บทที่1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การกะประมาณจำนวน (numerosity estimation) เป็นความสามารถอย่างหนึ่งที่มีความสำคัญในการคิดการเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (mathematical cognition) และเป็นกระบวนการที่แผ่ขยายเข้ามาในการดำรงชีวิตทั้งในเด็กและผู้ใหญ่ มีคำถามจำนวนมากที่เกี่ยวข้องกับการคาดคะเน เช่น จะต้องใช้เวลานานเท่าไรในการเดินทางกลับถึงบ้าน จะต้องมีเงินมากเท่าไรจึงจะซื้อของได้เต็มรถเข็น วัตถุนี้หนักเท่าไร ระยะทางจากตรงนี้ไปถึงตรงนั้นห่างกันเท่าไร เป็นต้น ซึ่งหากปราศจากความสามารถที่จะประมาณค่าได้อย่างแม่นยำ และมีเหตุผลแล้ว ชีวิตเราก็จะเกิดความยุ่งยากได้ (Siegler & Booth, 2004) การกะประมาณจำนวนเป็นการกระทำที่ต้องใช้อยู่ในชีวิตประจำวัน มากกว่ากระบวนการคิดเชิงปริมาณอื่นๆ นอกจากนั้นการกะประมาณจำนวนยังมีความสัมพันธ์อย่างเฉพาะเจาะจงกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะทางเลขคณิต (arithmetic skill) และมีความสัมพันธ์กับการวัดความสามารถทั่วไปทางคณิตศาสตร์ เช่นคะแนนการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Dowker, 2003 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2004) แต่ความสามารถในการกะประมาณจำนวนเป็นปัจจัยที่นำไปสู่ความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ในปัจจุบันยังไม่ทราบคำตอบ แต่มีปัจจัยบางอย่างที่อาจจะเกี่ยวข้องกับความสามารถนี้ เช่น ในการศึกษาพัฒนาการในการกะประมาณบนเส้นจำนวน พบว่ามีผลทำให้เด็กพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนและทศนิยมได้ดีขึ้น เช่นเดียวกับการศึกษาในเด็กไทยระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบสหสัมพันธ์ระดับปานกลางระหว่างความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวนกับสัมฤทธิ์ผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (สมจิต ชิวปรีชา, 2514) และความสำคัญอีกประการหนึ่งของความสามารถในการกะประมาณจำนวน คือ เป็นการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในวิธีการที่ยืดหยุ่น และเป็นวิธีในการดัดแปลงการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเป้าหมายหลักของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

การกะประมาณจึงมีความสำคัญสามารถสรุปได้คือ1) เป็นสิ่งที่ต้องใช้อยู่ในชีวิตประจำวันทั้งในเด็กและผู้ใหญ่ 2) มีความสัมพันธ์กับความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ และ 3) เป็นการใช้วิธีที่ยืดหยุ่น นำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ยืดหยุ่น เป็นส่วนที่สำคัญอย่างยิ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์แนวใหม่ ซึ่ง National Council of

Teachers of Mathematic (NCTM, 2000 อ้างถึงใน Reys, Lindquist, Lambdin, Smith, & Suydam, 2004) ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนเรื่องจำนวนและการปฏิบัติการ สำหรับเด็กอนุบาล เกรด 1 และเกรด 2 ไว้ดังนี้

มาตรฐานที่ 1 เข้าใจจำนวน วิธีการแทนจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และระบบจำนวน

1.1 เด็กต้องเข้าใจการนับ และบอกจำนวนในกลุ่มจำนวนได้

1.2 สามารถใช้รูปแบบหลากหลายเพื่อพัฒนาความเข้าใจพื้นฐานของค่าประจำตำแหน่ง และระบบเลขฐานสิบได้

1.3 พัฒนาความเข้าใจความสัมพันธ์ของตำแหน่ง และขนาดของจำนวนเต็ม การเรียงลำดับ (ordinal) และบอกค่าของจำนวนทั้งหมด (cardinal) และเข้าใจความสัมพันธ์เหล่านั้นได้

1.4 พัฒนาความรู้ทางจำนวนเต็ม (sense of whole number) และการใช้ตัวแทน และใช้ความเข้าใจนั้นในวิธีการที่ยืดหยุ่น รวมทั้งเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างการรวม (composing) และการแยก (decomposing) จำนวนได้

1.5 เชื่อมโยงคำที่แสดงจำนวนและตัวเลขไปเป็นปริมาณ เด็กสามารถใช้ตัวแทนและรูปแบบทางกายภาพและตัวแทนที่หลากหลายได้

1.6 เข้าใจเรื่องเศษส่วนได้ เช่น ¼ และ ½

มาตรฐาน 2 เข้าใจความหมายของปฏิบัติการ และวิธีการใช้ปฏิบัติการต่างๆ ได้

2.1 เข้าใจความหมายของการบวก และลบ และความสัมพันธ์ของการบวกและลบ

2.2 เข้าใจผลของการบวก และการลบจำนวนเต็ม

2.3 เข้าใจสถานการณ์ที่เกิดจากการคูณและหาร

มาตรฐาน 3 การคำนวณอย่างคล่องแคล่ว และประมาณค่าได้อย่างมีเหตุผล

3.1 พัฒนาและใช้กลวิธีสำหรับคำนวณจำนวนเต็ม มุ่งเน้นการบวกและลบ

3.2 พัฒนาความคล่องแคล่ว ด้วยการรวมกันของเลขพื้นฐานสำหรับการบวกและลบ

3.3 ใช้วิธีการและเครื่องมือที่หลากหลายเพื่อคำนวณ เช่น การคำนวณในใจ การกะประมาณ การเขียนในกระดาษ และการใช้เครื่องคิดเลข

นอกจากนี้สภาการวิจัยแห่งชาติ (National Research Council) ของสหรัฐอเมริกา (1989 อ้างถึงใน Reys et al, 2004) ยังเสนอแนะว่าเด็กจำเป็นต้องเรียนรู้ว่าเมื่อใดที่ต้องใช้การกะประมาณจำนวนหรือเมื่อใดต้องหาคำตอบจริง ซึ่งการกะประมาณจำนวนจะเป็นสิ่งที่ช่วยยืนยันผลลัพธ์ที่เกิดจากการคิดด้วยเครื่องคิดเลขได้ด้วย และจะเป็นวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาหาก

ไม่มีเครื่องอำนวยความสะดวกทั้งดินสอหรือเครื่องคิดเลข และจากการวิจัยยังพบอีกว่าร้อยละ 80 ของการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อยู่ในชีวิตประจำวัน ต้องอาศัยการคิดเลขในใจและการกะประมาณจำนวน มากกว่าการคำนวณในกระดาษ หรือเครื่องคิดเลข (Sowder, 1992 อ้างถึงใน Reys et al, 2004)

จากความสำคัญของการกะประมาณจำนวนจึงได้แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของรูปแบบการคำนวณด้วยวิธีต่างๆ จากอดีตจนถึงการคาดการณ์ในอนาคต (Reys et al, 2004, p. 231) ไว้ในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงเปอร์เซ็นต์ในการใช้รูปแบบในการคำนวณตั้งแต่อดีตไปสู่อนาคต

รูปแบบการคำนวณ	เปอร์เซ็นต์การใช้รูปแบบในการคำนวณ			
	ปี 1875	ปี 1975	ปี 2000	ปี 2025
การใช้กระดาษทดเลข	50	85	75	30
การคิดเลขในใจ	50	10	15	35
การกะประมาณจำนวน	0	5	10	35

จากตารางที่ 1.1 จะเห็นได้ว่าจากการคาดการณ์ของสภาการวิจัยแห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้แสดงให้เห็นแนวโน้มของการใช้วิธีในการคิดคำนวณ ในรูปแบบของการคิดเลขในใจและการกะประมาณที่เพิ่มสูงขึ้นจากอดีตไปสู่อนาคต ซึ่งแสดงให้เห็นความสำคัญของวิธีการคำนวณที่ยืดหยุ่นที่จำเป็นต้องใช้ในนักเรียนระดับประถมศึกษา แม้ว่าความสำคัญของการกะประมาณจำนวนจะมีทั้งในและนอกโรงเรียน แต่เราทราบเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวน้อยกว่าความรู้เกี่ยวกับความสามารถทางปริมาณพื้นฐานด้านอื่นๆ เช่น การนับ (counting) การนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) และการบวกเลข (Geary, 1994) เหตุผลหนึ่งคือการกะประมาณจำนวนถูกรวบรวมไว้ในช่วงของงานที่กว้างมาก และเป็นความรู้มากกว่ากระบวนการความเข้าใจเชิงปริมาณ ในบางงานของการกะประมาณจำนวน เช่น การกะประมาณระยะทาง เวลา หรือเงินจำเป็นต้องมีความรู้เรื่องของหน่วยวัดเช่น ไมล์ นาที หรือ ดอลลาร์ งานอื่นๆ ของการกะประมาณเช่น การกะประมาณจำนวนคนในห้องหรือจุดบนกระดาษ ซึ่งไม่ต้องอาศัยความรู้ เช่นเดียวกับการใช้ความรู้บางอย่างในการกะประมาณ เช่น การกะประมาณประชากรของประเทศ และอาณาเขตดินแดน จำเป็นต้องมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้นทั้งหมดเพื่อนำมาสู่การกะ

ประมาณ ยังมีการกะประมาณอื่นๆ เช่น กะประมาณจำนวนของลูกกวาดในขวดโหล ซึ่งไม่ต้องอาศัยความรู้ ความหลากหลายของงานนี้ และความรู้ที่จำเป็นต้องมีมาก่อนทำให้มีความยากลำบากในการระบุกระบวนการที่จะทำให้ทุกประเภทของการกะประมาณรวมเป็นหนึ่งเดียวกันได้

แม้กระทั่งนักจิตวิทยาพัฒนาการเอง ยังขาดทฤษฎีในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Schliemann & Carraher, 2002) ซึ่งจะอธิบายว่าผู้เรียนใช้ระบบสัญลักษณ์เพื่อไปสู่ความคิดของพวกเขาได้อย่างไร ดังนั้นจึงได้พยายามศึกษาว่าเด็กนักเรียนค่อยๆ พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร โดยพยายามมุ่งเน้นนำเสนออิทธิพลของทั้ง 2 ปัจจัยคือ ทั้งผลจากการกระทำของเด็กและประสบการณ์ และผลจากการเรียนการสอนที่ช่วยเพิ่มทักษะทางความคิดความเข้าใจของเด็กได้ ในการวิจัยจึงต้องการเปรียบเทียบให้เห็นความแตกต่างของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการเป็นตัวแทนที่หลากหลายจากประสบการณ์ทั้งภายในและนอกโรงเรียน ยกตัวอย่าง เช่น ในการทดสอบเรื่องพีชคณิตในเด็กอายุ 8-10 ปี พบว่า เด็กจะใช้ตัวแทนที่เป็นลักษณะของตนเองเพื่อแทนมโนทัศน์ในเรื่องดังกล่าว และเมื่อเด็กได้รับการสอนจะพบว่าเด็กจะเรียนรู้ในระยะยาว ดังนั้นนักจิตวิทยาพัฒนาการจึงมีความพยายามที่จะจำแนกคุณลักษณะของความคิดและการเรียนรู้ว่าเป็นแบบใด เช่น มีลักษณะของความเป็นสากล หรือได้รับอิทธิพลจากวัฒนธรรม เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการศึกษาพัฒนาการทางด้านคณิตศาสตร์ของเด็กต่อไป

การวิจัยในระหว่าง 25 ปีที่ผ่านมาได้ให้ความสำคัญแก่ข้อมูลพื้นฐานด้านความสามารถทางจำนวนของทารก และเด็กวัยก่อนเข้าโรงเรียน โดยสนใจที่ทักษะการนับ และความรู้เรื่องจำนวน การวิจัยจำนวนมากได้อภิปรายอย่างหนักแน่นว่าจำนวนเป็นความชำนาญตามธรรมชาติของมนุษย์ มนุษย์แรกเกิดมีความรู้สึกพื้นฐานด้านปริมาณแล้ว (fundamental sense of quantity) (Geary, 1994) และพบว่าความสามารถด้านจำนวนมีในสัตว์หลายสายพันธุ์ (species) อีกด้วย เช่นในการศึกษาในทารก ผู้ใหญ่ หรือสัตว์ไม่ว่าจะเป็นนกพิราบ หนู หรือลิง ก็ให้ผลการวิจัยที่เป็นลักษณะเดียวกัน นั่นคือพบความสามารถในการนับแบบไม่ออกเสียง สามารถเปรียบเทียบขนาดของจำนวนในใจ แสดงว่าการนับแบบไม่ออกเสียงเป็นการสร้างแผนที่ของจำนวนไปแทนจำนวนที่อยู่ในใจนั่นเอง (Gallistel & Gellman, 2000 ; Dehaene, 1997)

การศึกษาความสามารถทางจำนวนของทารกสามารถแบ่งออกเป็น 1) ความเข้าใจกลุ่มจำนวน (numerosity) 2) ความเข้าใจเรื่องลำดับ (ordinality) และ 3) เข้าใจเรื่องเลขคณิต (arithmetic) สำหรับการศึกษาเกี่ยวกับกลุ่มจำนวน (numerosity) ในระยะแรกเป็นการศึกษาความสามารถของทารกในการแยกแยะความแตกต่างระหว่างชุดของวัตถุที่มีจำนวนแตกต่างกัน โดยอาศัยกระบวนการเลิกให้ความสนใจ (habituation procedure) เมื่อแสดงกลุ่มจำนวนให้ดูซ้ำๆ

โดยมีระยะเวลาของการจ้องมองลดลง หมายความว่าทารกเลิกให้ความสนใจต่อสิ่งนั้นแล้ว จากนั้นทารกจะกลับมาสนใจอีกครั้ง (dishabituation) เมื่อกลุ่มจำนวนเปลี่ยนแปลงไป นักวิจัยพบว่าทารกอายุ 4 เดือน ถึง 7 เดือนครึ่ง สามารถแยกแยะวัตถุ 2 กับ 3 ชิ้นได้ การศึกษาต่อมายังพบอีกว่าทารกอายุ 7 เดือน สามารถเข้าใจความเท่าเทียมของจำนวนวัตถุ 2 กับ 3 ชิ้น โดยอาศัยการรับรู้ข้ามหมวดประสาทสัมผัสได้ (Starkey & Cooper, 1980, 1983 อ้างถึงใน เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์, 2536) แต่การศึกษาในปัจจุบันพบว่าทารกอายุ 6 เดือนสามารถแยกแยะจำนวนขนาดใหญ่ได้ คือสามารถแยกจำนวน 8 กับ 16 ได้ แต่ไม่สามารถแยกแยะระหว่างจำนวน 8 กับ 12 ได้ (Xu & Spelke, 2000) ในความไม่สอดคล้องของผลการศึกษาทั้งสองนี้จึงได้มีงานวิจัยที่ได้ศึกษาเพื่ออธิบายความสามารถในการแยกแยะจำนวนที่มีขนาดใหญ่และเล็กโดยใช้ระบบที่แตกต่างกัน 2 ระบบ คือ ระบบแรกเป็นระบบของการมองตามวัตถุ (object-tracking system) ซึ่งเป็นระบบของขนาดกลุ่มจำนวนจำกัดอยู่ที่ 3 หรือ 4 และระบบที่สองเป็นระบบการกะประมาณจำนวน ซึ่งสอดคล้องกับกฎของ Weber สำหรับกฎดังกล่าวนี้ค้นพบโดยนักจิตวิทยาชาวเยอรมัน ที่เรารู้จักกันในชื่อของ Scalar law หรือ Weber's law เป็นกฎที่อธิบายความสามารถในการแยกความแตกต่างของสิ่งเร้า โดยอาศัยสัดส่วนที่แตกต่างในการรับสิ่งเร้า มากกว่าการอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดจากค่าที่แตกต่างกันอย่างแท้จริง ซึ่งการรับรู้และความสามารถในการประมาณค่าของจำนวนมีความเกี่ยวข้องกันทั้งในมนุษย์ หนู หรือ นกพิราบ (Dehaene, 1997) จึงสามารถอธิบายได้ว่าการที่เด็กสามารถแยกแยะกลุ่มจำนวนที่มีขนาดใหญ่ได้ เช่น 4 กับ 8 แต่ไม่สามารถแยกแยะจำนวน 2 กับ 4 ได้ทั้งๆ ที่มีอัตราส่วนเดียวกันขึ้นอยู่กับวิธีการศึกษาในระบบทั้งสองนี้ (Xu, 2003) และกฎดังกล่าวนี้ได้อธิบายพฤติกรรมการกะประมาณจำนวนเช่นเดียวกับการให้ข้อมูลเกี่ยวกับการนับแบบไม่ใช้ภาษา ซึ่งเป็นกระบวนการที่แทนปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง หรือปริมาณที่สามารถนับได้ มีความหมายเกี่ยวข้องกับขนาดตามการกระจายของปริมาณที่ไม่มีทิศทาง (scalar variability) (Gallistel & Gelman, 2000)

นอกจากนี้ยังมีหลักฐานของกลไกการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) ที่มีขนาดกลุ่มจำนวนเท่ากับ 3 หรือน้อยกว่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาการนับระหว่างจำนวนที่มีขนาดเล็กและใหญ่ พบว่าในการนับวัตถุน้อยกว่า 4 ชิ้น จะมีความรวดเร็ว (ใช้เวลา 40-100 มิลลิวินาทีต่อวัตถุ) ไม่ต้องใช้ความพยายาม แต่มีความแม่นยำ ในขณะที่การนับจะเป็นไปอย่างช้าๆ เมื่อวัตถุและสิ่งของมีจำนวนมากกว่า 4 ชิ้น (ใช้เวลา 250-350 มิลลิวินาทีต่อวัตถุ) ซึ่งจะต้องใช้ความพยายามและอาจเกิดความผิดพลาดได้ (Trick & Pylyshyn, 1994) นอกจากนั้นการแยกแยะจำนวนเกี่ยวข้องกับผลของระยะห่าง (distance effect) โดยพบว่าผู้ใหญ่สามารถเปรียบเทียบคู่ของตัวเลขที่มีค่าห่างกันได้อย่างรวดเร็ว แต่เมื่อตัวเลขที่มีค่าใกล้เคียงกันมากจะไม่

สามารถทำได้ เช่น การแยกความแตกต่างระหว่าง 3 กับ 6 ง่ายกว่า การแยกความแตกต่างระหว่าง 4 กับ 6 หรือการแยกความแตกต่างระหว่าง 5 กับ 10 ง่ายกว่า 6 กับ 9 เป็นต้น นักวิจัยยังได้ศึกษาการตัดสินใจของเด็กในเรื่องของความไม่เท่าเทียมกันของจำนวน เมื่อเด็กดูตัวเลข 2 ตัวที่มีค่าแตกต่างกันตั้งแต่ 1-8 พบว่าระยะเวลาของการตอบสนอง และความผิดพลาดจะลดลงเมื่อระยะห่างของค่าตัวเลขเพิ่มขึ้น (Moyer & Landauer, 1967 ; Sekuler & Mierkiewiez, 1977)

การกะประมาณจะเบี่ยงเบนอย่างเป็นระบบจากค่าจริง เช่น เรามีแนวโน้มจะกะประมาณสูงกว่าความเป็นจริงเมื่อวัตถุกระจายแบบปกติ (regularly) บนกระดาษ ในทางตรงกันข้ามเรามีแนวโน้มที่จะกะประมาณต่ำกว่าความเป็นจริง เมื่อวัตถุกระจายแบบไม่ปกติ (irregularity) ทั้งนี้เนื่องจากระบบการมองเห็นของเรา การรับรู้จำนวนที่มีมากอาศัยกฎผลของระยะห่าง (distance effect) เช่นเราจะแยกแยะจำนวนที่มีค่าระยะห่างกันมากได้ง่ายกว่า เช่น 80 กับ 100 แยกแยะง่ายกว่า 81 กับ 82 นอกจากนั้นการรับรู้จำนวนสามารถอธิบายด้วยผลของขนาด (magnitude effect) เราจะใช้เวลานานเพื่อแยกแยะจำนวนที่มีค่ามากๆ เช่น 90 กับ 100 ซึ่งยากกว่าการแยกแยะจำนวนระหว่าง 10 กับ 20 นักวิจัยได้พบผลของระยะห่าง (distance effect) ในเด็กเล็กด้วย จากการศึกษาพบว่าเด็กอายุ 3 ถึง 5 ปี จะมีความยากลำบากในการแยกแยะกลุ่มจำนวนที่สัมพันธ์กันในอัตราส่วน 2:3 มากกว่าความสัมพันธ์ในอัตราส่วน 1:2 (Huntley-Fenner & Cannon, 2000) ปรากฏการณ์นี้สอดคล้องกับผลจากระยะห่างที่พบในผู้ใหญ่ ในปัจจุบันจากการศึกษารายงานว่าเด็กอายุ 5 ปี และผู้ใหญ่แสดงความคล้ายคลึงกันของกิจกรรมทางสมองในงานเปรียบเทียบจำนวน (numerical comparison tasks) (Temple & Posner, 1998) นอกจากนี้ในงานวิจัยของ Xu & Spelke (2000) พบว่าทารกอายุ 6 เดือน ก็สามารถแยกแยะกลุ่มของจุดที่มีขนาดใหญ่และแสดงให้เห็นผลจากระยะห่าง โดยผู้วิจัยได้ควบคุมตัวชี้แนะที่ไม่ใช่จำนวน (non-numerical cues) เช่น ความยาวของเส้นรอบขอบ (contour length) พบว่าทารกสามารถแยกแยะกลุ่มของจุดที่มีจำนวน 8 กับ 16 ได้ แต่ไม่สามารถแยะแยะ 8 กับ 12 ได้

ในบางการศึกษาของการกะประมาณจำนวน นักวิจัยต้องการแสดงให้เห็นว่าเด็กมีความสามารถในการกะประมาณได้เช่นเดียวกับผู้ใหญ่ เช่นในการศึกษาของ Huntley-Fenner (2001) ซึ่งศึกษาความสามารถในการกะประมาณจำนวนในเด็กอายุ 5-7 ปี ผลการศึกษาพบว่าเด็กอายุมากขึ้นจะมีความแม่นยำในการกะประมาณจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และขนาดกลุ่มจำนวนที่มากขึ้นทำให้ความแม่นยำในการกะประมาณจำนวนลดลง ดังนั้นจึงพบว่าอายุ และขนาดของกลุ่มจำนวนมีอิทธิพลต่อความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็ก

จากการศึกษาเกี่ยวกับการกะประมาณจำนวนที่กล่าวมาทั้งหมด จะเห็นได้ว่าความสามารถด้านนี้มีความสำคัญต่อเด็กมาก ไม่ว่าจะนำไปใช้ในโรงเรียน หรือในชีวิตประจำวัน และในบางการศึกษาแสดงให้เห็นว่าความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็กทำได้เหมือนกับผู้ใหญ่ แม้ว่าเด็กจะมีความแม่นยำน้อยกว่าผู้ใหญ่ก็ตาม แต่ก็พบว่าหากเด็กได้ฝึกฝนเป็นประจำจนมีประสบการณ์ ก็จะทำให้เด็กสามารถกะประมาณได้แม่นยำขึ้น (Siegler & Booth, 2004) นอกจากนี้ความสำคัญของการกะประมาณยังสัมพันธ์กับทักษะทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย ตามมาตรฐานของ NCTM ได้กำหนดให้เด็กอนุบาล เกรด 1 และเกรด 2 ได้เรียนรู้เกี่ยวกับการกะประมาณจำนวนได้อย่างมีเหตุผล ดังนั้นผู้วิจัยมีจึงมีความสนใจศึกษาความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็กไทยอายุ 5-7 ปี เพื่อจะได้ทราบความสามารถในด้านดังกล่าวของเด็กในแต่ละระดับอายุ และจะได้เป็นแนวทางในการศึกษาความสามารถทางด้านการคิดการเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็กต่อไป

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ความหมายของการกะประมาณ (Estimation)

การกะประมาณ (Estimation) หมายถึง กระบวนการแปลความหมาย (translating) จากตัวแทนเชิงปริมาณหนึ่งไปเป็นตัวแทนเชิงปริมาณอีกอย่างหนึ่ง (alternative quantitative representation) ซึ่งอาจมีความถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ การใช้ตัวแทนเชิงปริมาณสามารถทำได้ทั้งสิ่งที่เป็นตัวเลข หรือสิ่งที่ไม่เป็นตัวเลข

การกะประมาณจำนวน (Numerosity Estimation) หมายถึงการระบุจำนวนของกลุ่มวัตถุที่ไม่ต่อเนื่อง (set of discrete objects) เช่น การกะประมาณจำนวนเหรียญที่อยู่ในเหยือก หรือจำนวนคนที่อยู่ในงานคอนเสิร์ต เป็นต้น

การกะประมาณทางปริมาณเป็นลักษณะทั่วไปในสถานการณ์ที่เราไม่มีเวลาเพียงพอ หรือต้องนับจำนวนวัตถุที่มีจำนวนมาก หรือวัตถุนั้นเป็นสิ่งที่เรานับไม่ได้ หรือเป็นปริมาณที่ต่อเนื่อง ซึ่งการกะประมาณเป็นเรื่องธรรมดาในสิ่งแวดล้อมต่างๆ และสัมพันธ์กับการตัดสินใจในโลกความเป็นจริง เช่น บุคคลจะพยายามประมาณเหรียญที่อยู่ในขวดโหลว่ามีเท่าไร หรือประมาณขนาดของกลุ่มคนในโรงภาพยนต์โดยประเมินจากที่นั่ง เป็นต้น (Newman & Berger, 1984)

Reys et al. (2004) ได้อธิบายการกะประมาณไว้ว่า การกะประมาณเป็นการให้แนวทางตามธรรมชาติ เพื่อพัฒนาความรู้สึกทางจำนวน (number sense) และมโนทัศน์ของค่าประจำ

ตำแหน่ง (place-value concepts) ซึ่งการกะประมาณมีประโยชน์เมื่อจำนวนมีมาก และต้องการลดระยะเวลาในการนับ

Sowder (1992 อ้างถึงใน Reys et al., 2004) กล่าวว่าการกะประมาณเป็นการใช้วิธีการทางธรรมชาติและเป็นประสบการณ์ที่ช่วยพัฒนามโนทัศน์ความรู้สึกทางจำนวน (number sense) และค่าประจำตำแหน่ง (place value) การให้เด็กในทุกระดับชั้นได้ใช้เทคนิคที่หลากหลายร่วมกันจะเป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพ เพื่อช่วยให้เด็กพัฒนาความสามารถและความมั่นใจในการกะประมาณ

Baroody & Coslick (1998) กล่าวว่าการกะประมาณ คือ การประมาณการขนาดของสิ่งที่อยู่เป็นกลุ่ม หรือผลลัพธ์จากการคำนวณ และการกะประมาณยังเป็นหัวใจของการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยความคิดแบบวิเคราะห์และมีความยืดหยุ่น ดังนั้นจึงเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ดังนั้นการกะประมาณจำนวนมีความหมายพอจะสรุปได้ คือ การกะประมาณจำนวนเป็นกระบวนที่เกิดจากความคิดความเข้าใจ การใช้เหตุผล การตัดสินใจ และการพัฒนาความรู้สึกทางจำนวน นอกจากนี้เป็นกลวิธีหนึ่งที่นำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรามีความจำเป็นต้องใช้การกะประมาณจำนวนเมื่อสิ่งที่เราต้องการจะทราบนั้นมีจำนวนมาก และเรามีเวลาไม่เพียงพอในการนับ และสิ่งที่ต้องคำนึงในการกะประมาณคือจะต้องไม่ใช้เครื่องมือวัดใดๆ หรือการนับ

การกะประมาณสามารถจำแนกออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. การกะประมาณตัวเลข (numerical estimation) เป็นการแปลงสิ่งที่ไม่เป็นตัวเลขไปเป็นตัวเลข หรือแปลงตัวเลขไปเป็นตัวเลข เช่น
    1.1 การกะประมาณค่าการคำนวณ (computational estimation) เป็นการแปลงจากตัวแทนทางตัวเลข (เช่น 75 x 29) ไปเป็นตัวเลข (ประมาณ 2,200)
    1.2 การกะประมาณจำนวน (numerosity estimation) เป็นการแปลงตัวแทนทางปริมาณที่ไม่ใช่ตัวเลข (เช่น ตัวแทนของค่าประมาณจำนวนลูกกวาดในขวดโหล) ไปเป็นตัวเลข
    1.3 การกะประมาณบนเส้นจำนวน (number line estimation) เป็นการแปลงตัวเลขไปเป็นตำแหน่งบนเส้นจำนวน (spatial position) หรือแปลงตำแหน่งบนเส้นจำนวนไปเป็นตัวเลข
2. การกะประมาณสิ่งที่ไม่ใช่ตัวเลข (non-numerical estimation) เป็นการแปลงระหว่างตัวแทนที่ไม่ใช่ตัวเลข เป็นงานที่ใช้ในการทดลองทางจิตวิทยากายภาพ (psychophysical

experiments) ซึ่งต้องแปลงระหว่างตัวแทนทางปริมาณสองตัวที่ไม่ใช่ตัวเลข เช่น การแปลงระหว่างความสว่างของหลอดไฟและตำแหน่งบนเส้นตรง

ดังนั้นจากความหลากหลายในงานกะประมาณ ทำให้นักวิจัยจำเป็นต้องมุ่งความสนใจทบทวนงานวิจัยทางการกะประมาณจำนวนภายใต้ตัดสินใจของงานกะประมาณ 3 ข้อคือ

1. ให้ความสนใจเกี่ยวกับการกะประมาณตัวเลข (numerical estimation) ข้อตัดสินใจนี้เป็นผลมาจากนักวิจัยให้ความสนใจการปฏิบัติการทางตัวเลข และการแทนการกะประมาณตัวเลขในบริบทของกระบวนการแก้โจทย์ทางคณิตศาสตร์เชิงปริมาณ (algorithmic quantitative processes) เช่น การนับ และเลขคณิต
2. คัดแยกงานที่ต้องพิจารณาความรู้ภายนอกเพื่อใช้ในการกะประมาณออกจากงานกะประมาณจำนวน เช่น ความรู้บางส่วนของหน่วยวัด (ปอนด์ ชั่วโมง และไมล์) หรือความรู้ที่เป็นจริงของโลก (ประชากรของรัสเซีย หรือ จำนวนคนที่เป็นโรคเอดส์)
3. คัดแยกการศึกษาการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) ออกจากงานกะประมาณจำนวน เพราะความสามารถดังกล่าวแสดงถึงกระบวนการที่แตกต่างกันมากกว่าการกะประมาณกลุ่มของจำนวนวัตถุที่มีขนาดใหญ่ (Trick & Pylyshyn, 1994)

ภายใต้ข้อตัดสินใจทั้งสามข้อ สามารถแบ่งการกะประมาณออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การกะประมาณการคำนวณ (computational estimation)
2. การกะประมาณจำนวน (numerosity estimation)
3. การกะประมาณบนเส้นจำนวน (number line estimation)

กรอบทฤษฎีสำหรับความเข้าใจพัฒนาการของการกะประมาณ

กลไกพัฒนาการของความสามารถด้านจำนวนเบื้องต้น
(Developmental Mechanisms for Early Numerical Abilities)

การใช้ตัวแทนทางจำนวน (representation of numerosity) เกิดจากกระบวนการทั่ว ๆ ไป 2 ประเภท (Gallistel & Gelman,1992 อ้างถึงใน Geary, 1994) คือ

1. การรับรู้ที่ต้องอาศัยการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (Perception-Based Subitizing)

การนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) เป็นความสามารถในการรายงานกลุ่มจำนวน (numerosity) ได้อย่างรวดเร็วโดยใช้เวลาในการดูเพียงเวลาสั้นๆ กลุ่มของจำนวนโดยทั่วไปมีจำนวน 3 หรือ 4 ชิ้น ผู้ใหญ่และเด็กสามารถตัดสินจำนวนของกลุ่มวัตถุนั้นๆ โดยวิธีการนับออกเสียง แต่ในการทดลองเหล่านี้ จะแสดงจำนวนวัตถุให้เห็นในช่วงเวลาที่สั้นมาก (ส่วนใหญ่ใช้เวลา 200 มิลลิวินาที) ซึ่งทำให้นับได้ยาก ในการศึกษาของ Mandler & Shebo (1982 อ้างถึงใน Geary, 1994) เสนอว่าผู้ใหญ่สามารถทำนายกลุ่มจำนวน (numerosity) โดยใช้กระบวนการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 3 แบบ คือ การนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) การนับ (counting) และการกะประมาณ (estimation) กระบวนการที่ใช้ในการทำนายกลุ่มจำนวนนี้ตัดสินจากระยะเวลา (ระยะเวลาการตอบสนอง) ในการระบุกลุ่มจำนวน สำหรับกลุ่มจำนวนที่อยู่ในช่วง 1-15 หรือ 20 เมื่อให้ผู้รับการทดลองบอกจำนวนกลุ่มของจุด 3 จุด โดยแสดงให้เห็นเป็นเวลา 200 มิลลิวินาที ระยะเวลาการตอบสนองจะเริ่มวัดตั้งแต่ระยะที่เห็นภาพแสดงไปจนถึงการตอบสนอง เมื่อผู้รับการทดลองตอบสนองจะบันทึกเวลาตามจำนวนจุด พบว่าจำนวนของจุด 1-3 จุด จะมีความชันที่มีลักษณะแบนเรียบ (flat slope) และใช้เวลาในการสตอบสนองไม่นาน ในการทำนายจำนวนจุด 3-9 จุด ความชันจะเพิ่มขึ้น แต่สำหรับจำนวนจุด 10 จุด ขึ้นไป พบว่าความชันจะลดลงอีกครั้ง Mandler & Shebo (1982) อธิบายระยะเวลาของการตอบสนองในการทำนายกลุ่มจำนวน 3 จุด ว่ามีความชันน้อย เกิดจากกระบวนการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) ส่วนความชันที่เพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนจุด 3-9 จุด เป็นผลจากการนับ (counting) และสำหรับความชันที่กลับมาราบเรียบอีกครั้งเมื่อจำนวนจุดเพิ่มขึ้นเป็นการอาศัยการกะประมาณ (estimating) ถึงแม้ว่าความชันจะมีลักษณะแบนเรียบคล้ายคลึงกันระหว่างจำนวนจุด 1-3 จุด และจำนวนที่มากกว่า 9 จุด แต่อัตราความผิดพลาดแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กลุ่มจำนวนไม่เกิน 4 จุด พบว่ามีความผิดพลาดน้อย สำหรับจำนวนจุดมากกว่า 7 จุด พบว่าความผิดพลาดมากกว่า 50 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นความแตกต่างของอัตราความผิดพลาดในการระบุกลุ่มจำนวนที่มีขนาดเล็กและกลุ่มจำนวนที่มีขนาดใหญ่ เกิดจากกระบวนการที่ใช้ในการทำนายกลุ่มจำนวนเหล่านั้นมีความแตกต่างกันนั่นเอง

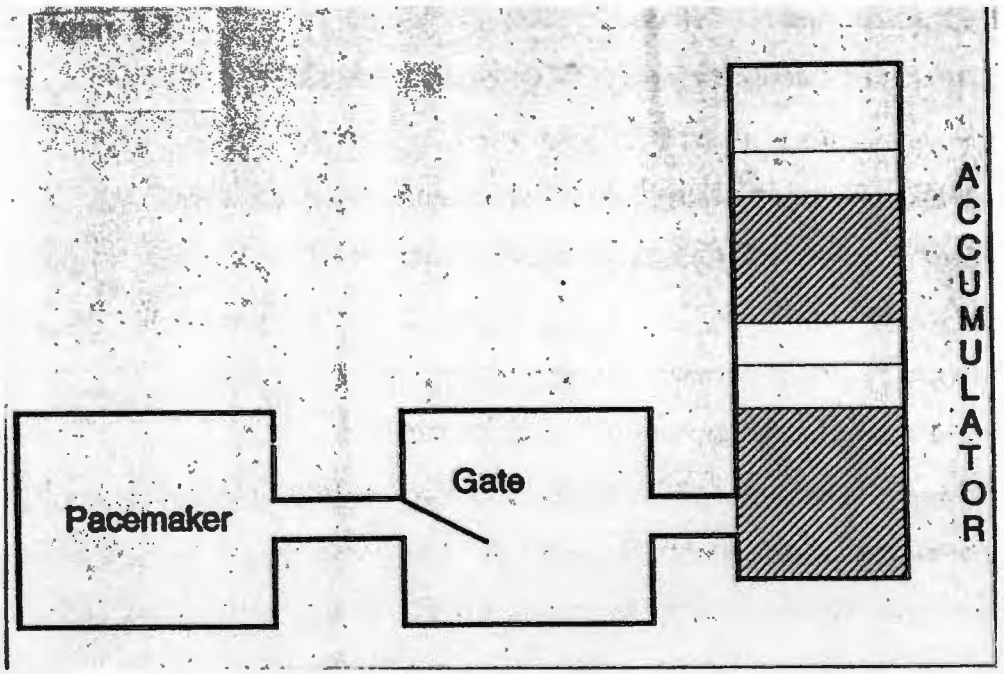
การนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) หรือการตัดสินใจอย่างรวดเร็วในกลุ่มจำนวนวัตถุที่มี 3 ชิ้น เป็นกระบวนที่น่าสนใจเพราะว่าอาจเป็นกระบวนการพื้นฐานของทารกที่มีความความรู้สึกไวต่อกลุ่มจำนวน Mandler & Shebo (1982) ให้เหตุผลว่าการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) เป็นกระบวนการรับรู้พื้นฐานทำให้ผู้ใหญ่รับรู้กลุ่มจำนวน 2 หรือ 3 ชิ้น บนพื้นฐานของรูปแบบที่เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ในสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติ เช่น กลุ่มของจำนวนวัตถุ 3 ชิ้น ถูกรับรู้ว่าเป็นสามเหลี่ยมซึ่งจะเกิดอย่างรวดเร็วและอัตโนมัติ กลุ่มจำนวนวัตถุ 2

ชิ้น ผู้ใหญ่สามารถรับรู้ว่าเป็นเส้นตรง กระบวนการที่เชื่อมโยงสามเหลี่ยมหรือเส้นตรงกับจำนวน 3 และ 2 ตามลำดับนั้นเกิดขึ้นเมื่อเรามีประสบการณ์ในการรับรู้มามาก จึงไม่ใช่กระบวนการพื้นฐานของความไวต่อจำนวนของทารก

2. การนับก่อนการใช้ภาษา (Preverbal Counting)

Gallistel & Gelman (1992 อ้างถึงใน Geary, 1994) ให้ความเห็นว่าการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) ในทารก ผู้ใหญ่ และในสัตว์ มีพื้นฐานมาจากการนับแบบก่อนใช้ภาษาซึ่งเป็นความสามารถที่มีตั้งแต่เกิด และอาศัยกลไกของเวลามากกว่าการรับรู้จากตัวชี้แนะพื้นฐาน Meck & Church (1983 อ้างถึงใน Geary, 1994) ได้พัฒนารูปแบบเพื่ออธิบายทักษะการกะประมาณจำนวนและทักษะในการกะประมาณเวลา (numerosity- and time- estimation skills) ในสัตว์ ซึ่งประกอบด้วยลักษณะสำคัญ 3 ประการคือ

1. ตัวกำเนิดสัญญาณ (a pacemaker)
2. ประตู (a gate)
3. ตัวสะสม (an accumulator)



รูปที่ 1.1 แสดงกลไกการนับก่อนการใช้ภาษา

Meck & Church (1983) ได้แสดงการเปรียบเทียบการนับก่อนการใช้ภาษาจำเป็นเหมือนตัวกำเนิดสัญญาณ (pacemaker) ที่ทำให้เกิดการไหลของข้อมูลอย่างต่อเนื่อง เมื่อมีการรับรู้

จำนวนวัตถุชิ้นหนึ่งในงานกลุ่มจำนวน (numerosity task) และประตู (gate) จะเป็นช่องทางอนุญาตให้การไหลของข้อมูลไปยังตัวสะสม (accumulator) ข้อมูลจะถูกสะสมในตัวสะสม เมื่อรับรู้วัตถุชิ้นที่หนึ่งที่นับได้แล้วประตูจะปิด ข้อมูลที่เก็บไว้ในตัวสะสมนี้แทนจำนวนวัตถุชิ้นที่หนึ่ง เมื่อเห็นวัตถุชิ้นที่สอง ประตูจะเปิดภายในระยะเวลาที่กำหนดไว้แล้วจะปิดทันที จะอนุญาตให้ข้อมูลของวัตถุชิ้นที่สองเข้าไปและถูกเก็บไว้ในตัวสะสมอีกครั้ง หลังจากวัตถุทั้งหมดผ่านกระบวนแล้ว ข้อมูลจะถูกเก็บเอาไว้ในหน่วยความจำ ซึ่งจะเป็นตัวแทนของจำนวนก่อนการใช้ภาษา เนื่องจากเด็กเข้าใจว่าข้อมูล 2 ครั้ง ในตัวสะสมแทนวัตถุ 2 ชิ้น และข้อมูล 3 ครั้งแทนวัตถุ 3 ชิ้น ความแม่นยำของการนับแบบก่อนการใช้ภาษา และกลไกการใช้เวลาสำหรับตัดสินกลุ่มจำนวนลดลงตามจำนวนของวัตถุที่เพิ่มขึ้น การใช้กลไกก่อนใช้ภาษาจะสามารถตัดสินใจได้รวดเร็วและแม่นยำสำหรับกลุ่มจำนวนขนาดเล็ก และพบได้ในทารก แต่การตัดสินใจจะขาดความแม่นยำเมื่อวัตถุมีจำนวนมาก

การกะประมาณจำนวนขนาดใหญ่ (Estimating Large Numbers)

การรับรู้จำนวนขนาดใหญ่ เป็นไปตามกฎที่ใช้ควบคุมพฤติกรรมด้านจำนวนในสัตว์ ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับกฎต่างๆ ที่จะใช้อธิบายความสามารถในการกะประมาณจำนวน เช่น ผลของระยะห่าง (distance effect) ผลของขนาด (magnitude effect) และกฎของ Weber หรือ กฎ Scalar นอกจากนี้แล้วการรับรู้จำนวนยังต้องอาศัยระบบของการมองเห็นซึ่งเกี่ยวข้องกับลักษณะการจัดวางของสิ่งที่จะกะประมาณ เป็นต้น (Deheane, 1997)

1. ระบบการมองเห็นได้รับอิทธิพลของบริบท (Context)

การกะประมาณของคนเราจะไวต่อบริบทซึ่งจะนำไปสู่การกะประมาณมากเกินความจริง (overestimation) หรือกะประมาณน้อยเกินความจริง (underestimation) ตัวอย่างเช่น เมื่อวัตถุวางกระจายแบบปกติ (regular distribution) บนกระดาษคนเราจะมีแนวโน้มกะประมาณมากเกินความจริง ในทางกลับกันหากวัตถุวางกระจายแบบไม่ปกติ (irregular distribution) คนเราจะมีแนวโน้มกะประมาณน้อยเกินความจริง

2. ผลของระยะห่าง (Distance effect)

เป็นกฎที่อธิบายว่าคนเราสามารถแยกความแตกต่างระหว่าง 2 จำนวนที่ต่างกันมาก เช่น จำนวน 80 กับ 100 ได้ง่ายกว่าการแยกจำนวนที่ใกล้เคียงกัน เช่น จำนวน 81 กับ 82 เป็นต้น

3. ผลของขนาด (Magnitude effect)

เป็นกฎที่อธิบายว่าเมื่อคนเรารับรู้จำนวน 2 จำนวนที่มีระยะห่างเท่ากัน เราจะใช้เวลาในการแยกจำนวน 2 จำนวนที่มีค่ามาก เช่น 90 กับ 100 นานกว่า 2 จำนวนที่มีค่าน้อย เช่น 10 กับ 20 เป็นต้น

4. กฎของ Weber หรือ กฎของ Scalar

กฎของ Weber ค้นพบโดยนักจิตวิทยาชาวเยอรมัน เป็นกฎที่อธิบายความสามารถในการแยกความแตกต่างของสิ่งเร้า โดยอาศัยสัดส่วนที่แตกต่างของสิ่งเร้า มากกว่าอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดจากค่าที่แตกต่างกันอย่างแท้จริง (absolute difference) และกฎดังกล่าวนี้ได้ถูกมาประยุกต์ใช้ในการวัดความสามารถทางการรับความรู้สึก (sensory ability) เช่นการตัดสินใจเปรียบเทียบความสว่างหรือความดังของเสียง เป็นต้น นอกจากนี้กฎนี้นำมาใช้ในหลายสถานการณ์ซึ่งต้องการจำแนกลักษณะทางนามธรรมของการศึกษาความคิดความเข้าใจ (cognitive dimensions) (Emmerton, 2001)

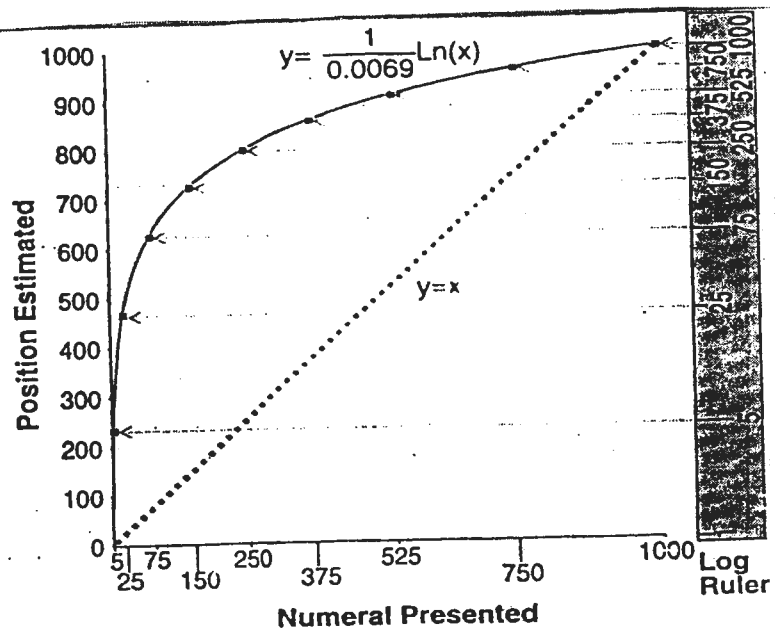
กฎของ Weber นี้สามารถอธิบายพฤติกรรมการแยกความแตกต่างของจำนวนขนาดใหญ่ โดยกล่าวได้ว่าความสามารถในการกะประมาณจำนวนระหว่างคนและสัตว์ไม่ว่าจะเป็นหนู หรือนกพิราบก็มีความสามารถในการกะประมาณไม่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างหากเราสมมุติว่าบุคคลสามารถแยกความแตกต่างระหว่าง 13 จุด กับ 10 จุด ได้แม่นยำร้อยละ 90 โดยอาศัยจำนวนอ้างอิงคือ 10 จุด (มีค่าต่างกัน 3) ถ้าเราเพิ่มจุดอ้างอิงเป็น 2 เท่า ดังนั้นจุดอ้างอิงมีค่าเป็น 20 จุด ถามว่าเราจะแยกจำนวนได้แม่นยำเท่ากับร้อยละ 90 ได้อย่างไร เราสามารถตอบคำถามได้โดยการเพิ่มระยะห่างของจำนวนเป็น 2 เท่า ดังนั้นจำนวนทั้งสองจะมีระยะห่างเป็น 6 ซึ่งเราสามารถตอบได้ว่าจำนวนที่แสดงมีค่าเป็น 26 จุด หลักของการคูณนี้จะเรียกว่ากฎของ Weber หรือ กฎของ Scalar (Deheane, 1997)

ความเข้าใจในปัจจุบันเกี่ยวกับพัฒนาการด้านการกะประมาณจำนวน

ทางเลือกของการใช้ตัวแทนจำนวน (Alternative Representations of number)

นักวิจัยหลายกลุ่มมีสมมุติฐานในการศึกษาการกะประมาณของเด็ก พบว่าเกิดจากการใช้ตัวแทนทางจำนวนที่อยู่ภายในความคิด อย่างไรก็ตามสมมุติฐานการใช้ตัวแทนจะผันแปรตามการพิจารณา ดังนี้

1. สมมุติฐาน logarithmic ruler representation การเป็นตัวแทนแบบไม้บรรทัด logarithm



รูปที่ 1.2 แสดงตัวแทนแบบไม้บรรทัด logarithm

logarithmic ruler representation เป็นการทำให้ระยะห่างระหว่างขนาดจำนวนที่อยู่ในช่วงปลายที่มีค่าน้อยเพิ่มความห่างมากยิ่งขึ้น แต่ขนาดของจำนวนที่อยู่ในช่วงกลางและช่วงปลายซึ่งมีค่ามากจะมีระยะห่างน้อยลง และเป็นการใช้ตัวแทนทางจำนวนที่เกิดขึ้นแบบปฏิกิริยาสะท้อนกลับ (occur as a reflex) (Dehaene,1997, p.78) และไม่สามารถยับยั้งได้ เช่นเมื่อให้ผู้ใหญ่เติมตัวเลขบนเส้นจำนวนตั้งแต่ 1-1,000 พบว่าพวกเขาจะแทนตัวเลขระหว่างตัวเลข 1 และ 75 โดยมีระยะห่างกว้างกว่าระหว่าง 75 และ 1,000 เราเรียกระยะห่างนี้ว่าเป็นระยะทางจิตวิทยา (psychological distance) ในการศึกษาของ Dehaene (1997) เสนอว่าบุคคลทุกวัยตั้งแต่วัยทารกจนถึงวัยผู้ใหญ่ และในสัตว์อื่นๆ อาศัยการใช้ตัวแทนแบบไม้บรรทัดลอกการิทึม (logarithmic ruler representation) และเปลี่ยนไปเป็นตัวแทนแบบเส้นตรง (linear representation) คำตอบของทั้งผู้ใหญ่และเด็ก ในการแก้ปัญหาการเปรียบเทียบขนาดจำนวนจะคงที่ในรูปแบบลอการิทึม (Sekuler & Mierkiewiz, 1977)

2. สมมุติฐาน Accumulator Model

Gibbon และ Church (1981 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2004) เสนอโมเดลตัวสะสม (Accumulator Model) ซึ่งกล่าวว่าจำนวนและปริมาณอื่นๆ ถูกแทนที่บนเส้นตรงที่มีช่วงห่างเท่าๆ กัน และการเพิ่มขนาดของเส้นตรง ขึ้นอยู่กับกระจายของปริมาณที่ไม่มีทิศทาง (scalar variability)

3. สมมุติฐานของการใช้ตัวแทนตามความแตกต่างของอายุ

Case และ Okamoto (1996 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2004) เสนอสมมุติฐานข้อที่ 3 ที่กล่าวว่าเด็กอายุต่างกันจะใช้ตัวแทนต่างกัน แต่เด็กใช้เพียงแค่ตัวแทนเดียวเท่านั้น เช่นพบว่าเด็กอายุ 4 ปี และ 5 ปี มีโครงสร้างหลักของมโนทัศน์ทางปริมาณ สำหรับใช้แทนจำนวน (เช่น ของชุดนี้มีจำนวนน้อย ชุดนี้มีจำนวนมาก) ขณะที่เด็กอายุ 6 ปี และเด็กที่โตกว่าอาศัยโครงสร้างของเส้นตรงในการแทนจำนวนอย่างสม่ำเสมอ

สมมุติฐานหลายตัวแทน (Multiple Representations Hypothesis)

บุคคลรู้จักและใช้ตัวแทนทางจำนวนที่หลากหลาย เกิดจากอิทธิพลของตัวแปรต่างๆ ตามบริบท (contextual variables) ซึ่งการเลือกใช้ตัวแทนขึ้นอยู่กับสถานการณ์ อายุ และประสบการณ์ทางจำนวน Overlapping waves theory (Siegler, 1996 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2004) ใช้อธิบายวิธีการทางการกะประมาณจำนวนในมุมที่กว้างกว่าสมมุติฐานที่กล่าวมาทั้งหมด ในการกะประมาณที่กว้างขึ้น บุคคลรู้และใช้กฎหลายกฎ หลายกลวิธี และหลายตัวแทน พบว่าตั้งแต่ทารกไปจนถึงเด็กโตจะสามารถใช้ตัวแทนลอการิทึมและตัวแทนสะสม(Accumulator Model) และจากประสบการณ์ที่เกิดขึ้นภายหลัง เช่น ระบบการนับจำนวนที่มีแบบแผน การคำนวณ และบริบททางจำนวนด้านอื่นๆ จะทำให้เด็กมีการใช้ตัวแทนเพิ่มขึ้น เช่น การมีตัวแทนเส้นตรง และตัวแทนประเภทของจำนวนคู่-เลขคี่ สี่เหลี่ยม-ไม่ใช่สี่เหลี่ยม เป็นต้น ดังนั้นการใช้หลายตัวแทนขึ้นอยู่กับปัจจัยต่างๆ เช่น สถานการณ์ที่แตกต่างกัน อายุและประสบการณ์ พบว่าปัจจัยเหล่านี้จะทำให้เด็กใช้ตัวแทนที่มีความเหมาะสมเพิ่มมากขึ้น

ทฤษฎี Overlapping Waves Theory

เนื่องจากความหลากหลายของงานการกะประมาณ ทำให้เกิดความลำบากในการอธิบายรูปแบบทั่ว ๆ ไปของการกะประมาณ ดังนั้นทฤษฎี Overlapping Waves Theory จึงเป็นรูปแบบทั่วไปที่เราจะอธิบายถึงงานการกะประมาณ

Siegler (1996, อ้างถึงใน Chen & Siegler, 2001) เสนอทฤษฎี Overlapping Waves Theory โดยมีข้อสันนิษฐาน 3 ประเด็น คือ

1. ในช่วงเวลาหนึ่งเด็กจะคิดวิธีการหลายๆ วิธีตามปรากฏการณ์ที่เด็กพบ
2. วิธีการทั้งหลายจะยังคงอยู่เป็นเวลานาน

3. พัฒนาการทางด้านความคิดจะมีการเปลี่ยนแปลงแบบค่อยเป็นค่อยไป ขึ้นอยู่กับความถี่ของการใช้วิธีการคิด และยิ่งได้รับการแนะนำก็จะพัฒนาวิธีคิดให้ดียิ่งขึ้นไป

และ Overlapping Waves Theory คือทฤษฎีที่ได้พยายามอธิบายการเปลี่ยนแปลงด้านความคิดความเข้าใจ (cognitive change) ในความหลากหลายของความชำนาญต่างๆ เป็นทฤษฎีที่ประยุกต์ในพัฒนาการด้านเลขคณิต การอ่าน การสะกดคำ ความจำ การแก้ปัญหา ความเข้าใจมโนทัศน์ และความหลากหลายของด้านอื่นๆ ซึ่งจัดเป็นทฤษฎีทางวิวัฒนาการ (evolutionary theory) ได้อธิบายการเปลี่ยนแปลงออกเป็น 2 ความหมาย คือ

1. การเปลี่ยนแปลงจะเกิดแบบค่อยเป็นค่อยไป มากกว่าเป็นลำดับขั้นที่ไม่ต่อเนื่อง (discontinuous stages)

2. การเปลี่ยนแปลงทางความคิดความเข้าใจเกิดโดยผ่านกระบวนการที่มีความผันแปร (variation) การเลือก (selection) และการถ่ายทอดทางพันธุกรรม (inheritance) เป็นกระบวนการเดียวกับการเกิดวิวัฒนาการทางชีววิทยา

Overlapping Waves Theory (Siegler & Booth, 2005) มุ่งเน้นหลักของความคิดความเข้าใจความชำนาญด้านการกะประมาณจำนวนใน 4 คุณลักษณะ ดังนี้

1. ความหลากหลายของกลวิธีและตัวแทน (variability of strategies and representations)

บุคคลโดยทั่วไปใช้กลวิธีและตัวแทนที่หลากหลาย เพื่อแก้ปัญหา มากกว่าการเลือกใช้เพียงวิธีเดียว กลวิธีและตัวแทนที่แตกต่างจะอยู่ร่วมกันไปเป็นเวลาที่ยาวนาน ไม่ใช่เพียงแค่ระยะสั้น

2. การเลือกกลวิธี (strategy choice)

บุคคลจะเลือกดัดแปลงกลวิธีและตัวแทน โดยการปรับตัวเลือกเหล่านั้นตามลักษณะของปัญหาและสถานการณ์ ในวิธีการที่จะทำให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็วมากขึ้น มากกว่าการเลือกใช้กลวิธีอย่างสุ่ม หรือเลือกใช้เพียงแนวทางเดียว

3. การเปลี่ยนแปลงกลวิธีที่ใช้ (changes in strategy use)

ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานำไปสู่กลวิธีต่างๆ ที่ได้รับการ "สืบทอด" มาเพื่อทำการแก้ปัญหาในอนาคตให้ดีขึ้น โดยอาศัยบทเรียนที่ได้จากอดีต ประสบการณ์ที่มีความสำคัญมากที่สุด คือการได้กลวิธีและตัวแทนที่ก้าวหน้ามากขึ้น รวมทั้งการใช้กลวิธีที่ก้าวหน้าเพิ่มขึ้น และอย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นในแต่ละปัญหา

4. ความแตกต่างในแต่ละบุคคล (individual differences)

การเปลี่ยนแปลงความสามารถหนึ่งจะสะท้อนให้เห็นสถานภาพของความสามารถอื่นๆ และก่อให้ความเปลี่ยนแปลงในความสามารถนั้น จากการเปลี่ยนแปลงที่อยู่ภายในความสามารถนั่นเองน่าจะมีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างความสามารถของแต่ละบุคคลกับความสามารถอื่นๆ เช่น พบความสัมพันธ์ทางบวกในงานการกะประมาณ ไม่ว่าจะเป็นงานกะประมาณการคำนวณ งานกะประมาณจำนวน และงานกะประมาณบนเส้นจำนวน

พัฒนาการของความแม่นยำในการกะประมาณจำนวน

ความแม่นยำในการกะประมาณจำนวนเพิ่มขึ้นตามอายุ ผู้ใหญ่กะประมาณจำนวนวัตถุที่ไม่ต่อเนื่อง ได้แม่นยำมากกว่าเด็กเกรด 6-8 และในเด็กเกรด 6-8 กะประมาณแม่นยำกว่าเด็กเกรด 2-5 จากหลักฐานในการศึกษาสิ่งเร้าที่เป็น 2 มิติ และสิ่งเร้าที่เป็น 3 มิติ พบว่าความแม่นยำจะพัฒนาตามอายุเช่นเดียวกัน (อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2005)

1. การเปลี่ยนแปลงกลวิธีและตัวแทน

กลวิธีที่ใช้ในการกะประมาณจำนวนจะแปรผันตามรูปแบบการแสดงสิ่งเร้า เช่น

1.1 เมื่อวัตถุแสดงอยู่ในช่องว่างลักษณะเป็นพื้นที่มีเขตจำกัดแบบปกติ (regularly spaced grid) ซึ่งสามารถรู้อัตราส่วน (เช่น 10 แถว ในแต่ละแถวมีวัตถุ 10 อัน) พบว่าเด็กและผู้ใหญ่ใช้ 3 กลวิธีคือ

1. กลวิธีการบวก (addition strategy) เป็นการรวมให้ปริมาณเพิ่มขึ้นจากศูนย์
2. กลวิธีการลบ (subtraction strategy) เป็นการลดจำนวนลงจากจำนวนสูงสุด
3. กลวิธีการกะประมาณ (estimation strategy) เป็นการประมาณค่าจำนวนของวัตถุอย่างรวดเร็ว โดยการอาศัยกระบวนการอื่นๆ มากกว่าการนับ การบวก และการลบ

1.2 เมื่อวัตถุแสดงอยู่ในช่องว่างลักษณะแบบไม่ปกติ (irregularly spaced objects) พบว่าเด็กและผู้ใหญ่ใช้ 3 กลวิธีคือ

1. กลวิธีการทอดสมอ (anchoring) ใช้กับปริมาณที่คุ้นเคย เพื่อไปประมาณสิ่งอื่นที่ไม่คุ้นเคย (เช่น ฉันรู้ว่ามีถั่ว 600 เม็ดอยู่ในขวดโหล ถั่ว 1 เม็ดมีขนาด 1 ใน 3 ของเม็ดข้าวโพด ดังนั้นจะมีเม็ดข้าวโพดประมาณ 200 เม็ด)

2. กลวิธีการแยก (decomposing) (เช่นการประมาณจำนวนของวัตถุในแถว หรือพื้นที่ และคูณโดยประมาณกับจำนวนแถวหรือพื้นที่)

3. การกะประมาณ (estimation) ในความหมายของการบอกค่าโดยประมาณอย่างรวดเร็ว

2. **การเลือกกลวิธี**

เช่นเดียวกับการกะประมาณในการคำนวณ การเลือกกลวิธีในการกะประมาณจำนวนขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา

2.1 เมื่อวัตถุที่อยู่ในพื้นที่แบบปกติ แสดงเป็นแถวที่ทราบสัดส่วน (เช่น เด็กรู้ว่าวัตถุนั้นอยู่ในแถว 10 x 10) การเลือกกลวิธีส่วนใหญ่มาจากความสัมพันธ์ของจำนวนในพื้นที่ที่เติมเต็มและไม่เต็ม เช่นในการศึกษาของ Verschaffel และคณะ (1998) (อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2005) พบว่าผู้ใหญ่ เด็กเกรด 6 และเกรด 2 เมื่อเห็นภาพแถวของสี่เหลี่ยมขนาดเล็กระหว่างจำนวน 1 ถึง 100 ผู้เข้าร่วมการทดลองจะมีเวลาดู 20 วินาที แล้วระบุว่ามีจำนวนสี่เหลี่ยมเท่าไร การวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้น แบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ เพื่อทดสอบความแม่นยำและระยะเวลาหาคำตอบ กลุ่มตัวอย่างจะใช้รูปแบบการบวกเมื่อมีสี่เหลี่ยมจำนวนน้อย แต่จะใช้รูปแบบการลบเมื่อมีสี่เหลี่ยมจำนวนมาก

การแสดงระยะเวลาการหาคำตอบและความผิดพลาด จะแสดงกราฟเส้นโค้ง มีค่าต่ำอยู่ที่ปลายทั้งสองของ ช่วง 1-100 มากกว่าในช่วงกลาง

2.2 เมื่อวัตถุที่จัดวางแบบไม่ปกติ จะเลือกใช้กลวิธีการกะประมาณได้น้อย การแยก (decomposition) ใช้น้อยกว่าวิธีทอดสมอ (anchoring) เพื่อเปรียบเทียบกลุ่มจำนวน และตัดสินจำนวนโดยการเพิ่มหรือลดจากจำนวนที่ได้ทอดสมอไว้ เพื่อสร้างค่าประมาณต่อไป

3. **การเปลี่ยนแปลงการใช้กลวิธี**

3.1 การพัฒนาความรวดเร็ว และแม่นยำในการกะประมาณจำนวนจะเพิ่มขึ้นตามอายุ ในส่วนของการนำวิธีใหม่และวิธีที่ดีที่สุดมาใช้ เช่นในการศึกษาการกะประมาณจำนวนของจุดที่จัดวางแบบปกติ โดยให้กลุ่มตัวอย่างทราบว่ามีจำนวนจุดสูงสุดเท่าไร ประมาณครึ่งหนึ่งของเด็กเกรด 2 จะไม่ใช้กลวิธีการลบ ขณะที่เด็กเกรด 6 เกือบทุกคนจะใช้วิธีนี้ และในการกะประมาณกลุ่มจำนวนที่อยู่ในพื้นที่ปกติแต่ไม่ทราบจำนวนสูงสุด พบว่าผู้ใหญ่ใช้กลวิธีการแยก (decomposition) บ่อยกว่าเด็กเกรด 6-8 และเด็กเกรด 6-8 ใช้มากกว่าเกรด 2-5

3.2 การเลือกกลวิธีต่างๆ จะพัฒนาตามอายุ แม้ว่าเด็กเกรด 2 จะใช้กลวิธีการลบเพียงอย่างเดียว ในปัญหาที่มีใกล้เคียงกับจำนวนจุดสูงสุด นั่นคือปัญหาที่พื้นที่ที่ไม่เต็มนั้น มีจำนวนน้อยและจำเป็นต้องลบออก เด็กเกรด 6 และผู้ใหญ่จะใช้วิธีลบจำนวนที่มีพิสัยกว้างขึ้น ตรงกันข้ามกับเด็กเกรด 2 ใช้กลวิธีกะประมาณที่ไม่แม่นยำในจำนวนที่มีพิสัยกว้างมากกว่าเด็กเกรด 6 และผู้ใหญ่ (Luwel et al., 2001 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2005)

3.3 การใช้กลวิธี (strategy execution) พัฒนาตามอายุ เด็กเกรด 6 สามารถใช้กลวิธีการลบ ได้เร็วกว่าเด็กเกรด 2 เด็กที่อายุมากกว่าประยุกต์กลวิธีตามปัญหา แต่เด็กเกรด 2 ใช้การกะประมาณที่ไม่แม่นยำ เพราะเขาไม่สามารถใช้กลวิธีในการลบได้ภายในเวลาที่กำหนด (Luwel et al., 2001) เด็กอายุมากกว่าจะสามารถปฏิบัติการในการลบได้แม่นยำมากกว่าเด็กที่มีอายุน้อยกว่า

4. ความแตกต่างในแต่ละบุคคล

ความแตกต่างในแต่ละบุคคลในการใช้กลวิธี สามาถทำนายความแม่นยำในการกะประมาณจำนวนได้ ในผู้ใหญ่และเด็กมีความสามารถการปรับเปลี่ยนกลวิธีระหว่างการบวกและการลบมากเท่าใด การกะประมาณของเขาก็จะมีความแม่นยำมากเท่านั้น

ความสามารถของการกะประมาณจำนวน สัมพันธ์กับความสามารถทางปริมาณอื่นๆ เช่นคะแนนทดสอบความสามารถทางจำนวนในผู้ใหญ่ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ในเด็ก จะสัมพันธ์กับความแม่นยำในการกะประมาณ (Dowker, 2003 อ้างถึงใน Siegler & Booth, 2005) ความแม่นยำในการกะประมาณจำนวน(numerosity estimation) ของเด็กเกรด 2 3 และ 4 พบว่ามีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการกะประมาณการคำนวณ (computational estimation) และการกะประมาณบนเส้นจำนวน (number line estimation)

ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความสามารถในการกะประมาณจำนวนมีหลายแนวคิด เช่น ทฤษฎี Overlapping waves theory แนวคิดการรับรู้ที่ต้องอาศัยการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ แนวคิดการนับก่อนการใช้ภาษา (preverbal counting) และแนวคิดเกี่ยวกับการเลือกใช้ตัวแทน (alternative representations of number) เป็นต้น สำหรับการศึกษาในครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี ซึ่งได้ดัดแปลงวิธีการศึกษามาจากการวิจัยของ Huntley-Fenner (2001) โดยมีวัตถุประสงค์ในการศึกษาเพื่อตรวจสอบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (Coefficient of Variability: *C.V.*) หรือการกระจายของจำนวนที่ไม่ทิศทาง (scalar variability) มีการเปลี่ยนแปลงตามอายุหรือไม่ และเพื่อแสดงให้เห็นความสามารถในงานกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปีในเด็กไทย ผลการศึกษาที่ผ่านมาพบว่างานกะประมาณจุด (dot-estimation task) ในเด็ก 5-7 ปี ไปตามการทำนายของโมเดลตัวสะสม (Accumulator Model) โดยจะพิจารณาได้จากการคำนวนค่าการกระจายของจำนวนที่ไม่มีทิศทาง (Scalar Variability) หรือค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (*C.V.*) ดังนั้นจากการศึกษางานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงได้อ้างอิงแนวคิดจากการศึกษาของ Huntley-Fenner (2001) และ Overlapping waves theory เพื่อใช้ในการอภิปรายผลการศึกษาต่อไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการกะประมาณจำนวนทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ พบว่างานวิจัยภายในประเทศค่อนข้างมีน้อย แต่สำหรับงานวิจัยของต่างประเทศมีความหลากหลายไม่ว่าจะเป็นการศึกษาในทารก เด็ก หรือในผู้ใหญ่ และในสัตว์ต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นหนู นกพิราบ หรือลิง ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้พยายามค้นคว้างานวิจัยที่มีเนื้อให้ครอบคลุมมากที่สุดดังจะได้นำเสนอต่อไป

งานวิจัยภายในประเทศ

งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการกะประมาณจำนวนยังมีจำนวนน้อย ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการศึกษาเรื่องจำนวนในด้านอื่นมากกว่า สำหรับงานวิจัยที่ได้รวบรวมมาเป็นการศึกษาเมื่อประมาณ 30 กว่าปีที่แล้ว ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในประเทศไทยได้ให้ความสำคัญต่อความสามารถของการกะประมาณมานานแล้ว และการวิจัยที่พบจะเน้นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการกะประมาณกับสัมฤทธิ์ผลในการเรียนคณิตศาสตร์ (สมจิต ชิวปรีชา, 2514) ในบางงานศึกษาการเลือกใช้กลวิธีในการประมาณค่าได้อย่างเหมาะสม (นิธิวดี อดุลพันธ์ , 2535) และบางงานวิจัยต้องการแสดงให้เห็นประโยชน์ของการนำโปรแกรมที่ใช้ในการกะประมาณมาช่วยในการเรียนของเด็ก เพื่อแสดงให้เห็นความสำคัญในการนำความรู้เรื่องการกะประมาณไปใช้ในชีวิตประจำวัน (วรรณี วิมาลา 2538)

การศึกษาการกะประมาณซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นงานวิจัยชิ้นแรกในประเทศที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการกะประมาณ เป็นการศึกษาของ สมจิต ชิวปรีชา (2514) เพื่อต้องการแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวน กับสัมฤทธิ์ผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในกรุงเทพมหานคร โดยศึกษากลุ่มตัวอย่างจำนวน 100 คน เป็นหญิง 50 คน และชาย 50 คน แบบทดสอบที่ใช้มี 2 ชุด คือ แบบทดสอบความสามารถในการกะระยะ (space-perception test) จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบความสามารถในการกะจำนวน (number-concept test) จำนวน 30 ข้อ สำหรับแบบทดสอบในการกะระยะที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นรูปภาพที่กำหนดให้มีลักษณะเป็นเส้นตรง หรือเส้นโค้งที่มีขนาดความยาวต่างๆ กัน โดยจะให้เด็กกะความยาวมีหน่วยเป็นนิ้ว ใช้เวลากะประมาณข้อละ 12 วินาที ส่วนแบบทดสอบความสามารถในการกะจำนวนรูปภาพสัตว์ หรือสิ่งของซึ่งกำหนดให้มีขนาดและ

จำนวนต่างๆ โดยใช้เวลากะประมาณข้อละ 12 วินาที ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของเด็กแต่ละคนได้มาจากคะแนนการสอบวัดผลประจำภาคต้นของนักเรียน จากนั้นนำไปวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ กับคะแนนความสามารถในการกะระยะและกะจำนวน ผลจากการศึกษาพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการกะระยะและจำนวน กับสัมฤทธิ์ผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 อยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความสามารถในการกะระยะและกะจำนวนนี้มีความสัมพันธ์ต่อการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พอสมควร นั่นคือนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงก็อาจจะมีคะแนนความสามารถในการกะระยะและจำนวนสูงด้วย และไม่พบความแตกต่างระหว่างเด็กชายและเด็กหญิงในความสามารถดังกล่าว

งานวิจัยต่อมาต้องการแสดงให้เห็นถึงกลวิธีที่เด็กใช้ในการการประมาณค่า เช่น ในการศึกษาของนิธิวดี อดุลพันธ์ (2535) ได้ศึกษาในเด็กนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 421 คน ในกรุงเทพมหานคร เพื่อจะได้ทราบความสามารถในการประมาณค่า และเปรียบเทียบการประมาณค่าในข้อสอบการประมาณค่าที่มีรูปแบบแตกต่างกัน เครื่องมือที่ใช้มี 2 ชุด คือ 1) แบบทดสอบการประมาณค่าโดยใช้ข้อสอบที่มีรูปแบบแตกต่างกัน 5 แบบ คือ แบบเลือกตอบมาตรฐาน แบบการกระทำของตัวเลือก แบบช่วงของตัวเลือก แบบการให้เหตุผล และ แบบลำดับขนาด หรือแบบการกระทำของตัวคำถาม และ 2) การสัมภาษณ์วิธีที่เด็กใช้ในการประมาณค่า

ตัวอย่างข้อสอบการประมาณค่า เช่น ค่าประมาณที่ใกล้เคียงที่สุดของ 1926+ 851+3273 ตรงกับข้อใด แบบเลือกตอบมาตรฐาน เช่น ในแต่ละตัวเลือกจะเป็นตัวเลขโดดที่ได้จากการใช้กระบวนการประมาณค่า มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. 5000 ข. 6000 ค. 7000 ง. 1300 แบบการกระทำของตัวเลือก เช่น ในแต่ละตัวเลือกจะแบ่งออกเป็นตัวย่อยและหาค่าประมาณจากตัวย่อยแต่ละตัว มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. 1000+1000+3000 ข. 2000+1000+3000 ค. 2000+1000+4000 ง. 2000+8000+3000 แบบช่วงของตัวเลือก เช่น ในแต่ละตัวเลือกจะกำหนดให้เป็นตัวเลือกค่าประมาณของผลลัพธ์ต่ำสุด และสูงสุด มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. 4500-5500 ข.5500-6500 ค.6500-7500 ง. 12500-13500 แบบการให้เหตุผล เช่น ในแต่ละตัวเลือกจะถูกกำหนดให้เป็นตัวบอกค่าประมาณผลลัพธ์ว่ามากหรือน้อยกว่าค่าที่กำหนดให้ พร้อมกับให้เหตุผลประกอบด้วย มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. น้อยกว่าเพราะ 1926+ 851+3273 น้อยกว่า 2000 + 8000+3000 ข. น้อยกว่าเพราะ 1926+ 851+3273 น้อยกว่า 2000+1000+4000 ค.มากกว่าเพราะ1926+ 851+3273 มากกว่า 1000+8000+3000 ง. มากกว่าเพราะ 1926+ 851+3273 มากกว่า 1800+ 800+ 3000 และแบบลำดับขนาด เช่น ในแต่ละตัวเลือกเป็นเลขโดด แต่ละตัวเลือกจะแตกต่างกันในลักษณะของผลคูณของสิบ มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. 600 ข.6000 ค.

60000 ง.600000 หรือแบบการกระทำของตัวคำถาม เช่น การหาคำตอบของคำถามที่ขาดหายไป ใช้ในกรณีที่เป็นข้อสอบเศษส่วน เช่นตัวอย่างข้อสอบ 6 1/3 คูณด้วยจำนวนใดจึงมีค่าอยู่ในช่วง 31-37 มีคำตอบให้เลือกดังนี้ ก. 4 1/3 ข. 5 1/3 ค. 6 1/3 ง. 7 1/3 เป็นต้น

ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการประมาณค่าของนักเรียนคือร้อยละ 60.89 และพบความแตกต่างของข้อสอบทั้ง 5 รูปแบบ คือเด็กนักเรียนจะมีความสามารถสูงสุดในการประมาณค่าของการทดสอบแบบลำดับของขนาด หรือแบบการกระทำของตัวคำถาม รองลงมาได้แก่ ข้อสอบเลือกตอบมาตรฐาน ข้อสอบแบบการกระทำของตัวเลือก ข้อสอบแบบการใช้เหตุผล และข้อสอบแบบช่วงของตัวเลือกตามลำดับ จากการสัมภาษณ์ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีคิดที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่าพบว่า เด็กนักเรียนใช้วิธีประมาณค่า 5 วิธี คือ 1) การปัดเศษมาตรฐาน เป็นการปัดเศษโดยใช้กฎปกติให้ใกล้เคียงกับกำลังของ 10 มากที่สุด หากเป็นทศนิยมและเศษส่วนก็ทำให้ใกล้เคียงกับจำนวนเต็ม 2) การยึดตัวหน้าเป็นหลัก เป็นการปัดเศษให้เป็นกำลังของ 10 โดยการยึดเลขที่อยู่หน้าสุด 3) การปัดเศษอื่นๆ เป็นการปัดเศษเลขทั้งหมดขึ้นหรือบางเลขขึ้นและเลขอื่นลง 4) การใช้จำนวนที่แทนกันได้ เป็นการใช้ตัวเลขที่ใกล้เคียงกับเลขที่กำหนดให้เพื่อความสะดวก และ 5) การทดแทน เป็นการปรับการประมาณค่าเพื่อทดแทนข้อผิดพลาดที่เกิดในกระบวนการของการประมาณค่า จากงานวิจัยของ นิธิวดี อดุลพันธ์ (2535) ทำให้เราได้ทราบว่าเด็กจะมีความสามารถในการกะประมาณแตกต่างกันตามรูปแบบของแบบทดสอบที่ใช้ในงานกะประมาณในการคำนวณ และยังพบว่าเด็กจะใช้วิธีประมาณค่าขึ้นอยู่กับรูปแบบข้อสอบด้วย

จากงานวิจัยทั้งสองทำให้เราทราบว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ รูปแบบข้อสอบ และวิธีการประมาณค่า ปัจจัยเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับการกะประมาณ แต่ยังมีอีกหลายปัจจัยที่น่าจะเกี่ยวข้องกับความสามารถในการกะประมาณ เช่น ประสบการณ์หรือการเรียนการสอนจะส่งผลอย่างไรต่อความสามารถนี้ เราจะได้ทราบในการศึกษาของ วรรณี วิมาลา (2538) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณโดยประมาณโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ในนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 110 คน ซึ่งจะแบ่งเด็กนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ เด็กแต่ละคนจะเข้ารับการเรียนรู้จากบทเรียนแบบโปรแกรม บทเรียนแบบโปรแกรมจะประกอบด้วยบทเรียน 7 ชุด คือ 1. ทบทวนการบวก การลบ 2. ทบทวนการคูณ การหาร 3. การประมาณค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหลักต่างๆ 4. การประมาณค่าด้วยวิธีปัดเศษ 5. การประมาณค่าด้วยวิธีจัดกระทำตัวเลข 6. การประมาณค่าด้วยวิธีคิดคำนวณจากตัวหน้าไปตัวหลัง และ 7. การประมาณค่าด้วยวิธีแปลงค่า ก่อนที่เด็กจะได้เรียนในโปรแกรมดังกล่าว เด็กจะได้รับการทดสอบก่อนเรียน จากนั้นเริ่มเรียนจากชุดที่ 1 ไปจน

ครบ 7 ชุด เมื่อเรียนเสร็จแล้ว เด็กจะได้รับการทดสอบหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดคำนวณโดยประมาณก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกัน คือหลังเรียนเด็กจะมีความสามารถในการคิดคำนวณโดยประมาณมากกว่าก่อนเรียน และยังพบอีกว่าอัตราเร็วในการคิดคำนวณหลังเรียนมากกว่าก่อนเรียนอีกด้วย และสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง พบว่าเด็กทั้ง 3 กลุ่มจะมีความสามารถในการคิดคำนวณโดยประมาณหลังเรียนมากกว่าก่อนเรียน และอัตราเร็วในการคิดคำนวณโดยประมาณหลังเรียนมากกว่าก่อนเรียน

จะเห็นได้ว่าการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น เป็นการศึกษาความสามารถในการกะประมาณในเพียงกลุ่มอายุเดียวเท่านั้น ดังนั้นเราจึงขาดข้อมูลและหลักฐานในการศึกษาความสามารถในการกะประมาณเชิงพัฒนาการ ซึ่งหลักฐานเชิงพัฒนาการของความสามารถดังกล่าวจะทำให้สามารถนำไปวิเคราะห์และวางแผนการพัฒนาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมต่อไป

<u>งานวิจัยต่างประเทศ</u>

งานวิจัยในต่างประเทศที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางจำนวนนั้น พบการศึกษาทั้งในทารก ผู้ใหญ่ และสัตว์ ตลอดจนยังมีการศึกษาในส่วนของสมองที่มีหน้าที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ หลายงานวิจัยได้แสดงให้เห็นว่าทารก ผู้ใหญ่ หรือแม้แต่ในสัตว์แสดงการตอบสนองทางด้านจำนวนที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เช่นมี การรับรู้ที่อยู่ภายใต้กฎของระยะห่าง และขนาดจำนวน นอกจากนี้การศึกษาเรื่องการกะประมาณจำนวนยังเกี่ยวข้องกับความสามารถอื่นๆ อีกเช่น การนับ การใช้กลวิธีในการกะประมาณ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ดังนั้นการรวบรวมงานวิจัยที่หลากหลายทำให้เราเข้าใจการศึกษาในเรื่องดังกล่าวได้ดีขึ้น

Newman & Berger (1984) ศึกษาว่าเด็กอายุแตกต่างกันใช้การนับ เพื่อกะประมาณจำนวนได้อย่างไร ผู้วิจัยมีสมมุติฐานว่าอายุมากขึ้น และการใช้กลวิธีในการนับมีความสัมพันธ์กับความแม่นยำในการกะประมาณ กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กในระดับชั้นอนุบาล เกรด 1 และเกรด 3 งานกะประมาณที่ใช้เป็นเกมปาลูกดอก (darts game) ภาพจะแสดงบนหน้าจอไมโครคอมพิวเตอร์ โดยสุ่มแสดงตำแหน่งของเลขศูนย์หรือบอลลูน ให้ปรากฏตามแนวยาวของเส้นตรงในแนวตั้งมีความยาว 20 เซนติเมตร อยู่ชิดทางด้านขวาบนจอคอมพิวเตอร์ เส้นตรงในแนวตั้งจะมีเลข 1 อยู่ที่ตำแหน่งปลายด้านล่าง และเลข 23 อยู่ที่ตำแหน่งปลายด้านบน ให้เด็กทายตำแหน่งตัวเลขที่

เรียงลำดับ แทนตำแหน่งของศูนย์หรือบอลลูน การทายตำแหน่งตัวเลขแต่ละครั้งจะมีการส่งลูกดอกในแนวนอนให้ตั้งฉากกับเส้นตรงในแนวตั้ง โดยปาข้ามจากซ้ายไปขวา เด็กจะต้องพยายามทำให้บอลลูนแตก ในครั้งแรกหากเด็กทายผิด เด็กจะได้รับอนุญาตให้ทายอีกครั้งจนกว่าจะสำเร็จ ลูกดอกที่ทายผิดจะคงอยู่ที่ผนังในแนวตั้ง จนกว่าบอลลูนจะถูกปาจนแตก เครื่องคอมพิวเตอร์จะบันทึกการกะประมาณของเด็กอย่างอัตโนมัติ เด็กแต่ละคนจะได้รับการทดสอบ 21 ครั้ง ในแต่ละครั้งมีตำแหน่งเป้าหมายเป็นตัวเลขตั้งแต่ 2 ถึง 22 จะจัดกลุ่มตำแหน่งเป้าหมาย (target positions) แบ่งออกเป็น 3 ช่วง คือ กลุ่มเป้าหมายขนาดเล็กมีตำแหน่งตัวเลขตั้งแต่ 2-8 กลุ่มเป้าหมายกลางมีตำแหน่งตัวเลขตั้งแต่ 9-15 และกลุ่มเป้าหมายขนาดใหญ่มีตำแหน่งตัวเลขตั้งแต่ 16-22 เด็กแต่ละคนจะใช้เวลาเล่นเกมนี้ประมาณ 10-12 นาที เมื่อจบเกมทายจำนวนโดยการปาลูกดอกแล้ว เด็กจะได้เห็นบอลลูน 3 ภาพ เพื่อใช้สำหรับสอบถามวิธีการที่เด็กใช้ในการกะประมาณ ตำแหน่งตัวเลขเป้าหมายจะแสดงตามลำดับการสุ่ม ซึ่งเป้าหมายที่ 1 มีความสัมพันธ์ใกล้ชิดไปยังจุดปลายของเลข 1 (ตัวเลขเป้าหมาย คือ 4) เป้าหมายที่ 2 เข้าใกล้ไปยังจุดปลายของเลข 23 (ตัวเลขเป้าหมายคือ 20) และเป้าหมายที่สามเข้าใกล้จุดกลาง (ตัวเลขเป้าหมายคือ 9) ผู้ทดสอบจะถามว่าเด็กกะประมาณตัวเลขเป้าหมายด้วยวิธีการใด ซึ่งจะเป็นวิธีการที่เด็กใช้ในระหว่างเกมปาลูกดอกทายจำนวน หลังจากเล่นเกมผ่านไปหลายวันเพื่อไม่ให้ส่งผลจากการกระทำในการกะประมาณ เด็กแต่ละคนจะได้รับการทดสอบการนับ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อ คือ แบบทดสอบคัดกรองจะประกอบด้วยการอ่านตัวเลข 1 และ 2 หลัก และการทดสอบนับจำนวนจุดที่เรียงเป็นแถวจำนวน 25 จุด โดยนับเรียงกันทีละ 1 จุด เกณฑ์การทดสอบการนับเพื่อพิจารณาว่าเด็กใช้หลักหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one principle) หมายถึงเด็กจะต้องแยกและบอกจำนวนจุดแต่ละจุดโดยการอ่านและนับจำนวนจุดต้องไม่ผิดพลาด (Gelman & Gallistel, 1978 อ้างถึงใน Newman & Berger 1984) และหัวข้อการทดสอบการนับที่มีความยากมากขึ้นโดยพิจารณาความถี่ในการนับ จะแบ่งการทดสอบเป็น 2 ชุด คือ ชุดแรก นับไปข้างหน้าจำนวน 3 ข้อ ประกอบด้วย นับเพิ่มทีละ 2 ตั้งแต่เลข 2 ถึงเลข 20 นับเพิ่มทีละ 3 ตั้งแต่เลข 3 ถึงเลข 18 และนับเพิ่มทีละ 5 ตั้งแต่เลข 5 ถึงเลข 30 สำหรับชุดที่ 2 นับถอยหลังมีจำนวน 3 ข้อ ประกอบด้วย นับถอยหลังทีละ 1 จากเลข 13 ไปยังเลข 1 นับถอยหลังทีละ 2 จากเลข 14 ไปยังเลข 2 และนับถอยทีละ 5 จากเลข 25 ไปยังเลข 5 รวมแบบทดสอบทั้ง 2 ชุด มี 6 ข้อ นำคะแนนทั้ง 6 ข้อมาหาเปอร์เซ็นต์คำตอบถูก เช่นยกตัวอย่างคำตอบที่เด็กนับไปข้างหน้าทีละ 3 ของเลขตั้งแต่ 3 ถึงเลข 18 มีดังนี้ "3, 5, 8, 11, 14,16" เด็กตอบถูก 3 ใน 5 ตัวเลข หรือคิดเป็น .60 เป็นต้น

ผลการศึกษาแสดงจะแบ่งเป็น 3 ประเด็น คือ ความแม่นยำในการกะประมาณจำนวน ทักษะในการนับ และการใช้วิธีในการกะประมาณ สำหรับความแม่นยำในการกะประมาณแบ่งการ

วิเคราะห์ออกเป็น 2 แบบ คือ หาค่าเฉลี่ยของจำนวนความผิดพลาดในการทายจำนวน และแบบที่ 2 คือหาค่าเฉลี่ยความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์ของค่าที่ได้จากการกะประมาณกับค่าของเป้าหมายจริง ผลการศึกษาทั้งสองแบบแสดงผลไปในลักษณะเดียวกัน นั่นคือพบว่าการกะประมาณจะแม่นยำมากในกลุ่มตัวเลขขนาดเล็ก สำหรับกลุ่มตัวเลขขนาดใหญ่ และขนาดกลางจะพบความผิดพลาดมากกว่ากลุ่มตัวเลขขนาดเล็ก และในกลุ่มตัวเลขที่ใหญ่ขึ้นจะมีแนวโน้มว่าความแม่นยำในการกะประมาณเพิ่มขึ้นตามอายุ ในกลุ่มตัวเลขขนาดเล็กพบว่าเด็กเกรด 3 จะกะประมาณได้แม่นยำมากกว่าเด็กเกรด 1 และเด็กอนุบาล ดังนั้นจากผลการศึกษาที่กล่าวมาพบว่าอายุ และตำแหน่งของตัวเลข มีอิทธิพลร่วมกันต่อการกะประมาณ แต่ไม่พบอิทธิพลของเพศต่อการกะประมาณ

ในการศึกษายังพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการนับและความแม่นยำในการกะประมาณ สำหรับทักษะในการนับพบว่าทั้งระดับอายุและความยากของงานในการนับมีอิทธิพบร่วมกันความสามารถในการนับ พบว่าเด็กเกรด 1 จะมีความสามารถในการนับลดลงเมื่อนับถอยหลังทีละ 2 และถอยหลังทีละ 5 เมื่อเปรียบเทียบกับการนับถอยหลังทีละ 1 ความสามารถในการนับถอยหลังจะลดลงต่อเนื่องเมื่อตัวเลขมีค่ามากขึ้น และในงานการนับชุดเดียวกันพบว่าเด็กอายุมากกว่าจะมีทักษะในการนับดีกว่าเด็กที่มีอายุน้อยกว่า สำหรับการนับไปข้างหน้าทีละ 1 พบว่าเด็กทุกเกรดมีความสามารถทำได้ดี แต่ในสำหรับงานการนับที่ยากขึ้นพบว่าความแตกต่างในการนับของเด็กทั้ง 3 กลุ่มมีมากขึ้นด้วย ซึ่งให้ข้อมูลที่สนับสนุนว่าทั้งระดับอายุ และทักษะในการนับมีความสัมพันธ์กับความแม่นยำในการกะประมาณ

ความซับซ้อนของกลวิธีที่ใช้กะประมาณ ส่งผลให้ความแม่นยำของการกะประมาณแตกต่างกัน พบว่าเด็กนักเรียนเกรด 3 มีความแม่นยำมากในการประมาณกลุ่มเป้าหมายทั้งสองปลายของเส้น และความแม่นยำมีความสัมพันธ์กับกลุ่มเป้าหมายในช่วงกลาง ขณะที่เด็กเล็กกว่ามีความแม่นยำเฉพาะในกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในช่วงจำนวนที่มีค่าน้อย สำหรับกลวิธีในการกะประมาณแบ่งออกเป็น 4 วิธี คือ 1) การเดาโดยไม่ต้องอาศัยการนับ 2) นับเพิ่มจาก 1(เริ่มนับจากจุดปลายเลข 1) โดยอาศัยการนับไปข้างหน้า 3) นับถอยหลังจาก 23 โดยอาศัยการนับถอยหลัง และ 4) นับตำแหน่งกลาง (นับจาก 10 หรือ 15) เป็นการนับที่อาศัยความยืดหยุ่น พบว่าเด็กอายุมากกว่ามีความยืดหยุ่นในการตัดสินทิศทางและจุดเริ่มต้นของลำดับการนับมากกว่า ทำให้เด็กที่มีอายุมากกว่ามีความได้เปรียบในการกะประมาณมากกว่าเด็กที่มีอายุน้อยกว่า

เราทราบว่ากลวิธีส่งผลต่อความแม่นยำในการกะประมาณ และเราจะได้ทราบต่อไปว่าระหว่างผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณมากและน้อยจะใช้กลวิธีในการกะประมาณจำนวนแตกต่างกันอย่างไร จากงานวิจัยของ Crites (1992) ได้ศึกษากลวิธีของผู้ประมาณที่มีทักษะมาก และมีทักษะน้อย ในการกะประมาณปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง ในการศึกษานี้บรรยายถึงกลวิธีที่เด็กนักเรียน

เกรด 3, 5 และ 7 ใช้เมื่อต้องการกะประมาณจำนวนที่ไม่ต่อเนื่อง ศึกษาในเด็กนักเรียนจำนวน 401 คน จากเมืองขนาดเล็กในชนบท เด็กแต่ละคนจะได้รับการทดสอบการกะประมาณ หลังจากนั้นจะคัดเลือกเด็กจากจำนวนทั้งหมด 401 คน ใน 3 ระดับอายุ และแบ่งเด็กออกเป็น 2 กลุ่ม คือเด็กที่มีทักษะในการกะประมาณเป็นเด็กที่ได้คะแนนทดสอบการกะประมาณอยู่ในลำดับสูงสุด 1-3 จำนวน 6 คน และเด็กที่มีทักษะในการกะประมาณน้อยเป็นเด็กที่ได้คะแนนทดสอบการกะประมาณต่ำสุดนับจากล่างสุดสามลำดับ จำนวน 6 คน (รวมทั้งหมด 36 คน) เด็กทั้ง 36 คนจะถูกสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล เกี่ยวกับกลวิธีที่เขาใช้เพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการกะประมาณปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง 20 คำถาม การศึกษานี้พบว่าโดยปกติเด็กใช้กลวิธีการเปรียบเทียบจุดมาตรฐาน (benchmark comparison) การมอง (eyeball) และการแยก (decomposition)/การผสมอีกครั้ง (recomposition) และจากข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์เกี่ยวกับกลวิธีที่เด็กทั้ง 2 กลุ่ม ใช้ในการกะประมาณจำนวน พบว่า

1) ผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณมากกว่าจะมีแนวโน้มใช้การแยก/การผสมอีกครั้ง
2) ผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณน้อยกว่า โดยทั่วไปใช้การรับรู้เป็นพื้นฐานของกลวิธี
3) ผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณมากจะประสบความสำเร็จในการกะประมาณที่มีจำนวนขนาดใหญ่ มากกว่าผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณน้อย
4) ผู้ที่มีทักษะในการกะประมาณมากกว่า จะกะประมาณอยู่ในช่วงของคำตอบที่เป็นที่ยอมรับได้มาก และใช้การเดาน้อยกว่า

จากงานวิจัยของ Crites (1992) ยังได้แสดงให้เห็นว่าความแม่นยำในการกะประมาณจะเพิ่มขึ้นตามอายุ คือ เกรด 7 มีค่าเฉลี่ยความแม่นยำในการกะประมาณมากกว่าเด็กเกรด 5 เกรด 3 ตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องจากการใช้กลวิธีในการกะประมาณของเด็กแตกต่างกันนั่นเอง ซึ่งพบว่าเด็กโตกว่าจะใช้วิธีที่ซับซ้อนกว่า แต่เด็กเล็กจะเลือกใช้วิธีที่อาศัยการรับรู้มากกว่า

Pike & Forrester (1997) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอิทธิพลของอายุ ความรู้ทางจำนวน (number-sense) และบริบทของงานกะประมาณ ที่มีต่อความสามารถในการวัดโดยประมาณของเด็กระดับปฐมวัย กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 6 -11ปี ได้รับการประเมินความรู้ทางจำนวน (number-sense) 3 หัวข้อ คือ 1) การคำนวณในใจ 2) ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของจำนวน และ 3) ความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และจากนั้นทดสอบการกะประมาณความยาวและพื้นที่ใน 2 บริบท (task contexts) การศึกษาพบว่าความรู้ทางจำนวนพัฒนาตามอายุ แต่ไม่พบความสัมพันธ์ระหว่างการกะประมาณกับอายุ อย่างไรก็ตามพบว่าความสามารถในการใช้และรู้ความสัมพันธ์ของจำนวน และความเข้าใจจำนวน

ที่มีขนาดใหญ่ มีอิทธิพลต่อความสามารถของเด็กในการกะประมาณพื้นที่ของเด็กทุกกลุ่มอายุ และยังพบว่าความแม่นยำในการกะประมาณขึ้นอยู่กับบริบทของงานกะประมาณอีกด้วย

จากการศึกษาของ Newman & Berger (1984) และ Crites (1992) ที่กล่าวมาข้างต้น พบว่าระดับอายุ มีอิทธิพลต่อการกะประมาณจำนวนของเด็ก ในเด็กที่อายุมากกว่าจะมีความแม่นยำในการกะประมาณมากกว่า ในงานของ Pike & Forrester (1997) ให้ผลการศึกษาไม่สอดคล้องกับทั้งสองงานวิจัยที่กล่าวมาคือไม่พบว่าการกะประมาณพัฒนาตามอายุ แต่พบว่าความรู้ทางจำนวนพัฒนาตามอายุ และพบอีกว่าความแม่นยำของการกะประมาณขึ้นอยู่กับบริบทของงานที่เด็กได้รับ

นอกจากปัจจัยด้านระดับอายุที่มีผลต่อความแม่นยำในการกะประมาณแล้ว ยังมีงานวิจัยที่สนใจศึกษาปัจจัยด้านความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็ก เช่นงานวิจัยของ Siegler & Booth (2004) ศึกษาพัฒนาการของการกะประมาณบนเส้นจำนวนในเด็กเล็ก โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 การศึกษา สำหรับในการศึกษาที่ 1 มีสมมุติฐาน 2 ข้อ คือ ข้อที่ 1) พัฒนาการในการกะประมาณบนเส้นจำนวนจะเปลี่ยนจากรูปแบบ logarithmic ซึ่งหมายถึงการใช้ตัวแทนไม้บรรทัด logarithmic เป็นการทำให้ระยะห่างระหว่างขนาดจำนวนที่อยู่ในช่วงปลายที่มีค่าน้อยเพิ่มความห่างมากยิ่งขึ้น แต่ขนาดของจำนวนที่อยู่ในช่วงกลางและช่วงปลายซึ่งมีค่ามากจะมีระยะห่างน้อยลง ไปเป็นการใช้ตัวแทนรูปแบบ linear หมายถึงการใช้ตัวแทนทางจำนวนและปริมาณอื่นๆ ซึ่งถูกแทนที่บนเส้นตรงที่มีช่วงห่างเท่าๆ กัน และการเพิ่มขนาดของเส้นตรง พบว่าการกะประมาณในรูปแบบ linear จะเพิ่มขึ้นตามอายุ และการกระจาย (variability) ลดลงตามอายุ ข้อที่ 2) ความแม่นยำในการกะประมาณบนเส้นจำนวนสัมพันธ์ในระดับสูงกับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ โดยทดสอบในเด็กอนุบาล เกรด 1 และ 2 ที่มีอายุระหว่าง 5-8 ปี ให้เด็กแต่ละคนกะประมาณบนเส้นจำนวนที่อยู่ในช่วงจำนวน 0-100 และรวบรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของเด็กแต่ละคน การหาความแม่นยำในการกะประมาณบนเส้นจำนวนโดยการหาเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ (percent absolute error) ผลการศึกษาที่ 1 นี้พบว่าความแม่นยำในการกะประมาณบนเส้นจำนวนของเด็กเพิ่มขึ้นตามอายุ และการกะประมาณในรูปแบบ logarithmic จะเปลี่ยนไปเป็นรูปแบบ linear เพิ่มขึ้นตามอายุด้วย สำหรับการกระจายในการกะประมาณพบว่าลดลงตามอายุ และในการศึกษานี้พบว่ามีความสัมพันธ์ระดับสูงระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ และความแม่นยำในการกะประมาณบนเส้นจำนวน พบว่าเด็กที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูงจะมีความแม่นยำในการกะประมาณ และมีรูปแบบการกะประมาณในลักษณะ linear สูงขึ้นด้วย

การศึกษาที่ 2 ของ Siegler & Booth (2004) มีสมมุติฐานการวิจัยว่าเด็กที่ได้รับการฝึกการกะประมาณบนเส้นจำนวนจะมีความแม่นยำในการกะประมาณ และใช้ตัวแทนแบบ linear มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึกการกะประมาณบนเส้นจำนวน (กลุ่มควบคุม) ทดสอบในเด็กอนุบาล เกรด 1 และ 2 แบ่งเด็กออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง เฉพาะในกลุ่มทดลองเด็กจะได้รับข้อมูลป้อนกลับเมื่อเด็กกะประมาณบนเส้นจำนวนผิดพลาด ก่อนและหลังการทดสอบ เด็กทั้งสองกลุ่มจะได้รับการทดสอบให้กะประมาณบนเส้นจำนวนที่อยู่ในช่วง 0-100 ผลการศึกษาพบว่าเด็กอนุบาลที่ได้รับประสบการณ์ในการกะประมาณบนเส้นจำนวนไม่ส่งผลต่อความแม่นยำในการกะประมาณบนเส้นจำนวน แต่ในเด็กเกรด 1 และ 2 ที่ได้รับประสบการณ์จะทำให้ความผิดพลาดในการกะประมาณลดลง แต่กลุ่มควบคุมไม่มีการเปลี่ยนแปลง การศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ Siegler & Opfer (2003) ซึ่งในการศึกษานี้ต้องการทดสอบความสามารถและการใช้ตัวแทนในการกะประมาณบนเส้นจำนวนของเด็กอนุบาล เกรด 2, 4 ,6 และผู้ใหญ่ โดยให้กลุ่มตัวอย่างกะประมาณจำนวนบนเส้นจำนวน 2 ช่วง คือ ช่วง 0-1000 และ 0-100 ผลการศึกษาพบว่าเด็กแต่ละคนมีตัวแทนและประสบการณ์ทางจำนวนที่หลากหลายตามอายุ และเด็กจะใช้ตัวแทนที่เหมาะสมเพิ่มขึ้นตามอายุ กล่าวคือเด็กจะเปลี่ยนไปใช้รูปแบบ linear เพิ่มขึ้นตามอายุด้วย นอกจากนี้ยังพบอิทธิพลของบริบทระหว่างงานกะประมาณบนเส้นจำนวนทั้งสองช่วง พบว่าจำนวนที่อยู่ในช่วง 0-1000 เด็กจะใช้ตัวแทนรูปแบบ logarithmic แต่จำนวนที่อยู่ในช่วง 0-100 เด็กจะใช้ตัวแทนรูปแบบ linear

เนื่องจากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าพัฒนาการในการกะประมาณบนเส้นจำนวน (number line estimation) โดยพิจารณาจากการใช้ตัวแทนแบบ logarithmic ไปเป็นแบบ linear เพิ่มขึ้นตามอายุ แต่ยังไม่มีหลักฐานการใช้ตัวแทนรูปแบบดังกล่าวในงานกะประมาณอื่นๆ เช่น การกะประมาณในการคำนวณ (computational estimation) การกะประมาณจำนวน (numerostiy estimation) และการกะประมาณมาตรวัด (measurement estimation) ดังนั้นในงานวิจัยล่าสุด Booth & Siegler (2006) ได้ศึกษาพัฒนาการและความแตกต่างของแต่ละบุคคลที่มีต่อการกะประมาณตัวเลข ทั้ง 4 ชนิดคือ การกะประมาณในการคำนวณ และการกะประมาณบนเส้นจำนวน การกะประมาณจำนวน และการกะประมาณมาตรวัด โดยศึกษาในเด็กอนุบาล เกรด 1, 2 และ 3 เด็กแต่ละคนจะได้รับการทดสอบการกะประมาณทั้ง 4 ชนิด และเก็บรวบรวมคะแนนสัมฤทธิ์ผลทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า พัฒนาการความสามารถในการกะประมาณในงานกะประมาณทั้ง 4 ชนิด เป็นไปตามรูปแบบการใช้ตัวแทนทางจำนวนเหมือนที่พบในการศึกษาที่ผ่านมา (Siegler & Booth, 2004; Siegler & Opfer, 2003) และพบความสัมพันธ์ระหว่างการกะประมาณในการคำนวณ การกะประมาณบนเส้นจำนวน และการกะประมาณจำนวน ต่อ

ความสามารถทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่พบความสัมพันธ์ระหว่างงานกะประมาณมาตรวัดและความสามารถทางคณิตศาสตร์

สำหรับการศึกษาของ Siegler & Booth (2004) ได้แสดงให้เห็นความสอดคล้องกับการศึกษาของ Huntley-Fenner (2001) พบว่าความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี เป็นไปตามรูปแบบการทำนายของโมเดลตัวสะสม (accumulator model) เด็กจะกะประมาณจำนวนโดยการใช้ตัวแทนที่ทำให้เกิดที่ว่างอย่างเท่าๆ กัน และเมื่อขนาดจำนวนเพิ่มขึ้นการใช้ตัวแทนจะเป็นรูปแบบเส้นตรง ตามการกระจายของจำนวนที่ไม่มีทิศทาง (scalar variability) Huntley-Fenner (2001) ต้องการตรวจสอบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (Coefficient of Variability: *C.V.*) หรือการกระจายของจำนวนที่ไม่ทิศทาง (scalar variability) เปลี่ยนแปลงตามอายุหรือไม่ และเพื่อแสดงให้เห็นความสามารถในงานกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี เด็กทุกคนจะได้เห็นลำดับของขนาดกลุ่มจำนวน 5, 7, 9, และ 11 ที่แสดงบนจอคอมพิวเตอร์ สิ่งเร้าเป็นสี่เหลี่ยมสีดำอยู่บนฉากที่มีสีขาว พื้นที่พิจารณาโดยรวมของสี่เหลี่ยมในแต่ละกลุ่มจำนวนมีค่าคงที่ประมาณ 87 ซม.^{2} ผู้วิจัยควบคุมความแตกต่างทั้งหมดในพื้นที่หรือความสว่างโดยเฉลี่ยเพื่อไม่ให้เกิดตัวชี้แนะ (cue) ต่อขนาดกลุ่มจำนวนทั้ง 4 โดยขนาดของสี่เหลี่ยมแต่ละอันจะแปรผันตามจำนวนดังนี้ 17.3 , 12.4 ,9.7 และ 7.9 ซม.^{2} สำหรับกลุ่มจำนวน 5 ,7 , 9 และ 11 อัน ตามลำดับ แต่ละสี่เหลี่ยมของกลุ่มจำนวนที่ใช้ฝึกหัดจะประกอบด้วย 1 , 2 และ 3 อัน ทั้งสามมีขนาดเท่ากันคือ 6.3 ซม.^{2} การจัดกลุ่มของจำนวนที่มีขนาดใหญ่จะปรากฏความหนาแน่นน้อยลง และเด็กแต่ละคนกะประมาณ 40 ครั้งต่อกลุ่มจำนวน รวมทั้งหมดจะกะประมาณ 160 ครั้งต่อเด็กหนึ่งคน แบ่งการทดสอบออกเป็น 4 ตอน (4 session) ใช้เวลาต่อเนื่องหลายวัน และเพื่อลดความเป็นไปได้ของการนับแบบออกเสียง จะแสดงสิ่งเร้าให้เห็นอย่างรวดเร็ว (ใช้เวลา 250 มิลลิวินาที) และจากนั้นจะภาพที่แสดงจะหายไปอย่างทันทีทันใด ภายหลังจากการนำเสนอแต่ละภาพ เด็กจะต้องระบุตัวเลขจากภาพที่แสดง โดยการชี้ตัวเลขบนเส้นจำนวนที่มีตัวเลขระหว่าง 1-20 เพื่อควบคุมไม่ให้เด็กตอบตัวเลขซ้ำๆ เช่น 10,15,20 เนื่องจากตัวเลขเหล่านั้นเด็กพบเห็นได้เป็นประจำในการใช้ภาษา (Dehaene,1997) และในการทดสอบนำร่อง (pilot testing) พบว่าบางครั้งเด็กเกิดความผิดพลาดในการเปล่งเสียงตัวเลข เช่น 12 เป็น 21 หรือ 7 เป็น 17 เป็นต้น การตอบสนองด้วยการชี้บนเส้นจำนวนจึงมีจุดมุ่งหมายเพื่อลดความผิดพลาดดังกล่าว เพราะจะเป็นแหล่งทำให้เกิดความแปรปรวนได้ การทดสอบนำร่องพบว่าร้อยละ 98 เด็กจะตอบอยู่ระหว่าง 1 ถึง 20

จากการศึกษาการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี พบว่าค่าเฉลี่ยของความแม่นยำของเด็กอายุ 5 ปี 6 ปี และ 7 ปี คือร้อยละ 20 27 และ 38 ตามลำดับ และเปอร์เซ็นต์คำตอบถูก

ของขนาดกลุ่มจำนวน 5 7 9 และ 11 คือ 65 23 13 และ 11 ตามลำดับ นั่นคือความแม่นยำของการกะประมาณจะเพิ่มขึ้นตามอายุ และในขนาดกลุ่มจำนวน 5 7 9 และ 11 พบว่าเปอร์เซ็นต์การตอบถูกจะลดตามขนาดจำนวนที่เพิ่มขึ้น และค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์ความผันแปร ในแต่ละคนมีความสัมพันธ์เชิงลบกับอายุ พบว่าเด็กอายุมากกว่ามีค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปรลดลงมากกว่าเด็กอายุน้อยกว่า และการกระจายของการกะประมาณของเด็กมีความคล้ายคลึงกับผู้ใหญ่

Huntley-Fenner & Cannon (2000) ได้แสดงให้เห็นว่ากลไกการแทนการรับรู้ก่อนใช้ภาษา (preverbal analog mechanism) ส่งผลการเปรียบเทียบอัตราส่วนของจำนวน ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างอายุ 3 ปี 4 ปี และ 5 ปี โดยเด็กจะได้เห็นสิ่งเร้าที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมสีดำอยู่บนกระดาษสีขาว จากนั้นเด็กจะต้องเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มของจำนวนในอัตราส่วนต่างกัน เช่น 1:2 และ 2:3 และมีระยะห่างระหว่างจำนวนเป็น 1, 2, 3, 4 และ 5 ผลการวิจัยพบว่าเด็กมีความแม่นยำในการเปรียบเทียบในอัตราส่วน 1:2 มากกว่าอัตราส่วน 2:3 และภายในอัตราส่วนเดียวกันพบว่าความแม่นยำในการเปรียบเทียบจำนวนลดลงตามขนาดจำนวน แสดงให้เห็นอิทธิพลของระยะห่างและขนาดของจำนวนนั่นเอง ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Xu & Spelke (2000) ที่ได้ศึกษาการแยกแยะจำนวนขนาดใหญ่ในทารกอายุ 6 เดือน ในการทดลองได้ควบคุมตัวแปรแทรกซ้อนอย่างเข้มงวด เช่นควบคุมความสว่างโดยเฉลี่ย ความยาวของรูปร่าง ความหนาแน่น องค์ประกอบของขนาด และขนาดของภาพที่แสดง การศึกษาแรกทดสอบการแยกแยะขนาดกลุ่มจำนวน 8 กับ 16 และในการทดสอบที่ 2 แยกแยะขนาดกลุ่มจำนวน 8 กับ 12 ในการทดสอบให้ทารกนั่งบนเก้าอี้ที่ปรับเอนได้ และหันหน้าเข้าหาเวทีที่มีตุ๊กตาหุ่น รอบๆ เวทีจะติดม่านสีดำ และติดดวงไฟด้านบน เริ่มการทดสอบโดยการเปิดม่าน ทารกจะได้เห็นภาพแสดงห่างจากเด็กประมาณ 60 เซนติเมตร ติดตั้งกล้องวีดีโอเพื่อบันทึกภาพเด็ก การวิจัยใช้เกณฑ์การเลิกให้ความสนใจ (habituation) เด็กจะได้ดูสิ่งเร้าที่เป็นวงกลมสีดำเข้มบนพื้นกระดาษสีขาว ในระยะ habituation เด็กจะได้ดูภาพแสดงขนาดกลุ่มจำนวน 8 หรือ16 และในระยะการทดสอบจะได้ดูภาพแสดงจำนวน 16 หรือ 8 เช่น ในระยะ habituation เด็กได้ดูภาพขนาดกลุ่มจำนวน 8 และในระยะทดสอบเด็กจะได้ดูภาพขนาดกลุ่มจำนวน 16 เป็นต้น สำหรับการศึกษาที่สองมีวิธีการเช่นเดียวกันแต่เปลี่ยนขนาดจำนวนเป็น 8 กับ 12 ผลการวิจัยพบว่าเด็กสามารถแยกแยะจำนวนระหว่าง 8 กับ 16 แต่ไม่สามารถแยกแยะ 8 กับ 12 ได้ ต่อมา Xu (2003) ได้ศึกษาว่าทารกสามารถแยกแยะจำนวนที่มีขนาดใหญ่และขนาดเล็กได้แตกต่างกันอย่างไร การวิจัยแบ่งออกเป็น 2 การศึกษา ในการศึกษาที่1 ให้เด็กดูจุดที่มีขนาดกลุ่มจำนวน 4 กับ 8 และในการศึกษาที่ 2 เด็กจะดูภาพจุดที่มีขนาดกลุ่มจำนวน 2 กับ 4 พบว่าเด็กสามารถแยกแยะขนาดกลุ่มจำนวน 4 กับ 8 ได้แต่ไม่สามารถแยกแยะขนาดกลุ่มจำนวน 2 กับ 4 ได้ แสดงให้เห็นหลักฐานสองระบบคือ ระบบที่ 1 เป็นระบบของการมองตามวัตถุ (object-

tracking system) ซึ่งเป็นระบบที่ใช้ในกลุ่มจำนวนที่ขนาดเล็กกว่า 3 หรือ 4 สำหรับระบบที่ 2 คือ ระบบการกะประมาณจำนวนจะถูกใช้ในกลุ่มจำนวนที่มีขนาดใหญ่ มีความสอดคล้องกับกฎของ Weber (Xu, 2003)

สำหรับงานวิจัยที่ได้พยายามศึกษาการทำงานของสมองที่เกี่ยวกับปริมาณ เช่นงานของ Temple & Posner (1998) แสดงให้เห็นอิทธิพลของระยะห่างเหมือนกัน โดยได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มตัวอย่างที่เป็นเด็กอายุ 5 ปี และในผู้ใหญ่อายุ 19-38 ปี การทดสอบจะให้กลุ่มตัวอย่างดูสิ่งเร้าเป็นตัวเลขและจำนวนคือ 1 4 6 และ 9 ที่แสดงบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ จากนั้นให้กลุ่มตัวอย่างตอบสนองโดยการกดปุ่มเพื่อระบุจำนวนหรือตัวเลขที่มีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า 5 ในการศึกษาครั้งนี้จะพิจารณาการทำงานของสมองและอัตราการผิดพลาดในการตอบ ในการศึกษานี้พบว่าการทำงานของสมองบริเวณ parietal lobe ซึ่งมีหน้าที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินจำนวน และอัตราความผิดพลาดในการตอบพบว่าเกิดจากอิทธิพลของระยะห่าง กล่าวคือความผิดพลาดของจำนวนหรือตัวเลขที่ใกล้เคียง 5 จะมีมากกว่าความผิดพลาดของตัวเลขที่ห่างจาก 5 และในการวิจัยของ Dehaene, Dehaene-Lambertz & Cohen (1998) พบหลักฐานการทำงานของสมองในการการรับรู้การแยกแยะทางจำนวน และความสามารถในการคำนวณขั้นพื้นฐาน พบว่าอยู่ในตำแหน่งระหว่าง parietal lobe ทั้งซีกซ้ายและขวา และพบผลของระยะห่างของจำนวนคือความสามารถในการแยกแยะจำนวน 2 จำนวนเพิ่มขึ้นตามระยะห่างของจำนวนทั้งสอง ความสามารถในการแยกแยะจะลดลงเมื่อจำนวนนั้นมีขนาดเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ยังมีการศึกษาการรับรู้ภายในและระหว่างหมวดประสาทสัมผัสที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจทางจำนวน ในการศึกษาของ Barth, Kanwisher & Spelke (2003) ได้เปรียบเทียบระหว่างการตัดสินใจทางจำนวนโดยใช้การรับรู้ภายในและข้ามหมวดประสาทสัมผัส โดยศึกษาในกลุ่มตัวอย่างที่เป็นผู้ใหญ่ กลุ่มตัวอย่างจะได้เห็นสิ่งเร้าเป็นจุดสีขาวบนพื้นดำที่แสดงบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ หรือได้ยินเสียงจำนวน 10 20 และ 30 โดยกลุ่มตัวอย่างจะต้องตัดสินใจกดปุ่มที่ 1 เมื่อภาพ/เสียงที่ 1 และภาพ/เสียงที่ 2 เท่ากัน และกดปุ่มที่ 2 เมื่อภาพ/เสียงที่ 1 และภาพ/เสียงที่ 2 ต่างกัน ในการวิจัยนี้จะวัดความแม่นยำและระยะเวลาในการตอบสนอง พบว่าผู้ใหญ่ประสบความสำเร็จในการเปรียบเทียบกลุ่มจำนวนได้ทั้งสองหมวดประสาทสัมผัส และในการศึกษานี้การใช้ตัวแทนทางจำนวนจะไม่มีผลมาจากสิ่งเร้าอื่นๆ เช่น ช่วงเวลา อัตราความหนาแน่นของพื้นผิวและพื้นที่ ในบางการวิจัยแสดงให้เห็นอิทธิพลของความหนาแน่นที่มีต่อการรับรู้ทางจำนวน เช่น ในการวิจัยของ Durgin (1995) พบว่าความหนาแน่นส่งผลต่อการรับรู้จำนวน โดยให้กลุ่มตัวอย่างดูจุดที่มีจำนวน 20 40 80 160 และ 320 ซึ่งจะมีการจัดวางจุดให้มีความหนาแน่นแตกต่างกันออกไปตั้งแต่ 1.25-20 จุดต่อพื้นที่ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าหากจุดที่อยู่

รวมกลุ่มมีขนาดใหญ่มีความหนาแน่นมาก กลุ่มตัวอย่างจะรับรู้ว่ามีจำนวนน้อย แต่เมื่อกลุ่มขนาดเล็กจัดเรียงแบบกระจาย จะรับรู้ว่ามีจำนวนมาก

ในบางการวิจัยพบว่าเด็กเล็กมีคุณภาพคล้ายคลึงกับผู้ใหญ่ (Temple & Posner, 1998; Huntley-Fenner, 2001) และในสัตว์หลายสายพันธุ์ (species) รวมถึงหนูด้วย จากการศึกษาพบว่าการใช้ตัวแทนทางจำนวนมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบ ซึ่งพิจารณาได้จากการกระจายที่คงที่ตลอดการกะประมาณในขนาดกลุ่มจำนวนที่แตกต่างกัน และพบว่าเด็ก 5 ปีสามารถตัดสินจำนวนได้สม่ำเสมอขึ้นอยู่กับขนาดของจำนวน (Miller & Gelman, 1983) และในการศึกษาการกะประมาณจำนวนจำเป็นต้องควบคุมปัจจัยแทรกซ้อนต่างๆ เช่น ความเร็วในการแสดงภาพจะต้องไม่นานกว่า 250-350 มิลลิวินาทีต่อวัตถุหนึ่งชิ้น เพื่อควบคุมไม่ให้ใช้การนับ สำหรับขนาดของกลุ่มจำนวนจะต้องมีจำนวนไม่น้อยกว่า 4 เนื่องจากอาจใช้กระบวนการนับแบบไม่ออกเสียงและไม่ชี้ (subitizing) หรือกระบวนการก่อนความตั้งใจ(pre-attentive) ของแต่ละบุคคล (Trick & Pylyshyn, 1994) นอกจากนี้พบว่าในเด็กเล็กจะไวต่อลักษณะทางพื้นที่ และ พื้นผิว (Durgin, 1995) ดังนั้นในการทดลองในครั้งต่อไปอาจจะรวบรวมข้อมูลระยะเวลาที่ใช้ในการกะประมาณเพื่อจะได้ตัดสินความสามารถในการกะประมาณจำนวนระหว่างผู้ใหญ่และเด็ก ได้อย่างเจาะจงมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ในการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการกะประมาณจำนวนในเด็กอายุ 5-7 ปี
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการกะประมาณจำนวนในเด็กอายุ 5-7 ปี ในแต่ละขนาดกลุ่มจำนวน คือ 5 8 11 และ 14

สมมุติฐานในการวิจัย

1. เด็กอายุ 5-7 ปี จะมีเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนสมบูรณ์ในการกะประมาณจำนวนลดลงตามอายุ
2. เปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนสมบูรณ์ในการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี จะเพิ่มขึ้นตามขนาดกลุ่มจำนวนที่มากขึ้น
3. เด็กอายุ 5-7 ปี จะมีเปอร์เซ็นต์คำตอบถูกในการกะประมาณจำนวนเพิ่มขึ้นตามอายุ
4. เปอร์เซ็นต์คำตอบถูกในการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี จะลดลงตามขนาดกลุ่มจำนวนที่มากขึ้น
5. เด็กอายุ 5-7 ปี จะมีค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (C.V.) ในการกะประมาณจำนวนลดลงตามอายุ
6. ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (C.V.) ในการกะประมาณจำนวนของเด็กอายุ 5-7 ปี จะเพิ่มขึ้นตามขนาดกลุ่มจำนวนที่มากขึ้น

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **ความสามารถในการกะประมาณจำนวน** (Numerosity Estimation Ability) หมายถึง ความสามารถในการระบุจำนวนอย่างประมาณของกลุ่มจำนวนหนึ่งซึ่งอยู่รวมกันบนจอคอมพิวเตอร์ โดยไม่มีการนับ และมีระยะเวลาในการดูเพียง 250 มิลลิวินาที ในการวิจัยครั้งนี้ใช้กลุ่มจำนวนรูปสี่เหลี่ยมสีดำ จำนวน 5 8 11 และ14 อัน
2. **ความสามารถในการกะประมาณจำนวน** วัดได้จาก:

   2.1 **เปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนสัมบูรณ์ในการกะประมาณจำนวน** หมายถึง ร้อยละของการกะประมาณจำนวนที่ผิดพลาดไปจากจำนวนจริง มีสูตรคำนวณดังนี้

$$\frac{|\text{จำนวนจากการกะประมาณ} - \text{จำนวนจริง}|}{\text{จำนวนจริง}} \times 100\%$$

   2.2 **เปอร์เซ็นต์คำตอบถูกในการกะประมาณจำนวน** หมายถึง ร้อยละของจำนวนครั้งที่ตอบถูกในการกะประมาณจำนวน จากจำนวนครั้งทั้งหมด มีสูตรคำนวณดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์คำตอบถูกในการกะประมาณจำนวน} = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ตอบถูก}}{\text{จำนวนครั้งทั้งหมด}} \times 100\%$$

2.3 **ค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร** (Coefficient of Variation : C.V.) หมายถึง ค่าการกระจายในการกะประมาณจำนวน มีสูตรคำนวณ (Huntley-Fenner, 2001; กัลยา วานิชย์บัญชา, 2546) ดังนี้

$$C.V. = \frac{SD}{Mean}$$

3. **ความสามารถในการแสดงจำนวน** หมายถึง ความสามารถในหยิบจำนวนยางลบได้ตรงตามจำนวนที่ผู้วิจัยบอกคือ 5 8 11 และ 14 ชิ้น จากจำนวนยางลบที่วางรวมกัน 20 ชิ้น ไปใส่ลงในภาชนะใสได้ถูกต้อง
4. **ความสามารถในการจับคู่จำนวนกับตัวเลข** หมายถึง ความสามารถในการจับคู่จำนวนรูปสี่เหลี่ยม 5 8 11 และ 14 อัน ได้ตรงกับตัวเลขที่แสดงจำนวนดังกล่าวโดยการลากเส้น

ตัวแปรในการวิจัย

1. ตัวแปรต้น (Independent Variable)
   1.1 ระดับอายุ แบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ 5 ปี 6ปี และ 7 ปี
   1.2 ขนาดกลุ่มจำนวน แบ่งเป็น 4 ระดับ ได้แก่ขนาดกลุ่มจำนวน 5 8 11 และ 14
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) คือ ความสามารถในการกะประมาณจำนวน แสดงโดย
   2.1 เปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนสมบูรณ์ในการกะประมาณจำนวน
   2.2 เปอร์เซ็นต์คำตอบถูกในการกะประมาณจำนวน
   2.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปรในการกะประมาณจำนวน (Coefficient of Variation : *C.V.*)

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อจะได้ทราบความสามารถในการกะประมาณจำนวนของเด็กไทยในระดับอายุ 5-7 ปี
2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาพัฒนาการเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ของเด็กไทย
3. เพื่อเป็นแนวทางให้แก่ผู้ที่สนใจได้ศึกษาต่อไป