

## รายการอ้างอิง

- Andreyev, N. I. (1968). **Correlation theory of statistically optimal systems**. Philadelphia: W. B. Saunders.
- Arunsawatwong, S. (1996). Stability of retarded delay differential systems. **International Journal of Control** **65**(2): 347–364.
- Arunsawatwong, S. (1998). Stability of Zakian  $I_{MN}$  recursions for linear delay differential equations. **BIT** **38**(2): 219–233.
- Arunsawatwong, S. (2005). Critical control of building under seismic disturbance. In V. Zakian (ed.), **Control Systems Design – A New Framework**, pp. 339–353. London: Springer Verlag.
- Arunsawatwong, S., Kuhakan, C. and Pinkaew, T. (2002). Critical system design for control of a building under earthquake excitation. **Proceedings of the 4th Asian Control Conference**, pp. 1997–2001. Singapore.
- Balachandran, R. and Chidambaram, M. (1997). Decentralized control of crude unit distillation towers. **Computers and Chemical Engineering** **21**(8): 783–786.
- Bertsekas, D. P. and Rhodes, I. B. (1971). On the minimax reachability of target sets and target tubes. **Automatica** **7**: 233–247.
- Birch, B. and Jackson, R. (1959). The behaviour of linear systems with inputs satisfying certain bounding conditions. **Journal of Electronics and Control** **6**(4): 366–375.
- C. Zhou, J. R. Whiteley, E. A. M. and Gasem, K. A. M. (1995). Application of enhanced LQG/LTR for distillation control. **IEEE Control Systems Magazine** **15**(4): 56–63.
- Chen, C.-T. (1983). **Linear System Theory and Design**. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Oxford University Press.
- Ciranna, J. F. (1976). **Investigation on Zakian's method for stiff non-linear differential equations**. PhD thesis. University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester.
- Glover, J. D. and Schweppe, F. C. (1971). Control of linear dynamic systems with set constrained disturbances. **IEEE Transactions on Automatic Control** **AC-16**: 411–422.

- Gray, J. O. and Al-Janabi, T. H. (1975). The numerical design of feedback control systems containing of saturation element by the method of inequalities. **Proceedings of 7th IFIP Conference on Optimization Techniques**, pp. 510–521. France.
- Gray, J. O. and Al-Janabi, T. H. (1976). Toward the numerical design of nonlinear feedback system by Zakian's method of inequalities. **Proceedings of the IFAC Symposium on Large Scale Systems Theory and Applications**, pp. 327–334. Italy.
- Hale, J. K. and Verduyn-Lunel, S. M. (1993). **Introduction to functional differential equations**. New York: Springer Verlag.
- Jabbari, F., Schmitendorf, W. E. and Yang, J. N. (1995).  $H_\infty$  control for seismic excited buildings with accelerations feedback. **ASCE Journal of Engineering Mechanics** **121**: 994–1002.
- Janabi, T. H. and Gray, J. O. (1991). Method for the control of a special class of non-linear systems. **International Journal of Control** **54**: 215–239.
- Kelly, J. M., Leitmann, G. and Soldatos, A. G. (1987). Robust control of based-isolated structures under earthquake excitation. **Journal of Optimization Theory and Applications** **53**(2): 159–179.
- Khaisongkram, W. and Banjerdpongchai, D. (2006). Linear controller design and performance limits of binary distillation column subject to disturbances with bounds on magnitudes and rates of change. **Journal of Process Control** **16**: 845–854.
- Khaisongkram, W. and Banjerdpongchai, D. (2007). On computing the worst-case norm of linear systems subject to inputs with magnitude bound and rate limit. **International Journal of Control** **80**(2): 190–219.
- Köse, I. E., Schmitendorf, W. E., Jabbari, F. and Yang, J. N. (1996).  $H_\infty$  active seismic response control using static output feedback. **Journal of Engineering Mechanics** **122**(7): 651–659.
- Lane, P. G. (1992). **Design of control systems with inputs and outputs satisfying certain bounding conditions**. PhD thesis. University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester.
- Lane, P. G. (1995). The principle of matching: a necessary and sufficient condition for inputs restricted in magnitude and rate of change. **International Journal of Control** **62**(5): 893–915.

- Lane, P. G. (2005). Matching conditions for transient inputs, In V. Zakian (ed.), **Control Systems Design – A New Framework**, pp 97–119. London: Springer Verlag.
- Luyben, W. L. (1992). **Practical Distillation Control**. New York: Van Nostrand.
- Maciejowski, J. M. (1989). **Multivariable Feedback Control**. Wokingham: Addison-Wesley.
- Macim, F. and Kelly, J. M. (1999). **Design of Seismic Isolated Structures: From Theory to Practice**. New York: John Wiley & Son.
- Marzbanrad, J., Ahmadi, G. and Jha, R. (2004). Optimal preview active control of structures during earthquakes. **Engineering Structures** 26: 1463–1471.
- Nguyen, V. Q. and Arunsawatwong, S. (2008). Stability and stabilization of retarded fractional delay differential systems. **Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control**, pp. 3928–3933. Korea.
- Arunsawatwong, S. and Nguyen, V. Q. (2009). Design of retarded fractional delay differential systems using the method of inequalities. **International Journal of Automation and Control** 6(1): 22–28.
- O. Taiwo, J. S. and Krebs, V. (1995). A comparison of two methods for numerical inversion of laplace transforms. **Computers and Chemical Engineering** 19: 303–308.
- Palazzo, B. and Petti, L. (1997). Aspects of passive control of structural vibrations. **Meccanica** 32: 529–544.
- Parlos, A. G., Henry, A. F., Schweppe, F. C., Gould, L. A. and Lanning, D. D. (1988). Nonlinear multivariable control of nuclear power plants based on the unknown-but-bounded disturbance model. **IEEE Transactions on Automatic Control** AC-33: 130–137.
- Podlubny, I. (1999). **Fractional Differential Equations**. San Diego: Academic Press.
- Prabhu, E. S. and Chidambaram, M. (1991). Robust control of distillation column by the method of inequalities, **Journal of Process Control** 1: 171–176.
- Ralston, A. and Rabinowitz, P. (2001). **A First Course in Numerical Analysis**. 2<sup>nd</sup> ed. Mineola: Dover Publications, Inc.
- Rutland, N. K. (1992). Illustration of a new principle of design: vehicle speed control. **International Journal of Control** 55: 1319–1334.

- Rutland, N. K. (1994a). Illustration of the principle of matching with inputs restricted in magnitude and rate of change: vehicle speed control revisited. **International Journal of Control** **60**(3): 395–412.
- Rutland, N. K. (1994b). The principle of matching: practical conditions for systems with inputs restricted in magnitude and rate of change. **IEEE Transactions on Automatic Control** **AC-39**: 550–554.
- Satoh, T. (2005). Matching to environment generating persistent disturbances. In V. Zakian (ed.), **Control Systems Design – A New Framework**, pp. 121–144. London: Springer Verlag.
- Schmitendorf, W. E., Jabbari, F. and Yang, J. N. (1994). Robust control techniques for building under earthquake excitation. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics** **23**: 539–552.
- Schweppe, F. C. (1973). **Uncertain Dynamical Systems**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Silpsrikul, W. and Arunsawatwong, S. (2009). Computation of peak output for inputs restricted in  $L_2$  and  $L_\infty$  norms using finite difference schemes and convex optimization. **International Journal of Automation and Computing** **6**(1): 10–16.
- Sturm, J. S. (1999). Use SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization Methods and Software** **11&12**: 625–653.
- Suhardjo, J. and Spencer, B. F. (1990). Feedback – feedforward control of structures under seismic excitation. **Structural Safety** **8**: 69–89.
- Tadjbaksh, I. G. and Rofooei, F. (1992). Optimal hybrid control of structures under earthquake excitation. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics** **21**: 233–252.
- Taiwo, O. (1978a). Design of multivariable controller for a high-order turbofan engine model by Zakian's method of inequalities. **IEEE Transactions on Automatic Control** **AC-23**: 926–928.
- Taiwo, O. (1978b). Improvement of turbogenerator response by the method of inequalities. **International Journal of Control** **27**: 305–311.
- Taiwo, O. (1979a). Design of multivariable controller for an advanced turbofan engine by Zakian's method of inequalities. **ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control** **101**: 299–307.

- Taiwo, O. (1979b). On the design of feedback controllers for the continuous stirred tank reactor by Zakian's method of inequalities. **Chemical Engineering Journal** 17: 3–12.
- Taiwo, O. (1980). Application of the method inequalities to the multivariable control of binary distillation column. **Chemical Engineering Science** 35: 847–858.
- Taiwo, O. (1986). The design of robust control systems for plants with recycle. **International Journal of Control** 43: 671–678.
- Tütüncü, R. H., Toh, K. C. and Todd, M. J. (2003). Solving semidefinite-quadratic-linear programs using SDPT3. **Mathematic Programming, Series B** 95: 189217.
- Uniform Building Code (1997). Structural design requirements. **International Conference of Building Officials** California: Whittier.
- Vidyasagar, M. (1986). Optimal rejection of persistent bounded disturbances. **IEEE Trans. Automatic Control** AC-31: 527–534.
- Whidborne, J. F. (1993). EMS control system design for a maglev vehicle—a critical system. **Automatica** 29: 1345–1349.
- Whidborne, J. F. and Liu, G. P. (1993). **Critical Control Systems: Theory, Design and Applications**. Taunton: Research Studies Press.
- Wood, R. K. and Berry, M. W. (1973). Terminal composition control of binary distillation column. **Chemical Engineering Science** 28(9): 1707–1717.
- Y. T. Wu, V. Z. and Graves, D. J. (1975). Diffusion and reversible reaction in a sphere: A numerical study using  $I_{MN}$  approximants. **Chemical Engineering Science** 31(2): 151–162.
- Zakian, V. (1969). Numerical inversion of Laplace transform. **Electronics Letters** 5(6): 120–121.
- Zakian, V. (1970). Rational approximation to transfer function matrix of distributed system. **Electronics Letters** 6: 474–476.
- Zakian, V. (1975). Properties of  $I_{MN}$  and  $J_{MN}$  approximants and applications to numerical inversion of Laplace transforms and initial value problems. **Journal of Mathematical Analysis and Applications** 50: 191–222.
- Zakian, V. (1979a). Computation of the abscissa of stability by repeated use of the routh test. **IEEE Trans. Automatic Control** AC-24: 604–607.

- Zakian, V. (1979b). New formulation for the method of inequalities. **Proceedings of Institution of Electrical Engineers** **126**: 579–584.
- Zakian, V. (1986a). On performance criteria. **International Journal of Control** **43**(4): 1089–1092.
- Zakian, V. (1986b). A performance criterion. **International Journal of Control** **43**(3): 921–931.
- Zakian, V. (1987). Design formulations. **International Journal of Control** **46**(2): 403–408.
- Zakian, V. (1989). Critical system and tolerable inputs. **International Journal of Control** **49**(4): 1285–1289.
- Zakian, V. (1991). Well matched systems. **IMA Journal of Mathematical Control and Information** **8**: 29–38.
- Zakian, V. (1996). Perspectives on the principle of matching and the method of inequalities. **International Journal of Control** **65**(1): 147–176.
- Zakian, V. (2005). Foundation of control systems design. In V. Zakian (ed.), **Control Systems Design – A New Framework**, pp. 3–92. London: Springer Verlag.
- Zakian, V. and Al-Naib, U. (1973). Design of dynamical and control systems by the method of inequalities. **Proceedings of Institution of Electrical Engineers** **120**: 1421–1427.
- Zakian, V. and Coleman, R. (1971). Numerical inversion of rational Laplace transforms. **Electronics Letters** **7**: 777–778.

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

### แบบจำลองระบบควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลม

สมการสถานะของระบบควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากังหันลมที่มีสัญญาณออกเป็นกำลังไฟฟ้าขาออกแสดง ดังนี้ (ดูเพิ่มเติมใน Lane, 1995, 2005; Silpsrikul and Arunsawatwong, 2009)

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bf(t) \\ v(t) &= Cx(t) \end{aligned} \right\}, \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่  $x$ ,  $f$  และ  $v$  เป็นตัวแปรสถานะ สัญญาณเข้าเป็นไปได้อ และสัญญาณออกของระบบตามลำดับ สมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์ในเมทริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  แสดงดังนี้

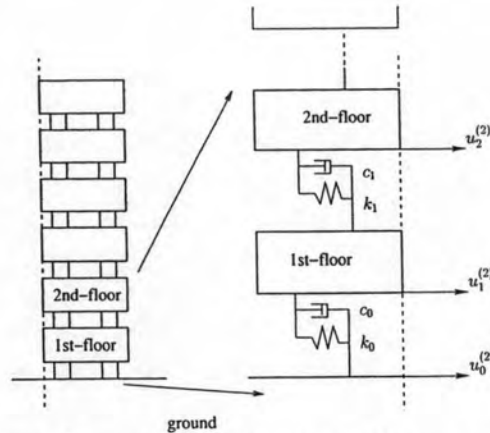
$$\begin{aligned} A_{2,1} &= -7.8083, & A_{4,1} &= -27.5330, & A_{5,1} &= 20.1590, \\ A_{1,2} &= 1.0000, & A_{2,2} &= -3.1912, & A_{4,2} &= -10.9420, \\ A_{5,2} &= 7.8540, & A_{4,3} &= -4.4762, & A_{2,4} &= -0.0549, \\ A_{3,4} &= 1.0000, & A_{4,4} &= -0.2286, & A_{2,5} &= 0.5840, \\ A_{4,5} &= 2.5531, & A_{5,5} &= -3.4843, & A_{6,5} &= 0.2500, \\ A_{2,6} &= -0.7734, & A_{4,6} &= -3.3808. \\ B_{2,1} &= 0.0471, & B_{4,1} &= 0.1429. \\ C_{1,1} &= 20.1590, & C_{1,2} &= 7.8540, \end{aligned}$$

ค่าขอบเขตที่ใช้กำหนดลักษณะสมบัติของเซตเป็นไปได้อ คือ  $M_2 = 7.6$  และ  $D_2 = 4.8$



## ภาคผนวก ข

## แบบจำลองอาคารในสภาวะแผ่นดินไหว



รูปที่ ข.1 โครงสร้างจำลองของอาคารในสภาวะแผ่นดินไหว

ในการวิเคราะห์อาคารในสภาวะแผ่นดินไหว ช่วงต่อระหว่างชั้นแทนด้วยสปริง (spring) และตัวหน่วง (damper) ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สปริง และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง  $k_i$  และ  $c_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, 5$  ตามลำดับ ชั้นแต่ละชั้นมีมวล  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  แสดงในรูปที่ ก.1 เมื่อเกิดแผ่นดินไหวที่พื้นจะเกิดความเร่ง  $u_0^{(2)}$  ส่งผลให้แต่ละชั้นเกิดการสั่นสะเทือนในแนวราบด้วยความเร่ง  $u_i^{(2)}$  และมีระยะกระจัดเทียบกับพื้น  $u_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, 6$  ดังนั้นระยะกระจัดระหว่างชั้น มีนิยามดังนี้

$$x_i \triangleq u_i - u_{i-1} \quad (\text{ข.1})$$

สมการพลวัตของอาคารเมื่อเกิดแผ่นดินไหว คือ

$$\ddot{x}_p = A_d \dot{x}_p + A_s x_p + B_p f_a + E_p \ddot{u}_0 \quad (\text{ข.2})$$

โดยที่

$$x_p = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T,$$

$$A_d = \begin{bmatrix} -\frac{c_0}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_0}{m_1} & -\left(\frac{c_1}{m_1} + \frac{c_1}{m_2}\right) & \frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{m_2} & -\left(\frac{c_2}{m_3} + \frac{c_2}{m_2}\right) & \frac{c_3}{m_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_2}{m_3} & -\left(\frac{c_3}{m_4} + \frac{c_3}{m_3}\right) & \frac{c_4}{m_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_3}{m_4} & -\left(\frac{c_4}{m_5} + \frac{c_4}{m_4}\right) & \frac{c_5}{m_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{m_5} & -\left(\frac{c_5}{m_6} + \frac{c_5}{m_5}\right) \end{bmatrix},$$

$$B_p = \left[\frac{1}{m_1} \quad -\frac{1}{m_1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]^T,$$

$$E_p = [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

เมทริกซ์  $A_s$  เหมือนกับเมทริกซ์  $A_d$  เพียงแต่แทน  $c_i, i = 1, 2, \dots, 6$  ด้วย  $k_i, i = 1, 2, \dots, 6$  และ  $f_a$  แทนสัญญาณควบคุมจากตัวขับเร็ว

กำหนดให้  $x^T = [\dot{x}_p^T, x_p^T]$  สมการ (ก.2) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} A_d & A_s \\ I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{6 \times 1} \end{bmatrix} f_a + \begin{bmatrix} E_p \\ 0_{6 \times 1} \end{bmatrix} u_0^{(2)}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix} x$$

และค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ เป็นดังนี้ (Kelly และคณะ, 1987)

Mass (kg)	Spring Coefficients (kN/m)	Damper Coefficients (kNs/m)
$m_1 = 6,800$	$k_0 = 1,200$	$c_0 = 2.4$
$m_2 = 5,897$	$k_1 = 33,732$	$c_1 = 67$
$m_3 = 5,897$	$k_2 = 29,093$	$c_2 = 58$
$m_4 = 5,897$	$k_3 = 28,621$	$c_3 = 57$
$m_5 = 5,897$	$k_4 = 24,954$	$c_4 = 50$
$m_6 = 5,897$	$k_5 = 19,059$	$c_5 = 38$

## ภาคผนวก ค

## เมทริกซ์ของตัวควบคุม

สมมติว่าอันดับของตัวควบคุมเป็น  $n_c$  เพื่อให้จำนวนพารามิเตอร์อิสระในตัวควบคุม (5.1) มีจำนวนมากที่สุด โครงสร้างของตัวควบคุมมีดังนี้

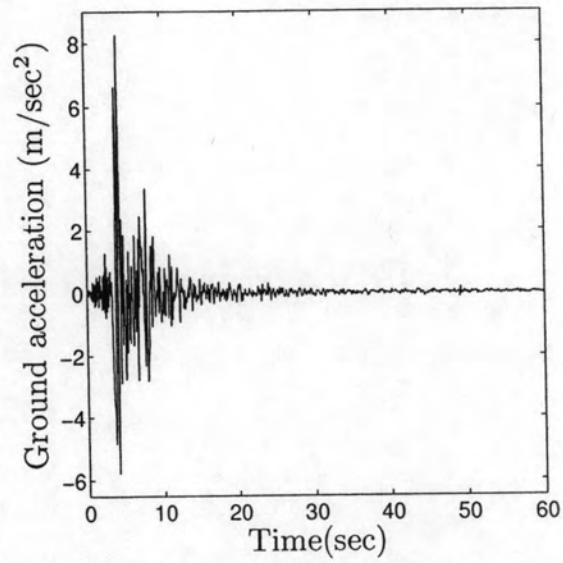
$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & p_1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & p_2 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & p_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & p_{n_c} \end{bmatrix}_{n_c \times n_c} \quad B_c = \begin{bmatrix} p_{n_c+1} & p_{n_c+2} & \dots & p_{n_c+6} \\ p_{n_c+7} & p_{n_c+8} & \dots & p_{n_c+12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{7n_c-5} & p_{7n_c-6} & \dots & p_{7n_c} \end{bmatrix}_{n_c \times 6},$$

$$C_c = [0 \ 0 \ \dots \ 1]_{1 \times n_c} \quad D_c = [p_{7n_c+1} \ p_{7n_c+2} \ \dots \ p_{7n_c+6}]_{1 \times 6}$$

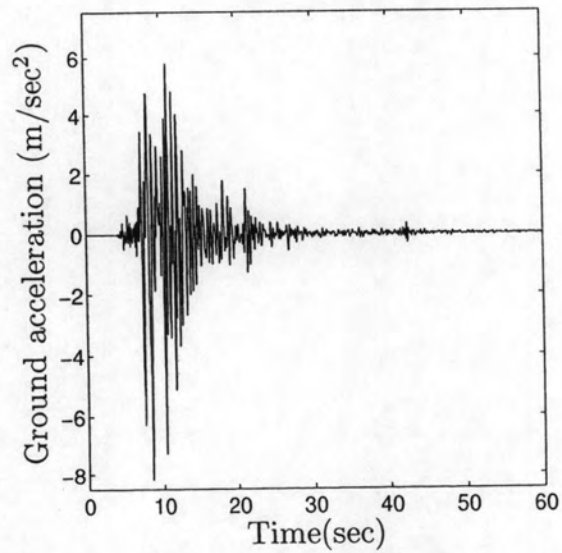
โดยที่  $p_1, p_2, \dots, p_{7n_c+6}$  เป็นพารามิเตอร์ในการออกแบบ (ดูรายละเอียดเพิ่มเติมใน Arunsawatwong, 2005)

## ภาคผนวก ง

## รูปคลื่นสัญญาณแผ่นดินไหว



รูปที่ ง.1 รูปคลื่นสัญญาณแผ่นดินไหว Northridge



รูปที่ ง.2 รูปคลื่นสัญญาณแผ่นดินไหว Kobe

## ภาคผนวก จ

### ตัวประมาณ $I_{MN}$

กำหนดให้  $\mathcal{X}$  แทนปริภูมิเชิงเส้นของฟังก์ชัน  $x$  ที่ต่อเนื่องบนช่วง  $[0, \infty)$  และมีจำนวนจริง  $\hat{\alpha}$  บางค่าที่ทำให้  $x(t) = \mathcal{O}(e^{\hat{\alpha}t})$  เมื่อ  $t \rightarrow \infty$  Zakian (1969) และ (1975) นิยามตัวประมาณ  $I_{MN}$  ของ  $x(t)$  สำหรับ  $t \geq 0$  ด้วยปริพันธ์ไม่ตรงแบบดังนี้

$$I_{MN}(x, t) \triangleq \int_0^\infty x(\lambda t) \sum_{i=1}^N K_i e^{-\alpha_i \lambda} d\lambda, \quad t \in [0, \infty) \quad (จ.1)$$

โดยที่  $(\alpha_i, K_i)$  เป็นค่าคงตัวที่ถูกนิยามไว้ และจำนวนเต็มบวก  $(M, N)$  คืออันดับของพจน์เศษและพจน์ส่วนของผลแปลงลาปลาซ  $\sum_{i=1}^N K_i e^{-\alpha_i \lambda}$  ดังนั้น  $I_{MN}$  เป็นตัวดำเนินการ (operator) ที่ขึ้นกับค่าคงตัว  $(\alpha_i, K_i)$

พิจารณาตัวประมาณ  $I_{MN}$  ลำดับขั้นเต็ม (full grade  $I_{MN}$  approximant, ดู Zakain, 1975) ค่าคงตัว  $(\alpha_i, K_i)$  นิยามด้วย

$$\sum_{i=1}^N \frac{K_i}{z + \alpha_i} = e_{MN}^{-z} \quad \text{และ} \quad \text{Re}(\alpha_i) > 0 \forall i \quad (จ.2)$$

โดยที่  $e_{MN}^{-z}$  คือตัวประมาณ Padé อันดับ  $[M/N]$  ของ  $e^{-z}$

คุณสมบัติหลักของตัวประมาณ  $I_{MN}$  ในรูปทั่วไปและตัวประมาณ  $I_{MN}$  ลำดับขั้นเต็มมีดังนี้

1. การเป็นเชิงเส้น (linearity) กำหนดให้  $x_1, x_2 \in \mathcal{X}$  และ  $a_1, a_2 \in \mathfrak{R}$  ถ้า  $I_{MN}(x_1, t)$  และ  $I_{MN}(x_2, t)$  มีอยู่จริงแล้ว

$$I_{MN}(a_1 x_1 + a_2 x_2, t) = a_1 I_{MN}(x_1, t) + a_2 I_{MN}(x_2, t) \quad (จ.3)$$

2. ภาวะต่อเนื่อง (continuity) และความมีขอบเขต (boundedness) กำหนดให้  $x \in \mathcal{X}$  มีขอบเขตในช่วง  $[0, \infty)$  แล้ว  $I_{MN}(x)$  มีขอบเขตในช่วง  $[0, \infty)$
3. ความแม่นยำ (exactness) กำหนดให้  $x$  เป็นพหุนามที่มีระดับขั้น (degree) ไม่เกิน  $M + N$  จะได้ว่า  $I_{MN}(x, t) = x(t)$  สำหรับทุกค่า  $t \geq 0$
4. ความแม่นยำ (accuracy) สำหรับ  $t$  ที่มีค่ามาก กำหนดให้  $x \in \mathcal{X}$  และ  $\lambda < 0$  แล้วจะได้ว่า

$$I_{MN}(x, t) - x(t) = \mathcal{O}\left(t^{-(N-M)}\right), \quad t \rightarrow \infty \quad (จ.4)$$

5. ความแม่นยำสำหรับ  $t$  ที่มีค่าน้อย กำหนดให้  $x \in X$  สมมติว่ามี  $\beta > 0$  ที่ทำให้อนุพันธ์อันดับที่  $M + N$  ของ  $x$  ต่อเนื่องในช่วง  $[0, \beta]$  และอนุพันธ์อันดับที่  $M + N + 1$  มีขอบเขตและมีจริงในช่วง  $(0, \beta)$  แล้วจะได้ว่า

$$I_{MN}(x, t) - x(t) = \mathcal{O}\left(t^{(N+M+1)}\right), \quad t \rightarrow 0^+ \quad (จ.5)$$

นอกจากนี้ตัวประมาณ  $I_{MN}$  สามารถนำไปประยุกต์หาผลแปลงลาปลาซผกผันได้ดังนี้ กำหนดให้  $X(s)$  แทนผลแปลงลาปลาซของ  $x(t)$  กล่าวคือ

$$X(s) \triangleq \mathcal{L}(x(t)) = \int_0^\infty x(t) e^{-st} dt \quad (จ.6)$$

โดยที่จำนวนเชิงซ้อน  $s$  เป็นตัวแปรลาปลาซที่ทำให้ปริพันธ์ใน (จ.6) ลู่เข้าสู่ค่าจำกัด จากนิยามของตัวประมาณ  $I_{MN}$  ในสมการ (จ.1) ผลแปลงลาปลาซผกผัน  $x(t)$  ประมาณได้ด้วย

$$x(t) \approx I_{MN}(x, t) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^N K_i X\left(\frac{\alpha_i}{t}\right), \quad t > 0 \quad (จ.7)$$

เห็นได้ชัดว่า (จ.7) คือสูตรที่ใช้สำหรับการแปลงลาปลาซผกผันเชิงตัวเลข สำหรับกรณีที่  $N$  เป็นจำนวนคู่ ค่าคงตัว  $(\alpha_i, K_i)$  จะมีคู่เชิงซ้อนสังยุค (complex conjugate) ดังนั้น (จ.7) แทนได้ด้วย

$$x(t) \approx I_{MN}(x, t) = \frac{2}{t} \sum_{i=1}^{N/2} \operatorname{Re} \left\{ K_i X\left(\frac{\alpha_i}{t}\right) \right\}, \quad t > 0 \quad (จ.8)$$

สูตรการแปลงลาปลาซผกผันเชิงตัวเลข (จ.7) เป็นสูตรที่เรียกว่า วิธีวงกว้าง (global method) สำหรับการคำนวณ  $x(t)$  และสามารถพัฒนาเป็นวิธีทีละขั้น (step-by-step method) สำหรับการคำนวณ  $x(t)$  ได้โดยใช้เทคนิคการเลื่อนแกนเวลา เนื่องจากการใช้เทคนิคการเลื่อนแกนเวลาประกอบด้วยคุณสมบัติความแม่นยำของ  $I_{MN}$  ที่เวลา  $t$  ทำให้วิธีทีละขั้นให้ความแม่นยำที่ดีกว่าวิธีทั่วไป แต่ทั้งนี้วิธีทีละขั้นสามารถใช้ได้กับผลแปลงลาปลาซที่แทนได้ด้วยระบบสมการอนุพันธ์พีชคณิต ตัวอย่างของการพัฒนาวิธีทีละขั้นจากสูตร (จ.7) แสดงไว้ใน Zakian (1975) และ Arunsawatwong (1998)

ตัวประมาณ  $I_{MN}$  มีความน่าเชื่อถือ และสามารถให้ผลที่มีความแม่นยำตามที่ต้องการได้ แม้ว่าระบบจะเป็นระบบชนิดแข็งตรง (stiff) Arunsawatwong (1998) ได้ให้บทปริทัศน์ (review) ล่าสุดของงานวิจัยที่เกี่ยวกับตัวประมาณ  $I_{MN}$  ตัวอย่างงานวิจัยที่แสดงให้เห็นว่า สูตรแปลงกลับผกผัน (จ.7) มีประโยชน์และสามารถใช้งานได้ เช่น Y. T. Wu and Graves (1975), O. Taiwo and Krebs (1995) และ Arunsawatwong and Nguyen (2009) เป็นต้น

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวฤต ศิลป์ศรีกุล เกิดเมื่อวันที่ 22 สิงหาคม พ.ศ. 2519 จังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายประดิษฐ์ และนางรื่นจิตต์ ศิลป์ศรีกุล สำเร็จการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2539 และปีการศึกษา 2543 ตามลำดับ ผู้เขียนเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่ ช่วงปี พ.ศ. 2544 – 2546