บทที่ 2

การรังวัดหาตำแหน่งด้วยดาวเทียม

คำนำ

คำอธิบายเบื้องต้นเกี่ยวกับดาวเทียม GPS และหลักการเบื้องต้นของการวัดเพื่อนำมาหาพิกัดตำแหน่ง มีอยู่ใน ชูเกียรติ วิเชียรเจริญ (2531) สำหรับรายละเอียดของการประมวลผลจากวิธีการวัดเฟสของคลื่นพา ดูได้จาก Sombat Subsuantaeng (1990) ระบบการทำงาน วิธีการวัด และการหาตำแหน่งที่ปรากฏอยู่ข้างล่างนี้ได้สรุปและรวบรวมมาจาก ชูเกียรติ วิเชียร-เจริญ (2531)

ระบบการทำงานของดาวเทียม GPS

GPS เป็นตัวย่อของ Global Positioning System ซึ่งเป็นระบบนำวิถีโดยอาศัยดาวเทียมที่เรียกว่า NAVSTAR (Navigation Satellite Timing and Ranging) ระบบการรังวัด GPS นี้ได้พัฒนาขึ้นโดยหน่วยงานทหารของสหรัฐอเมริกาเพื่อใช้ในการหาตำแหน่งและนำวิถี หลักการรังวัดเพื่อหาตำแหน่งดาวเทียมคือ มีสถานีภาคพื้นดินที่คอยติดตามดูการเคลื่อนที่ของดาวเทียมอยู่ตลอดเวลา ทำให้รู้วงโคจรหรือตำแหน่งของดาวเทียมที่ขณะเวลาต่าง ๆ ข้อมูลเกี่ยวกับวงโคจรจะถูกลงขึ้นไปบันทึกไว้ในตัวดาวเทียม แล้วดาวเทียมก็จะกระจายข้อมูลนี้กลับลงมาในรูปของคลื่นวิทยุที่มีความถี่สูง ถ้าต้องการรู้ตำแหน่งของจุดใดก็นำเครื่องรับสัญญาณดาวเทียมไปตั้งวางที่จุดนั้น แล้วนำข้อมูลที่รังวัดได้มาคำนวณหาตำแหน่งของจุดที่เครื่องรับสัญญาณวางอยู่ต่อไป

คลื่นวิทยุที่ดาวเทียม GPS ส่งออกมามี 2 ความถี่ คือ คลื่น L_1 มีความถี่ 1575.42 MHz (ความยาวคลื่น 19 เซนติเมตร) และคลื่น L_2 มีความถี่ 1227.60 MHz (ความยาวคลื่น 24 เซนติเมตร) คลื่นทั้งสองความถี่นี้จะถูก modulate ด้วยข้อมูลดาวเทียมเกี่ยวกับวงโคจรของดาวเทียม สภาพของดาวเทียม ฯลฯ รวมทั้งข้อมูลเวลาที่มีความถูกต้องสูงมาก สัญญาณที่ใช้ในการนำวิถีเป็นรหัส binary ที่ถูกสร้าง (generate) ด้วยสูตรทางคณิตศาสตร์ที่แน่นอนที่เรียกว่า

pseudo-random-noise

รหัสที่ใช้มี 2 ชนิด คือ รหัส C/A (Coarse Acquisition) และรหัส P (Precise) รหัส C/A มีความถี่ 1.023 MHz (ความยาวคลื่น 300 เมตร) และมีคาบเท่ากับ 1 ใน 1,000 วินาที รหัส C/A นี้ เปิดให้ทุกคนใช้อย่างอิสระ ส่วนรหัส P นั้นมีความถี่ 10.23 MHz (ความยาวคลื่น 30 เมตร) และมีคาบ 267 วัน และจะถูกใช้ในวงการทหารของสหรัฐอเมริกา หรือบางหน่วยงานของรัฐบาลเท่านั้น

วิธีการรังวัดหาตำแหน่งด้วยดาวเทียม GPS

วิธีการรังวัดที่นิยมใช้ในระบบ GPS มีอยู่ 2 วิธีใหญ่ ๆ คือ

1. วิธีวัด Pseudo-Range
2. วิธีวัด Carrier Phase

วิธีวัด Pseudo-Range

เป็นการวัดช่วงเวลาที่สัญญาณจากดาวเทียม GPS ส่งมาถึงเครื่องรับ โดยการเปรียบเทียบรหัสที่เครื่องรับสร้าง (generate) ขึ้นกับรหัสที่ดาวเทียมส่งมายังเครื่องรับอย่างต่อเนื่องพร้อมทั้งสัญญาณเวลา เมื่อเปรียบเทียบความสัมพันธ์ (correlate) ที่เป็นไปได้ของรหัสที่เหมือนกัน จะได้เวลาที่คลื่นเดินทางจากดาวเทียมลงมาถึงเครื่องรับ และถ้านำเวลานี้มาคูณด้วยความเร็วของคลื่นจะได้ระยะทางจากดาวเทียมถึงเครื่องรับ ทั้งนี้เวลาของดาวเทียมกับเวลาของเครื่องรับจะต้องตั้งให้ตรงกัน แต่การตั้งเวลาของเครื่องรับให้ตรงกับเวลาของดาวเทียมเป็นเรื่องที่ทำได้ยากมาก ผลต่างของเวลาที่นำมาใช้ในการคำนวณระยะทางจึงมีความคลาดเคลื่อนของนาฬิกาของเครื่องรับสัญญาณแฝงอยู่ด้วย ซึ่งทำให้ระยะทางที่คำนวณได้ไม่ใช่ระยะที่แท้จริง ด้วยเหตุนี้ระยะที่วัดได้ในที่นี้จึงมีชื่อเรียกว่า Pseudo-Range ในทางปฏิบัติเราสมมุติให้ความคลาดเคลื่อนของนาฬิกาเป็นตัวไม่รู้ค่า (Unknown) เพิ่มขึ้นอีกหนึ่งตัว แล้ววัดระยะจากดาวเทียมถึงเครื่องรับจำนวน 4 เส้น หรือจากดาวเทียม 4 ดวง โดยที่รู้ตำแหน่งของดาวเทียมจากข้อมูลวงโคจรทำให้สามารถคำนวณหาตำแหน่งของเครื่องรับและความคลาดเคลื่อนของนาฬิกาได้ในคราวเดียวกัน

วิธีวัด Carrier Phase

การรังวัดวิธีวัด Phase นี้จะใช้ในการรังวัดหาตำแหน่งที่มีความละเอียดถูกต้องสูงหรือในงานรังวัด geodetic วิธีวัดเฟสของคลื่นพา (Carrier Phase) นี้คือการเปรียบเทียบผลต่างของเฟสของคลื่นพาที่รับได้ (L_1 หรือ L_2) จากดาวเทียมในระบบ NAVSTAR GPS และเฟสของคลื่นที่ถูกสร้างขึ้นในเครื่องรับ ผลต่างของเฟสทั้งสองนี้เรียกว่า carrier beat phase เฟสของคลื่นพาที่รับได้จะแตกต่างจากเฟสที่ส่งออกมาจากดาวเทียม เนื่องจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของดาวเทียมกับเครื่องรับสัญญาณ การหักเหของคลื่น ตลอดจน noise ที่เกิดขึ้นที่เครื่องรับและปัจจัยอื่น ๆ

การวัด carrier beat phase นี้ จะเป็นส่วนหนึ่งของลูกคลื่นเท่านั้น หมายความว่าระยะที่วัดได้โดยวิธีนี้จะมีค่าน้อยกว่า 19 เซนติเมตร สำหรับคลื่น L_1 และ น้อยกว่า 24 เซนติเมตร สำหรับคลื่น L_2 ในตอนแรกนี้จะไม่รู้จำนวนเต็มของผลต่างคลื่น ระหว่างคลื่นที่สร้างโดยเครื่องรับและคลื่นที่ดาวเทียมส่งลงมาว่าเป็นเท่าใด ดังนั้นในการประมวลผลข้อมูล ซอฟแวร์ที่ใช้จะต้องมีความสามารถที่จะหาค่าของตัวไม่รู้ค่านี้ได้ ค่าของตัวที่ไม่รู้ค่านี้จะเป็นจำนวนเต็มของลูกคลื่นที่เรียกว่า cycle ambiguity ซึ่งค่านี้จะมีค่าคงที่ก็ต่อเมื่อเครื่องรับสัญญาณรับคลื่นได้ต่อเนื่องตลอดเวลา

การหาตำแหน่ง

การหาตำแหน่งแบ่งออกเป็น การหาตำแหน่งสัมบูรณ์ (Absolute Positioning) และการหาตำแหน่งสัมพัทธ์ (Relative Positioning) การหาตำแหน่งสัมบูรณ์เป็นการคำนวณเพื่อหาค่าพิกัดในระบบพิกัดของโลก เช่น ระบบพิกัดฉาก Cartesian (X, Y, Z) ที่มีจุดกำเนิดอยู่ที่จุดศูนย์กลางมวลสารของโลก ส่วนการหาตำแหน่งสัมพัทธ์เป็นการคำนวณหาตำแหน่งของจุดหนึ่งโดยการเปรียบเทียบกับอีกจุดหนึ่ง ดังนั้นค่าที่ได้จึงเป็นผลต่างของค่าพิกัด

นอกจากนี้เรายังอาจแบ่งการหาตำแหน่งออกเป็นการหาตำแหน่งสถิตย์ และการหาตำแหน่งจลน์ ในการหาตำแหน่งสถิตย์นั้นเครื่องรับจะถูกวางอยู่กับที่ วิธีนี้ใช้เมื่อต้องการหาค่าพิกัดที่มีความถูกต้องสูง โดยที่ความเร็วของการวัด และการคำนวณหาตำแหน่งมีความสำคัญเป็นอันดับรองลงมา ส่วนในการหาตำแหน่งจลน์ เครื่องรับจะอยู่ในภาวะที่กำลังเคลื่อนที่ ในกรณีนี้การคำนวณหา

ตำแหน่งให้รู้ได้ในทันที (real time) เป็นเรื่องที่มีความสำคัญมาก การหาตำแหนงจลน์นำมาประยุกต์ใช้กับการนำวิถีที่ต้องการค่าพิกัดแบบสัมบูรณ์ ด้วยเหตุนี้วิธีการวัดจึงมักเป็นแบบวิธีวัด pseudo-range ที่วัดระยะจากดาวเทียม 4 ดวง ในขณะเดียวกัน การนำวิถีบางครั้งมีการคำนวณค่าพิกัดแบบสัมพัทธ์ เนื่องจากงานนี้เป็นการหาตำแหน่งของเครื่องรับเครื่องหนึ่งเปรียบเทียบกับอีกเครื่องหนึ่ง จึงจำเป็นต้องมีคลื่นวิทยุเชื่อมโยงระหว่างเครื่องรับทั้งสองนี้ เพื่อให้สามารถนำข้อมูลการวัดมาเปรียบเทียบเพื่อคำนวณหาตำแหน่งได้ในทันที

ในงานรังวัดชั้นสูง (Geodetic Surveying) วิธีการที่ใช้เป็นวิธีการหาตำแหน่งสัมพัทธ์ (relative positioning) หรือที่เรียกว่า "Interferometry" ตามวิธีนี้ต้องใช้เครื่องรับอย่างน้อยสองเครื่องทำการรับสัญญาณดาวเทียมในเวลาเดียวกัน วิธีการวัดแบบ Interferometry เป็นวิธีการที่ใช้หาความยาวของเส้นฐาน หรือผลต่างของค่าพิกัดระหว่างจุดสองจุด วิธีการนี้ให้ความถูกต้องของการวัดที่สูงมาก จุดที่วางเครื่องรับสัญญาณจะต้องทำการรังวัดไปที่ดาวเทียมดวงเดียวกันและในช่วงเวลาเดียวกัน นั่นหมายความว่าที่จุดทั้งสองจะต้องมองเห็นดาวเทียมได้ในขณะเดียวกัน ซึ่งในกรณีนี้ทำให้มีข้อจำกัดว่าเส้นฐานนี้จะต้องไม่ยาวเกิน 4,000 กิโลเมตร หลังจากการรังวัดข้อมูลที่จุดทั้งสองจะถูกนำมาเปรียบเทียบกันเพื่อหาค่าผลต่างพิกัด X, Y และ Z หรือองค์ประกอบของเส้นฐาน (Baseline Components หรือ Baseline Vectors) นั่นเอง

<u>การคำนวณเส้นฐานวิธีวัดเฟสของคลื่นพา</u>

เฟสของคลื่นพา (carrier beat phase) ที่รังวัดได้สามารถสร้างโมเดลของการรังวัดได้ดังนี้ (Sombat Subsuantaeng, 1990)

$$\Phi_j^i = -(f_o/c)\rho_j^i + f_o(\epsilon^i - \epsilon_j) + n_j^i - \Phi_{atmos} + \Phi_{noise} \quad (2\text{-}1)$$

เมื่อ Φ_j^i = carrier beat phase ที่รังวัดได้จากดาวเทียม i ถึงเครื่องรับ j

ρ_j^i = ระยะทางจากดาวเทียม i ถึงเครื่องรับ j

f_o = ความถี่ของคลื่นพา

c = ความเร็วของคลื่นพา

ϵ^i = ค่าความคลาดเคลื่อนของนาฬิกาของดาวเทียม i

ϵ_j = ค่าความคลาดเคลื่อนของนาฬิกาของเครื่องรับ j

n_j^i = ค่าจำนวนเต็มลูกคลื่นที่ไม่ทราบค่า (ambiguity) จากดาวเทียม i ถึงเครื่องรับ j

Φ_{atmos} = ค่าความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการหักเหของคลื่นวิทยุในชั้นบรรยากาศ

Φ_{noise} = ค่าความคลาดเคลื่อนเนื่องจาก noise

ในการรังวัดหาตำแหน่งสถิตย์ (Static mode) ค่ารังวัด carrier beat phase นั้นไม่สามารถให้ค่าพิกัดตำแหน่ง ค่าความคลาดเคลื่อนนาฬิกา และค่า ambiguity ได้ ดังนั้น carrier beat phase ที่วัดได้จะต้องคำนวณผ่านขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

(1) ข้อมูลเฟสที่รังวัดได้พร้อม ๆ กันจากดาวเทียมดวงเดียวกันถึงเครื่องรับ 2 เครื่องจะถูกนำมาลบกันเพื่อสร้าง single-difference observable

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{12}^{\ i} &= \Phi_1^{\ i} - \Phi_2^{\ i} \\ &= -(f_o/c)(\rho_1^{\ i}-\rho_2^{\ i}) - f_o(\epsilon_1-\epsilon_2) + n_1^{\ i} - n_2^{\ i} \qquad (2\text{-}2)\end{aligned}$$

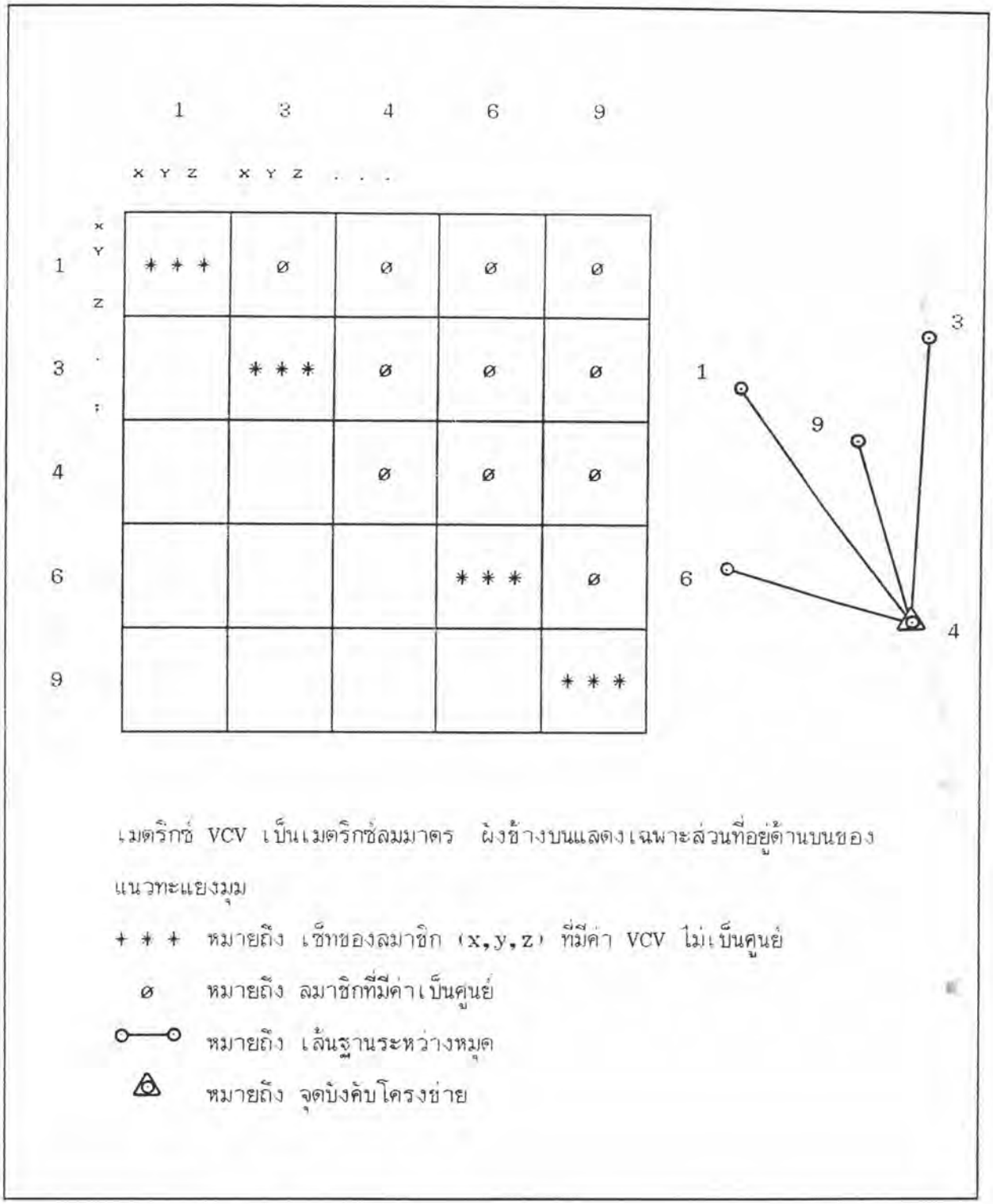
สมการ (2-2) แสดงค่าต่างเฟสของคลื่นพาระหว่างเครื่องรับ 1 กับ 2 ที่วัดไปยังดาวเทียม i ซึ่งจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนนาฬิกาของดาวเทียม i ถูกกำจัดหมดไป

(2) ค่า Single-difference ที่รังวัดได้จากเครื่องรับสัญญาณคู่เดียวกันแต่วัดจากดาวเทียมต่างดวงกันนำมาลบกันเพื่อจะสร้าง double-difference observable

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\Phi_{12}^{\ 34} &= \Delta\Phi_{12}^{\ 3} - \Delta\Phi_{12}^{\ 4} \\ &= \Phi_1^{\ 3} - \Phi_1^{\ 4} - \Phi_2^{\ 3} + \Phi_2^{\ 4} \\ &= -(f_o/c)(\rho_1^{\ 3} - \rho_1^{\ 4} - \rho_2^{\ 3} + \rho_2^{\ 4}) \\ &\quad + n_1^{\ 3} - n_1^{\ 4} - n_2^{\ 3} + n_2^{\ 4} \qquad (2\text{-}3)\end{aligned}$$

สมการ (2-3) แสดงค่าต่างเฟสที่เปรียบเทียบเครื่องรับ 1 กับ 2 และวัดเปรียบเทียบไปยังดาวเทียม 3 และ 4 ซึ่งจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนนาฬิกาของเครื่องรับทั้งสองจะถูกกำจัดหมดไป

ในการคำนวณ carrier beat phase โดยวิธี double difference นี้ ถ้ามีจำนวนเครื่องรับ R เครื่อง รับสัญญาณดาวเทียม S ดวง จะสามารถสร้างสมการได้ [R!/2(R-2)!][S!/2(S-2)!] สมการ อย่างไรก็ตามจะมีจำนวนสมการเท่ากับ (R-1)(S-1) สมการเท่านั้น ที่เป็นอิสระต่อกันหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ถ้ามีเครื่องรับ R เครื่อง สามารถสร้างเส้นฐานได้ R-1 เส้นเท่านั้นที่เป็นอิสระต่อกันและเมื่อสร้างสมการนอร์แมล (Normal Equation) สมการนอร์แมลนี้จะเป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular matrix) เนื่องจาก rank defect (Sombat Subsuantaeng, 1990) ในการอินเวอร์สเมตริกซ์นอร์แมล (Normal Matrix) จะต้องกำหนดจุดบังคับโครงข่ายของจุดตั้งเครื่องรับอย่างน้อย 1 จุด จึงจะสามารถทำการอินเวอร์สเมตริกซ์นอร์แมลนี้ได้ เพื่อหาค่าองค์ประกอบของเส้นฐาน (Baseline Components) ถ้าพิจารณาค่าอินเวอร์สของเมตริกซ์นอร์แมล ก็คือค่า VCV ของเส้นฐานนั่นเอง ซึ่งในส่วนที่อยู่นอกแนวทะแยงของเมตริกซ์คือ ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ของเส้นฐาน สำหรับค่า VCV ของเส้นฐานจะมีลักษณะอย่างไรนั้น ขึ้นอยู่กับการสร้างเส้นฐานและการเลือกจุดบังคับโครงข่าย ดังตัวอย่างตามรูปที่ 2.1-2.5



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์สมมาตร ผังข้างบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

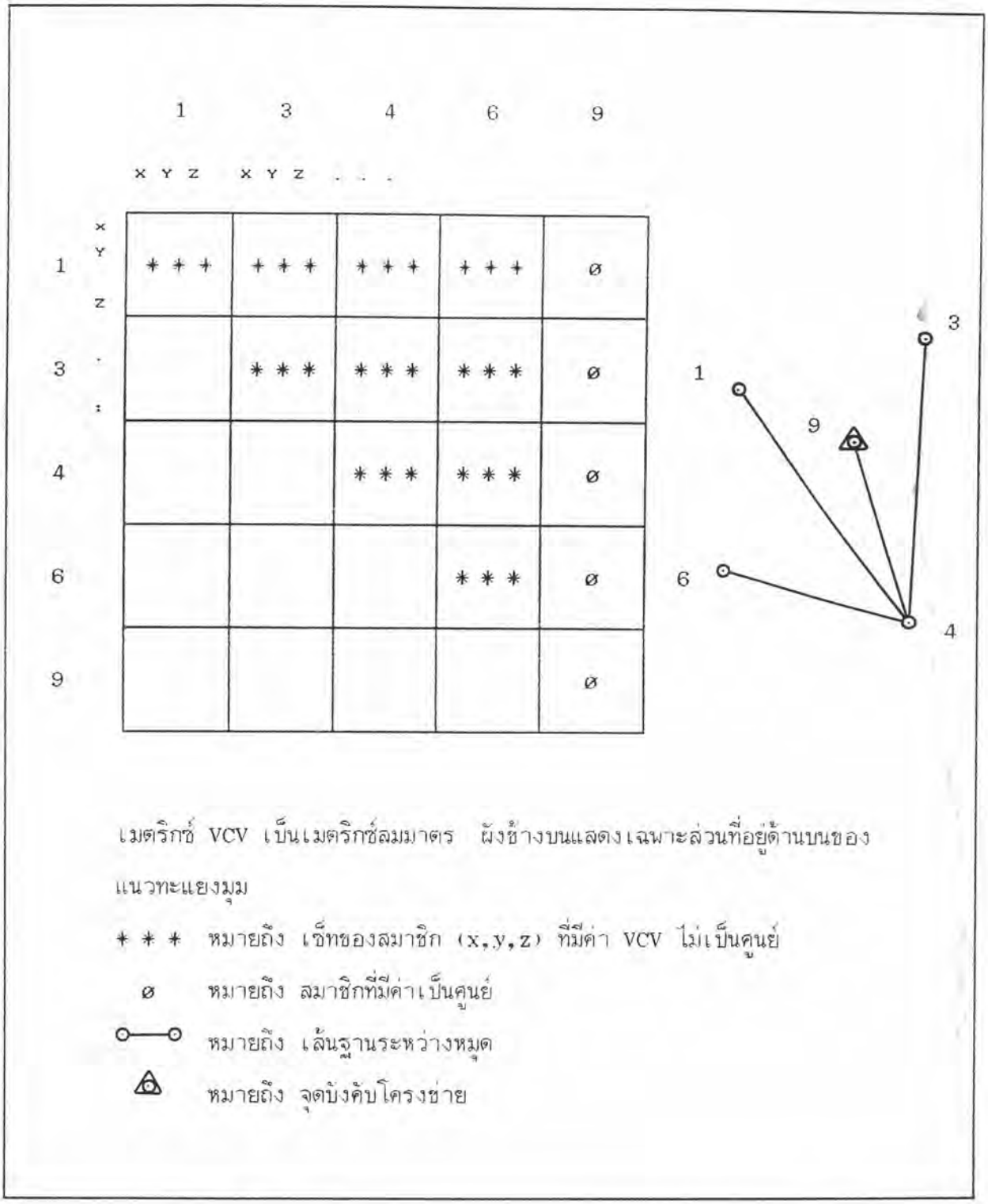
* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.1 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 4 เป็นจุดบังคับโครงข่าย



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์สมมาตร ผังข้างบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

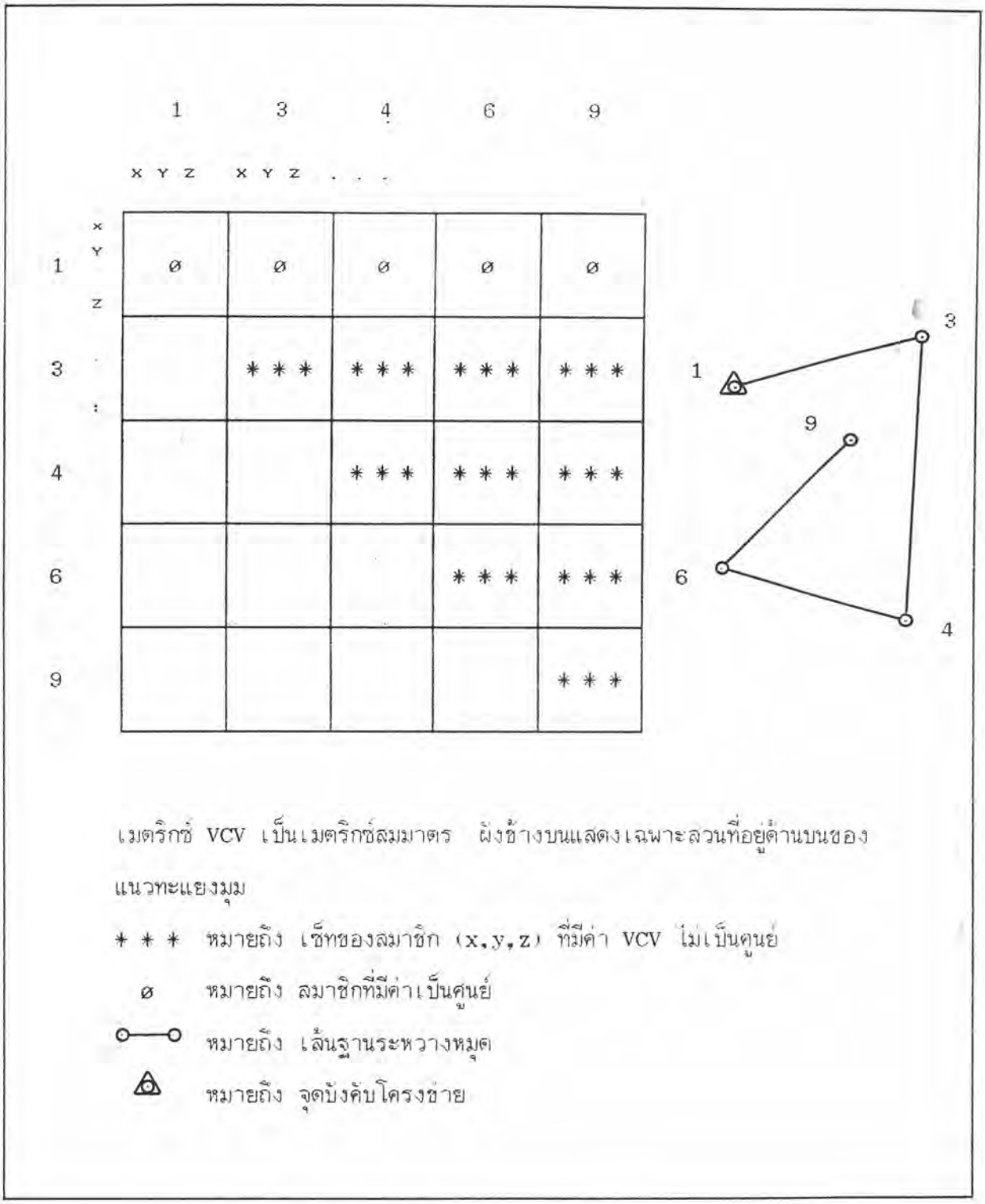
* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.2 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 9 เป็นจุดบังคับโครงข่าย



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์สมมาตร ฝั่งซ้ายบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

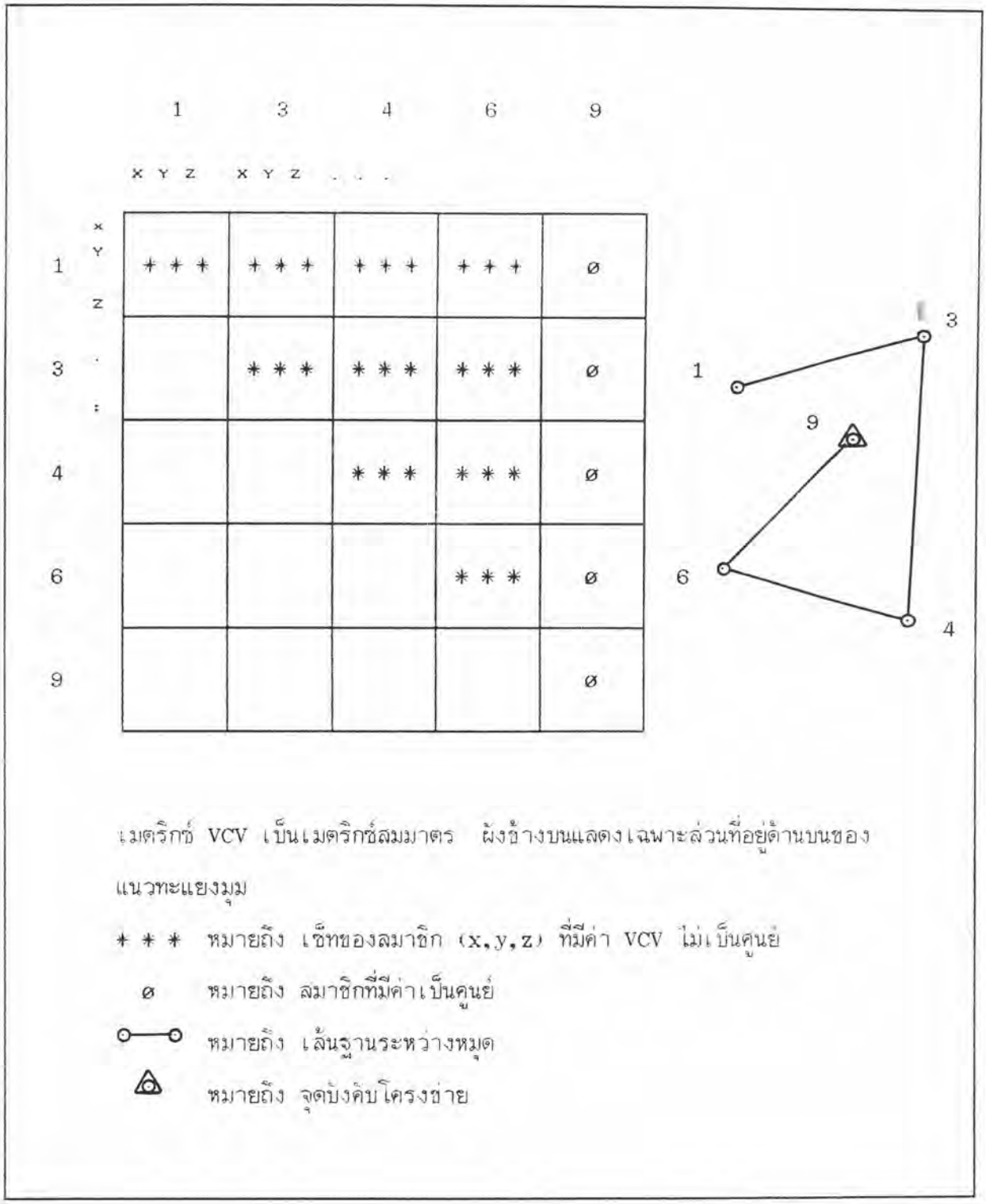
* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.3 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 1 เป็นจุดบังคับโครงข่าย



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์สมมาตร ผังข้างบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

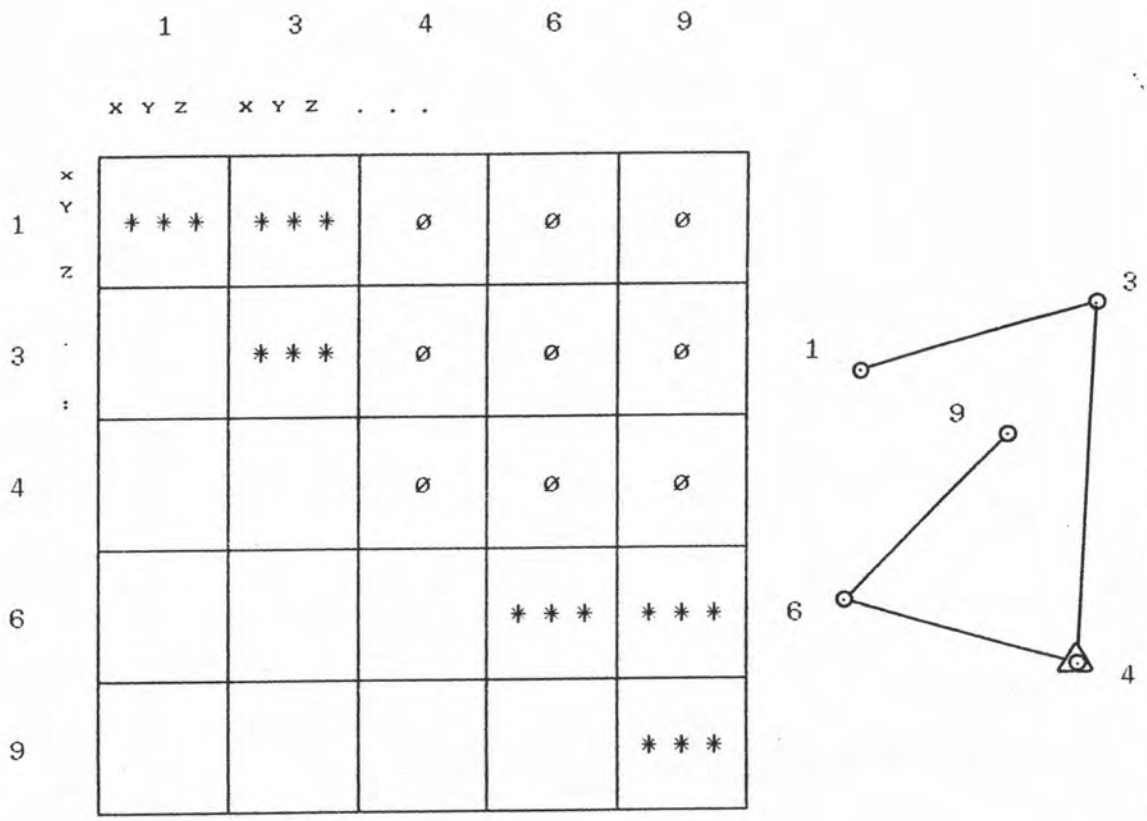
ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.4 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 9 เป็นจุดบังคับโครงข่าย

018865



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์ลมมาตร ผังข้างบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

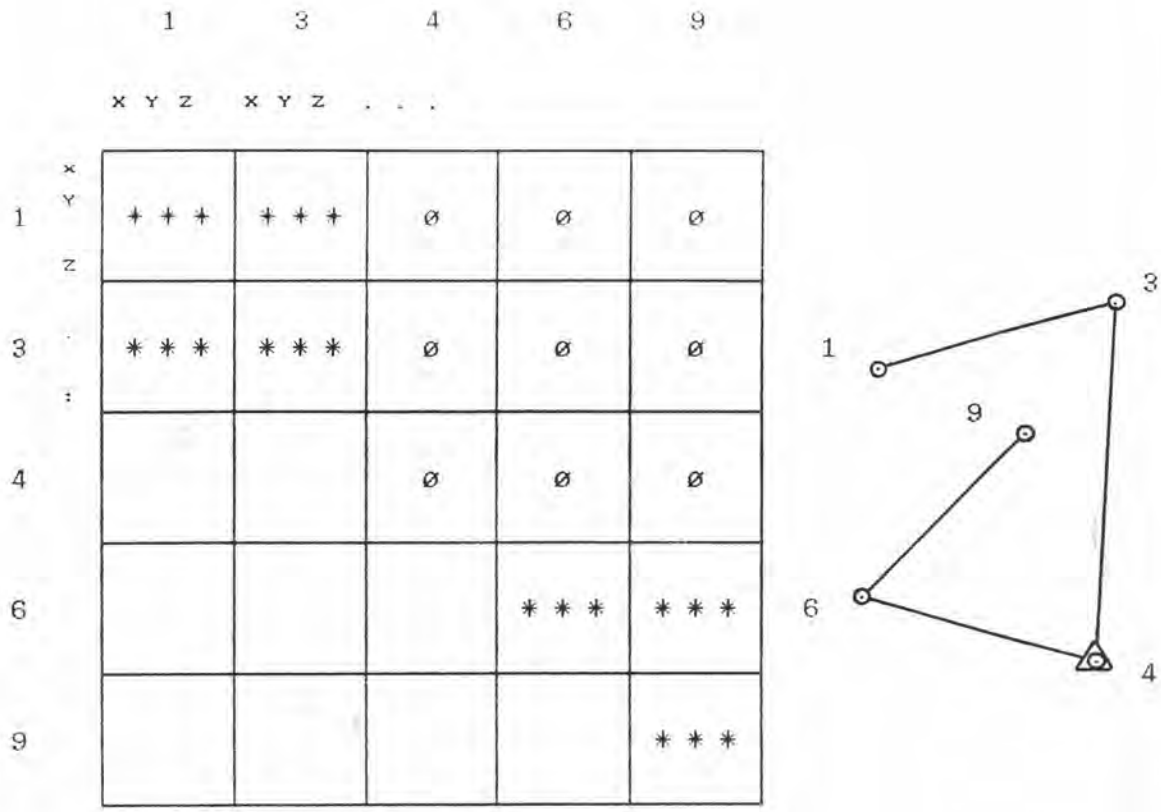
* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.5 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 4 เป็นจุดบังคับโครงข่าย



เมตริกซ์ VCV เป็นเมตริกซ์สมมาตร ผังข้างบนแสดงเฉพาะส่วนที่อยู่ด้านบนของแนวทะแยงมุม

* * * หมายถึง เซ็ทของสมาชิก (x,y,z) ที่มีค่า VCV ไม่เป็นศูนย์

ø หมายถึง สมาชิกที่มีค่าเป็นศูนย์

หมายถึง เส้นฐานระหว่างหมุด

หมายถึง จุดบังคับโครงข่าย

รูปที่ 2.5 แสดงการแพร่ของค่า VCV นอกแนวทะแยง
เมื่อเลือกจุด 4 เป็นจุดบังคับโครงข่าย

ในการคำนวณปรับแก้โครงข่าย องค์ประกอบของเส้นฐานที่คำนวณได้ในแต่ละ Session คือ ค่าลังเกต ค่า VCV ของเส้นฐานเหล่านี้จะถูกนำมาใช้ในการคำนวณน้ำหนักของค่าลังเกต (Weight of Observation) โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณปรับแก้โครงข่ายที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันส่วนใหญ่จะนำเฉพาะค่าตามแนวทะแยงของเมตริกซ์ VCV มาใช้เท่านั้น ซึ่งเท่ากับไม่คำนึงถึงค่าลหลัมพันธ์ระหว่างเส้นฐานเลย ในการทำงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาว่า ถ้าหากนำค่าลหลัมพันธ์ระหว่างเส้นฐานมาใช้ในการคำนวณด้วยจะให้ผลที่แตกต่างจากเมื่อไม่ได้นำมาใช้หรือไม่