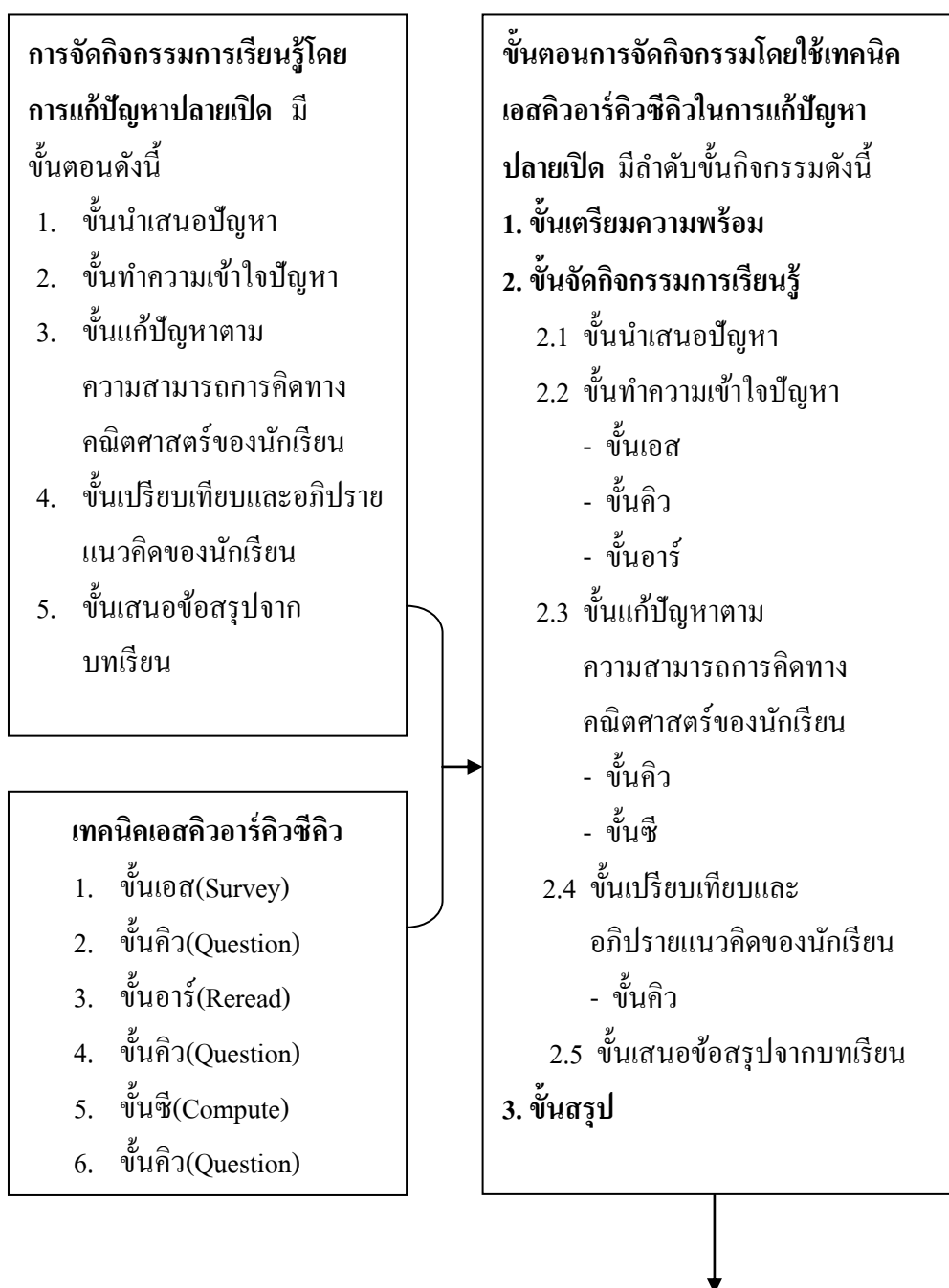
การวิจัยนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง(Quasi-Experimental Research) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดสอบก่อนเรียน	ทดลอง	ทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้วประมาณ 2 สัปดาห์
E	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง(Experimental Group)
 C แทน กลุ่มควบคุม(Control Group)
 X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาหลายเปิด
 ~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ



- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

แผนภาพที่ 2 กรอบแนวคิดการวิจัย

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ แขวงปากคลอง จังหวัดกรุงเทพมหานคร

โรงเรียนวัดนวลนรดิศในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีทั้งหมด 10 ห้อง โดยทุกห้องมีการจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบละความสามารถผู้วิจัยได้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังปรับพื้นฐานของนักเรียนทั้ง 10 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
2. พิจารณาห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียนเป็นนักเรียน ห้อง ม.1/9 และห้อง ม.1/10 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 35 คน โดยนักเรียนห้องม.1/9 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 12.81 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 3.87 ส่วนนักเรียนห้อง ม.1/10 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) เท่ากับ 12.4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 4.25
3. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังปรับพื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าสถิติเอฟ (F - test) ผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 หลังจากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยค่าที (t-test) พบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

4. นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่องสมบัติจำนวนนับ แล้วนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ซึ่งห้องม.1/9 และห้องม.1/10 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 21.26 และ 21.17 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าสถิติเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

5. นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่องสมบัติจำนวนนับ แล้วนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ซึ่งห้องม.1/9 และห้องม.1/10 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 15.00 และ 14.43 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าสถิติเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

6. สุ่มห้องเรียนสำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยวิธีจับสลากแบ่งกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

นักเรียนห้อง ม.1/9 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนห้อง ม.1/10 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

การพัฒนาเครื่องมือใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนกระบวนการเปิดของเบ็คเกอร์และชิมาคะและเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในชั้นสอนดังนี้

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</p>
<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจจะนำปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ มาดำเนินกิจกรรม เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป</p> <p>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ขั้นนำเสนอปัญหา(Introducing problem)</p> <p>ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียน โดย</p>	<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>ครูจัดกิจกรรมเพื่อสร้างความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่ โดยครูอาจจะนำปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ มาดำเนินกิจกรรม เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป</p> <p>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ระบุใน</p>

<p>เขียนบนกระดาน</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจ(Understand problem)</p> <p>นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ปัญหาดังนี้</p> <p>ขั้นเอส(Survey) ครูใช้คำถามสำรวจโจทย์ปัญหาเพื่อให้ นักเรียนระบุได้ว่า โจทย์ปัญหาต้องการ นักเรียนบอกเป็นภาษาตนเอง</p> <p>ขั้นคิว(Question) ครูใช้คำถามสำรวจโจทย์ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนระบุว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการหา คืออะไร อยู่ในรูปประโยคคำถาม</p> <p>ขั้นอาร์(Read) นักเรียนแยกข้อมูลที่จำเป็นในการคิดคำนวณ ครูกระตุ้นโดยใช้คำถามให้นักเรียนได้แยกแยะและวิเคราะห์ข้อมูล</p> <p>ขั้นแก้ปัญหานักเรียน(Problem Solving by students) นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองดังนี้</p> <p>ขั้นคิว(Question) นักเรียนจะได้ถามตนเองว่า จะดำเนินการอย่างไรเพื่อให้ได้ซึ่งคำตอบ</p>	<p>หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมที่หลากหลายดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องเนื้อหา โดยใช้คำถามถามตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้ นักเรียนเข้าใจเนื้อหา - เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น หรือสอบถามหากนักเรียนไม่เข้าใจ - หากเป็นการแก้โจทย์ปัญหา ครูใช้คำถามถามตอบ โดยดำเนินการแก้ปัญหามาตามโพลยา ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> - สิ่งที่ต้องโจทย์ต้องการทราบ - สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ - การวางแผนการแก้ปัญหา - การดำเนินการแก้ปัญหา - ตรวจสอบคำตอบ
<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซี</p> <p style="text-align: center;">คิวในการแก้ปัญหาลายเปิด)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</p>

<p>นักเรียนสร้างแนวคิดการหาคำตอบ เลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา ครูคอยเดินดูการทำงานของนักเรียน นำแนวคิดของนักเรียนเสนอให้กับนักเรียนผู้อื่น หากเหลือแนวคิดอื่นอีก ครูเป็นผู้อธิบายให้นักเรียน</p> <p>ขั้นซี(Compute) นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาและแสดงวิธีทำ เพื่อหาคำตอบ และตรวจทานการคิดคำนวณอีกครั้ง</p> <p>ขั้นเปรียบเทียบและอภิปราย(Comparing and discussing) นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูนำนักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดไว้ในแต่ละแนวคิดมีข้อดี ข้อเสีย และความเหมาะสม</p> <p>ขั้นคิว(Question) นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่ เสนอความเหตุผลผลของคำตอบ แสดงให้เห็นการตรวจสอบคำตอบ</p>	<ul style="list-style-type: none"> - เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน เสนอวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป - การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือกำหนดสถานการณ์แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล โดยอาจจะแบ่งเป็นกลุ่มย่อยๆ ซึ่งครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำกับนักเรียน หากนักเรียนเกิดข้อสงสัย - นักเรียนได้แก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยๆ โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัย
<p>ขั้นสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปสาระสำคัญ ครูทบทวนความรู้ความเข้าใจ นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจในเรื่องที่เรียน</p>	

2) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนวัดนวลนรดิศที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมบัติจำนวนนับ

3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4) วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ทดลอง เรื่องสมบัติจำนวนนับ

5) เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบ จำนวน 18 คาบ ที่สอดคล้องกับแนวการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย สารและมาตรฐาน ตัวชี้วัด สารสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอนเหมือนกัน คือ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุป แต่ขั้นสอนได้นำเทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวมาใช้ในการแก้ปัญหาปลายเปิด

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรเขียนอธิบายกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ให้ละเอียดและชัดเจน

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไข

8) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่อิงตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551 สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องสมบัติจำนวนนับ

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสารการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3) วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวเรื่อง สมบัติจำนวนนับ

4) เขียนแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง สมบัติจำนวนนับ จำนวน 18 แผน โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนจะระบุรายละเอียดตามหัวข้อดังนี้ สารและมาตรฐาน ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สารสำคัญการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

5) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 18 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อเสนอแนะที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

สำหรับรายละเอียดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ของแผน
ทั้งหมดแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 7 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามจุดประสงค์การเรียนรู้และจำนวนคาบสอน
เรื่องสมบัติจำนวนนับ

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน คาบ
1	นักเรียนสามารถ 1. บอกจำนวนนับและหาตัวประกอบนับได้	3
2 – 3	2. บอกได้ว่าจำนวนใดเป็นจำนวนคู่และจำนวนใดเป็นจำนวนคี่	
4 – 5	3. บอกความหมายจำนวนเฉพาะและจำนวนนับที่เป็นจำนวน เฉพาะได้	2
6	5. แยกตัวประกอบของจำนวนนับได้	3
7	6. สามารถเขียนการแยกตัวประกอบในรูปการคูณและรูปเลขยก กำลังได้	
8	7. บอกความหมายตัวประกอบเฉพาะและหาตัวประกอบเฉพาะได้	
9 -12	8. ความหมายและลักษณะของตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) 9. หา ห.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนดให้ได้ 10. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. แก้โจทย์ปัญหาได้	4
13 -16	11. ความหมายและลักษณะของตัวคูณร่วมน้อย(ค.ร.น.) 12. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนดให้ได้ 13. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. แก้โจทย์ปัญหาได้	4
17 – 18	14. สรุปความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ สองจำนวนและนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้	2
รวม		18

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 1 ฉบับ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนทันที และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์ ซึ่งคูกุ่ำนจำนวน 3 ฉบับ รวมเป็นทั้งหมด 5 ฉบับ ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนเรื่อง สมบัติจำนวนนับ ใช้วัดพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่มที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน และใช้เป็นข้อมูลในการเลือกสถิติ

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนเรื่อง สมบัติจำนวนนับ ใช้วัดเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของจำนวนนับฉบับก่อนเรียน ใช้วัดเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องสมบัติของจำนวนนับฉบับหลังเรียนทันที ใช้วัดทันทีเมื่อสิ้นสุดการทดลอง

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์ ใช้วัดหลังจากสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อนำผลการทดสอบของนักเรียนทั้งสองห้องมาเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมครั้งนี้ขึ้นเอง ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบทดสอบแต่ละแบบ ดังต่อไปนี้

1. ขั้นตอนการสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือและคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนวัดนวลนรดิศในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในรายวิชาและเรื่องที่จะสร้างแบบวัด

3. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และกำหนดอัตราส่วน จำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบสอน

ตารางที่ 8 แสดงผลการวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องสมบัติจำนวนนับ

เนื้อหาเรื่องสมบัติจำนวนนับ	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
		จำนวนข้อที่ใช้ทดลอง	จำนวนข้อที่ใช้จริง
1. จำนวนนับ	3	-	-
2. จำนวนเฉพาะ	2	-	-
3. การแยกตัวประกอบ	3	-	-
4. ตัวหารร่วมมาก	4	5	3
5. ตัวคูณร่วมน้อย	4	5	3
6. ความสัมพันธ์ระหว่างห.ร.น.และค.ร.น.	2	-	-

หมายเหตุ จะเห็นว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์วัดเฉพาะเรื่องตัวหารร่วมมากและตัวน้อย ซึ่งไม่ได้วัดเนื้อหาอื่นโดยตรง แต่ผู้วิจัยได้บูรณาการโจทย์ปัญหาเข้าไปในกลุ่มย่อยนี้

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 6 ข้อซึ่งแต่ละข้อจะมี 4 ข้อย่อยเรียงขึ้นต่างๆได้แก่

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยสรุปปัญหา บอกประเด็นสำคัญของปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง โจทย์ถามอะไร และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) การวางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) การตรวจสอบ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบและตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ โดยผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการสังเคราะห์งานของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหา
1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา	2	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบอย่างใดอย่างหนึ่งได้ถูกต้อง
		2	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
2. การวางแผนแก้ปัญหา	2	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหอย่างเป็นลำดับขั้นตอนอย่างถูกต้อง
3. ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา	4	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหหรือนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน แต่ไม่สำเร็จ
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนมากแต่ไม่สำเร็จ

		3	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้หรือคำนวณได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน
3. ขั้นตอนการแก้ปัญหา	4	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีการอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหา
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหหรือนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน แต่ไม่สำเร็จ
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหได้ถูกต้องเป็นส่วนมากแต่ไม่สำเร็จ
ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหา
		3	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้หรือคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน
		4	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
4. ขั้นตอนการตรวจสอบ	2	0	นักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบหรือแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง
		1	นักเรียนแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์
		2	นักเรียนแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

5. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

6. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ความเหมาะสมของจำนวนภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “จักรยานเด็กเล่น 3 คัน วิ่งแข่งในสนามวงแหวนยาว 100 ซม. หากวิ่งออกพร้อม โดยตั้งความเร็วสม่ำเสมอ คือ 80 ซม. 90 ซม. และ 120 ซม. ต่อนาที ตามลำดับนานเท่าใด จักรยานทั้งสามคัน จึงจะวิ่งในแนวตรงกันเป็นครั้งแรก หลังจากออกวิ่ง”

แก้ไขเป็น “จักรยานเด็กเล่น 3 คัน วิ่งแข่งในสนามวงแหวนยาว 100 ซม. หากวิ่งออกพร้อม โดยตั้งความเร็วสม่ำเสมอ คือ 80 ซม. ต่อนาที 90 ซม. ต่อนาที และ 120 ซม. ต่อนาที ตามลำดับนานเท่าใด จักรยานทั้งสามคัน จึงจะวิ่งในแนวตรงกันเป็นครั้งแรกหลังจากออกวิ่ง”

7. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้งสองฉบับๆละ 10 ข้อไปทดลองใช้เพื่อทดสอบความเหมาะสมของเวลาและการสื่อความหมายของภาษา

1. การทดลองใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างประชากร จากนั้นแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ของนักเรียนดังกล่าวมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในข้อ 4 จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบวัดโดยสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา(Alpha Coefficient) ของครอนบาค(Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก(Discrimination) ของแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก(p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก(r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.85
ค่าความยาก	มีค่า	0.49 – 0.64
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.29 – 0.54

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.86
ค่าความยาก	มีค่า	0.47 – 0.60
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.30 – 0.55

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับทั้งสองฉบับมาเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 6 ข้อ เมื่อนำแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบวัดโดยสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา(Alpha Coefficient) ของครอนบาค(Cronbach) พบว่า

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.846
ค่าความยาก	มีค่า	0.45 – 0.64
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.25 – 0.54

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.864
ค่าความยาก	มีค่า	0.25 – 0.64
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.25 – 0.54

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 6 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 6 ข้อ

8) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. ขั้นตอนการสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้ทั้ง 3 ฉบับ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง สมบัติของจำนวนนับ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

4. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ให้สอดคล้องตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่กำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับการวัดประเมินผลของวิลสัน(Wilson, 1971:643-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ(Computation) หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึง ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วเกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ

ความเข้าใจ(Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ที่รู้อยู่แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

การนำไปใช้(Application) หมายถึง การคิดแก้ปัญหาโดยการนำความรู้ กฎ สูตร ทฤษฎี หลักการ วิธีการ ตลอดจนเทคนิคต่างๆที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ออกไป

การวิเคราะห์(Analysis) หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาหาส่วนที่สำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่สำคัญ และหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน เพื่อแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

5. นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษา ความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม โดยใช้เกณฑ์จากความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิที่สอดคล้องกันอย่างน้อย 2 ใน 3 ท่าน ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ควรมีการแก้ไขต่างๆดังต่อไปนี้

ก. ควรตรวจสอบความสอดคล้องของระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของข้อสอบในแต่ละข้อ และแก้ไขให้ถูกต้อง เช่น

โจทย์ จงหาจำนวนที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10 แล้วเหลือเศษ 8 หารด้วย 8 เหลือเศษ 6 หารด้วย 6 เหลือเศษ 4 หารด้วย 4 เหลือเศษ 2 เลขจำนวนนั้นคือข้อใด

ก. 16

ข. 118

ค. 122

ง. 136

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับวิเคราะห์ แก้ไขเป็นระดับการนำไปใช้
 ข. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น

เช่น

โจทย์เดิม

“หนังสือ 3 เล่ม มีจำนวนหน้าเท่ากัน ถ้าให้เด็ก 3 คน เปิดพร้อมกันโดยคนแรกเปิดครั้งละ 10 หน้า คนที่ 2 เปิดครั้งละ 24 หน้า และคนที่สามเปิดครั้งละ 32 หน้า จำนวนหน้าที่น้อยที่สุดที่เด็กทั้งสามตรงกันพอดี”

แก้ไขเป็น

“หนังสือ 3 เล่ม มีจำนวนหน้าเท่ากัน ถ้าให้เด็ก 3 คน เปิดพร้อมกันโดยคนแรกเปิดครั้งละ 10 หน้า คนที่ 2 เปิดครั้งละ 24 หน้า และคนที่สามเปิดครั้งละ 32 หน้า จำนวนหน้าที่น้อยที่สุดที่เด็กทั้งสามจะเปิดหน้าขึ้นได้ตรงกันพอดี”

6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะ แล้วไปทดลองใช้(Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ จังหวัด

กรุงเทพมหานครฯ ที่ผ่านการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติจำนวนนับ และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบในวันเดียวกันให้เสร็จ จากนั้นนำมาตรวจโดยใช้เกณฑ์ ถ้าตอบถูกได้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดได้ 0 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด เพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบใช้สูตรของคูเดอร์ริชาร์ดสัน(Kuder – Richardson Method : KR-20) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก(Difficulty) และหาค่าอำนาจจำแนก(Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม TAP ในการตรวจสอบค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบ และคัดเลือกข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.85
ค่าความยาก(P)	0.57
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.60

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนทันที

ค่าความเที่ยง	0.86
---------------	------

ค่าความยาก(P)	0.53
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.51
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์	
ค่าความเที่ยง	0.74
ค่าความยาก(P)	0.47
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.39

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และค่าความเที่ยง ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกระหว่างฉบับก่อนเรียน ฉบับหลังเรียนทันที และฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์ มีความใกล้เคียงกัน ซึ่งหมายถึงมีความเป็นคู่ขนาน ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ

7. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นไปตามเกณฑ์และครอบคลุมตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัด ดังนี้

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับก่อนเรียน	
ค่าความเที่ยง	0.80
ค่าความยาก(P)	0.57
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.53
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับหลังเรียนทันที	
ค่าความเที่ยง	0.86
ค่าความยาก(P)	0.53
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.51
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์	
ค่าความเที่ยง	0.82
ค่าความยาก(P)	0.49
ค่าอำนาจจำแนก(r)	0.44

8. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

- 1) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุมและแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง
- 2) ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม
- 3) ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนนวมนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร โรงเรียนในความดูแลของสำนักเขตพื้นที่การศึกษามัชฌมศึกษา เขต 1

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนการทดลอง เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติจำนวนนับ จำนวน 6 ข้อ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มในระหว่างสอนผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากใบกิจกรรมแบบฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน ผู้วิจัยจะดำเนินการทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนทันที จำนวน 30 ข้อ
4. เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนฉบับหลังเรียน 2 สัปดาห์ โดยใช้เวลาเท่าเดิมมาทดสอบ เพื่อวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม
5. ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) ดังนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2) เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน 2 สัปดาห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3) วิเคราะห์ข้อมูลภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากใบกิจกรรม แบบฝึกหัดและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยง

k	แทน	จำนวนข้อสอบในแบบวัด
S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ
S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

2. หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ใช้สูตรของวิทท์เนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

3. หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์โดยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson: KR-20) ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum p_i q_i}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	r_u	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบวัด
	p_i	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q_i	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	S_r^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

2. หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$P = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยาก
	R_h	แทน	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนในคนกลุ่มสูง
	n_l	แทน	จำนวนในคนกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

3. หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	R_h	แทน	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนในคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544 : 144)

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่ามัธยฐานเลขคณิต (\bar{x})

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

เมื่อ	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
-------	-----------	-----	---------------------------

fx แทน ผลคูณระหว่างคะแนนกับความถี่ของคะแนน

n แทน จำนวนข้อมูลตัวอย่าง

(บุญเรียง ขจรศิลป์, 2542 : 27)

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

f แทน ความถี่ของข้อมูล

x แทน ค่าของข้อมูลแต่ละตัว

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

(บุญเรียง ขจรศิลป์, 2542 : 27)

3. ความแปรปรวนวิเคราะห์ค่าที(t - test independent, t - test dependent) และการ

วิเคราะห์ค่าเอฟ(F - test) โดยคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทาง

สังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science : SPSS)

สูตรทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม(t - test)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2\}}{n_1 + n_2 - 2} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}}}$$

เมื่อ \bar{x}_1, \bar{x}_2 แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

s_1^2, s_2^2 แทน ค่าความแปรปรวน

n_1, n_2 แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

สูตรทดสอบการหาค่าความแปรปรวนโดยการหาค่าอัตราส่วนเอฟ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

เมื่อ s_1^2 แทน ค่าความแปรปรวนที่มากกว่า

s_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนที่เล็กกว่า

n_1 แทน จำนวนของคนที่กลุ่มที่ 1

n_2 แทน จำนวนของคนที่กลุ่มที่ 1

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียน ผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

- 1) ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครูและนักเรียน
- 2) พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต(\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) และค่าที(t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาลายเปิดและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีคะแนนเต็ม 60 คะแนน

กลุ่ม	N	\bar{x}	s	t
ทดลอง	35	38.66	6.82	5.07*
ควบคุม	35	28.74	9.34	

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาลายเปิด และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต(\bar{x}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 38.66 และ 28.74 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที(t-test independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาลายเปิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งใช้ทดสอบหลังการทดลองทันที และหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ มีคะแนนเต็ม 30 คะแนน แสดงผลดังตารางที่ 11-14

ตารางที่ 11 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่ม	N	คะแนนเต็ม	ทดสอบหลังการทดลองทันที		ทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์	
			\bar{x}	s	\bar{x}	s
ทดลอง	35	30	18.54	4.65	17.71	4.11
ควบคุม	35	30	15.42	5.01	12.40	4.67

* $p < .05$

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 18.54 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.65 และทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 17.71 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.11 ส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ในการทดสอบหลังการทดลองทันที ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ ส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ในการทดสอบหลังการทดลองทันที ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 15.42 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.01

และทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 12.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.67

ตารางที่ 12 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต(\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) และค่าที(t-test)ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่ม	N	\bar{x}	S	t
ทดลอง	35	18.54	4.65	2.70*
ควบคุม	35	15.43	5.01	

* $p < .05$

จากตารางที่ 12 ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ 18.54 และ 15.43 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที(t-independent) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ดังนั้นในการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน(ANCOVA) เนื่องจากผลการทดสอบค่าที(t-independent) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance: ANOCOVA) โดยตัวแปรร่วม(covariate) คือ คะแนนผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองทันที

แหล่งความแปรปรวน	SS	Df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	142.410	1	142.410	0.000
ภายในกลุ่ม	876.769	1	876.769	0.000
ความคลาดเคลื่อน	440.774	67	6.579	
รวม	1811.771	69		

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีความแปรปรวนของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 14 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต(\bar{x}) ส่วนเบี่ยงมาตรฐาน(s) และค่าทีของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ Pair t-test ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนทันทีและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์

กลุ่ม	\bar{x}	S	t
กลุ่มทดลอง	0.83	2.41	2.04
กลุ่มควบคุม	3.03	3.20	5.59

*p < .05

จากตารางที่ 14 พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลัง

การทดลองทันทีและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ แสดงว่านักเรียนกลุ่มควบคุมไม่เกิดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูลไปงาน ใบกิจกรรม ผลการสังเกตพฤติกรรม และการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน ผลการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นที่ทางการจากครูและนักเรียน รวมทั้งผลจากการปฏิบัติการสอน บันทึกหลังสอนครู ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครูและนักเรียน

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้คือ โรงเรียนวัดนวลนรดิศ ซึ่งโรงเรียนวัดนวลนรดิศ เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักเขตพื้นที่การศึกษาเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดกรุงเทพมหานคร และได้รับคัดเลือกให้เข้าร่วมโครงการโรงเรียนมาตรฐานสากล เปิดทำการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และจากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2,675 คน มีทั้งหมด 60 ห้องเรียน เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 410 คน จากทั้งหมด 10 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียนประมาณ 40 คน และมีการจัดห้องแบบคละความสามารถ คือมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลางและต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครูและนักเรียน

ข้อมูลครู

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ มีครูทั้งหมด 112 คน เป็นครูคณิตศาสตร์ 14 คน เป็นครูผู้ชาย 2 คน ครูผู้หญิงจำนวน 12 คน

1) วุฒิการศึกษา

สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี	8	คน	คิดเป็นร้อยละ 66.67
สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท	6	คน	คิดเป็นร้อยละ 50
สำเร็จการศึกษาทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรงจำนวน	4	คน	คิดเป็นร้อยละ 33.33
สำเร็จการศึกษาในสาขาอื่น ได้แก่ สถิติและการประยุกต์ และวิทยาศาสตร์			

2) ประสบการณ์การสอนของครู

ประสบการณ์สอนไม่เกิน 2 ปี	มีจำนวน 3	คน	คิดเป็นร้อยละ 21.43
ประสบการณ์สอนระหว่าง 2-10 ปี	มีจำนวน 1	คน	คิดเป็นร้อยละ 7.14

ประสบการณ์สอนมากกว่า 10 ปี มีจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 71.42

นอกจากนี้จากการสอบถามพบว่า ภาระงานในการสอนของครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้รับมอบหมายให้สอนโดยประมาณ 20 คาบสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นนอกเหนือจากงานสอน เช่น งานการเงิน และงานฝ่ายบริหารบุคคล เป็นต้น นโยบายของโรงเรียนส่งเสริมการพัฒนาครู โดยกำหนดให้ครูผู้สอนจัดทำแผนการเรียนการสอนรายภาคเรียน วิจัยในชั้นเรียนรายปี การอบรมการสอนนั้นครูไม่ได้เน้นให้ครูได้รับการอบรมการสอน จะเน้นการอบรมผลิตสื่อการเรียนการสอนและการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นส่วนใหญ่

ข้อมูลนักเรียน

ในปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 2,675 คน นักเรียนส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่อาศัยอยู่ในเขตภาษีเจริญ รองลงมาคือ เขตหนองแขม เขตบางกอกใหญ่ เขตบางขุนเทียน ตามลำดับ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 410 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 304 คน นักเรียนหญิงจำนวน 106 คน นักเรียนที่เลือกเป็นกลุ่มทดลองมีจำนวน 35 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 20 คน นักเรียนหญิงจำนวน 15 คน และนักเรียนที่เลือกเป็นกลุ่มควบคุมมีจำนวน 35 คน เป็นนักเรียนชายจำนวน 25 คน นักเรียนหญิงจำนวน 10 คน นักเรียนส่วนใหญ่เดินทางมาโรงเรียนโดยรถโดยสารประจำทาง และรถส่วนตัว นักเรียนทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดามารดา โดยภาพรวมแล้วผู้ปกครองประกอบอาชีพรับจ้างเป็นอันดับหนึ่ง รองลงมาคือ ค้าขายและข้าราชการ ตามลำดับ โดยเฉลี่ยแล้วฐานะทางเศรษฐกิจของผู้ปกครองอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนทั้งสองกลุ่มส่วนใหญ่ได้รับความช่วยเหลือจากผู้ปกครอง เช่น การเรียนพิเศษ จัดหาหนังสือที่พัฒนาความรู้ของนักเรียน เป็นต้น

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

พฤติกรรมการเรียนรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมตอบคำถามของนักเรียน และจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนยังไม่ค่อยกล้าตอบคำถามและตอบคำถามไม่ถูกต้อง อาจเป็นเพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับครูผู้สอนหรือคำถามของครูนั้นไม่ชัดเจน เช่น เมื่อครูต้องการให้นักเรียนสำรวจโจทย์ปัญหา ครูจึงถามว่า โจทย์ปัญหานั้นมีอะไรเกี่ยวข้องบ้าง นักเรียนไม่สามารถคำถามตอบได้ถูกต้อง ครูจึงต้องปรับภาษาให้เป็นภาษาพูด โดยถามนักเรียนว่า จากโจทย์ปัญหานักเรียนบอกได้ไหมว่า ใคร ทำอะไรและต้องการอะไร ปรากฏ

ว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง จากการสังเกตการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้ว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและโจทย์กำหนดคืออะไร เมื่อครูให้นักเรียนร่วมมือกันวางแผนและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนบางคนไม่ให้ความร่วมมือ ครูจึงต้องปรับภารกิจกรรมโดยแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล แทนเป็นกลุ่ม และเรียกเก็บท้ายคาบเรียน เมื่อให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา จะเห็นว่าความคิดในการแก้ปัญหาไม่มีความหลากหลาย นักเรียนไม่สามารถบอกหรืออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอน ครูจึงกระตุ้นนักเรียนพยายามหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น เสนอแนวทางการแก้ปัญหาอื่นๆเพิ่มเติมหากนักเรียนนำเสนอไม่ครบ และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเรียงลำดับความคิด ส่วนการแสดงวิธีแก้ปัญหของนักเรียนนั้นนักเรียนมักไม่เขียนสรุปคำตอบและแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน ครูต้องอธิบายการแสดงวิธีทำอีกครั้งและเน้นถึงความสำคัญในการสรุปคำตอบ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงการตรวจคำตอบได้อาจจะเพราะนักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนให้ตรวจสอบคำตอบ ครูจึงใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อนำนักเรียนเข้าสู่การตรวจคำตอบ อธิบายนักเรียนการตรวจสอบคำตอบนั้นเป็นวิธีการใดก็ได้ที่แสดงว่าคำตอบนั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด นักเรียนไม่มีความกล้าแสดงออก เนื่องจากเวลาให้มานำเสนองานหน้าชั้นเรียน นักเรียนไม่ยอมออกมาหน้าชั้นเรียนและใช้เวลานานกว่าจะออกมา นอกจากนี้นักเรียนมานำเสนองานหน้าชั้นเรียนจะมีความกังวล และตื่นเต้น

หลังจากดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไประยะหนึ่งพบว่า นักเรียนมีพัฒนาที่ดีขึ้น นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ นักเรียนบางส่วนสามารถเรียงลำดับการวางแผนได้ถูกต้อง นอกจากนี้กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนดึงความรู้ต่างๆมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยนักเรียนจะเป็นผู้เลือกใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เลือกใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาที่พบคือ นักเรียนไม่ดึงความรู้หรือประสบการณ์ปัญหาเดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะใช้วิธีการตั้งหารสั้นในการแก้ปัญหา จึงทำให้กลวิธีแก้ปัญหามีความหลากหลาย นอกจากนี้ยังไม่เข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนจะใช้ความรู้เรื่องตัวหารร่วมมากหรือตัวคูณร่วมน้อยเท่านั้นแก้ปัญหาโดยไม่พิจารณาความสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ เนื่องจากแนวคิดในการแก้ปัญหายังไม่หลากหลายเท่าที่ควร ครูจึงให้นักเรียนแข่งขันกันหาแนวคิดที่แตกต่างจากเพื่อนกลุ่มอื่น นอกจากนี้นักเรียนก็ยังไม่สามารถตรวจคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนจะบอกว่า ไม่ขอตรวจคำตอบได้ไหม ครูจึงต้องมีการอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการตรวจคำตอบและแสดง

แนววิธีการตรวจคำตอบเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนมีแนวทางและมีความมั่นใจในการตรวจคำตอบมากขึ้น ซึ่งเห็นได้จากตัวอย่างการทำใบกิจกรรมดังต่อไปนี้

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะเริ่มแรกของการทดลอง

ปัญหา นำตัวเลขห้าตัวคือ 1, 2, 3, 4, 5 มาสร้างเป็นจำนวนที่มีสามหลัก โดยให้แต่ละหลักไม่ใช่ศูนย์และตัวเลขในหลักสิบต้องเป็นจำนวนคู่ จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่ต้องรู้คือ

จำนวน 3 หลัก

1.2 สิ่งที่ต้องคำนึงคือให้ เลข 1, 2, 3, 4, 5

หลักสิบ เป็น คู่ จำนวนคู่

เลขไม่ซ้ำกัน

2) การวางแผนแก้ปัญหา

1. นำเลข 1, 2, 3, 4, 5

มาสร้างหลักสามหลัก โดยไม่ซ้ำกัน

3) การค้นหามินการแก้ปัญหาและหาค่าตอบ

123	241	345	541
124	243	324	542
125	245	315	543
142	321	421	
143	341	423	
145	342	425	

รวม

4) การตรวจสอบ

เพื่อหาหลักสี่ในแถวที่ 2, 3 และ 4
ค่าตัวเลขจริง ตามข้อนี้ให้ดูค่าจริง

จากภาพที่ 3 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องจำนวนนับของกลุ่มทดลอง

ใบฝึกการบ

มีจุด จำนวนนับที่จำนวนค่ากัน (แต่ละจุดของจำนวนค่ากันอยู่ 2, 4, 6 หรือ 8 บนในค่าจำนวนนั้น) มี
เป็นของจำนวนที่เป็นจำนวนที่มีค่ากันคือ จำนวนของจำนวนที่ค่ากันคือ 11 ๒๗ ตัว แล้วของจุดนี้จะมีค่า
เท่าใด

วิธีทำ

1) การกำหนดค่าหรือวิธีการที่มีจุด

1.1 จำนวนที่มีค่ากัน คือจุดบนนั้นที่มีค่าเท่า ๒

1.2 มีจุดในจุดที่มีค่ากัน จำนวนนับที่จำนวนค่ากัน แต่จุดของจำนวนค่ากัน
อยู่ 2, 4, 6 หรือ 8 ในค่าจำนวนที่มีค่ากัน ๒ จำนวน เป็น จำนวน ที่มีค่ากันคือ

2) การวางจุดที่มีจุด

ทุกจุดที่มีค่ากัน

3) การดำเนินการแก้ปัญหาเฉพาะที่พบ

วิธีที่ 1	ใช้วิธีลอง 5 ข้อแรก	1	7 x 9 x 11 x 13 x 15
	คือ 11 20 712	2	135,135
		3	135,135 x 11
		4	1,486,485

รวม 1,486,485

4) การตรวจสอบ
ใช้วิธีลอง 11 ข้อ คำนวณ ดังนั้น จึงมี 11 อยู่ในคำตอบ
และถ้าลองว่า โดย 2 จำนวน เป็นผลคูณได้หรือไม่ เพราะค่าต่างกัน
ของ 2 จำนวน กันนะ ตัว 11

จากภาพที่ 4 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่องจำนวนคู่ของกลุ่มควบคุม จากภาพที่ 3 และ 4 จะเห็นได้ว่านักเรียนยังมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ค่อยดีเท่าที่ควร เนื่องจากในขั้นวางแผนนั้นนักเรียนไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้แต่ไม่สามารถเขียนขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาอย่างชัดเจนและเป็นลำดับขั้นตอน และในขั้นดำเนินการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ นักเรียนยังไม่สามารถแสดงวิธีทำอย่างชัดเจน และไม่สรุปคำตอบที่ได้ นอกจากนี้ขั้นการตรวจสอบ นักเรียนยังตรวจคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ครบถ้วน นักเรียนส่วนใหญ่จะเว้นว่างตรงขั้นการตรวจสอบและจะตอบว่าคิดไม่ออกว่าจะตรวจสอบอย่างไรในขั้นตอนการตรวจสอบ

เมื่อผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมไประยะหนึ่ง พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น เนื่องจากนักเรียนมีความคุ้นเคยในการแก้ปัญหา ซึ่งสังเกตได้จากการตอบคำถามใน

ชั้นเรียน และการทำใบกิจกรรม เมื่อสังเกตจากใบกิจกรรมจะพบว่า นักเรียนมีการพัฒนาในการหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนบางกลุ่มสามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายวิธี และขั้นตอนในการวางแผนแก้ปัญหานั้นนักเรียนสามารถเขียนบรรยายการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ดีขึ้น นอกจากนี้นักเรียนยังมีความพยายามในการตรวจสอบคำตอบมากขึ้น ซึ่งสังเกตได้จากการที่นักเรียนไม่เว้นว่างในขั้นการตรวจสอบคำตอบ และเริ่มอธิบายการตรวจสอบคำตอบมากขึ้น

งานเขียน...
 11/9/25

ใบกิจกรรม

ปัญหาที่ 2 มีปลาจับ 16 ตัว ผลปลาทอง 20 ตัว จมปลาทองสีส้มในอ่างไว้ให้ปลาทุกตัวปลาทองสีส้มอยู่คู่กัน และให้ปลาทุกตัวไปหาทองคู่กันผู้เลี้ยงปลาจะ ใส่น้ำในอ่างให้สะอาด

วิธีทำ

1) การคำนวณค่าใช้จ่ายในการแก้ปัญหา

1.1 ค่าใช้จ่ายในการเลี้ยงปลา

จำนวนปลา 16 ตัว 10 บาท

1.2 ค่าใช้จ่ายในการให้อาหาร

1. ปลา 16 ตัว 10 บาท ปลา 10 ตัว

2. ปลา 10 ตัว ปลา 10 ตัว ปลา 10 ตัว

3. ปลา 10 ตัว ปลา 10 ตัว ปลา 10 ตัว

2) การวางแผนแก้ปัญหา

1. ค่าใช้จ่ายในการเลี้ยงปลา

2. ค่าใช้จ่ายในการให้อาหาร

๓) การหาปริมาณวัสดุที่ใช้ในงาน
 ๒) ผลรวมไม้ที่ใช้ในอาคาร

พื้นที่ (ตร.ม.)	จำนวน	ไม้ฉาก ๐ - ๑ นิ้ว	ไม้ฉาก ๑ - ๒ นิ้ว
5	3	0000	0000
10	3	0000	0000
20	1	0000	0000
		๐๐๐๐๐	๐๐๐๐๐
		๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐	๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐

รวม ไม้ฉาก ๕ นิ้ว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๔ นิ้ว ๑๕ ตัว, ไม้ฉาก ๓ นิ้ว ๑๕ ตัว ๑๕ ตัว
 ไม้ฉาก ๒ นิ้ว ๑๕ ตัว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๑ นิ้ว ๑๕ ตัว

- ๔) การหาปริมาณ
- ไม้ฉาก ๕ นิ้ว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๔ นิ้ว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๓ นิ้ว ๑๕ ตัว ๑๕ ตัว
 ไม้ฉาก ๒ นิ้ว ๑๕ ตัว ๑๕ ตัว
 - ไม้ฉาก ๑๐ นิ้ว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๑ นิ้ว ๑๕ ตัว
 ๑๕ ไม้ฉาก ๑๐ × ๑ = ๑๕ ไม้
 ไม้ฉาก ๑๕ × ๑ = ๑๕ ไม้
 - ไม้ฉาก ๒๐ นิ้ว ๑๕ ตัว ไม้ฉาก ๑๖ นิ้ว ๑๕ ตัว
 ๑๕ ไม้ฉาก ๒๐ × ๑ = ๑๕ ไม้
 ไม้ฉาก ๑๖ × ๑ = ๑๖ ไม้

ภาพที่ 5 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่อง การหาตัวประกอบร่วมของกลุ่มทดลอง

ใบสัมภาษณ์

วัตถุประสงค์ของการทำใบสัมภาษณ์ผู้ศึกษาค้นคว้าวิจัยนี้ ครอบคลุมถึงได้ไปทุก 2 วัน ครอบคลุม
 สัปดาห์ที่ 3 วัน และวันสุดท้ายที่ 4 วัน โดยมีชื่อของนักศึกษาค้นคว้าวิจัยก่อนจะเริ่มต้นสัมภาษณ์
 เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดข้อผิดพลาดที่เรียกว่าในวันที่ 1 พฤติกรรมที่ตรงกับวันที่ที่ทำการสัมภาษณ์
 พร้อมกับข้อดี อาจพบว่าอีกหลายไปชื่อของนักเรียนได้ตั้งแต่ไปเปิดใจจนได้พบกับผู้วิจัย
 ที่สามารถได้

วิธีทำ

1) การกำหนดชื่อของวิชาที่ไปศึกษา

1.1 ชื่อวิชาที่ไปศึกษา

ศึกษาไปศึกษาหาความรู้ที่โรงเรียนไปเปิดใจและได้พบกับผู้วิจัยที่โรงเรียน

1.2 ชื่อของนักศึกษาค้นคว้า

งานนี้ใช้เวลา 2 วัน สัปดาห์ที่ 3 และวันสุดท้ายที่ 4 วัน

2) การวางแผนการไปศึกษา

2.1 จำนวนวันที่ไปศึกษา

2.2 ชื่อของนักศึกษาค้นคว้า

2.3 สถานที่

ภาพที่ 6 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่อง การหาตัวคูณร่วมน้อยของกลุ่มทดลอง

ตัวอย่างผลที่ได้ในระยะหลังของการทดลอง

นอกจากนี้การประเมินผลระหว่างเรียนของครูพบว่า การทำงานกลุ่มของนักเรียนมีการช่วยเหลือกัน โดยสมาชิกในกลุ่มให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี มีการแสดงความคิดเห็น และร่วมกันอภิปราย ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น งานของนักเรียนจะมีความถูกต้อง ค่อนข้างสมบูรณ์ นักเรียนซึ่งเห็นได้จากการทำใบกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1 มีมะม่วง 48 ผล ชมพู่ 60 ผล และมังคุด 84 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ชนิดเดียวกัน ออกเป็นกอง กองละเท่าๆกัน โดยให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ จะแบ่งผลไม้แต่ละ ชนิด ได้ทั้งหมดกี่กอง กองละกี่ผล

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่เกี่ยวข้องการทราบ ~~จะแบ่งผลไม้แต่ละชนิดได้ทั้งหมดกี่กอง กองละกี่ผล~~

2

1.2 สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ มีมะม่วง 48 ผล ชมพู่ 60 ผล และมังคุด 84 ผล ต้องการแบ่ง ผลไม้ชนิดเดียวกันออกเป็นกอง กองละเท่าๆกัน โดยให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ

2) การวางแผนแก้ปัญหา

หา ห.ร.ม ของจำนวนผลได้ คือ 48, 60 และ 84 ที่หารจำนวนผลไม้ในแต่ละกองแล้วจึง หา จำนวนกองของผลไม้ได้จัดแบ่งกระจายผลไม้ที่ได้จากทราบ ห.ร.ม

2

[Handwritten signature]

3) การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

12	49	60	84
	4	5	7

∴ ดอกไม้แต่ละชนิดที่ทั้งหมด $4 + 5 + 7 = 16$ กอ และในแต่ละกอจะมีจำนวนดอกไม้ทั้งหมด 12 ดอก

ดังนั้น ดอกไม้ในแต่ละชนิดที่ทั้งหมด 16 กอ กอละ = 12 ดอก

4

ตอบ ดอกไม้ในแต่ละชนิดที่ทั้งหมด 16 กอ กอละ = 12 ดอก

4) การตรวจสอบ

0

ภาพที่ 7 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มนักเรียนทดลอง(1)

จากตัวอย่างภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ค่อนข้างจะสมบูรณ์ แต่นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งผู้วิจัยได้สอบถามนักเรียนแล้วพบว่านักเรียนไม่รู้ว่าจะเขียนการตรวจสอบอย่างไรและบางคนก็รีบกลัวทำข้อสอบไม่ทันเวลา

ปัญหาที่ 1 มีมะม่วง 48 ผล ชมพู่ 60 ผล และมังคุด 84 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ชนิดเดียวกัน ออกเป็นกอง กองละเท่าๆกัน โดยให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ จะแบ่งผลไม้แต่ละ ชนิดได้ทั้งหมดกี่กอง กองละกี่ผล

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการทราบ

จะแบ่งผลไม้แต่ละชนิดได้ทั้งหมดกี่กอง กองละกี่ผล โดยให้แบ่ง ออกเป็นกอง ละเท่า ๆกัน โดยให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ

2

1.2 สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

มีมะม่วง 48 ผล ชมพู่ 60 ผล มังคุด 84 ผล

2) การวางแผนแก้ปัญหา

แบ่งผลไม้ ออกเป็นกอง กองละเท่า ๆกัน ไปในลิสต์ของคอมพิวเตอร์ในที่กำหนด ซึ่งคือค.น. น.ร. 48, 60, 84 โดยวิธีค.น.ร. แล้วหาคะที่หัดจากหารสั้นของค.น.ร. ได้จำนวน กอง

2

3) การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 49 \ 60 \ 94} \\ \underline{4 \ 5 \ 7} \end{array}$$

\therefore จำนวนผลไม้ที่แบ่งได้จําเป็น $4 + 5 + 7 = 16$ กอง
 นั่นคือ จำนวนกองทั้งหมดที่ได้จากทยแบ่งผลไม้ทั้งหมด 16 กอง

4

ตอบ จำนวนผลไม้ที่แบ่งได้ทั้งหมด 16 กอง กองละ 12 ผล
 โดยชมพู่ 4 กอง มะม่วง 4 กอง ส้มกุด 7 กอง

4) การตรวจสอบ

เมื่อจากทยแบ่งกองผลไม้จําเป็นกองละ 12 ผล ในแต่ละชนิดซึ่ง 12 เป็นจำนวนน้อยที่สุด
 จําได้ว่า กลุ่มของมะม่วงมี 4 กอง กลุ่มของชมพู่มี 5 กอง กลุ่มของส้มกุดมี 7 กอง

จําได้ว่า มีจำนวน มะม่วงทั้งหมด $12 \times 4 = 48$ ผล
 มีจำนวน ชมพู่ทั้งหมด $12 \times 5 = 60$ ผล
 มีจำนวน ส้มกุดทั้งหมด $12 \times 7 = 84$ ผล

2

ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มนักเรียนทดลอง(2)

จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา การวางแผนปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

การจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ การสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน และจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

นักเรียนมีความสามารถทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา เกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่นักเรียนไม่สามารถเขียนขั้นตอนการคิดออกมาเป็นขั้นๆ แต่นักเรียนสามารถดำเนินแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่สามารถตรวจคำตอบได้

ตัวอย่างผลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมดังภาพที่ 9

3) การดำเนินการแก้ปัญหและหาคำตอบ

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \\
 \hline
 2 \overline{) 48 \quad 60 \quad 84} \\
 \underline{2 \quad 24 \quad 30 \quad 42} \\
 3 \overline{) 12 \quad 15 \quad 21} \\
 \underline{4 \quad 5 \quad 7}
 \end{array}$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$= 12 \text{ ผล กอวล } 16$$

4

$$\text{ตอบ } 12 \text{ ผล กอวล } 16$$

4) การตรวจสอบ

7

ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์บางขั้นตอนของการแก้ปัญหาเท่านั้น ซึ่งจะเห็นว่าขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนไม่สามารถเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาได้ แต่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาข้อนั้นได้ และนักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้

พฤติกรรมการพัฒนาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

เมื่อสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างทดลอง พบว่า ระยะเวลาหลังนั้นนักเรียนเชื่อมโยงความเดิมหรือโมโนทัศน์เดิมโดยใช้คำถามได้ เช่น นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้การแยกตัวประกอบกับตัวหารร่วมมาก นักเรียนยังสามารถนำความรู้เดิมหรือโมโนทัศน์มาใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหา ปลายเปิดเป็นกิจกรรมที่นักเรียน ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนบางคนโดยให้แสดงความรู้สึก และความประทับใจหลังสิ้นสุดการทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนพึงพอใจกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งนี้และมีความมั่นใจมากขึ้นเมื่อแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการพัฒนาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

เมื่อสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างทดลอง พบว่า เมื่อครูทบทวนความรู้เดิมหรือโมโนทัศน์เดิมโดยใช้คำถาม นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามได้ อาจเพราะนักเรียนไม่เข้าใจกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งก่อน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อาจไม่มีความหมายต่อผู้เรียน การสอนเนื้อหายังไม่ชัดเจนพอ

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- | | | |
|-------------------------|--------------|--------------------------------------------|
| 1. ผศ.ดร.เวชฤทธิ์ | อังณะภัทรขจร | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. อาจารย์ดร.อรรถศาสตร์ | นิมิตพันธ์ | คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ราชภัฏสวนดุสิต |
| 3. อาจารย์จจิต | นาคะ โยคี | โรงเรียนศึกษานารี |

ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

- | | | |
|-------------------------|------------|----------------------------------------------|
| 1. อาจารย์ดร.อรรถศาสตร์ | นิมิตพันธ์ | คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ราชภัฏสวนดุสิต |
| 2. อาจารย์ดร.ขวัญ | เพ็ญชัย | คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 3. อาจารย์สายชล | มัทกลารณ์ | โรงเรียนวัดนวลนรดิศ |

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างหนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55- 2571

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2555

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

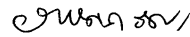
เรียน คณบดีคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปฤศณี พงนา นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์ทีวีซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญ อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ



(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 55-2565

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 เมษายน 2555

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปฤศณี พงนา นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิคเอสทิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร มีาคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญอาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ชร์ชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ชร์ชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อารัญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ศบ 0512.6(2771)/ 55-2567



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2555

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดนวลนรดิศ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปฤศณี พงนา นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชา หลักสูตรและการสอน สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงใคร่ขอเชิญ อาจารย์สายชล มัคคารมณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพ แบบวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้อาจารย์สายชล มัคคารมณ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ค
ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ตารางที่ 15 แสดงค่ามัธยิมเลขคณิต(\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนสอบ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนปรับพื้นฐาน ปีการศึกษา 2555
ค่าเอฟ

(F-test) และค่าที(t-test)

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม.1/9	35	12.81	3.87	0.184	0.669
ม.1/10	35	12.40	4.25		

* $p < .05$

จากตารางที่ 15 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียน
ปรับพื้นฐาน ปีการศึกษา 2555 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน
อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 16 แสดงค่ามัธยิมเลขคณิต(\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนสอบ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง ปีการศึกษา 2555 ค่าเอฟ
(F-test) และค่าที(t-test)

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม.1/9	35	15.00	3.87	0.366	0.57
ม.1/10	35	14.43	4.46		

* $p < .05$

จากตารางที่ 16 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ภาคผนวก ง

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ตารางที่ 17 แสดงค่ามัธยฐานเลขคณิต(\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) ของคะแนนสอบ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ค่าเอฟ(F-test) และค่าที(t-test)

ห้อง	N	\bar{x}	s	F	t
ม.1/9	35	21.26	7.23	0.372	0.96
ม.1/10	35	21.17	7.99		

* $p < .05$

จากตารางที่ 17 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ
0.05

ภาคผนวก จ
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ตารางที่ 18 แสดงการวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้กับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน คาบ	ระดับพฤติกรรม(ข้อที่)				ข้อที่(รวม)
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การคิดวิเคราะห์	ข้อสอบที่ใช้จริง
นักเรียนสามารถ 1. บอกจำนวนนับและหาตัวประกอบนับได้ 2. บอกได้ว่าจำนวนใดเป็นจำนวนคู่และจำนวน ใดเป็นจำนวนคี่	3	1, 2	3	5	4	5
3. บอกความหมายจำนวนเฉพาะและจำนวนนับที่ เป็นจำนวนเฉพาะได้	2		6	7	8	3
5. แยกตัวประกอบของจำนวนนับได้ 6. สามารถเขียนการแยกตัวประกอบในรูปการ คูณและรูปเลขยกกำลังได้ 7. บอกความหมายตัวประกอบเฉพาะและหาตัว ประกอบเฉพาะได้	3	9 11	12	13	10	5
8. ความหมายและลักษณะของตัวหารร่วมมาก	4	14	15			7

(ท.ร.ม.)						
9. หา ท.ร.ม. ของจำนวนนับที่กำหนดให้ได้			16	17		
10. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ท.ร.ม. แก้โจทย์ปัญหาได้				18, 19, 20		
11. ความหมายและลักษณะของตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)	4		21			7
12. หา ค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนดให้ได้				22, 23		
13. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. แก้โจทย์ปัญหาได้				24, 25, 26	27	
14. สรุปความสัมพันธ์ระหว่าง ท.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับสองจำนวน และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้	2		28, 29		30	3
รวม		5	7	13	5	30
อันดับสำคัญ		3	2	1	3	

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่องสมบัติจำนวนนับ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการหาคำตอบโจทย์ปัญหามีทั้งหมด 30 ข้อ 4 หน้า เป็นข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำ 1 ชั่วโมง
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ
7. ห้ามขีดเขียนข้อความใดๆลงในแบบวัดชุดนี้
8. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
9. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ฉบับก่อนเรียน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ TAP

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.75	0.25	16	0.30	0.50
2	0.78	0.28	17	0.55	0.47
3	0.56	0.29	18	0.44	0.47
4	0.54	0.31	19	0.63	0.69
5	0.30	0.20	20	0.60	0.52
6	0.52	0.39	21	0.58	0.65
7	0.55	0.50	22	0.50	0.60
8	0.37	0.46	23	0.45	0.60
9	0.58	0.42	24	0.53	0.62
10	0.29	0.37	25	0.62	0.53
11	0.66	0.65	26	0.50	0.60

12	0.60	0.63	27	0.50	0.50
13	0.45	0.40	28	0.67	0.42
14	0.61	0.27	29	0.45	0.62
15	0.50	0.70	30	0.49	0.54

**ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนทันที
เรื่องสมบัติจำนวนนับ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการหาคำตอบโจทย์ปัญหามีทั้งหมด 30 ข้อ 4 หน้า เป็นข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำ 1 ชั่วโมง
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ
7. ห้ามขีดเขียนข้อความใดๆลงในแบบวัดชุดนี้

8. หากมีปัญหาคิดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
9. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

<p>1. 1 เป็นจำนวนในข้อใด</p> <ol style="list-style-type: none"> ก. จำนวนนับ ข. จำนวนคู่ ค. จำนวนเฉพาะ ง. ถูกทุกข้อ <p>2. ข้อใดเป็นตัวประกอบร่วมของจำนวน 1, 2, 3 และ 4</p> <ol style="list-style-type: none"> ก. 12, 16 ข. 12, 24 ค. 16, 20 ง. 16, 22 <p>3. ข้อใดเป็นจำนวนตัวประกอบของ 72</p> <ol style="list-style-type: none"> ก. 6 	<p>5. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับคู่ โดยที่ $\frac{b}{2}$, $\frac{c}{2}$ เป็นจำนวนคี่และ $\frac{a}{2}$ เป็นจำนวนคู่ แล้วเศษจากการหาร $a+b+c$ ด้วย 4 เป็นเท่าไร</p> <ol style="list-style-type: none"> ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. 3 <p>6. ข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมด</p> <ol style="list-style-type: none"> ก. 23, 29, 37, 43 ข. 23, 29, 39, 43 ค. 31, 37, 43, 51
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>ข. 8 ค. 10 ง. 12</p> <p>4. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับ 3 จำนวน ซึ่งเรียงติดต่อกัน โดยที่ $a < b < c$ และ c เป็นจำนวนคี่ พิจารณาข้อความต่อไปนี้</p> <p>(1) a เป็นจำนวนคี่ (2) $a + b + c$ เป็นจำนวนคู่ (3) $a \times b \times c$ เป็นจำนวนคู่</p> <p>ข้อใดถูกต้อง</p> <p>ก. ข้อความ (1)–(3) มี 1 ข้อถูกต้อง ข. ข้อความ (1)–(3) มี 2 ข้อถูกต้อง ค. ถูกต้องทั้ง 3 ข้อความ ง. ไม่มีข้อความใดถูกต้อง</p>	<p>ง. 21, 29, 49, 51</p> <p>7. จำนวนเฉพาะที่มากที่สุดซึ่งน้อยกว่า 130 จะมากกว่าจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดซึ่งมากกว่า 50 อยู่เท่าไร</p> <p>ก. 72 ข. 74 ค. 76 ง. 78</p> <p>8. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะซึ่ง $a < b$ และมีจำนวนหนึ่งในสองจำนวน ดังกล่าวเป็นจำนวนคู่ จงพิจารณาว่า $(2a + b)(ab - 1)$ เป็นจำนวนในข้อใด</p> <p>ก. จำนวนคู่ ข. จำนวนคี่ ค. จำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ง. จำนวนเฉพาะ</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>9. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบ</p> <p>ก. $36 = 2 \times 3 \times 6$ ข. $40 = 4 \times 5 \times 2$ ค. $56 = 7 \times 8$ ง. $66 = 2 \times 3 \times 11$</p> <p>10. ถ้า a และ b เป็นจำนวนนับที่เป็นจำนวนเฉพาะแล้ว ค.ร.น. ของ a และ b มากกว่า ห.ร.ม. ของ a และ b อยู่เท่าใด</p> <p>ก. $ab - 1$ ข. ab</p>	<p>ข. 70 ค. 105 ง. 315</p> <p>14. ข้อใดถูกต้องเมื่อให้ A, B และ C เป็นจำนวนนับใดๆ ซึ่ง C เป็น ห.ร.ม. ของ A และ B</p> <p>ก. C เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่หาร A และ B ลงตัว ข. C เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดที่หาร A และ B ลงตัว ค. A หารด้วย B ได้เท่ากับ C ง. B หารด้วย A ได้เท่ากับ C</p> <p>15. ข้อใดต่อไปนี้ผิด</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>ก. $a - b$</p> <p>ง. $b - a$</p> <p>11. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ 600 ได้ถูกต้อง</p> <p>ก. $2^2 \times 5^2$</p> <p>ข. $2^2 \times 5$</p> <p>ค. $2^3 \times 5^2$</p> <p>ง. $2^3 \times 3 \times 5^2$</p> <p>12. ข้อใดเป็นจำนวนนับที่มีตัวประกอบเฉพาะที่แตกต่างกันสามจำนวน</p> <p>ก. 12</p> <p>ข. 24</p> <p>ค. 30</p> <p>ง. 45</p> <p>13. ข้อใดเป็นจำนวนนับซึ่งมีค่ามากที่สุด และมีตัวประกอบเฉพาะที่แตกต่างกัน 3 ตัว ซึ่งแต่ละตัวมีค่าไม่เกิน 10</p> <p>ก. 65</p>	<p>ก. ห.ร.ม.ของ 8 และ 12 คือ 4</p> <p>ข. ตัวประกอบร่วมมากของ 8 และ 12 คือ 4</p> <p>ค. ตัวประกอบร่วมของ 8 และ 12 คือ 1, 2 และ 4</p> <p>ง. ตัวหารร่วมของ 8 และ 12 คือ 2 และ 4</p> <p>16. A เป็นห.ร.ม.ของ $2A, A^2, A^3$ โดยที่ A เป็นจำนวนนับ และ A เป็น ห.ร.ม.ของจำนวนในข้อใดได้อีก</p> <p>ก. A</p> <p>ข. $A+1$</p> <p>ค. $2A-1$</p> <p>ง. $3A+2$</p> <p>17. ข้อใดถูกต้องเมื่อ a เป็นห.ร.ม.ของ b และ c</p> <p>ก. $a \times b = b \times c$</p> <p>ข. $\frac{b \div a}{c \div a} = \frac{b}{c}$</p> <p>ค. $\frac{b \div a}{c \div a} < \frac{b}{c}$</p> <p>ง. $\frac{b \div a}{c \div a} > \frac{b}{c}$</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ตารางที่ 20 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ฉบับหลังเรียนทันที ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ TAP

ข้อที่	p	r	ข้อที่	P	r
1	0.75	0.25	16	0.35	0.45
2	0.78	0.28	17	0.57	0.47
3	0.53	0.27	18	0.45	0.50
4	0.55	0.23	19	0.68	0.75
5	0.25	0.20	20	0.53	0.57
6	0.57	0.33	21	0.57	0.67

7	0.55	0.47	22	0.5	0.60
8	0.30	0.45	23	0.45	0.63
9	0.60	0.47	24	0.53	0.62
10	0.35	0.35	25	0.65	0.47
11	0.68	0.78	26	0.55	0.62
12	0.60	0.70	27	0.50	0.48
13	0.42	0.43	28	0.63	0.30
14	0.68	0.23	29	0.47	0.63
15	0.42	0.72	30	0.45	0.58

**ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน
(หลังเรียนเป็นเวลา 2 สัปดาห์) เรื่องสมบัติจำนวนนับ**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการหาคำตอบโจทย์ปัญหามีทั้งหมด 30 ข้อ 4 หน้า เป็นข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำ 1 ชั่วโมง
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ
7. ห้ามขีดเขียนข้อความใดๆลงในแบบวัดชุดนี้
8. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
9. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

<p>1. 9 เป็นจำนวนในข้อใดต่อไปนี้</p> <p>ก. จำนวนเฉพาะ</p> <p>ข. จำนวนคู่</p> <p>ค. จำนวนนับ</p> <p>ง. ถูกทุกข้อ</p> <p>2. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ มี 1, 2, 3 และ 4 เป็นตัวประกอบร่วม</p> <p>ก. 12, 16</p> <p>ข. 12, 24</p>	<p>5. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนนับคู่ โดยที่ $\frac{a}{2}$ เป็นจำนวนคู่และ $\frac{b}{2}, \frac{c}{2}$ เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a+b+c$ หารด้วย 4 มีเศษเหลือเท่ากับข้อใดต่อไปนี้</p> <p>ก. 0</p> <p>ข. 1</p> <p>ค. 2</p> <p>ง. 3</p> <p>6. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมด</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>ก. 16, 20</p> <p>ง. 16, 22</p> <p>3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนตัวประกอบทั้งหมดของ 48</p> <p>ก. 8</p> <p>ข. 10</p> <p>ค. 12</p> <p>ง. 16</p> <p>4. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนนับ ซึ่งเรียงติดต่อกัน 3 จำนวน โดยที่ $x < y < z$ และ y เป็นจำนวนคู่ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้</p> <p>(1) x เป็นจำนวนคี่</p> <p>(2) $x + y + z$ เป็นจำนวนคี่</p> <p>(3) $x \times y \times z$ เป็นจำนวนคู่</p> <p>ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวถูกต้อง</p> <p>ก. ข้อความ (1) – (3) มีเพียง 1 ข้อที่ถูกต้อง</p> <p>ข. ข้อความ (1) – (3) มี 2 ข้อที่ถูกต้อง</p> <p>ค. ถูกต้องทั้ง 3 ข้อความ</p> <p>ง. ไม่มีข้อความใดถูกต้อง</p>	<p>ก. 21, 37, 49, 53</p> <p>ข. 23, 29, 31, 57</p> <p>ค. 13, 27, 39, 43</p> <p>ง. 23, 37, 41, 43</p> <p>7. ผลต่างระหว่างจำนวนเฉพาะที่มีค่ามากที่สุดแต่น้อยกว่า 130 กับจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดแต่มากกว่า 50 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็น</p> <p>ก. 74</p> <p>ข. 76</p> <p>ค. 78</p> <p>ง. 80</p> <p>8. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะซึ่ง $a < b$ และมีจำนวนใดจำนวนหนึ่งในสองจำนวนนี้เป็นจำนวนคู่ จงพิจารณาว่า $(2a + b)(ab)$ เป็นจำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็น</p> <p>ก. จำนวนเฉพาะ</p> <p>ข. จำนวนคี่</p> <p>ค. จำนวนคู่</p> <p>ง. จำนวนคู่หรือจำนวนคี่</p>
<p>9. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลคูณของการแยกตัวประกอบ</p> <p>ก. $24 = 2 \times 3 \times 4$</p> <p>ข. $36 = 2 \times 3 \times 6$</p> <p>ค. $40 = 4 \times 5 \times 2$</p> <p>ง. $42 = 2 \times 3 \times 7$</p> <p>10. ถ้า x และ y เป็นจำนวนนับที่เป็นจำนวนเฉพาะ แล้วผลต่างของ ค.ร.น. ของ a และ</p>	<p>13. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนนับที่มีค่ามากที่สุดซึ่งมีตัวประกอบเฉพาะที่แตกต่างกัน 3 จำนวน โดยที่แต่ละจำนวนมีค่าไม่เกิน 5</p> <p>ก. 66</p> <p>ข. 45</p> <p>ค. 42</p> <p>ง. 30</p>

<p>b กับ ห.ร.ม.ของ a และ b มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้</p> <p>ก. $x - y$</p> <p>ข. $y - x$</p> <p>ค. xy</p> <p>ง. $xy - 1$</p> <p>11. ข้อใดต่อไปนี้เป็นการแยกตัวประกอบของ 300 ได้ถูกต้อง</p> <p>ก. $2 \times 3 \times 5^2$</p> <p>ข. $2^2 \times 3 \times 5^2$</p> <p>ค. $2 \times 3^2 \times 5$</p> <p>ง. $2 \times 3^2 \times 5^2$</p> <p>12. จำนวนนับในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีตัวประกอบเฉพาะที่แตกต่างกันสามจำนวน</p> <p>ก. 18</p> <p>ข. 20</p> <p>ค. 28</p> <p>ง. 30</p>	<p>14. เมื่อกำหนดให้ A, B และ C เป็นจำนวนนับ โดยที่ C เป็น ห.ร.ม. ของ A และ B ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง</p> <p>ก. C เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่หาร A และ B ลงตัว</p> <p>ข. C เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดที่หาร A และ B ลงตัว</p> <p>ค. A หารด้วย B ได้เท่ากับ C</p> <p>ง. B หารด้วย A ได้เท่ากับ C</p> <p>15. ข้อใดต่อไปนี้กล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง</p> <p>ก. ตัวประกอบร่วมของ 9 และ 12 คือ 1 และ 3</p> <p>ข. ตัวหารร่วมของ 9 และ 12 คือ 3</p> <p>ค. ตัวประกอบร่วมมากของ 9 และ 12 คือ 3</p> <p>ง. ห.ร.ม.ของ 9 และ 12 คือ 3</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ตารางที่ 21 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ฉบับหลังเรียนเป็นเวลา 2 สัปดาห์ ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ TAP

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.55	0.42	16	0.42	0.33
2	0.42	0.31	17	0.55	0.36
3	0.63	0.37	18	0.38	0.21

4	0.35	0.48	19	0.50	0.33
5	0.45	0.41	20	0.50	0.37
6	0.50	0.24	21	0.38	0.35
7	0.47	0.42	22	0.55	0.68
8	0.35	0.47	23	0.57	0.36
9	0.70	0.31	24	0.40	0.50
10	0.30	0.39	25	0.45	0.48
11	0.65	0.62	26	0.55	0.52
12	0.42	0.40	27	0.53	0.59
13	0.45	0.57	28	0.38	0.41
14	0.63	0.50	29	0.60	0.45
15	0.50	0.42	30	0.45	0.48

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย มีจำนวน 6 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1 การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อย่อยที่ 2 การวางแผนแก้ปัญห ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญห โดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญห เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4 การตรวจสอบ ทั้งในด้านความเป็นไปได้ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

3. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

5. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 3 ต้องการติดตั้งพัดลมเพดานในห้องประชุมซึ่งกว้าง 18 เมตร ยาว 24 เมตร โดยให้พัดลมแต่ละตัวมีระยะห่างเท่ากันและตัวที่อยู่ใกล้ฝาผนังมีระยะห่างจากฝาผนังเท่ากับระยะห่างจากพัดลมอื่นๆ จงหาว่าต้องใช้พัดลมอย่างน้อยที่สุดกี่ตัว

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่เกี่ยวข้องที่ต้องการทราบ

1.2 สิ่งที่เกี่ยวข้องที่กำหนดให้

2) การวางแผนแก้ปัญหา

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

แนวทางการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3. ต้องการติดตั้งพัดลมเพดานในห้องประชุมซึ่งกว้าง 18 เมตร ยาว 24 เมตร โดยให้พัดลมแต่ละตัวมีระยะห่างเท่ากันและตัวที่อยู่ใกล้ฝาผนังมีระยะห่างจากฝาผนังเท่ากับระยะห่างจากพัดลมอื่นๆ จงหาว่าต้องใช้พัดลมอย่างน้อยที่สุดกี่ตัว

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ต้องใช้พัดลมอย่างน้อยที่สุดกี่

ตัว.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ต้องการติดตั้งพัดลมในห้องประชุมซึ่งกว้าง 18 เมตร ยาว 24

เมตร

โดยให้พัดลมแต่ละตัวมีระยะห่างเท่ากันและตัวที่อยู่ใกล้ฝาผนังมีระยะห่างจากฝาผนัง

เท่ากับ

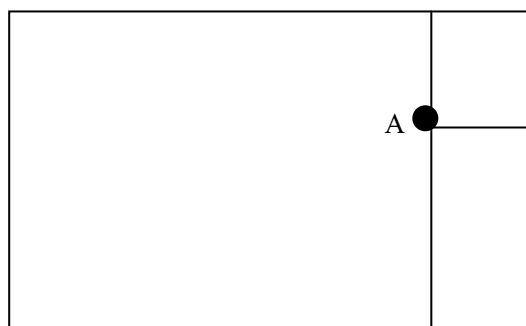
ระยะห่างจากพัดลม

อื่นๆ.....

2) การวางแผนแก้ปัญหา

24 เมตร

18 เมตร



ให้ A แทนจุดหนึ่งที่ติดตั้งพัดลม

และ.....

d แทนระยะห่างพัดลมกับพัดลม และระยะห่างระหว่างพัดลมพัดลมกับฝา

ผนัง.....

เนื่องจากต้องการใช้พัดลมจำนวนน้อยตัวที่สุด ดังนั้น d เป็นห.ร.ม.ของ 18 และ 24

ลงตัว

นั่นคือ d เป็นห.ร.ม. ของ 18 และ

24.....

3) การแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ

ห.ร.ม. ของ 18 และ 24 คือ

6.....

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างพืดลมกับพืดลมและระยะห่างระหว่างพืดลมกับฝาผนังเป็น 6

เมตร

จึงแบ่งด้านกว้างได้ $\frac{18}{6} = 3$ ช่วง ซึ่งติดพืดลมได้ 2

แถว.....

แบ่งด้านยาวได้ $\frac{24}{6} = 4$ ช่วง ซึ่งติดพืดลมได้ 3

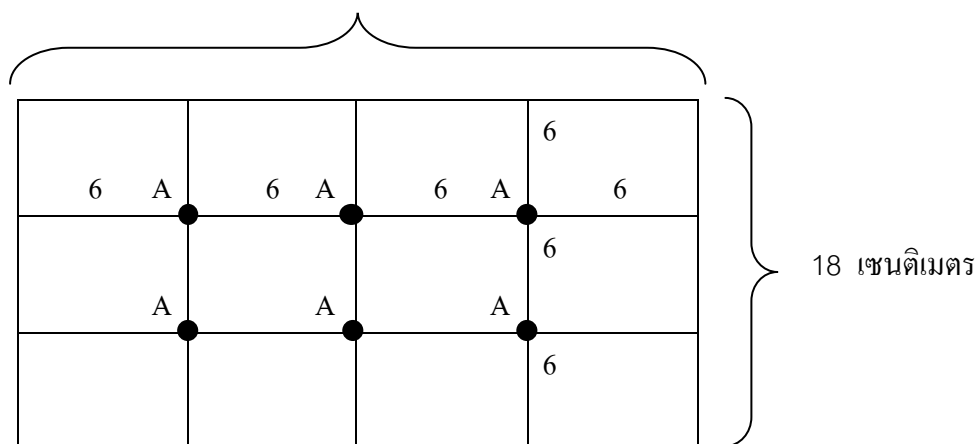
แถว.....

ดังนั้น ต้องใช้พืดลมอย่างน้อยที่สุด $2 \times 3 = 6$

ตัว.....

4) การตรวจคำตอบ

24 เซนติเมตร



จากรูปข้างต้นจะเห็นว่าห้องประชุมกว้าง 18 เซนติเมตรและยาว 24

เซนติเมตร.....

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยาก(p)และค่าอำนาจจำแนก(r)ของแบบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติจำนวนนับ ฉบับก่อนเรียน ซึ่งคำนวณโดยใช้
โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	P	r
1	0.64	0.45
2	0.55	0.34
3	0.45	0.54
4	0.54	0.25
5	0.53	0.35
6	0.49	0.43

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน
เรื่องสมบัติจำนวนนับ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย มีจำนวน 6 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1 การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อย่อยที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4 การตรวจสอบ ทั้งในด้านความเป็นไปได้ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

3. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

5. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน

6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหาที่ 1 มีมะม่วง 48 ผล ชมพู่ 60 ผล และมังคุด 84 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ชนิดเดียวกันออกเป็นกอง กองละเท่าๆกัน โดยให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ จะแบ่งผลไม้แต่ละชนิดได้ทั้งหมดกี่กอง กองละกี่ผล

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่ต้องทราบ

1.2 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2) การวางแผนแก้ปัญหา

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



3) การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

3	0.47	0.55
4	0.58	0.30
5	0.49	0.42
6	0.47	0.50

ภาคผนวก ฉ
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 6

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หน่วยที่ 1 สมบัติจำนวนนับ

เรื่อง ตัวประกอบ

รวม

ผู้สอน : นางสาวปฤศณี พงนา

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจระบบจำนวนและสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระสำคัญ

ตัวประกอบรวม เป็นจำนวนนับที่หารจำนวนนับสองจำนวนลงตัว

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของตัวประกอบรวมได้

ด้านทักษะกระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้
2. แสดงเหตุผลเกี่ยวกับคำตอบได้ถูกต้อง
3. ใช้วิธีที่หลากหลายไปการแก้ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
3. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบรอบคอบ

สาระการเรียนรู้

ปัญหาที่ 1 มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากัน และให้ทุกถุงดังกล่าวมีเงาะอยู่เท่ากัน ทุกถุงด้วยโดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่

แนวคิดที่ 1

จำนวนผลในถุง	จำนวนถุงส้ม	จำนวนถุงเงาะ	รวมจำนวนถุง
1	12	18	30
2	6	9	15
3	4	6	10
6	2	3	5

ดังนั้นจะแบ่งส้มและเงาะถุงละ 1 ผล ได้ 30 ถุง

2 ผล ได้ 15 ถุง

3 ผล ได้ 10 ถุง

6 ผล ได้ 5 ถุง

แนวคิดที่ 2

ตัวประกอบของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

ตัวประกอบของ 18 คือ 1, 2, 3, 6, 9, 12

ดังนั้นตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 คือ 1, 2, 3, 6

นั่นก็จะแบ่งส้มและเงาะถุงละ 1 ผล ได้ 30 ถุง

2 ผล ได้ 15 ถุง

3 ผล ได้ 10 ถุง

6 ผล ได้ 5 ถุง

กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา “ถ้ามีส้มอยู่ 4 ผลแบ่งใส่ถุง ถุงละเท่าๆกัน นักเรียนมีวิธีแบ่งอย่างไร” จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวคิดและหาคำตอบ แล้วร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ว่า จำนวนที่ได้ นั่นคือตัว</p>	<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา “ถ้ามีส้มอยู่ 4 ผลแบ่งใส่ถุง ถุงละเท่าๆกัน นักเรียนมีวิธีแบ่งอย่างไร” จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวคิดและหาคำตอบ แล้วร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ว่า จำนวนที่ได้</p>

<p>ประกอบของ 4</p> <p>2. ครูทบทวนความหมายของตัวประกอบ และยกตัวอย่างจำนวนมาสองถึงสามจำนวน แล้วให้นักเรียนหาตัวประกอบของจำนวน ดังกล่าว</p> <p>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ</p> <p>2. ครูแจกอุปกรณ์ให้แต่ละกลุ่ม ซึ่งเป็น กระดาษ สีม 12 เม็ด และกระดาษสีแดง 18 เม็ด</p>	<p>นั่นคือตัวประกอบของ 4</p> <p>2. ครูทบทวนความหมายของตัวประกอบ และยกตัวอย่างจำนวนมาสองถึงสามจำนวน แล้วให้นักเรียนหาตัวประกอบของจำนวน ดังกล่าว</p> <p>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>- ครูสอนมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวประกอบร่วม เป็นตัวประกอบที่หารจำนวนทั้งสองลงตัว</p>
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นนำเสนอปัญหา</p> <p>1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 มีส้ม 12 ผล และ เงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ ถุงละเท่ากันและให้ทุกถุงดังกล่าวมีเงาะอยู่เท่ากัน ทุกถุงด้วยโดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่</p> <p>ขั้นแอส(survey)</p> <p>ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสำรวจโจทย์ปัญหาดังนี้</p> <p>- โจทย์ปัญหามีอะไรบ้าง และต้องการทำอะไร</p> <p>- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อทำความเข้าใจ ประโยคที่ว่า แบ่งให้ทุกถุงมีส้มอยู่ละเท่ากัน ทุกถุงด้วยโดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่บนกระดาน</p> <p>ขั้นคิว(Question)</p> <p>ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนระบุได้ว่า สิ่งที่ต้องการหา คืออะไร</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p>	<p>- ครูเสนอโจทย์ปัญหา “มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากันและให้ทุกถุงดังกล่าวมีเงาะอยู่เท่ากัน ทุกถุงด้วยโดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่ครูนำเสนอ จากครูนั้นใช้คำถามถามตอบนักเรียนดังนี้</p> <p>- สิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร</p> <p>- สิ่งที่ต้องการหา คืออะไร</p> <p>3. ครูใช้คำถามถามเพื่อให้นักเรียนค้นพบว่า จำนวนผลไม้ที่เท่ากันที่ใส่ในถุงนั้นเป็นตัวประกอบร่วมของจำนวนส้มและเงาะ</p> <p>4. ครูแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามคำตอบของนักเรียน เมื่อครูใช้คำถามถามตอบ โดยแสดงวิธีการแยกตัวประกอบ</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบบนกระดานพร้อมกัน</p>

<p>ชั้นอาร์(Reread)</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูกล่าวถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้อีกครั้ง - ครูใช้คำถามนักเรียนว่า ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาเพียงพอหรือไม่ในการคำนวณหาคำตอบ และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าต้องหาข้อมูลเพิ่มเติมหรือไม่ เช่น จำนวนลูก จำนวนที่แบ่งใส่ถุง หลังจากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนว่าจะแบ่งเงาะกับส้มอย่างไรตามเงื่อนไขที่กำหนด 	
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นแก้ปัญหาตามความสามารถการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน</p> <p>ขั้นคิว(Question)</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา ครูกระตุ้นนักเรียนให้พยายามวางแผนหาคำตอบที่แตกต่างกัน - ครูสุ่มเรียกนักเรียนให้แสดงแนวคิดการหาคำตอบ โดยครูพยายามเลือกกลุ่มที่มีแนวคิดแตกต่างกัน เช่น ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีสร้างตารางและการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น หากนักเรียนไม่สามารถวางแผนหาคำตอบได้ ครูจะใช้คำถามชี้แนะนักเรียนและถ้านักเรียนเสนอแผนการหาคำตอบไม่ครบ ครูจะเป็นผู้เสนอแนะจนครบ <p>ขั้นซี(Compute)</p>	

<p>- ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามกลวิธีที่เลือกไว้ เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้วครูเน้นย้ำให้นักเรียนตรวจทานวิธีทำและสรุปคำตอบ ขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาครุค่อยเดินให้คำแนะนำกับนักเรียน</p> <p>ขั้นอภิปราย</p> <p>- นักเรียนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน พร้อมอธิบายให้เพื่อนฟัง โดยครูพยายามเลือกให้แต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน</p> <p>- ครูตรวจความถูกต้องคำตอบและสรุปประเด็นขั้นตอนกลวิธีแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม</p> <p>- ครูกระตุ้นนักเรียนให้เห็นถึงความสำคัญในการตรวจคำตอบโดยใช้คำถาม จากนั้นครูนำนักเรียนตรวจคำตอบโดยใช้คำถามถามตอบ</p> <p>- ครูให้นักเรียนตรวจคำตอบลงในใบกิจกรรม ให้มีแนวคิดที่ต่างออกไป เนื่องจากการตรวจคำตอบมีวิธีการตรวจคำตอบที่แตกต่างกัน แต่นักเรียนต้องพิสูจน์ว่า</p>	
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>คำตอบที่ได้นั้นเป็นจริงตามที่โจทย์ต้องการและสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดต้องแสดงให้เห็นความถูกต้องและสมเหตุสมผล</p> <p>ขั้นข้อสรุปจากการแก้ปัญหา</p> <p>- ครูสรุปคำตอบว่า</p> <p>จะแบ่งส้มและเงาะถุงละ 1 ผล ได้ 30 ถุง</p> <p>2 ผล ได้ 15 ถุง</p> <p>3 ผล ได้ 10 ถุง</p> <p>6 ผล ได้ 5 ถุง</p> <p>- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ตาม</p>	

<p>ประเด็นดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนผลที่ใส่ในแต่ละถุง จำนวนเงาะ จำนวนส้ม - จำนวนที่หารลงตัว - ตัวประกอบร่วม <p>- ครูสรุปความหมายของตัวประกอบร่วม เป็นจำนวนที่หารจำนวนนั้นได้ลงตัว</p> <p>ขั้นสรุป</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูสุ่มเรียกนักเรียนให้สรุปความรู้ที่ได้วันนี้ 	<p>ขั้นสรุป</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของตัวประกอบดังนี้ <p>“ตัวประกอบร่วม คือจำนวนที่หารจำนวนนั้นได้ลงตัว”</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

สื่อการเรียนรู้

1. กระดาษสีแดง
2. กระดาษสีส้ม
3. ใบกิจกรรม

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน 2. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน 3. สังเกตจาใบกิจกรรม 	

บันทึกผลการสอน

.....

ปฤศณี พจนนา

ผู้สอน

...../...../.....

ชื่อ.....นามสกุล

.....

หน้า 1 / เลขที่

ใบกิจกรรม

ปัญหาที่ 1 มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากัน และให้ทุกถุงดังกล่าวมีเงาะอยู่เท่ากันทุกถุงด้วย โดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่

วิธีทำ

1) การทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา

1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.2 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2) การวางแผนแก้ปัญหา

3) การดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

มัธยมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา เมื่อปีการศึกษา 2551 และเข้า
ศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552