

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อ
ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2



บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING INQUIRY
CO-OPERATION MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION
ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Papuschaya Sema



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2016

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้
รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถใน
การให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
มัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย นางสาวปภัชชญา เสมอ
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์
.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)
.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน)
.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศรภา เลิศอมรพงษ์)

ปภัสญา เสมา : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING INQUIRY CO-OPERATION MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. จงกล ทำสวน, 210 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ ตัวอย่างในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 34 คน และกลุ่มควบคุม 34 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 5) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน

ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

ปีการศึกษา 2559

5783400027 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: INQUIRY CO-OPERATION MODEL / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

PAPUSCHAYA SEMA: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING INQUIRY CO-OPERATION MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: JONGKOL THAMSUAN, Ed.D., 210 pp.

The purposes of this research were to 1) compare mathematical reasoning ability of students learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model between before and after learning, 2) compare mathematical communication ability of students learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model between before and after learning, 3) compare mathematical reasoning ability of students between experimental group and control group, 4) compare mathematical communication ability of students between experimental group and control group, and 5) study the mathematical reasoning and communication abilities of students learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model. The subjects were eight grade students of Kanjanapisek Witthayalai Nakornphathom School in the second semester of the academic year 2016. There were 34 students in the experimental group and 34 students in the control group. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans focusing an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model and conventional plans. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The results of the study revealed that:

1) the mathematical reasoning ability of students after learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 2) the mathematical communication ability of students after learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 3) the mathematical reasoning ability of the students in the experimental group were higher than those of the students in control group at a .05 level of significance, 4) the mathematical communication ability of the students in the experimental group were higher than those of the students in control group at a .05 level of significance, and 5) the mathematical reasoning and communication abilities of student learning by using an organizing mathematics learning activities using inquiry co-operation model were developed in positive direction.

Department: Curriculum and Instruction

Student's Signature

Field of Study: Mathematics Education

Advisor's Signature

Academic Year: 2016

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร. จงกล ทำสวน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาและช่วยเหลือในการให้คำปรึกษา คำชี้แนะ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ครบถ้วน รวมทั้งขมเพาะให้ผู้วิจัยมีการทำงานอย่างเป็นระบบ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งใจเป็นอย่างยิ่ง จึงขอขอบพระคุณอาจารย์ด้วยความเคารพอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งเป็นประโยชน์ในการทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านจากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์และคณะครุศาสตร์ที่ได้ฝึกฝน มอบความรู้และทักษะในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งเจ้าหน้าที่คณะครุศาสตร์ทุกท่านที่คอยอำนวยความสะดวกและช่วยเหลืออย่างเป็นกัลยาณมิตรเสมอมา

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่กรุณาเสียสละเวลาตรวจพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อคณะผู้บริหารและคณะครูโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล อีกทั้งยังให้แง่คิดด้านการทำงาน และมีเมตตริจิตที่ดีต่อผู้วิจัยตลอดระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล รวมทั้งขอขอบคุณนักเรียนที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี อีกทั้งขอขอบคุณโรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่ง

ท้ายสุดนี้ ขอกราบขอบพระคุณครอบครัวเสมอมาที่ให้การสนับสนุนด้านการศึกษาและให้คำปรึกษาแก่ผู้วิจัยตลอดมา ขอคุณอัสมาสำหรับกำลังใจที่ดีในการทำงาน และขอขอบคุณเพื่อนที่น่ารักทุกคนที่คอยแลกเปลี่ยนความคิดเห็น รวมทั้งคอยห่วงใย ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือตลอดมา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ	ฐ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
คำถามการวิจัย	6
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	11
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	11
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	14
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	15
1. การสืบสอบทางคณิตศาสตร์.....	16
2. รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Model: ICM)	26
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	36
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	50
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	59
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	65
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	65

2. การออกแบบการวิจัย	66
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย	66
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	67
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	73
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	82
7. การวิเคราะห์ข้อมูล	84
8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย	85
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	86
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ	87
1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง	87
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง	87
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่าง นักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม	88
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่าง นักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม	88
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ	89
1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน	89
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลอง	90
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มทดลอง	98
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	109

สรุปผลการวิจัย.....	113
อภิปรายผลการวิจัย.....	114
ข้อเสนอแนะ.....	122
รายการอ้างอิง.....	124
ภาคผนวก.....	132
ภาคผนวก ก รายงานผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	133
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	135
ภาคผนวก ค โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	144
ภาคผนวก ง ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของ เครื่องมือ.....	149
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	155
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	160
ภาคผนวก ช ตัวอย่างใบกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ประกอบการศึกษาพัฒนาการ ของ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	183
ภาคผนวก ซ ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	204
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	210

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1	บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ.....	34
ตารางที่ 2	แสดงแบบแผนการวิจัย	66
ตารางที่ 3	แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส	69
ตารางที่ 4	กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	70
ตารางที่ 5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	74
ตารางที่ 6	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	78
ตารางที่ 7	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	87
ตารางที่ 8	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test).....	87
ตารางที่ 9	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	88
ตารางที่ 10	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม.....	88
ตารางที่ 11	โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	145
ตารางที่ 12	การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	145
ตารางที่ 13	โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	146
ตารางที่ 14	การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน).....	146

ตารางที่ 15	โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	147
ตารางที่ 16	การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	147
ตารางที่ 17	โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	148
ตารางที่ 18	การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน).....	148
ตารางที่ 19	ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน	151
ตารางที่ 20	ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	151
ตารางที่ 21	ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน	152
ตารางที่ 22	ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	152
ตารางที่ 23	แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	153
ตารางที่ 24	แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)	153
ตารางที่ 25	แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	153
ตารางที่ 26	แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)	154
ตารางที่ 27	ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน).....	205
ตารางที่ 28	ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและ หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 36 คะแนน).....	206

- ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรียนระหว่างนักเรียน
กลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)..... 207
- ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่าง
นักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็มฉบับละ 36 คะแนน)..... 208



สารบัญภาพ

ภาพที่ 1	แสดงองค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เกิดขึ้นระหว่างครูและนักเรียน ..	31
ภาพที่ 2	กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	64
ภาพที่ 3	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184).....	92
ภาพที่ 4	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184).....	92
ภาพที่ 5	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 190).....	94
ภาพที่ 6	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 190).....	95
ภาพที่ 7	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 202)	97
ภาพที่ 8	แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 202)	98
ภาพที่ 9	แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184).....	99
ภาพที่ 10	แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.2 ภาคผนวก ข หน้า 186).....	100
ภาพที่ 11	แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 4.1 ภาคผนวก ข หน้า 188).....	101
ภาพที่ 12	แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 192).....	103
ภาพที่ 13	แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 192).....	103

- ภาพที่ 14** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ
(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.2 ภาคผนวก ข หน้า 194)..... 104
- ภาพที่ 15** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง
คณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.2 ภาคผนวก ข หน้า 198).106
- ภาพที่ 16** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทาง
คณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ข หน้า 196).107
- ภาพที่ 17** แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ
(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ข หน้า 200) 108



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จุดมุ่งหมายพื้นฐานทางการศึกษา คือ การเรียนรู้เพื่อความเป็นมนุษย์ที่สามารถดำรงชีพอยู่ในโลกตามยุคสมัยได้อย่างมีคุณภาพ ดังจะเห็นได้จากการจัดการศึกษาไทยในอดีตที่ผ่านมาที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไม่หยุดนิ่งตามสภาพการเปลี่ยนแปลงทางสังคม สำหรับการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 นั้น มีทักษะที่สำคัญ 3 ประการที่ต้องคำนึงถึง คือ ทักษะชีวิตและการทำงาน ทักษะด้านการเรียนรู้และนวัตกรรม และทักษะสารสนเทศ สื่อ และเทคโนโลยี โดยนักเรียนจะใช้ความรู้ในสาระวิชาหลักไปบูรณาการสั่งสมประสบการณ์กับทักษะต่าง ๆ โดยหนึ่งในสาระวิชาหลักเหล่านั้นคือ วิชาคณิตศาสตร์ (วิโรจน์ สารรัตนะ, 2556) ซึ่งมีความสำคัญมากต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีส่วนช่วยในการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญต่อการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวทันการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 แต่การประเมินด้านการศึกษาทั้งในระดับประเทศและนานาชาติสะท้อนให้เห็นว่าการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังเห็นได้จากโครงการการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (programme for international student assessment: PISA) การศึกษาแนวโน้มการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระหว่างประเทศ (trends in international mathematics and science study: TIMSS) และการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (ordinary national education test: O-NET) เป็นต้น โดยโครงการ PISA มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน มีการประเมินในสามด้าน ได้แก่ การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) สำหรับการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วย การประเมินใน 2 ส่วน คือ การประเมิน

เนื้อหาคณิตศาสตร์และการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสมรรถนะเหล่านี้ประกอบด้วย การทำใหม่ (Reproduction) การเชื่อมโยง (Connection) และการสะท้อนและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Reflection and Communication) ในขณะที่โครงการ TIMSS มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ตามหลักสูตรของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งในส่วนของ การประเมินวิชาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วย ด้านเนื้อหาสาระและพฤติกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ ความรู้/ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้ และการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2554: 2-12) และ O-NET เป็นการสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาตามหลักสูตรมากน้อยเพียงใด (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2553: 9) ซึ่งจากผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ PISA 2012 พบว่าคะแนนเฉลี่ย OECD เป็นคะแนนมาตรฐานที่ 494 คะแนน ในขณะที่นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยและแนวโน้มของคะแนนยังคงลดต่ำลงกว่าใน PISA 2000 โดยมีเพียงประเทศเดียวในเอเชียที่เข้าร่วมการทดสอบที่มีคะแนนต่ำกว่าประเทศไทย คือ อินโดนีเซีย ผลการทดสอบยังระบุด้วยว่า นักเรียนไทยร้อยละ 50 แสดงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐาน รวมทั้งนักเรียนไทยได้คะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำที่สุดในบรรดาสมาชิกที่ได้รับการประเมิน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556: 7-10) ในส่วนผลการประเมิน TIMSS 2011 พบว่า ประเทศที่ได้คะแนนมาเป็นอันดับ 1 คือ ประเทศสิงคโปร์และเกาหลีใต้ ในขณะที่ไทยมีผลคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ที่ 427 คะแนน ซึ่งอยู่ในอันดับที่ 28 จากประเทศที่เข้าร่วมการประเมินทั้งหมด 45 ประเทศ หากเปรียบเทียบผลการประเมิน TIMSS ปี 2007 กับปี 2011 ของไทยในภาพรวมพบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของไทยลดลงรวมทั้งถูกจัดกลุ่มให้อยู่ในระดับแย่ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556: 10-13) และเมื่อพิจารณาคะแนน O-NET ปีการศึกษา 2558 พบว่า จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือ 26.59 และ 32.40 คะแนน ตามลำดับ โดยมีรายวิชาภาษาอังกฤษเพียงวิชาเดียวที่ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559)

เมื่อพิจารณาผลการทดสอบ O-NET สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ และจากการประเมินโครงการ PISA และ โครงการ TIMSS ยังสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสมรรถนะและพฤติกรรมการเรียนรู้หลักที่ได้รับความสำคัญอย่างมากในการประเมิน สาเหตุมาจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับข้อสอบในลักษณะการเขียนตอบหรือให้คำอธิบายยาว ๆ หรือการตอบที่ต้องผ่านการคิดวิเคราะห์ ติความ และสะท้อนเอาความคิดของตนที่ตอบสนองต่อข้อความที่ได้อ่านหรือข้อมูลที่ให้มา รวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพการสอนของครูที่ส่วนใหญ่ยังเป็นผู้บรรยายให้ความรู้มากกว่าการเป็น

ผู้บริหารจัดการความรู้หรือส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556: 13-14) และจากการวิจัยต่าง ๆ พบว่าในรายวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนมีทักษะพื้นฐานไม่เพียงพอ ทั้งด้านการคิดวิเคราะห์ ด้านการให้เหตุผล และด้านภาษา รวมทั้งขาดแรงจูงใจในการเรียน ไม่เห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตจริง (สำนักงานปฏิรูปการศึกษา, 2545)

การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody and Coslick, 1993) การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) สำหรับแนวทางของการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน กระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสให้เหตุผลในกิจกรรมที่ปฏิบัติด้วยการลงมือกระทำ ใช้แผนผัง วาดภาพ กราฟฟิก อภิปราย และการเขียน ผ่านการคิด การแสดงเหตุผล และการประเมินผล ทำให้นักเรียนคิดและตรึงตรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่าง ๆ เช่น การสังเกต ความรู้และประสบการณ์เดิม ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล หรือสามารถใช้ในการอธิบายความหมายของสิ่งที่รู้ด้วยคำพูดตนเอง (สุภารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 2-3)

หลายท่านคงได้ยินคำกล่าวที่ว่า คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก ๆ มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้ หรือแม้แต่ผู้เรียนที่เก่งคณิตศาสตร์บางคนก็อาจบอกว่าตนเองเข้าใจแต่อธิบายเป็นคำพูดไม่ได้ สิ่งเหล่านี้แสดงถึงปัญหาในการสื่อสาร การพัฒนาผู้เรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีความจำเป็น (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 57) ประโยชน์ของการสื่อสารต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ ช่วยขยายความคิด ช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ การสื่อสารส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของผู้เรียน (Mumme and Shepherd, 1993: 7-11) ในระหว่างการสื่อสารแนวคิดต่างๆ จะถูกสะท้อน ปรับแต่ง และอภิปราย รวมทั้งบ่อยครั้งที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนความคิด กระบวนการสื่อสารยังช่วยทำให้แนวคิดมีความคงทนถาวรและสร้างโอกาสในการแบ่งปันความคิดของตนให้ผู้อื่นได้รับรู้ เมื่อนักเรียนถูกท้าทายให้คิด ให้เหตุผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้จากการคิดนั้นกับผู้อื่น นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้อย่างชัดเจนและสามารถอธิบายได้อย่างน่าเชื่อถือไม่ว่าจะโดยการพูดหรือการเขียน (NCTM, 2009)

จากความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่ามีความสำคัญและช่วยส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งลักษณะการเรียนการสอนเป็นสาเหตุประการหนึ่งที่เป็นปัญหาต่อการพัฒนาทักษะต่าง ๆ ของนักเรียน การจัดการเรียนรู้ในลักษณะให้ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นการจัดการเรียนรู้แนวทางหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปรายและแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะหรือกระบวนการคิด และได้รับประสบการณ์เพิ่มมากขึ้น (กรมวิชาการ, 2544) ซึ่งรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (ICM) เป็นรูปแบบการทำงานอย่างหนึ่งที่ใช้ในการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการร่วมมือระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน ผ่านการสื่อสารในรูปแบบของการใช้คำถามและการอธิบายแนวคิด เน้นให้นักเรียนทำงานแบบกลุ่มย่อยในการสืบสอบโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้นและหาคำตอบของปัญหา ซึ่งครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้น ร่วมกันแลกเปลี่ยนความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สะท้อนความคิดผ่านมุมมองที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาาร่วมกันแล้วเรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ใหม่ที่ท้าทาย และประเมินการทำงานด้วยวิธีการที่หลากหลาย (AlrØ and Skovsmose, 2002)

จากลักษณะของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบข้างต้น จะเห็นได้ว่ามีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและค้นพบโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดให้ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและสามารถจดจำได้ยาวนานยิ่งขึ้น ผ่านการใช้คำถามของครูที่กระตุ้นให้นักเรียนได้สืบค้นและหาคำตอบของปัญหาโดยอาศัยความร่วมมือภายในกลุ่มย่อย (Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan, 2014: 51-59) สอดคล้องกันกับอัมพร ม้าคนอง (2554: 6) ที่ได้กล่าวว่าความรู้ทั้งสองประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ดังนั้นในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทั้งสองประเภท

รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบประกอบด้วย 8 องค์ประกอบ คือ 1. การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) โดยครูเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงาน 2. การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) เป็นการแสดงมุมมองที่มีต่อสถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจเป็นแนวคิดหรือความคิดเห็น รวมทั้งตรวจสอบความเป็นไปได้และค้นหาลักษณะที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้า 3. การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) คือ การระบุข้อมูลสำคัญ ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุหลักการทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยครู

กระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบ ซึ่งองค์ประกอบนี้น่าจะมีส่วนช่วยในการสนับสนุนหรือพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผ่านการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 4. การสนับสนุน (Advocating) เป็นการเสนอข้อความหรือข้อเสนอแนะของตนเองเพื่อแบ่งปันความรู้ระหว่างกัน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายวิพากษ์วิจารณ์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี ให้คำแนะนำซึ่งกันและกัน และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม 5. การคิดออกเสียง (Thinking aloud) เป็นการแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกโดยใช้การพูดในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา 6. การกล่าวซ้ำ (Reformulating) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้กระทำหรือขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง และตรวจสอบคำตอบ รวมทั้งตรวจสอบความเข้าใจระหว่างครูและนักเรียน และนักเรียนด้วยกัน ซึ่งทั้ง 3 องค์ประกอบดังกล่าวข้างต้นน่าจะส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุปและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และด้านการนำเสนอ เนื่องจากองค์ประกอบเหล่านี้เอื้อให้ผู้เรียนได้พูดและเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อชี้แจง แสดงความเข้าใจของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ ยืนยันข้อสรุป และเรียงเรียงวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายแนวคิด และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน 7. การท้าทาย (Challenging) ครูตั้งคำถามที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งอาจเป็นการขยายหรือปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ เพื่อพัฒนาความรู้หรือมุมมองที่มีอยู่อย่างจำกัด 8. การประเมิน (Evaluating) ครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนประเมินตนเองในด้านความรู้และความพึงพอใจในการทำงานกลุ่ม (Pujastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan, 2014 and AlrØ. and Skovsmose, 2002)

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยพิจารณาเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ มีจุดเน้นและองค์ประกอบที่สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบจะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

สมมติฐานของการวิจัย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งศึกษาความสามารถของนักเรียน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนนารายณ์และดงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คนแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 75 คน กลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .01 จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นการทำงานร่วมกัน จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องเซต สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 45 คน พบว่า มีนักเรียนจำนวน 38 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 84.44 มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นการทำงานร่วมกัน จะสามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

โสมรศมี ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนานวัตกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนานวัตกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

เสาวรัตน์ งามแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 3) หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและ

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวนนักเรียน 80 คน จากผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความเกี่ยวข้องกับรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่ครูผู้สอนส่งเสริมการเรียนรู้ โดยการจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปตลอดจนนำไปขยายความรู้กับเรื่องอื่นๆ ซึ่งในการจัดกิจกรรมครูมีการกระตุ้นให้นักเรียนคิด (Think) และอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Talk) จนนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง (Write) จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสามารถพัฒนาการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

พีชานิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการดีขึ้น ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E นั้น เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีพื้นฐานมาจากการสืบสอบ จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

William (1980) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบ สืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

Perrott (1988 อ้างถึงใน นิติกร อ่อนโยน, 2551) ได้วิเคราะห์บทสนทนาของนักเรียนที่ได้รับการ การสอนแบบสืบสอบกับการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่าหลังการทดลอง นักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบมีความกล้าแสดงความคิดเห็นและแสดงความคิดเห็นออกมาได้อย่าง เปิดเผย รวมถึงสามารถตอบคำถามที่ครูถามได้อย่างหลากหลาย จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้นักเรียนใช้ กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

Senne-Dibble (1995: 387-A) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่ม นักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม เป็นกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอน เรื่องเรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์โดย การพูดและการเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจในการใช้การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ได้ดี โดย 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียน สามารถสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้รับการประเมิน ความสามารถในการสื่อสารความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อสารได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เปิดโอกาสให้นักเรียน ได้มีการอภิปราย จะสามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

Goos (2004) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบ สอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย โดยวิเคราะห์พฤติกรรม ของนักเรียนในห้องเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบและจากการอัดวิดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่าการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถ ในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี จึงมีแนวโน้มความ ความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เน้นให้ นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนได้

Lavigne and Lajoie (2007) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยวิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการพูดอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่ให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan (2014) ได้ศึกษาผลของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (ICM) ที่มีต่อการพัฒนาการผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นให้นักเรียนจัดกลุ่มย่อย อภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม รวมทั้งนักเรียนแต่ละคนจะมีโอกาสได้นำเสนอผลลัพธ์ที่ได้จากการอภิปราย ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พัฒนาการและผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ โดยที่ทักษะการแก้ปัญหามักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ (อัมพร ม้าคนอง, 2553) จึงมีแนวโน้มความเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่ให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

จากงานวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสุพรรณบุรีและนครปฐม

1.2 ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้อง ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้นได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Model: ICM) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการร่วมมือระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียนในการสืบสอบความรู้ผ่านการทำงานแบบกลุ่มย่อย เน้นการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสื่อสาร แสวงหาความรู้และแนวทางแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจ แลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์ จุดเด่น-จุดด้อยและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ดำเนินการแก้ปัญหาาร่วมกัน แล้วเรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ ปัญหาใหม่ที่ท้าทาย นักเรียนประเมินตนเองและครูประเมินการทำงาน ofนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบตามแนวคิดของ AlrØ และ Skovsmose (2002) ประกอบด้วย 8 องค์ประกอบ และแต่ละองค์ประกอบสอดคล้องอยู่ในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม ครูยกตัวอย่างเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันหรือเล่นเกมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน หรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่จำเป็น จากนั้นครู**นำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact: องค์ประกอบที่ 1)** โดยเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงานระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกันเอง กระตุ้นและเน้นการใช้คำถามสืบสอบและคำถามต่อท้ายเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจมุมมองเกี่ยวกับความรู้ในการแก้ปัญหา ดึงให้ผู้อื่นมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น สนับสนุนและยืนยันบางสิ่งบางอย่างร่วมกัน

2. ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 6 องค์ประกอบ ซึ่งในระหว่างการจัดกิจกรรมนั้นจะจัดให้เกิดครบทั้ง 6 องค์ประกอบ โดยไม่จำเป็นต้องเรียงลำดับกันและสามารถเกิดซ้ำได้ หากพบว่านักเรียนไม่สามารถผ่านองค์ประกอบนั้น ๆ ได้ ครูอาจให้คำชี้แนะหรือเลือกใช้อีกองค์ประกอบอื่นที่จะสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความก้าวหน้าในการทำงาน โดยองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีดังต่อไปนี้

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating: องค์ประกอบที่ 2) เน้นการใช้คำถามสืบสอบและคำถามสมมติ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตีความปัญหา อธิบาย ตรวจสอบความเป็นไปได้ ค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้านี้ และยืนยันความคิดร่วมกัน

2.2 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying: องค์ประกอบที่ 3) เป็นการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบในการระบุข้อมูลที่สำคัญ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

2.3 การสนับสนุน (Advocating: องค์ประกอบที่ 4) เป็นการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ ตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ เน้นการใช้คำถามต่อท้ายเพื่อให้สมาชิกกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น

2.4 การคิดออกเสียง (Thinking aloud: องค์ประกอบที่ 5) เป็นการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหตามแนวทางที่ได้ร่วมกันวิเคราะห์ในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกโดยใช้การพูดขณะดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน

2.5 การกล่าวซ้ำ (Reformulating: องค์ประกอบที่ 6) เป็นการทำให้แนวทางการแก้ปัญหาที่ได้ในองค์ประกอบที่ 5 มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผ่านการเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง เน้นการใช้คำถามตรวจสอบระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียนเพื่อตรวจสอบความคิดหรือความเข้าใจให้ถูกต้องตรงกัน

2.6 การท้าทาย (Challenging: องค์ประกอบที่ 7) เป็นการใช้คำถามเชิงสมมติเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบ พัฒนาความรู้หรือมุมมองที่มีอยู่อย่างจำกัด และเสริมสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา ผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น

3. ขั้นสรุป เป็นขั้นของการประเมิน (Evaluating: องค์ประกอบที่ 8) โดยนักเรียนประเมินตนเองในด้านความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการแก้ปัญหาร่วมกัน รวมทั้งครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย กระตุ้นและสนับสนุนการทำงานของนักเรียน

2. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และอธิบายข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ วรรณารถ อยู่สุข (2555: 78) และ ัญพิมล จันทร์นุ่น (2558: 76-77) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

3.1 ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

3.2 ความสามารถในการอธิบายข้อสรุป เป็นความสามารถในการเขียนอธิบายและยืนยันข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลสนับสนุนได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและมีรายละเอียดครบถ้วน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงาน Kennedy and Tipps (1994: 112) กรมวิชาการ (2546: 121-124) และัญพิมล จันทร์นุ่น (2558: 80-81) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

4.1 ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

4.2 ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นได้อย่างถูกต้อง

4.3 ความสามารถในการนำเสนอ เป็นความสามารถในการนำเสนอแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูที่ต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. เป็นแนวทางสำหรับครูที่ต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบไปพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
3. นำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป
4. ข้อค้นพบจะเป็นพื้นฐานสำหรับการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การสืบสอบทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ขั้นตอนของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์
- 1.3 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์
- 1.4 ประโยชน์ของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์

2. รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

- 2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
- 2.2 หลักการของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
- 2.3 องค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
- 2.4 คำถามตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
- 2.5 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ประโยชน์ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การสืบสอบทางคณิตศาสตร์

คำว่า การสืบสอบ (Inquiry) มีนักการศึกษาไทยใช้ชื่อต่าง ๆ กันไป เช่น “การสืบสอบ การสืบเสาะการสืบสวนสอบสวน การสืบค้น การสืบเสาะหาความรู้” สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้คำว่า “การสืบสอบ”

การสืบสอบ เริ่มครั้งแรกในปี ค.ศ. 1957 ที่รัฐอิลลินอยส์ ประเทศสหรัฐอเมริกาซึ่งเป็นระยะที่อเมริกากำลังตื่นตัว เพราะพบว่ารัสเซียมีความก้าวหน้าถึงขั้นส่งจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงมีการปรับปรุงวิชาการด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์กันอย่างกว้างขวาง และได้มีผู้ทดลองและวิจัยตลอดมา แต่ถ้าจะมองในแง่ของการกระตุ้นให้นักเรียนคิดสงสัย อาจกล่าวได้ว่า วิธีสอนเช่นนี้มีมาตั้งแต่สมัยโบราณแล้ว เช่น วิธีการซักถามของ โซเครตีส (Socrates) หรือ การปฐษาวิชาขององค์สมเด็จพระสัมมาสัมพุทธเจ้า (โสมรค์มี ดาหลาย, 2551 : 23)

1.1 ความหมายของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์

Beyer (1971 อ้างถึงใน แรมสมร อยู่สถาพร, 2538: 53-54) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่าเป็นวิธีที่จะรู้ว่าเมื่อใดที่ผู้เรียนได้ลงมือสืบสอบหรือพยายามหาคำตอบของคำถามที่เกิดขึ้น เมื่อนั้นผู้เรียนกำลังลงมือปฏิบัติการสืบสอบ

Clark (1973: 64) อธิบายความหมายของการสืบสอบว่า เป็นวิธีการให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบและข้อสรุปของปัญหาได้ด้วยตนเอง

Good (1973: 303) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ 3 แนวทางดังนี้

1. เป็นวิธีหนึ่งในการศึกษา เพื่อให้ได้มโนทัศน์ใหม่ โดยดำเนินการเพื่อให้ได้ความรู้ที่เป็นไปได้ในกรณีนั้นๆ ซึ่งเป็นความรู้ที่อาจเปลี่ยนแปลงได้
2. เป็นเทคนิคหนึ่ง ในการเรียนรู้เนื้อหาวิทยาศาสตร์ โดยมีการกระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้ อยากเห็น ตั้งคำถาม แล้วหาคำตอบด้วยตนเอง
3. เป็นวิธีแก้ปัญหาวิธีหนึ่ง ที่มีกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้โดยเผชิญกับเหตุการณ์ที่ท้าทายความคิด วิธีการนี้เริ่มต้นด้วยการสังเกตอย่างเป็นระบบ การคัดแยกสิ่งที่สังเกตกับสิ่งที่อ้างอิง คิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ เป็นวิธีการที่ทดสอบได้ และสรุปผลอย่างมีเหตุผล

Bybee (2006) กระบวนการสืบสอบเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิดสืบค้น และหาคำตอบต่อปัญหาของตนได้

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2520 อ้างถึงใน แรมสมร อยู่สถาพร, 2538: 53) นิยามความหมายของการสืบสอบว่า เป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบด้วยตนเองและสร้างนิสัยให้ผู้เรียนเป็นคนช่างคิด และแก้ปัญหาได้ ดังนั้นจึงเป็นวิธีที่สอดคล้องกับหลักจิตวิทยา ซึ่งทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2530: 56) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสอบ เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้นักเรียนได้บรรลุเป้าหมาย

สุวัฒน์ นิยมเค้า (2531: 125) อธิบายความหมายของการสืบสอบไว้ว่า การสืบสอบหมายถึงการค้นหาข้อมูลความรู้เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งด้วยการพิจารณาอย่างถี่ถ้วน หรือด้วยการสำรวจตรวจสอบอย่างถี่ถ้วน

เสริมศรี ลักษณะศิริ (2540: 240) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนอีกแบบหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตัวเอง โดยครูผู้สอนจะกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้โดยจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัยและต้องการค้นหาคำตอบหรือโดยที่ครูเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด และค้นหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้เป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหาและแสวงหาความจริงโดยใช้การคิดอย่างมีเหตุผล

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2541: 13) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ครูผู้สอนเป็นผู้สร้างสถานการณ์กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย ทำให้นักเรียนต้องค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยที่นักเรียนจะเป็นผู้หาวิธีการที่จะเรียนรู้ พยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการใช้คำถาม และการรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การหาเหตุผล และการทดลองจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ปัญหาแล้วนำไปประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กาญจนา บุญส่ง (2542: 67-68) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กมลทิพย์ ต่อกิต (2544: 12) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีการที่นักเรียนค้นคว้า แสวงหาความรู้ โดยอาศัยการซักถาม เมื่อเผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาที่ทำให้เกิดความสงสัยแล้ว ลงมือปฏิบัติเพื่อการค้นพบคำตอบ และข้อสรุปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

แสงจัน พุ่มสะหวัน (2549: 9) กล่าวว่า การเรียนการสอนด้วยวิธีสืบสอบด้วยวิธีการสืบสอบ เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนค้นคว้าหาความรู้ ความจริง เพื่อแก้ปัญหาหรือเพื่อหาข้อเท็จจริงด้วยตนเอง เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนพัฒนามโนทัศน์ หลักการ ด้วยการพิจารณาอย่างถี่ถ้วน

โสมรศมี ดาหลาย (2551: 26) อธิบายว่า กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนา ความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทาง ความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อ ให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนได้

เสาวรัตน์ งามแก้ว (2552: 43) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการ จัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้จากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้ แบบสืบสอบนี้ มีผลต่อการพัฒนาความรู้ความสามารถของนักเรียน และส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน และเจตคติที่ดีต่อการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ควรมุ่งเน้น ให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิบัติจริง

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 16) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อ ให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น รวบรวมข้อมูลมาอธิบาย หาเหตุผลและสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง

จากความหมายของการสืบสอบที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะใช้ความหมายของ โสมรศมี ดาหลาย (2551: 26) เป็นแนวทางในการทำการวิจัย ซึ่งสามารถ สรุปได้ว่ากระบวนการสืบสอบทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิด การแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนได้

1.2. ขั้นตอนของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์

Romey (1968) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอปัญหาและข้อมูลพื้นฐาน ครูเป็นผู้เสนอปัญหาพร้อมกับข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ
2. ขั้นแปลความหมายข้อมูล ครูนำการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนจัดกระทำหรือแปลความหมายข้อมูล
3. ขั้นอ้างหลักการ ครูนำการอธิบายเพื่อให้เรียนนำผลการจัดกระทำหรือแปลความหมายข้อมูลมาอ้างอิงตามหลักเหตุผล
4. ขั้นสรุป ครูนำการอธิบายเพื่อให้เรียนนำหลักฐานหรือหลักการมาอ้างเพื่อสรุปเป็นความรู้

Bybee (2006) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้กระบวนการสืบสอบหาความรู้ 5 ขั้นตอน เป็นรูปแบบหนึ่งของการสืบสอบหาความรู้ คือ การสร้างความสนใจ (Engagement) การสำรวจและค้นหา (Exploration) การอธิบาย (Explanation) การขยายความรู้ (Elaboration) และการประเมินผล (Evaluation) ซึ่งทั้ง 5 ขั้นตอนเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครูจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิด มีความคิดสร้างสรรค์ ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเองได้มากที่สุด ทั้งนี้กิจกรรมที่จะให้นักเรียนสำรวจตรวจสอบ จะต้องเชื่อมโยงกับความคิดเดิม และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ใหม่ และได้ใช้กระบวนการและทักษะต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์และการสืบเสาะหาความรู้

1. การสร้างความสนใจ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอธิบายภายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นใดน่าสนใจ ครูอาจจะจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้น ชั่วๆ หรือท้าทายให้นักเรียนตื่นตัว สงสัย ใครรู้ อากรู้ อยากเห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาการศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือปัญหาที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูสามารถจัดกิจกรรมได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/เหตุการณ์ ให้ค้นคว้า/อ่านเรื่อง อธิบาย/พูดคุย สนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ปัญหาที่น่าสนใจ ที่น่าสงสัยแปลกใจ

2. การสำรวจและค้นคว้า นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และรวบรวม ข้อมูลวางแผนกำหนดการสำรวจตรวจสอบ หรือออกแบบการทดลอง ลงมือปฏิบัติ เช่น สังเกต วัด ทดลอง รวบรวมข้อมูลข้อสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ

3. การอธิบาย นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปรายพร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง โดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผลสมเหตุสมผล การลงข้อสรุปถูกต้องเชื่อถือได้ มีเอกสารอ้างอิง และหลักฐานชัดเจน

4. การขยายความรู้ เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ที่ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้สึกซึ่งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่ การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้นักเรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชักถามให้นักเรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยง ความรู้ที่ได้กับความรู้เดิม นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติมมีความ ละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้งยิ่งขึ้นหรือ สมบูรณ์ละเอียดขึ้น นำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ในเรื่องอื่น หรือสถานการณ์อื่นๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจ ค้นหา และรวบรวมเพื่อนำไปสู่ การสร้างความรู้ใหม่

5. การประเมิน ให้นักเรียนได้ระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและ ผลผลิตเพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ โดยให้นักเรียนได้วิเคราะห์วิจารณ์ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมินปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหาให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือ หลักการและเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2538: 25-26) ได้พัฒนาขั้นตอนกระบวนการสืบสอบ มี 5 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นสร้างมโนทัศน์แนวหน้า คือขั้นการดึงความรู้เดิม วางความรู้พื้นฐานที่จำเป็น ให้แก่ผู้เรียน

2. ขั้นสังเกต คือขั้นสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาข้อจำกัด ครูสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ให้นักเรียนได้วิเคราะห์องค์ประกอบของตัวปัญหา

3. ชั้นอธิบาย คือชั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาคำอธิบาย หรือหาสาเหตุของปัญหา ข้องจิตในรูปของการใช้เหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสฝึกการตั้งทฤษฎีการคิดแบบมีเหตุผลการฝึกวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ หรือจากปัญหาไปหาสาเหตุ
4. ชั้นทำนายและทดสอบ คือชั้นที่ครูช่วยให้นักเรียนรู้จักหาวิธีที่จะพิสูจน์คำอธิบาย หรือทฤษฎีที่นักเรียนได้สร้างขึ้น
5. ชั้นควบคุมและคิดสร้างสรรค์ คือชั้นที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนเอาหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีแก้ปัญหาที่พบ ไปปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมทั้งภายในและภายนอกตัวมนุษย์

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2545 อ้างถึงใน โสมรัศมี ดาหลาย, 2551: 32-34) ได้เสนอ ขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้

1. ชั้นครูผู้สอนสร้างสถานการณ์หรือปัญหาจากเนื้อหาในหลักสูตรให้สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนการสอนเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนด้วยปัญหา เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและ แก้ปัญหา การนำเข้าสู่บทเรียนอาจทำได้หลายวิธีครูผู้สอนจะต้องเลือก หรือปรับวิธีการนำเข้าสู่ บทเรียนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาทั้งจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่การ ออกแบบการค้นคว้าหาความรู้หรือการทดลองเพื่อหาคำตอบด้วยตนเอง
2. ชั้นใช้คำถามในการอภิปรายเพื่อนำไปสู่แนวทางในการหาคำตอบ การใช้คำถามนี้ จะต้องอาศัยสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดขึ้นเอง โดยใช้คำถามเป็นชุดต่อเนื่องสัมพันธ์กัน ชุดของ คำถามต้องสามารถนำผู้เรียนไปสู่การตั้งสมมติฐาน เพื่อคาดคะเนคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งควรเป็น แนวทางของการกำหนดวิธีการศึกษาค้นคว้าหรือทำการทดลอง
3. ชั้นใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การออกแบบและกำหนดวิธีการศึกษาการทดลองเพื่อหา คำตอบ คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามเพื่อนำไปสู่การอธิบายวิธีการหาความรู้หรือคำตอบ ในแต่ละ ขั้นตอน สิ่งที่สำคัญคืออุปกรณ์ เครื่องมือหรือข้อมูลสารสนเทศที่จะใช้ในการศึกษาหาความรู้ อาจจะ ออกแบบวิธีศึกษาค้นคว้าหลายวิธีแล้วเลือกวิธีที่ดีที่สุด
4. ชั้นดำเนินการศึกษาค้นคว้าสืบสวนสอบสวน ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ ทำความเข้าใจในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมตามวิธีการที่ได้เลือกไว้ให้ชัดเจนพร้อมทั้งจดบันทึกข้อมูล ไว้
5. ชั้นอภิปรายเพื่อสรุปผล ในขั้นนี้เป็นการใช้คำถามโดยอาศัยข้อมูลที่ได้จาก การศึกษาค้นคว้าและการตอบคำถามเป็นหลัก เพื่อนำไปสู่การสรุปหาคำตอบของปัญหา ครูใช้คำถาม ฝึกให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่พบในชีวิตประจำวัน

จากขั้นตอนในของกระบวนการสืบสอบข้างต้น สามารถสรุปได้ว่ากระบวนการสืบสอบ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1. การสร้างความสนใจ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูสามารถจัดกิจกรรมได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/เหตุการณ์ ให้ค้นคว้า/อ่านเรื่อง อภิปราย/พูดคุย สนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ปัญหาที่น่าสนใจ ที่น่าสงสัยแปลกใจ 2. การสำรวจและค้นคว้า นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และรวบรวมข้อมูล วางแผนกำหนดการสำรวจตรวจสอบ 3. การอธิบาย นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นคว้าวิเคราะห์ แผลผล สรุปและอภิปรายพร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง โดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผลสมเหตุสมผล 4. การขยายความรู้ เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ที่ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น 5. การประเมิน ให้นักเรียนได้ระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและผลผลิตเพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ โดยให้นักเรียนได้วิเคราะห์วิจารณ์ แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมินปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหาให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือหลักการและเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

1.3. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน บุคคลที่มีบทบาทสำคัญคือครูผู้สอน ดังนั้น เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนประสบผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนควรมีบทบาทต่าง ๆ ดังที่นักการศึกษาหลาย ๆ ท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

เสริมศรี ลักษณะศิริ (2540: 243) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนด้วยวิธีสืบสอบแบบสืบสอบดังนี้

1. ครูควรฝึกให้เด็กคิด สังเกต หาเหตุผล ค้นคว้า ทดลอง พิสูจน์และแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้สิ่งสำคัญคือการจัดบรรยากาศในห้องเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กคิด ค้นคว้า และมีเสรีภาพในการอภิปราย
2. อาจเป็นได้ทั้งการสอนแบบอุปมานหรืออนุมาน ขึ้นอยู่กับเวลาและสถานการณ์ ข้อมูลที่มีอยู่หรือตัวปัญหานั้น แต่ส่วนใหญ่มักจะเป็นแบบอุปมาน
3. ต้องมีการสร้างสถานการณ์ที่ชวนสงสัย เป็นการดึงความสนใจ ซึ่งอาจทำได้หลายทางคือ

3.1 ช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมเต็มที่ ทำให้ประสบการณ์ที่มีอยู่มีความหมายมากกว่าเดิม แม้เรียนได้น้อยกว่าก็จริง แต่เรียนรู้ได้มากกว่าและมีค่ามากกว่า

3.2 ทักษะในการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาจะคงอยู่โดยไม่ลืมได้ง่าย เพราะสอนให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.3 สามารถนำทักษะในการเรียนรู้ด้วยตนเองไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างดี

3.4 ส่วนหนึ่งของหลักสูตรที่เรียนไม่จบสามารถให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองได้

กาญจนา บุญส่ง (2542: 68) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนด้วยวิธีการสอนแบบสืบเสาะดังนี้

1. ครูควรเป็นผู้ป้อนคำถามผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การค้นคว้า ครูผู้สอนจะต้องรู้จักป้อนคำถาม จะต้องรู้ว่าถามอย่างไร นักเรียนจึงเกิดความคิด

2. ครูควรให้นักเรียนทั้งชั้นอภิปรายวางแผนแก้ปัญหา กำหนดวิธีแก้ปัญหาเอง

3. ถ้าปัญหาโดยยากเกินไป นักเรียนไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ ครูผู้สอนกับนักเรียนอาจร่วมกันหาทางแก้ปัญหาต่อไป

สมคิด สร้อยน้ำ (2542: 176) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในการสอนด้วยวิธีสอนแบบสืบเสาะซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้แนะแนวทางคอยช่วยเหลือนักเรียนในการสร้างสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

2. ครูจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนให้รู้จักคิดค้นหาความจริงและแก้ปัญหาด้วยตนเอง

3. ใช้คำถามและคำตอบเป็นสื่อสำคัญในการเรียนรู้ตามแนววิทยาศาสตร์เพื่อให้นักเรียนคิดเป็นทำเป็น และแก้ปัญหาได้

4. ครูจะต้องมีทักษะในการถาม เช่น จะต้องรู้ว่าถามอย่างไรนักเรียนจึงจะเกิดความรู้ ความจำ ความคิด หรือความเข้าใจ เป็นต้น

5. ครูต้องให้เวลานักเรียนในการคิดหาคำตอบ เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนคิดเป็น มีความคิดสร้างสรรค์ และให้โอกาสนักเรียนได้คิดด้วยตนเองให้มากที่สุด ไม่ใช่ช่วยตอบเสียเอง

6. ครูจะต้องจัดสถานการณ์แวดล้อมช่วยนักเรียนให้อยากเรียน โดยการจัดกิจกรรมให้นักเรียนสนใจและตั้งใจเรียน ไม่ใช่เป็นการบีบบังคับ ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ดี

Bybee และคณะ (2006: 34 อ้างถึงใน พิชาณิกา เพชรสังข์, 2556: 19) กล่าวว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ 5 ขั้นตอน จะประสบความสำเร็จในแต่ละขั้นตอนครูต้องแสดงบทบาทของตนเองดังนี้

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทของครู
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด - ดึงเอาคำตอบที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้ หรือแนวคิด หรือเนื้อหา
2. การสำรวจและค้นหา (Exploration)	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ - สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน - ชักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบของนักเรียน - ให้นักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ - ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิด หรือให้คำจำกัดความด้วยคำพูดของนักเรียนเอง - ให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลและอธิบายให้กระจ่าง - ให้นักเรียนอธิบาย ให้คำจำกัดความและชี้บอกส่วนต่าง ๆ ในแผนภาพ - ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐานในการอธิบายแนวคิด
4. การขยายความรู้ (Elaboration)	<ul style="list-style-type: none"> - คาดหวังให้นักเรียนได้ใช้ประโยชน์จากการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความและอธิบายสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว - ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่ - ให้นักเรียนอธิบายอย่างมีความหมายและอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐาน และถามคำถามนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้าง หรือได้แนวคิดอะไร

ขั้นตอนการเรียนการสอน	บทบาทของครู
5. การประเมินผล (Evaluation)	<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ - ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน - หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์คือ สร้างสถานการณ์ที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน ใช้คำถามเป็นสื่อในการกระตุ้นให้นักเรียนคิด หาเหตุผล ค้นหาความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเอง แนะนำแนวทางและคอยช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น

1.4 ประเภทของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของการสืบสอบ โดยแบ่งตามลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

Orlich and other (2001) แบ่งประเภทการสืบสอบโดยใช้บทบาทของครูเป็นเกณฑ์ ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. การสืบสอบที่ครูกำหนดแนวทางการสืบสอบ ครูต้องวางแผนและเตรียมข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาที่สืบสอบ ให้นักเรียนกระทำการสังเกต ครูมีบทบาทในการนำให้นักเรียนดำเนินการสืบสอบตามแนวทางโดยครูใช้คำถามนำ จัดเตรียมอุปกรณ์ และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการสืบสอบและสรุปเป็นหลักการ

2. การสืบสอบที่ครูไม่ได้กำหนดแนวทางในการสืบสอบ ในแนวทางนี้ครูมีบทบาทน้อยกว่าในแบบแรก เมื่อครูเสนอปัญหาแล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนหาแนวทาง และดำเนินการสืบสอบวิธีต่าง ๆ เอง แต่ครูต้องคอยตรวจสอบความถูกต้องในการอ้างเหตุผลของนักเรียน ถ้านักเรียนอ้างเหตุผลผิด ครูต้องชี้ให้เห็นจุดที่ผิดพลาด และถ้านักเรียนไม่ได้อ้างเหตุผล ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอ้าง เพื่อยืนยัน และครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนข้อสรุปซึ่งกันและกัน

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2545, อ้างถึงใน โสภรัศม์ ดาหลาย 2551: 27) แบ่งประเภทการสืบสอบโดยใช้บทบาทของครูและนักเรียนเป็นเกณฑ์ ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Passive inquiry) วิธีนี้ครูจะมีบทบาทสำคัญในการใช้คำถามกระตุ้นเป็นแนวทางให้นักเรียนคิดหาคำตอบ เหมาะสำหรับการเริ่มสอนแบบสืบสอบ เนื่องจากครูจะเป็นผู้ใช้คำถาม ถูมนำไปสู่คำตอบและพยายามกระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม

อยู่เสมอ ครูจะเป็นผู้ตั้งคำถามเป็นส่วนใหญ่ คือประมาณร้อยละ 90 ส่วนนักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถามเองประมาณร้อยละ 10 เท่านั้น และส่วนใหญ่ นักเรียนจะเป็นผู้ตอบคำถาม

2. ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันในการสืบสอบ (Combined inquiry) วิธีนี้ครูผู้สอนและนักเรียนเป็นผู้ดำเนินการในการสืบสอบร่วมกัน โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามเท่า ๆ กับนักเรียน คือประมาณร้อยละ 50 ซึ่งเหมาะสำหรับการสอนที่นักเรียนได้ผ่านขั้นของ Passive inquiry มาแล้ว ผู้เรียนจะคุ้นเคยกับการตอบคำถามและฝึกการตั้งคำถาม การซักถามปัญหา ในขั้นนี้เมื่อผู้เรียนตั้งคำถาม ครูผู้สอนไม่ควรให้คำตอบทันทีแต่ควรส่งเสริมโดยการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง ครูอาจใช้คำถามนำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเอง

3. นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ (Active inquiry) การสอนแบบนี้ นักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถามและตอบคำถามเป็นส่วนใหญ่ หลังจากที่ได้ฝึกการตั้งคำถามและตอบคำถามจนคุ้นเคยมากแล้ว นักเรียนจะได้รับพัฒนาการคิด การตั้งคำถามในกระบวนการสืบสอบเพื่อหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้ในขั้นนี้ นักเรียนจึงมีความสามารถในการสร้างกรอบแนวคิด การสร้างคำถามนำที่นำไปสู่การค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในการตั้งคำถามและตอบคำถามประมาณร้อยละ 90 จึงนับว่าเป็นจุดประสงค์สูงสุดในการเรียนรู้โดยวิธีสืบสอบ

จากประเภทของการสืบสอบทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าสามารถแบ่งประเภทโดยการใช้บทบาทของครูและนักเรียนเป็นเกณฑ์ ได้แก่ 1. ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ 2. ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันในการสืบสอบ และ 3. นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสืบสอบ

2. รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Model: ICM)

2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

AlrØ and Skovsmose (2002) กล่าวว่า การศึกษาคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมส่งผลให้รูปแบบการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียนเกิดขึ้นในลักษณะเป็นกิจวัตรประจำวัน เช่น ครูนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์และเทคนิคบางประการ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่สามารถแก้ปัญหาได้โดยอาศัยความรู้และเทคนิคที่ครูนำเสนอไปแล้ว โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบคำตอบรวมทั้งมอบหมายการบ้านในหนังสือเรียน สิ่งเหล่านี้ถือเป็นกระบวนทัศน์แบบฝึกหัด (exercise paradigm) ที่มีอิทธิพลอย่างมากในการศึกษาคณิตศาสตร์

ทั้งสองคนต้องการให้นักเรียนเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ (learning as action) และต้องไม่ใช่กิจกรรมที่บังคับทำ จึงให้ความสนใจเป็นพิเศษกับแนวคิดในการตรวจสอบ (investigative approach) ตัวอย่างเช่น การทำโครงการ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องออกจากกระบวนทัศน์

แบบฝึกหัดเพื่อสร้างความเป็นไปได้ในการตรวจสอบ การเปลี่ยนจากกระบวนการค้นคว้าแบบฝึกหัดไปสู่พื้นที่ในการตรวจสอบ (landscapes of investigation) ส่งผลให้รูปแบบของการสื่อสารมีการเปลี่ยนแปลง รวมทั้งเปิดกว้างสำหรับการร่วมมือในรูปแบบใหม่และมีความเป็นไปได้ในการเรียนรู้แบบใหม่ โดยที่ AlrØ และ Skovsmose ให้ความสนใจเป็นอย่างยิ่งกับความเป็นไปได้ที่จะเกิดกระบวนการสืบสอบ (inquiry process) ในพื้นที่ของการตรวจสอบ ซึ่งเปรียบเสมือนกับการออกจากพื้นที่ปลอดภัยไปสู่พื้นที่ที่มีความเสี่ยง เนื่องจากกระบวนการสืบสอบนั้นไม่มีความแน่นอนและไม่มีความตายตัวในการทำงาน สาเหตุเป็นเพราะการศึกษาคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมเกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัดที่ถามความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือใช้คำถามถึงความจริง (semi-reality) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่ประดิษฐ์ขึ้น โดยระบุข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาไว้อย่างครบถ้วน จุดประสงค์เพียงอย่างเดียวคือต้องการให้นักเรียนแก้ปัญหาให้ลุล่วง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ดังนั้นจึงสามารถระบุได้ว่าเป็นคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกหรือคำตอบที่ผิด ความพยายามในการออกจากกระบวนการค้นคว้าแบบฝึกหัดไปสู่สภาพแวดล้อมทางการเรียนรู้ที่แตกต่าง ซึ่งในที่นี้คือพื้นที่ของการตรวจสอบ นักเรียนจะสามารถตั้งคำถามและวางแผนเส้นทางการตรวจสอบที่แตกต่างกัน สิ่งเหล่านี้ทำให้นักเรียนกลายเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการสืบสอบ (inquiry process)

John Dewey (1963 อ้างถึงใน Helle AlrØ และ Ole Skovsmose, 2002: 52) กล่าวว่า การสืบสอบถือเป็นสิ่งสำคัญสำหรับผู้เรียนซึ่งเกี่ยวข้องกับการค้นคว้าข้อมูล ลักษณะของการสืบสอบมีความสัมพันธ์ที่คล้ายคลึงกับการตรวจสอบทางวิทยาศาสตร์ การจัดการศึกษาที่ใช้การสืบสอบเป็นฐาน (inquiry - based education) แยกตัวออกอย่างสมบูรณ์จากแนวคิดการถ่ายโอนความรู้ (transferring knowledge) เนื่องจากการสืบสอบตั้งอยู่บนพื้นฐานความเชื่อที่ว่าความรู้ไม่สามารถส่งต่อกันได้แต่เป็นสิ่งที่จะต้องได้รับการพัฒนา ดังนั้น จุดเริ่มต้นของการจัดการเรียนการสอนจึงต้องเริ่มจากประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมของนักเรียนแล้วจึงค่อยพัฒนาขึ้น

องค์ประกอบพื้นฐานที่ไม่สามารถละเลยได้ในการสืบสอบ คือ กระบวนการสืบสอบเป็นกระบวนการเปิด (open process) ที่ผลลัพธ์และข้อสรุปไม่สามารถกำหนดล่วงหน้าได้ และไม่ใช่งานที่บังคับให้นักเรียนทำ ดังนั้นนักเรียนจะเหมือนได้รับเชิญให้เข้าสู่พื้นที่ของการตรวจสอบเพื่อที่จะเป็นเจ้าของกิจกรรมและกลายเป็นผู้มีส่วนร่วมที่มีความกระตือรือร้น แนวคิดเกี่ยวกับการเชิญหรือจูงใจนี้มีความสำคัญมากเนื่องจากนักเรียนมีสิทธิ์จะตอบรับหรือปฏิเสธก็ได้ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะหาวิธีให้นักเรียนมีเหตุผลที่ดีในการเข้าสู่กระบวนการสืบสอบ

การมีเหตุผลที่ดีในการเข้าสู่กระบวนการสืบสอบเป็นเรื่องซับซ้อน อาจเกี่ยวข้องโดยตรงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนมีความสนใจในหัวข้อที่กำหนด นักเรียนมีความคุ้นเคยกับหัวข้อที่กำหนด นอกจากนี้เหตุผลในการมีส่วนร่วมกับการสืบสอบยังเป็นเรื่องเฉพาะของแต่ละบุคคล

อาจเกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู หรือความสัมพันธ์นักเรียนกับเพื่อนนักเรียนด้วยกันเอง

ความสัมพันธ์ส่วนบุคคลระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและระหว่างนักเรียนกับครูจะแสดงออกมาในรูปแบบของการสนทนา โดยที่การทำงานในพื้นที่ของการตรวจสอบ หมายถึง การทำงานแบบร่วมมือกัน

(co-operate) และการร่วมมือกันนี้จะได้รับการสนับสนุนหรือขัดขวางขึ้นอยู่กับรูปแบบที่แน่นอนของการสนทนา การร่วมมือกันระหว่างครูกับนักเรียนที่เกิดในพื้นที่ของการตรวจสอบเป็นไปในลักษณะที่นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างยิ่งในกระบวนการที่ทำให้เกิดการค้นพบ ในขณะที่ครูทำงานในฐานะผู้ดูแลและคอยอำนวยความสะดวก

AlrØ และ Skovsmose ติดตามการสนทนาระหว่างนักเรียนอายุ 12 ปี จำนวน 2 คน กับครู โดยที่นักเรียนถูกมอบหมายภาระงานให้สร้างโมเดลธงชาติ ซึ่งต้องพิจารณาถึงสัดส่วนต่าง ๆ ที่ประกอบอยู่ในธง บทสนทนาที่เกิดขึ้นแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบสำหรับสิ่งที่เรียกว่า รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ หรือ inquiry co-operation model (ICM) และรูปแบบนี้แสดงถึงรูปแบบของการสื่อสารบางอย่างที่ผู้วิจัยให้ความสนใจเป็นพิเศษ

จากความเป็นมาของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ พบว่าเกิดจากการที่ Helle AlrØ และ Ole Skovsmose ต้องการเปลี่ยนการเรียนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมซึ่งเป็นกระบวนการทัศน์แบบฝึกหัดให้เข้าสู่พื้นที่ของการตรวจสอบ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้จะทำให้รูปแบบของการสื่อสารเปลี่ยนแปลงไป การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบจะเน้นกระบวนการสืบสอบ (inquiry process) และให้ความสำคัญกับการร่วมมือกัน (co-operation) ซึ่งความร่วมมือนี้มีบทบาทเป็นตัวกำหนดรูปแบบการสนทนาที่จะเกิดขึ้นและมีผลต่อแรงจูงใจหรือเหตุผลในการเลือกที่จะเข้าร่วมในกระบวนการสืบสอบ

2.2 หลักการของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Model: ICM) หมายถึง รูปแบบการทำงานที่เน้นการร่วมมือระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน โดยส่งเสริมให้มีการสื่อสารกันในลักษณะของการใช้คำถามและการอธิบายแนวคิด เน้นให้นักเรียนทำงานแบบกลุ่มย่อยในการสืบสอบผ่านการใช้คำถามของครูที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้นและหาคำตอบของปัญหา โดยครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้น ร่วมกันแลกเปลี่ยนความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สะท้อนความคิดผ่านมุมมองที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาาร่วมกันแล้วเรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของ

ตนเอง ประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ใหม่ที่ท้าทาย และประเมินการทำงานด้วยวิธีการที่หลากหลาย (AlrØ and Skovsmose, 2002 and Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo, and Dahlan, 2014)

2.3 องค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

AlrØ และ Skovsmose (2002) ได้นำเสนอองค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Models: ICM) ทั้งสิ้น 8 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) ครูเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงานระหว่างครูและนักเรียน และนักเรียนด้วยตนเอง กระตุ้นและเน้นการใช้คำถามสืบสอบ (inquiring question) เพื่อทำความเข้าใจมุมมองของผู้อื่น เน้นการใช้คำถามต่อท้าย (tag question) เพื่อดึงให้ผู้อื่นเข้ามามีส่วนร่วมในการแสดงความเห็น นำไปสู่การได้รับการสนับสนุน (support) และยืนยันบางสิ่งบางอย่างร่วมกัน (mutual confirmation)

องค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) เป็นการแสดงมุมมองที่มีต่อสถานการณ์ปัญหา โดยครูใช้คำถามที่หลากหลายในรูปของคำถามสืบสอบ (inquiring question) เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบาย ซึ่งช่วยให้เข้าใจมุมมองของนักเรียนที่มีต่อสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งใช้คำถามที่เป็นการสมมติ (Hypothetical question) เพื่อกระตุ้นนักเรียนให้ตรวจสอบความเป็นไปได้ และค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้านี้ ในกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจคำถาม ครูส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำถามขยาย (Widening question) เพื่อให้ครูช่วยขยายความในสิ่งที่ถาม และใช้คำถามสร้างความกระจ่าง (Clarifying question) เพื่อตรวจสอบความชัดเจนว่าเข้าใจตรงกันกับสิ่งที่ครูต้องการจะสื่อหรือไม่ โดยที่ครูพยายามมีส่วนร่วมกับนักเรียนในการตีความปัญหาและกระตุ้นให้มีการอธิบาย (explanation) ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ (check-question) และยืนยัน (confirmation) ข้อมูลในการได้มาซึ่งแนวคิดใหม่

องค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) เป็นการระบุข้อมูลที่สำคัญ และชี้แจงข้อมูลเหล่านั้นให้สมาชิกในกลุ่มรับทราบ รวมทั้งระบุหลักการทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบ (why-question)

องค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) เป็นการเสนอข้อความหรือข้อเสนอแนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกัน รวมทั้งเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของตนเองและความเข้าใจที่มีมาก่อนหน้าก่อนที่จะยอมรับหรือปฏิเสธข้อความหรือข้อเสนอแนะเหล่านั้น โดยครูมีหน้าที่สนับสนุนให้นักเรียนอภิปราย วิพากษ์วิจารณ์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหา

แต่ละวิธี ให้คำแนะนำซึ่งกันและกัน และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม รวมทั้งส่งเสริมให้นักเรียน แสดงหลักฐาน ให้เหตุผลและอธิบายความคิดของตนเองให้กระจ่าง ครูกระตุ้นให้นักเรียนกระทำการ ใช้คำถามต่อท้าย (tag question) เพื่อเปิดโอกาสให้เพื่อนสมาชิกภายในกลุ่มมีส่วนร่วมในการ แสดงความเห็น

องค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกโดยใช้การพูดขณะดำเนินการแก้ปัญหาที่ตั้งอยู่บน ผลการวิเคราะห์และแนวทางที่ได้วางแผนมาแล้วขณะที่ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เน้นให้ทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้และพัฒนาแนวทางปฏิบัติที่ใช้ร่วมกัน

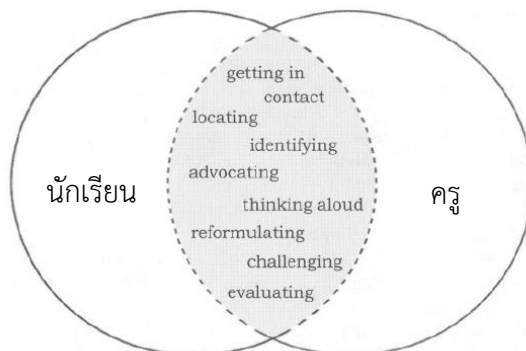
องค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสรุป สิ่งที่ได้กระทำหรือขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของนักเรียนเอง (paraphrasing) และ ตรวจสอบคำตอบ โดยพิจารณาถึงเงื่อนไขและแนวคิดสำคัญของบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ ซึ่งจะทำให้สิ่งที่กล่าวในองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น (completing utterance) ทั้งนี้อาจดำเนินการผ่านการใช้คำถาม ตรวจสอบ (Check-question) ซึ่งเป็นคำถามที่ใช้ตรวจสอบกับผู้อื่นว่าสิ่งที่เข้าใจนั้นถูกต้องตรงกัน หรือใช้เพื่อตรวจสอบว่าสิ่งที่คิดเป็นสิ่งที่ถูกต้อง สามารถใช้คำถามนี้ได้ทั้งระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง และนักเรียนกับครู

องค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนแก้ สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งอาจเป็นการขยายหรือปรับปัญหาเดิม หรือ เปลี่ยนปัญหาใหม่ เพื่อพัฒนาความรู้หรือมุมมองที่มีอยู่อย่างจำกัด ผ่านการใช้คำถามที่เป็นการสมมติ (hypothetical questions) ซึ่งนักเรียนจะได้ตรวจสอบสถานการณ์อีกครั้งหนึ่ง โดยครูมีบทบาทเป็น ทั้งคู่แข่งและคู่คิดเพื่อที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง

องค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) ครูประเมินการทำงานของนักเรียน ซึ่งสามารถทำได้ในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญของบทเรียน การแก้ไข ข้อผิดพลาด การวิจารณ์เชิงลบ การวิจารณ์อย่างสร้างสรรค์ การให้คำแนะนำ การสนับสนุนอย่างไม่มี เงื่อนไข การยกย่องชมเชย หรือการทดสอบใหม่ และในตอนท้ายครูให้คำชมเชยการทำงานของ นักเรียนอย่างไม่มีเงื่อนไข รวมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการประเมินตนเองในด้านความรู้ที่ได้รับ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และความพึงพอใจในการทำงานกลุ่ม

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ องค์ประกอบดังกล่าวข้างต้นจะสอดแทรกอยู่ในขั้นตอนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุป แม้ว่ารูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบจะประกอบไปด้วย 8 องค์ประกอบ แต่องค์ประกอบเหล่านี้ อาจ ไม่ได้แยกจากกันอย่างชัดเจน บางครั้งองค์ประกอบต่าง ๆ อาจเกิดขึ้นพร้อมกันได้และไม่จำเป็นต้อง

เรียงลำดับกัน ซึ่งหากพบว่านักเรียนไม่สามารถผ่านองค์ประกอบนั้น ๆ ได้ ผู้สอนอาจให้คำชี้แนะหรือเลือกใช้อีกองค์ประกอบอื่นที่จะสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดความก้าวหน้าในการทำงาน



ภาพที่ 1 แสดงองค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่เกิดขึ้นระหว่างครูและนักเรียน

Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan (2014) ได้นำเสนอองค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Models: ICM) ทั้งสิ้น 8 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสื่อการเรียนรู้ที่กำลังศึกษา

องค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) นักเรียนทุกคนแสดงมุมมองที่มีต่อปัญหาที่ได้รับ ซึ่งอาจเป็นแนวคิดหรือความคิดเห็นและเขียนมุมมองเหล่านั้น

องค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) นักเรียนระบุสิ่งที่จำเป็นและสิ่งที่รู้จากปัญหาที่ได้รับ

องค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) นักเรียนอภิปราย วิพากษ์วิจารณ์กันและกัน ให้คำแนะนำและจัดหาทางเลือกอื่นแก่เพื่อนนักเรียน

องค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) นักเรียนถูกแนะนำให้แก้ปัญหาที่มีพื้นฐานอยู่บนผลการวิเคราะห์และแนวทางที่ได้วางแผนมาแล้ว

องค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) นักเรียนถูกแนะนำให้แก้ปัญหาโดยใช้วิธีการอื่นหรือสร้างข้อสรุปด้วยภาษาของนักเรียนเอง

องค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาในเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะถูกท้าทายผ่านปัญหาที่มีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น

องค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) ครูประเมินเพื่อวัดคุณภาพความเข้าใจในโมโนทัศน์ที่นักเรียนได้เรียนรู้

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้องค์ประกอบของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (Inquiry Co-operation Models: ICM) ตามแนวคิดของ AlrØ และ Skovsmose (2002) ซึ่งประกอบไปด้วย 8 องค์ประกอบ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 นำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) โดยเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงานระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกันเอง กระตุ้นและเน้นการใช้คำถามสืบสอบและคำถามต่อท้ายเพื่อให้ นักเรียนทำความเข้าใจมุมมองเกี่ยวกับความรู้ในการแก้ปัญหา ดึงให้ผู้อื่นมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น สนับสนุน และยืนยันบางสิ่งบางอย่างร่วมกัน

องค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) เน้นการใช้คำถามสืบสอบและคำถามสมมติ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตีความปัญหา อธิบาย ตรวจสอบความเป็นไปได้ ค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้า และยืนยันความคิดร่วมกัน

องค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) เป็นการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบในการระบุข้อมูลที่สำคัญ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

องค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) เป็นการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ ตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ เน้นการใช้คำถามต่อท้ายเพื่อให้สมาชิกกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น

องค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) เป็นการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางที่ได้ร่วมกันวิเคราะห์ในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกโดยใช้การพูดขณะดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน

องค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) เป็นการทำให้แนวทางการแก้ปัญหาที่ได้ในองค์ประกอบที่ 5 มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผ่านการเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา โดยใช้ภาษาของตนเอง เน้นการใช้คำถามตรวจสอบระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียน เพื่อตรวจสอบความคิดหรือความเข้าใจให้ถูกต้องตรงกัน

องค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) เป็นการใช้คำถามเชิงสมมติเพื่อให้ นักเรียนตรวจสอบ พัฒนาความรู้หรือมุมมองที่มีอยู่อย่างจำกัด และเสริมสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา ผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น

องค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) โดยนักเรียนประเมินตนเองในด้านความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการแก้ปัญหาาร่วมกัน รวมทั้งครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย กระตุ้นและสนับสนุนการทำงาน of นักเรียน

2.4 คำถามตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

1. คำถามสืบสอบ (Inquiring Question) เป็นคำถามที่ใช้เพื่อทำความเข้าใจมุมมองของผู้อื่นซึ่งอาจเป็นแนวคิด (idea) หรือความคิดเห็น (opinion) ที่มีต่อสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นคำถามที่นำไปสู่การอธิบาย การตั้งคำถามที่เป็นการสมมติ การทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นรูปเป็นร่าง และการยืนยันบางสิ่งบางอย่าง

2. คำถามต่อท้าย (Tag question) เป็นการถามที่ท้ายประโยคเพื่อให้ผู้สนทนาอีกฝ่ายเข้ามามีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นต่อความคิดหรือประโยคนั้น ๆ ซึ่งนำไปสู่การยืนยันบางสิ่งบางอย่างร่วมกัน มักเริ่มต้นด้วยข้อความที่เป็นประโยคบอกเล่าซึ่งจะเป็นข้อความบอกรับหรือปฏิเสธก็ได้ แล้วลงท้ายประโยคคำถามย่อ ๆ เช่น “ใช่ไหม” “หรือว่าไม่ใช่” “คุณคิดว่าแบบนี้ใช่ไหม” เพื่อที่จะทำให้ทั้งประโยคนั้นกลายเป็นประโยคคำถาม

3. คำถามที่เป็นการสมมติ (Hypothetical question) เป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับทัศนคติที่น่าประหลาดใจ ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสและตั้งใจที่จะตรวจสอบความเป็นไปได้ต่าง ๆ แทนที่จะปฏิเสธหรือปล่อยผ่านไป มีลักษณะเหมือนกับคำถามประเภท what-if questions ที่เป็นคำถามที่ถามเพื่อให้ผู้ฟังลองคิด พิจารณา หรือเตือนว่าหากเป็นอย่างนั้น สมมติว่าเป็นอย่างนั้น จะทำอย่างไร จะจัดการอย่างไร มักขึ้นต้นประโยคคำถามด้วยคำว่า “สมมติว่า” “ถ้า” “จะเกิดอะไรขึ้นถ้า....”

4. คำถามตรวจสอบ (Check-question) เป็นคำถามที่ผู้ถามใช้ตรวจสอบกับผู้สนทนาว่าสิ่งที่เขาใจนั้นถูกต้องตรงกันหรือใช้เพื่อตรวจสอบว่าสิ่งที่คิดเป็นสิ่งที่ถูกต้อง

5. คำถามขยาย (Widening question) เป็นคำถามที่ใช้เพื่อให้ผู้สนทนาช่วยขยายความในสิ่งที่ได้กล่าวไปแล้วก่อนหน้านี้ เช่น “สิ่งที่คุณพูดหมายความว่าอะไร”

6. คำถามสร้างความกระจ่าง (Clarifying question) เป็นคำถามที่ใช้เพื่อตรวจสอบความชัดเจน เพื่อเช็คความเข้าใจว่าผู้ถามเข้าใจตรงกันกับสิ่งที่ผู้สนทนาต้องการจะสื่อหรือไม่ ลักษณะคำถามจะเป็นแบบการสรุปทบทวนในสิ่งที่ผู้สนทนาได้พูดมาแล้ว เช่น “ถ้าจะสรุปว่า.....จะถูกต้องหรือไม่” หรือ “ดังนั้นคุณกำลังหมายถึง ใช่หรือไม่” เป็นต้น

7. คำถามให้แสดงเหตุผล (why-question) เป็นคำถามที่ใช้ถามเมื่อต้องการทราบเหตุผล สาเหตุ หรือจุดประสงค์ มักขึ้นต้นด้วยคำว่า “ทำไม” “เพราะอะไร”

จากคำถามตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบข้างต้น พบว่ามีประเภทของคำถามในหลากหลายรูปแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูที่จะนำไปใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งต้องคำนึงถึงความสอดคล้องของความหมาย ลักษณะสำคัญและวัตถุประสงค์ในองค์ประกอบต่าง ๆ ที่สอดคล้องอยู่ในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นตอน

2.5 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ จากแนวคิดของ AlrØ and Skovsmose (2002) และ Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo, and Dahlan (2014) โดยในแต่ละองค์ประกอบนั้นครูและนักเรียนต้องแสดงบทบาทของตนเอง ดังนี้

ตารางที่ 1 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
1. การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact)	<ul style="list-style-type: none"> - ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาและพยายามดึงความสนใจของนักเรียน - ครูใช้สรรพนามว่า “เรา” เพื่อแสดงถึงการทำงานร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน - ครูสนับสนุนให้นักเรียนมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน - ครูกระตุ้นให้นักเรียนใช้ inquiring question, tag question, mutual confirmation, support รวมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนให้ความสนใจกับเพื่อนนักเรียนคนอื่น รวมทั้งสร้างความสัมพันธ์ในลักษณะที่เคารพซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบและมีความไว้วางใจต่อกัน - นักเรียนใช้ inquiring question, tag question, mutual confirmation, support รวมทั้งสร้างบรรยากาศที่ดีในการทำงาน
2. การทำความเข้าใจปัญหา (Locating)	<ul style="list-style-type: none"> - ครูตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างไร - ครูสนับสนุนนักเรียนโดยการใช้คำถาม inquiring question ซึ่งเป็นคำถามที่แสดงถึงทัศนคติที่น่าประหลาดใจหรือคำถามที่ไม่ทราบคำตอบล่วงหน้า เพื่อช่วยนักเรียนในการแสดงมุมมองที่มีต่อสถานการณ์ปัญหา - ครูพยายามมีส่วนร่วมกับนักเรียนในการ 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนใช้คำถาม what-if question เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้และค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้า - นักเรียนพยายามทำความเข้าใจมุมมองของเพื่อน โดยถามคำถามจำนวนมากเพื่อกระตุ้น

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	<p>ตีความปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้คำถาม hypothetical question ที่มีลักษณะคล้ายคำถาม what – if question เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบความเป็นไปได้และค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้า - ครูมีบทบาทสำคัญในการพยายามทำให้นักเรียนสร้างแนวคิดใหม่ด้วยตนเอง 	<p>explanation, hypothetical questions, check-questions และ confirmation</p>
<p>3. การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูส่งเสริมให้นักเรียนระบุข้อมูลที่จำเป็นและชี้แจงข้อมูลเหล่านั้นให้เพื่อนนักเรียนในกลุ่มรับทราบร่วมกัน รวมทั้งระบุหลักการทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งกระตุ้นนักเรียนให้แสดงเหตุผลประกอบ (justification) ผ่านการใช้คำถาม why-question 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนระบุข้อมูลที่จำเป็นชี้แจงข้อมูลเหล่านั้นให้เพื่อนนักเรียนในกลุ่มรับทราบร่วมกัน รวมทั้งระบุหลักการทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ
<p>4. การสนับสนุน (Advocating)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนแบ่งปันความรู้ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อเสนอของตนเอง - ครูสนับสนุนให้นักเรียนมีการอภิปรายวิพากษ์วิจารณ์กันและกัน ให้คำแนะนำแก่กันและจัดหาวิธีการอื่นที่เหมาะสม 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนแบ่งปันความรู้ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อเสนอของตนเอง - นักเรียนมีการอภิปรายและวิพากษ์วิจารณ์กันและกัน รวมทั้งให้คำแนะนำและจัดหาวิธีการอื่นที่เหมาะสม - นักเรียนใช้คำถาม tag questions
<p>5. การคิดออกเสียง (Thinking aloud)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่มีพื้นฐานอยู่บนการวินิจฉัยผลลัพธ์และแนวทางที่ได้วางแผนมาแล้ว - ครูกระตุ้นให้นักเรียนพูดสิ่งที่ตนเองคิดขณะที่ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่มีพื้นฐานอยู่บนการวินิจฉัยผลลัพธ์และแนวทางที่ได้วางแผนมาแล้ว - นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและพูดสิ่งที่ตนเองคิดขณะทำงาน

องค์ประกอบ	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
6. การกล่าวซ้ำ (Reformulating)	<ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อสรุปโดยใช้ภาษาของตนเอง - ครูกล่าวซ้ำเพื่อให้แน่ใจว่าเข้าใจสิ่งที่นักเรียนพูด 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสร้างข้อสรุปโดยใช้ภาษาของตนเอง - นักเรียนใช้การกล่าวซ้ำกับเพื่อนนักเรียนเพื่อให้เข้าใจอีกฝ่าย - นักเรียนกล่าวซ้ำเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของตัวเองกับครู
7. การท้าทาย (Challenging)	<ul style="list-style-type: none"> - ครูมีบทบาทเป็นทั้งคู่แข่งและคู่คิดเพื่อที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง - ครูใช้คำถาม hypothetical questions ที่เริ่มคำถามด้วย 'สมมติว่า...' หรือจัดเตรียมคำถามที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้
8. การประเมิน (Evaluating)	<ul style="list-style-type: none"> - ครูประเมินนักเรียนเพื่อที่จะวัดคุณภาพความเข้าใจของนักเรียนในโมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนประเมินการทำงานของตนเอง

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ การให้เหตุผลเป็นการฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นจะเห็นว่าการคิดและการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ การหาสถานการณ์ร่วมของปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือสร้างวิธีการใหม่ ซึ่งเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเน้นที่คำตอบ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน

Krulik และ Rudnick (1993: 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดว่า การคิดเป็นความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยที่ผู้เรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวความคิดหรือความรู้ใหม่ที่ผู้เรียนได้รับและยังได้

แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้นได้แก่ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผลนั้นพวกเขามองว่าเป็น การคิดขั้นที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ซึ่งการให้เหตุผลเป็นการรวมตั้งแต่การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ เรียกว่า การคิดขั้นสูง (Higher - Order)

O'Daffer และ Thormquist (1993: 43) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสัมพันธ์ การทำความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่ง ๆ

พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548: 7) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการแสดงความคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดระหว่างเหตุและผล และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ หรือสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่น ๆ ซึ่งทักษะในการให้เหตุผลประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์
3. ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล

วัชระ น้อยมี (2551: 75) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงการอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้น ๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552: 42) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการสังเกต วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์เพื่อหาแบบรูปทั่วไปของข้อมูล

ข้อเท็จจริง สถานการณ์ ปรากฏการณ์จากตัวอย่างย่อเฉพาะต่าง ๆ และนำแบบรูปดังกล่าวไปแก้ปัญหา คณิตวิเคราะห์ อธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งที่เห็นอย่างเป็นเหตุเป็นผล

ณัฐกานต์ รักนาค (2552: 13) ได้ให้ความหมายของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ เพื่อมาอธิบายข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนอย่างสมเหตุสมผล

พรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สิริวรรณ จันทร์กุล (2554: 47) สรุปว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการคิด วิเคราะห์ รวบรวม เชื่อมโยงข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/ประสบการณ์เดิมเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวันและการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ที่หลากหลาย เป็นคนมีเหตุมีผล มีความมั่นใจในการตัดสินใจ ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคิด ตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

วรรณรณ อยู่สุข (2555: 33) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลประกอบไปด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

วาสนา ภูมิ (2555: 21) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปว่าเป็นจริง จากกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะตรองหาเหตุผล หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด เพื่อรวบรวมข้อเท็จจริง แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันข้อสรุปนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล

สูดาร์ตัน ภิรมย์ราช (2555: 30) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 13) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบาย แสดงแนวคิด การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และ ข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่าง สมเหตุสมผล ซึ่งในการวิจัยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/ อ้างอิง/แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

พีชานิกา เพชรสังข์ (2556: 30) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรรกะรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อมูล/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และหา ความสัมพันธ์เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากนิยามความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทาง คณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และอธิบายข้อสรุปของข้อมูลอย่าง สมเหตุสมผล โดยแบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของ ข้อมูล เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และ 2) ความสามารถในการอธิบาย ข้อสรุป เป็นความสามารถในการเขียนอธิบายและยืนยันข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลสนับสนุนอย่าง สมเหตุสมผล

3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Cooney, Brown, Dossey, Schrage, and Wittmann (1996) ได้เสนอการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากการ สังเกตเห็นสิ่งที่ร่วมกันจากหลายๆ ตัวอย่าง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง แล้วสรุปออกมาอย่างมี เหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักการทั่วไป หรือหลักการใหญ่ๆ แล้วอ้างอิงไปยังที่ที่ต้องการ ที่มีความหมายเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบที่ได้มา

4. การให้เหตุผลในเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีมิติ เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

O'Daffer (1990: 378) กล่าวว่ามิตักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประการ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปนิยามหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สุดคละ้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Stiggins (2001) ได้เสนอว่า การให้เหตุผลมี 6 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (comparative reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่า สิ่งนั้นๆ มีอะไรที่เหมือนกัน และมีอะไรที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่า หรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสิน

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (synthesizing reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (classifying reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งของต่างๆ ว่าสิ่งใดควรถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (inferential reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Streumer (2007) เสนอว่าการให้เหตุผลสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ การให้เหตุผลแบบอนุมาน (inferential reasoning) และการให้เหตุผลแบบไม่อนุมาน (non-inferential reasoning)

1. การให้เหตุผลแบบอนุมาน (inferential reasoning) กล่าวได้ว่า เหตุผลที่เกิดขึ้นเป็นการตอบสนองที่นำไปสู่การให้เหตุผลแบบกว้างๆ (wide-scope reasons) ซึ่งการตอบสนองนั้นต้องมีอย่างน้อยหนึ่งเหตุผล

เช่น (เชื่อว่า:) ถ้าฝนตก ถนนจะเปียก

(เชื่อว่า:) วันนี้ฝนตก

ดังนั้น (เชื่อว่า:) ถนนจะเปียก เป็นต้น

2. การให้เหตุผลแบบไม่อนุมาน (non-inferential reasoning) กล่าวได้ว่า เหตุผลที่เกิดขึ้นเป็นการตอบสนองของการให้เหตุผลแบบจำกัด (narrow-scope reasons) ซึ่งการตอบสนองนั้นจะมีเหตุผลเพียงแค่นั้นเหตุผลเท่านั้น

เช่น (เชื่อว่า:) พยากรณ์อากาศคาดการณ์ว่าฝนจะตก

(เชื่อว่า:) วันนี้เมฆเต็มท้องฟ้า

ดังนั้น (เชื่อว่า:) มีความเป็นไปได้ว่าฝนจะตก เป็นต้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 46-63) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้เดิมหรือสามัญสำนึก เช่น ถ้าวันพรุ่งนี้น้ำมันจะขึ้นราคา คนส่วนใหญ่มักรีบเติมน้ำมันในวันนี้ เป็นต้น ซึ่งมนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ เช่น เมื่อน้ำตาลทรายกำลังจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบ

สะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเชื่อว่าจะจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์ในทางคณิตศาสตร์ เรายืนยันว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดยการแสดงหรือพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียวข้อความคาดการณ์นั้นเป็นเท็จทันที

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปเพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ บทนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ อีกส่วนหนึ่งคือ ผลหรือข้อสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน โดยทั่วไปเหตุหรือสมมติฐานของการให้เหตุผลแบบนิรนัยมักประกอบด้วย เหตุกรณีทั่วไป และตามด้วยเหตุกรณีเฉพาะ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกรณีทั่วไปและเหตุกรณีเฉพาะก่อให้เกิดผล หรือผลสรุป ถ้าเหตุทำให้เกิดผล หรือผลสรุปเสมอเราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ในทางตรงกันข้าม ถ้าเหตุไม่ทำให้เกิดผลหรือผลสรุปเสมอ เราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคอง (2553: 50-53) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (logic reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรก ประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่แท้จริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความเป็นจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนหนึ่งของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย

การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน

3. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับตัวเลขแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

3.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และการนำไปใช้ สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหา นั้น ๆ และการให้เหตุผลแบบประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่าหรือพิจารณาว่า สิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่มีความเหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสินใจ

3.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Baroody and Coslick (1998: 2-30 อ้างถึงใน พรหมทิพา พรหมรักษ์, 2552) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าควรจัดการเรียนการสอนตามลักษณะดังต่อไปนี้

1. ควรบูรณาการการให้เหตุผลกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมการให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ และแบบอุปนัย เพื่อคาดการณ์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ
2. ควรมีการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ ในสถานการณ์ต่างๆ
3. การใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกอย่างชัดเจน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินการคาดการณ์ และการนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผน

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552: 45) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการคิด มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการอธิบายเพื่อหาข้อสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

ณัฐกานต์ รักนาค (2552: 52) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนควรเอื้อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและใช้เหตุผลอย่างเต็มความสามารถ โดยดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหา ร่วมกัน
2. ใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้
3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 42) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลมีหลายปัจจัย ได้แก่ ครู นักเรียน บรรยากาศ การเรียนการสอน วิธีการจัดการเรียนการสอน และอื่นๆ ซึ่งปัจจัยดังกล่าวล้วนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสิ้น โดยเฉพาะครูผู้สอน เป็นผู้มีความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งครูสามารถทำได้ดังต่อไปนี้

1. เริ่มจากการให้นักเรียนได้พบโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ
2. มีบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของตนได้อย่างอิสระ
3. ผู้สอนได้สรุป ชี้แจงให้นักเรียนได้ทราบเกี่ยวกับการแสดงเหตุผลของนักเรียนว่า มีความถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือขาดตกบกพร่องอย่างไร

สิริวรรณ จันทร์ภูล (2554: 56) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวทางที่ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล โดยครูต้องสอนการให้เหตุผลสอดแทรกอยู่ในเนื้อหา และควรสร้างบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล เน้นคำถามเพื่อถามเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้า...แล้ว” “...สัมพันธ์กันอย่างไร” เป็นต้น

สุดารัตน์ ภริมย์ราช (2555: 39) ได้สรุปว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำได้ดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิด และอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้นๆ อย่างสมเหตุสมผล
2. ควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียน ได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้นๆ อย่างสมเหตุสมผล และควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

วิเชียร เกตุสิงห์ (2518: 123 -124) ได้กล่าวถึงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นแบบทดสอบวัดแนวความคิดรวบยอดของนักเรียน คือ ทดสอบว่าเมื่อเรียนรู้กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปแล้วจะสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีเหตุผลหรือไม่ โดยยกตัวอย่างแบบทดสอบเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 191) ได้เสนอแนะว่าแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรจะใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ และควรจะใช้แบบทดสอบชนิดเขียนตอบที่เน้นกระบวนการคิดควบคู่กัน

กรมวิชาการ (2542: 196) ได้กล่าวถึงเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือใช้เหตุผลที่แตกต่างกันไป

เกรียงศักดิ์ รำพรรณ (2552: 20) ได้กล่าวว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังนิยมใช้แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบและควรจะใช้แบบทดสอบเขียนตอบควบคู่

อัมพร ม้าคนอง (2554: 176 – 178) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป ผู้สอนมักประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภทต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่ง ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

1.1 การให้เหตุผลแบบอนุัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการ สังเกตเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงทำให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุผล

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิง ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือที่เปลี่ยนด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง เช่น การให้เหตุผลว่าเศษส่วนที่กำหนดให้จะมีค่าลดลง ถ้าตัวเศษลดลงในขณะที่ตัวส่วนมีค่าเท่ากัน

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ปรากฏเป็นมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ เช่นการให้เหตุผลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันระหว่างภาพ 2 มิติของวัตถุชิ้นหนึ่งกับภาพที่แสดงวัตถุนั้นใน 3 มิติ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 138) ได้กล่าวว่า นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อาคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์

ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (rubric) ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้นๆ โดยทั่วไปอาจกำหนดดังนี้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่องเพียง 2 แห่ง
1 / ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0 / ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ / แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 206) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจจะไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

วรรณารถ อยู่สุข (2555: 78) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ 1) การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และ 2) ความสามารถในการอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์นัก	2
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้องอย่างน้อยครั้งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
-นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง -นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจาก สถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 69) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิด นำสมบัติ กฎ บท นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง โดยวัดตาม องค์ประกอบ ดังนี้

1. การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

2. การหาคำตอบที่ถูกต้อง

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และคำตอบถูกต้อง	3
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง หรือ การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้คำตอบถูกต้องครบถ้วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	2
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้ไม่ถูกต้อง และคำตอบถูกต้อง หรือ การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	1

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ไม่ถูกต้อง และคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิด ไม่ได้ และคำตอบไม่ถูกต้อง	0

ฉันทิพมล จันทรนุ้ม (2558: 76-77) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ 1) ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และ 2) ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล ดังนี้

ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล	คะแนน
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปไม่ถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ ไม่เขียนเลย	0

จากการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรรณารถ อยู่สุข (2555: 78) และ ธัญพิมล จันทร์น่วม (2558: 76-77)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และอธิบายข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของวรรณารถ อยู่สุข (2555: 78) และ ธัญพิมล จันทร์น่วม (2558: 76-77) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

2. ความสามารถในการอธิบายข้อสรุป เป็นความสามารถในการเขียนอธิบายและยืนยันข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลสนับสนุนอย่างสมเหตุสมผล

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Thurber (1976: 513) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

NCTM (1989 อ้างถึงใน อลิสรดา ชมชื่น, 2550: 49) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลของตนเองต่อคนอื่นด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด เป็นต้น

Thomas (1991: 75) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร ผู้เรียนจำเป็นต้องมีพัฒนาการทักษะทางด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่างๆ เช่น

วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2553: 56) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 79) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 11) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมาย แสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ

สุนทร สมบัติธีระ (2555: 83) กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ทักษะของนักเรียนที่เกี่ยวกับการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอในการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) การสื่อสาร หมายถึง การใช้คณิตศาสตร์เพื่อถ่ายทอดข้อมูลหรือข้อความจริงให้เป็นที่เข้าใจ

2) การสื่อความหมาย หมายถึง การสื่อสารแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมโดยใช้การพูดเพื่ออธิบาย อภิปราย ตั้งคำถาม การเขียนตัวอักษร ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ แผนภูมิ แผนภาพ ตาราง กราฟ การใช้สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ เพื่อให้ ผู้อื่นได้รับทราบและเข้าใจความหมายได้ตรงกัน

3) การนำเสนอ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราว แนวคิด ความคิดเห็นในสิ่งที่ต้องการสื่อสาร ให้ผู้อื่นได้เข้าใจโดยอาจใช้การพูด การเขียน รวมถึง การวิเคราะห์ปัญหาและแปลความออกมาในอีกรูปแบบ หนึ่งเพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น เช่น เขียนในรูปของแผนภาพ ประโยคสัญลักษณ์

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและมีรายละเอียดครบถ้วน

4.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตน ทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนใจแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

Rowan and Morrow (1993: 9-10) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้ผู้เรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน
3. ใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดสร้างสรรค์
4. ให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
5. ใช้การเรียนแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (cooperative and collaborative group) เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร
6. ใช้การชี้แนะทั้งทางตรงและทางอ้อม (overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของผู้เรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้ผู้เรียนได้

ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

NCTM (2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมเหตุผลทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่น ๆ
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ

ซึ่งพฤติกรรมปฏิบัติที่พึงชี้ถึงการสื่อสาร ประกอบด้วย

1. การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต
2. การใช้ สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิด และข้อมูลเพื่อสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (deceptive)
3. สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

กรมวิชาการ (2544: 201 อ้างถึงใน พรณทิพา พรหมรัักษ์, 2552: 53) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น การทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอข้อมูล
3. การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหายังไง รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 74) ได้เสนอว่า เพื่อให้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (active participation) กล่าวคือให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (immediate feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (success expression) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้นตอน (gradual approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรเน้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ เปิดโอกาสให้มีการแสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ รวมทั้งชวนเชื่อบุคคลอื่นให้เห็นด้วยกับแนวคิดของตน ซึ่งควรต้องทำอย่างต่อเนื่องโดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้

4.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps, (1994: 112) แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)

- ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
- ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
- ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย

2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematics representation)
 - ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม
 - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (clarity of presentation)
 - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
 - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
 - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
 - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

NCTM (2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบ รวบรวมเหตุผลทางความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่น ๆ
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ

กรมวิชาการ (2546: 121-124) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนเป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน นัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอ โดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูล ประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้ถูกต้อง ขาด รายละเอียดที่สมบูรณ์

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตรณ์	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน หรือการ แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการ ตรวจสอบ	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายาม นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่ยังอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือแสดง วิธีทำและคำตอบได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการ นำเสนอไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 94) ได้เสนอเกณฑ์การให้
คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูล ตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
2 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ ชัดเจนบางประเด็น และยังมีขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนำเสนอข้อมูล ไม่ชัดเจน

สุภารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 67) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	
คะแนน	คำอธิบาย
2	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องทั้งหมด
1	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายไม่ถูกต้องหรือไม่มี การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	
คะแนน	คำอธิบาย
2	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด
1	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องหรือไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิดโดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. การนำเสนอทางคณิตศาสตร์	
คะแนน	คำอธิบาย
2	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบได้ถูกต้องทั้งหมด
1	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	- นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบแต่ไม่ถูกต้อง - นำเสนอไม่เป็นขั้นตอนที่เป็นระบบ - ไม่มีการนำเสนอ

ฉัญพิมล จันทร์นุ่น (2558: 80-81) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน คือ 1) ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ 3) ความสามารถในการนำเสนอ ดังนี้

ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3

ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง บ้างแต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่ เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	คะแนน
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการ อธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์	3
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องเกือบทั้งหมด	2
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายถูกต้องเพียงเล็กน้อย	1
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการนำเสนอ	คะแนน
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิด ได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์	3
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิด ได้ชัดเจนเกือบทั้งหมด และมีรายละเอียดครบถ้วนเกือบทั้งหมด	2
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิด ได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น	1
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดไม่ ชัดเจน และไม่มีรายละเอียด หรือไม่เขียนเลย	0

จากการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัย
ครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะ
พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps
(1994: 112) กรมวิชาการ (2546: 121-124) และธัญพิมล จันทร์นุ้ม (2558: 80-81)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและมีรายละเอียดครบถ้วน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงาน Kennedy and Tipps (1994: 112) กรมวิชาการ (2546: 121-124) และชัยพิมล จันทร์นุ้ม (2558: 80-81) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง
2. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นได้อย่างถูกต้อง
3. ความสามารถในการนำเสนอ เป็นความสามารถในการนำเสนอแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันสืบสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

William (1980: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Perrott (1988 อ้างถึงใน นิตกร อ่อนโยน, 2551) ได้วิเคราะห์บทสนทนาของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบกับการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่าหลังการทดลอง นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบมีความกล้าแสดงความคิดเห็นและแสดงความคิดเห็นออกมาได้อย่างเปิดเผย รวมถึงสามารถตอบคำถามที่ครูถามได้อย่างหลากหลาย

Senne-Dibble (1995: 387-A) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม เป็นกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่องเรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์โดยการพูดและการเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจในการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียน สามารถสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อสารความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อสารได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อสารความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Johanning (2000: 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมให้นักเรียน อ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าได้ให้ความสำคัญกับการเขียน ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อม ๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน งานวิจัยนี้เป็นเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจในการคิดกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียน เกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน โดย ดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่ม ในการเรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 1 ปี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 7 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน เพื่อให้เกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

Goos (2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการศึกษาเป็นระยะมากกว่า 2 ปี โดยวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวิดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Brown , Wilson and Fitzallen (2007: 1-12) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทศมาเนีย

ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบ 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan (2014) ได้ศึกษาผลของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (ICM) ที่มีต่อพัฒนาการและผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นให้นักเรียนจัดกลุ่มย่อย อภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม รวมทั้งนักเรียนแต่ละคนจะมีโอกาสได้นำเสนอผลลัพธ์ที่ได้จากการอภิปราย ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พัฒนาการและผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ

5.2 งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งศึกษาความสามารถของนักเรียน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนนารายณ์และดงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คนแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 75 คน กลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .01

กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และกลุ่มควบคุม 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผล และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546) ได้ศึกษาการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละโดยฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการ 4 ขั้นตอนของโพลยา เป็นชุดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการดำเนินกิจกรรมอย่างเต็มที่ มีโอกาสพูดคุย สนทนา ซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน มีโอกาสเขียนและพูดแสดงแนวคิดอธิบายเหตุผลของ

ตน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

โสมรัมย์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ งามแก้ว (2552: 154) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มที่ได้ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สญามน รูปต่ำ (2554) ได้ศึกษาการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งลักษณะกิจกรรมเป็นการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม ฝึกปฏิบัติ สรุปความรู้ด้วยตนเอง และนำเสนอ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียน หลังการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวนนักเรียน 80 คน จากผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พีชานิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน

สอน 5E นั้นเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีพื้นฐานมาจากการสืบสอบ พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการดีขึ้น





ภาพที่ 2 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสี่สอที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับ กระบวนการสี่สอทางคณิตศาสตร์ รูปแบบการร่วมมือแบบสี่สอ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และในการทดลอง
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม)
3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การสร้างเครื่องมือในการวิจัย วิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi experimental research) ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

ตารางที่ 2 แสดงแบบแผนการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง (experimental group)
 C แทน กลุ่มควบคุม (control group)
 X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
 ~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 กระทรวงศึกษาธิการ

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ นอกจากนี้ ผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือ และ สนับสนุนในการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 12 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/1 จำนวน 34 คน และ ห้อง ม.2/2 จำนวน 34 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 81.21 และ 80.65 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.20 และ 4.46 ตามลำดับ
3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้อง มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ
 - 1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 - 1.3 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 - 1.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย

ใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดการเรียน การเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.3 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 14 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที มีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 3 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

แผนที่	สาระการเรียนรู้
1	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (1): ทบทวนความรู้เรื่องสามเหลี่ยมมุมฉากและสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (2): แก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
4	การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (1): แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเมื่อกำหนดแผนภาพมาให้
5	การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (2): แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยให้นักเรียนวาดแผนภาพประกอบเอง
6	การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (3): กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
7	การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (4): กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นและสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
8	การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (5): กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ครั้ง
9	บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
10	การแก้ปัญหาโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (1): กำหนดข้อมูลของรูปสามเหลี่ยมมาให้เพื่อให้พิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
11	การแก้ปัญหาโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (2): กำหนดข้อมูลของรูปสามเหลี่ยมที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้นหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้พิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
12	การแก้ปัญหาโดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส (3): กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นเพื่อให้พิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
13	โจทย์ประยุกต์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (1)
14	โจทย์ประยุกต์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (2)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสี่สอสำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้เขียนเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสี่สอ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>- ครูเล่นเกม หรือยกตัวอย่างเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน หรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่จำเป็น โดยใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่าง และอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว</p> <p style="text-align: center;">การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact: องค์ประกอบที่ 1) โดยครูเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงานระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนด้วยกันเอง โดยอาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <p>- นักเรียนมีความมั่นใจมากน้อยแค่ไหนในการแก้ปัญหาข้อนี้ (inquiring question)</p> <p>- เรามีความรู้เพียงพอที่จะใช้ในการแก้ปัญหาแล้วใช่ไหม (tag question)</p>	<p>ขั้นเตรียมความพร้อม</p> <p>ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ หรือเล่นเกมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน โดยใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่าง และอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว</p>
<p>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องจัดให้เกิดทั้ง 6 องค์ประกอบ โดยไม่จำเป็นต้องเรียงลำดับกันและสามารถเกิดซ้ำได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้</p> <p style="text-align: center;">การทำความเข้าใจปัญหา (Locating: องค์ประกอบที่ 2)</p> <p>ครูกระตุ้นให้นักเรียนตีความปัญหา อธิบาย ตรวจสอบความเป็นไปได้ ค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อน</p>	<p>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>หน้านี้ และยืนยันความคิดเห็นร่วมกัน โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้คำถามสืบสอบ (inquiring question) เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตีความปัญหาและอธิบาย โดยให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยใช้ตาราง แผนภาพ กราฟ หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ - ครูใช้คำถามเชิงสมมติ (Hypothetical question) โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของสถานการณ์ปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบความเป็นไปได้และค้นหาบางสิ่งที่ยังไม่ทราบหรือไม่ได้ตระหนักถึงก่อนหน้านี้ ระหว่างนี้ครูสังเกตและฟังการโต้ตอบของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนอธิบาย ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ (check-question) และยืนยันความคิดเห็นร่วมกัน โดยครูให้คำแนะนำได้เท่าที่จำเป็น - ครูส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำถามขยาย (Widening question) เมื่อนักเรียนไม่เข้าใจคำถามเชิงสมมติเลย และใช้คำถามสร้างความกระจ่าง (Clarifying question) เมื่อนักเรียนต้องการสรุปสาระสำคัญของคำถามเชิงสมมติตามความเข้าใจของนักเรียนเอง เช่น สิ่งที่ครูถามเมื่อสักครู่หมายความว่าอย่างไร (widening question) ครูต้องการให้ลองพิจารณาในกรณี ใช่หรือไม่ (Clarifying question) <p style="text-align: center;">การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying: องค์ประกอบที่ 3)</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุข้อมูลที่สำคัญที่จะใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบ (why-question) - ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและระบุ 	<p>พื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูยกตัวอย่างบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยครูให้นักเรียนร่วมกันระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 2. ครูให้นักเรียนสังเกตข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนร่วมกันเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย 3. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อระบุความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา 4. ครูและนักเรียนร่วมกันหาข้อสรุปเกี่ยวกับแผนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ในระหว่างนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และ กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำ

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งสนับสนุนให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบ (why-question)</p> <p style="text-align: center;">การสนับสนุน (Advocating: องค์ประกอบที่ 4)</p> <p>ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ กระตุ้นการใช้คำถามต่อท้ายเพื่อให้สมาชิกกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น (tag question) วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี และหาวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ในระหว่างนี้ครูเดินดูการทำงาน และให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p style="text-align: center;">การคิดออกเสียง (Thinking aloud: องค์ประกอบที่ 5)</p> <p>ครูให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางที่ได้ร่วมกันวิเคราะห์ในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน เน้นให้นักเรียนแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกโดยใช้การพูดขณะดำเนินการแก้ปัญหา โดยสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้และดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน</p> <p style="text-align: center;">การกล่าวซ้ำ (Reformulating: องค์ประกอบที่ 6) เป็นการทำให้แนวทางการแก้ปัญหาที่ได้ในองค์ประกอบที่ 5 มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น โดยครูอาจดำเนินการดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาคำตอบของตนเองและตรวจสอบคำตอบ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบขั้นตอนหรือวิธีการในการแก้ปัญหาคำตอบหรือเป็นคู่หรือเป็นกลุ่ม - ครูเลือก/สุ่มนักเรียนให้นำเสนอข้อสรุปของสิ่งที่ได้กระทำหรือขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา รวมทั้งอาจให้ผู้ฟังกล่าวซ้ำในสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอเพื่อตรวจสอบความเข้าใจให้ถูกต้อง 	<p>กิจกรรม</p> <p>5.ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบประกอบการอธิบาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจ เพื่อปรับให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน</p> <p>6.ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้อง และสอดคล้องกับเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่</p> <p>7.ครูให้สถานการณ์ปัญหาใหม่แก่นักเรียน โดยครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา อาจเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ในระหว่างนี้ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p>8.ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกัน</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ตรงกัน หรือครูเป็นผู้กล่าวซ้ำเพื่อตรวจสอบความเข้าใจระหว่างครูและนักเรียน (check-question)</p> <p style="text-align: center;">การทำทนาย (Challenging: องค์กรประกอบที่ 7)</p> <p>ครูใช้คำถามเชิงสมมติ (hypothetical questions) เพื่อให้ให้นักเรียนตรวจสอบ พัฒนาความรู้หรือมุมมองที่มีอยู่อย่างจำกัด และเสริมสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา ผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งอาจเป็นการขยายหรือปรับปัญหาเดิม หรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ โดยครูมีบทบาทเป็นทั้งคู่แข่งและคู่คิด</p>	<p>ตรวจสอบลำดับขั้นตอนของวิธีการแก้ปัญหา และความถูกต้องของคำตอบ</p> <p>9. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมานำเสนอเพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง</p>
<p>ขั้นสรุป</p> <p style="text-align: center;">การประเมิน (Evaluating: องค์กรประกอบที่ 8)</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนประเมินตนเองในด้านความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการแก้ปัญหาร่วมกัน - ครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย พร้อมทั้งกระตุ้น ส่งเสริม และให้กำลังใจนักเรียนในการทำงาน - ครูมอบหมายการบ้านเพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้ 	<p>ขั้นสรุป</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความรู้/วิธีการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้จากบทเรียน - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย - ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลเพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้

5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์เกี่ยวกับทศนิยม โจทย์เกี่ยวกับเศษส่วน และโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ส่วนข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

1.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของวรรณารถ อยู่สุข (2555: 78) และ ธัญพิมล จันทรนุ้ม (2558: 76-77) แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ข้อมูล	
คำอธิบาย	คะแนน
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ยังขาดข้อมูลบางส่วน	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
นักเรียนวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ได้เลย หรือ ไม่เขียนเลย	0

2. ด้านการอธิบายข้อสรุป	
คำอธิบาย	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องอย่างน้อยครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้างแต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้างแต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปไม่ถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ ไม่เขียนเลย	0

1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา หากคุณภาพของเครื่องมือโดยนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้อง (index of item-objective congruence: IOC) และความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 19 และ 20 หน้า 144 ตามลำดับ) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับภาษาและลักษณะการใช้คำถามในแต่ละข้อของแบบวัดทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

โจทย์เดิม

5.2) นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอที่จะระบุหมายเลขปริศนานี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ในกรณีที่สามารระบุได้ให้นักเรียนระบุหมายเลขปริศนาหมายเลขนี้ด้วย

แก้ไขเป็น

5.2) นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอที่จะระบุหมายเลขปริศนานี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าได้ จงระบุหมายเลขปริศนาหมายเลขนี้ด้วย

โจทย์เดิม

6.2) ถ้าหนูดีมีเงินออม 154 บาท และซื้ออุปกรณ์ไปทั้งสิ้นในราคา 108 บาท เป็นไปได้หรือไม่ที่หนูดีสามารถจ่ายเงินได้พอดีกับราคาสินค้าโดยที่ไม่ต้องทอน

แก้ไขเป็น

6.2) ถ้าหนูดีมีเงินออม 154 บาท และซื้ออุปกรณ์ไปทั้งสิ้นในราคา 108 บาท หนูดีสามารถจ่ายเงินให้พอดีกับราคาสินค้าโดยที่ไม่ต้องทอนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

โจทย์เดิม

7.2) ...ซึ่งจากการตรวจสอบสภาพเรือพบว่าสามารถรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 125 กิโลกรัม หากเกินกว่านี้เรือจะจม และพบรอยรั่วที่ทำให้ในการพายเรือไป-กลับแต่ละรอบมีน้ำซึมเข้ามา 5 กิโลกรัม โดยที่ไม่สามารถตักออกได้ในระหว่างการแข่งขัน

แก้ไขเป็น

7.2) ...ซึ่งจากการตรวจสอบสภาพเรือพบว่าสามารถรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 125 กิโลกรัม หากเกินกว่านี้เรือจะจม และพบรอยรั่วที่ทำให้ในการพายเรือไป-กลับแต่ละรอบมีน้ำซึมเข้ามา ทำให้ในแต่ละรอบเรือรับน้ำหนักมากขึ้น 5 กิโลกรัม โดยที่ไม่สามารถตักน้ำออกได้ในระหว่างการแข่งขัน

โจทย์เดิม

จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบ...

แก้ไขเป็น

จงเขียนแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบ...

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

โจทย์เดิม

4.2) เมื่อเกิดฟ้าผ่าขึ้น ุงตกใจและเริ่มเคลื่อนที่ออกจากต้นมะขามหลังจากต้นมะขามเริ่มล้มไปแล้ว 5 วินาที ด้วยความเร็ว 100 เมตร/นาที่ ในทิศทางเดียวกันกับที่ปลายยอดของต้นมะขามหักโค่นลงมา ก่อนที่จะชนเข้ากับก้อนหินทำให้เสียเวลาไป 7 วินาที

แก้ไขเป็น

4.2) เมื่อเกิดฟ้าผ่าขึ้น ุงตกใจและเริ่มเลื้อยออกจากต้นมะขามหลังจากต้นมะขามเริ่มล้มไปแล้ว 5 วินาที ด้วยความเร็ว 5.5 ฟุต/วินาที ในทิศทางเดียวกันกับที่ปลายยอดของต้นมะขามหักโค่นลงมา ก่อนที่จะชนเข้ากับก้อนหินทำให้เสียเวลาไป 7 วินาที

1.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่เหมือนกับโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) แต่ละห้องจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ และมีจำนวนนักเรียนใกล้เคียงกัน ห้องเรียนแต่ละห้องมีความพร้อมและสามารถเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เช่นเดียวกัน โดย

- ฉบับก่อนเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา

- ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา

ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์หาความเที่ยง (reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความยากมีค่า 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จากนั้นเลือกข้อสอบจำนวน 4 ข้อ ที่สอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนดไปหาคุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ผลปรากฏว่า ข้อสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 4 ข้อ มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.731
ค่าความยาก (p)	0.39 – 0.62
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.46

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.627
ค่าความยาก (p)	0.42 – 0.51
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.56

1.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากหนังสือเรียน และคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์เกี่ยวกับทศนิยม โจทย์เกี่ยวกับเศษส่วน และโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ส่วนข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

2.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก Kennedy and Tipps (1994: 112) กรมวิชาการ (2546: 121-124) และสุदारัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 67) ได้ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	
คำอธิบาย	คะแนน
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3

ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องอย่างน้อย ครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ยังไม่สมบูรณ์นักหรือขาดข้อมูลบางส่วน	2
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วน แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
2. ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	
คำอธิบาย	คะแนน
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์	3
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด	2
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย	1
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ประกอบการอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
3. ด้านการนำเสนอ	
คำอธิบาย	คะแนน
แสดงลำดับขั้นตอนในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และมี รายละเอียดครบถ้วนทุกขั้นตอน	3
แสดงลำดับขั้นตอนในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และมี รายละเอียดครบถ้วนเกือบทุกขั้นตอน	2
แสดงลำดับขั้นตอนในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังขาด รายละเอียดเป็นส่วนใหญ่	1
แสดงลำดับขั้นตอนในการนำเสนอแนวคิดไม่ถูกต้อง หรือ แสดงลำดับขั้นตอนในการ ดำเนินการได้ถูกต้องแต่ไม่มีรายละเอียด หรือไม่เขียนเลย	0

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา หากคุณภาพของเครื่องมือโดยนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้อง (index of item-objective congruence: IOC) และความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 21 และ 22 หน้า 145) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับภาษาและลักษณะการใช้คำถามในแต่ละข้อของแบบวัด ทั้ง 2 ฉบับ ให้เหมาะสม ดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

โจทย์เดิม

7. ระยะเวลาในการยืมหนังสือและค่าปรับต่อการยืม 1 เล่ม ของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

แก้ไขเป็น

7. ระยะเวลาในการยืมหนังสือและค่าปรับต่อการยืม 1 เล่ม ของร้านเช่าหนังสือการ์ตูนแห่งหนึ่งซึ่งเปิดทุกวัน เป็นดังนี้

- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

โจทย์เดิม

6.2) ถ้ารถยนต์และรถจักรยานเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 84 และ 30 กิโลเมตร/ชั่วโมง ตามลำดับ ณ ตำแหน่งจุดตัดของทั้งสองเส้นทาง รถยนต์เคลื่อนที่ได้ระยะทางมากกว่าจักรยานอยู่ 8 กิโลเมตร จงหาว่ารอบครีวนี้ควรวางแผนการเดินทางอย่างไรจึงจะพบกัน ณ ตำแหน่งจุดตัดของทั้งสองเส้นทาง (กำหนดให้ ระยะทาง = ความเร็ว \times เวลา)

แก้ไขเป็น

6.2) ถ้ารถยนต์และรถจักรยานเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ 84 และ 30 กิโลเมตร/ชั่วโมง ตามลำดับ ณ ตำแหน่งจุดตัดของทั้งสองเส้นทาง รถยนต์เคลื่อนที่ได้ระยะทางมากกว่าจักรยานอยู่ 8 กิโลเมตร จงหาว่ารอบครีวนี้ควรวางแผนการเดินทางอย่างไรจึงจะพบกัน ณ ตำแหน่งจุดตัดของทั้งสองเส้นทาง (กำหนดให้ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา)

โจทย์เดิม

7.1) ถ้าวิธีการข้างต้นกระทำเพื่อตรวจสอบสภาพความเป็นแอ่งของพื้นถนน จงหา ระยะทางระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

แก้ไขเป็น

7.1) จากตำแหน่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในข้อมูลข้างต้น จงแสดงแนวทางในการหา ระยะทางที่ตำแหน่งนั้นห่างจากจุดที่ทำการปักหมุดบนพื้นถนน

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข แล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่เหมือนกับโรงเรียน กาญจนภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) แต่ละห้องจัดนักเรียนแบบคละ ความสามารถ และมีจำนวนนักเรียนใกล้เคียงกัน ห้องเรียนแต่ละห้องมีความพร้อมและสามารถ เชื่อมต่อคอมพิวเตอร์สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เช่นเดียวกัน โดย

- ฉบับก่อนเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา

- ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา

ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผล คะแนนมาวิเคราะห์หาความเที่ยง (reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้ว นำมาหาค่าความยาก (difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ คือ ค่าความยากมีค่า 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จากนั้นเลือกข้อสอบ จำนวน 4 ข้อ ที่สอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนดไปหาคุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ผลปรากฏว่า ข้อสอบแบบวัด ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 4 ข้อ มีคุณภาพ ตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.664
ค่าความยาก (p)	0.34 – 0.62
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.35 – 0.43

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.622
ค่าความยาก (p)	0.39 – 0.62
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.26 – 0.48

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

6. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล โดยแบ่งออกเป็น การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณและการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสืออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม)

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.1.1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 เท่ากับ 9.68 และ 8.53 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์นักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.2 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 ทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 เท่ากับ 5.50 และ 5.23 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.3 ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ และนักเรียนห้อง ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ วันที่ 8 พฤศจิกายน 2559 ถึงวันที่ 9 ธันวาคม 2559

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

2. การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน จากร่องรอยการทำงาน ของนักเรียนจากใบกิจกรรมและการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะ ดำเนินดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรม การเรียนรู้แผนที่ 1 – 4, การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 – 14 ตามลำดับ

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนน และดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารฉบับก่อนเรียน และหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน ด้วยการทดสอบค่าที (t-test dependent)

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่การ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน ด้วยการ ทดสอบค่าที (t-test dependent)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่าง กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการ เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติด้วยการทดสอบค่าที (t-test independent)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่าง กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการ เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติด้วยการทดสอบค่าที (t-test independent)

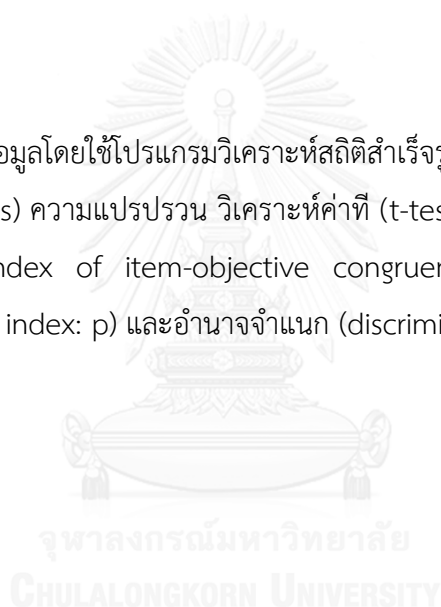
2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.2 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

8. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป ในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที (t-test) วิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) ความสอดคล้องของข้อสอบ (index of item-objective congruence: IOC) ความเที่ยง (reliability) ความยากง่าย (difficulty index: p) และอำนาจจำแนก (discrimination: r)



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอน มีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	\bar{x}	s	t	p - value
ก่อนเรียน	34	9.68	3.78	4.91	.000*
หลังเรียน	34	12.97	2.32		

*p < .05

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 9.68 และ 12.97 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.78 และ 2.32 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	\bar{x}	s	t	p - value
ก่อนเรียน	34	5.50	2.46	15.91	.000*
หลังเรียน	34	17.76	4.19		

*p < .05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 5.50 และ 17.76 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.46 และ 4.19 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{x}	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	34	12.97	2.32	9.11	.000*
กลุ่มควบคุม	34	7.35	2.75		

*p < .05

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.97 และ 7.35 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.32 และ 2.75 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{x}	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	34	17.76	4.19	3.48	.001*
กลุ่มควบคุม	34	14.65	3.11		

*p < .05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.76 และ 14.65 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.19 และ 3.11 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

ผู้วิจัยได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัยตั้งอยู่ในพื้นที่อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 ประชาชนที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกร รับราชการ รับจ้างในโรงงานอุตสาหกรรมและค้าขาย ตั้งอยู่ใกล้วัด สถานศึกษาและสถานที่ราชการที่เป็นแหล่งเรียนรู้ภายนอก เช่น พุทธมณฑล มหามกุฏราชวิทยาลัย กาญจนภิเษกวิทยาลัย ช่างทองหลวง โรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์ (องค์กรมหาชน) และมหาวิทยาลัยมหิตล ศาลายา มีทั้งนักเรียนไป-กลับและอยู่ประจำ สามารถเดินทางได้สะดวกทั้งทางรถยนต์ รถโดยสารประจำทาง และรถไฟ ถือเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 62 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 12 ห้องเรียน ประกอบไปด้วย ห้องเรียนพิเศษที่ส่งเสริมความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ห้องเรียนพิเศษโครงการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการเป็นภาษาอังกฤษ และห้องเรียนปกติที่คละระดับความสามารถของนักเรียน

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2559 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีครูทั้งหมด 103 คน โดยครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีจำนวนทั้งสิ้น 16 คน ซึ่งทั้งหมดสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี

ทั้งนี้ครูในโรงเรียนได้รับมอบหมายให้สอนโดยเฉลี่ยประมาณ 18 คาบต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานการเงินและงานพัสดุ งานวัดผลทางการศึกษา งานสหกรณ์ โรงเรียน งานฝ่ายวิชาการ งานฝ่ายปกครอง เป็นต้น

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2559 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีนักเรียนประมาณ 2,283 คน เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 439 คน เป็นนักเรียนหญิงจำนวน 232 คน และเป็นนักเรียนชายจำนวน 207 คน ตัวอย่างในการวิจัยมีจำนวน 68 คน เป็นนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบ 34 คน และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 34 คน และเมื่อพิจารณาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของตัวอย่างในการวิจัยในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มระดับผลการเรียนใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในระดับดี

2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนที่ปรากฏในใบกิจกรรมและการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการศึกษาพัฒนาการออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4, ช่วงที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9, และช่วงที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 – 14 ตามลำดับ ดังนี้

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาที่นำเสนอ แต่ยังไม่สามารถระบุได้ว่าตนเองมีความมั่นใจและมีความรู้เพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ ขณะที่บางส่วนระบุว่าไม่มีความมั่นใจเลย เนื่องจากไม่ทราบว่าเริ่มต้นดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้บ้าง แต่ยังคงขาดรายละเอียดเป็นส่วนใหญ่ และไม่เข้าใจคำถามเชิงสมมติมากนัก ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจความหมายหรือวิธีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ในขณะที่บางส่วนเข้าใจแต่ไม่สามารถนำข้อมูลมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้อย่างเหมาะสมเนื่องจากพบว่ามี การขาดหายไปของข้อมูลที่สำคัญเป็นส่วนมาก (ดังแสดงในภาพที่ 3) และยังไม่เข้าใจคำถามเชิงสมมติที่ผู้วิจัยนำเสนอมากนัก จากนั้นในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยให้นักเรียนระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาพร้อมให้

เหตุผลประกอบ ต่อมาในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุนและองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง เน้นให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ หาวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และให้เหตุผลประกอบขณะดำเนินการแก้ปัญหาาร่วมกัน ซึ่งจากการสังเกตการทำงาน ofนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ต้องการคำแนะนำจากผู้วิจัยเนื่องจากไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมด และไม่มีทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งระหว่างกันมากนัก เมื่อผู้วิจัยสร้างข้อตกลงห้ามใช้อุปกรณ์ช่วยในการคำนวณทุกชนิด ทำให้นักเรียนจำนวนหนึ่งแก้ปัญหาเรื่องเลขยกกำลังไม่ได้ (ไม่สามารถหาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ค่าที่ต้องการได้) ส่งผลให้ถึงแม้จะสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้แต่ไม่สามารถแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบได้ จึงไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ หรือนักเรียนบางคนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ แต่ไม่สามารถนำบริบทของสถานการณ์มาเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างเหมาะสม (ดังแสดงในภาพที่ 4) จากนั้นในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำและองค์ประกอบที่ 7 การทำทนาย ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง และแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น พบว่านักเรียนเกือบทั้งหมดที่ไม่สามารถเขียนอธิบายและยืนยันข้อสรุปด้วยภาษาของตนเองได้ ไม่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ใหม่ที่เพิ่มความซับซ้อนได้เช่นกัน

ในขั้นสรุป องค์ประกอบที่ 8 การประเมิน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ประเมินตนเองว่าเข้าใจ และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับปานกลางและน้อย แต่มีความพึงพอใจในการทำงานกลุ่มค่อนข้างมาก อีกทั้งจากการสังเกตร่องรอยการทำงาน สังเกตพฤติกรรมและการสอบถาม ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบใหม่และนักเรียนจำนวนหนึ่งที่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ซึ่งผู้วิจัยจึงพยายามกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนความรู้ สนับสนุนและกล่าวชมเชยการทำงานเพื่อเสริมสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียน

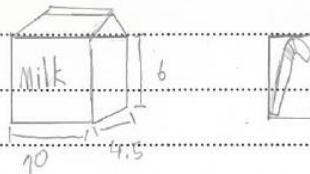
1. สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้มีอะไรบ้าง

ขนาดกล่องนม, ความยาวหลอดดูดน้ำที่ใส่, ตำแหน่งที่เจาะหลอดดูด

สิ่งที่เกี่ยวข้องการทราบคืออะไร

ความยาวหลอดดูด

2. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล



ภาพที่ 3 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184)

ภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลยังขาดรายละเอียดเป็นส่วนมาก โดยนักเรียนมีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของขนาดของกล่องนมและลักษณะการติดหลอดดูด แต่ไม่มีการระบุตำแหน่งที่เจาะหลอดดูด ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของหลอดดูดในแต่ละส่วน และการระบุว่าพื้นที่ด้านใดของกล่องนมที่จะติดหลอดดูด

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

$$d = b + c$$

$$d = 4.5 + b$$

$$d = 20.25 + 36$$

$$d = 56.25$$

$$\therefore b = 7.5$$

← ความยาวหลอดดูดแต่ละส่วนเท่าไร

$$3 \text{ ส่วน คือ } 7.5$$

$$1 \text{ ส่วน คือ } 7.5 = 2.5$$

$$\text{ส่วนที่เจาะวาง } \frac{1}{3} \text{ ของ ความยาวหลอดดูดที่เจาะ ซึ่ง 1 ส่วน คือ } 2.5$$

$$\therefore \text{ได้ } 7.5 + 2.5 = 10 \text{ ซม.}$$

ภาพที่ 4 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184)

ภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่นำบริบทของสถานการณ์ปัญหามาสนับสนุนการเขียนอธิบายและยืนยันข้อสรุป เช่น ขาดการอธิบายเหตุผลในการเลือกด้านของกล่องนมที่ติดหลอดดูดซึ่งจากสถานการณ์ปัญหาระบุให้เป็นด้านที่มีพื้นที่น้อยที่สุด และไม่มีการยืนยันข้อสรุปว่าหลอดดูดมีความยาวทั้งหมดเท่าใด

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับสถานการณ์ที่ผู้วิจัยนำเสนอ พูดคุยและใช้คำถามเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพิ่มมากขึ้น รวมถึงนักเรียนมากกว่าครึ่งสามารถบอกระดับความมั่นใจในการแก้ปัญหาได้ โดยคำนึงถึงความรู้ที่มี

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ และเริ่มมีการใช้รูปแบบการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่แตกต่างกัน ทำให้ภาพรวมในชั้นเรียนมีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น แต่รายละเอียดบางส่วนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์มากนัก (ดังแสดงในภาพที่ 5) และสามารถตอบคำถามเชิงสมมติได้ดีขึ้นแต่ยังไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สนับสนุนมากนัก จากนั้นในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ ถัดมาในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุนและองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง นักเรียนเกือบทั้งหมดมีส่วนร่วมมากขึ้นในการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และให้เหตุผลประกอบระหว่างการแก้ปัญหาร่วมกัน แต่มักจะเป็นนักเรียนคนเดิมที่มีบทบาทหลักในการทำงาน และในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ และองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น และสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอ โดยสนับสนุนให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบทุกครั้งเมื่อมีการตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็น ซึ่งจากการสังเกตใบกิจกรรมและการตอบคำถามในชั้นเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ดียิ่งขึ้น แต่ยังคงขาดเหตุผลที่นำมาใช้อ้างอิงในการได้มาซึ่งข้อสรุปในบางตำแหน่ง (ดังแสดงในภาพที่ 6)

ในขั้นสรุป สำหรับองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน พบว่า จำนวนนักเรียนที่ประเมินว่าตนเองเข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับปานกลางและมากเพิ่มสูงขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น และในภาพรวมยังคงมีความพึงพอใจในการทำงานกลุ่มค่อนข้างมาก แต่จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและข้อเสนอแนะที่ปรากฏในแบบประเมิน

ตนเอง พบว่านักเรียนส่วนหนึ่งระบุว่าสมาชิกกลุ่มไม่ค่อยให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากนัก อีกทั้งการทำงานกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นค่อนข้างน้อยจึงทำให้ไม่ทราบว่า การให้เหตุผลของตนเองนั้นถูกหรือผิด และพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเป็นผู้ที่มีบทบาทหลักในการทำงานกลุ่ม ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการจัดกลุ่มใหม่และในแต่ละคาบจะหมุนเวียนประธานและผู้บันทึกข้อมูลในใบกิจกรรมกลุ่มสลับกันไป


1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีพื้นที่ 200 ตารางเซนติเมตร และความยาวด้านยาวเป็น 5 เท่าของความยาวด้านกว้าง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทุกรูป เท่ากันทุกประการไหม ความยาวด้านยาวด้าน ย่อรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. จงแสดงแนวคิดในการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



ภาพที่ 5 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 190)

ภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้หลากหลายมากยิ่งขึ้น แต่รายละเอียดบางส่วนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งในที่นี้ นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดในการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ แต่ไม่ระบุพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ไม่ระบุความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และขาดการวาดรูปเพื่อสื่อถึงการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (ไม่ระบุว่ามุมใดเป็นมุมฉาก)

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

กำหนด x แทนความกว้าง
 \square สี่เหลี่ยมยาว $2x$ กว้างมีพื้นที่ 200 ตร.หน่วย
 ความกว้างได้จากสูตรการหาพื้นที่
 กว้าง \times ยาว = พื้นที่
 $x(2x) = 200$ หน่วย
 $x = 10$ หน่วย

ดังนั้น \square สี่เหลี่ยมยาว 10 หน่วย ยาว $(2)10 = 20$ หน่วย
 แบ่งครึ่ง \square สี่เหลี่ยมออกเป็น Δ ๔ รูป
 สี่รูป
 ดังนั้น Δ มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม
 10 หน่วย และ 10 หน่วย

นักเรียนสามารถหาค่าของ c ได้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $a^2 + b^2 = c^2$
 a แทนด้าน 10 หน่วย b แทนด้าน 10 หน่วย c แทนด้านความยาวด้านสมมุติ
 $10^2 + 10^2 = c^2$
 $c^2 = 200$
 $c = 14.14$ หน่วย

ความยาวรอบรูป Δ สามเหลี่ยม = $14.14 + 10 + 10$ หน่วย
 = 34.14 หน่วย

รูป Δ สามเหลี่ยมทุกรูปที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

ภาพที่ 6 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ข หน้า 190)

ภาพที่ 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปถูกต้องและสมเหตุสมผลได้ดียิ่งขึ้น แต่ยังคงขาดการให้เหตุผลในบางประเด็น ซึ่งในที่นี่ นักเรียนสามารถอธิบายการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมจำนวน 4 รูปได้ แต่ขาดการให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และเพราะเหตุใดรูปสามเหลี่ยมทั้ง 4 รูปจึงเท่ากันทุกประการแบบด้าน-ด้าน-ด้าน

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอเพิ่มมากขึ้นแต่บางส่วนมีระดับความมั่นใจในการแก้ปัญหาลดลง เนื่องจากเชื่อว่าสถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้นในทุกรอบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงให้กำลังใจและกระตุ้นให้เชื่อมั่นในความสามารถของตนเองและสมาชิกกลุ่ม

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยจัดกลุ่มใหม่ให้นักเรียนโดยอาศัยการสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนในช่วงก่อนหน้า จากนั้นในองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และตอบคำถามเชิงสมมติได้

ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้อย่างสมเหตุสมผล และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ได้ครบถ้วนสมบูรณ์มากขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 7) จากนั้นในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทาง คณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน และองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง ผู้วิจัยให้ นักเรียนระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา อภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้และหาวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และให้เหตุผล สนับสนุนความคิดของตนเองขณะดำเนินการแก้ปัญหาาร่วมกัน จากการสังเกตการทำงาน of นักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่กล้าแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผลประกอบคำตอบทุกครั้งที่มีการอภิปราย หรือโต้แย้งคำตอบของเพื่อน ประกอบกับในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำและองค์ประกอบที่ 7 การ ทำทนาย ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเองและนำเสนอ สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งจากการสังเกตร่องรอยจากใบกิจกรรมของ นักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นได้ อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 8)

ในขั้นสรุป สำหรับองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน พบว่านักเรียนที่ประเมินว่าเข้าใจและ ประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับมากมีจำนวนเพิ่มขึ้น ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการให้ผู้เรียนประเมินตนเอง ช่วยให้ผู้เรียนทราบถึงระดับความสามารถและประเด็นที่ต้องศึกษาเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการให้ เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา และการจัดกลุ่มใหม่ของผู้วิจัยส่งผลให้นักเรียนมากกว่าครึ่งมีความพึง พอใจในการทำงานกลุ่มอยู่ในระดับปานกลางในช่วงต้นและพัฒนาเป็นระดับมากเมื่อผ่านไประยะหนึ่ง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกลุ่มใหม่ของผู้วิจัยทำให้นักเรียนทุกคนได้มีประสบการณ์การเป็นผู้นำ ฝึก การสรุปและเรียบเรียงแนวคิดของสมาชิก จึงทำให้นักเรียนมีสมาธิในการทำงาน รับฟังความคิดและ การให้เหตุผลของผู้อื่นมากยิ่งขึ้น

1. สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้มีอะไรบ้าง
 ความสูงของอาคาร A และ B ระยะทางจากมุมบนของอาคารไปยังตำแหน่งที่ปักหมุดบนพื้นถนน
 ความกว้างของถนน ระยะทางจากฐานของอาคารไปยังตำแหน่งที่ปักหมุดบนพื้นถนน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
 ค่าคงที่การนี้ของทั้งบ้านที่หา หินดินชนิดพิเศษเป็นแอมป์เป็นค่าคงที่ให้เกิดน้ำท่วมขัง

2. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล
 X แทนความสูงของอาคาร
 Y แทนระยะทางจากมุมบนของอาคารไปยังจุด

Diagram labels: A (11ตจ), B (ตจ), 36, 41, x+2, m, 19

ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 202)

ภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งในที่นี้นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของระยะทางที่ตำแหน่งต่าง ๆ ได้ถูกต้อง ได้แก่ ความสูงของตึก ระยะทางจากมุมบนของตึกถึงตำแหน่งที่ปักหมุด และระยะทางจากฐานตึกถึงตำแหน่งที่ปักหมุด

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ความสูงของตึก $x + 2x = 36$
 $12 = x$

ตึก A สูง 12 เมตร ตึก B สูง 24 เมตร

ระยะทางจากมุมบนอาคารไปยังจุดที่ปักหมุด $(1/x) + 2 + y = 41$
 $y = 26$

ตึก A ไปจุดที่ปักหมุด = 15 ม. ตึก B ไปจุดที่ปักหมุด = 26 ม.

ระยะฐาน $z + (z+1) = 19$
 $z = 9$

ฐานตึก A ไปจุดที่ปักหมุด = 9 เมตร ฐานตึก B ไปจุดที่ปักหมุด = 10 เมตร

ใช้วิธีพีทาโกรัสคือเป็น A มุมฉาก หรือ B มุมเพราะถ้าไม่เป็นเส้นเป็นเส้นตรง

ตึก A	ตึก B
$12^2 + 9^2 = 225$	$24^2 + 10^2 = 676$
$15^2 = 225$	$26^2 = 676$

∴ เป็นมุม A มุมฉาก ∴ เป็นมุม A มุมฉาก

∴ การตัดถนนของชาวบ้านไม่ถูกต้อง

ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการอธิบายข้อสรุป (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.2 ภาคผนวก ข หน้า 202)

ภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายและยืนยันได้ว่าการคาดคะเนของชาวบ้านที่กล่าวว่าพื้นถนนเป็นแอ่งนั้นไม่ถูกต้อง โดยใช้ข้อมูลเกี่ยวกับความสูงของตึกระยะทางจากมุมบนของตึกถึงตำแหน่งที่ปักหมุด และระยะทางจากฐานตึกถึงตำแหน่งที่ปักหมุด มาแสดงว่าระยะทางระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ ก่อให้เกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วจึงสรุปว่าพื้นถนนไม่เป็นแอ่ง

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนที่ปรากฏในใบกิจกรรมและการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการศึกษาพัฒนาการออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4, ช่วงที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 9, และช่วงที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 – 14 ตามลำดับ ดังนี้

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอ แต่ขาดการสื่อสารระหว่างกัน เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยไม่อาศัยการสรุปประเด็นสำคัญ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ไม่ถูกต้องมากนัก ถัดมาในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ และจากการสังเกตการทำงาน of นักเรียนในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน และองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดการแลกเปลี่ยนความรู้ พูดคุยกันเพียงเล็กน้อยระหว่างดำเนินการแก้ปัญหาาร่วมกันและเขียนวิธีการแก้ปัญหาในลักษณะของการทดลอง จากนั้นในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ ผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนใช้ภาษาที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้นในระหว่างการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหารายบุคคล ซึ่งนักเรียนส่วน

ใหญ่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ยังไม่ครบถ้วน เช่น ไม่มีการกำหนดตัวแปรที่นำมาใช้ รวมทั้งการนำบริบทของสถานการณ์ปัญหามาเขียนเพื่ออธิบายยังทำได้ไม่ดีมากนัก หรือนักเรียนบางคนเริ่มต้นโดยการสร้างสมการเพื่อหาคำตอบเลย เนื่องจากไม่สามารถอธิบายแนวคิดออกมาในลักษณะของของภาษาเขียนได้ (ดังแสดงในภาพที่ 9) ประกอบกับองค์ประกอบที่ 7 การทำทาย เมื่อผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเขียนบรรยายแนวคิดเพียงวิธีการเดียว ไม่มีการนำตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นมาใช้มากนัก (ดังแสดงในภาพที่ 10) ขณะที่นักเรียนบางส่วนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหายังไม่เป็นขั้นตอน ขาดความต่อเนื่อง และรายละเอียดส่วนใหญ่ไม่ครบถ้วน (ดังแสดงในภาพที่ 11) ซึ่งจากการสอบถามเพิ่มเติม พบว่าเมื่อนักเรียนพบเจอสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนจะไม่สามารถเลือกใช้ข้อมูลได้อย่างถูกต้องตามลำดับของการแก้ปัญหา

ในขั้นสรุป สำหรับองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน ผลจากการประเมินตนเองพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับปานกลางและน้อย แต่มีความพึงพอใจในการทำงานกลุ่มค่อนข้างมาก จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและการสอบถาม ผู้วิจัยพบว่านักเรียนไม่ค่อยเคยกับการพูดคุยขณะดำเนินการแก้ปัญหามากนักทำให้การอธิบายแนวคิดและสื่อสารโดยใช้การพูดเกิดขึ้นค่อนข้างน้อย และไม่ให้ความสำคัญกับการเขียนวิธีการแก้ปัญหายังเป็นระบบหรือการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นเท่าที่ควร เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสำคัญกับผลลัพธ์สุดท้ายมากกว่าการเขียนแสดงวิธีทำ

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ พิจารณาด้านที่มีพื้นที่น้อยที่สุด

$$\text{คือ } 4.5 \times 6 \text{ cm}^2$$

พิจารณาความยาวของหลอด

$$\text{คือ } 4.5^2 + 6^2 = x^2$$

$$20.25 + 36 = x^2$$

$$56.25 = x^2$$

$$7.5 = x$$

ความยาวหลอดทั้งหมด = $1 \times 7.5 = 7.5 \text{ cm}$

\therefore ความยาวทั้งหมดของหลอดคือ $4.5 + 7.5 = 12 \text{ cm}$

ตอบ 12 cm

ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 184)

ภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่มีการกำหนดตัวแปรที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลประกอบการอธิบายแนวคิดยังขาดรายละเอียดในหลายส่วนและขาดความต่อเนื่อง เช่น ไม่เขียนแสดงการหาพื้นที่ด้านที่มีขนาดน้อยที่สุด ไม่เขียนอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความยาวหลอดส่วนที่งอและความยาวทั้งหมดของหลอดดูด

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

โรงงาน A	โรงงาน B
ผลยอดดูงการเท่าไรหลอดง $a^2 + b^2 = c^2$	$= 5^2 + 12^2 = c^2$
$= 6^2 + 4.5^2 = c^2$	$= 25 + 144 = c^2$
$= 36 + 20.25 = c^2$	$= 169 = c^2$
$= 56.25 = c^2$	$= 13 = c$
$= 7.5 = c$	หลอดดยยาว 13 ซม.
ความยาวหลอดสั้นนั้น $= \frac{1}{3} \times 7.5 = 2.5$ ซม.	
หลอดยาว $7.5 + 2.5 = 10$ ซม.	
ราคา ซม. ละ 0.10 บาท	ราคา ซม. ละ 0.10 บาท
$= 10 \times 0.10 = 1$	$= 13 \times 0.10 = 1.3$
คิดราคาล่องละ 2.50 บาท	คิดราคา 2.25 บาท
$= 2.50 \times 8000 = 20000$ บาท	$2.25 \times 8000 = 18000$ บาท
กล่อง + หลอด = $20000 + 8000 = 28000$	กล่อง + หลอด = $18000 + 10400 = 28400$
∴ บริษัทนี้ควรเลือกลงทุนกับบริษัท A	

ภาพที่ 10 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.2 ภาคผนวก ข หน้า 186)

ภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนบรรยายเพียงวิธีการเดียวเท่านั้น ไม่มีการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นเลย

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

- ① ให้ x แทน AB
- ② ด้าน $BC = 2.4x$
- ③ ด้านที่วางมุมฉาก 8.5 ซม. $= x + 2.4x = 3.5x$
 $x = 2.5$
- ④ ด้าน $AB = 2.5$ ซม. ด้าน $BC = 6$ ซม.
- ⑤ ต้องการหาด้าน AC ใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส $a^2 + b^2 = c^2$
 $\begin{matrix} \text{ด้านประกอบ} & & \text{ด้านตรงข้าม} \\ \text{มุมฉาก} & & \end{matrix}$
- ⑥ $a^2 + b^2 = c^2$ ด้านตรงข้ามมุมฉาก
 $= 6.25 + 36 = 42.25$ ซม.
 ด้านตรงข้ามมุมฉาก $= 6.5$ ซม.
- ⑦ \therefore ความยาวรอบรูป Δ มุมฉาก $= 2.5 + 6 + 6.5 = 15$ ซม.
 ความยาวรอบรูปวงกลม $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 6.5 = 20.4$ ซม.
- ⑧ \therefore \bigcirc อัตราส่วนความยาวรอบรูปมากกว่า Δ ได้วงกลมที่วาง
 $= 20.4 - 15 = 5.4$ ซม.

ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ใบบัณฑิตที่ 4.1 ภาคผนวก ข หน้า 188)

ภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดความต่อเนื่องในการเขียนแสดงวิธีทำ และในแต่ละขั้นตอนขาดการนำบริบทของสถานการณ์ปัญหามาใช้ในการนำเสนอแนวคิด

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอเพิ่มมากขึ้น แต่ยังไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการพูดคุยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหาและองค์ประกอบที่ 3 การระบุนิยามทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลรวมทั้งระบุนิยาม หลักการหรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น และจากการสังเกตการทำงานของนักเรียนพบว่าในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน องค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง และองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่พูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์

ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายมากยิ่งขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 12) สามารถใช้ตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากการเขียนบรรยายมาช่วยในการเขียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ แต่รายละเอียดยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์มากนัก (ดังแสดงในภาพที่ 13) ซึ่งผู้วิจัยพยายามให้นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบการเขียนอธิบายแนวคิดด้วยตัวแทนแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ รวมถึงนักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการตรวจสอบและเรียบเรียงลำดับในการนำเสนอของเพื่อนให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และในองค์ประกอบที่ 7 การทำทนาย นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเสนอได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนแม้สถานการณ์ปัญหาจะมีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น แต่ในขณะเดียวกันการแสดงวิธีทำแต่ละขั้นตอนยังขาดรายละเอียดในการนำข้อมูลหรือบริบทต่าง ๆ จากสถานการณ์ปัญหามาใช้เขียนอธิบาย (ดังแสดงในภาพที่ 14)

ในขั้นสรุป สำหรับองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน จากการสังเกตร่องรอยการทำใบกิจกรรมของนักเรียนและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่านักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่นักเรียนเขียนสมการเพื่อหาคำตอบมากกว่าการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์แบบอื่น สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับแต่ยังขาดรายละเอียดในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ช่วยในการอธิบายแต่ละขั้นตอน ผลจากการประเมินตนเองพบว่า นักเรียนเข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับปานกลางและมากมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น มีความพึงพอใจในการทำงานกลุ่มค่อนข้างมาก แต่จากการที่ผู้วิจัยประเมินการทำงานของนักเรียนพบว่านักเรียนคนที่เก่งที่สุดในกลุ่มจะมีบทบาทในการทำงานมากกว่าคนอื่น ทำให้ขาดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการแสดงออกขณะดำเนินการแก้ปัญหา ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการจัดกลุ่มใหม่และในแต่ละคาบจะหมุนเวียนประธานและผู้บันทึกข้อมูลในใบกิจกรรมกลุ่มสลับกันไป

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ข้อแรก $จิ้ง\ไป\left(\frac{84}{60} \times 5\right) + 24 = 31 \text{ กิ}\geq\text{เมตร}$

$จิ้ง\ไป\left(\frac{60}{48} \times 24\right) + 5 + 10 = 45 \text{ นาที}$

ข้อที่สอง $จิ้ง\ไป\ 6 + 9 = 14 \text{ กิโลเมตร}$

$จิ้ง\ไป\left(\frac{60}{70} \times 6\right) + \left(\frac{60}{70} \times 9\right) = 12 \text{ นาที}$

ด้านตรงข้ามมุมฉาก² = ด้านประกอบ² + ด้านประกอบ²

$$x^2 = 31^2 + 14^2$$

$$x^2 = 961 + 196$$

$$x^2 = 1157$$

$$x = 34.01$$

∴ แท่งจิ้ง\ไป\แล้วมีระยะทาง 34.01 กิโลเมตร

∴ ไม่มีข้อสรุปของคนไหนถูกต้องเลย Ans

ภาพที่ 12 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 192)

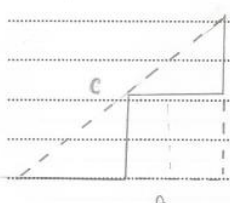
ภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายมากยิ่งขึ้น แต่ยังคงขาดการนิยามตัวแปร และควรเขียนอธิบายเพิ่มเติมในการเทียบบัญญัติไตรยางค์หรือการเทียบสัดส่วน

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

พิกัดทางที่ 1 = $34 \times 5 = 9$

ครั้งที่	ระยะทาง	เวลา
1	$34 \times 5 = 9$ km.	5 นาที
2	60 74 km.	$40 \times 74 = 30$ นาที
3	0 km.	40 10 นาที
4	8 km.	$60 \times 8 = 6.86$ นาที
5	6 km.	$60 \times 6 = 5.14$ นาที

\therefore ระยะเวลาทั้งหมด = $5 + 30 + 10 + 6.86 + 5.14$
= 57 นาที



\therefore พารามิเตอร์ $A = 15$ กม.
 $B = 30$ กม.
 $C^2 = A^2 + B^2$
 $= 15^2 + 30^2$
 $= 225 + 900$
 $= 1125$
 $C = \sqrt{1125} = 33.54$

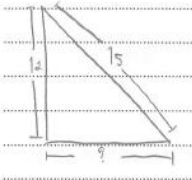
\therefore บัสส่งของรวม ก และ ข คัด เพราะ ระยะทางรวม คือ 33.54 กม. และใช้เวลา 57 นาที

ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 192)

ภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิดมากขึ้น ซึ่งในที่นี้นักเรียนใช้ตารางในการแสดงแนวคิดเพื่อหาระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทางแต่ละช่วง รวมทั้งใช้รูปภาพในการแสดงเส้นทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุดสิ้นสุด แต่ยังคงขาดรายละเอียดประกอบรูปภาพที่เชื่อมโยงถึงลักษณะการเดินทางในแต่ละช่วง

4. แสดงวิธีการแก้ปัญหา

ใช้สมมติรูป A มุมฉาก ในกรณีด้านข้างคือ



$$a = 12 \quad b = ? \quad c = 15$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

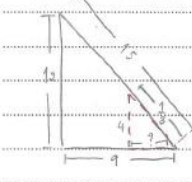
$$12^2 + b^2 = 15^2$$

$$144 + b^2 = 225$$

$$b^2 = 225 - 144 = 81$$

$$b = 9$$

ใช้สมมติรูป A ทั่วไป ในกรณีด้านข้างคือ



$$a = 4 \quad b = 3 \quad c = \sqrt{17} = 5$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$4^2 + b^2 = 5^2$$

$$16 + b^2 = 25$$

$$b^2 = 25 - 16 = 9$$

$$b = 3$$

บทความทราบ: นอนงปลาขบนั้นได้กับปลาคือ 9 ม.

ระยะทางระหว่างสถานีไฟฟ้ายาว = $9 - (1.5 + 3) = 4.5$ ม.

ช่วงไฟฟ้ายาวใช้: ระยะทางทั้งหมด =

เดินลง 10 ม.

เดินกับสถานีไฟฟ้ายาว: $3 + 4.5 = 7.5$ ม.

เดินกลับสถานีไฟฟ้ายาว: 7.5 ม.

เดินขึ้นไปที่เดิม: 10 ม.

∴ ระยะทางทั้งหมดที่ช่วงไฟฟ้ายาวได้แก่: ปลาและโน้ตวงสนกระทั้งปีนกลับไปที่ทั้งหมด

$$= 10 + 7.5 + 7.5 + 10 = 35 \text{ ม.}$$

ภาพที่ 14 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.2 ภาคผนวก ข หน้า 194)

ภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ และเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น แต่ยังคงขาดรายละเอียดในการนำเสนอข้อมูลหรือบริบทต่าง ๆ จากสถานการณ์ปัญหามาใช้อธิบาย เช่น การอธิบายว่าระยะทางระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมเกี่ยวข้องกับข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาอย่างไร

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

ในขั้นเตรียมความพร้อม สำหรับองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ นักเรียนให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอเพิ่มมากขึ้น เริ่มมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะการทดลองในใบกิจกรรมระหว่างการพูดคุยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยจัดกลุ่มใหม่ให้นักเรียนโดยอาศัยการสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนที่ผ่านมา จากนั้นในองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา องค์ประกอบ

ที่ 3 การระบุนิยามทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน และองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล ระบุนิยาม หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ แลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อย หาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และดำเนินการแก้ปัญหาพร้อมกันโดยเน้นการพูดคุยขณะแก้ปัญหา จาก การสังเกตการทำงาน of นักเรียนและร่องรอยจากใบกิจกรรมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (ดังแสดงในภาพที่ 15) ซึ่งในระหว่างการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่ไม่เป็นทางการมากนักและปรับให้เป็นทางการมากขึ้นเมื่อเริ่มดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ได้เหมาะสมกับบริบทมากขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 16) มีการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอนมากขึ้น (ดังแสดงในภาพที่ 17) จากนั้นในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำและองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาให้เป็นภาษาของตนเองและแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และฝึกการเลือกใช้ข้อมูลเพื่อนำไปสู่การหาลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมอีกครั้ง

ในขั้นสรุป สำหรับองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน นักเรียนเกือบทั้งหมดประเมินว่าตนเองเข้าใจและประยุกต์ใช้ความรู้ได้ในระดับมาก และมีความพึงพอใจในการทำงานกลุ่มค่อนข้างมาก ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสื่อสารโดยใช้การพูดมากขึ้น เนื่องจากการทำงานกับสมาชิกที่ไม่คุ้นเคยต้องอาศัยการพูดคุยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมมากขึ้น นักเรียนเกือบทั้งหมดต้องการแสดงความสามารถในด้านการตรวจสอบการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ การใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความเหมาะสมของขั้นตอนการแก้ปัญหารวมทั้งรายละเอียดในการนำเสนอ เพื่อให้ผลงานของกลุ่มมีความสมบูรณ์ที่สุด

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ คีตจักรมีระยะทาง 41 ไมล์ เริ่มเส้นทางที่สี่นที่คิดหรือใบ

$$\text{ระยะทาง } AB = 20 \text{ ไมล์} \quad DE = 11 \text{ ไมล์} \quad FB = 20 \text{ ไมล์}$$

$$BC = 2 \text{ ไมล์} \quad EF = 15 - 2 = 13 \text{ ไมล์}$$

$$CD = 20 \text{ ไมล์} \quad AF = 20 + 20 = 40 \text{ ไมล์}$$

หาระยะทาง AE เส้นทอสุดของคีตจักร โดยใช้สูตร

$$\text{ด้านตรงมุมฉาก}^2 = \text{ด้านประกอบมุมฉาก}^2 + \text{ด้านประกอบมุมฉาก}^2 \Rightarrow C^2 = a^2 + b^2$$

$$AE^2 = EF^2 + AF^2$$

$$AE^2 = 13^2 + 40^2$$

$$AE^2 = 169 + 1600$$

$$AE^2 = 1769$$

$$AE = 41$$

∴ คีตจักรมีทางสี่นที่เริ่มเส้นทางที่สี่นที่คิด

หาเวลาที่คีตจักรใช้ในกรณีเต็มทาง

คีตจักรเต็มทาง 20 ไมล์ / ชม. คีตจักรไม่คิดโดยระยะทาง 41 ไมล์

20 ไมล์ ใช้เวลาในการขี่ 1 ชั่วโมง

ถ้าคีตจักรเต็มทางได้ระยะทาง 41 ไมล์ จะใช้เวลา $41 \times 10 = 123$ นาที หรือ 2 ชม. 3 นาที

คีตจักรเต็มทางไปกลับออกทาง ซ้ายออกซ้ายมาซ้าย 5 นาที = 2 ชม. 3 นาที + 5 นาที = 2 ชม. 8 นาที

∴ คีตจักรเต็มทางไม่ทันส่งผักขาย เนื่องจากผักขายใช้เวลา 2 ชม. ✓

ภาพที่ 15 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ในกิจกรรมที่ 11.2 ภาคผนวก ข หน้า 198)

ภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น เช่น มีการใช้สัญลักษณ์แทนความยาวของส่วนของเส้นตรง มีการใช้ภาษาที่อ้างอิงจากบริบทของโจทย์ในการอธิบายการเทียบสัดส่วน

๔. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

จากค่าทั้ง $\triangle ACB$ และ $\triangle ACD$
 เป็น \triangle สี่เหลี่ยม โดย คมฉาก AC
 มีค่าคือ $AD = x+2$ และ $CD = x$
 และ คม $BC = 40-x$
 พิจารณา $\triangle ACD$ ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 ดังนี้ $AC^2 + CD^2 = AD^2$
 $= 12^2 + x^2 = (x+2)^2$

$$= 144 + x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$= 4x = 144 - 4$$

$$x = 35 \text{ หน่วย}$$

แทนค่า x ลงในรูปจากใจข้าง

ค่า $AD^2 = 37^2 = 1369$
 ค่า $AB^2 = 13^2 = 169$
 ค่า $BD^2 = 40^2 = 1600$
 $1369 + 169 \neq 1600$

ตรวจสอบโดยใช้ $\triangle ABD$
 ได้ได้ใจ \triangle สี่เหลี่ยม

หา คม AB โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสของ $\triangle ACB$
 $= 12^2 + 5^2 = AB^2$
 $= 144 + 25 = AB^2$
 $= 169 = AB^2$
 $AB = 13 \text{ หน่วย}$

ตรวจสอบว่า $\triangle ABD$ เป็น \triangle สี่เหลี่ยม หรือ ไม่ใช่
 โดยใช้สูตร $AD^2 + AB^2 = BD^2$

ภาพที่ 16 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ข หน้า 196)

ภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถใช้รูปภาพเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลและอธิบายแนวคิดของตนเองได้

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ หาความยาวด้าน $DE = CF - AB = 40 - 28 = 12$ จา

หาความยาวด้าน BE โดยใช้สูตร $\frac{1}{2} \times ก \times ข = \frac{1}{2} \times BE \times DE$

$$96 = \frac{1}{2} \times BE \times 12$$

$$96 = 6 \times BE$$

$$96 = BE$$

$$16 = BE$$

\therefore ความยาวด้าน $BE = 16$ จา

หาความยาวด้าน BD โดยใช้สูตร ด้านตรงข้ามมุมฉาก² = ด้านประกอบมุมฉาก² + ด้านประกอบมุมฉาก² $\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$

$$BD^2 = BE^2 + DE^2$$

$$BD^2 = 16^2 + 12^2$$

$$BD^2 = 256 + 144$$

$$BD^2 = 400$$

$$BD = 20$$

\therefore ความยาวด้าน $BD = 20$ จา

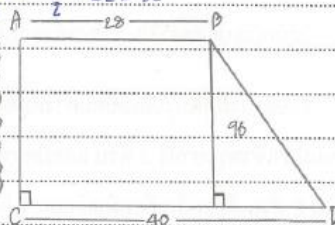
พิสูจน์ว่า ใช้สูตรหาพื้นที่รวมรั้วไม่ทั่วสี่เหลี่ยมหรือไม่

$$\text{ต้องใช้สูตรหาพื้นที่รวมรั้ว คือ } AB + BE + ED + DE = 28 + 20 + 40 + 16$$

$$= 104 \text{ จา}$$

\therefore เกษตรกรคนนี้แบ่งที่ดินได้ตามต้องการ ✓

แนบคำอธิบาย



ภาพที่ 17 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ข หน้า 200)

ภาพที่ 17 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีลำดับขั้นตอนมากขึ้นถึงแม้ว่าจะเป็นสถานการณ์ที่ยากหรือมีความซับซ้อน

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสุพรรณบุรีและนครปฐม

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ นอกจากนี้ ผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือ และ สนับสนุนในการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 12 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/1 จำนวน 34 คน และ ห้อง ม.2/2 จำนวน 34 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 81.21 และ 80.65 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.20 และ 4.46 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมแบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆ ในแผนการจัดการกิจกรรมเรียนรู้ และนำมาปรับปรุงและนำไปใช้กับตัวอย่างในการวิจัยต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่างในการวิจัย พบว่า มีค่าความเที่ยง ความยาก อำนาจจำแนก ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.731 ค่าความยากเป็น 0.39 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.29 – 0.46

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.627 ค่าความยากเป็น 0.42 – 0.51 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.33 – 0.56

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.664 ค่าความยากเป็น 0.34 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.35 – 0.43

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.622 ค่าความยากเป็น 0.39 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.26 – 0.48

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับตัวอย่างในการวิจัยทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสืออนุญาตดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง ดังนี้

2.1.1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 เท่ากับ 9.68 และ 8.53 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/2 เท่ากับ 5.50 และ 5.23 ตามลำดับ นำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบ

วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.3 ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบ และนักเรียนห้อง ม. 2/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 8 พฤศจิกายน 2559 ถึงวันที่ 9 ธันวาคม 2559

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนของทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยใช้คะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยใช้คะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (t-test dependent)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

5. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

การที่ผลการวิจัยออกมาเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ มีความเหมาะสมในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยในองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) ผู้วิจัยพยายามดึงความสนใจของนักเรียนโดยโน้มน้าวให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น รวมทั้งลองวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเบื้องต้นและทำความเข้าใจมุมมองเกี่ยวกับความรู้ในการแก้ปัญหา และองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) ผู้วิจัยใช้คำถามที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายมุมมองที่มีต่อสถานการณ์ปัญหาและหาความสัมพันธ์ของข้อมูล รวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบความเป็นไปได้ต่าง ๆ และให้เหตุผลประกอบคำตอบผ่านการใช้คำถามเชิงสมมติ จากนั้นในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) นักเรียนถูกกระตุ้นให้ระบุข้อมูลสำคัญที่จะใช้ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการเหล่านี้จะสนับสนุนให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบเพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องและยืนยันความคิดของตนเองกับสมาชิกภายในกลุ่ม สอดคล้องกับคำกล่าวของ NCTM (2000: 262-267) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่แตกต่างจากผู้อื่น และการให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และสิ่งสำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง อีกทั้งในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) นักเรียนแต่ละคนได้พูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง โดยผู้วิจัยมีหน้าที่สนับสนุนให้นักเรียนอภิปราย วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี และในองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) และองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) ผู้วิจัยส่งเสริมให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลและอธิบายความคิดของตนเองให้กระจ่างในระหว่างการแสดงวิธีการแก้ปัญหาร่วมกันและเขียนเรียบเรียงขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Erin (2015) ที่กล่าวว่า การที่ครูได้รับมอบหมายให้ส่งเสริมนักเรียนในการพูดคุยทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย จะช่วยให้นักเรียนสร้างข้อโต้แย้งและวิจารณ์การให้เหตุผลของผู้อื่น นักเรียนจะแสดงให้เห็นถึงเหตุผลตนเองขณะสื่อสารกับ

ผู้อื่นและมีโอกาสในการเพิ่มความเข้าใจในมโนทัศน์และเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากขึ้น รวมทั้งการที่นักเรียนได้แก้ปัญหาอีกครั้งในองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ประกอบกับในองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) นักเรียนได้ประเมินตนเองในด้านความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการแก้ปัญหาาร่วมกัน และผู้วิจัยประเมินนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อสะท้อนความสามารถของนักเรียนตามสภาพจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนตระหนักถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สิ่งที่ต้องปรับปรุงหรือแก้ไขในการเรียนครั้งต่อไป รวมถึงส่งเสริมให้เกิดความกระตือรือร้นในการพัฒนาตนเอง

ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสอดคล้องกับแนวคิดของที่ว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาบทมโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน (อัมพร ม้าคอง, 2554: 50) อีกทั้งยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Turmudi (2009) ที่กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้อภิปรายหรือสร้างข้อโต้แย้งเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยครูมีหน้าที่กระตุ้นและให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นในระหว่างที่นักเรียนแสดงแนวคิด สืบสวนสถานการณ์ และประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Goos (2004) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พิชาณิกา เพชรสังข์ (2557) ที่พบว่า การจัดกิจกรรมโดยให้นักเรียนได้สำรวจ สืบค้น เพื่อนำข้อมูลต่างๆ ไปแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

การที่ผลออกวิจัยออกมาเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความเหมาะสมในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

โดยองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) นักเรียนได้แสดงมุมมองเกี่ยวกับความรู้ในการแก้ปัญหาและมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นเพื่อสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการทำงาน และในองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) และองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) นักเรียนระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาศัยตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จากนั้นสรุปประเด็นสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) และองค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) นักเรียนแต่ละกลุ่มหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน โดยเน้นการแสดงออกทางความคิด แนวคิด และความรู้สึกร่วมกันโดยใช้การพูดขณะดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเขียนวิธีในการแก้ปัญหาคด้วยภาษาของตนเอง รวมทั้งตรวจสอบความคิดหรือความเข้าใจระหว่างผู้วิจัยกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกันเองให้ถูกต้องตรงกันเพื่อให้วิธีการแก้ปัญหานั้นได้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และการที่นักเรียนได้แก้ปัญหาคอีกครั้งในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) นักเรียนได้ฝึกใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อีกครั้งหนึ่ง และเห็นตัวอย่างการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้น ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดที่เหมาะสมกับบริบทได้ดียิ่งขึ้น และสามารถเรียบเรียงกระบวนการคิดของตนเองเพื่อเขียนนำเสนอได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน จากนั้นในองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) นักเรียนได้ประเมินตนเองและผู้วิจัยประเมินนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ส่งผลให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความสามารถของตนเอง รวมถึงผู้วิจัยได้นำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการออกแบบการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมจุดเด่นและพัฒนาจุดที่ยังบกพร่อง เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดียิ่งขึ้น

ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า การจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรเป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตน ทั้งการพูดและการฟังภายใต้กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดใหม่และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร (NCTM, 1989: 26) และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sutama และคณะ (2013) ที่พบว่า การที่นักเรียนมีโอกาสนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยการพูด รวมทั้งฝึกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความคิดของ

ตนเอง และนำแนวคิดเหล่านั้นมาเขียนในรูปแบบที่เป็นทางการมากยิ่งขึ้น จะช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ และการเรียนที่เน้นการอภิปรายภายในกลุ่ม โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดภายในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสามารถการสื่อสารโดยตรง (Rowan and Morrow, 1993: 9-11) อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พรหมทิภา ทองนวล (2554: บทคัดย่อ) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยแต่ละกิจกรรมได้จัดให้มีการใช้ตัวแทนแนวคิดในลักษณะต่างๆ ทั้งแผนภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา ร่วมกับการใช้คำถามของครู ส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ธิญะพิมล จันทร์นุ่น (2558: บทคัดย่อ) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา สะท้อนความคิด เปรียบเทียบและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สรุปและสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือบริบทปัญหาใหม่ที่ท้าทาย ทำให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 3

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีพฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนัก โดยสามารถแบ่งพฤติกรรมที่พบออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ตอบคำถามได้อย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถให้เหตุผลได้ว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น หรือให้เหตุผลประกอบได้แต่ไม่สมเหตุสมผล และอีกประการหนึ่ง คือ ไม่มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม

ในช่วงกลางของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงเหตุผลประกอบที่มาของคำตอบได้ และบางเหตุผลที่นักเรียนนำเสนอไม่มีความสมเหตุสมผล หรือไม่มีความเชื่อมโยงกับคำตอบที่นำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มักจะรอเหตุผลประกอบคำตอบจากผู้วิจัยเสมอ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้วิธีการถาม-ตอบ ประกอบการอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียนที่ยังไม่สมเหตุสมผลให้มีความสมบูรณ์และสมเหตุสมผลมากขึ้น อีกทั้งผู้วิจัยและนักเรียนยังร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ในแต่ละครั้งเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนพยายามยืนยันข้อสรุปและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ทั้งนี้พบว่าในช่วงหลังนักเรียนบางส่วนกล้าแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนมากยิ่งขึ้น พยายามช่วยเหลือกันในการตอบคำถามและแสดงเหตุผลประกอบ

อย่างไรก็ตาม เหตุผลบางส่วนยังคงไม่สมเหตุสมผลหรือนักเรียนไม่ใช่เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการตอบคำถาม ในขณะที่นักเรียนส่วนหนึ่งยังคงไม่กล้าแสดงความคิดเห็นเนื่องจากกลัวว่าคำตอบจะผิดและรอผู้วิจัยเฉลยเพียงอย่างเดียว

เมื่อสังเกตนักเรียนกลุ่มทดลองพบว่า มีพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามากขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบในองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) และองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) ผู้วิจัยพยายามดึงความสนใจของนักเรียนโดยให้ลองวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และใช้คำถามเชิงสมมติโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขบางอย่างของสถานการณ์ปัญหาทำให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลเพื่ออธิบายคำตอบ และในองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) นักเรียนมีการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและให้เหตุผลเพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา อีกทั้งในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) และองค์ประกอบที่ 5 (Thinking aloud) นักเรียนมีส่วนร่วมในการเสนอวิธีการแก้ปัญหา วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อย และหาวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ รวมทั้งดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน ซึ่งต้องอาศัยการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง จากนั้นในองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนการให้เหตุผลประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาลีกครั้งและเขียนเรียบเรียงขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง รวมถึงการที่นักเรียนได้แก้ปัญหาลีกครั้งในองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยพยายามใช้คำถามที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นและฝึกให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบที่นักเรียนตอบทุกครั้ง รวมทั้งสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามระหว่างกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่มและร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ อีกทั้งผู้วิจัยยังสนับสนุนความคิดและให้กำลังใจนักเรียนทุกครั้งที่นักเรียนพยายามแสดงเหตุผล ไม่ว่าจะเป็นการให้เหตุผลที่ถูกหรือผิด เพื่อเป็นการเสริมความมั่นใจให้นักเรียน และในองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) นักเรียนประเมินตนเองในด้านความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการแก้ปัญหาร่วมกัน รวมทั้งครูประเมินการทำงาน of นักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย กระตุ้น สนับสนุนและชมเชยการทำงาน of นักเรียนเพื่อแสดงถึงการรับรู้คุณค่าของผลงานและเสริมสร้างกำลังใจในอีกทางหนึ่ง ซึ่งในช่วงกลางของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามมีจำนวนเพิ่มขึ้น สามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดียิ่งขึ้น และให้เหตุผลประกอบคำตอบได้แต่ยังไม่สมเหตุสมผลเท่าที่ควร โดยในช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและร่วมกันแสดงเหตุผลประกอบ

คำตอบเพื่อให้การเขียนแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียนมีความสมบูรณ์มากที่สุด อีกทั้งสามารถแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น

ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า การจะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่ไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว และแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง รวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการอธิบายเพื่อหาข้อสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ และส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาอย่างเป็นประจำ โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะ และแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง (Rowan and Morrow, 1993; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545: 195; กุลนิตา วรสารนันท์, 2552: 45 และ ญัฐิกานต์ รักนาค, 2552: 52) และกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายการให้เหตุผลของตนเองกับครูและกับเพื่อนนักเรียนด้วยกันเอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลได้ดียิ่งขึ้น (NCTM, 2000: 262-267) เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้รับฟังการให้เหตุผลของเพื่อน จะเปิดโอกาสให้นักเรียนตระหนักถึงหนทางในการได้มาซึ่งคำตอบที่หลากหลาย และมีการเปรียบเทียบกลยุทธ์ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด รวมทั้งสังสมแนวคิดในการแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาลงในคลังความรู้ของตนเอง (Gunningham, S., 2003) อีกทั้งยังสอดคล้องกับแนวคิดของ ประเวศ วะสี (อ้างถึงใน ทิศนา แคมมณี, 2548: 301-302) ที่กล่าวว่า ใน การเรียนรู้ต้องให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกคิด ฝึกตั้งคำถาม เพราะคำถามเป็นเครื่องมือในการได้มาซึ่ง ความรู้ ทำให้เกิดความกระจ่างในเรื่องที่ศึกษา รวมทั้งได้ฝึกการใช้เหตุผล การวิเคราะห์และการ สังเคราะห์ ฝึกค้นหาคำตอบจากเรื่องที่เรียน ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของ นักเรียนได้เป็นอย่างดี

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ สมมติฐานข้อที่ 4

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่ามี พฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนักคือ นักเรียนไม่กล้าแสดงออกและไม่กล้าแสดงความคิดเห็น เนื่องจากกลัวว่าคำตอบของตนเองจะผิด นักเรียนส่วนมากจะรอเขียนวิธีทำหลังจากที่เพื่อนออกมา

นำเสนอแล้ว หรือหลังจากที่ผู้วิจัยได้แสดงวิธีทำให้ดูเท่านั้น จึงส่งผลให้การแสดงแนวคิดและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลมีเพียงรูปแบบเดียว

ในช่วงกลางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมมีความคุ้นชินกับการรอเฉยจากผู้วิจัยเพียงอย่างเดียว จึงส่งผลให้ไม่ค่อยมีส่วนร่วมกับการเรียนการสอน โดยมีนักเรียนเพียงไม่กี่คนเท่านั้นที่แสดงความคิดเห็น และยกมือถามคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัย ดังนั้นผู้วิจัยจึงพยายามเสริมแรงบวกโดยการจับกลุ่มในลักษณะเพื่อนช่วยเพื่อน และสร้างภาวะแข่งขันกันระหว่างกลุ่มย่อยเพื่อกระตุ้นผู้เรียน โดยมีการมอบของรางวัลสำหรับกลุ่มที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง โดยให้นักเรียนจับกลุ่มทำใบกิจกรรมร่วมกัน ในระหว่างนั้นผู้วิจัยเดินดูการทำงานของนักเรียน พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันคิดและแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น อีกแนวทางหนึ่งคือ ผู้วิจัยใช้วิธีการสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียนในแต่ละขั้นตอนจนกว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นจะสมบูรณ์ ซึ่งแม้จะใช้เวลาค่อนข้างมากแต่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น โดยในช่วงหลังพบว่า จำนวนนักเรียนที่มีส่วนร่วมระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มขึ้น และมีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมากขึ้นแต่ส่วนใหญ่ยังคงเป็นนักเรียนคนเดิม รวมทั้งการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ยังไม่ถูกต้องมากนัก รวมทั้งยังขาดรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของการนำเสนอเป็นส่วนใหญ่

เมื่อสังเกตนักเรียนกลุ่มทดลองพบว่า มีพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และเห็นพัฒนาการของการเขียนแสดงวิธีทำอย่างเป็นทางการผ่านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนแนวคิดลักษณะต่าง ๆ และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบในองค์ประกอบที่ 1 การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact) ผู้วิจัยพยายามดึงความสนใจของนักเรียนและเสริมสร้างบรรยากาศที่ดีในการทำงาน ระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและระหว่างครูกับนักเรียน และในองค์ประกอบที่ 2 การทำความเข้าใจปัญหา (Locating) และองค์ประกอบที่ 3 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying) ผู้วิจัยสนับสนุนให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสรุปประเด็นสำคัญจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อระบุความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา อีกทั้งในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน (Advocating) องค์ประกอบที่ 5 การคิดออกเสียง (Thinking aloud) และองค์ประกอบที่ 6 การกล่าวซ้ำ (Reformulating) เน้นให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกันและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ซึ่งต้องอาศัยการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เพื่ออธิบายความคิดของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในการโน้มน้าวว่าวิธีของ

ตนเองนั้นถูกต้อง โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มได้แสดงวิธีทำร่วมกัน ตรวจสอบภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ รวมทั้งความถูกต้องของลำดับการแสดงวิธีทำ จากนั้นนักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเองและร่วมกันตรวจสอบคำตอบภายในกลุ่ม ซึ่งเป็นการเรียบเรียงการเขียนแสดงวิธีทำให้ถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น รวมถึงในองค์ประกอบที่ 7 การท้าทาย (Challenging) นักเรียนได้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งนักเรียนจะได้ฝึกใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเห็นตัวอย่างการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้น และสามารถเรียบเรียงกระบวนการคิดของตนเองเพื่อใช้ในการเขียนนำเสนอได้ดียิ่งขึ้น และในองค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating) นักเรียนได้ประเมินตนเองและเขียนข้อเสนอแนะเพื่อสะท้อนระดับความเข้าใจ ความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้และความพึงพอใจในการทำกิจกรรม รวมทั้งผู้วิจัยประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งผลปรากฏว่า ในช่วงกลางของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น อีกทั้งเริ่มมีการเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และในช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับบริบทของสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างลำดับขั้นตอนและมีรายละเอียดครบถ้วนมากยิ่งขึ้น

ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรเป็นกิจกรรมภายใต้สถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปตลอดจนนำไปขยายความรู้กับเรื่องอื่น ๆ ครูควรส่งเสริมนักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เน้นให้นักเรียนอ่าน พูดและแสดงแนวคิด เนื่องจากการคิดและการพูดเป็นขั้นตอนสำคัญที่จะนำไปสู่การเขียน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน กระตุ้นให้ชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล ชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตน รวมทั้งใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการอธิบายความเข้าใจของตนเอง และแบ่งปันแนวทางการแก้ปัญหา กับผู้อื่น (NCTM, 1989: 26; Huinker and Laughlin, 1996: 81 อ้างถึงใน สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 101 และ Dacey and Eston, 2002) อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Johanning (2000: 151-160) ที่พบว่าการส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน และอภิปรายความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อม ๆ กัน เกิดความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม มีความกระตือรือร้นในการคิดและมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ดังนั้นการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยและมอบหมายงานที่สนับสนุนให้เกิดการอภิปรายระหว่างกัน จากนั้นให้แต่ละกลุ่มนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาในชั้นเรียน จะช่วยสนับสนุนกระบวนการคิดของนักเรียนและส่งผลให้การสื่อสารกลายเป็นเครื่องมือสำคัญ

ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี (Sfard, 2008)

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1.1 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมี 8 องค์ประกอบ และแต่ละองค์ประกอบมีจุดเน้นและรายละเอียดค่อนข้างมาก ทำให้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ใช้เวลานาน ซึ่งหากสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ต่อเนื่องกันจำนวน 2 คาบ จะทำให้กิจกรรมไม่รีบเร่งมากนักและนักเรียนได้มีเวลาในการฝึกคิดและแสดงเหตุผลในการตอบคำถาม รวมทั้งอภิปรายประเด็นต่าง ๆ ได้มากยิ่งขึ้น

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน รวมทั้งปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู ดังนั้นครูจึงควรทำความเข้าใจความคุ้นเคยกับนักเรียนเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นและซักถามในประเด็นที่ตนเองสงสัยได้มากยิ่งขึ้น

1.3 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบเน้นให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ครูจึงต้องคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน เนื่องจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกภายในกลุ่มจะส่งผลโดยตรงต่อผลลัพธ์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนั้นในบางครั้งครูอาจจับกลุ่มให้นักเรียนตามความเหมาะสม

1.4 ครูต้องให้เวลานักเรียนในการตอบคำถาม ต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและให้กำลังใจนักเรียนอย่างต่อเนื่องโดยไม่คำนึงว่าคำตอบที่ได้จะถูกหรือผิด อีกทั้งครูต้องคอยสร้างบรรยากาศในห้องเรียนไม่ให้เคร่งเครียดจนเกินไป เพื่อให้นักเรียนเกิดความคุ้นชินและกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นในระหว่างการอภิปรายในห้องเรียน

1.5 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ ผู้วิจัยสามารถรวบรวมองค์ประกอบที่มีความต่อเนื่องและสามารถเกิดขึ้นพร้อมกันได้ ซึ่งจะช่วยในการบริหารเวลาได้เพียงพอต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น

1.6 การศึกษาพัฒนาการของนักเรียนควรเริ่มศึกษาเมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปได้ระยะหนึ่งแล้ว เนื่องจากในช่วงแรกนักเรียนต้องอาศัยความรู้พื้นฐานซึ่งเป็นความรู้ใหม่ที่ยังไม่คุ้นเคยและยังไม่เข้าใจมากนัก ซึ่งอาจส่งผลให้การแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่ดีเท่าที่ควร

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ มีองค์ประกอบที่ท้าทายให้นักเรียนนำความรู้หรือขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์หรือบริบทปัญหาใหม่ที่อยู่ในชีวิตจริง จึงเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จึงเป็นที่น่าสนใจว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสามารถพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร



รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กมลทิพย์ ต่อคิด. (2544). ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กรมวิชาการ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาพุทธศักราช 2542. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ. (2544). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาญจนา บุญส่ง. หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ). เพชรบุรี : สถาบันราชภัฏเพชรบุรี, 2542.
- กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อเมตริกซ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ รำพรรณ. (2552). การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี.
- เกษณีย์ ยอดไพอินทร์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทออดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาลงมือปฏิบัติและ

- การเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ดุซงกีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธัญพิมล จันทน์นุ้ม. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิติกร อ่อนโยน. (2551). ผลของการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พนารัตน์ แซ่มชื่น. (2548). ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูป. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ (การมัธยมศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทดุซงกีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2530). ความสัมพันธ์ระหว่างกลวิธีการสอน คุณภาพของกลวิธีการสอน เวลาที่ใช้ในการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทดุซงกีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พีชานิกา เพชรสังข์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์

- ปริญญาamahบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดสาระดัดและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ที่ 12-15*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- แรมสมร อยู่สถาพร. (2538). *เทคนิคและวิธีสอนในระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์ และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัชระ น้อยมี. (2551). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน เรื่อง การให้เหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วาสนา ภูมิ. (2555). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem - Based Learning) เรื่อง อัตราส่วนร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปริญญาโท ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2518). *หลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ*. กรุงเทพมหานคร: บรรณกิจ.
- วิโรจน์ สารรัตนะ. (2556). *กระบวนทัศน์ใหม่ทางการศึกษา กรณีที่คณะต่อการศึกษาศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัดทิพย์วิสุทธิ.
- วีระยุทธ วิเชียรโชติ. (2538). *จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบอรรถวิถึในกระบวนกรวิธีสืบสวน สอบสวน*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคาแหง.
- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). *การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ร้อยละและอัตราส่วน*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ศิริพรรณ ศรีอุทธา. (2548). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมการสอนแบบร่วมมือกัน เรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2553). *คู่มือนักเรียนในการสอบ O-NET* ม.6. กรุงเทพมหานคร: พายุญมา.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558*. [ออนไลน์]. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2558.pdf
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. [ออนไลน์]. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2558.pdf
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *เอกสารอบรมครู (หลักสูตรแกนกลาง) ในโครงการความร่วมมือ สกอ. - สพฐ. - สสวท.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี พิมพ์เผยแพร่. 28 หน้า
- สมคิด สร้อยน้ำ. (2542). *พฤติกรรมการสอนวิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษา*. อุตรธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรธานี.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร.
- สำนักงานปฏิรูปการศึกษา. (2545). *ปัญหาปฏิรูปการศึกษาแนวทางการปฏิบัติ*. กรุงเทพมหานคร: พิมพ์ดี.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2554). *คู่มือสร้างความรู้ความเข้าใจแก่ผู้บริหาร ครู และนักเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมรองรับการประเมินตามโครงการวิจัยนานาชาติ (PISA และ TIMSS)*. กรุงเทพมหานคร: สกศ.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2556). *รายงานการวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (Measure of Achievement)*. กรุงเทพมหานคร

- สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. (2541). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญา ดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สิริวรรณ จันท์กุล. (2554). การสังเคราะห์วิทยานิพนธ์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนทร สมบัติธีระ. (2555). การพัฒนาทักษะการสื่อสารทางและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง จำนวนจริง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลซิปปา. วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น 35 (กรกฎาคม – กันยายน 2555) : 80-86.
- สุวัฒน์ นิยมเค้า. (2531). ทฤษฎีและทางปฏิบัติในการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้เล่ม 1-2. กรุงเทพมหานคร : เจเนอรัลบุ๊กส์ เซนเตอร์.
- เสริมศรี ลักษณะศิริ. (2540). หลักการสอน. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- เสาวรัตน์ รัมแก้ว. (2552) ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนวทางการมีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- แสงจัน พุ่มสรวาน. (2549). ผลของการเรียนรู้ด้วยวิธีการสืบสอบในวิชาเคมีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยแห่งชาติดองโตก สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- โสภณรัตน์ ดาหลาย. (2551). ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อลิสรา ชมชื่น. (2550). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุษฎีบัณฑิต, สาขาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาต่างประเทศ

- AlrØ, H. and Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in Mathematics education*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Baroody, A. J. and Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Prentice Hall.
- Brown, N., Wilson, K., and Fitzallen, N. (2007) Using and Inquiry Approach to Develop Mathematics Thinking. *AARE* (November 2007) : 1-12.
- Bybee, R. W., et al. (2006). *The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness*. Colorado Springs, CO: BSCS.
- Clark, L.H. (1973). *Teaching Social Studies in A Handbook Secondary schools*. New York : Macmillan.
- Cooney, T.J., and others. (1999). *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education*. New Hamshire : Heinemann.
- Dacey, L. S., & Eston, R. (2002). *Show and tell: Representing and communicating mathematical ideas in K-2 classrooms*. Sausalito, CA: Math Solutions
- Erin, L. W. (2015). *Creating Math Talk Communities, teaching children mathematics*, November 2015, Vol. 22, No. 4.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education*. New York: McGraw - Hill.
- Goos, M. (2004) Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*: 258-291.

- Greenwood, J. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematic Thinking". *Arithmetic Teacher* 41 : 144-152.
- Gunningham, S. (2003). *Thinking allowed – Thinking tools for the mathematics classroom*. Australia: Hawker Brownlow Education.
- Johanning. (2000) An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. *School science and mathematics* : 151-160.
- Kennedy, L.M., and Tipps, S. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics 7th ed.* California : Woodworth Oubkishing.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lavigne, N.C., and Lajoie, S.P. (2007) Statistical Reasoning of Middle School Children Engaged in Survey Inquiry. *Contemporary Educational Psychology*, (November 2007) : 630-666.
- Mumme, J. and Shepherd, N. (1993). *Communication in Mathematics*. In Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards. Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Natl Council of Teachers of.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. (1): Natl Council of Teachers of.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Guiding principles for mathematics curriculum and assessment* [Online]. Available from <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=23273>.
- O'Daffer and Thormquist, B. A. (1993). In Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics. *Critical Thinking, Mathematical Reasoning*. 39-56. New York: Macmillan Publishing Company.
- O'Daffer. (1990). Inductive and deductive reasoning. *Mathematics Teaching*. Vol. 84 : 378-410.
- Orlich, D.C., and Others. (2001). *Teaching Strategies: A Guide to better Struction*. 6th ed. Boston : Houghton Mifflin.
- Pujiastuti, H., Kusumah, Y. S., Sumarmo, U., and Dahlan, J. A. (2014). Inquiry co-operation model for enhancing junior high school students' mathematical

- problem solving ability. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 1(1), 51-60.
- Romey, W.D. (1968). *Inquiry Techniques for Teaching Science*. New Jersey : Prentice – Hall.
- Rowan, T. E. and Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and evaluation standard Reston Virginia: The Nation Council of Teachers of Mathematics*.
- Senne-Dibble, C.M. (1995). *An analysis of an authentic assessment technique: Comparing the spoken and written teacher*. Virginia : NCTM.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge Press. New York.
- Stiggins, R. (2001). *An Introduction to Student-Involved Assessment for Learning (4th ed.)*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Merrill Prentice Hall.
- Streumer, B. (2007). Inferential and Non-Inferential Reasoning. *Inferential and Non-Inferential Reasoning*, 74(1) : 1-29.
- Sutama., et al. (2013). Contextual Math Learning Based on Lesson Study Can Increased Study Communication. *International Journal of Education*. Vol. 5 No. 4, pp. 48-60.
- Thomas, D. (1991). *Children Teacher and Mathematics* Ma: Atlyn and Bacon.
- Thurber, W.A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston : Allyn and Bacon.
- Turmudi. (2009). *Students'S Responses To The Realistic Mathematics Teaching Approach In Junior Secondary School*, Indonesia University Of Education, Proceeding Of IICMA.
- Williams, J. A. (1980). *A Comparison Study of the Effects of Inquiry and Traditional Teaching Procedures on Students Attitude, Achievement and Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History*. Dissertation Abstracts International.



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- | | |
|--|--|
| 1. ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ | นักวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 3. อาจารย์สุจิตรา ทองสลวย | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์ |

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- | | |
|--|---|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด | รองคณบดีฝ่ายวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม) |





ที่ ศส 0512.6(2791.10)/59- 6127

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.สุพัตรา ผาดีวิสันต์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปภัชชญา เสมมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี

ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732

เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 085-915-3874 E-mail: papuscha.s@gmail.com



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
 ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6124 วันที่ กันยายน 2559
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศจี เพียรสกุล

ด้วย นางสาวปัทสนา เสมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสับสอปที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6125

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์สุจิตรา ทองสลาย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปภัชญา เสมมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี

ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732

เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 085-915-3874 E-mail: papuscha.s@gmail.com



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6126

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปภัชญา เสมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นาวินิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี

ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732

เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 085-915-3874 E-mail: papuscha.s@gmail.com



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6123 วันที่ กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ

ด้วย นางสาวปภัสนญา เสมานิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
 ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6122 วันที่ กันยายน 2559
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒมนिता น้าแสงวานิช

ด้วย นางสาวปภัชญา เสมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี



ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6114

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปภัชญา เสมานิลิตหลักสุตรครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิลิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิลิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิลิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี

ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732

เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 085-915-3874 E-mail: papuscha.s@gmail.com



ที่ ศษ 0512.6(2791.10)/59- 0115

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวปภัชชญา เสมา นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับก่อนทดลอง) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ฉบับหลังทดลอง) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รักษาการแทนรองคณบดี

ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732

เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 085-915-3874 E-mail: papuscha.s@gmail.com

ภาคผนวก ค

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 11 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทศนิยม	7	2	1
2. เศษส่วน	7	2	1
3. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	18	3	2
รวม	32	7	4

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยม ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
2. เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วน ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
3. สมการ เชิงเส้นตัว แปรเดียว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ		3
รวม						7

ตารางที่ 13 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทศนิยม	7	2	1
2. เศษส่วน	7	2	1
3. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	18	3	2
รวม	32	7	4

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
2. เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
3. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ		3
รวม						7

ตารางที่ 15 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	2	2	1
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6	3	2
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6	2	1
รวม	14	7	4

ตารางที่ 16 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถ

ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

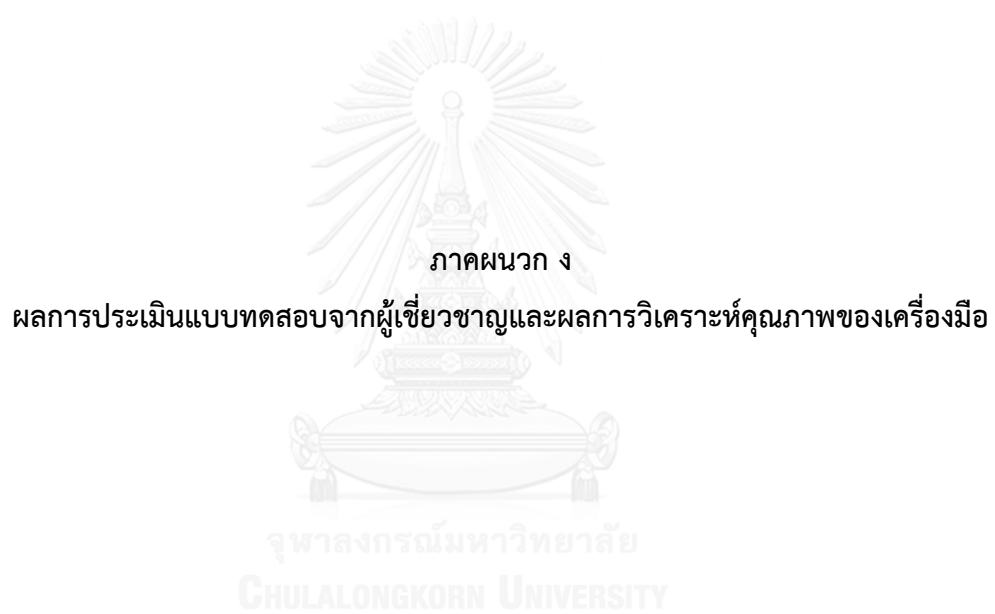
เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. สมบัติของ รูป สามเหลี่ยม มุมฉาก	1. นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการ การแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
2. ทฤษฎีบท พีทาโกรัส	1. นำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท พีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ		3
3. บทกลับ ของทฤษฎี บทพีทาโกรัส	1. นำความรู้เกี่ยวกับบทกลับ ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการ การแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
รวม						7

ตารางที่ 17 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	2	2	1
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6	3	2
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6	2	1
รวม	14	7	4

ตารางที่ 18 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	1. นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1. นำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ		3
3. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1. นำความรู้เกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ		2
รวม						7



ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน IOC ≥ 0.67	หมายถึง	ใช้ได้
-----------------------	---------	--------

ระดับการประเมินในความเหมาะสมเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน 4.01 – 5.00	หมายถึง	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนน 3.01 – 4.00	หมายถึง	เหมาะสมมาก
คะแนน 2.01 – 3.00	หมายถึง	เหมาะสมปานกลาง
คะแนน 1.01 – 2.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อย
คะแนน 0.01 – 1.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ≥ 0.67 และค่าความเหมาะสม 3.01 – 5.00

ตารางที่ 19 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	0.67	1.00	0.67	1.00	1.00	0.67

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.00	3.33	2.50	3.67	4.00	4.00	3.00
ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	3.67	3.33	3.33	4.00	4.00	4.00	3.33
ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.00	3.83	4.67	4.00	5.00	4.67
ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.00	4.33	4.33	4.00	5.00	4.67
ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.33	4.00	4.67	4.33	4.33	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.27	3.73	3.73	4.20	4.07	4.53	4.07

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.33	4.67	3.00	3.17	4.33	5.00	4.33
ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	3.33	4.67	3.67	3.00	3.67	4.67	4.33
ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.33	4.33	3.00	4.67	4.67	5.00
ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.33	4.33	3.00	4.33	4.67	5.00
ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	5.00	4.33	4.33	3.00	4.67	4.33	5.00
ค่าเฉลี่ยรวม	4.20	4.47	3.93	3.03	4.33	4.67	4.73

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.67	4.33	4.33	4.33	4.67	4.00	4.33
ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.67	4.33	4.67	4.67	4.33	4.00	4.67
ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	5.00	4.67	4.67	5.00	5.00	4.33	5.00
ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.33	3.67	3.67	4.33	4.33	4.33	4.33
ค่าเฉลี่ยรวม	4.73	4.40	4.47	4.67	4.67	4.33	4.67

ตารางที่ 22 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	0.67	0.67	0.67	0.67

ตอนที่ 2 ประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

รายการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.33	3.33	4.33	3.00	4.33	4.00	3.67
ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.00	3.67	4.67	3.00	4.33	4.33	3.33
ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.00	4.67	4.67	3.00	4.67	4.67	4.00
ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.33	4.67	5.00	4.33	4.67	4.67	4.67
ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.00	3.67	4.00	3.33	4.00	4.00	3.33
ค่าเฉลี่ยรวม	3.93	4.00	4.53	3.33	4.40	4.33	3.80

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ

ค่าความยาก (P)	0.20 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก (r)	มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
และ ค่าความเที่ยง	มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 23 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบ 4 ข้อ
1	0.57	0.33	0.731
4	0.62	0.46	
5	0.39	0.36	
6	0.47	0.29	

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบ 4 ข้อ
2	0.47	0.33	0.627
4	0.51	0.35	
5	0.42	0.56	
7	0.50	0.39	

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบ 4 ข้อ
1	0.62	0.43	0.664
3	0.56	0.41	
5	0.34	0.35	
6	0.41	0.37	

ตารางที่ 26 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการ
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบ 4 ข้อ
1	0.54	0.38	0.622
3	0.62	0.48	
5	0.39	0.38	
6	0.49	0.26	





แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

4. กำหนดข้อมูลของรูปสามเหลี่ยมจำนวน 2 รูป ดังนี้

1. รูปสามเหลี่ยมรูปที่หนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ทราบความยาวด้านเพียงสองด้านคือ n เมตรและ m เมตร

2. รูปสามเหลี่ยมรูปที่สองมีความยาวด้านทุกด้านเป็นสองเท่าของความยาวในแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปที่หนึ่ง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1) จากข้อมูลข้างต้น จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลระหว่างรูปสามเหลี่ยมรูปที่หนึ่งกับรูปสามเหลี่ยมรูปที่สอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.2) นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่ารูปสามเหลี่ยมรูปที่สองเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

6. สมมติให้กระต่ายน้อยตัวหนึ่งออกสำรวจพื้นที่เพื่อค้นหาแครอทและขูดขึ้นมากินเป็นอาหาร โดยกระต่ายน้อยตัวนี้จะกระโดดไปข้างหน้าและกระโดดถอยหลังในแนวเส้นตรงเพื่อหาแครอทที่จะสามารถขูดขึ้นมาได้ ซึ่งในแต่ละครั้งของการกระโดดได้ระยะห่างที่เท่ากัน เด็กชายจุกเฝ้าสังเกตและจดบันทึกความพยายามแต่ละครั้งในการค้นหาแครอทของกระต่ายน้อย เป็นดังนี้

ความพยายามครั้งที่ 1: กระโดดไปข้างหน้า 4 ครั้ง กระโดดถอยหลัง 1 ครั้ง

ความพยายามครั้งที่ 2: กระโดดไปข้างหน้า 5 ครั้ง กระโดดถอยหลัง 2 ครั้ง

ความพยายามครั้งที่ 3: กระโดดถอยหลัง 1 ครั้ง กระโดดไปข้างหน้า 4 ครั้ง

ความพยายามครั้งที่ 4: กระโดดไปข้างหน้า 3 ครั้ง กระโดดถอยหลัง 1 ครั้ง

ความพยายามครั้งที่ 5: กระโดดไปข้างหน้า 2 ครั้ง และขูดแครอทขึ้นมาได้สำเร็จ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1) จงแสดงรูปแบบของเส้นทางการกระโดดสำหรับความพยายามแต่ละครั้ง พร้อมทั้งระบุจำนวนครั้งที่กระโดดไปข้างหน้าและจำนวนครั้งที่กระโดดถอยหลัง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.2) ถ้ากระต่ายน้อยยังคงกระโดดด้วยรูปแบบเดิม แต่ระยะทางในแต่ละครั้งที่กระต่ายน้อยกระโดดไปข้างหน้ามากกว่าระยะทางที่กระโดดถอยหลังอยู่ 5 เซนติเมตร และระยะทางจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้ายคิดเป็น 2.85 เมตร จงหาระยะทางที่กระต่ายน้อยตัวนี้กระโดดไปทั้งหมด

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค 22102) ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2
 วันที่สอน _____ เวลา _____ ระยะเวลา 50 นาที
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 ผู้สอน นางสาวปภัชชญา เสมอ

สาระที่ 3: เรขาคณิต

สาระที่ 6: ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2	ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา
ค 3.2 ม.1-3/2	ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา
มาตรฐาน ค 6.1	มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดสร้างสรรค์
ค 6.1 ม.1-3/4	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
ค 6.1 ม.1-3/5	เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถ

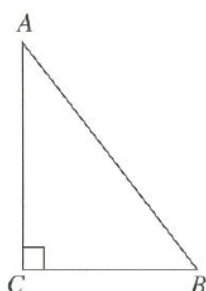
1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายในขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้อย่างถูกต้อง
2. เชื่อมโยงความรู้ เรื่อง ความเร็วและการวัด มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์:

1. นักเรียนทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย
2. นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการเข้าชั้นเรียน

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก



เรียก \overline{AB} ว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก \overline{AC} และ \overline{BC} ว่าด้านประกอบมุมฉาก

จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagoras' theorem)

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

นั่นคือ เมื่อ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

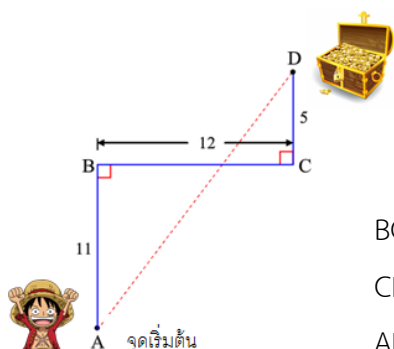
สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 6.1 ลูฟี่ออกเดินทางไปยังชุมสมบัติที่ซ่อนในป่าลึกแห่งหนึ่ง จากจุดเริ่มต้น ลูฟี่แล่นเรือตรงไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที จากนั้นลูฟี่ใช้วิธีการเดินเท้าตรงไปทางทิศตะวันออกอีก 12 กิโลเมตรด้วยความเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วจึงหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที จากนั้นจึงออกเดินทางตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ ใช้ระยะเวลา 1.5 ชั่วโมง เป็นระยะทางอีก 5 กิโลเมตร จึงจะเจอชุมสมบัติ อยากทราบว่าแท้จริงแล้วชุมสมบัติอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่เมตร

วิธีทำ

กำหนดให้จุด A แทนจุดเริ่มต้น

AB แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางทิศเหนือ



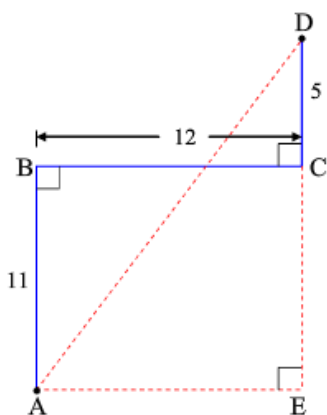
เนื่องจากเดินทางด้วยความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที ($\frac{1}{4}$ ชั่วโมง) ดังนั้นระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางทิศเหนือคิดเป็น $44 \times \frac{1}{4} = 11$ กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจากจุด B ไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจากจุด C ไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร

AD แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงขุมสมบัติ

ต่อ \overline{DC} ไปทางจุด C พบเส้นตรงที่ลากจากจุด A ขนานกับ \overline{BC} จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี \hat{AED} เป็นมุมฉาก



จากภาพ จะได้ว่า $DE = DC + CE = DC + BA = 5 + 11 = 16$

และ $AE = BC = 12$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AD^2 &= DE^2 + AE^2 \\ &= 12^2 + 16^2 \\ &= 144 + 256 = 400 \end{aligned}$$

$$AD^2 = 20 \times 20 = (-20) \times (-20)$$

ดังนั้น $AD = 20$ หรือ -20

จาก AD เป็นระยะทาง ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้น $AD = 20$

เนื่องจาก 1 กิโลเมตร = 1,000 เมตร

ดังนั้น ขุมสมบัติอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 20 กิโลเมตร หรือคิดเป็น 20,000 เมตร

ตัวอย่างที่ 6.2 ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์คันหนึ่งใช้ระยะเวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ก่อนจะเปลี่ยนทิศทางโดยเลี้ยวซ้ายตรงไปทางทิศเหนือด้วยความเร็วที่ลดลงเหลือเพียง 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นระยะทาง 24 กิโลเมตร แล้วจึงจอดพักรถ 10 นาที และในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปทางทิศตะวันออกคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวซ้ายเพื่อเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตรจึงถึงที่หมาย

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายคิดเป็น 35 กิโลเมตร จงแสดงวิธีคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

วิธีทำ

กำหนดให้ A แทนจุดเริ่มต้น

สำหรับการเดินทางในช่วงแรก

AB แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางตะวันออก

เนื่องจากเดินทางด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 5 นาที ($\frac{1}{12}$ ชั่วโมง) ดังนั้นระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางทิศเหนือคิดเป็น

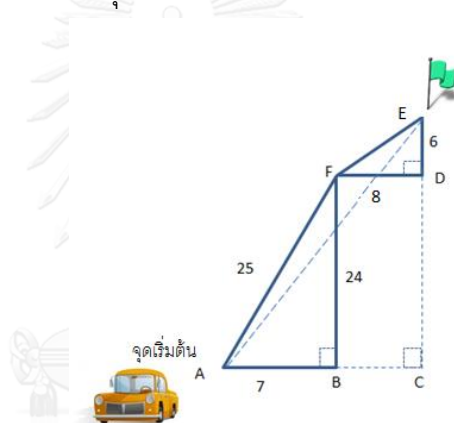
$$84 \times \frac{1}{12} = 7 \text{ กิโลเมตร}$$

BF แทนระยะห่างจากจุด B ไปทางทิศเหนือ 24 กิโลเมตร

สำหรับการเดินทางในช่วงที่สอง

FD แทนระยะห่างจากจุด F ไปทางทิศตะวันออก 6 กิโลเมตร

DE แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงที่หมาย



พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACE จะได้ว่า $AC = 7 + 8 = 15$ กิโลเมตร และ $CE = 24 + 6 = 30$ กิโลเมตร

สมมติให้ $AE = 35$ กิโลเมตร ดังนั้น $AE^2 = 35^2 = 1,225$ กิโลเมตร

จาก $AC^2 + CE^2 = 15^2 + 30^2 = 225 + 900 = 1,125$ กิโลเมตร

ดังนั้น $AE^2 \neq AC^2 + CE^2$

เนื่องจาก $\triangle ACE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี \overline{AE} เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก และ \overline{AC} กับ \overline{CE} เป็นด้านประกอบมุมฉาก และความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามไม่สอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายเป็น 35 กิโลเมตร

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ใบกิจกรรม
4. สื่อ powerpoint
5. สื่อภาพยนตร์ เรื่อง วันพีซ
6. แบบประเมินตนเอง

กิจกรรมการเรียนรู้

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ขั้นเตรียมความพร้อม (5 นาที)</p> <p>1. ครูทบทวนความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการกำหนดให้ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 4.5 หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 7.5 หน่วย จากนั้นให้นักเรียนทั้งสองช่วยกันระบุนความยาวของด้านประกอบมุมฉากที่เหลือ พร้อมทั้งบอกสาระสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p style="text-align: center;">การนำเสนอประเด็นและดึงดูดความสนใจ (Getting in contact: องค์กรประกอบที่ 1)</p> <p>2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคละความสามารถทางการเรียน ทั้งระดับเก่ง ปานกลาง อ่อน</p> <p>3. ครูใช้เวลาประมาณ 1 – 2 นาที ฉายสื่อภาพยนตร์เรื่อง วันพีซ ซึ่งเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับโจรสลัดที่มีชื่อว่าลูฟี่ เพื่อที่จะดึงความสนใจของนักเรียนสู่บริบทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูกำหนดในตัวอย่างที่ 6.1</p> <p>4. ครูนำเสนอโจทย์ตัวอย่างที่ 6.1 โดยใช้สื่อ powerpoint หลังจากนั้นให้เวลานักเรียนในการอ่านโจทย์ แล้วครูใช้คำถามว่านักเรียนมีความมั่นใจมากน้อยแค่ไหนในการแก้ปัญหาข้อนี้ (inquiring question) เรามีความรู้เพียงพอที่จะใช้ในการแก้ปัญหาแล้วใช่ไหม (tag question)</p>	<p>ขั้นเตรียมความพร้อม (5 นาที)</p> <p>ครูทบทวนความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการกำหนดให้ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 4.5 หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 7.5 หน่วย จากนั้นให้นักเรียนทั้งสองช่วยกันระบุนความยาวของด้านประกอบมุมฉากที่เหลือ พร้อมทั้งบอกสาระสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและตอบคำถามเพื่อสนับสนุนและยืนยันข้อมูลร่วมกัน</p>	
<p>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</p> <p style="text-align: center;">การทำความเข้าใจปัญหา (Locating: องค์ประกอบที่ 2)</p> <p>6. ครูชี้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (inquiring question) จากนั้นเขียนลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 1</p> <p>7. ครูให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยอาจใช้แผนภาพหรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 2 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คนให้ออกมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลบนกระดานพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ</p> <p>8. ครูใช้คำถามว่า สมมติว่าถ้าลูฟี่แล่นเรือตรงไปทางทิศเหนือ จากนั้นจึงเดินทางต่อไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือจะเกิดอะไรขึ้น นักเรียนจะหาระยะทางระหว่างจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดในการเดินทางช่วงแรกนี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (hypothetical question) (ตอบ รูปสามเหลี่ยมที่ได้ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือในกรณีที่ปรับให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ข้อมูลที่มีอยู่ไม่เพียงพอที่จะใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาระยะทางได้) โดยให้เวลานักเรียนคิดประมาณ 5 นาที ระหว่างนี้ครูสังเกตและฟังการโต้ตอบของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนอธิบาย ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ (check-question) และยืนยันความคิดร่วมกัน โดยครูให้คำแนะนำได้เท่าที่จำเป็น</p> <p>9. ครูส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำถามขยาย (Widening question) เมื่อนักเรียนไม่เข้าใจคำถามเชิงสมมติเลย และใช้คำถามสร้างความกระจ่าง (Clarifying question) เมื่อนักเรียน</p>	<p>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</p> <p>1. ครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 6.1 โดยใช้สื่อ powerpoint จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ แล้วเขียนบันทึกในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 1</p> <p>2. ครูให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยอาจใช้แผนภาพหรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 2 จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คนให้ออกมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลบนกระดานพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ</p> <p>3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์นักเรียนทราบระยะทางในการเดินทางแต่ละช่วงแล้วหรือไม่ ถ้านักเรียนจะหาระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุดหมายจะมีวิธีการอย่างไร และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุ</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ต้องการสรุปสาระสำคัญของคำถามเชิงสมมติตามความเข้าใจ ของนักเรียนเอง</p> <p style="text-align: center;">การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Identifying: องค์ประกอบที่ 3)</p> <p>10. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ว่า นักเรียน ทราบระยะทางในการเดินทางแต่ละช่วงแล้วหรือไม่ ถ้านักเรียน จะหาระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุดหมายจะมีวิธีการอย่างไร แล้วระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทาง คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 3 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนจำนวน 2 คนให้ตอบคำถาม พร้อม ทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ (why-question)</p> <p style="text-align: center;">การสนับสนุน (Advocating: องค์ประกอบที่ 4)</p> <p>11. ครูให้เวลานักเรียนแต่ละคนประมาณ 3 นาทีในการหา แนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนแต่ ละคนพูดคุยอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และแนวทางในการ แก้ปัญหากันภายในกลุ่มพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ โดย เน้นใช้คำถามต่อท้ายเพื่อให้สมาชิกกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดง ความคิดเห็น (tag question)</p> <p>12. ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนและสนับสนุนให้ นักเรียนวิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยของแนวทางการแก้ปัญหาแต่ ละวิธี</p> <p>13. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาวิธีการแก้ปัญหาของ กลุ่มที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพมากที่สุด</p> <p style="text-align: center;">การคิดออกเสียง (Thinking aloud: องค์ประกอบที่ 5)</p> <p>14. ครูให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มประมาณ 10 นาที ในการ ดำเนินการแก้ปัญหาตัวอย่างที่ 1 ร่วมกัน ตามแนวทางที่ได้ วิเคราะห์ในองค์ประกอบที่ 4 การสนับสนุน ระหว่างนั้นครูเดิน ดูการทำงานของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกทาง</p>	<p>ข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการ หรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา ลงใน ใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 3 จากนั้น ครูสุ่มนักเรียนจำนวน 2 คนให้ ตอบคำถาม พร้อมทั้งอธิบาย เหตุผลประกอบ</p> <p>4. ครูให้เวลานักเรียน 1 นาที เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา ใน ระหว่างนี้ครูเปิดโอกาสให้ นักเรียนซักถามในประเด็นที่ ตนเองสงสัย จากนั้นครูใช้การ ถาม-ตอบเพื่อสรุปแผนที่จะใช้ใน การแก้ปัญหาร่วมกัน</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกัน ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ วางไว้ในกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 4 โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อกระตุ้น ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้ นักเรียนซักถามในสิ่งที่นักเรียนไม่ เข้าใจ เพื่อปรับให้เกิดความเข้าใจ ที่ตรงกัน</p> <p>6. ครูและนักเรียนร่วมกัน ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้อง และสอดคล้องกับเงื่อนไขของ สถานการณ์ปัญหาหรือไม่ แล้ว</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p>(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ความคิด แนวคิด และความรู้สึกลักษณะดำเนินการแก้ปัญหา ร่วมกันกับเพื่อน</p> <p style="text-align: center;">การกล่าวซ้ำ (Reformulating: องค์ประกอบที่ 6)</p> <p>15. ครูให้นักเรียนเขียนขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาด้วย ภาษาของตนเอง ลงในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 4</p> <p>16. ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบลงในใบกิจกรรม ที่ 6.1 ข้อ 5 โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีก ครั้ง พิจารณาเงื่อนไขและแนวคิดสำคัญของบริบทหรือ สถานการณ์ปัญหา เพื่อตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าตอบคำถาม ของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ รวมถึงตรวจสอบข้อผิดพลาดที่ อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา</p> <p>17. ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบขั้นตอนหรือวิธีการ แก้ปัญหาที่เขียนกับสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งอาจตรวจสอบเป็นคู่หรือ ร่วมกันตรวจสอบทั้งกลุ่ม</p> <p>18. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มมานำเสนอข้อสรุปของสิ่งที่ได้กระทำ หรือขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา และให้นักเรียนนำเสนอวิธีการ แก้ปัญหาที่แตกต่าง (ถ้ามี)</p> <p>19. ครูใช้คำถามทวนสิ่งที่นักเรียนได้กระทำหรือขั้นตอนวิธี ในการแก้ปัญหาอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าสิ่งที่ครูเข้าใจนั้น ถูกต้องตรงกับสิ่งที่นักเรียนนำเสนอ (check-question) หรือครูสุ่มนักเรียนคนอื่นเพื่อสรุปสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอ</p> <p style="text-align: center;">การทำทาย (Challenging: องค์ประกอบที่ 7)</p> <p>20. ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์ใหม่ที่มีความซับซ้อนมาก ขึ้น (hypothetical question) โดยยกตัวอย่างที่ 6.2 จากนั้น ให้เวลานักเรียนประมาณ 10 นาทีในการแก้ปัญหาและเขียนลง ในใบกิจกรรมที่ 6.2 ระหว่างนี้ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาและคอยให้</p>	<p>เขียนบันทึกในใบกิจกรรมที่ 6.1 ข้อ 5</p> <p>7. ครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 6.2 จากนั้นให้เวลานักเรียนใน การแก้ปัญหาประมาณ 20 นาที โดยใช้ใบกิจกรรมที่ 6.2 ใน ระหว่างนี้ ครูเดินดูการทำงาน ของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียน ไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นหรือให้ คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p>8. ครูสุ่มนักเรียนออกมา นำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครู และนักเรียนที่เหลือร่วมกัน ตรวจสอบลำดับขั้นตอนของ วิธีการแก้ปัญหา และความถูกต้อง ของคำตอบ</p> <p>9. ครูใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการ หรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการ แก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมา นำเสนอเพื่อแสดงวิธีการคิดและ การแก้ปัญหาของตนเอง</p>

<p style="text-align: center;">กลุ่มทดลอง</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ)</p>	<p style="text-align: center;">กลุ่มควบคุม</p> <p style="text-align: center;">(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>คำแนะนำเท่าที่จำเป็น</p> <p>21. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 6.2 หน้าชั้นเรียน ระหว่างนั้นให้นักเรียนที่เหลือตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนนำเสนอ หากมีประเด็นที่ต้องแก้ไขหรือเพิ่มเติม ครูและนักเรียนจะร่วมกันปรับให้ถูกต้อง</p> <p>22. ครูสอบถามนักเรียนว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาอีกหรือไม่ และให้นักเรียนนำเสนอวิธีการที่แตกต่าง (ถ้ามี) แล้วให้นักเรียนทุกคนร่วมกันเปรียบเทียบจุดเด่น-จุดด้อย รวมทั้งช่วยกันระบุมติการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด</p>	
<p>ขั้นสรุป (5 นาที)</p> <p>องค์ประกอบที่ 8 การประเมิน (Evaluating)</p> <p>1. ครูพูดชมเชยผลงานของนักเรียนและแจกแบบประเมินตนเองให้นักเรียนประเมินความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และความพึงพอใจในการทำงานกลุ่ม</p> <p>2. ครูให้นักเรียนระบุความคล้ายคลึงและความแตกต่างในการแก้ปัญหาดูตัวอย่างที่ 7.1 และ 7.2 (ใช้ความรู้เรื่องอัตราเร็วและการวัดเหมือนกัน แต่ตัวอย่างที่ 7.1 เน้นการวัดระยะทางขณะที่ตัวอย่าง 7.2 เน้นการวัดเวลา) และแจกแบบทดสอบท้ายคาบให้นักเรียนเติมคำในช่องว่าง</p> <p>3. ครูมอบหมายการบ้านให้นักเรียนสร้างโจทย์ที่อาศัยความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยเขียนลงในกระดาษรายงานหรือกระดาษเอสี่และไม่ต้องลงชื่อ กำหนดส่งในวันถัดไป</p>	<p>ขั้นสรุป (5 นาที)</p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความรู้/วิธีการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามาจากบทเรียน</p> <p>2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย</p> <p>3. ครูมอบหมายการบ้านให้นักเรียนสร้างโจทย์ที่อาศัยความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยเขียนลงในกระดาษรายงานหรือกระดาษเอสี่และไม่ต้องลงชื่อ กำหนดส่งในวันถัดไป</p>

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัดผล	วิธีวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ด้านความรู้				
นักเรียนสามารถใช้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสใน การแก้ปัญหาได้	1. สังเกตจาก การตอบคำถาม ในชั้นเรียน 2. ตรวจสอบ จากใบกิจกรรม 3. ตรวจสอบ จากแบบฝึกหัด	การถาม-ตอบ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของ ทั้งหมดตอบคำถามได้ ถูกต้องถือว่าผ่าน นักเรียนร้อยละ 70 ของ ทั้งหมดตอบคำถามในใบ กิจกรรมได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน นักเรียนร้อยละ 70 ของ ทั้งหมดทำแบบฝึกหัดได้ ถูกต้องถือว่าผ่าน	
ด้านทักษะและกระบวนการ				
1. ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์เพื่อสื่อ ความหมายในขั้นตอน ดำเนินการแก้ปัญหาที่ เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบท พีทาโกรัสได้อย่าง ถูกต้อง	1. ตรวจสอบ จากใบกิจกรรม 2. ตรวจสอบ จากแบบฝึกหัด	ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของ ทั้งหมดใช้ภาษาสัญลักษณ์ ในการดำเนินการ แก้ปัญหาได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน นักเรียนร้อยละ 70 ของ ทั้งหมดใช้ภาษาสัญลักษณ์ ในการดำเนินการ แก้ปัญหาได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน	

สิ่งที่ต้องการวัดผล	วิธีวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
2. เชื่อมโยงความรู้เรื่อง ความเร็วและการวัด มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้	สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	การถาม-ตอบ	นักเรียนที่เป็นตัวแทนสามารถใช้ความรู้เรื่องความเร็วมาช่วยในการแก้ปัญหาได้	
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์				
1. นักเรียนทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย	การสังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	บันทึกผลการจัดการเรียนรู้	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อยถือว่าผ่าน	
2. นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการเข้าชั้นเรียน	การสังเกต	บันทึกผลการจัดการเรียนรู้	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดเข้าชั้นเรียนตรงเวลาถือว่าผ่าน	

บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาหรืออุปสรรคในการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ลงชื่อ

(นางสาวปภัชญา เสม)

ผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 6.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ลูฟี่ออกเดินทางไปยังชมสมบัติที่ซ่อนในป่าลึกแห่งหนึ่ง จากจุดเริ่มต้น ลูฟี่แล่นเรือตรงไปทางทิศเหนือโดยใช้ความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที จากนั้นลูฟี่ใช้วิธีการเดินเท้าตรงไปทางทิศตะวันออกอีก 12 กิโลเมตรด้วยความเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วจึงหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที จากนั้นจึงออกเดินทางตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ ใช้ระยะเวลา 1.5 ชั่วโมง เป็นระยะทางอีก 5 กิโลเมตร จึงจะเจอสมบัติ อยากทราบว่าแท้จริงแล้วชมสมบัติอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่เมตร



1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้นักเรียนระบุสิ่งที่คิดว่าสำคัญในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

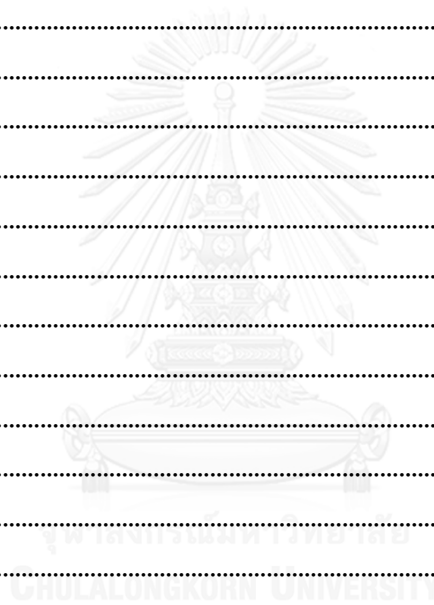
.....

4. จงระบุความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....
.....
.....

5. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

.....
.....
.....



6. นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....
.....
.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ลูฟี่ออกเดินทางไปยังชุมสมบัติที่ซ่อนในป่าลึกแห่งหนึ่ง...จากจุดเริ่มต้น...ลูฟี่แล่นเรือตรงไปทางทิศเหนือโดยใช้ความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที จากนั้นลูฟี่ใช้วิธีการเดินเท้าตรงไปทางทิศตะวันออกอีก 12 กิโลเมตรด้วยความเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง...แล้วจึงหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที...จากนั้นจึงออกเดินทางตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ ใช้ระยะเวลา 1.5 ชั่วโมง เป็นระยะทางอีก 5 กิโลเมตร...จึงจะเจอสมบัติ...อยากทราบว่าแท้จริงแล้วชุมสมบัติอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่เมตร



1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

เดินตรงไปทางทิศเหนือโดยใช้ความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที จากนั้นไปทางทิศตะวันออกอีก 12 กิโลเมตร ด้วยความเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที และออกเดินทางตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ ใช้ระยะเวลา 1.5 ชั่วโมง เป็นระยะทางอีก 5 กิโลเมตร

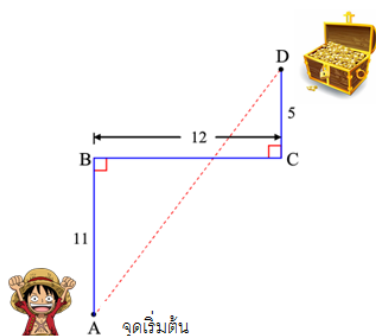
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงชุมสมบัติ

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้นักเรียนระบุสิ่งที่คิดว่าสำคัญในการแก้ปัญหา

เดินตรงไปทางทิศเหนือโดยใช้ความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที จากนั้นไปทางทิศตะวันออกอีก 12 กิโลเมตร และขึ้นไปทางทิศเหนือเป็นระยะทางอีก 5 กิโลเมตร

3. จงแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล



กำหนดให้จุด A แทนจุดเริ่มต้น

AB แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางทิศเหนือ

เนื่องจากเดินทางด้วยความเร็ว 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 15 นาที ($\frac{1}{4}$ ชั่วโมง) ดังนั้นระยะห่างจาก

จุดเริ่มต้นไปทางทิศเหนือคิดเป็น $44 \times \frac{1}{4} = 11$ กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจากจุด B ไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจากจุด C ไปทางทิศเหนือ 5 กิโลเมตร

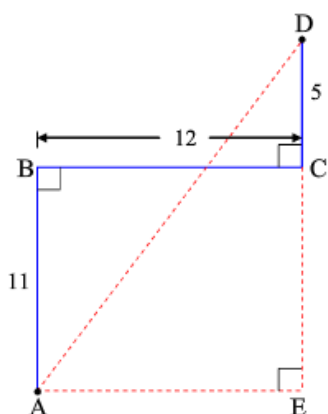
AD แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงชุมสมบัติ

4. จงระบุความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

ความเร็ว, การวัด (การเปลี่ยนหน่วย), ทฤษฎีบทพีทาโกรัส, การแก้สมการ

5. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ต่อ \overline{DC} ไปทางจุด C พบเส้นตรงที่ลากจากจุด A ขนานกับ \overline{BC} จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี \hat{AED} เป็นมุมฉาก



จากภาพ จะได้ว่า $DE = DC + CE = DC + BA =$

$$5 + 11 = 16$$

$$\text{และ } AE = BC = 12$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$AD^2 = DE^2 + AE^2$$

$$= 12^2 + 16^2$$

$$= 144 + 256$$

$$= 400$$

$$AD^2 = 20 \times 20 = (-20) \times (-20)$$

$$\text{ดังนั้น } AD = 20 \text{ หรือ } -20$$

จาก AD เป็นระยะทาง ซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้น $AD = 20$

เนื่องจาก 1 กิโลเมตร = 1,000 เมตร

ดังนั้น ชุมสมบัติอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 20 กิโลเมตร หรือคิดเป็น 20,000 เมตร

6. นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล เนื่องจากสามารถตอบคำถามในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และจากการพิจารณาขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหาพบว่าข้อมูลต่าง ๆ สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ระบุมาให้ และสามารถคำนวณได้ถูกต้องทุกขั้นตอน รวมทั้งการที่เลือกคำตอบที่มีค่าเป็นบวกนั้น สอดคล้องกับการที่คำตอบเป็นข้อมูลแสดงระยะทางซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ

ใบกิจกรรมที่ 6.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์คันหนึ่งใช้ระยะเวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ก่อนจะเปลี่ยนทิศทางโดยเลี้ยวซ้ายตรงไปทางทิศเหนือด้วยความเร็วที่ลดลงเหลือเพียง 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นระยะทาง 24 กิโลเมตร แล้วจึงจอดพักรถ 10 นาที และในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปทางทิศตะวันออกคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวซ้ายเพื่อเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตร จึงถึงที่หมาย

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายคิดเป็น 35 กิโลเมตร จงแสดงวิธีคิดพร้อมทั้งให้เหตุผล

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้นักเรียนระบุสิ่งที่คิดว่าสำคัญในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 6.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์คันหนึ่งใช้ระยะเวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ก่อนจะเปลี่ยนทิศทางโดยเลี้ยวซ้ายตรงไปทางทิศเหนือด้วยความเร็วที่ลดลงเหลือเพียง 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นระยะทาง 24 กิโลเมตร แล้วจึงจอดพักรถ 10 นาที และในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปทางทิศตะวันออกคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวซ้ายเพื่อเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตรจึงถึงที่หมาย..... จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายคิดเป็น 35 กิโลเมตร จงแสดงวิธีคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์ใช้เวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เปลี่ยนทิศทางไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นระยะทาง 24 กิโลเมตร แล้วจึงจอดพักรถ 10 นาที

ในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปทางทิศตะวันออกคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวซ้ายเพื่อเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตรจึงถึงที่หมาย

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

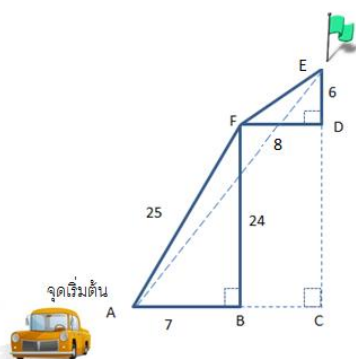
เป็นไปได้หรือไม่ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายคิดเป็น 35 กิโลเมตร

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้นักเรียนระบุสิ่งที่คิดว่าสำคัญในการแก้ปัญหา

ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์ใช้เวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วเปลี่ยนทิศทางไปทางทิศเหนือคิดเป็นระยะทาง

ในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตรจึงถึงที่หมาย

3. จงแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล



กำหนดให้ A แทนจุดเริ่มต้น

สำหรับการเดินทางในช่วงแรก

AB แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นไปทางตะวันออก

เนื่องจากเดินทางด้วยความเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลา 5 นาที ($\frac{1}{12}$ ชั่วโมง) ดังนั้น

ระยะห่างจากจุดเริ่มต้น ไปทางทิศเหนือคิดเป็น

$$84 \times \frac{1}{12} = 7 \text{ กิโลเมตร}$$

BF แทนระยะห่างจากจุด B ไปทางทิศเหนือ 24 กิโลเมตร

สำหรับการเดินทางในช่วงที่สอง

FD แทนระยะห่างจากจุด F ไปทางทิศตะวันออก 6 กิโลเมตร

DE แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงที่หมาย

4. จงระบุความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

ความเร็ว, การวัด (การเปลี่ยนหน่วย), ทฤษฎีบทพีทาโกรัส, การแก้สมการ

5. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACE จะได้ว่า $AC = 7 + 8 = 15$ กิโลเมตร และ $CE = 24 + 6 = 30$ กิโลเมตร

สมมติให้ $AE = 35$ กิโลเมตร ดังนั้น $AE^2 = 35^2 = 1,225$ กิโลเมตร

จาก $AC^2 + CE^2 = 15^2 + 30^2 = 225 + 900 = 1,125$ กิโลเมตร

ดังนั้น $AE^2 \neq AC^2 + CE^2$

เนื่องจาก $\triangle ACE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี \overline{AE} เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก และ \overline{AC} กับ \overline{CE} เป็นด้านประกอบมุมฉาก และความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามไม่สอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายเป็น 35 กิโลเมตร

6. นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล เนื่องจากสามารถตอบคำถามในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และจากการพิจารณาขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหาพบว่าข้อมูลต่าง ๆ สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ระบุมาให้และสามารถคำนวณได้ถูกต้องทุกขั้นตอน รวมทั้งการที่เลือกคำตอบที่มีค่าเป็นบวกนั้น สอดคล้องกับการที่คำตอบเป็นข้อมูลแสดงระยะทางซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ



แบบประเมินตนเอง คาบที่ 6

ชื่อ..... ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วใส่เครื่องหมาย ✓ ในช่องที่ตรงกับความรู้สึกของตนเองมากที่สุด

ด้านความรู้ที่ได้รับ	น้อย	ปานกลาง	มาก
1. ฉันเข้าใจที่มาของการดำเนินการในแต่ละขั้นตอน			
2. ฉันสามารถใช้กฎ กติกา และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณได้อย่างถูกต้อง			
ด้านความพึงพอใจในการทำงานกลุ่ม	น้อย	ปานกลาง	มาก
1. สมาชิกในกลุ่มให้ความร่วมมือในการทำงาน			
2. สมาชิกในกลุ่มรับฟังความคิดเห็นของฉัน			
3. ฉันทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างมีความสุข			
4. ฉันรู้สึกพึงพอใจกับผลงานของกลุ่ม			

ความคิดเห็นอื่น ๆ / ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบทดสอบ

ชื่อ..... ชั้น เลขที่

โดยเฉลี่ยใน 1 นาที จิ้งจอกตัวหนึ่งสามารถกระโดดเคลื่อนที่ได้ 30 เมตร ถ้าจิ้งจอกเริ่มกระโดดไปข้างหน้า 12 วินาที และกระโดดไปทางซ้าย วินาที แล้วจึงหยุด จะพบว่าระยะทางจากจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายอยู่ห่างกัน เมตร

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างใบกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ประกอบการศึกษาพัฒนาการของ
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบกิจกรรมที่ 2.1

ชื่อ..... ชั้น เลขที่

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



บริษัท A ผลิตกล่องนมทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร กว้าง 4.5 เซนติเมตร และสูง 6 เซนติเมตร และติดหลอดดูดชนิดพับงอ



ได้แนบกับกล่องด้านที่มีพื้นที่น้อยที่สุดตามแนวเส้นทแยงมุม โดยไม่ให้หลอดดูดยาวพ้นกล่อง ซึ่งหลอดดูดส่วนที่พับงอมีความยาวเป็น $\frac{1}{3}$ ของความยาวหลอดดูดก่อนจะถึงส่วนที่พับงอ และออกแบบผลิตภัณฑ์ให้ผู้บริโภคต้องดึงด้านบนของกล่องขึ้นมาก่อนเจาะหลอดดูด ส่งผลให้ตำแหน่งที่เจาะหลอดดูดที่แท้จริงอยู่สูงจากพื้นกล่อง 7 เซนติเมตร จงหาความยาวทั้งหมดของหลอดดูด

1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

.....

2. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



บริษัทแห่งหนึ่งต้องการพัฒนาบรรจุภัณฑ์กล่องนมทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ทันสมัยมากยิ่งขึ้น จึงต้องการปรับรูปแบบกล่องนมทั้งขนาดของกล่องและหลอดดูด โดยโรงงาน A และ โรงงาน B ร่วมออกแบบและยื่นซองประมูลดังนี้

โรงงาน	รูปแบบผลิตภัณฑ์	ต้นทุนการผลิต
โรงงาน A 	<ul style="list-style-type: none"> - ออกแบบกล่องนม มีความยาว 10 เซนติเมตร กว้าง 4.5 เซนติเมตร และสูง 6 เซนติเมตร - ติดหลอดดูดชนิดพับงอได้แนบกับกล่อง ด้านที่มีพื้นที่น้อยที่สุดตามแนวเส้นทแยงมุม โดยไม่ให้หลอดดูดยาวพ้นกล่อง ซึ่งหลอดดูดส่วนที่พับงอมีความยาวเป็น 1 ใน 3 ของความยาวหลอดดูดก่อนจะถึงส่วนที่พับงอ 	<ul style="list-style-type: none"> - ผลิตน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10,000 กล่องต่อวัน คิดราคากล่องละ 2.50 บาท - ผลิตมากกว่า 10,000 กล่องต่อวัน คิดราคากล่องละ 2 บาท - หลอดดูดแบบพับงอได้คิดราคา เซนติเมตรละ 0.10 บาท
โรงงาน B 	<ul style="list-style-type: none"> - ออกแบบกล่องนม มีความยาว 5 เซนติเมตร ความกว้าง 3.5 เซนติเมตร ความสูง 12 เซนติเมตร - ติดหลอดดูดชนิดตรงแนบกับกล่องด้านที่มีพื้นที่มากที่สุดตามแนวเส้นทแยงมุมโดยไม่ให้หลอดดูดยาวพ้นกล่อง 	<ul style="list-style-type: none"> - ผลิตน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5,000 กล่องต่อวัน คิดราคากล่องละ 2.50 บาท - ผลิตมากกว่า 5,000 กล่องต่อวัน คิดราคากล่องละ 2.25 บาท - หลอดดูดชนิดตรงคิดราคา เซนติเมตรละ 0.10 บาท

ถ้าบริษัทนี้ต้องการผลิตนมกล่องให้ได้วันละ 8,000 กล่อง และสามารถเลือกลงทุนได้เพียงโรงงานเดียวเท่านั้น จงหาว่าบริษัทนี้ควรเลือกลงทุนกับโรงงานใดจึงจะมีต้นทุนการผลิตต่ำที่สุด

1. สิ่งที่ต้องพิจารณาให้มื่อะไรบ้าง

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

2. จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา



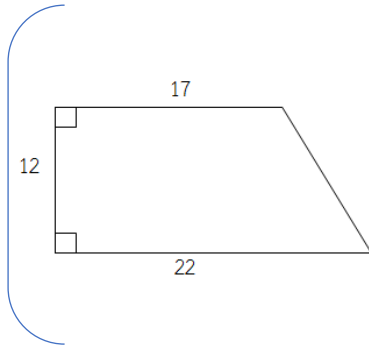
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

5. นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

ใบกิจกรรมที่ 4.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



จากรูป ถ้าต้องการปรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูปมากกว่าหรือเท่ากับ 100 หน่วย โดยใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาดเท่า ๆ กันมาประกอบเพิ่มเติม จงหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปและจำนวนน้อยที่สุดที่จำเป็นต้องใช้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ



1. สิ่งที่ต้องกำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จงเขียนแสดงแนวคิดในการปรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาดเท่า ๆ กันมาประกอบเพิ่มเติม

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

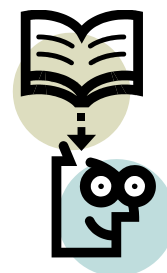
.....

ใบกิจกรรมที่ 5.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 200 ตารางหน่วย และความยาวของด้านยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง ต้องการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจำนวน 4 รูป โดยที่แต่ละรูปมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาวเท่ากัน จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูปเท่ากันทุกประการและหาความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จงแสดงแนวคิดในการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

.....

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

.....

4. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 6.2

ชื่อ..... ชั้น เลขที่

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ในการเดินทางช่วงแรก รถยนต์คันหนึ่งใช้ระยะเวลา 5 นาที ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นตรงไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 84 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ก่อนจะเปลี่ยนทิศทางโดยเลี้ยวซ้ายตรงไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็วที่ลดลงเหลือเพียง 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คิดเป็นระยะทาง 24 กิโลเมตร แล้วจึงจอดพักรถ 10 นาที และในการเดินทางช่วงที่สอง รถยนต์คันเดิมเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งคงที่ตลอดเส้นทาง โดยไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือคิดเป็นระยะทาง 8 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวซ้ายเพื่อเคลื่อนที่ตรงไปทางทิศเหนืออีก 6 กิโลเมตรจึงถึงที่หมาย

นาย ก และ นาย ข วิเคราะห์การเดินทางของรถยนต์คันนี้ พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นว่า



นาย ก: ที่จริงแล้วระยะห่างจากจุดเริ่มต้นจนถึงที่หมายคือ 35 กิโลเมตร



นาย ข : ถ้ารถยนต์ออกเดินทางตั้งแต่ 7.00 น. น่าจะถึงที่หมายก่อนเวลา 7.50 น.

จากสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนคิดว่าข้อสรุปของใครถูกต้อง เพราะเหตุใด

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

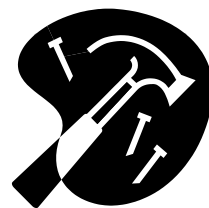
.....

ใบกิจกรรมที่ 8.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ช่างไฟฟ้าต้องการปีนขึ้นไปซ่อมหม้อแปลงไฟฟ้า จึงใช้บันไดยาว 15 เมตร พาดไว้บนกำแพงสูง 10 เมตร หลังจากปีนขึ้นไปได้ระยะทาง $\frac{1}{3}$ ของความยาวบันได ช่างไฟฟ้าได้ทำตะปูตกลงมาในแนวตั้ง ซึ่งขณะนั้นบันไดอยู่สูงจากพื้นดิน 2 เมตร จากนั้นจึงปีนต่อไปอีกและได้ทำไขควงตกลงมาในแนวตั้ง โดยตำแหน่งของไขควงบนพื้นอยู่ห่างจากกำแพง 3 เมตร ถ้าตำแหน่งที่ไขควงตกลงมาอยู่สูงจากพื้นดินในแนวตั้ง 10 เมตร โดยช่างไฟฟ้าตัดสินใจปีนกลับลงมาเพื่อเก็บตะปูและไขควงที่ทำหล่นไว้บนพื้น



จงหาระยะทางทั้งหมดที่ช่างไฟฟ้าปีนลงมาเก็บตะปูและไขควงจนกระทั่งปีนกลับขึ้นไปยังตำแหน่งเดิม



1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

.....

2. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 11.1

ชื่อ..... นามสกุล ชั้น เลขที่

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABD มี $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ โดยที่ \overline{AC} ยาว 12 หน่วย และ \overline{BD} ยาว 40 หน่วย ซึ่งรูปสามเหลี่ยม ACD มีความยาวด้าน \overline{CD} น้อยกว่า \overline{AD} อยู่ 2 หน่วย รูปสามเหลี่ยม ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1. สิ่ง โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 11.2

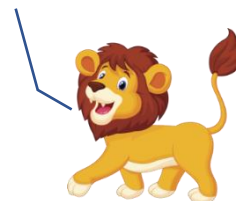
ชื่อ.....นามสกุล ชั้น เลขที่

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด



ฝูงม้าลายของเรากำลังอพยพไปตามแนวทุ่งหญ้าเพื่อ
แสวงหาแหล่งอาหารใหม่ เราออกเดินทางไปทางทิศเหนือ 20 ไมล์
แล้วเดินไปทางทิศตะวันตก 2 ไมล์ แล้วอพยพต่อไปทางทิศเหนืออีก
20 ไมล์ แล้วเดินไปทางทิศตะวันออก 11 ไมล์ จึงหยุดพัก ณ แหล่ง
อาหารแห่งที่หนึ่ง แต่เรากลับพบว่าไม่มีอาหารหลงเหลืออยู่แล้ว
เมื่อเราได้พักผ่อนเหนื่อย เรายังตัดสินใจที่จะออกเดินทางต่อไปยัง
แหล่งอาหารแห่งที่สอง ซึ่งเวลาทั้งหมดที่เราใช้ตั้งแต่เริ่มต้น

เราคือสิงโตเจ้าป่า เราเฝ้ามองการอพยพของฝูงม้าลาย
และตัดสินใจติดตามไปจากจุดเริ่มต้นเดียวกันโดยใช้เส้นทางลัดคิด
เป็นระยะทาง 41 ไมล์ เราออกเดินทางด้วยอัตราเร็ว 20 ไมล์ต่อ
ชั่วโมง หลังจากม้าลายเริ่มออกเดินทางจากจุดเริ่มต้นไปแล้ว 5
นาที



จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดเส้นทางลัดที่สิงโตใช้เป็นเส้นทางที่สั้นที่สุดและพิจารณาว่าสิงโต
จะเดินทางไปทันก่อนที่ฝูงม้าลายจะเริ่มออกเดินทางไปยังแหล่งอาหารแห่งที่ 2 หรือไม่ อย่างไร

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 12.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

เกษตรกรมีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมคางหมูซึ่งมีด้านหนึ่งติดกับแม่น้ำเจ้าพระยา ส่งผลให้ด้านที่ขนานกันตั้งฉากกับแม่น้ำเจ้าพระยาทั้ง 2 ด้าน และมีความยาวด้านละ 28 วา และ 40 วา ถ้าต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้ออกเป็น 2 ส่วน คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หากเกษตรกรใช้ลวดหนามล้อมรั้วและแบ่งที่ดิน (ไม่รวมด้านที่ติดแม่น้ำเจ้าพระยา) ไปทั้งสิ้น 104 วา นักเรียนคิดว่าเกษตรกรคนนี้สามารถแบ่งที่ดินได้ตามที่ต้องการหรือไม่ เมื่อกำหนดให้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่แบ่งได้คือ 96 ตารางวา



เอ... ตาแบ่ง
ที่ดินถูกหรือ

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงระบุข้อมูลสำคัญ ความรู้ หลักการหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 12.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

นายแดงยืนอยู่บนอาคาร A และนายดำยืนอยู่บนอาคาร B ซึ่งสูงเป็น 2 เท่าของอาคาร A โดยอาคารทั้ง 2 แห่งมีความสูงรวมกัน 36 เมตร และตั้งอยู่ริมถนนในตำแหน่งตรงข้ามกัน ทั้งสองคนใช้เชือกวัดระยะทางเป็นเส้นตรงไปยังจุดที่ปักหมุดบนพื้นถนน ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

การวัดระยะทางจากมุมบนของอาคารไปยังตำแหน่งที่ปักหมุดบนพื้นถนน พบว่า ระยะจากมุมบนของอาคารที่นายแดงวัดได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของที่ นายดำวัดได้ 2 เมตร และมีระยะทางรวมกัน 41 เมตร

การวัดระยะทางจากฐานของอาคารไปยังตำแหน่งที่ปักหมุดบนพื้นถนน พบว่า หมุดอยู่ใกล้อาคาร A มากกว่าอาคาร B 1 เมตร ขณะที่ถนนมีความกว้าง 19 เมตร



ถ้าชาวบ้านคาดว่าพื้นถนนมีลักษณะเป็นแอ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดน้ำท่วมขัง จึงได้ทำการทดลองข้างต้น จงอธิบายว่าข้อคาดการณ์ของชาวบ้านถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

.....

.....

2. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ซ
ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 27 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล หลังเรียน	12.97	34	2.316	.397
ก่อนเรียน	9.68	34	3.780	.648

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
เหตุผล หลังเรียน - ก่อนเรียน	3.294	3.912	.671	1.929	4.659	4.91	33	.000

จากตารางที่ 27 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 12.97 และ 9.68 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.316 และ 3.780 ตามลำดับ และจากการทดสอบที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 33} = 1.69$ พบว่า $t = 4.91$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 28 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 36 คะแนน)

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร หลังเรียน	17.76	34	4.193	.719
ก่อนเรียน	5.50	34	2.465	.423

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
สื่อสาร หลังเรียน - ก่อนเรียน	12.264	4.494	.771	10.696	13.833	15.91	33	.000

จากตารางที่ 28 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 17.76 และ 5.50 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.193 และ 2.465 ตามลำดับ และจากการทดสอบที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 33} = 1.69$ พบว่า $t = 15.91$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

Group Statistics

room	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล ทดลอง	12.97	34	2.316	.397
ควบคุม	7.35	34	2.751	.472

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
เหตุผล	Equal Variances assumed	.959	.331	9.11	66	.000	5.618	.617	4.386	6.849
	Equal Variances not assumed			9.11	64.134	.000	5.618	.617	4.386	6.850

จากตารางที่ 29 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.97 และ 7.35 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.316 และ 2.751 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F-Test) เท่ากับ .959 และ Sig. เท่ากับ .331 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) แสดงว่า มีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t-test แบบ Equal Variances assumed และจากการทดสอบค่าที (t - test) ที่ $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 66} = 1.67$ พบว่า

$t = 9.11$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็มฉบับละ 36 คะแนน)

Group Statistics

room	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร ทดลอง	17.76	34	4.193	.719
ควบคุม	14.65	34	3.113	.534

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
สื่อสาร	Equal Variances assumed	1.291	.260	3.48	66	.001	3.118	.896	1.330	4.906
	Equal Variances not assumed			3.48	60.902	.001	3.118	.896	1.327	4.908

จากตารางที่ 30 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.76 และ 14.65 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.193 และ 3.113 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ 1.291 และ Sig. เท่ากับ .260 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) แสดงว่า มีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t - test แบบ Equal Variances assumed และจากการทดสอบค่าที (t - test) ที่ $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 66} = 1.67$ พบว่า $t = 3.48$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวปภัชญา เสมมา เกิดเมื่อวันที่ 5 มิถุนายน พ.ศ. 2535 ที่จังหวัดสมุทรสาคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง จากสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี การศึกษา 2556 และในปีการศึกษา 2557 ได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ภายใต้โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์ (สควค.)

