บทที่ 2

วิธีการและทฤษฎี

การศึกษาเพื่อพัฒนาวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบด้วยวิธีอย่างง่าย ในงานวิจัยนี้มีวิธีการคือ สร้างแบบจำลองต้นแบบและทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ (Finite element) ให้ได้ผลลัพธ์เพื่อนำมาคำนวณหาค่าสติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness) หลังจากนั้นจึงทำการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าสติฟเนสยึดโยง ที่มีต่อตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อที่จะนำไปใช้ในวิธีอย่างง่าย

แบบจำลองที่ใช้ในวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์

วิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ เป็นวิธีเชิงเลขที่นำมาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบได้ โดยการแบ่งแผ่นพื้นออกเป็นชิ้นส่วนเล็ก ๆ จำนวนมาก การวิเคราะห์จะพิจารณาแรงกระทำและความต่อเนื่องของมุมหมุน (Slope) และการโก่งตัว (Deflection) ที่จุดต่อของแต่ละชิ้นส่วน เพื่อที่จะให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของสภาวะสมดุลย์ (Equilibrium) และสภาพขอบ (Boundary condition) การเลือกชนิดและรูปร่างของชิ้นส่วน คุณสมบัติการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ลักษณะการแบ่งชิ้นส่วน และจำนวนชิ้นส่วนที่แบ่งล้วนมีผลต่อผลลัพธ์ที่ได้ว่าจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงมากน้อยเพียงใด

การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ สำหรับงานวิจัยนี้ จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป SAP IV (Klaus, Edward และ Fred, 1974) ซึ่งแบบจำลองที่ใช้ประกอบด้วยชิ้นส่วน (Element) 2 ประเภท คือ ชิ้นส่วนแผ่นบางและเปลือกบาง (Plate and shell elements, quadrilateral) แทนโครงสร้างแผ่นพื้น และชิ้นส่วนคานใน 3 มิติ (Three-dimensional beam elements) แทนโครงสร้างเสา ซึ่งจะเห็นว่าไม่ได้คำนึงถึงผลเนื่องจากขนาดเสาที่มีต่อโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ จึงทำให้แบบจำลองนี้คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงบ้าง แต่ถ้าเสามีขนาดไม่ใหญ่มากนัก ความคลาดเคลื่อนดังกล่าวจะ

มีค่าน้อย ดังจะเห็นได้จากการเปรียบเทียบแบบจำลองนี้กับแบบจำลองที่พิจารณาถึงผลของขนาดเสามาเกี่ยวข้อง โดยใช้ชิ้นส่วนตันรูปลูกบาศก์ใน 3 มิติ (Three-dimensional solid elements, eight node brick) แทนโครงสร้างเสาดังแสดงในภาคผนวก ก. และชิ้นส่วนที่ใช้กับแบบจำลองสำหรับงานวิจัยนี้มีรายละเอียด คือ

1. ชิ้นส่วนแผ่นบางและเปลือกบาง เป็นชิ้นส่วนเปลือกบาง รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ซึ่งประกอบขึ้นจากรูปสามเหลี่ยม 4 รูป โดยมีพฤติกรรมเชิงดัด(Flexural behavior)และลักษณะของหน่วยแรงในระนาบ (Plane stress) ที่แตกต่างกันในแต่ละทิศทาง (Anisotropic material) โดยมีจำนวนจุดต่อ (node) เท่ากับ 4 จุดต่อ ใน 1 ชิ้นส่วน (Element) และแต่ละจุดต่อมีค่าองศาความอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ 6 จึงรวมเป็น 24 ค่าต่อ 1 ชิ้นส่วน รับแรงกระทำในทิศทางตั้งฉากกับระนาบ

ในแบบจำลองที่ใช้ในงานวิจัยนี้ แผ่นพื้นอยู่ในระนาบ X-Y กำหนดจำนวนช่วงเสาในด้านที่พิจารณาตั้งแต่ 1, 2, 3 และ 4 ช่วงความยาวช่วงของพื้น,L_1 เท่ากันทุกช่วง ส่วนจำนวนช่วงเสาในทิศทางตั้งฉากถือว่ามีจำนวนมากและมีความยาวช่วงเท่า ๆ กัน ความกว้างของพื้น,L_2 เท่ากับระยะระหว่างแนวกึ่งกลางของช่วงเสาด้านตั้งฉาก พื้นมีความหนา, h คงที่ตลอดแผ่น แบ่งแผ่นพื้นทั้งสองทิศทางในแต่ละช่วงเสาออกเป็น 8 ส่วนเท่า ๆ กัน และเนื่องจากแผ่นพื้นที่ใช้เป็นแผ่นพื้นภายใน แรงภายในแผ่นพื้นในแนวขอบของเฟรมที่พิจารณาจะทราบได้จากคุณสมบัติการสมมาตรว่า แรงเฉือนและแรงบิดจะมีค่าเท่ากับศูนย์ แต่โมเมนต์จะไม่เท่ากับศูนย์ และเนื่องจากความลาดเอียงของแผ่นพื้นในแนวนี้มีค่าเท่ากับศูนย์ จึงกำหนดให้สภาพขอบของแผ่นพื้นตลอดแนวไม่มีการหมุนรอบแกน X แผ่นพื้นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอในแนวดิ่ง 1.0 ตันต่อตารางเมตร ดังแสดงในรูปที่ 2.1

2. ชิ้นส่วนคานใน 3 มิติ ซึ่งพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากแรงดัด แรงบิด แรงในแนวแกน และแรงเฉือน ชิ้นส่วนมีหน้าตัดสม่ำเสมอตลอดความยาว (Prismatic) และมีจำนวนจุดต่อ (node) 2 จุดต่อใน 1 ชิ้นส่วน ซึ่งแต่ละจุดต่อมีค่าองศาความอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ 6 รวมเป็น 12 ค่าต่อ 1 ชิ้นส่วน

ในแบบจำลองที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เสามีทิศทางขนานกับแกน Z ต่อกับพื้นชั้นไปชั้นบน และลงไปชั้นล่าง อย่างละ 1 ชั้น โดยให้ทั้งปลายบน และปลายล่างของเสาที่ระดับพื้นชั้นถัดไปมี

สภาพยืดแน่น ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 2.1

<u>การจำลองแบบโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ เพื่อการวิเคราะห์ด้วยวิธีอย่างง่าย</u>

การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบด้วยวิธีอย่างง่ายที่เสนอในงานวิจัยนี้ จะแปลงปัญหาของโครงสร้างแบบ 3 มิติ โดยแบ่งโครงสร้างตามแนวกึ่งกลางของช่วงเสาด้านตั้งฉากกับทิศทางที่พิจารณา เช่นเดียวกันกับที่แสดงในรูปที่ 1.1 มาเป็นปัญหาแบบ 2 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 1.2 โดยที่โครงสร้างในแนวนอนคือ แผ่นพื้น กำหนดให้มีค่าสติฟเนสตามหน้าตัดสม่ำเสมอตลอดความยาว (Prismatic) ส่วนโครงสร้างในแนวยืนคือ เสาเสมือน กำหนดให้มีค่าสติฟเนสร่วมระหว่าง สติฟเนสของเสา และสติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness) โดยที่สติฟเนสของเสากำหนดให้มีค่าตามหน้าสม่ำเสมอตลอดความยาว แต่ค่าสติฟเนสยึดโยงในงานวิจัยนี้จะศึกษาจากความสัมพันธ์กับตัวแปรต่าง ๆ ส่วนสติฟเนสของชิ้นส่วนต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้นจะมีรายละเอียดการคำนวณดังต่อไปนี้

สติฟเนสของพื้น, K_s

จากรูปที่ 2.2 ได้แสดงถึงโครงสร้างพื้น ซึ่งจะมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย, I_s ตามความหนาและความกว้าง และสติฟเนสของพื้น, K_s คำนวณได้จากสูตรสำหรับชิ้นส่วนหน้าตัดสม่ำเสมอตลอดความยาว คือ

$$I_s = \frac{1}{12}(L_2)(h)^3 \qquad .....(2.1)$$

$$K_s = \frac{4EI_s}{L_1} \qquad .....(2.2)$$

โดยที่ h = ความหนาของพื้น

L_1 = ความยาวช่วงของพื้น

L_2 = ความกว้างของพื้น

สติฟเนสของเสา, K_c

ในรูปที่ 2.3 ซึ่งแสดงถึงโครงสร้างเสา ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของเสา, I_c และสติฟเนสของเสา,K_c คำนวณได้จากสูตรสำหรับชิ้นส่วนหน้าตัดสม่ำเสมอตลอดความยาว คือ

$$I_c = \frac{1}{12}(C_2)(C_1)^3 \qquad .....(2.3)$$

$$K_c = \frac{\Sigma 4EI_c}{L_c} \qquad .....(2.4)$$

โดยที่ C_1 = ความลึกของเสา

C_2 = ความกว้างของเสา

L_c = ความสูงระหว่างชั้น

สติฟเนสยึดโยง, K_t

สติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness) นั้น จะทำการศึกษาในงานวิจัยนี้ ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวแปรต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. ความหนาของพื้น, h
2. ความยาวช่วงของพื้น, L_1
3. ความกว้างของพื้น, L_2
4. โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ, E
5. สติฟเนสของเสา, K_c

สติฟเนสของเสาเสมือน, K_{ec}

เสาเสมือนที่สมมุติขึ้นนั้น ประกอบด้วยส่วนของเสาที่อยู่ชั้นบน และชั้นล่างของพื้น กับส่วนของแผ่นพื้นที่ติดอยู่กับเสาเช่นเดียวกับรูปที่ 2.4 ค่าสติฟเนสของเสาเสมือน กำหนดให้มีความสัมพันธ์เป็นดังสมการที่ (2.5) ดังนี้

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_b} \quad \text{.....(2.5)}$$

โดยที่ K_c = สติฟเนสของเสา

K_b = สติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness)

หลังจากที่หาสติฟเนสของชิ้นส่วนต่างๆ ได้แล้ว ก็จะสามารถวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีต่าง ๆ ตามความเหมาะสมได้ เช่น วิธีกระจายโมเมนต์ (Moment distribution) วิธีเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement method) เป็นต้น แต่สำหรับในงานวิจัยนี้จะใช้การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง ดังรายละเอียด คือ

<u>การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง</u>

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง สำหรับโครงข้อแข็ง 1 ชั้น ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งประกอบด้วยแผ่นพื้นและเสาเสมือน โดยที่ปลายบนและปลายล่างของเสาเสมือนที่ระดับพื้นชั้นถัดไปมีสภาพยึดแน่น เป็นดังนี้

จากสภาวะสมดุลของโครงสร้าง จะได้ว่า

$$\{ M_E \} = \{ M_F \} + [K] \{ \theta_n \} \quad \text{.....(2.6)}$$

โดยที่ $\{ M_E \}$ = โมเมนต์ภายนอกที่กระทำที่จุดต่อ

$\{ M_F \}$ = โมเมนต์ในแผ่นพื้นที่ยึดแน่นปลาย

$[K]$ = สติฟเนสรวมของโครงสร้าง

$\{ \theta_n \}$ = มุมหมุนของพื้น

แต่โมเมนต์ภายนอกที่กระทำที่จุดต่อ, $\{ M_E \} = \{ 0 \}$ ดังนั้น

$$\{ 0 \} = \{ M_F \} + [K] \{ \theta_n \} \quad \text{.....(2.7)}$$

หรือ $$[K] \{ \theta_s \} = - \{ M_F \} \qquad .....(2.8)$$

สมการที่ (2.8) เป็นสมการที่ใช้สำหรับวิเคราะห์โครงสร้าง ด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง นี้ ซึ่งสติฟเนสรวมของโครงสร้างนั้นได้จากการรวมสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อยต่าง ๆ ดังนี้

สติฟเนสของชิ้นส่วนแผ่นพื้น คือ

$$[K_s] = \frac{EI_s}{L_1} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad .....(2.9)$$

สติฟเนสของเสาเสมือน ซึ่งจะพิสูจน์ในหัวข้อต่อไป คือ

$$K_{sc} = \frac{K_c \cdot K_t}{K_c + K_t}$$

โดยที่ $$K_c = \frac{\Sigma 4EI_c}{L_c}$$

โมเมนต์ในแผ่นพื้นที่ยึดแน่นปลาย ภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ, w คือ

$$\{ M_F \} = \frac{w L_2 L_1^2}{12} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad .....(2.10ก)$$

โมเมนต์ในแผ่นพื้นที่ยึดแน่นปลาย ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นจุด, P คือ

$$\{ M_F \} = \frac{P a b}{L_1^2} \begin{Bmatrix} -b \\ a \end{Bmatrix} \qquad .....(2.10ข)$$

โดยที่ a = ระยะระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับที่รองรับทางซ้าย

b = ระยะระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับที่รองรับทางขวา

การหาค่าสติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness) จากผลลัพธ์ของวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์

จากผลลัพธ์ของการวิเคราะห์แบบจำลองของโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ ด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ ภายใต้แรงกระทำเป็นน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอในแนวดิ่ง ซึ่งได้แก่ การเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement) ทั้งการเคลื่อนที่ (Translation) และการหมุน (Rotation) แรงภายในชิ้นส่วนทั้งแผ่นพื้น และเสา แต่ค่าที่จะนำมาใช้สำหรับคำนวณหาค่าสติฟเนสยึดโยง, K_t คือ มุมหมุนที่จุดต่อของแผ่นพื้นและเสา, θ_c ซึ่งสูตรที่ใช้ในการคำนวณมีดังต่อไปนี้

จากแนวความคิดของเสาเสมือน ดังรูปที่ 2.4 จะได้ว่า

$$\theta_s = \theta_c + \Delta\theta \qquad .....(2.11)$$

โดย θ_s = มุมหมุนของพื้น

θ_c = มุมหมุนของเสา

$\Delta\theta$ = ผลต่างของมุมหมุนของพื้น และมุมหมุนของเสา

หรือเขียนความสัมพันธ์ในรูปของสติฟเนส ได้ดังนี้

$$\frac{1}{K_{sc}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}$$

$$K_{sc} = \frac{K_c \cdot K_t}{K_c + K_t} \qquad .....(2.12)$$

และจากสมการ (2.11) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_c \qquad .....(2.13)$$

แต่ $\Delta\theta = \frac{M}{K_t}$ ดังนั้น

$$K_s = \frac{M}{\theta_s - \theta_c} \qquad .....(2.14)$$

และ $M = K_c \cdot \theta_c$ ซึ่งจะได้ว่า

$$K_s = \frac{K_c \cdot \theta_c}{\theta_s - \theta_c} \qquad .....(2.15)$$

ในการคำนวณค่า $\{ K_s \}$ ด้วยวิธีแทนค่ากลับไปกลับมา จะต้องมีการตรวจสอบผลต่างระหว่าง $\{ K_{s,i+1} \}$ และ $\{ K_{s,i} \}$ จึงกำหนดให้ใช้ฟังก์ชัน NORM ดังนี้

$$NORM \{ K_s \} = \frac{\sqrt{\Sigma(K_{s,i+1} - K_{s,i})^2}}{\sqrt{\Sigma(K_{s,i+1})^2}} \qquad .....(2.16)$$

การคำนวณหาค่าสติฟเนสยึดโยง, K_s จากผลลัพธ์ของวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์นั้น จะได้จากการแก้สมการที่ (2.8) ซึ่งเป็นสมการสมดุลของโครงสร้าง แต่เนื่องจาก เวกเตอร์ของ K_s, $\{ K_s \}$ มีความสัมพันธ์ ทั้งกับ เมตริกซ์ของสติฟเนสรวมของโครงสร้าง, $[K]$ คือเป็นส่วนหนึ่งของสติฟเนสของเสาเสมือน และกับเวกเตอร์ของมุมหมุนของพื้น, $\{ \theta_s \}$ ตามสมการที่ (2.15) จึงทำให้ไม่สามารถแก้สมการที่ (2.8) หาค่าของ $\{K_s\}$ ได้โดยตรง จะต้องใช้วิธีแทนค่ากลับไปกลับมา (Iteration) เป็นจำนวนหลายรอบ จนกว่า $\{ K_s \}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งหากทำการคำนวณด้วยมือจะต้องใช้เวลามาก ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงได้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขึ้นมาใช้คำนวณแทนการคำนวณด้วยมือ ซึ่งโปรแกรมดังกล่าวมีขั้นตอนการทำงานโดยสรุป คือ

1. ป้อนข้อมูลโครงสร้าง และผลลัพธ์จากวิธี Finite Element คือ $\{ \theta_c \}$
2. คำนวณค่า $\{ M_F \}$
3. กำหนดค่าเริ่มต้น $\{ K_s \}$ ซึ่งในที่นี้จะใช้ $\{ K_s \} = \{ 0 \}$ เป็นค่าเริ่มต้น
4. คำนวณค่าของ $\{ K_{sc} \}$ และประกอบเป็นสติฟเนสรวมของโครงสร้าง $[K]$
5. แก้สมการ (2.8) หาค่าของ $\{ \theta_s \}$
6. คำนวณค่าของ $\{ K_s \}$ ตามสมการที่ (2.15)

7. ตรวจสอบเงื่อนไข NORM $\{ K_{\nu} \} < e$ โดยที่ e มีค่าน้อย ๆ

ถ้าเงื่อนไขเป็นเท็จ ให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 4 ใหม่ โดยใช้ $\{ K_{\nu} \}$ ที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 6 ถ้าเงื่อนไขเป็นจริง ก็จะได้คำตอบ คือ $\{ K_{\nu} \}$ และจบการทำงาน

017169

i 10313485