บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 สมมุติฐานเบื้องต้นสำหรับการวิเคราะห์

ในการวิเคราะห์คาน และแผ่นพื้น-คานนั้น จะอาศัยทฤษฎีกำลังประลัยเป็นพื้นฐาน โดยมีสมมุติฐาน ดังนี้

2.1.1 หน้าตัดที่เป็นระนาบ และตั้งฉากกับแนวแกนจะคงความเป็นระนาบ และตั้งฉากกับแนวแกน เมื่อรับน้ำหนักบรรทุก

2.1.2 ความเครียดผันแปรเป็นสัดส่วนกับความลึกขององค์อาคาร ตลอดช่วงรับน้ำหนักบรรทุก และความเครียดในเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับความเครียดของคอนกรีตที่ตำแหน่ง - เดียวกัน

2.1.3 ที่หน้าตัดแตกร้าว ไม่นำความต้านทานแรงดึงของคอนกรีตมาคำนวณ

2.2 การคำนวณหน่วยแรง

การคำนวณหาหน่วยแรงที่เกิดขึ้น ณ หน้าตัดใด ๆ ของคาน และแผ่นพื้น-คาน สามารถคำนวณหน่วยแรงที่เกิดขึ้นได้ โดยอาศัยทฤษฎีอีลาสติค ด้วยการแยกพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากสาเหตุต่าง ๆ ทีละอย่าง ผลลัพท์ของหน่วยแรงจะได้จากการรวมหน่วยแรงเหล่านี้

2.2.1 กรณีของคาน

แยกพิจารณาหน่วยแรงออกเป็น

ก. หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงอัดกระทำเยื้องจากศูนย์ถ่วงของหน้าตัด มีค่าเท่ากับ

$$f = -\frac{F}{A_{cp}} \pm \frac{Fe\, Y_{cp}}{I_{cp}} \qquad (2.1)$$

โดยที่ F = แรงอัดซึ่งกระทำต่อตง

A_{cp} = พื้นที่หน้าตัดของตง

e = ระยะเยื้องศูนย์ของเหล็กเสริมอัดแรง

Y_{cp} = ระยะซึ่งห่างจากศูนย์ถ่วงของหน้าตัดตง

I_{cp} = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดตง

ข. หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักของตง กับน้ำหนักบรรทุกจร มีค่าเท่ากับ

$$f = \pm \frac{MY_{cp}}{I_{cp}} \qquad (2.2)$$

โดยที่ M = โมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักของตงกับน้ำหนักบรรทุกจร

ดังนั้น หน่วยแรงลัพท์ที่หน้าตัดใด ๆ ของตง จะมีค่าเท่ากับ

$$f_c = -\frac{F}{A_{cp}} \pm \frac{FeY_{cp}}{I_{cp}} \pm \frac{MY_{cp}}{I_{cp}} \qquad (2.3)$$

และมีลักษณะการกระจายของหน่วยแรง ดังแสดงในรูปที่ 2.1

2.2.2 กรณีของแผ่นพื้น-ตง

แยกพิจารณาหน่วยแรงออกเป็น

ก. หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงอัดกระทำเยื้องจากศูนย์ถ่วงของหน้าตัด มีค่าเท่ากับ

$$f = -\frac{F}{A_{cp}} \pm \frac{FeY_{cp}}{I_{cp}} \qquad (2.4)$$

ข. หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ ขณะแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่ยังไม่แข็งตัว และให้กำลังตามต้องการ จะมีค่าเท่ากับ

$$f = \pm \frac{M_{lp} Y_{cp}}{I_{cp}} \qquad (2.5)$$

โดยที่ M_{lp} = โมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระทำ ขณะแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่ยังไม่แข็งตัว และให้กำลังตามต้องการ

ค. หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำ เมื่อแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่แข็งตัว และให้กำลังตามต้องการ จะมีค่าเท่ากับ

$$f = \pm \frac{M_{lc} Y_{cc}}{I_{cc}} \qquad (2.6)$$

โดยที่ M_{lc} = โมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรกระทำเมื่อแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่แข็งตัว และให้กำลังตามต้องการ

Y_{cc} = ระยะซึ่งห่างจากจุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัดแปลงแผ่นพื้น-ตง

I_{cc} = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงของแผ่นพื้น-ตง

ดังนั้น หน่วยแรงลัพท์ที่หน้าตัดใด ๆ ของแผ่นพื้น-ตง จะมีค่าเท่ากับ

$$f_c = -\frac{F}{A_{cp}} \pm \frac{FeY_{cp}}{I_{cp}} \pm \frac{M_{lp} Y_{cp}}{I_{cp}} \pm \frac{M_{lc} Y_{cc}}{I_{cc}} \qquad (2.7)$$

และมีลักษณะการกระจายของหน่วยแรง ดังแสดงในรูปที่ 2.2

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 การเสื่อมสูญของแรงอัด

การเสื่อมสูญของแรงอัดเกิดขึ้นจากปรากฏการณ์ที่วัสดุมีการยืดหด หรือเปลี่ยนแปลงรูปร่างภายใต้สภาวะต่าง ๆ ยังผลให้แรงอัดในเหล็กเสริมอัดแรงเปลี่ยนไปตามเวลา การเสื่อมสูญของแรงอัดนี้มีผลสำคัญมากต่อพฤติกรรมของโครงสร้างอัดแรง หากการลดเสื่อมของแรงอัดมีค่ามาก หน่วยแรงในคอนกรีตก็จะเปลี่ยนไปมาก จนอาจเกิดการแตกร้าว ระยะการแอ่นตัวก็มากขึ้นได้ ทำให้ประโยชน์ของการใส่แรงอัดในคอนกรีตลดน้อยลง

การเสื่อมสูญของการอัดแรงของคานคอนกรีตอัดแบบอัดแรงก่อนนั้น มีสาเหตุเนื่องมาจาก

2.3.1 การหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต

ในขณะที่แรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง ถูกถ่ายเข้าไปในคอนกรีต จะเกิดการหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต เหล็กเสริมอัดแรงซึ่งยึดอยู่กับคอนกรีตก็จะหดตามในเวลาเดียวกันด้วยขนาดเท่ากัน ทำให้หน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมลดลง

ในการถ่ายแรงความเครียดที่เพิ่มขึ้นในคอนกรีตที่ระดับเหล็กเสริม จะเท่ากับความเครียดที่ลดลงในเหล็กเสริม นั่นคือ

$$\frac{f_{cT,P}}{E_{ci}} = \frac{\Delta f_{pi}}{E_{ps}}$$

หรือ

$$\Delta f_{pi} = \frac{E_{ps}}{E_{ci}} f_{cT,P} \qquad (2.8)$$

โดยที่ Δf_{pi} = หน่วยแรงอัดที่เสื่อมสูญเนื่องจากการหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต

E_{ps} = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง

E_{ci} = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตขณะถ่ายแรง

$f_{cT,P}$ = หน่วยแรงอัดในคอนกรีตที่ระดับเหล็กเสริมทันทีที่ถ่ายแรงแล้ว

ซึ่ง $$f_{cT,P} = -\frac{A_{ps}(f_{pi} + \Delta f_{pi})}{A_c} - \frac{[A_{ps}(f_{pi} + \Delta f_{pi})]e^2}{I_c} \quad (2.9)$$

โดยที่ A_{ps} = เนื้อที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง

f_{pi} = หน่วยแรงดึงแรกเริ่ม

A_c = พื้นที่หน้าตัดสุทธิของคอนกรีต

I_c = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดสุทธิของคอนกรีต

และเมื่อแทนค่าสมการ (2.9) ลงในสมการ (2.8) จะได้

$$\Delta f_{pi} = \frac{-n\left(\frac{k_e}{1 + nk_e} f_{pi}\right)}{} \quad (2.10)$$

โดยที่ $n = \frac{E_{ps}}{E_{ci}}$ = อัตราส่วนโมดูลัสขณะถ่ายแรง

$$k_e \quad \frac{A_{ps}}{A_c}\left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right)$$

2.3.2 การล้าของเหล็กเสริมอัดแรง

การล้าของเหล็กเสริมอัดแรงเป็นการเสื่อมสูญหน่วยแรง ซึ่งเกิดจากการดึงเหล็กด้วยหน่วยการยืดตัวคงที่เป็นเวลานาน การเสื่อมสูญหน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมชนิดคลายความเค้น (Stress - relieved wire) เนื่องจากการล้านี้สามารถคำนวณได้จากสมการ[16]

$$\Delta f_{rel} = f_{pi} \frac{\log t}{10} \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - .55\right) \qquad (2.11)$$

เมื่อ f_{pi} = หน่วยแรงดึงเริ่มแรกในเหล็กเสริมอัดแรง

t = เวลา, ชั่วโมง

f_{py} = กำลังจุดคลากของเหล็กเสริมอัดแรง

การล้านี้จะเกิดขึ้นประมาณ 50 - 80% ของการล้าที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในระยะเวลา 24 ชั่วโมงแรก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหน่วยแรงดึงเริ่มแรก, อุณหภูมิ และชนิดของลวดอัดแรง โดยทั่วไปเหล็กเสริมซึ่งถูกดึงไม่เกิน 70% ของกำลังประลัยจะมีค่าการเสื่อมสูญเนื่องจากการล้าของเหล็กของเหล็กเกิดขึ้นประมาณ 3%

2.3.3 การคืบตัวของคอนกรีต

การคืบตัวของคอนกรีตเป็นการเปลี่ยนแปลง ซึ่งเกิดจากคอนกรีตมีความเครียดเพิ่มขึ้นตามเวลา เมื่อคอนกรีตนั้นรับหน่วยแรงกระทำค้างไว้คงที่ โดยจะมีค่าการเปลี่ยนแปลงสูงในระยะแรก และจะลดน้อยลงเรื่อย ๆ เมื่อนานขึ้น

ชนิดของซีเมนต์ ความละเอียดของซีเมนต์ อัตราส่วนของน้ำต่อซีเมนต์ ความชื้นสัมพัธของบรรยากาศ ขนาดของโครงสร้าง กำลังอัดของคอนกรีต และอายุของคอนกรีต ขณะรับน้ำหนัก ทั้งหมดนี้มีผลต่อการคืบตัวของคอนกรีต[17]

การประมาณค่าการเสื่อมสูญของหน่วยแรงอัด เนื่องจากการคืบตัวของคอนกรีตนั้น อาจทำได้โดยการพิจารณาให้การคืบตัวที่เพิ่มขึ้นของคอนกรีตเป็นสัดส่วนกับความเครียดอีลาสติคเริ่มแรกของคอนกรีต (Initial elastic strain)[18, 19, 20]

$$C_t = \frac{\varepsilon_{cu,t}}{\varepsilon_{ci}} \qquad (2.12)$$

เมื่อ C_t = สัมประสิทธิ์การคืบตัว ณ เวลาใด ๆ

$\varepsilon_{cu,t}$ = ความเครียดที่เพิ่มขึ้น เนื่องจากการคืบตัวของ - คอนกรีต ณ เวลาใด ๆ

ε_{ci} = ความเครียดอีลาสติคเริ่มแรกของคอนกรีต

และประมาณค่าการเสื่อมสูญ เนื่องจากการคืบตัว โดยสมการ

$$\Delta f_{cr,t} = C_t n f_{cs} \qquad (2.13)$$

เมื่อ $n = \frac{E_{ps}}{E_c}$

f_{cs} = หน่วยแรงอัดในคอนกรีต

โดยที่ $C_t = \frac{t^{.60}}{10 + t^{.60}} C_u$

เมื่อ C_u = สัมประสิทธิ์การคืบตัวสุดท้ายของคอนกรีต

t = เวลา, วัน

โดยทั่วไป C_u จะมีค่าอยู่ระหว่าง 2 ถึง 4 และควรใช้ค่าเฉลี่ย 2.35 สำหรับทางปฏิบัติเมื่อไม่สามารถหาข้อมูลที่แน่นอนได้ (18, 19)

2.3.4 การหดตัวของคอนกรีต

การหดตัวของคอนกรีตเกิดขึ้นเนื่องจากการระเหยตัวของน้ำส่วนที่ไม่ได้ทำปฏิกิริยาเคมีภายในเนื้อคอนกรีต ซึ่งถ้าคอนกรีตอยู่ในบรรยากาศที่มีความชื้นสัมพัทธ์สูงกว่า 100% คอนกรีตจะไม่มีการหดตัว ปริมาณการหดตัวขึ้นอยู่กับแฟคเตอร์หลายประการ ซึ่งคล้ายคลึงกับการเสื่อมสูญ เนื่องจากการคืบตัวของคอนกรีต

ส่วนประกอบและความละเอียดของซีเมนต์ ลักษณะและขนาดของวัสดุผสม อัตราส่วนวัสดุผสมต่อซีเมนต์ การบ่ม ขนาดของโครงสร้าง และอายุเมื่อใช้งาน จะมีผลต่อการหดตัวของคอนกรีต[21]

สำหรับองค์อาคารคอนกรีตอัดแรง ซึ่งบ่มด้วยน้ำ อาจประมาณการเสื่อมสูญของหน่วยแรงอัดในเหล็กเสริม เนื่องจากการหดตัวจากการระเหยที่เวลาใด ๆ ได้จากสมการ

$$\Delta f_{sh,t} = E_{ps}\varepsilon_{sh,t} \qquad (2.14)$$

เมื่อ E_{ps} = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง

$\varepsilon_{sh,t}$ = ความเครียดของคอนกรีต เนื่องจากการหดตัวที่เวลาใด ๆ

โดยที่ $$\varepsilon_{sh,t} = \frac{t}{35 + t}\varepsilon_{sh,u} \qquad (2.15)$$

เมื่อ $\varepsilon_{sh,u}$ = ความเครียดสุดท้ายเนื่องจากการหดตัวของคอนกรีต

t = เวลา, วัน

ซึ่ง $\varepsilon_{sh,u}$ จะมีค่าประมาณอยู่ระหว่าง $300 \times 10^{-6} - 1000 \times 10^{-6}$ และควรใช้ค่า $\varepsilon_{sh,u} = 550 \times 10^{-6}$ เมื่อไม่สามารถหาข้อมูลที่แน่ชัดได้[22]

010522

2.4 การแอ่นตัว

2.4.1 การแอ่นตัวของคาน และแผ่นพื้นคาน ก่อนเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก

การแอ่นตัวของคานก่อนที่คอนกรีตจะมีการแตกร้าว สามารถคำนวณได้โดยอาศัยเส้นโค้งอีลาสติค ซึ่งเขียนเป็นความสัมพันธ์กับแรงดัดและสติฟเนสของคานได้ในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียล

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{M}{EI} \qquad (2.16)$$

โดยที่ Y = ระยะตามแกนตั้ง หรือระยะการแอ่นตัว

X = ระยะตามแกนนอน หรือระยะความยาว

M = โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในคาน

E = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลง

การคำนวณหาระยะการแอ่นตัวของคาน เป็นการแก้สมการที่ (2.16) ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี เช่น วิธี Double - Integration, วิธี Moment - Area ฯลฯ

สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงแบบอัดแรงก่อน ซึ่งมีระยะเยื้องศูนย์ของเหล็กเสริมอัดแรงคงที่ตลอดความยาวของคาน และมีลักษณะเป็นคานช่วงเดียว

เมื่อมีการตัดลวดอัดแรง คานจะมีการแอ่นตัวขึ้นเนื่องจากการอัดแรง มีค่าเท่ากับ

$$\Delta_1 = -\frac{F\,e\,L^2}{8E_{ci}I} \qquad (2.17)$$

โดยที่ Δ_1 = ระยะการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางช่วงเนื่องจากการอัดแรง

F = แรงอัด

e = ระยะเยื้องศูนย์ของเหล็กเสริมอัดแรง

L = ความยาวคาน

E_{ci} = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตขณะถ่ายแรง

เมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกแบบบรรทุกน้ำหนักที่จุดแบ่งสาม จะได้ระยะการแอ่นตัว

$$\Delta_2 = \frac{23\ PL^3}{648\ EI} \qquad (2.18)$$

โดยที่ P = น้ำหนักบรรทุกที่กระทำลงบนคานเพียงจุดเดียว

และเมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่สม่ำเสมอ w ต่อหน่วยความยาว จะได้ระยะการแอ่นตัว

$$\Delta_3 = \frac{5\ WL^4}{384\ EI} \qquad (2.19)$$

ดังนั้น ระยะการแอ่นตัวของคานคอนกรีตอัดแรง ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกแบบ - บรรทุกน้ำหนักที่จุดแบ่งสาม จะเป็น

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$= -\frac{F\ e\ L^2}{8\ E_{ci}\ I_{cp}} + \frac{23\ PL^3}{648\ EI_{cp}} \qquad (2.20)$$

และระยะการแอ่นตัวของแผ่นพื้น-คาน ซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่สม่ำเสมอ w ต่อหน่วย ความยาวจะเป็น

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_3$$

$$= -\frac{F\,e\,L^2}{8\,E_{ci}\,I_{cp}} + \frac{5\,W_{lp}\,L^2}{384\,EI_{cp}} + \frac{5\,W_{lc}\,L^2}{384\,EI_{cc}} \qquad (2.21)$$

เมื่อ W_{lp} = น้ำหนักบรรทุกที่กระทำขณะแผ่นพื้นคอนกรีตเสริม - เหล็กหล่อกับที่ยังไม่แข็งตัวและให้กำลังตามต้องการ

W_{lc} = น้ำหนักบรรทุกที่กระทำเมื่อแผ่นพื้นคอนกรีตเสริม - เหล็กหล่อกับที่แข็งตัวและให้กำลังตามต้องการ

2.4.2 การแอ่นตัวของคานและแผ่นพื้น-คาน หลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก

เมื่อคอนกรีตที่ผิวล่างของคานเริ่มแตกร้าว จะทำให้ค่าสติฟเนสของคานลดลง ดังนั้น การคำนวณระยะการแอ่นตัวของคานหลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก จึงต้องใช้ค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผล I_e ซึ่งจะได้ว่า

เมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกแบบบรรทุกน้ำหนักที่จุดแบ่งสาม จะได้ระยะการแอ่นตัว

$$\Delta = \frac{23\,PL^3}{648\,EI_e} \qquad (2.22)$$

และเมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่สม่ำเสมอ w ต่อหน่วยความยาว จะได้ระยะการแอ่นตัว

$$\Delta = \frac{5\,WL^4}{384\,EI_e} \qquad (2.23)$$

โดยที่ค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผล I_e หาได้จากสมการ

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right] I_{cr} \qquad (2.24)$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อ M_{cr} = โมเมนต์แตกร้าวของคาน

M_{max} = โมเมนต์ดัดสูงสุดในคานตอนที่คำนวณหาระยะโก่ง

I_g = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดทั้งหมด

I_{cr} = โมเนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงร้าว

สำหรับการคำนวณหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงร้าว I_{cr} ในที่นี้นั้น จะอาศัยหลักการของ Warwaruk, Sozen และ Seiss[23] ซึ่งได้ศึกษาการแอ่นตัวของคานคอนกรีตอัดแรง และได้คาดคะเนการแอ่นตัวของคานหลังจากการแตกร้าว โดยการสมมุติความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความเครียดในคอนกรีตกับในเหล็กเสริมแรง หลังจากการแตกร้าวจนกระทั่งถึงจุดประลัยให้อยู่ในสภาพเส้นตรง ดังในรูปที่ 2.3 และมีลักษณะการกระจายความเครียดตลอดหน้าตัดของคานที่จุดประลัย ดังในรูปที่ 2.4 และกำหนดให้ค่าความเครียดในคอนกรีตที่ผิวบนสุดของคานมีค่าเท่ากับ $F\varepsilon_u$ โดย F มีค่าเท่ากับ 1.0 เมื่อเป็นคานคอนกรีตอัดแรงแบบยึดเกาะ (Bond) และมีค่าต่ำกว่า 1.0 แตกต่างกันไปเมื่อเป็นคานแบบไม่ยึดเกาะ (Unbond)

จากสมมุติฐานเหล่านี้ ทำให้สามารถคำนวณหาค่าระยะการแอ่นตัวของคานในช่วง - หลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรกได้ ดังนี้

1. กำหนดค่าความเครียดในคอนกรีตที่ผิวบนสุดของคาน
2. กำหนดตำแหน่งของแกนสะเทิน และใช้ค่าความเครียดที่กำหนดในข้อ 1 หาค่าความเครียดของเหล็กเสริมอัดแรง
3. บวกค่าความเครียดของเหล็กเสริมอัดแรง เนื่องจากการอัดแรงกับความเครียดที่หาได้ในข้อ 2
4. นำค่าความเครียดจากข้อ 3 หาค่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงจากกราฟความสัมพันธ์ของหน่วยแรงกับความเครียดของเหล็กเสริมอัดแรง
5. คำนวณหาแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง
6. เปรียบเทียบค่าแรงดึงกับแรงอัด ในทฤษฎีการกระจายหน่วยแรงอัดทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่งที่นำมาใช้ ถ้าไม่เท่ากันให้ย้อนกลับไปข้อ 2 ใหม่

7. เมื่อได้แรงดึงเท่ากับแรงอัดแล้ว นำระยะจากผิวบนของคานถึงแกนสะเทินไปคำนวณหาค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงร้าว
8. นำค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงร้าวนี้ ไปคำนวณหาระยะการแอ่นตัวของคานในช่วงหลังเกิดการแตกร้าว จากสมการ (2.24) และ (2.23) หรือ (2.24) และ (2.22) ตามลำดับ

ซึ่งการคำนวณหาค่าแรงอัดในข้อ 6 นั้น จะใช้หลักการของ N. Burns[22, 24] จากสมการว่า

$$C_c = bf'_c \frac{\phi}{\varepsilon_o} c^2 \left[1 - \frac{\phi c}{3\varepsilon_o}\right] \qquad (2.25)$$

เมื่อ C_c = แรงอัด

b = ความกว้างของคานรับแรงอัด

ϕ = มุมเปลี่ยน

ε_o = หน่วยความเครียดที่จุดประลัยของคอนกรีต

c ระยะจากผิวรับแรงอัดนอกสุดไปยังแกนสะเทิน

และตำแหน่งของแรงอัด C_c จะอยู่สูงจากตำแหน่งแกนสะเทินเป็นระยะเท่ากับ

$$\bar{X} = c\left[\frac{8\varepsilon_o - 3\phi c}{12\varepsilon_o - 4\phi c}\right] \qquad (2.26)$$

2.5 กำลังต้านทานแรงเฉือน

การวิเคราะห์หากำลังต้านทานแรงเฉือน และหน่วยแรงเฉือนของคงและแผ่นพื้น-คงนั้น ทำได้ดังนี้

2.5.1 กำลังต้านทานแรงเฉือน โดยคอนกรีตต่อการแตกร้าวทะแยง (Diagonal cracking) ซึ่งแยกออกเป็น

ก. กำลังต้านทานแรงเฉือนโดยคอนกรีตต่อการแตกร้าวทะแยง ก่อนการแตกร้าวเริ่มแรก

การวิเคราะห์หากำลังต้านทานแรงเฉือนในกรณีนี้สามารถทำได้ โดย-อาศัยทฤษฎีอีลาสติค และให้การแตกร้าวด้วยแรงเฉือนเริ่มเกิดขึ้น เมื่อหน่วยแรงดึงหลักสูงสุดของคอนกรีตมีค่าเกินกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต ซึ่งจากผลการทดลองจะมีค่าประมาณ $1.06\sqrt{f'_c}$ [25] โดยคำนวณหาแรงดึงหลักสูงสุดได้จากสมการ

$$f''_t = \sqrt{v^2 + (f_{c/2})^2} - f_{c/2} \qquad (2.27)$$

เมื่อ v = หน่วยแรงเฉือนที่ระดับใด ๆ

f_c = หน่วยแรงอัดที่เกิดขึ้น ณ จุดพิจารณา

โดยที่

$$v = \frac{VQ}{Ib} \qquad (2.28)$$

เมื่อ V = แรงเฉือนในแนวดิ่ง

Q = โมเมนต์ของพื้นที่หน้าตัดเหนือจุดพิจารณารอบแกนสะเทิน

I = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลง

b = ความกว้างของคาน

ข. กำลังต้านทานแรงเฉือนโดยคอนกรีตต่อการแตกร้าวทะแยง หลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก

ค่าหน่วยแรงเฉือนของคาน หรือแผ่นพื้น-คาน จะประมาณตามมาตรฐาน ACI[26] จากสูตร

$$v = \frac{V}{b_w d} \qquad (2.29)$$

d = ค่าที่มากของระยะจากผิวรับแรงอัดมายังแกนศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรง หรือ .80 ของความลึกทั้งหมด

b_w = ความกว้างของตัวอกคาน

และกำลังต้านทานแรงเฉือนในกรณีนี้ มีค่าเท่ากับค่าต่ำสุดของ V_{ci} หรือ V_{cw} โดยที่

$$V_{ci} = 0.159\sqrt{f'_c} + \frac{V_d + \frac{V_i \bar{M}_{cr}}{M_{max}}}{b_w d} \qquad (2.30)$$

เมื่อ V_d = ค่าแรงเฉือน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่

V_i = $V_u - V_d$

V_u, M_u = แรงเฉือนและโมเมนต์ออกแบบทั้งหมดตามลำดับ

M_{max} = $M_u - M_d$

M_d = โมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่

$\bar{M}_{cr}$ = โมเมนต์ดัดแตกร้าว ซึ่งเพิ่มจากน้ำหนักบรรทุกคงที่

และ $V_{cw} = .928\sqrt{f'_c} + .3f_{pc} \qquad (2.31)$

เมื่อ f_{pc} = หน่วยแรงอัดที่ตำแหน่งแกนสะเทิน หรือจุดตัดของตัวอกคานกับปีก

2.5.2 หน่วยแรงเฉือนทางแนวราบ

การหาค่าหน่วยแรงเฉือนทางแนวราบที่เกิดขึ้นบนตง หรือแผ่นพื้น-ตง จะคำนวณจากสมการ (2.28)

2.6 โมเมนต์ดัดแตกร้าว

โมเมนต์ดัดแตกร้าว คือ โมเมนต์ดัดที่ทำให้หน้าตัดคานเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก ซึ่งจะทำให้พฤติกรรมของคานเปลี่ยนแปลงไปจากช่วงแรกก่อนการแตกร้าว โมเมนต์ดัดแตกร้าวนี้สามารถวิเคราะห์ได้ โดยทฤษฎีอีลาสติค และมักสมมุติว่าคอนกรีตจะแตกร้าวเมื่อหน่วยแรงดึง-สูงสุดที่ผิวนอกสุดของหน้าตัด มีค่าเกินโมดูลัสแตกร้าว

ถ้าให้ M_{cr} เป็นโมเมนต์ดัดที่ทำให้หน้าตัดเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก หน่วยแรงดึงที่ผิวนอกสุดของหน้าตัดมีค่าเท่ากับโมดูลัสแตกร้าว f_r และจากสมการ (2.3) และ (2.7) จะได้ว่า

กรณีตง

$$M_{cr} = F e + \frac{F I_{cp}}{A_{cp} C_{2p}} + \frac{f_r I_{cp}}{C_{2p}} \qquad (2.32)$$

กรณีของแผ่นพื้น-ตง

$$M_{cr} = \frac{F e C_{2p} I_{cc}}{C_{2c} I_{cp}} + \frac{F I_{cc}}{A_{cp} C_{2c}} + \frac{f_r I_{cc}}{C_{cc}} - \frac{M_d C_{2p} I_{cc}}{C_{2c} I_{cp}} \qquad (2.33)$$

โดยที่ C_{2p} = ระยะจากแกนสะเทินของตงไปยังผิวล่างสุดของตง

C_{2c} = ระยะจากแกนสะเทินของแผ่นพื้น-ตง ไปยังผิวล่างสุดของแผ่นพื้น-ตง

M_d = โมเมนต์ดัดเนื่องจากน้ำหนักของแผ่นพื้น-ตง

จากสมการ (2.32) และ (2.33) เมื่อทราบค่าโมดูลัสแตกร้าวของคอนกรีตก็จะทำให้สามารถคาดคะเนโมเมนต์ดัดแตกร้าวของตง และแผ่นพื้น-ตงได้ มาตรฐาน ACI[26] กำหนดให้ใช้ค่าโมดูลัสแตกร้าวของคอนกรีต (f_r) เท่ากับ $1.99\sqrt{f'_c}$ กก./ซม.^{2}

2.7 กำลังดัดประลัย

กำลังดัดประลัยของคานเป็นค่าสูงสุดของแรงดัดที่คานสามารถรับได้ การวิเคราะห์โดยละเอียด เพื่อหากำลังประลัยนั้นยุ่งยากมาก เนื่องจากทั้งเหล็กเสริมอัดแรง และคอนกรีตจะมีหน่วยแรงเลยเข้าไปในช่วงอินอีลาสติค ซึ่งที่สถานะนี้จะมีพฤติกรรมไม่เชิงเส้น แต่จากสมมุติฐานดังกล่าวข้างต้น และโดยการใช้ความสัมพันธ์ของหน่วยแรง และความเครียดของวัสดุ Strain Compatibility ทำให้สามารถคาดคะเนกำลังดัดประลัยของคานคอนกรีตอัดแรงแบบยึดเกาะได้ ดังนี้ (22, 24)

จากการสมมุติการกระจายของความเครียด และหน่วยแรงที่จุดประลัยดังรูปที่ 2.5 พิจารณารูปที่ 2.5 (ข) จะได้ว่า

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \qquad (2.34)$$

$$\varepsilon_{ps} = \frac{f_{pe}}{E_{ps}} + \frac{F_e}{AE_c}\left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) + .003\left(\frac{d-c}{c}\right) \qquad (2.35)$$

โดยที่ ε_{ps} = ความเครียดในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดประลัยของคาน

$\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ = ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรง เนื่องจากการอัดแรง

ε_3 = ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงเนื่องจากแรงภายนอก

f_{pe} = หน่วยแรงประสิทธิผลในเหล็กเสริมอัดแรง

F_e = แรงอัดประสิทธิผลในเหล็กเสริมอัดแรง

r = รัศมีไจเรชั่นของหน้าตัด

d = ระยะจากผิวรับแรงอัดนอกสุดไปยังจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริม

c = ระยะจากผิวรับแรงอัดนอกสุด ไปยังแกนสะเทิน

จากรูปที่ 2.5 (ค) จะได้ว่า

$$C_c = T$$

หรือ $$bf'_c \frac{\emptyset}{\varepsilon_o} c^2 [1 - \frac{\emptyset c}{3\varepsilon_o}] = A_{ps} f_{ps} \quad (2.36)$$

และกำลังดัดประลัยของคานเท่ากับ

$$M'_u = T (d - c + \bar{X})$$

$$= A_{ps} f_{ps} [d - c + c(\frac{8\varepsilon_o - 3 \emptyset c}{12\varepsilon_o - 4 \emptyset c})] \quad (2.37)$$

โดยที่ M'_u = กำลังดัดประลัยของคาน

A_{ps} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง

f_{ps} = หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดประลัยของคาน

ซึ่งการหากำลังดัดประลัยของคานตามสมการ (2.37) ดังกล่าวนี้ จะต้องใช้วิธี Trial and Error โดยอาจทำได้ ดังนี้

1. สมมุติตำแหน่งของแกนสะเทิน (c) แล้วหาค่าความเครียดในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดประลัยของคาน (ε_{ps}) โดยสมการ (2.35)
2. ใช้ความเครียดจากข้อ 1 หาค่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงจากกราฟความสัมพันธ์ของหน่วยแรงดึง กับความเครียดของเหล็กเสริมอัดแรง
3. คำนวณหาค่าแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง
4. เปรียบเทียบค่าแรงดึงกับแรงอัด ตามสมการ (2.36) ถ้าไม่เท่ากันให้ย้อนกลับไปข้อ 1 ใหม่ กระทำจนกระทั่งค่าแรงดึงเท่ากับแรงอัด
5. จากค่าตำแหน่งแกนสะเทิน (c) ครั้งสุดท้ายที่ถูกต้อง นำไปหาค่ากำลังดัดประลัยของคานจากสมการ (2.37)

นอกจากนี้ ACI 318 - 77[26] ได้ให้ค่าประมาณหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดคัดประลัยของคานคอนกรีตอัดแรงแบบยึดเกาะ ซึ่งมีหน่วยแรงอัดประสิทธิผลในเหล็กเสริมอัดแรง f_{se} ไม่น้อยกว่า $.50\, f_{pu}$ ไว้ดังนี้

$$f_{ps} = f_{pu}\left(1 - \frac{.5\delta_p f_{pu}}{f'_c}\right) \qquad (2.38)$$

โดยที่ f_{pu} = หน่วยแรงดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง

$$\delta_p = \frac{A_{ps}}{bd}$$

= เปอร์เซนต์ของเหล็กเสริมอัดแรง

และให้ค่ากำลังคัดประลัยของคานอัดแรงแบบมีปีกไว้ ดังนี้

1. กรณีที่ค่าดรรชนีเหล็กเสริมอัดแรง $\frac{\delta_p f_{ps}}{f'_c}$ มีค่าน้อยกว่า 0.3

ก. เมื่อแกนสะเทินอยู่ในปีก

$$M'_u = A_{ps} f_{ps} d\left(1 - .59\frac{\delta_p f_{ps}}{f'_c}\right) \qquad (2.39)$$

ข. เมื่อแกนสะเทินอยู่นอกปีก

จะแยกพิจารณาแรงอัดออกเป็นสองส่วน (ดังรูปที่ 2.6) อันจะประกอบด้วนส่วนปีกคานส่วนยื่น ซึ่งมีความกว้างรวมกันเท่ากับ $(b - b_w)$ และความลึก h_f (รูปที่ 2.6 ข) กับส่วนในตัวอกคาน (รูปที่ 2.6 ค) ซึ่งจะได้ว่า

$$M'_u = A_{pw} f_{ps} d\left(1 - \frac{.59 A_{pw} f_{ps}}{d f'_c b_w}\right) + .85 f'_c (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \qquad (2.40)$$

เมื่อ $A_{pw} = A_{ps} - A_{pf}$

$$A_{pf} = \frac{.85\, f'_c (b - b_w)\, h_f}{f_{ps}}$$

โดยที่ A_{ps} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง

A_{pf} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรงเพียงพอที่จะทำให้เกิดแรงอัดประลัยในปีกคานส่วนยื่น

A_{pw} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรงเพียงพอที่จะทำให้เกิดแรงอัดประลัยในตัวอกคาน

b = ความกว้างของปีกคาน

b_w = ความกว้างของตัวอกคาน

h_f = ความหนาของปีกคาน

2. กรณีค่าดรรชนีเหล็กเสริมอัดแรง $\delta_p \frac{f_{ps}}{f'_c}$ มีค่ามากกว่า 0.3

ก. เมื่อแกนสะเทินอยู่ในปีก

$$M'_u = .25 f'_c bd^2 \qquad (2.41)$$

ข. เมื่อแกนสะเทินอยู่นอกปีก

จะแยกพิจารณาแรงอัดออกเป็นสองส่วนเช่นเดียวกับกรณีที่ค่าดัชนีเหล็กเสริมอัดแรง $\frac{\delta_p f_{ps}}{f'_c}$ มีค่าน้อยกว่า 0.3 และแกนสะเทินอยู่นอกปีก ซึ่งจะได้ว่า

$$M'_u = .25 f'_c b_w d^2 + .85 f'_c (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \qquad (2.42)$$

การวิเคราะห์หากำลังดัดประลัยของคานและแผ่นพื้น- คานที่ใช้ทดสอบทุกตัวนั้น จะใช้ทั้งวิธี Strain Compatibility[22, 24] และวิธีของ ACI 318 - 77[26]

และเนื่องจากช่วงเวลาของการวิจัยนั้นสั้น ดังนั้นผลการกระจายของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการหดตัวที่ไม่เท่ากัน (Differential shrinkage) ระหว่างคานกับแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อกับที่จะไม่นำมาพิจารณา