ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด
ร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล
และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวเพาพงา วังเวชช์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS WITH FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Phaophanga Wangwech

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2016
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวเพาพงา วังเวชช์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

เพาพงา วังเวชช์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS WITH FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. จงกล ทำสวน, 252 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 กลุ่ม คือ นักเรียนกลุ่มทดลอง 49 คน และกลุ่มควบคุม 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2559

5783406927 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS / FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

PHAOPHANGA WANGWECH: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING THE PROBLEM SOLVING MODEL OF METACOGNITIVE PROCESS WITH FOUR CORNERS AND A DIAMOND GRAPHIC ORGANIZERS ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: JONGKOL THAMSUAN, Ed.D., 252 pp.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning ability of the students learning by using an organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers between, before and after learning, 2) to compare mathematical communication ability of the students learning by using an organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers between, before and after learning, 3) to compare mathematical reasoning ability of students between experimental group and control group, 4) to compare mathematical communication ability of students between experimental group and control group, and 5) to study the mathematical reasoning and communication abilities of students learning by using an organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers. The subjects were eighth grade students. There were 49 students in the experimental group and 50 students in the control group. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans focusing on the organizing learning activities using the problem solving model of metacognitive process and Four Corners and a Diamond Graphic Organizers and conventional plans. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, and t-test. The results of the study revealed that:

1) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 2) the mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance, 3) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance, 4) the mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance, and 5) the mathematical reasoning and communication abilities of students in the experimental group were developed in positive direction.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Department: Curriculum and Instruction
Field of Study: Mathematics Education
Academic Year: 2016

Student's Signature .....
Advisor's Signature .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาสละเวลา ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ครบถ้วน ผู้วิจัยมีความซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง และขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ด้วยความเคารพอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครู และนักเรียนโรงเรียนวิเชียรมาตุเป็นอย่างยิ่ง ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอกราบขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครู และนักเรียนโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูลเป็นอย่างยิ่งที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ และเพื่อนๆ ทุกท่านที่ให้กำลังใจและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และน้องชายที่ให้ความรักความอบอุ่น คอยเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา ทั้งยังให้การสนับสนุนการศึกษามาโดยตลอดจนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ฎ
สารบัญภาพ ..... ฑ
บทที่ 1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
คำถามการวิจัย 8
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 8
สมมติฐานของการวิจัย 9
ขอบเขตของการวิจัย 13
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 13
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย 19
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 20
1. การรู้คิด 21
1.1 ความหมายของการรู้คิด 21
1.2 องค์ประกอบของการรู้คิด 22
1.3 การพัฒนาการรู้คิด 28
2. โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด 30
3. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers 41
3.1 แนวคิดในการจัดทำ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers 41

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

3.2 ประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers 46
4. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 48
4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 48
4.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 51
4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 54
4.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 58
5. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 68
5.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 68
5.2 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 70
5.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 73
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 81
6.1 งานวิจัยต่างประเทศ 81
6.2 งานวิจัยในประเทศ 86
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 94
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 94
2. การออกแบบการวิจัย 95
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 96
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 96
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 97
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 105
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 113
5.1 การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ 113
5.2 การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ 115

หน้า

6. การวิเคราะห์ข้อมูล 116
6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 116
6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 117
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 117
7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด 117
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 119
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 120
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 121
1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง 121
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง 121
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 122
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 122
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 123
1. ข้อมูลทั่วไป 123
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 125
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 132
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 142
สรุปผลการวิจัย 146

หน้า

อภิปรายผลการวิจัย 147
รายการอ้างอิง 157
ภาคผนวก 169
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 170
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย 172
ภาคผนวก ค โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 180
ภาคผนวก ง ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ 185
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 192
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 197
ภาคผนวก ช ตัวอย่างใบกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้ 229
ภาคผนวก ซ ผลการทดสอบทางสถิติของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 242
ภาคผนวก ฌ ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 245
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 252

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 แสดงแบบแผนการทดลอง 95

ตารางที่ 2 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 99

ตารางที่ 3 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 100

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 106

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 110

ตารางที่ 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง 121

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง 121

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 122

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 122

ตารางที่ 10 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) 181

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) 181

ตารางที่ 12 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) 182

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) 182

ตารางที่ 14 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)..... 183

ตารางที่ 15 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)..... 183

ตารางที่ 16 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน) 184

ตารางที่ 17 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)..... 184

ตารางที่ 18 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง 186

ตารางที่ 19 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง..... 187

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง 188

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง..... 189

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง) 190

ตารางที่ 23 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)..... 190

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง) 191

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)..... 191

ตารางที่ 26 ผลการทดสอบความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระหว่างนักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/3 243

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 27 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง 246

ตารางที่ 28 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง 247

ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 248

ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม 250

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 แผนภาพแสดงระยะของกระบวนการรู้คิดในโมเดลการแก้ปัญหา 39

ภาพที่ 2 Four-Square Writing Graphic Organizers (Gould and Gould)..... 41

ภาพที่ 3 Four-Square Writing Graphic Organizers (Gould, Jira, and Elementary)..... 42

ภาพที่ 4 ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Zollman. 2009a, 2009b, 2012)..... 43

ภาพที่ 5 Four Corners and a Diamond Graphic Organizers (Limond. 2012) 45

ภาพที่ 6 กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 93

ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ช หน้า 231) 126

ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ช หน้า 232)..... 127

ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ช หน้า 236)..... 129

ภาพที่ 10 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ใบกิจกรรมที่ 9.1 ภาคผนวก ช หน้า 238)..... 129

ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)..... 131

ภาพที่ 12 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 ใบกิจกรรมที่ 13.2 ภาคผนวก ช หน้า 241)..... 131

ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.1 ภาคผนวก ช หน้า 230)..... 134

ภาพที่ 14 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ช หน้า 232)..... 134

ภาพที่ 15 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 4.1 ภาคผนวก ช หน้า 233)..... 135

ภาพที่ 16 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ช หน้า 234)..... 136

ภาพที่ 17 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.1 ภาคผนวก ช หน้า 237)..... 137

ภาพที่ 18 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.1 ภาคผนวก ช หน้า 235)..... 137

ภาพที่ 19 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ช หน้า 239)..... 139

ภาพที่ 20 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)..... 139

ภาพที่ 21 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)..... 140

ภาพที่ 22 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ช หน้า 239)..... 141

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างมากต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ เนื่องจากมนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาการต่าง ๆ เหล่านี้ และใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งลักษณะการคิดดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 56; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555ข: 1)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญ และในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่ก็มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555ก: 1) สอดคล้องกับผลการทดสอบวัดความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประเทศ และผลการประเมินในระดับนานาชาติของนักเรียนไทย

ในระดับประเทศ สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2559) ได้จัดการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-Net) ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบวัดความรู้ความคิดของนักเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยจะนำผลการทดสอบไปใช้เป็นองค์ประกอบหนึ่งในการจบการศึกษาตามหลักสูตร ปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนในโรงเรียน และใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชาติ ทั้งนี้ในรายงานผลการทดสอบพบว่าภาพรวมของผลการทดสอบในปีการศึกษา 2558 คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศของนักเรียนเกือบทุกวิชามีคะแนนสูงกว่าปีการศึกษา 2557 แต่ก็ยังพบว่าคะแนนเฉลี่ยของทุกวิชาไม่ถึงร้อยละ 50 โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ย 37.63 คะแนน โดยสาระที่มี

คะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดคือสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ 26.59 คะแนน

สำหรับการประเมินในระดับนานาชาติ โครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนไทยเทียบกับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study: TIMSS) เป็นโครงการที่สมาคมนานาชาติจัดขึ้นเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งจะประเมินทั้งด้านเนื้อหา (Content Domain) และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive Domain) 3 ด้าน คือ ความรู้ (Knowing) การประยุกต์ใช้ความรู้ (Applying) และการใช้เหตุผล (Reasoning) รวมทั้งกระบวนการคิดที่นักเรียนใช้ในการเรียนรู้เนื้อหานั้น ๆ ผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่าง ค.ศ.2007 - ค.ศ.2011 พบว่าประเทศไทยมีคะแนนลดลง และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยด้านพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นรายด้านพบว่า ด้านความรู้มีคะแนนเฉลี่ย 423 คะแนน ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้มีคะแนนเฉลี่ย 428 คะแนน และด้านการใช้เหตุผลมีคะแนนเฉลี่ย 429 คะแนน ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ระดับต่ำ (สสวท., 2556)

นอกจากนี้ โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง โดยจะเน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ซึ่งจะประเมินสมรรถนะหรือการรู้เรื่อง (Literacy) ใน 3 ด้าน ได้แก่ การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) โดยเฉพาะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้องมีและสามารถใช้สมรรถนะที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทั้งการทำใหม่ (Reproduction) การเชื่อมโยง (Connection) และการสะท้อนและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Reflection and Communication) โดยผลการประเมินคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยใน PISA 2012 พบว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD หรือคะแนนมาตรฐาน (สสวท., 2557)

จากผลการทดสอบ O-Net และผลการประเมินของโครงการ TIMSS และโครงการ PISA สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ไม่เพียงพอ ขาดทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสาร และคุณภาพของการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนของประเทศไทยที่ควรพัฒนา ดังนั้นครูจึงต้องพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนควบคู่ไปกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถของบุคคลในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

ให้เกิดประโยชน์และเป็นเครื่องมือของนักเรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่ามากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 94) ซึ่งสอดคล้องกับข้อเสนอแนะในหนังสือตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กล่าวว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องจัดการเรียนการสอนให้มีความสมดุลกันระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (สสวท., 2555ก: 3)

การแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM, 1980: 2) ซึ่งเป็นทักษะที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) ให้ความสำคัญ และได้กำหนดอยู่ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Zollman, 2009b: 4) รวมทั้งกระทรวงศึกษาธิการ (2551) ก็ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาอยู่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้เช่นกัน โดยการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญมาก และมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 39) ดังนั้นการที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การให้เหตุผลและการสื่อสารจึงเป็นทักษะที่สำคัญที่ครูจะต้องพัฒนาให้กับนักเรียน

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (สสวท., 2555ก: 39) การให้เหตุผลจึงเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993: 58-60) นอกจากนี้การสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผล เป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจดจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจจะมีความสามารถในการปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้ และสามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม รวมทั้งทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และสามารถค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง (สสวท., 2547: 1-2) สำหรับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบาย และแสดงเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูอย่างอิสระ ให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยาย และใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ และเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับเนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอด

การเรียนการสอน (Rowan and Morrow, 1993: 16-18; Malloy, 1999: 13; วรนารถ อยู่สุข, 2555: 41; สุดารัตน์ ภิรมราชย์, 2555: 39)

นอกจากการส่งเสริมให้นักเรียนมีการให้เหตุผลในขณะที่แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว การสื่อสารถือเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย เนื่องจากในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนักเรียนจะต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบแล้ว นักเรียนยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เช่น การนำเสนอข้อความคาดการณ์ การอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา หรือการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ ซึ่งต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอด้วย (สสวท., 2555ข: 79) ซึ่งการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสารนั้นผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะเดียวกันผู้รับสารจะต้องทำความเข้าใจและคิดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียนด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 57) สำหรับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองด้วยการพูดและการเขียนทั้งหน้าชั้นเรียนและภายในกลุ่ม โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น นอกจากนี้ครูควรลดบทบาทในการพูดให้น้อยลงเพื่อให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกันมากขึ้น (Thurber, 1976: 514-534; Rowan and Morrow, 1993: 9-11; กรมวิชาการ, 2545: 198-199)

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา และสามารถพัฒนาได้โดยผ่านการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางที่จะนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2554: 39) ได้กล่าวว่าผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของจันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554: 2-3) ที่กล่าวว่าการสอนให้นักเรียนรู้จักควบคุม ตรวจสอบ และประเมินความคิดของตนเองให้ดำเนินไปอย่างถูกต้องครบถ้วนทุกขั้นตอนเป็นเรื่องที่จะต้องสอนควบคู่ไปกับการสอนให้นักเรียนคิดเป็นด้วย หากนักเรียนคิดเป็นเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถควบคุม ตรวจสอบ และประเมินความคิดของตนเองแล้ว ก็ยากที่จะทำงานนั้นให้ประสบความสำเร็จได้ และสอดคล้องกับคำกล่าวของวิชัย พาณิชย์สวย (2546: 88) ที่กล่าวว่าการที่บุคคลจะระลึกรู้ว่าตนเอง

รู้อะไร ยังไม่รู้ในสิ่งใด และสามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้ เป็นความสามารถที่เรียกว่า การรู้คิด (Metacognition) หากนักเรียนใช้กระบวนการรู้คิดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะทำให้สามารถระลึกรู้ คือ มีสติอยู่เสมอและรู้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร เมื่อตัดสินใจเลือกวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบได้แล้วก็จะมีการควบคุมและตรวจสอบความคิดของตนเองให้ดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ท้ายที่สุดเมื่อได้คำตอบแล้วก็จะทำการพิจารณาคำตอบอย่างรอบคอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ และสอดคล้องกับคำตอบที่ได้คาดการณ์ไว้ก่อนหน้านั้นหรือไม่ ดังนั้นการรู้คิดจึงจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากจะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่ตนเองคิด มีการวางแผนการแก้ปัญหา เลือกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และควบคุม ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเองได้ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และประยุกต์ใช้กระบวนการนี้ในการทำงานหรือการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

จากการศึกษางานวิจัยของ Yimer and Ellerton (2010: 245-261) พบว่าโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด (The Problem Solving Model of Metacognitive Process) เป็นรูปแบบการเรียนการสอนแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการสะท้อน ประเมิน กำกับและตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเองในแต่ละระยะของการแก้ปัญหา ซึ่งช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา โดยโมเดลนี้นักเรียนสามารถย้อนกลับไประยะก่อนหน้าได้ ในกรณีที่ไม่เข้าใจหรือไม่สามารถหาแนวทางในการดำเนินการในระยะนั้น ๆ ได้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะเผชิญกับปัญหา และทำความเข้าใจปัญหา

ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) เป็นระยะสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ

ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนและตรวจสอบการดำเนินการตามแผน

ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation) เป็นระยะตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา

ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization) เป็นระยะที่สะท้อนให้เห็นถึงระดับความคุ้นเคย และประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันพบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เฉพาะโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคยที่ใช้การดำเนินการเพียงขั้นตอนเดียวในการแก้ปัญหา เมื่อเจอโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนที่ต้องใช้การวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของโจทย์เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีหาคำตอบ

Chulalongkorn University

นักเรียนจะไม่สามารถทำได้ นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่ทราบว่าจะหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร และนักเรียนไม่ชอบเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา (นุตริยา จิตตารมย์, 2548: 2-3; ประจบ แสงสีบับ, 2556: 1-2) ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการถูกจำกัดกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาตามหนังสือเรียน เช่น หนังสือเรียนจะประกอบด้วยตัวอย่างโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งอธิบายและแสดงวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนไว้ ถ้าโจทย์ปัญหาที่นักเรียนได้รับมอบหมายให้ทำมีวิธีการแก้ปัญหาเป็นไปตามตัวอย่างนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ แต่หากโจทย์ปัญหาพลิกแพลงจากตัวอย่างนักเรียนจะไม่สามารถหาแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ (รำไพ ไชยชาติ, 2549: 12) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Zollman (2009a: 223, 2012: 52) ที่กล่าวว่าความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนจะแตกต่างกัน และมักจะไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน นักเรียนบางคนอาจจะเริ่มจากการระบุหน่วยที่ใช้สำหรับคำตอบ หรือนักเรียนบางคนอาจจะเริ่มจากการเขียนวิธีการหาคำตอบที่เป็นไปได้ บ่อยครั้งนักเรียนจึงเกิดความผิดพลาดในการแก้ปัญหาตามขั้นตอน เนื่องจากนักเรียนถูกจำกัดกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา ดังนั้นสิ่งหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้นคือการส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง มีกระบวนการคิดที่ยืดหยุ่นและเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

จากการศึกษางานวิจัยของ Limond (2012: 31-42) พบว่า Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่ปรับมาจากแนวคิดของ Zollman (2009a, 2009b, 2012) เป็นเครื่องมือ (Tool) สำหรับบันทึกกระบวนการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการจัดระบบความคิดของตนเอง วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล มีกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่น และสื่อสารความคิดของตนเองอย่างมีเหตุมีผล เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล และย้อนกลับไปทบทวนกระบวนการคิดของตนเองได้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งนี้นักเรียนสามารถบันทึกกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในส่วนใดก่อนก็ได้ โดยมีรายละเอียดในแต่ละส่วน ดังนี้

ส่วนการเขียนใจความสำคัญ (Main Idea) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบด้วยภาษาของตนเอง

ส่วนการเชื่อมโยง (Connections) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา (ในกรณีที่เป็นโจทย์ปัญหาประยุกต์ ให้นักเรียนระบุความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง) และนักเรียนเคยแก้สถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่

ส่วนการระดมความคิด (Brainstorm) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา

ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา (Solve) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนแสดงการดำเนินการในการแก้ปัญหาตามลำดับขั้น

ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (Write) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลประกอบในการหาคำตอบในแต่ละขั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นที่น่าสนใจว่า หากผสมผสานโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นั้นจะเริ่มจากการนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนจัดระบบความคิด เชื่อมโยงข้อมูล วิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ประเมินสถานการณ์ปัญหา ระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหาและความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในระยะนี้น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในระยะต่อมาครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ก่อนหน้าแล้วเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา จากนั้นระดมความคิดแล้วคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา สะท้อนความเป็นไปได้ของการเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขหรือการคาดการณ์ นำข้อมูลมาเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบการคาดการณ์และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา ซึ่งในระยะนี้น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ต่อมาจึงเป็นระยะที่ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสำรวจลักษณะสำคัญของแผน ประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งในระยะนี้น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ จากนั้นครูให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบคำตอบว่าตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ก่อนหน้าเพื่อประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหาและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ตรวจสอบคำตอบเพื่อประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา และตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหา จากนั้นจึงเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้น เพื่อเป็นการกำกับและตรวจสอบกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง ซึ่งในระยะนี้น่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล และพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ และในระยะสุดท้ายครูให้นักเรียนร่วมอภิปรายวิธีการแก้ปัญหา ระบุลักษณะสำคัญ

จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ระบุแก่นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ความมั่นใจและระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยการดำเนินการในแต่ละระยะนักเรียนจะต้องบันทึกกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ซึ่งน่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

สมมติฐานของการวิจัย

Mevarech and Kramarski (2003: 449-471) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้การรู้คิดกับการใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลของการฝึกใช้การรู้คิดกับการใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) เปรียบเทียบผลในระยะยาวของวิธีการทั้งสองแบบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งใช้ระยะเวลาในการศึกษาจำนวน 2 ปี คือ ในปีแรกทำการศึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 122 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิต และศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ในปีต่อมาเมื่อนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเดิมเลื่อนชั้นเป็นเกรด 9 จึงทำการทดสอบอีกครั้งโดยใช้วิธีการทดสอบแบบเดียวกับในปีแรก ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้การรู้คิดมีการอธิบายให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การแสดงตัวแทนทางพีชคณิตของสถานการณ์ และแก้ปัญหาทางพีชคณิตได้ดีกว่านักเรียนที่ใช้ตัวอย่างงาน จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

Kramarski and Mevarech (2003: 281-310) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือและการฝึกใช้การรู้คิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 384 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มมีวิธีการสอนดังนี้ กลุ่มที่ 1 เรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้การรู้คิด (COOP+META) กลุ่มที่ 2 เรียนรู้แบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้การรู้คิด (IND+META) กลุ่มที่ 3 เรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) กลุ่มที่ 4 เรียนรู้แบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND) ผลการศึกษาพบว่านักเรียนกลุ่มที่ 1 มีประสิทธิภาพในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนกลุ่มอื่น รวมทั้งมีการแปลความกราฟและการอธิบายทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายกว่านักเรียนกลุ่มอื่น นอกจากนี้นักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้การรู้คิดทั้งสองกลุ่มมีประสิทธิภาพในการสร้างกราฟจากภาระงานและมีความรู้ในการรู้คิดมากกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับ

การฝึกใช้การรู้คิด จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

มัณฑนา พรมรักษ์ (2556: 1-172) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถใน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอวัง จำนวน 108 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาและนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ในขั้นของโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญามีการส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายสิ่งตนเองรู้และเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ เขียนแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน และมีการใช้เหตุผลในการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

Wright (2010: 1-50) ได้ศึกษากลยุทธ์ที่พัฒนาทักษะการถอดความ แปลความ และการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยทำการศึกษากับนักเรียนหญิง 2 คน ที่เรียนอยู่คนละโรงเรียนกัน และเรียนอยู่คนละชั้นกัน ดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ผังกราฟิก 3 ประเภท คือ ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Four Corners and a Diamond Math Graphic Organizer), ผังกราฟิก Guided Problem Solving และผังกราฟิก SOLVE แล้วสัมภาษณ์ความรู้สึกของนักเรียนหลังจากใช้ผังกราฟิกทั้ง 3 ประเภท พบว่าผังกราฟิกที่ดีที่สุดคือผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำสั่งในผังมีความชัดเจนโดยไม่ต้องมีคำอธิบายเพิ่มเติมว่าต้องเขียนข้อมูลอะไรลงในผัง และไม่มีคำถามนำใด ๆ ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนข้อมูลในแต่ละส่วนตามที่นักเรียนต้องการ ทั้งนี้การใช้ผังกราฟิกในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมให้นักเรียนมีการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ เขียนสื่อสารกระบวนการคิดของตนเอง คิดคำนวณเพื่อแก้ปัญหา และสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

Zollman (2012: 50-59) ได้ศึกษาผลของการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Four Corners and a Diamond Math Graphic Organizer) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนใน 5 สาระ คือ พีชคณิต เรขาคณิต ความน่าจะเป็น สถิติ และการวัด ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 186 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนทั้งในด้านความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้เชิงกลยุทธ์ และการอธิบาย นอกจากนี้ยังพบว่าการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ วิธีการ การคิด และการเขียนอย่างมาก เป็นเครื่องมือการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ และประสิทธิผลสำหรับนักเรียนในทุกระดับ ซึ่งโดยปกตินักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะไม่แสดงการแก้ปัญหาใด ๆ นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางมีการเขียนตอบอย่างไม่เป็นระบบ และนักเรียนที่มีความสามารถสูงไม่มีการเขียนขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา แต่หลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนโดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนที่มีความสามารถต่ำมีการเขียนวิธีการแก้ปัญหาในบางส่วน นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางมีการจัดระบบกลวิธีการคิดของตนเอง และนักเรียนที่มีความสามารถสูงมีวิธีการเขียนที่มีประสิทธิภาพ มีความคุ้นเคยในการเขียนตอบมากขึ้น และสื่อสารความคิดของตนเองได้อย่างมีเหตุผล ทั้งนี้ในการจัดการเรียนการสอนมีการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ถูกบันทึกไว้ และวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และส่งเสริมให้นักเรียนสื่อสารกระบวนการคิดตัดสินใจของตนเองได้อย่างชัดเจนโดยผ่านการเขียน รูปภาพ แผนภาพ และเขียนตามลำดับขั้น จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

Odegaard (2015: 1-85) ได้ศึกษาผลของการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้แบบร่วมมือ และการเขียนสะท้อนที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากลยุทธ์ที่พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรขาคณิตขั้นสูงของนักเรียนเกรด 8 ดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ท้าทายจำนวน 2 ปัญหา โดยปัญหาแรกให้นักเรียนการแก้ปัญหาโดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ และปัญหาที่สองให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการเขียนสะท้อน ผลการศึกษาพบว่าทั้งสามกลยุทธ์ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จมากขึ้นในการแก้ปัญหา และมีความมั่นใจในความสามารถการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น ทั้งนี้ผังกราฟิกเป็นเครื่องมือการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนจัดระบบความคิดของตนเอง จำแนกประเภทของข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา เห็นข้อมูลที่ขาดหาย และเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปราย อธิบาย และแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดในเชิงลึก และเห็นวิธีการแก้ปัญหาของ

นักเรียนคนอื่น และการเขียนสะท้อนช่วยสร้างโอกาสให้กับนักเรียนในการคิดในเชิงลึกเกี่ยวกับปัญหา กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ที่แตกต่างกันได้ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553: 1-165) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 2 กลุ่ม เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์จำนวน 32 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เอกสารสรุปมโนทัศน์เน้นให้นักเรียนดำเนินการสรุปมโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและด้วยภาษาของตนเอง ใช้การเขียนแผนภาพ การยกตัวอย่างประกอบเหตุผล ซึ่งมีความเกี่ยวโยงกับขั้นตอนการใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่ต้องการให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอน จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

จากงานวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้อง ที่ศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด หมายถึง รูปแบบการเรียนการสอนแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Yimer and Ellerton (2010: 245-261) ที่เน้นให้นักเรียนมีการสะท้อน ประเมิน กำกับ และตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเองในแต่ละระยะของการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา โดยโมเดลนี้นักเรียนสามารถย้อนกลับไประยะก่อนหน้าได้ ในกรณีที่ไม่เข้าใจหรือไม่สามารถหาแนวทางในการดำเนินการในระยะนั้น ๆ ได้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะเผชิญกับปัญหา และทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การทำความเข้าใจปัญหา โดยเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา วิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

1.2 การประเมินสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ว่าเคยหรือจดจำการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ประเมินระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และประเมินความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) เป็นระยะสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ ประกอบด้วย

2.1 การสำรวจปัญหา โดยเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา คาดการณ์แนวที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากการสังเกตรูปแบบเฉพาะหรือประสบการณ์ที่มีอยู่ก่อนหน้า และสะท้อนความเป็นไปได้ของการสำรวจปัญหาหรือการคาดการณ์ดังกล่าว

2.2 การสร้างแผนการแก้ปัญหา โดยนำข้อมูลที่ได้จากระยะก่อนหน้ามาวางแผนกลยุทธ์เพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหาโดยพิจารณาลักษณะสำคัญของปัญหา

ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการ ประกอบด้วย

3.1 การสำรวจลักษณะสำคัญของแผน (ในกรณีที่มีความจำเป็นอาจจะกำหนดแผนย่อยขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้) และประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา

3.2 การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน โดยดำเนินการคำนวณหรือวิเคราะห์ตามแผน และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา

ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation) เป็นระยะตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.1 การอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

4.2 การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาดังกล่าว

ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization) เป็นระยะที่สะท้อนให้เห็นถึงระดับความคุ้นเคยและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

5.1 การระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

5.2 การระบุแก่นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ความมั่นใจและระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่

2. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers หมายถึง เครื่องมือ (Tool) สำหรับบันทึกกระบวนการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการจัดระบบความคิดของตนเอง วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล มีกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่น และสื่อสารความคิดของตนเองอย่างมีเหตุมีผล เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล และย้อนกลับไปทบทวนกระบวนการคิดของตนเองได้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งนี้นักเรียนสามารถบันทึกกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในส่วนใดก่อนก็ได้ ซึ่งผู้วิจัยใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ตามแนวคิดของ Limond (2012: 31-42) ที่ปรับมาจากแนวคิดของ Zollman (2009a, 2009b, 2012) โดยมีรายละเอียดในแต่ละส่วน ดังนี้

ส่วนการเขียนใจความสำคัญ (Main Idea) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบด้วยภาษาของตนเอง

ส่วนการเชื่อมโยง (Connections) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา (ในกรณีที่เป็นโจทย์ปัญหาประยุกต์ ให้นักเรียนระบุความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง) และนักเรียนเคยแก้สถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่

ส่วนการระดมความคิด (Brainstorm) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา

ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา (Solve) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนแสดงการดำเนินการในการแก้ปัญหาตามลำดับขั้น

ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (Write) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลประกอบในการหาคำตอบในแต่ละขั้น

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีการสะท้อน ประเมิน กำกับ และตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเองในแต่ละระยะของการแก้ปัญหา โดยใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เป็น

Chulalongkorn University

เครื่องมือในการบันทึกกระบวนการแก้ปัญหาเหล่านั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการจัดระบบความคิดของตนเอง เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล เห็นความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล มีกระบวนการคิดการแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่น สื่อสารความคิดของตนเองอย่างมีเหตุมีผลด้วยการเขียนและนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ร่วมอภิปราย ระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา หาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยใช้การสนทนา ซักถาม เกม ยกตัวอย่างสถานการณ์และอภิปรายร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนและกระตุ้นความสนใจ หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูต้องทบทวนความรู้ให้กับนักเรียนก่อน

3.2 ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดตามแนวคิดของ Yimer and Ellerton (2010: 245-261) ร่วมกับการใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ตามแนวคิดของ Limond (2012: 31-42) เข้าไปเสริมหรือใช้ร่วมในบางระยะของโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด โดยบันทึกกระบวนการแก้ปัญหาเหล่านั้นลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง ประกอบด้วย

1.1 การเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา วิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

1.2 การประเมินสถานการณ์ปัญหา ระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และประเมินความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงเพื่อสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการระดมความคิด ประกอบด้วย

2.1 การเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และสะท้อนความเป็นไปได้ของการสำรวจสถานการณ์ปัญหาหรือการคาดการณ์

2.2 การเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา

ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิด เพื่อประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการ โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

3.1 การสำรวจลักษณะสำคัญของแผน และประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา

3.2 การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ตามลำดับขั้น และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา

ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation) เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิดและส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา แล้วเขียนผลการตัดสินและสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบลงในส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.1 การอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

4.2 การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาดังกล่าว

ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization) เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิด ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาและส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา เพื่อสะท้อนระดับความคุ้นเคยและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

5.1 การร่วมอภิปรายวิธีการแก้ปัญหา ระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

5.2 การระบุแก่นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ความมั่นใจและระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่

3.3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนร่วมกันสรุปภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหาทั้งในด้านเนื้อหา และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหา และมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและแสดงข้อสรุปของข้อมูลพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข : 177) และวรนารถ อยู่สุข (2555: 78) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

5.1 ความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

5.2 ความสามารถด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนข้อสรุปพร้อมทั้งแสดงข้อมูลเพื่อยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูล นำเสนอและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 80-81) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

6.1 ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

6.2 ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

6.3 ความสามารถด้านการนำเสนอ เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ข้อค้นพบที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์และแนวทางต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับนักวิจัยรุ่นต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้ประกอบการวิจัย ดังนี้

1. การรู้คิด
    1.1 ความหมายของการรู้คิด
    1.2 องค์ประกอบของการรู้คิด
    1.3 การพัฒนาการรู้คิด
2. โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด
3. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers
    3.1 แนวคิดในการจัดทำ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers
    3.2 ประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers
4. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
5. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    5.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    5.2 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    5.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    6.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    6.2 งานวิจัยในประเทศ

โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. การรู้คิด

1.1 ความหมายของการรู้คิด

การรู้คิดเป็นแนวคิดทางจิตวิทยาการเรียนรู้ซึ่งมีชื่อเรียกที่แตกต่างกัน เช่น เมตาคอกนิชัน ความรู้ทางอภิปัญญา การคิดอภิมาน การกำกับทางปัญญา การรู้คิด เป็นต้น สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เลือกใช้คำว่า “การรู้คิด (Metacognition)” ซึ่งจากการศึกษาความหมายของการรู้คิดจากเอกสารและงานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการรู้คิดไว้หลายท่าน ดังนี้

Flavell (1979: 906-911) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความสามารถทางการคิดที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดและสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตนเอง ซึ่งอาจปรากฏเป็นความรู้ หรือเป็นกิจกรรมทางการคิดที่มีเป้าหมายมีทิศทาง

Garofalo and Lester (1985: 164) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความเกี่ยวข้องกันในการเลือกและวางแผนการดำเนินการ และตรวจสอบการดำเนินการดังกล่าว

Cross and Paris (1988: 131) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความรู้และการควบคุมความคิดของตนเองที่มีต่อกระบวนคิดและกิจกรรมการเรียนรู้

O’Neil and Abedi (1996: 235) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นการตระหนักรู้และตรวจสอบตนเองเป็นระยะ ไม่ว่าจะเป็นการตรวจสอบเป้าหมาย การเลือกและการใช้กลยุทธ์ที่แตกต่างกัน

Yunus and Ali (2008: 121) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความสามารถของบุคคลในการสะท้อน และควบคุมความเข้าใจในการเรียนรู้ของของตนเอง

Ozsoy and Ataman (2009: 69) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นการตระหนักรู้ของบุคคลเกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเองและความสามารถในการควบคุมกระบวนการคิด

จรุง ขำพงศ์ (2542: 10) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นการที่บุคคลมีความรู้ความเข้าใจในกระบวนการคิดของตน สามารถที่จะควบคุมและตรวจสอบการคิดและผลที่เกิดจากการคิดของตนเองอย่างมีเป้าหมายและมีทิศทาง ซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการการวางแผน การกำกับ และการประเมิน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ทำให้การคิดมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 168) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นการควบคุมและการประเมินความคิดของตนเอง เป็นการที่บุคคลรู้ถึงความคิดของตนเองในการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือประเมินการคิดของตนเองและใช้ความรู้นั้นในการควบคุมหรือปรับการกระทำของตนเอง ซึ่งครอบคลุมถึงการวางแผน การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554: 15) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความสามารถของบุคคลในการรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเอง และสามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการในการวางแผน การควบคุมตรวจสอบ และการประเมินผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข: 213) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกกลยุทธ์ในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มัณฑนา พรมรักษ์ (2556: 16) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นกระบวนการทางความคิดของบุคคล ซึ่งในระหว่างการคิดเกิดกระบวนการรับรู้ว่าตนกำลังคิดสิ่งใดอยู่ รวมทั้งมีการวางแผนและทบทวนกระบวนการคิดทั้งหมดอย่างเป็นระบบ

ชนิสรา เรืองนุ่น (2556: 16) ได้กล่าวว่า การรู้คิดเป็นความสามารถของบุคคลในการควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง โดยมีการวางแผน ทบทวนความคิดของตนเองอย่างมีลำดับขั้นตอน และถ่ายทอดความคิดออกมาเป็นการพูดหรือการกระทำ เพื่อให้การแก้ปัญหาต่าง ๆ ประสบความสำเร็จ

จากความหมายของการรู้คิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การรู้คิด หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการตระหนักรู้ถึงกระบวนการคิดของตนเอง และสามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดของตนเองอย่างมีเป้าหมายและมีทิศทาง ซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการในการวางแผน การกำกับ และการประเมินผลอย่างเป็นระบบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.2 องค์ประกอบของการรู้คิด

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการรู้คิดไว้ ดังนี้

Flavell (1979: 906-911) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในการรู้คิด (Metacognitive Knowledge) เป็นส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร ความรู้ในการรู้คิดประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นหรือความเชื่อในเรื่องของตัวแปรหรือองค์ประกอบที่มีต่อกิจกรรมการคิด ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ตัวแปร

1.1 ตัวแปรด้านบุคคล (Person Variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลมีเกี่ยวกับลักษณะของบุคคลในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้ หรือในการทำงาน รู้ถึงความถนัดและความสามารถของบุคคล รู้ว่าบุคคลมีลักษณะอย่างไรจึงจะทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

1.2 ตัวแปรด้านงาน (Task Variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่จะทำว่ามีความยากง่ายอย่างไร รู้ว่าสิ่งใดที่จะทำให้งานนั้นยาก สิ่งใดจะทำให้งานนั้นง่าย รวมไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานที่อาจจะเกิดขึ้น

1.3 ตัวแปรด้านกลยุทธ์ (Strategy Variables) หมายถึง ความรู้ที่บุคคลมีเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่เหมาะสมที่จะใช้ในการทำงานนั้น เป็นการรู้ว่ากลยุทธ์ใดจะช่วยให้การทำงานบรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ และทำให้เกิดความก้าวหน้า

2. ประสบการณ์ในการรู้คิด (Metacognitive experiences) เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญต่อการควบคุมตนเอง (Self - regulation) ในกิจกรรมทางการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิดจนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ โดยประสบการณ์ในการรู้คิด มี 3 องค์ประกอบย่อย ซึ่งทั้งหมดเป็นกิจกรรมทางการคิด คือ

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไร เริ่มตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การกำกับ (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด การคิดพิจารณาความเหมาะสม และความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกใช้

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผน ประเมินการกำกับตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์

Cross and Paris (1988: 131-142) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านการประเมินตนเองเกี่ยวกับความรู้ในด้านความรู้ความคิด (Self - appraisals of one’s knowledge about cognition) มีอิทธิพลต่อกระบวนการอ่าน รวมถึงการปรับพฤติกรรมการอ่านให้เหมาะสม ประกอบด้วย

1.1 การรู้ลักษณะและสภาพของงาน (Declarative knowledge) กล่าวคือ ผู้อ่านต้องรู้ถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อความเข้าใจในการอ่าน รู้เกี่ยวกับโครงสร้างของบทอ่าน และจุดประสงค์ของการอ่านของตนเอง

1.2 ความรู้ในกระบวนการ (Procedural knowledge) กล่าวคือ ผู้อ่านต้องรู้ว่าตนเองต้องใช้ทักษะใดในการอ่าน และต้องประยุกต์ใช้ทักษะนั้นอย่างไร จึงจะทำให้ตนเองประสบความสำเร็จในการอ่านภาระงานที่ตั้งเป้าหมายไว้

1.3 ความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไข (Conditional knowledge) กล่าวคือ ผู้อ่านต้องเข้าใจเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของกลยุทธ์ในการอ่านแต่ละกลยุทธ์ ต้องรู้ว่าจะใช้กลยุทธ์ดังกล่าวเมื่อใดและเมื่อใดที่ไม่ควรใช้กลยุทธ์ดังกล่าว

2. องค์ประกอบด้านการจัดการความคิดของตนเอง (Self - management of one's thinking) ประกอบด้วย

2.1 การประเมินผล (Evaluation) เป็นการวิเคราะห์ลักษณะงานและประเมินความสามารถของตนเองเพื่อดำเนินกิจกรรมการอ่านในขั้นต่อไป

2.2 การวางแผน (Planning) เป็นการเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในขณะอ่าน

2.3 การควบคุม (Regulation) เป็นการกำกับและกำหนดทิศทางในการดำเนินกิจกรรมการอ่าน

O'Neil and Abedi (1996: 235) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. การวางแผน (Planning) เป็นการกำหนดเป้าหมาย และวางแผนเพื่อให้ประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

2. การตรวจสอบตนเอง (Self - checking) เป็นการตรวจสอบตนเองเพื่อกำกับเป้าหมายให้ประสบความสำเร็จ

3. กลยุทธ์ทางความคิด (Cognitive Strategy) เป็นการที่บุคคลใช้วิธีการทางความคิดและความรู้สึกในการกำกับกิจกรรมทางปัญญาที่อิสระและไม่อิสระของตนเอง

4. การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นกระบวนการรู้ตัวเองด้วยตัวเอง

Baker and Brown (1984 อ้างถึงใน พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544: 157-158) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นการตระหนักรู้ถึงทักษะ กลยุทธ์ แหล่งข้อมูลที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอย่างไร (what to do) องค์ประกอบแรกนี้เป็นเรื่องของการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และความสอดคล้องกับสถานการณ์เรียนรู้ รวมไปถึงแสดงสิ่งที่รู้โดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟัง สรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้ มีวิธีจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่ายขึ้น ตลอดจนการคิดแบบทดสอบ การวางขอบข่าย และการจดบันทึก ความสามารถในการสะท้อนการคิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราว หรือในการคิดแก้ปัญหา เป็นทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีแผน เพราะจะทำให้รู้ว่าในงานนั้น ๆ ไม่ว่าจะเป็นด้านการอ่าน การแก้ปัญหา หรืองานอื่น ๆ จะต้องประกอบด้วยสิ่งใดบ้างที่จะทำให้การทำงานนั้นเกิดประสิทธิภาพ และทำให้สถานการณ์ในการทำงานนั้นมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการกำกับตนเอง (Self - regulation) ในการทำงานเพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จสมบูรณ์นั้น จะต้องรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร (how to do) และเมื่อไร (when to do) องค์ประกอบประการที่สองนี้ เป็นความสามารถในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผนขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลา การใช้ความสามารถที่มีอยู่ และการเปลี่ยนไปใช้วิธีอื่น ๆ เพื่อแก้ปัญหา

Wells (2001: 6-13) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในการรู้คิด แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบย่อย คือ

1.1 ความรู้ในการรู้คิดที่สามารถแสดงออกมาได้อย่างชัดเจน (Explicit Metacognitive Knowledge) คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับจิตใต้สำนึก และสามารถแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดได้

1.2 ความรู้ในการรู้คิดที่ไม่สามารถแสดงออกมาได้อย่างชัดเจน (Implicit Metacognitive Knowledge) คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับจิตใต้สำนึก แต่ไม่สามารถแสดงออกมาเป็นคำพูดได้

2. ประสบการณ์ในการรู้คิดเป็นสิ่งที่สามารถเชื่อมโยงความสับสนทางอารมณ์ด้วยวิธีที่หลากหลายได้

3. กลยุทธ์ควบคุมการรู้คิด คือ คำตอบของบุคคลขณะที่มีการควบคุมกิจกรรมต่าง ๆ ของระบบทางปัญญา

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554: 15) แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความตระหนักในการรู้คิด (Metacognition Awareness) และความรู้ในการรู้คิด (Metacognition Knowledge) ซึ่งมีความหมายคล้ายกันคือความตระหนักรู้ในตนเองว่าจะใช้ทักษะกลยุทธ์ และแหล่งข้อมูลอะไรบ้างที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะทำอย่างไร ซึ่งเป็นการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ เช่น การแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งในการคิดแก้ปัญหาเป็นทักษะที่ทำให้คนทำงานอย่างมีแผน และรู้ว่าควรจะประกอบด้วยสิ่งใดบ้างจึงจะทำให้การทำงานเกิดประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. การกำกับตนเอง (Self - Regulation) และประสบการณ์ในการรู้คิด (Metacognition Experience) ซึ่งมีความหมายคล้ายกันคือความสามารถในการกำกับควบคุมกระบวนการคิดของตนเอง ในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา รวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ มีการประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผน ตรวจสอบทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่ามีความถูกต้องเหมาะหรือไม่ รวมถึงการประเมินการวางแผน การกำกับ

ตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์ ทดสอบวิธีการเปลี่ยนแปลงวิธีการไปใช้กลยุทธ์อื่นเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข: 214-216) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 3 องค์ประกอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ความรู้ เป็นความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการรู้กระบวนการคิดของตนเองในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความรู้ใน 3 ด้าน ดังนี้

1.1 ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ดังนี้

1.1.1 ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ เป็นการรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้านักเรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

1.1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตนเอง เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองว่ามีความรู้ความสามารถในการเรียนรู้หรือปฏิบัติงานมากน้อยเพียงใด เช่น นักเรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

1.2 ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่าง ๆ ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนต้องรู้ว่ามีวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาแบบใดบ้าง เพื่อให้สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานี้ได้

1.3 ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น นักเรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่มีอยู่ วิธีการใดเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ง่ายต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ และเหมาะสมที่สุดกับโจทย์ปัญหา

2. การควบคุมตนเอง เป็นความสามารถของนักเรียนในการควบคุมตนเองให้เรียนรู้หรือปฏิบัติงานได้สำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งประกอบด้วยการควบคุมตนเองใน 3 ด้าน ดังนี้

2.1 การวางแผน เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์และขั้นตอนของการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานให้สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น นักเรียนต้องวิเคราะห์ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องมีขั้นตอนใดบ้าง เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

2.2 การกำกับควบคุม เป็นการตรวจสอบและคิดทบทวนเกี่ยวกับความเหมาะสมและความถูกต้องของวิธีการและขั้นตอนที่เลือกใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

เช่น นักเรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการที่เลือกใช้เหมาะสมและสอดคล้องกับการแก้ปัญหาในเรื่องนั้นหรือไม่

2.3 การประเมิน เป็นการตรวจสอบผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ซึ่งจะทำให้ผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ตามเป้าหมายที่วางไว้ เช่น นักเรียนต้องตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลกับโจทย์ปัญหาหรือไม่

3. ความตระหนักต่อกระบวนการคิด เป็นความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการรู้ปัจจัยจำเป็นที่ทำให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถอธิบายสิ่งที่ตนเองรู้ให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอธิบายเหตุผลใน 3 ด้าน ดังนี้

3.1 การสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเอง นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผล เพื่อสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเองได้อย่างชัดเจน ซึ่งแสดงถึงความมั่นใจว่าสิ่งที่ตนเองคิดนั้นถูกต้อง หลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้งานสำเร็จ

3.2 การยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง ซึ่งแตกต่างจากแนวคิดของตนเอง

3.3 การยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลในการยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด และพร้อมที่จะแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้น หลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้งานผิดพลาด

อาภารัตน์ ผลาวรรณ์ (2556: 22-23) ได้แบ่งองค์ประกอบของการรู้คิดออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ในการรู้คิด (Metacognitive Knowledge) เป็นความรู้ในด้านการคิดที่จะทำให้สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ ตัวแปรด้านบุคคล ตัวแปรด้านงาน และตัวแปรด้านยุทธวิธี

2. ประสบการณ์ในการรู้คิด (Metacognitive Experience) เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมและมีความสำคัญต่อการกำกับตนเองในกิจกรรมการคิด ได้แก่ การวางแผน การกำกับ และการประเมิน

2.1 การวางแผน (Planning) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไรตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การกำกับ (Monitoring) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอน และวิธีการที่เลือกใช้

2.3 การประเมิน (Evaluating) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผนวิธีตรวจสอบและประเมินผลลัพธ์

จากองค์ประกอบของการรู้คิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบของการรู้คิดประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ ความรู้ในการรู้คิด และประสบการณ์ในการรู้คิด

1.3 การพัฒนาการรู้คิด

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการรู้คิดไว้ ดังนี้

Derry and Murphy (1986: 10-13) ได้ใช้กรอบแนวคิดของ Flavall (1979) เสนอวิธีการฝึกการรู้คิด ดังนี้

1. สอนกลยุทธ์การเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อช่วยให้นักเรียนสะสมเป็นความรู้เชิงกลยุทธ์ของตนเอง
2. ฝึกให้นักเรียนตระหนักถึงสิ่งที่ตนเองต้องเรียนรู้
3. ส่งเสริมประสบการณ์ให้มากขึ้นเพื่อนำไปสู่การเรียนรู้
4. ช่วยให้นักเรียนได้สะสมความรู้เกี่ยวกับประโยชน์ของการเรียนรู้กลยุทธ์รวมทั้งโอกาสและวิธีที่จะใช้กลยุทธ์เหล่านั้น

นอกจากนี้ Derry และ Murphy ได้เสนอแนวการฝึกความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดไว้ดังนี้

1. การฝึกให้มีความรู้ในด้านโครงสร้างความรู้ (Schema Knowledge) เป็นพื้นฐานของความเข้าใจในระดับต่อไป และที่สำคัญโครงสร้างของความรู้ยังช่วยจำแนกแนวคิดสำคัญที่ต้องจดจำ ความสามารถที่จะระบุแนวคิดสำคัญได้เป็นทักษะขั้นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการประยุกต์ใช้กลยุทธ์ต่าง ๆ ต่อไป รวมทั้งเป็นศักยภาพพื้นฐานสำหรับการควบคุมระดับสูงและการใช้กลยุทธ์อย่างมีเป้าหมาย
2. การฝึกโดยตรง (Direct Training) เป็นการสอนกลยุทธ์โดยตรง เช่น บอกนักเรียนว่าการจดบันทึก และการถามตอบเป็นสิ่งที่เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนผ่านคอมพิวเตอร์ (CAI) แต่การขีดเส้นใต้หรือการสรุปใจความเป็นกลยุทธ์ที่เหมาะสมกว่าสำหรับการเรียนการสอนโดยใช้หนังสือ
3. MAPS (Metamemory Acquisition Procedures) เป็นการสอนให้นักเรียนประเมินกลยุทธ์ที่ใช้อย่างมีเหตุผล เช่น เมื่อสอนให้นักเรียนใช้กลยุทธ์การสร้างหัวข้อย่อย ๆ ของเนื้อหา (Outlining) จากนั้นให้นักเรียนประเมินโดยเปรียบเทียบผลของการเรียนโดยการใช้กลยุทธ์ดังกล่าว และผลของการเรียนโดยไม่ใช้กลยุทธ์นี้

4. การควบคุมตนเอง (Self – regulation) ในการฝึกการควบคุมตนเองนี้ Derry และ Murphy เสนอให้มีการใช้กลไกการชี้แนะ (Triggering Mechanism) เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถระลึกถึงกลยุทธ์ที่จะช่วยให้งานที่กำลังทำอยู่ประสบความสำเร็จ

Osman and Hannafin (1992: 83-89 อ้างถึงใน จรุง ขำพงศ์, 2542: 15-16) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการรู้คิดไว้ว่าวิธีการฝึกแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบผสมผสาน (Embedded Strategies) และแบบไม่ผูกพัน (Detached Strategies) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. วิธีฝึกแบบผสมผสาน (Embedded Strategies) เป็นวิธีที่บูรณาการกลยุทธ์ต่าง ๆ ความสำคัญและขอบเขตที่จะนำกลยุทธ์เหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในบทเรียน วิธีการนี้แสดงให้เห็นว่ากลยุทธ์สามารถช่วยอำนวยประโยชน์ในการเรียนในสถานการณ์จริง และพยายามทำให้นักเรียนสนใจและมีปฏิสัมพันธ์กับสาระสำคัญของเนื้อหาที่ต้องประมวลเข้าไป

2. วิธีการฝึกแบบไม่ผูกพัน (Detached Strategies) เป็นกลยุทธ์ที่มีความเป็นสากลมากกว่า กลยุทธ์นี้ทำการสอนอย่างเป็นอิสระจากบทเรียนที่เป็นแกน โดยมุ่งหวังว่าจะต้องพัฒนาความสามารถที่จะเลือกใช้กลยุทธ์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง วิธีนี้ช่วยให้เกิดทักษะที่จะเอาไปประยุกต์ใช้ได้กับหลายวิชา

นอกจากนี้ Osman และ Hannafin ได้เสนอหลักการเลือกหรือออกแบบการฝึกการรู้คิดที่เหมาะสมไว้อีกหลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. พึงระวังอย่าให้กลยุทธ์ในการรู้คิดไปแข่งขันกับการทำงานทางกระบวนการคิด นั่นคือ ต้องไม่ให้นักเรียนสูญเสียพลังงานไปกับกลยุทธ์ จนไม่มีพลังเหลือสำหรับงานที่ต้องทำหรือสิ่งที่ต้องเรียน

2. ให้กลยุทธ์ที่ชัดเจนสำหรับผู้เริ่มเรียน และใช้กลยุทธ์ที่ค่อนข้างซับซ้อนสำหรับนักเรียนที่ชำนาญ

3. หากต้องมีการถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่สถานการณ์ที่แตกต่างจากสถานการณ์ที่เรียนรู้ ควรใช้วิธีการฝึกแบบไม่ผูกพัน (Detached Strategies) ประกอบกับการใช้เนื้อหาที่หลากหลาย แต่หากต้องใช้วิธีฝึกแบบผสมผสาน (Embedded Strategies) ก็ให้กำหนดกระบวนการของกลยุทธ์ซึ่งสามารถใช้ได้กับเนื้อหาที่หลากหลาย

4. เพื่อเกิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ข้ามสถานการณ์ได้ ควรมีการเชื่อมโยงข้อมูลทั้งภายในและภายนอกบทเรียน มีการบูรณาการความรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิม และมีการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งหมด

5. ควรมีการเน้นที่มิใช่เพียงแต่ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์ แต่ต้องเน้นวิธีการที่จะสามารถถ่ายโยงกลยุทธ์เหล่านั้นด้วย

6. หากเป็นไปได้ควรมีการกำหนดมาตรฐานและเกณฑ์ที่จะประเมินความเข้าใจด้วย

7. สนับสนุนในด้านตัวชี้แนะภายนอก เพื่อให้นักเรียนสามารถประมวลผลการเรียนและวิธีที่ใช้ในการเรียนได้

8. ควรมีการเน้นตัวแปรส่วนบุคคล ตัวแปรของงานและตัวแปรด้านกลยุทธ์ด้วย

9. กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น อธิบายกระบวนการเรียนรู้ของตนเอง ได้ประเมินผลการเรียนรู้ได้ และให้ผลป้อนกลับซึ่งกันและกัน

10. หลีกเลี่ยงการให้นักเรียนอิงอยู่กับตัวชี้แนะจากภายนอก การกำกับตนเองได้ควรเป็นเป้าหมายสำคัญของการฝึกกลยุทธ์

11. มีการผสมผสานข้อดีของกลยุทธ์ในด้านการถ่ายโยงการเรียนรู้ได้ และในด้านที่จัดกระทำกับเนื้อหาได้โดยตรง

จากการพัฒนาการรู้คิดที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาการรู้คิดไว้หลายประการ ทั้งนี้ครูควรเลือกหรือออกแบบวิธีการฝึกการรู้คิดให้เหมาะสมกับนักเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาที่ใช้ในการเรียนการสอน และให้นักเรียนได้เลือกใช้กลยุทธ์ในการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้

2. โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด

มีนักการศึกษาได้อธิบายเกี่ยวกับโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดไว้แตกต่างกัน ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

Garofalo and Lester (1985: 163-176) ได้เสนอขั้นตอนของการกระบวนการรู้คิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา (Orientation) หมายถึง พฤติกรรมที่มีกลยุทธ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 กลยุทธ์ทำความเข้าใจ

1.2 วิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไข

1.3 ประเมินความคุ้นเคยของงาน

1.4 สร้างตัวแทนในการแก้ปัญหา

1.5 ประเมินระดับความยากและโอกาสที่จะประสบความสำเร็จ

2. การเริ่มต้นกำหนดวิธีแก้ปัญหา (Organization) หมายถึง การวางแผนกำหนดพฤติกรรม และการเลือกปฏิบัติ ประกอบด้วย

2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย

2.2 วางแผนรวม

2.3 วางแผนย่อย

3. การดำเนินการแก้ปัญหา (Execution) หมายถึง พฤติกรรมในการดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย

3.2 กำกับและประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม

3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน และการใช้เวลา

4. การประเมินความถูกต้อง (Verification) หมายถึง การประเมินการตัดสินใจและผลลัพธ์ของการปฏิบัติตามแผน ประกอบด้วย

4.1 ประเมินเป้าหมายในการแก้ปัญหา และประเมินการวางแผนแก้ปัญหา

4.1.1 ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา

4.1.2 ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา

4.1.3 ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม

4.1.4 ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2 ประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

4.2.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2.2 ความสอดคล้องของการดำเนินการกับแผน

4.2.3 ความสอดคล้องของผลลัพธ์แต่ละขั้นกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

4.2.4 ความสอดคล้องของผลลัพธ์สุดท้ายกับเงื่อนไขของปัญหา

Beyer (1987: 192-196) ได้ศึกษากลยุทธ์การรู้คิดในการแก้ปัญหา และได้แบ่งกลยุทธ์การรู้คิดในการแก้ปัญหาออกเป็น 3 กลยุทธ์ย่อย ดังนี้

1. การวางแผนแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หากับประสบการณ์เดิมของผู้แก้ปัญหามากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

1.1 การกำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

1.2 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด

1.3 เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 คาดเดาอุปสรรคหรือข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นและวิธีการแก้ไข เป็นการคาดการณ์สิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.5 คาดเดาวิธีการแก้ไขอุปสรรคหรือข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น เป็นการคาดการณ์วิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นในการแก้ปัญหา

1.6 ประมาณหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยการวิเคราะห์ข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. กำกับการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อมกับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้ปัญหา

2.2 กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1 รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2 ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป

2.2.3 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.4 รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.5 รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3. ประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้วผู้แก้ปัญหาสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้น ๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2 พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3 ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4 ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้ปัญหาแล้ววิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางในการปรับปรุง

3.5 พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ที่ทำให้การแก้ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 164-166) กล่าวถึงการใช้การรู้คิดในการแก้โจทย์ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนได้รู้ถึงกระบวนการคิดของตนเอง คือ รู้ว่าตนเองรู้อะไร ต้องการรู้อะไร และยังไม่รู้อะไร ตลอดจนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในทิศทางที่ถูกต้อง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ฝึกการวางแผน ประกอบด้วย

1.1 ฝึกการวิเคราะห์เป้าหมาย โดยให้บอกสิ่งที่โจทย์กำหนด บอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา บอกคำหรือข้อความสำคัญ และบอกเป้าหมายของการโจทย์ปัญหานั้น

1.2 ฝึกการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เป็นการเสนอยุทธวิธีต่าง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ แล้วตัดสินใจเลือกยุทธวิธีที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ซึ่งยุทธวิธีต่าง ๆ มีดังนี้

1.2.1 ยุทธวิธีคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and test) เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นคาดเดาหรือคะเนคำตอบของปัญหาแล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องในการเดาครั้งแรก ๆ ซึ่งการเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นใกล้เคียงกับคำตอบให้มากที่สุด

1.2.2 ยุทธวิธีวาดภาพ (Draw a picture) เป็นการแสดงสภาพการณ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ออกมาเป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในปัญหาชัดเจนขึ้น สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วขึ้น

1.2.3 ยุทธวิธีสร้างตาราง (Make a table) เป็นการจัดระบบของข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้โดยการแจกแจงข้อมูลต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของปัญหาให้อยู่ในรูปของตาราง

1.2.4 ยุทธวิธีสร้างรายการ (Make a list) เป็นการเขียนแจกแจงแสดงความเป็นไปได้ของคำตอบทั้งหมด ให้เห็นคำตอบทั้งหมดอย่างชัดเจน ซึ่งอยู่ในขอบเขตของเงื่อนไขที่กำหนดให้

1.2.5 ยุทธวิธีเขียนแผนภาพ (Draw a diagram) เป็นการเขียนแสดงสภาพการณ์ของปัญหาเพื่อทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น ช่วยเพิ่มความชัดเจนในการทำความเข้าใจปัญหา และเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วขึ้น

1.2.6 ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผล (Use reasoning) เป็นการใช้ข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งจะต้องผสมผสานกับความรู้และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

1.2.7 ยุทธวิธีค้นหาแบบแผน (Look for a pattern) เป็นการศึกษาตัวอย่างหรือข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นมากำหนดเป็นแบบแผน ซึ่งก่อนจะนำแบบแผนนั้นไปใช้จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยใช้การให้เหตุผล ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้ 1) ค้นหาข้อสรุป 2) ตรวจสอบข้อสรุป 3) นำข้อสรุปไปใช้ 4) พบข้อสรุปใหม่

1.2.8 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายขึ้นกว่าเดิม (Solve a simple problem) เป็นการปรับหรือดัดแปลงโจทย์ปัญหาที่ยากให้เป็นโจทย์ปัญหาที่ง่ายทั้งในด้านของภาษาและขนาดของจำนวน โดยมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่ง่ายและมีความยุ่งยากซับซ้อนน้อยกว่าเดิม แล้วนำยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ดัดแปลงแล้วไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเดิม

1.2.9 ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการพิจารณาผลลัพธ์ครั้งสุดท้าย แล้วมองย้อนกลับมาที่โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน เป็นการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนด

1.3 เรียงลำดับขั้นตอนตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ เป็นการนำยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่ได้เลือกไว้มาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ อย่างเป็นระบบ เพื่อให้สะดวกต่อการแก้โจทย์ปัญหา และสะดวกต่อการตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 ประมาณคำตอบที่คาดว่าจะได้ เป็นการคาดคะเนคำตอบให้ได้ใกล้เคียงกับคำตอบของโจทย์ปัญหามากที่สุด โดยการวิเคราะห์เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้อย่างมีเหตุผลเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. ฝึกการกำกับควบคุมและตรวจสอบความคิดของตนเอง ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้

2.1 การกำหนดเป้าหมายไว้ในใจ เป็นการกำหนดเป้าหมายของการกระทำใดไม่ว่าจะเป็นงานและกิจกรรมต่าง ๆ

2.2 กำกับวิธีการต่าง ๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่ได้เลือกไว้

3. ฝึกประเมินกระบวนการคิดของตนเอง ดังนี้

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลักจากที่ได้ปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนหรือยุทธวิธีที่เลือกแล้วสามารถบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่

3.2 ตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบคำตอบ หรือผลลัพธ์ของงาน หรือกิจกรรมที่กระทำลงไปแล้วว่าถูกต้องจริงหรือไม่

3.3 ตรวจสอบขั้นตอนในการปฏิบัติ เป็นการย้อนกลับไปมองถึงขั้นตอนของยุทธวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการทำกิจกรรมใดว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554: 24) ได้สรุปขั้นตอนของการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ขั้นสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโดยการอ่านซึ่งนักเรียนจะต้องระบุให้ได้ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร และเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนจะต้องทราบว่าสิ่งใดรู้แล้ว สิ่งใดยังไม่รู้ และโจทย์ถามอะไร โดยจะมีการประเมินความรู้จากประสบการณ์เดิมที่มีในการจัดการกับปัญหาด้วย รวมถึงประเมินความยาก-ง่าย การคาดคะเนความสำเร็จในการแก้ปัญหา และการคาดเดาถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

2. การสร้างตัวแทนปัญหา หมายถึง ขั้นสร้างตัวแทนความคิดในรูปต่าง ๆ เช่น การใช้สัญลักษณ์ การวาดรูป เขียนตาราง หรือการจัดระบบข้อมูลใหม่ เป็นต้น

3. วางแผนในการแก้ปัญหา หมายถึง การพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจในการเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด และมีการคาดคะเนคำตอบที่คาดว่าจะได้ โดยวิเคราะห์จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้อย่างมีเหตุผล

4. ดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา สามารถบอกเหตุผลในการดำเนินการ และทดสอบขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ ซึ่งจะเป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา เพื่อเป็นการฝึกกำกับตนเองในการตรวจสอบความถูกต้องของการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้ว่ามีข้อผิดพลาดและอุปสรรคใดเกิดขึ้น และรู้ว่าจะมีวิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้นอย่างไร

5. ประเมินผลการแก้ปัญหา หมายถึง เป็นขั้นมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด มีการประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่ เพื่อช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข รวมถึงการสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา โดยการประเมินผลการแก้ปัญหาเพื่อปรับใช้กับสถานการณ์อื่น และสะท้อนความเชื่อมั่นและความพึงพอใจในกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหา

Yimer and Ellerton (2010: 245-261) ได้ทำการพัฒนาโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด (The Problem Solving Model of Metacognitive Process) ซึ่งเป็นโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนมีกระบวนการรู้คิด (Metacognitive) โดยมีการสะท้อน ตรวจสอบ

และควบคุมกระบวนการคิดของตนเองในทุกระยะของโมเดลการแก้ปัญหา โดยผู้ที่พัฒนาโมเดลนี้เป็นคนแรกคือ Yimer (2004) ได้อธิบายกระบวนการทางพุทธิปัญญา (Cognitive) และการรู้คิด (metacognitive) ที่ศึกษาจากนักศึกษาครูในการทำวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอก จากนั้น Yimer and Ellerton (2006) จึงได้นำแนวคิดดังกล่าวมาศึกษาเพิ่มเติม เนื่องจากเห็นความสำคัญของการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน และในช่วงเวลาที่ผ่านมาพบว่ามีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญจากการทำกิจกรรมคณิตศาสตร์มาเป็นการคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ Schoenfeld (1985) ได้กล่าวว่ากระบวนการรู้คิดประกอบด้วยการประเมินความรู้ของตนเอง การกำหนดแผนในการแก้ปัญหา การเลือกกลยุทธ์ และการตรวจสอบและประเมินความก้าวหน้าของตนเอง กระบวนการรู้คิดจึงมุ่งเน้นไปที่การตรวจสอบความสามารถของนักเรียน และการควบคุมกระบวนการทางพุทธิปัญญาของนักเรียนในระหว่างทำการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นปัจจัยที่จะช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา และช่วยให้นักเรียนเอาชนะอุปสรรคที่เกิดขึ้นในระหว่างแก้ปัญหาได้

จากความสำคัญดังกล่าว Yimer and Ellerton (2006: 575-582) จึงได้ศึกษาผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการรู้คิดในระหว่างแก้ปัญหา กรอบแนวคิดที่อธิบายกระบวนการทางพุทธิปัญญาร่วมกับกระบวนการรู้คิดของผู้แก้ปัญหาในระหว่างแก้ปัญหา และศึกษาพฤติกรรมการรู้คิดของนักศึกษาครูที่แสดงออกมาในขณะที่ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวบรวมข้อมูลโดยใช้วิธีการสัมภาษณ์ภาระงาน (Task-Based Interview) จากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักศึกษาครูจำนวน 17 คน ผ่านการตอบคำถามจากสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนด ซึ่งพบว่านักเรียนมีระดับความเข้าใจการวิเคราะห์ในเชิงลึก และการควบคุมในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน และได้นำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจัดกลุ่ม และจัดประเภทพฤติกรรมโดยใช้วิธีการเปรียบเทียบข้อมูลอย่างต่อเนื่อง (Constant Comparative Method) และพัฒนาเป็นโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด ซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาประกอบด้วย 5 ระยะ และในแต่ละระยะจะประกอบด้วยพฤติกรรมย่อย ๆ

และในปี 2010 Yimer and Ellerton ได้ทำการพัฒนาและอธิบายโมเดลการแก้ปัญหาเน้นกระบวนการรู้คิดต่อจากงานวิจัยในปี 2006 ให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น โดยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการรู้คิดของนักศึกษาครูที่แสดงออกมาในขณะที่ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทัศนคติของนักเรียนในการเห็นคุณค่าของการแก้ปัญหาและในฐานะที่ตนเองเป็นนักแก้ปัญหา โดยรวบรวมข้อมูลโดยใช้วิธีการสังเกต การสัมภาษณ์ภาระงานแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Task-Based Interview) ที่ดัดแปลงมาจาก Error Analysis Interview Protocol ของ Newman (1983) การสัมภาษณ์ระลึกข้อมูล (Stimulated - Recall Interview) และการเขียนสะท้อนของนักเรียนจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักศึกษาครูจำนวน 17 คน ที่กำลังเรียนคอร์สการแก้ปัญหาซึ่งเป็นคอร์สหนึ่งที่จำเป็นต้องเรียนเพื่อให้ได้รับการรับรองในการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยให้

นักศึกษาครูทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน และได้นำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจัดกลุ่ม และจัดประเภทพฤติกรรมโดยใช้วิธีการเปรียบเทียบข้อมูลอย่างต่อเนื่อง และพัฒนาเป็นโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 5 ระยะ และในแต่ละระยะจะประกอบด้วยพฤติกรรมย่อย ๆ ดังนี้

1. เผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะเผชิญหน้ากับปัญหา และทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 ทำความเข้าใจปัญหาเบื้องต้น (เขียนใจความสำคัญ, วาดภาพ)

1.2 วิเคราะห์ข้อมูล (เข้าใจข้อมูล, ระบุแนวคิดสำคัญที่สัมพันธ์กับข้อมูลของปัญหา, เชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาคณิตศาสตร์)

1.3 สะท้อนปัญหา (ประเมินว่ามีความคุ้นเคยหรือจดจำปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาดังกล่าวมาก่อนแล้วหรือไม่, ประเมินระดับความยาก-ง่ายของปัญหา, ประเมินความรู้ที่จำเป็นที่สัมพันธ์กันกับปัญหา)

2. กำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) เป็นระยะสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ ประกอบด้วย

2.1 สำรวจ (ใช้กรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพสถานการณ์ในปัญหา)

2.2 การคาดการณ์ (ขึ้นอยู่กับการสังเกตรูปแบบที่เฉพาะเจาะจง และประสบการณ์/ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาก่อนหน้า)

2.3 สะท้อนการคาดการณ์หรือสำรวจว่ามีความเหมาะสมหรือไม่

2.4 การสร้างแผน (วางแผนกลยุทธ์เพื่อตรวจสอบการคาดการณ์หรือสร้างแผนโดยรวมหรือแผนเฉพาะ)

2.5 สะท้อนความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้เมื่อเทียบกับลักษณะสำคัญของปัญหา

3. ดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

3.1 สำรวจลักษณะสำคัญของแผน (แยกเป็นแผนย่อย ๆ ถ้ามีความจำเป็นในการแก้ปัญหา)

3.2 ประเมินแผนที่วางไว้กับเงื่อนไขของปัญหาและสิ่งที่ปัญหาต้องการ

3.3 แสดงแผนการ (ดำเนินการคำนวณหรือวิเคราะห์ตามแผน)

3.4 สะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการ

4. ประเมิน (Evaluation) เป็นระยะตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผนการดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.1 อ่านปัญหาอีกครั้งว่าคำตอบที่ได้ตอบคำถามปัญหาหรือไม่

Chulalongkorn University

4.2 ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณหรือการวิเคราะห์

4.3 ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.4 ตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหา

5. ผนึกความรู้ (Internalization) เป็นระยะที่สะท้อนให้เห็นถึงระดับความคุ้นเคยและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

5.1 สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด (สะท้อนปัญหาที่พบ แผนการ การดำเนินการ และการตัดสินใจที่มีเหตุผล)

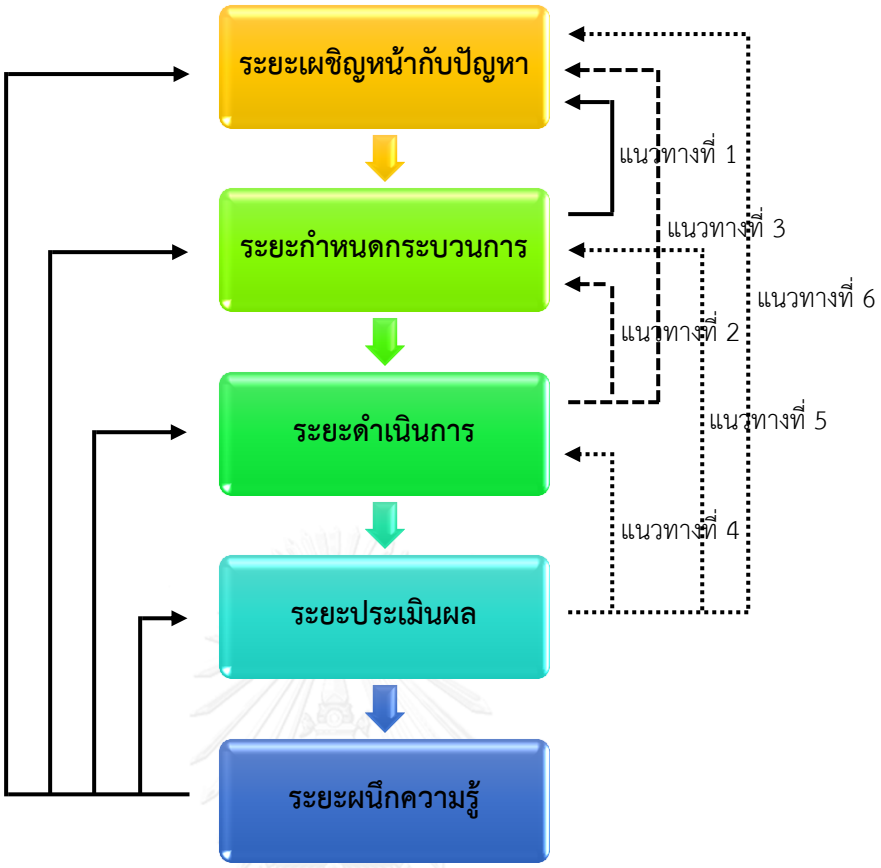
5.2 ระบุลักษณะสำคัญของกระบวนการ

5.3 ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ วิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบอื่นที่แตกต่างกัน และวิธีการที่มีความสละสลวย

5.4 สะท้อนแก่นความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ความเชื่อมั่นในการจัดการกระบวนการแก้ปัญหา และระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหา

แนวทางที่สามารถเกิดขึ้นได้ในการดำเนินการแก้ปัญหาระหว่าง 5 ระยะ สามารถดำเนินการได้ดังภาพที่ 1 แผนภาพแสดงระยะของกระบวนการรู้คิดในโมเดลการแก้ปัญหา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับภูมิหลังของนักเรียน ความเข้าใจ และความสามารถในการวิเคราะห์สถานการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 1 แผนภาพแสดงระยะของกระบวนการรู้คิดในโมเดลการแก้ปัญหา

ลักษณะโดดเด่นที่แตกต่างไปจากโมเดลอื่นประกอบด้วย 2 ข้อ คือ

1. แนวทางในการแก้ปัญหาระหว่างระยะต่าง ๆ มีได้อย่างหลากหลาย หรือเป็นโมเดลที่ไม่เป็นไปตามลำดับขั้น โดยสามารถดำเนินการย้อนกลับไปยังระยะก่อนหน้าได้ ในกรณีที่การดำเนินการแก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้

2. ระยะสุดท้ายหรือระยะผนึกความรู้เป็นระยะที่ไม่ปรากฏในขั้นตอนของโมเดลที่ใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ซึ่งเป็นระยะที่แสดงระดับความคุ้นเคยในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา สะท้อนให้เห็นถึงปัญหาในการดำเนินการแก้ปัญหา การหาวิธีการแก้ปัญหาที่สละสลวย การแสดงความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และความเชื่อมั่นของผู้แก้ปัญหาในการจัดการกับปัญหาอื่นที่คล้ายคลึงกับปัญหาดังกล่าว

จากการศึกษาแนวคิดของโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำแนวคิดโมเดลการปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดของ Yimer and Ellerton (2010) มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้แก่นักเรียน เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยมีการตรวจสอบ และควบคุมกระบวนการคิดของตนเอง

ตลอดกระบวนการ ฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง และอธิบายแนวคิดที่ในการแก้ปัญหาของตนเองเพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน นอกจากนี้ยังเป็นโมเดลการแก้ปัญหาที่มีความโดดเด่นและแตกต่างไปจากโมเดลการแก้ปัญหาอื่น ๆ เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาในแต่ละระยะสามารถดำเนินการย้อนกลับไปยังระยะก่อนหน้าได้ และระยะสุดท้ายหรือระยะผนึกความรู้เป็นระยะที่ไม่ปรากฏในขั้นตอนของโมเดลการแก้ปัญหาอื่น ๆ ซึ่งประกอบด้วย 5 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะเผชิญกับปัญหา และทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การทำความเข้าใจปัญหา โดยเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา วิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

1.2 การประเมินสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ว่าเคยหรือจดจำการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ประเมินระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และประเมินความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) เป็นระยะสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ ประกอบด้วย

2.1 การสำรวจปัญหา โดยเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา คาดการณ์แนวที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากการสังเกตรูปแบบเฉพาะหรือประสบการณ์ที่มีอยู่ก่อนหน้า และสะท้อนความเป็นไปได้ของการสำรวจปัญหาหรือการคาดการณ์ดังกล่าว

2.2 การสร้างแผนการแก้ปัญหา โดยนำข้อมูลที่ได้จากระยะก่อนหน้ามาวางแผนกลยุทธ์เพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหาโดยพิจารณาลักษณะสำคัญของปัญหา

ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการ ประกอบด้วย

3.1 การสำรวจลักษณะสำคัญของแผน (ในกรณีที่มีความจำเป็นอาจจะกำหนดแผนย่อยขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้) และประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา

3.2 การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน โดยดำเนินการคำนวณหรือวิเคราะห์ตามแผน และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา

Chulalongkorn University

ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation) เป็นระยะตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.1 การอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

4.2 การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาดังกล่าว

ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization) เป็นระยะที่สะท้อนให้เห็นถึงระดับความคุ้นเคยและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

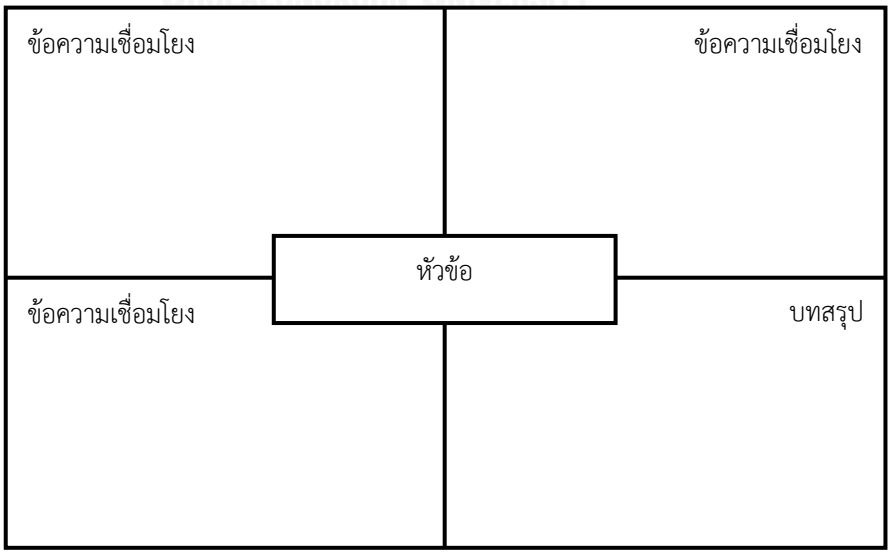
5.1 การระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

5.2 การระบุแก่นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ความมั่นใจและระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่

3. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

3.1 แนวคิดในการจัดทำ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

Gould and Gould (1999) ได้ออกแบบ Four-Square Writing ซึ่งเป็นวิธีสอนทักษะการเขียนขั้นพื้นฐานที่สามารถนำไปใช้ในการเรียนการสอนในทุกระดับชั้นและทุกเนื้อหาในหลักสูตร สำหรับการเขียนเล่าเรื่อง การบรรยาย การอธิบาย และการเขียนโน้มน้าวใจ โดยมีองค์ประกอบ 3 ส่วน และประกอบด้วยพื้นที่สำหรับเขียนข้อความ 5 ช่อง ดังนี้



ภาพที่ 2 Four-Square Writing Graphic Organizers (Gould and Gould)

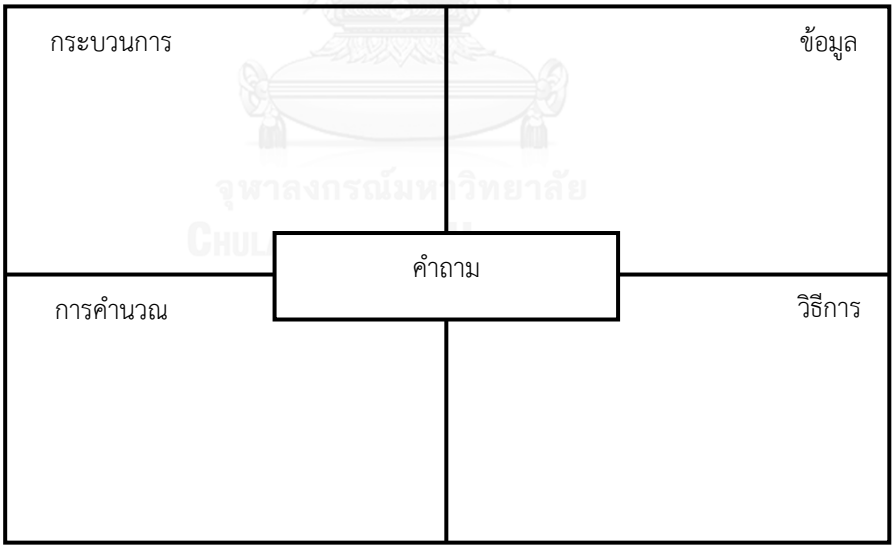
ส่วนที่ 1 หัวข้อ (Topic Sentence) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนหัวข้อเรื่องที่ต้องการเขียนบรรยาย

ส่วนที่ 2 ข้อความเชื่อมโยง (Connecting Word) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนข้อความที่ใช้สนับสนุนหัวข้อที่ต้องการบรรยาย พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดที่ใช้ในการสนับสนุน

ส่วนที่ 3 บทสรุป (Wrap-Up Sentence) เป็นพื้นที่สำหรับนำข้อความสนับสนุนทั้งหมดมาเขียนสรุป

เมื่อนักเรียนเขียนข้อมูลลงในพื้นที่ทั้ง 5 ช่องครบแล้ว จะต้องนำข้อมูลดังกล่าวมาเขียนบรรยายอีกครั้ง โดยใช้วลีในการเชื่อมโยงประโยคให้สมบูรณ์

Gould, Jira, and Elementary (2016) กล่าวว่า Four-Square Writing Graphic Organizers จะช่วยให้นักเรียนสร้างกรอบความคิด ความเข้าใจ และสร้างข้อความย่อย ๆ เพื่อนำมาใช้ในการเขียนบรรยายได้อย่างประสบความสำเร็จ โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ สถานการณ์ปัญหาต้องการให้นักเรียนใช้เหตุผลที่แตกต่างไปจากการคำนวณและการฝึกแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องพัฒนาการเขียนสมการด้วยตนเองแล้วดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา ซึ่ง Four-Square Writing Graphic Organizers จะสามารถช่วยพัฒนาสิ่งเหล่านี้ได้ โดย Gould, Jira, and Elementary ได้นำเสนอ Four-Square Writing Graphic Organizers สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้



ภาพที่ 3 Four-Square Writing Graphic Organizers (Gould, Jira, and Elementary)

ส่วนที่ 1 คำถาม (Question) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนคำถามที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้

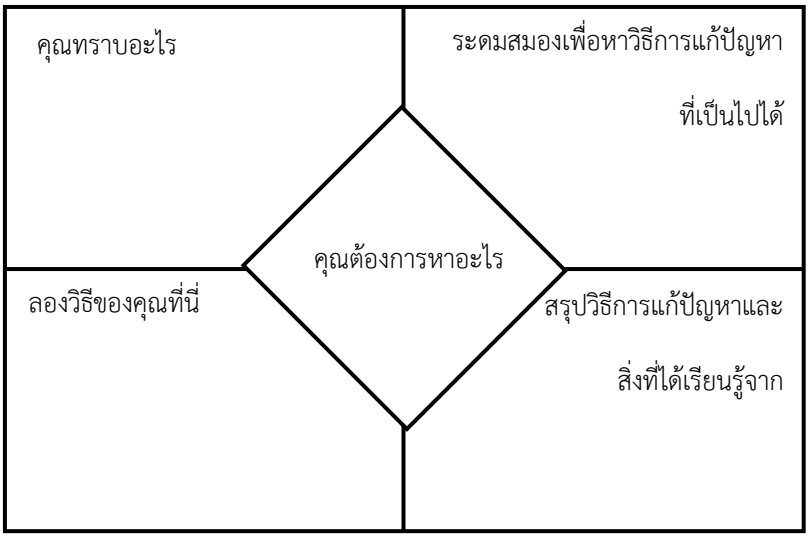
ส่วนที่ 2 กระบวนการ (Process) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนกระบวนการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหา

ส่วนที่ 3 ข้อมูล (Information) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนข้อมูลที่ได้สถานการณ์ปัญหากำหนดให้

ส่วนที่ 4 การคำนวณ (Compute) เป็นพื้นที่สำหรับคำนวณเพื่อแก้ปัญหา

ส่วนที่ 5 วิธีการ (Solution) เป็นพื้นที่สำหรับเขียนสรุปคำตอบ

Zollman (2009a: 222-229, 2009b: 4-12, 2012: 50-59) ได้ออกแบบผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Four Corners and a Diamond Math Graphic Organizer) ซึ่งเป็นเครื่องมือ (Tool) ที่ใช้ในการเรียนการสอนการแก้ปัญหา โดยพัฒนามาจากวิธีการเขียน Four Square (Four Square Writing Method) ของ Gould and Gould (1999) ซึ่งออกแบบขึ้นเพื่อสอนเขียนเรียงความให้กับนักเรียน โดย Zollman มีแนวคิดว่ากระบวนการคิดในการแก้ปัญหาของมนุษย์มักจะแตกต่างกันออกไป และมีกระบวนการคิดที่ไม่เป็นระบบ นอกจากนี้ในการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปมักจะให้นักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ เนื่องจากไม่ทราบว่าจะเริ่มแก้ปัญหาอย่างไร และการแก้ปัญหาตามขั้นตอนยังเป็นการจำกัดกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย Zollman จึงออกแบบผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน ด้วยการบันทึกกระบวนการคิดของตนเองลงในผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ถูกบันทึกไว้ สามารถจำแนกข้อมูลที่จำเป็นหรือไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา และสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนได้เริ่มต้นกระบวนการแก้ปัญหา และมีความพยายามในการแก้ปัญหาด้วย โดยผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยพื้นที่ 5 ส่วน และมีการกำหนดขอบเขตในการเขียนบันทึกพื้นที่ในแต่ละส่วนอย่างกว้าง ๆ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเขียนกระบวนการคิดของตนเองอย่างอิสระ ดังนี้



ภาพที่ 4 ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Zollman. 2009a, 2009b, 2012)

ส่วนที่ 1 คุณต้องการหาอะไร (What do you need to find?) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่นักเรียนต้องการหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ส่วนที่ 2 คุณทราบอะไร (What do you already know?) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่นักเรียนทราบจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ส่วนที่ 3 ระดมสมองเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ (Brainstorm possible ways to solve this problem) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนกลยุทธ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหา

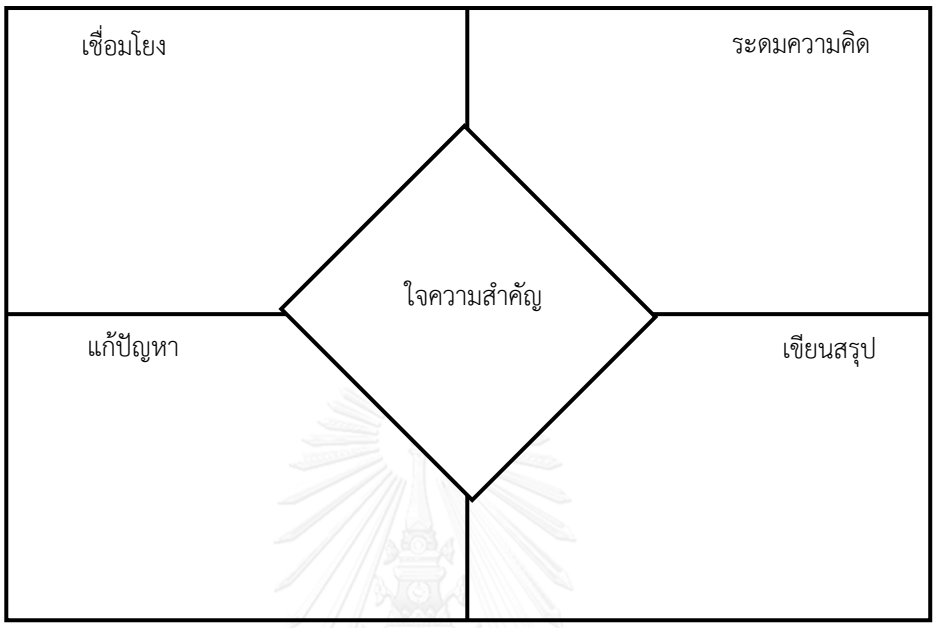
ส่วนที่ 4 ลองวิธีของคุณ (Try your ways here) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนทำการคำนวณเพื่อหาคำตอบ

ส่วนที่ 5 สรุปวิธีการแก้ปัญหา และสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหานี้ (What things do you need to include in your response? What mathematics did you learn by working this problem?) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาทั้งหมด และสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาดังกล่าว

Zollman กล่าวว่าเพื่อให้นักเรียนมีความคุ้นเคยในการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและเห็นว่าการบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องทำตามลำดับขั้น ครูควรจัดให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นกลุ่มหลังจากที่ครูนำเสนอการใช้ผังกราฟิกคณิตศาสตร์แล้ว เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดกันในระหว่างที่แก้ปัญหา และสังเกตว่าพวกเขาสามารถบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในส่วนใดก่อนก็ได้ และมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จากนั้นจึงให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

Limond (2012: 31-42) ได้นำผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ของ Zollman (2009) มาพัฒนาเป็น Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างไม่เป็นลำดับขั้น พัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหา เนื่องจาก Limond พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มักจะเกิดอุปสรรคในการทำความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถแก้ปัญหาและอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้เทคนิคการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร ส่วนใหญ่จะทำให้นักเรียนเกิดความสับสน เมื่อกระบวนการคิดของนักเรียนไม่สอดคล้องกับวิธีการแก้ปัญหาที่อยู่ในเอกสารการแก้ปัญหา Limond จึงได้สร้าง Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนการสอนการแก้ปัญหาที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง โดยได้อธิบายลักษณะของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ว่าจะบรรจุวิธีการแก้ปัญหาของ Polya (1985) ในพื้นที่ 4 ส่วนที่แยกออกจากกัน โดยให้นักเรียนบันทึกกระบวนการคิดของตนเองลงในพื้นที่แต่ละส่วนที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนสามารถบันทึกข้อมูลลงในพื้นที่ส่วนใดก่อนก็ได้ และสามารถบันทึกข้อมูลย้อนกลับไปกลับมาได้ทั้ง 4 ส่วน

ในขณะที่ทำการแก้ปัญหา และในส่วนที่ 5 จะให้นักเรียนเขียนสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองทั้งหมดโดยใช้ข้อมูลจากแต่ละส่วนที่ถูกบันทึกไว้ ซึ่งองค์ประกอบของFour Corners and a Diamond Graphic Organizers มีดังนี้



ภาพที่ 5 Four Corners and a Diamond Graphic Organizers (Limond. 2012)

ส่วนที่ 1 ใจความสำคัญ (Main Idea) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบด้วยภาษาของตนเอง

ส่วนที่ 2 เชื่อมโยง (Connections) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา (ถ้าสามารถทำได้ให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง) และนักเรียนเคยแก้สถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่

ส่วนที่ 3 ระดมความคิด (Brainstorm) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ส่วนที่ 4 แก้ปัญหา (Solve) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนแก้ปัญหาทีละขั้นตอน

ส่วนที่ 5 เขียนสรุป (Write) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา และเหตุผลที่ใช้ขั้นตอนดังกล่าวในการหาคำตอบ

จากแนวคิดในการจัดทำ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้นำแนวคิดในการจัดทำ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ของ Limond (2012) ซึ่งปรับมากจากแนวคิดของ Zollman (2009a, 2009b, 2012) มาสร้างเป็นสื่อการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เนื่องจากเป็นเครื่องมือการเรียน

การสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้จัดระบบความคิดของตนเองโดยการบันทึกความคิดทั้งหมดของตนเองลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ถูกบันทึกไว้ มีความคุ้นเคยในการเขียนตอบ และสื่อสารความคิดของตนเองอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้นักเรียนไม่จำเป็นต้องแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนโดยสามารถบันทึกข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาย้อนกลับไปกลับมาได้ทุกส่วน ซึ่งเป็นการช่วยให้นักเรียนได้เริ่มต้นกระบวนการแก้ปัญหาและมีความพยายามที่จะแก้ปัญหาโดยไม่ถูกจำกัดกระบวนการคิดด้วย โดยมีรายละเอียดในแต่ละส่วน ดังนี้

ส่วนการเขียนใจความสำคัญ (Main Idea) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบด้วยภาษาของตนเอง

ส่วนการเชื่อมโยง (Connections) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา (ในกรณีที่เป็นโจทย์ปัญหาประยุกต์ ให้นักเรียนระบุความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง) และนักเรียนเคยแก้สถานการณ์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่

ส่วนการระดมความคิด (Brainstorm) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา

ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา (Solve) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนแสดงการดำเนินการในการแก้ปัญหาตามลำดับขั้น

ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (Write) เป็นพื้นที่สำหรับให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลประกอบในการหาคำตอบในแต่ละขั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 ประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

Zollman (2009a: 222-229, 2009b: 4-12, 2012: 50-59) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไว้ดังนี้

1. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลและกระบวนการคิดของตนเอง

2. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนจำแนกข้อมูลที่จำเป็นหรือไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา สร้างข้อมูลและมโนทัศน์ ระบุความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ในการแก้ปัญหา และเขียนสื่อสารกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้

3. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนได้เริ่มต้นกระบวนการแก้ปัญหา และส่งเสริมให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหา

4. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถต่ำได้เริ่มต้นแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางมีการจัดระบบกลยุทธ์

การคิดของตนเอง และส่งเสริมให้นักเรียนที่มีความสามารถสูงได้พัฒนาทักษะการสื่อสาร การแก้ปัญหาของตนเอง

5. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนเขียนและสื่อสารกระบวนการคิดของตนเองได้อย่างมีเหตุผล

6. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยพัฒนาการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน

7. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้ครูติดตามกระบวนการคิดของนักเรียน และระบุตำแหน่งที่นักเรียนเกิดความสับสนในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว โดยดูจาก Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่นักเรียนทำ

8. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้ครูวินิจฉัยความสามารถและทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้

9. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ส่งเสริมให้นักเรียนมีการเชื่อมโยง การสื่อสาร การให้เหตุผล และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Wright (2010: 19-29) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเขียนข้อมูลได้อย่างอิสระ เนื่องจาก Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไม่มีแนวคำถามใด ๆ นอกจากหัวข้อที่บ่งบอกขอบเขตการทำงานในพื้นที่นั้น ๆ

2. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้ครูวินิจฉัยความสามารถ ทักษะ จุดอ่อน และจุดแข็งของนักเรียนในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และรวดเร็ว

Limond (2012: 31-42) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไว้ดังนี้

1. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนสามารถบันทึกกระบวนการคิดทั้งหมดของตนเองลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers และเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น

2. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายในระหว่างทำการแก้ปัญหากันภายในกลุ่ม

3. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนพิสูจน์คำตอบของสถานการณ์ปัญหา และมีทักษะในการเขียนพิสูจน์

4. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนมีการแสดงแผนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน มีการแสดงการทำงานในแต่ละขั้นและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผลได้อย่างชัดเจน

5. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้ครูประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างรวดเร็ว

6. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้ครูระบุความสับสนในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้

Odegaard (2015: 36-63) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไว้ดังนี้

1. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ช่วยให้นักเรียนจำแนกข้อมูลในการแก้ปัญหา และเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น

2. Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ส่งเสริมให้นักเรียนมีความพยายามในการแก้ปัญหา หากนักเรียนพบว่าพื้นที่ในส่วนใดมีข้อมูลไม่ครบ นักเรียนจะต้องหาแนวคิดเพื่อนำข้อมูลมาใส่ลงในพื้นที่ดังกล่าว

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ทำให้นักเรียนมีกระบวนการคิดที่ช้าลง ซึ่งทำให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ ได้อย่างลึกซึ้ง และรอบคอบมากยิ่งขึ้น

จากประโยชน์ของ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า 1) ช่วยให้นักเรียนเห็นกระบวนการคิดทั้งหมดของตนเอง และความสัมพันธ์ของข้อมูล 2) ช่วยให้นักเรียนเริ่มต้นกระบวนการแก้ปัญหา และมีความพยายามในการแก้ปัญหา 3) ส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายในระหว่างการทำการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม 4) ช่วยให้นักเรียนเขียนและสื่อสารกระบวนการคิดของตนเองได้อย่างมีเหตุผล 5) ช่วยให้ครูวินิจฉัยความสามารถทักษะ จุดอ่อน และจุดแข็งของนักเรียนในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

4. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

O'Daffer (1990: 378) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

Krulik and Rudnick (1993: 3-5) ได้กล่าวว่า การคิดหมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันข้อสรุปของตนเอง ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวเมื่อนำมารวมกันจะกลายเป็นความรู้ใหม่ได้ โดย Krulik และ Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น คือ

1. การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นทักษะการคิดที่เกือบเป็นอัตโนมัติหรือเป็นไปตามธรรมชาติ และเป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง
2. การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นประโยชน์ในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
3. การคิดขั้นวิจารณญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจสอบ เชื่อมโยงและประเมินลักษณะสถานการณ์หรือปัญหาทั้งหมด ประกอบด้วยการจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูลการเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผล
4. การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

National Council of Teacher of Mathematics (2000: 56-59) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ในทุกวัย โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลาย

Prestage (2002: 26) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการที่นักเรียนสามารถค้นหาวิธีการและให้เหตุผลประกอบได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการพัฒนาแนวคิดให้เป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 90) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล จากหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจนและสามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 39-40) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

วรนารถ อยู่สุข (2555: 33) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลประกอบไปด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ (2556: 34) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบาย แสดงแนวคิด การคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ชนิสรา เรืองนุ่น (2556: 28) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และอ้างอิงเหตุผลประกอบแนวคิดได้อย่างมีลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556: 15) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูลและหาข้อสรุปของความสัมพันธ์ของข้อมูล พร้อมทั้งสามารถอธิบายเหตุผลจากความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงข้อสรุปของข้อมูล พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

Chulalongkorn University

4.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

O'Daffer (1990: 378) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993: 59-61) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ สามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Stiggins (1997: 260-262) ได้แบ่งการให้เหตุผลหลัก ๆ ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน โดยได้อธิบายไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

นอกจากนี้ Stiggins ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่น ๆ อีก ได้แก่

การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุป หรือเป็นการนำข้อมูลจากหลาย ๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลาย ๆ สาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษามาบูรณาการใช้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดี และอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือ ใช้ความจริงจากกรณีหนึ่ง ๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ถือเป็นการให้เหตุผลแบบอนุมาน

Greenes and Findell (1999: 128) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกที่เริ่มต้นด้วยประโยคหรือเหตุใหญ่ในรูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปในกรณีเฉพาะ ซึ่งนักเรียน

สามารถเข้าถึงการให้เหตุผลเชิงนิรนัยนี้ได้ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่ให้พวกเขาได้สร้างข้อสรุปจากข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ ทั้งที่อยู่ในรูปของคำพูด แผนภาพ กราฟ หรือตาราง

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี โดยระบุความสัมพันธ์จากกรณีย่อย ๆ เหล่านั้น เพื่อสร้างเป็นข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไปของความสัมพันธ์ดังกล่าว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 40-45) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ซึ่งมนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า “ข้อความคาดการณ์”

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

อัมพร ม้าคนอง (2554: 50-53) อธิบายว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าเป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่มเพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้นลดลงหรือเท่าเดิม

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

2.2.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2.2.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

2.3 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญได้ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การสังเกตหรือกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี เพื่อนำข้อมูลมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่นำเอาข้อสรุปที่ยอมรับว่าเป็นจริงหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมาอ้างอิงเพื่อไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย นอกจากนี้ยังมีประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ และการให้เหตุผลแบบประเมิน

4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Rowan and Morrow (1993: 16-18) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็น

สิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง โดยจะต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิด ได้ปฏิบัติและสรุปพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดดังกล่าว

Malloy (1999: 13) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษาไว้ว่า ครูควรใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

Sternberg (1999 อ้างถึงใน วรนารถ อยู่สุข, 2555: 38) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล และประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผน และการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

National Council of Teacher of Mathematics (2009: 11) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ให้งานที่ต้องการให้นักเรียนนึกภาพที่ออกมาด้วยตนเอง
2. ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพูดด้วยภาษาของตนเอง รวมทั้งสมมติฐานที่นักเรียนสร้างขึ้น
3. ให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สำรวจปัญหาโดยใช้รูปแบบ และดำเนินการด้วยวิธีการที่เป็นทางการมากขึ้น
4. หลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา และหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ
5. ถามคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น “ทำไมถึงทำงานนี้” “นักเรียนทราบได้อย่างไร”
6. รอเวลาที่เหมาะสมหลังจากถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง
7. ส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามตรวจสอบตนเองและผู้อื่น
8. คาดหวังให้นักเรียนสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครู โดยการพูดและเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
9. เน้นการอธิบายที่เป็นตัวอย่างที่ดี และให้นักเรียนสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้ทำ
10. จัดสภาพห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแบ่งปันข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และวิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนในลักษณะที่เป็นประโยชน์

กรมวิชาการ (2545: 198-199) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถ

สอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ และได้เสนอองค์ประกอบหลักที่จะส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ

2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

โดยการเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว” “นักเรียนคิดว่า... จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open - ended problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 18-19) ได้ให้หลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น

2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน

4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่าง ๆ แล้ว สิ่งที่ครูควรดำเนินการมีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน โดยครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้

การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน โดยการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลสามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม โดยครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2554: 50) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical context) และบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นเพียงการสอนหรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การการให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” ซึ่งคำถามเหล่านี้ใช้ได้ทั้งในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล และในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการทำงานเหล่านี้ นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่อาจแตกต่างจากผู้อื่น ครูสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง และไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อที่จะทราบว่าทำไมนักเรียนจึงได้ให้เหตุผลเช่นนั้น การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

วรนารถ อยู่สุข (2555: 41) ได้สรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า จัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ได้ให้เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยาย โดยมีการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ วางแผนการปฏิบัติกิจกรรมหรือสร้างข้อความคาดการณ์/ข้อสรุป และการตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 39) ได้สรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล และควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบาย และแสดงเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูอย่างอิสระ ให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลโดยเขียนบรรยาย และใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ และเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับเนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1996: 8-9) อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต (Observations) โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ (Test) ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

Sternberg (1999: 41-43) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ว่า ครูควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลยุทธ์สำหรับแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินวิธีการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

1.1 อธิบายความหมายคำศัพท์เฉพาะได้

1.2 แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม

1.3 คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล

2. ความสามารถในการสรุป
   2.1 สรุปแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
   2.2 อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้น
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด
   3.1 ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา
   3.2 อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา
   3.3 ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้

กรมวิชาการ (2546: 121-124 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552: 56) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ดังนี้

ระดับคะแนน/ความหมาย	**ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย**	**ความสามารถในการให้เหตุผล**
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

อัมพร ม้าคนอง (2546: 90-93) ได้กล่าวเกี่ยวกับวิธีวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเด็นสำคัญ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การใช้คำถาม (Questioning) ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหา ครูอาจเดินดูนักเรียนทำงานและใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนใช้ความคิดก่อนตอบ โดยคำถามนั้นควรถามเพื่อให้

นักเรียนอธิบาย เช่น หาคำตอบนี้มาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้ไหมว่าสองวิธีนั้นต่างกันอย่างไร ทราบได้อย่างไรว่าต้องใช้บทนิยามช่วย แน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง

2. การสังเกต (Observing) การสังเกตนักเรียนในขณะทำงานเดี่ยวหรือทำงานกลุ่มจะทำให้ครูทราบว่านักเรียนแต่ละคนมีความสามารถเพียงใด อย่างไรก็ตาม หากจำนวนนักเรียนในแต่ละห้องมีจำนวนมากเกินไป ครูจะไม่สามารถจำนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ ครูจึงอาจต้องใช้การจดบันทึกช่วย วิธีง่าย ๆ ที่ครูทำได้คือการใช้มาตรวัดและแบบตรวจสอบการสังเกตการแก้ปัญหา (Problem Solving Observation Rating Scale and Checklist)

3. การรายงานของผู้เขียน (Student report) การให้นักเรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองจะช่วยให้ครูทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของนักเรียน โดยก่อนให้นักเรียนเขียนรายงานตนเอง ครูควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่าจะประเมินนักเรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่นักเรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ครูต้องการทราบ ตัวอย่างประเด็นที่ครูควรถามให้นักเรียนเขียนมีดังนี้

3.1 เมื่อเห็นปัญหาครั้งแรก คิดว่าจะทำอะไรก่อน

3.2 ควรใช้กลยุทธ์ใดแก้ปัญหา เพราะเหตุใด และจะทราบอย่างไรว่ากลยุทธ์ที่ใช้เหมาะสมหรือเปล่า

3.3 ได้คำตอบมาได้อย่างไร

3.4 มีวิธีใดบ้างที่ใช้แล้วแก้ปัญหาไม่ได้ เพราะอะไร

3.5 ในที่สุด แก้ปัญหาได้อย่างไร

3.6 ทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

3.7 รู้สึกอย่างไรกับการแก้ปัญหานี้

4. การทำแบบทดสอบที่เป็นข้อเขียน (Written test) การให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอน จะช่วยให้ครูทราบระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยตรง การประเมินผลข้อเขียนอาจทำได้หลายวิธีดังนี้

4.1 Analytic Scoring เป็นการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ครูต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าว่า จะให้นักเรียนทำกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนจะให้คะแนนอย่างไร ตัวอย่างการให้คะแนนในลักษณะดังกล่าวมีดังต่อไปนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Analytic scoring scale	
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	0 : ไม่เข้าใจปัญหาเลย
	1 : เข้าใจปัญหาบางส่วน
	2 : เข้าปัญหาทั้งหมด

การให้คะแนนโดยใช้ Analytic scoring scale	
ขั้นวางแผนปัญหา	0 : แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
	1 : ใช้ข้อมูลจากปัญหา วางแผนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน
	2 : แผนที่วางไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง
ขั้นหาคำตอบ	0 : ไม่ได้คำตอบหรือคำตอบผิด
	1 : ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิด แต่มีบางส่วนถูกต้อง
	2 : คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

4.2 Focused Holistic Scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอน ไม่เพียงแต่ดูที่คำตอบ เป็นการให้คะแนนโดยอิงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นักเรียนแต่ละคนจะได้รับคะแนนตามคุณภาพของงานเป็นคะแนนตัวเดียวโดด ๆ ตัวอย่างการให้คะแนนดังกล่าวมีดังนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Focused holistic scoring point scale	
0 คะแนน	- ไม่ตอบ
	- ไม่เข้าใจปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์
	- มีเพียงคำตอบที่ผิด
1 คะแนน	- แสดงความเข้าใจการแก้ปัญหา แต่วิธีการไม่เหมาะสม
	- กลยุทธ์ที่เลือกไม่เหมาะสม และใช้จริงไม่ได้ และไม่มีกลยุทธ์อื่นสำรอง
	- แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาย่อย ๆ ของปัญหาใหญ่ แต่ทำไม่สำเร็จ
2 คะแนน	- เข้าใจการแก้ปัญหา แต่ใช้การแก้ปัญหาไม่ถูกต้องจึงได้คำตอบผิด
	- ใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบผิดหรือไม่ได้คำตอบ
	- แก้ปัญหาย่อย ๆ ได้บางส่วน แต่ไม่ได้ทั้งหมด
	- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่เข้าใจงานที่ทำหรืออธิบายไม่ได้
3 คะแนน	- ใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาเหมาะสม แต่เข้าใจผิดในเรื่องของเงื่อนไขหรือข้อมูลบางส่วนในปัญหา
	- ใช้กลยุทธ์ที่ถูกต้อง แต่ตอบผิดหรืออธิบายเหตุผลไม่ได้ หรือไม่มีคำตอบ
	- ได้คำตอบที่ถูกต้องจากกลยุทธ์ที่เหมาะสม แต่วิธีทำที่แสดงให้ดูไม่ชัดเจน
4 คะแนน	- เข้าใจปัญหาเป็นอย่างดี เลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสม แต่คำนวณผิดพลาด
	- เลือกและใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสม และได้คำตอบที่ถูกต้อง

4.3 General Impression Scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนโดยภาพรวมของงานทั้งหมดที่นักเรียนทำ การตรวจควรต้องกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อน เพื่อจะได้ไม่เกิดความลำเอียงในการตรวจ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2547: 143) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า สามารถประเมินได้จากการสังเกตการณ์พูดคุย การเขียน และประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (doing mathematics) โดยปกติแล้วนักเรียนจะสามารถสร้างข้อความคาดเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เห็นหรือได้ลงมือกระทำ แล้วพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่ โดยนักเรียนอาจจะใช้สัญชาตญาณ (intuition) เกี่ยวกับเหตุผลเชิงสัดส่วนและเชิงปริภูมิ

อัมพร ม้าคนอง (2554: 176-178) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท ดังนั้นการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป ครูมักประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงทำให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุมีผล

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือที่เปลี่ยนด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง เช่น การให้เหตุผลว่าเศษส่วนที่กำหนดให้จะมีค่าลดลง ถ้าตัวเศษลดลงในขณะที่ตัวส่วนมีค่าเท่าเดิม

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ปรากฏเป็นมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ เช่น การให้เหตุผลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันระหว่างภาพ 2 มิติของวัตถุชิ้นหนึ่งกับภาพที่แสดงวัตถุนั้นใน 3 มิติ

โดยการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากจะใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือ และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน นอกจากนี้คำถามที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อหาเหตุผลมาอธิบายคำตอบ และเอื้อต่อการให้เหตุผลที่หลากหลาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค : 82) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสังเกตจากพฤติกรรมที่แสดงออกของนักเรียนไว้ ดังนี้

1. รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา
2. เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล
3. ตัดสินความถูกต้องของข้อสรุป
4. เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป
5. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข : 177) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	**เกณฑ์การพิจารณา**
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

วรนารถ อยู่สุข (2555: 78) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ 1) การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และ 2) ความสามารถในการอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

ลักษณะคำตอบ	**ระดับคะแนน**
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์นัก	2
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง - นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

วาสนา ภูมี (2555: 95) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปว่าเป็นจริง จากกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรึกตรองหาเหตุผล หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด เพื่อรวบรวมข้อเท็จจริง แล้วแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันข้อสรุป นั้นได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้อย่างถูกต้อง - มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้อย่างถูกต้อง - มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบ - มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 / ยังต้องปรับปรุง	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบ - มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ไม่สมเหตุสมผลและไม่ระบุการอ้างอิง

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
0 / ไม่มีความพยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สิรินทรา มินทะขัติ (2556: 70-71) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบด้วยข้อเท็จจริง ข้อความหลักการ แนวคิด หรือทฤษฎีต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่สมเหตุสมผล สามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและแสดงขั้นตอนการให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน ดังนี้

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. อธิบายแนวคิดหรือแสดง เหตุผลสนับสนุนคำตอบ	
4 / ดีมาก	อธิบายแนวคิดหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบ จากหลักการ หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ชัดเจนและสมเหตุสมผล
3 / ดี	อธิบายแนวคิดหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบ จากหลักการ หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
2 / พอใช้	อธิบายแนวคิดหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	อธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง
0 / ไม่มีความพยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือไม่ได้ทำ
2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล	
4 / ดีมาก	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง ชัดเจน
3 / ดี	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
2 / พอใช้	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง
0 / ไม่มีความพยายาม	ไม่ได้แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ชัดเจนหรือไม่ได้ทำ

Chulalongkorn University

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	
2 / ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
1 / พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน
0 / ต้องปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการสรุปคำตอบที่ได้

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557: 87-88) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการค้นหาและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเหล่านั้น โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ดังนี้

พฤติกรรมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาข้อสรุปของปัญหา	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน	2
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้บางส่วน	1.5
นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุป	1
นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน	
นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้บางส่วน	0.5
นักเรียนไม่สร้างข้อสรุปหรือไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุป	0

พฤติกรรมการให้เหตุผลเกี่ยวกับการยืนยันข้อสรุปของปัญหา	ระดับคะแนน
นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	2
นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยมีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน	1.5
นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	1
นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน	0.5
หรือนักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	0
นักเรียนไม่ยืนยันข้อสรุปหรือไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องและไม่มีการอ้างอิงจากความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล	

จากการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข : 177) และวรนารถ อยู่สุข (2555: 78)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงข้อสรุปของข้อมูล พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถ

ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข : 177) และวรนารถ อยู่สุข (2555: 78) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

2. ความสามารถด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนข้อสรุปพร้อมทั้งแสดงข้อมูลเพื่อยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

5. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Thurber (1976: 513) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งจะมีผลการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

Barrody (1993: 99) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่าง ๆ ให้มีความชัดเจนถูกต้องและรัดกุม

Kennedy and Tipps (1994: 181) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Reys and others (2001: 83) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จัดการและขยายความคิดให้ชัดเจนขึ้น โดยอาศัยการพูดและการเขียน หรือการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น

Prestege (2002: 26) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร คือการที่นักเรียนสามารถกำหนดหรืออภิปราย อธิบายข้อมูล และนำเสนอข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์และหลากหลายวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่น และการทำให้ความคิดของตนเองมีความชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2554: 56-57) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้

ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายและการนำเสนอ การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือนำเสนอข้อมูล

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 52) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้องชัดเจน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 60-62) ได้ให้ความหมายของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ ดังนี้

การสื่อสาร เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสาร (Source) ไปยังผู้รับสาร (Receiver) โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร (Channel) ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สิ่งต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเตอร์เน็ต

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทางตามปกติแล้ว ยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข: 79) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556: 44) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมาย แสดงความหมายของแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ

ธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 54) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูล นำเสนอและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน

5.2 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (2000: 60-63) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร
2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์ และกลยุทธ์ของคนอื่น ๆ ได้
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับ

ซึ่งพฤติกรรมในการปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต
2. การใช้ สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิด และข้อมูลเพื่อสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (Deceptive)
3. สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

Thurber (1976: 514-534) ได้กล่าวถึงกิจกรรมที่พัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ควรจัดให้กับนักเรียนไว้ ดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ทำให้นักเรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์
2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้มีกิจกรรม ดังนี้

2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้น ๆ ที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามถามตอบจากเพื่อนในชั้นเรียน

2.2 พูดนำเสนอเมื่อได้รับฟัง หรืออ่านหนังสือ หรือดูภาพยนตร์ ที่ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงาน โดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม เน้นให้นักเรียนทำงานเป็นทีม โดยให้นักเรียนเตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูด และนำเสนออภิปราย

2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้น ๆ โดยการเขียนแสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาและให้คิดแก้ปัญหานั้น

2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะจัดกิจกรรมที่กำหนดเวลาสั้น ๆ และให้นักเรียนนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์ หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยสนับสนุนการเขียนของนักเรียนที่ให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือให้นักเรียนเขียนจากประสบการณ์โดยไม่จำกัดจำนวนหน้าในการเขียน

Rowan and Morrow (1993: 9-11) เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. นำเสนอสิ่งที่เป็นรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาหรืออธิบายถึงสิ่งที่พบเห็น

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมลักษณะนี้จะช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม ต้องเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา เป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดสร้างสรรค์รวมทั้งการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเองจะนำไปสู่การค้นพบตามที่นักเรียนสนใจ

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเองเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย

5. ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การที่นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเองไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปราย แต่การให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม ถือเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6. ใช้การชี้แนะทางตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน ควรชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

กรมวิชาการ (2545: 198-199) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วนตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 63) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (Active Participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (Immediate Feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (Success Experience) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (Gradual Approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

อัมพร ม้าคนอง (2554: 58) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเริ่มต้นจากการฝึกให้นักเรียนแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตัวเองในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ (Informal style) ซึ่งเป็นการแสดงความคิดที่เกิดขึ้นแรก ๆ (Initial thinking) หรือความรู้ที่ตนเพิ่งสร้างขึ้นหรือรับมา โดยการฝึกในลักษณะนี้ครูจะต้องมี

ความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาทางคณิตศาสตร์และความหมายที่แตกต่างกันออกไปของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำบางคำ เมื่อไม่อยู่ในบริบททางคณิตศาสตร์หรือเมื่อใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการอาจมีความหมายอื่นที่แตกต่างจากความหมายในบริบททางคณิตศาสตร์ เช่นคำว่า คู่ หักออก ผลที่ได้ เป็นต้น หลังจากฝึกการสื่อสารอย่างไม่เป็นทางการแล้ว ครูอาจฝึกให้นักเรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ (Formal style) ซึ่งเป็นภาษาที่ใช้เรียกหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล นักเรียนอาจต้องพยายามและใช้เวลามากขึ้นในการแสดงความเข้าใจ หรือสื่อสารอย่างเป็นทางการกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน อย่างไรก็ตามครูควรลดเวลาหรือปริมาณการพูดในห้องเรียนของตนให้น้อยลงเพื่อให้นักเรียนได้สื่อสารกันมากขึ้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยและสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารให้ดีขึ้นได้

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองด้วยการพูดและการเขียนทั้งหน้าชั้นเรียนและภายในกลุ่ม โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น นอกจากนี้ครูควรลดบทบาทในการพูดให้น้อยลงเพื่อให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกันมากขึ้น

5.3 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Kennedy and Tipps (1994: 112) แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่

1. ด้านภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
   1.1 ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
   1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations)
   2.1 ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
   2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ด้านความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
   3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)

3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน

3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์

3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบถ้วน)

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารไว้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (โดยการพูด การเขียนหรือใช้สื่อต่าง ๆ)

1.1 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้ครบถ้วน

1.2 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้

1.3 อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา

1.4 เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาได้

1.5 ใช้รูปภาพ แผนภูมิ หรือกราฟแสดงแนวคิดหรือประกอบการคิด

2. ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเสนอแนวคิดและแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์

2.1 อธิบายความหมายของศัพท์เฉพาะ หรือข้อความในปัญหาได้ถูกต้อง

2.2 แทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

2.3 แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล แนวคิด โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการอธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3.1 อธิบายแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา

3.2 รับฟังแนวคิดของคนอื่นได้อย่างถูกต้อง

3.3 แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่นได้

3.4 สรุปแนวคิดด้วยเหตุและผล

กรมวิชาการ (2546: 121-124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบอัตนัยทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนเป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ แต่คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง วิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ไม่ทำหรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2547: 146-147) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางไว้ว่า สามารถประเมินได้จากการแสดงความหมาย และมโนทัศน์ที่นักเรียนพูดออกมา โดยการประเมินควรอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ของการสื่อสาร เช่น การสื่อสารระหว่างบุคคล และการสื่อสารระหว่างการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ นอกจากนี้การประเมินความสามารถในการสื่อสารสามารถทำได้หลายสถานการณ์ เช่น ขณะมีกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรสังเกตการณ์นำเสนอ

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมาย ทั้งการพูดและการเขียน โดยการแก้ไข้ให้นักเรียนแสดงออกอย่างชัดเจน ถูกต้อง และเหมาะสมกับคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จิรากร สำเร็จ (2551: 57) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาการนำเสนอแนวความคิด อธิบายแนวความคิด โดยอาศัยหลักการ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย บรรยายวิธีการแก้ปัญหา ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์(เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ และแผนภูมิ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม ดังนี้

ความหมาย	คะแนน
ด้านที่ 1 ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)	
ใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องชัดเจน	2
ใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความได้บางส่วน และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้แต่ไม่ชัดเจน	1
ใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความผิด ไม่มีการอธิบายเพื่อสื่อความหมาย	0
ด้านที่ 2 การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation)	
เขียนอธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหา โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการและอธิบายสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน	2
เขียนอธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหา โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการและอธิบายสรุปคำตอบได้เพียงบางส่วน	1
ไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหา และอธิบายสรุป	0
ด้านที่ 3 ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)	
การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ) มีการใช้แผนภาพ แผนภูมิประกอบการนำเสนอได้สมบูรณ์ชัดเจน	2
การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ) ไม่มีการใช้แผนภาพ แผนภูมิ ประกอบการนำเสนอได้สมบูรณ์ชัดเจนในบางส่วน	1
การนำเสนอไม่ชัดเจนสมบูรณ์ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียดครบ) ไม่มีการใช้แผนภาพ แผนภูมิ ประกอบการนำเสนอ	0

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 113-114) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิด อธิบายแนวความคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ และอธิบายวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แผนภูมิ รูปภาพ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม ดังนี้

ระดับคะแนน/ความหมาย	**ด้าน**	**คำอธิบาย**
4 / ดีมาก	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องทั้งหมด และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องทั้งหมด มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการแก้ปัญหาประกอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ สมบูรณ์ ชัดเจน มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบได้ถูกต้อง และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 / ดี	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการคำนวณประกอบได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์ มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

ระดับคะแนน/ความหมาย	ด้าน	คำอธิบาย
2 / พอใช้	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องบางส่วน และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ชัดเจน
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้องบางส่วน มีการอธิบายสรุปคำตอบที่ได้โดยใช้ข้อมูลจากการคำนวณประกอบได้ถูกต้องบางส่วน
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอมีความชัดเจนบางส่วน มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย และอธิบายเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ชัดเจน
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	เขียนอธิบายวิธีคิด แต่ไม่ได้อาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	นำเสนอไม่ชัดเจนและมีระบบ ไม่มีการใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางเลย
0 / ไม่พยายาม	ภาษาทางคณิตศาสตร์	ใช้ภาษา สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้อง ไม่มีการอธิบายเพื่อสื่อความหมาย
	การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	ไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิด
	ความชัดเจนในการนำเสนอ	ไม่มีการนำเสนอ

อัมพร ม้าคนอง (2554: 179) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นรับทราบตรงกัน ประกอบด้วยความสามารถดังต่อไปนี้

1. การสื่อสาร เป็นการอธิบายโดยการพูด เขียน หรือแสดงให้เห็น
2. การสื่อความหมาย เป็นการทำความเข้าใจ ตีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนพบ
3. การนำเสนอ เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลหรือความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกัน

โดยการประเมินการสื่อสารในห้องเรียนมักเน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการหรือเหตุผลโดยใช้การพูดและการเขียนอธิบาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข : 178) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ดังนี้

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	**เกณฑ์การพิจารณา**
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจนบางส่วน แต่รายละเอียดยังไม่สมบูรณ์
1 (ต้องปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ใช้กราฟ แผนภูมิ ตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

ธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 80-81) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ดังนี้

ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้างแต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	**คะแนน**
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์	3
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้องเกือบทั้งหมด	2
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายถูกต้องเล็กน้อย	1
ใช้รูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลองหรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการนำเสนอ	**คะแนน**
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์	3
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้ชัดเจนเกือบทั้งหมด และมีรายละเอียดครบถ้วนเกือบทั้งหมด	2
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง นำเสนอแนวคิดได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น	1
แสดงลำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดไม่ชัดเจน และไม่มีรายละเอียด หรือไม่เขียนเลย	0

จากการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะ

พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 80-81)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูล นำเสนอและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 80-81) ซึ่งมีองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

2. ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

3. ความสามารถด้านการนำเสนอ เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Gooya (1992: 1-228) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้การรู้คิดและการสอนผ่านการแก้ปัญหาที่มีต่อความเชื่อในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยจัดการเรียนการสอนใน 3 ลักษณะ คือ การจดบันทึก การเรียนแบบกลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกัน และใช้กระบวนการรู้คิดร่วมอยู่ในการจัดการเรียนการสอนทั้ง 3 ลักษณะ ซึ่งการจดบันทึกช่วยให้ผู้เรียนมีการสื่อสารระหว่างผู้เรียนและผู้สอน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายความคิดและสะท้อนความคิดของตนเอง การเรียนแบบกลุ่มย่อยช่วยให้ผู้เรียนประเมินตรวจสอบการทำงาน และมีการตัดสินใจที่เหมาะสมในการทำงานร่วมกับผู้อื่น และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนช่วยให้ผู้เรียนได้พบจุดเด่นและจุดอ่อนของตนเอง โดยผลการศึกษาพบว่าการเขียน

บันทึกมีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมและการสื่อสารความคิดของผู้เรียน และการใช้นวัตกรรมช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Kramarski, Mevarech and Liberman (2001: 292-300) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างวิธีการสอน 3 แบบ ดังนี้ 1) การเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดหลายระดับ (MMT) 2) การเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดระดับเดียว (UMT) 3) การเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม) ซึ่งการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดหลายระดับเป็นการเรียนสอนที่ดำเนินการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ ส่วนการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดเป็นการเรียนการสอนที่ดำเนินการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 182 คน ที่มาจากการสุ่มเลือกจากโรงเรียนมัธยมจำนวน 3 แห่ง แห่งละ 2 ห้องเรียน และแต่ละโรงเรียนจะได้รับการสอนเพียงแบบเดียวจากครูผู้สอนที่มีประสบการณ์จำนวน 6 คน ผลการศึกษาพบว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดหลายระดับ (MMT) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และการอธิบายทางคณิตศาสตร์สูงกว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดระดับเดียว (UMT) และการเรียนแบบปกติ

Kramarski, Mevarech and Arami (2002: 225-250) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้กระบวนการรู้คิดที่มีต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลของการสอนแบบร่วมมือร่วมกับการใช้กระบวนการรู้คิด (COOP+META) กับการสอนแบบร่วมมือ (COOP) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 91 คน ซึ่งนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือร่วมกับการใช้กระบวนการรู้คิดจะได้รับการสอนโดยการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนมีการกำกับความคิดของตนเองในระหว่างการแก้ปัญหา ประกอบด้วย คำถามเกี่ยวกับความเข้าใจ คำถามเกี่ยวกับการเชื่อมโยง คำถามเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ใช้ และคำถามสะท้อนความเข้าใจและความรู้สึกในระหว่างแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียวจะไม่มีการใช้คำถามเกี่ยวกับการรู้คิดในระหว่างการแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือร่วมกับการใช้กระบวนการรู้คิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว

Mevarech and Kramarski (2003: 449-471) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดกับการใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลของการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดกับการใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) เปรียบเทียบผลในระยะยาวของวิธีการทั้งสองแบบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งใช้ระยะเวลาในการศึกษาจำนวน 2 ปี คือ ในปีแรกทำการศึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 122 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิต และ

ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ในปีต่อมาเมื่อนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเดิมเลื่อนชั้นเป็นเกรด 9 แล้วจึงทำการทดสอบอีกครั้งโดยใช้วิธีการทดสอบแบบเดียวกับในปีแรก ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดมีการอธิบายให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงตัวแทนทางพีชคณิตของสถานการณ์ และแก้ปัญหาทางพีชคณิตได้ดีกว่านักเรียนที่ใช้ตัวอย่างงาน

Kramarski and Mevarech (2003: 281-310) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือและการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน เกรด 8 จำนวน 384 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม และแต่ละกลุ่มมีวิธีการสอนดังนี้ กลุ่มที่ 1 เรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด (COOP+META) กลุ่มที่ 2 เรียนรู้แบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด (IND+META) กลุ่มที่ 3 เรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) กลุ่มที่ 4 เรียนรู้แบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND) ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด (COOP+META) มีประสิทธิภาพในการแปลความกราฟและการอธิบายทางคณิตศาสตร์ที่หลายหลายกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบรายบุคคลร่วมกับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด (IND+META) นักเรียนที่เรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว (COOP) และนักเรียนที่เรียนรู้แบบรายบุคคลเพียงอย่างเดียว (IND) นอกจากนี้นักเรียนที่ได้รับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิดทั้งสองกลุ่มมีประสิทธิภาพในการสร้างกราฟจากภาระงานและความรู้ในการรู้คิดกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด

Mevarech and Fridkin (2006: 85-97) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนการรู้คิด (IMPROVE) ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการรู้คิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนหลักสูตรเตรียมศึกษาต่อระดับสูง (Pre-College Course) ในวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 81 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีปกติ (กลุ่มควบคุม) ซึ่งทั้งสองกลุ่มจะได้รับสื่อการเรียนรู้ วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสอนโดยครูที่มีประสบการณ์เหมือนกัน แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE จะได้รับการฝึกใช้กระบวนการการรู้คิดในระหว่างการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีปกติจะไม่ได้รับการฝึกใช้กระบวนการรู้คิด ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีปกติ นอกจากนี้นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE มีคะแนนความรู้ทั่วไปทางพุทธิปัญญา การควบคุมทางพุทธิปัญญา และความรู้ในการรู้คิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีปกติ

Yimer and Ellerton (2006: 575-582) ได้ศึกษาพฤติกรรมการรู้คิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครูจำนวน 17 คน โดยได้นำผลจากการศึกษาพฤติกรรม การรู้คิดจากกลุ่มตัวอย่างมาพัฒนาเป็นโมเดลการแก้ปัญหา ประกอบไปด้วย 5 ระยะ ดังนี้

1) ระยะเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement) 2) ระยะกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation) 3) ระยะดำเนินการ (Implementation) 4) ระยะประเมิน (Evaluation) 5) ระยะผนึกความรู้ (Internalization) ซึ่งในแต่ละระยะส่งเสริมให้นักเรียนมีการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างและประเมินข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเองในทุกระยะและหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

Ozsoy and Ataman (2009: 68-83) ได้ศึกษาผลของการฝึกใช้กลยุทธ์การรู้คิดที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 47 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลองจำนวน 9 สัปดาห์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจำนวน 24 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 23 คน ซึ่งในกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนด้วยการฝึกใช้กลยุทธ์การรู้คิดโดยใช้กิจกรรมการแก้ปัญหา ซึ่งในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาครูจะทำการตรวจสอบนักเรียนโดยถามคำถามเมื่อจำเป็น เช่น สิ่งแรกที่นักเรียนคิดเมื่ออ่านปัญหาแล้วคืออะไร นักเรียนอ่านปัญหาแล้วนักเรียนเข้าใจหรือไม่ นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหานี้ได้หรือไม่ เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีการส่งเสริมให้นักเรียนได้บอกเกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเอง และทำการประเมินตนเองด้วย และกลุ่มควบคุมจะได้รับการสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กลยุทธ์การรู้คิดมีระดับความรู้ในการรู้คิด และทักษะในการรู้คิดสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กลยุทธ์การรู้คิดมีระดับผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

Zollman (2009: 222-229) ได้ศึกษาผลของการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ (Four Corners and a Diamond Math Graphic Organizer) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3-5 จำนวน 240 คน ดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบปลายเปิดโดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่โดยปกติจะไม่พยายามเขียนแก้ปัญหา หลังได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์นักเรียนเริ่มมีการเขียนแก้ปัญหาในบางส่วน และนักเรียนที่แก้ปัญหาได้ดี หลังได้รับการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีวิธีการเขียนที่มีประสิทธิภาพ สื่อสารความคิดอย่างมีเหตุผล และเขียนโต้แย้งได้อย่างสมบูรณ์

Wright (2010: 1-50) ได้ศึกษากลยุทธ์ที่พัฒนาทักษะการถอดความ แปลความ และการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยทำการศึกษากับนักเรียนหญิง 2 คน ที่เรียนอยู่คนละโรงเรียนกัน และเรียนอยู่คนละชั้นกัน และดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ผังกราฟิก 3 ประเภท คือ ผังกราฟิก Diamond, ผังกราฟิก Guided Problem Solving และผังกราฟิก SOLVE Graphic Organizer จากนั้นทำการสัมภาษณ์ความรู้สึกของนักเรียนหลังจากใช้

ผังกราฟิกทั้งสามประเภทแล้ว จากการตรวจสอบความคิดเห็นของนักเรียน และการสังเกตนักเรียนในขณะที่ใช้ผังกราฟิกในการแก้ปัญหาพบว่า ผังกราฟิกที่ดีที่สุดคือผังกราฟิก Diamond เนื่องจากคำสั่งในผังกราฟิกมีความชัดเจนโดยไม่ต้องมีคำอธิบายเพิ่มเติมว่าต้องเขียนข้อมูลอะไรลงในผังกราฟิก ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนข้อมูลในแต่ละส่วนตามที่นักเรียนต้องการ และไม่มีคำถามนำใด ๆ ทั้งนี้การใช้ผังกราฟิกในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมให้นักเรียนมีการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ เขียนสื่อสารกระบวนการคิดของตนเอง และสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผลอย่างเป็นลำดับขั้น

Zollman (2012: 50-59) ได้ศึกษาผลของการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนใน 5 สาระ คือ พีชคณิต เรขาคณิต ความน่าจะเป็น สถิติ และการวัด ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 186 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนทั้งในด้านความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้เชิงกลยุทธ์ และการอธิบาย นอกจากนี้ยังพบว่าการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ วิธีการ การคิด และการเขียนอย่างมาก เป็นเครื่องมือการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ และประสิทธิผลสำหรับนักเรียนในทุกระดับ ซึ่งโดยปกตินักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะไม่แสดงการแก้ปัญหาใด ๆ นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางมีการเขียนตอบที่ไม่เป็นระบบ และนักเรียนที่มีความสามารถสูงไม่เขียนขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา แต่หลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนโดยใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนที่มีความสามารถต่ำมีการเขียนวิธีการแก้ปัญหาในบางส่วน นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางมีการจัดระบบกลวิธีการคิดของตนเอง และนักเรียนที่มีความสามารถสูงมีวิธีการเขียนที่มีประสิทธิภาพ มีความคุ้นเคยในการเขียนตอบ และสื่อสารความคิดของตนเองได้อย่างมีเหตุผล ทั้งนี้ในการจัดการเรียนการสอนมีการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ถูกบันทึกไว้ และวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และส่งเสริมให้นักเรียนสื่อสารกระบวนการคิดตัดสินใจของตนเองได้อย่างชัดเจนโดยผ่านการเขียน รูปภาพ แผนภาพ และเขียนตามลำดับขั้น

Gerrard (2013: 1-45) ได้ศึกษาการใช้กลยุทธ์ Four Square เพื่อส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 9 คน ผลการศึกษาพบว่าการใช้กลยุทธ์ Four Square ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และส่งเสริมให้นักเรียนมีการจัดระบบข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถ

การแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น และเห็นกระบวนการคิดของตนเองอย่างชัดเจนผ่านการเขียนสื่อสารลงใน Four Square Graphic Organizers

Odegaard (2015: 1-85) ได้ศึกษาผลของการใช้ผังกราฟิก (Graphic Organizer) การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) และการเขียนสะท้อน (Written Reflection) ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากลยุทธ์ที่พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรขาคณิตขั้นสูงของนักเรียนเกรด 8 ดำเนินการทดลองโดยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ท้าทายจำนวน 2 ปัญหา โดยปัญหาแรกให้นักเรียนการแก้ปัญหาโดยใช้ผังกราฟิกร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ และปัญหาที่สองให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการเขียนสะท้อน ผลการศึกษาพบว่าทั้งสามกลยุทธ์ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จมากขึ้นในการแก้ปัญหา และมีความมั่นใจในความสามารถการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น ทั้งนี้ผังกราฟิกเป็นเครื่องมือการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนจัดระบบความคิดของตนเอง จำแนกประเภทของข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา เห็นข้อมูลที่ขาดหาย และเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปราย อธิบาย และแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดในเชิงลึก และเห็นวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนคนอื่น และการเขียนสะท้อนช่วยสร้างโอกาสให้กับนักเรียนในการคิดในเชิงลึกเกี่ยวกับปัญหา กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ที่แตกต่างกันได้

6.2 งานวิจัยในประเทศ

จรุง ขำพงศ์ (2542: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไร่พิทยาคม จังหวัดสุโขทัย จำนวน 65 คน โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันกับกลุ่มกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนมีความสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิดชันสูงกว่าก่อนเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิริมา สาระพล (2547: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสิริเกศ อำเภอเมือง จังหวัดศรีสะเกษ ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 87.94/85.01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน และมีพัฒนาการความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

ทุติยา จันทร์ปลอด (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท่านครูญาณวโรภาสอุทิศ จำนวน 80 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิด และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิดมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งฉบับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิดมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิดมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อัจฉริยา สีหามาตย์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง อสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนหนองหงส์พิทยาคม อำเภอหนองหงส์ จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด เชิงเมตาคอกนิชัน คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.94 และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 78.13 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนมีคะแนนเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 70 แสดงว่านักเรียนมีกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการโจทย์แก้ปัญหา

นภัสสร พฤฒยาคี (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอุดรคริสเตียนศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด

เชิงเมตาคอกนิชันเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 72.00 นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 71.05 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผลการทดสอบเกี่ยวกับเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ทุกข้อ แสดงว่านักเรียนมีกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552: 1-209) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร จำนวน 108 คน แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างอย่างงานจำนวน 54 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 54 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ(ร้อยละ 50) และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .05

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553: 1-165) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 2 กลุ่ม เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์จำนวน 32 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรรณทิภา ทองนวล (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีภูเก็ต อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการ

จัดการเรียนรู้ และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน จำแนกได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพบว่านักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูงสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน และมีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ทั้งแผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง และรูปภาพในการสื่อสารแนวคิดได้อย่างชัดเจน นักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับปานกลางสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และมีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ทั้งแผนภาพหรือรูปภาพเพื่อสื่อสารแนวคิดบ้างบางครั้ง แต่ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร และนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับต่ำ พูดอธิบายโดยใช้ภาษาที่ไม่ถูกต้อง หรืออธิบายได้แต่ไม่ครบถ้วน และไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด

นุชจรินทร์ รื่นรมย์ (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยม โดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยม โดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es 2) ศึกษากระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ให้มีคะแนนเมตาคอกนิชันเฉลี่ยร้อยละ 70 ขึ้นไป 3) พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนจำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 33 คน โรงเรียนบ้านดอนบม อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันโดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.48 และนักเรียนจำนวนร้อยละ 75.76 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และการศึกษากระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันพบว่าคะแนนแบบทดสอบของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 70 แสดงว่านักเรียนมีกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

พิเชษฐ์ โพนสิม (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนา

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป 3) เพื่อศึกษากระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน โดยให้นักเรียนมีคะแนนเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเชียงคาน อำเภอเชียงคาน จังหวัดเลย จำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันโดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.32 และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 32 คน คิดเป็นร้อยละ 76.19 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนมีคะแนนเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบึงสามพันวิทยาคม อำเภอบึงสามพัน จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.67 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และความสามารถในการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มัณฑนา พรมรักษ์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอวัง จำนวน 108 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญา และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ .05 2) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

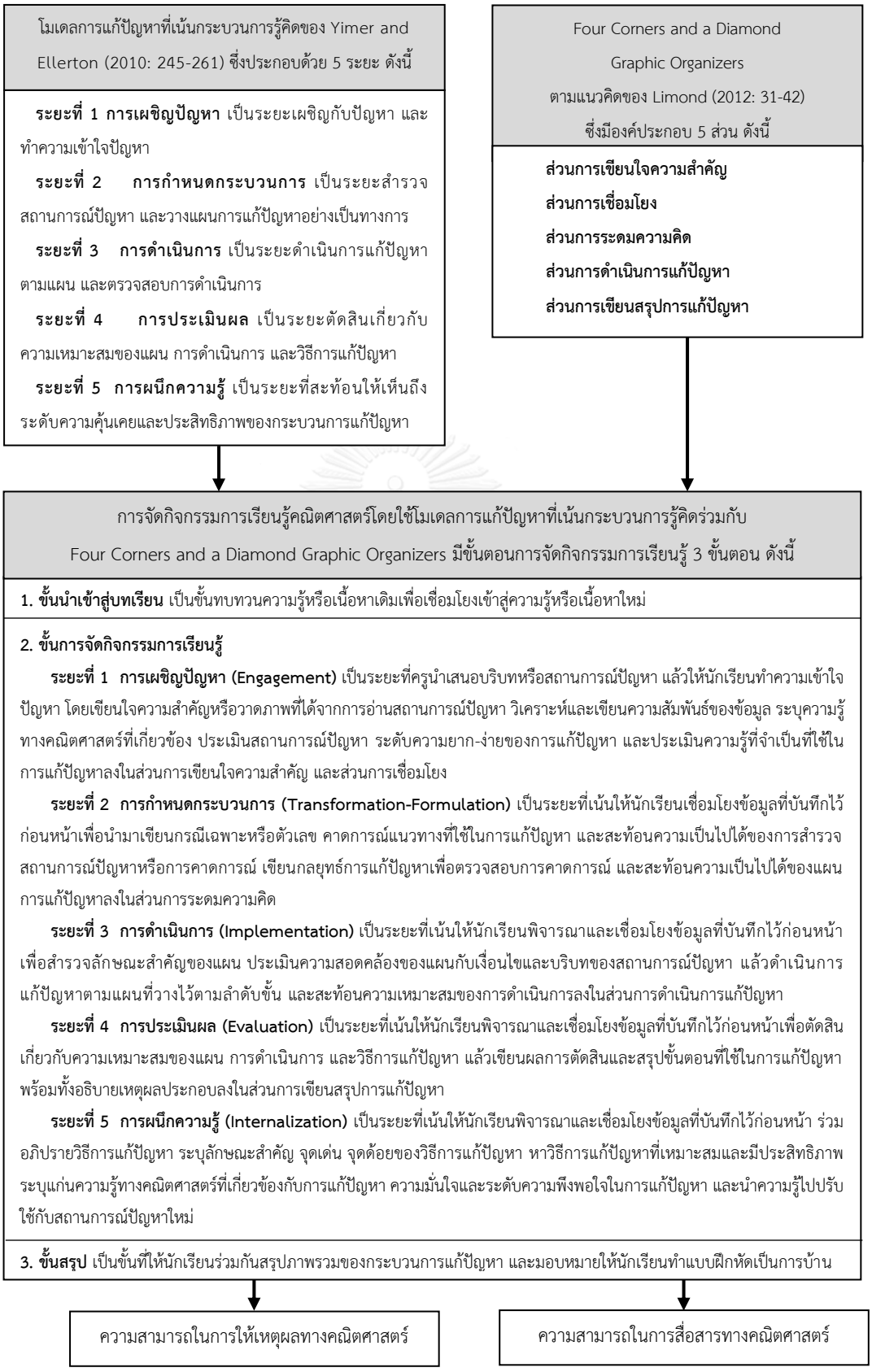
ชนิสรา เรืองนุ่น (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ แบ่งออกเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และนักเรียนในกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญามีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สายัณห์ พลแพน (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหลี่ยม อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2557: 31-45) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพัทลุง โดยแบ่งออกเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้จำนวน 48 คน และกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติจำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และ

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 6 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
   4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
   4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และในการทดลอง

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรของโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต เกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การสร้างเครื่องมือในการวิจัย วิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงแบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ ผู้บริหารและคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ความร่วมมือ และสนับสนุนการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยได้เลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 10 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/1 จำนวน 44 คน และห้อง ม.2/3 จำนวน 45 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80.25 และ 79.20 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.31 และ 7.51 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิด และ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 เขียนแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้

โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาก่อนนำไปใช้จริง

2. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.3 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 14 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาก่อนนำไปใช้จริง

3. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 14 แผน มีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**เนื้อหา**	**จำนวนคาบ**
1	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (จำนวนเต็ม)	1
2	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ทศนิยม)	1
3	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (เศษส่วน)	1
4	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (จำนวน และอายุ)	1
5	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (รูปเรขาคณิต)	1
6	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (เงิน)	1
7	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (อัตราส่วน)	1
8	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ร้อยละ)	1
9	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ของผสม)	1
10	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (โจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น)	1
11	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ระยะทาง)	1
12	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (กระแสน้ำ)	1
13	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (แรงงาน)	1
14	ปัญหาระคนเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ และอัตราเร็ว	1
รวม		14

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุป โดยมีกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมกาเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

ตารางที่ 3 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)</th><th>กลุ่มควบคุม
(การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน
ครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและทบทวนความรู้เดิมให้กับนักเรียน โดยใช้การสนทนา ซักถาม เกม ยกตัวอย่างสถานการณ์และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนและกระตุ้นความสนใจหรือทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน โดยการสอนทฤษฎีบท นิยาม กฎ สูตร สมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เป็นต้น เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนและเตรียมความพร้อมให้แก่นักเรียนก่อนที่จะเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา ทั้งนี้หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูอาจสอนเพิ่มเติมตามความจำเป็น</td></tr>
<tr><td>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา (Engagement) เป็นระยะที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง ทั้งนี้ครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถาม ดังนี้
- ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในส่วนการเชื่อมโยง และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญ จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องลงในส่วนการเชื่อมโยง
- ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ปัญหาว่าเคยหรือจดจำการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ ประเมินระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และประเมินความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา</td><td>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้
1. ครูยกตัวอย่างบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาเพื่อร่วมกันระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ</td></tr>
</table>

ตารางที่ 3 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการเชื่อมโยง เพื่อเป็นข้อมูลในการกำกับความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา **ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ(Transformation-Formulation)** เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงเพื่อสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการระดมความคิด ทั้งนี้ครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถาม ดังนี้ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง แล้วเขียนกรณีเฉพาะหรือตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในส่วนการระดมความคิด จากนั้นสะท้อนความเป็นไปได้ของกรณีเฉพาะหรือตัวเลขหรือการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา - ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิด แล้วเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในส่วนการระดมความคิดเพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ - ครูให้นักเรียนสะท้อนความเป็นได้ของแผนการแก้ปัญหาโดยพิจารณาลักษณะสำคัญของปัญหาที่ได้บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง	2. ครูให้นักเรียนสังเกตข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนร่วมกันเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย 3. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อร่วมกันหาข้อสรุปเกี่ยวกับแผนที่ใช้ในการแก้ปัญหา 4. ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจเพื่อปรับความเข้าใจให้ตรงกัน

ตารางที่ 3 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิดเพื่อประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการ โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา ทั้งนี้ครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถาม ดังนี้ - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสำรวจลักษณะสำคัญของแผนเพื่อพิจารณาว่ามีข้อมูลส่วนใดที่ขาดหายไปหรือที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาอีกหรือไม่ และประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขหรือบริบทของสถานการณ์ปัญหา - ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ตามลำดับขั้นลงในส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา (กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา, ขั้นตอนของการดำเนินการ) **ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation)** เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิดและส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา แล้วเขียนผลการตัดสินและสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบลงในส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา	5. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้อง และสอดคล้องกับเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ 6. ครูให้สถานการณ์ปัญหาใหม่ซึ่งอาจจะขยายจากปัญหาเดิม คล้ายคลึงกับปัญหาเดิม หรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ โดยให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ในระหว่างนี้ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างทั่วถึง เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น 7. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละ

ตารางที่ 3 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถาม ดังนี้ - ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิดและส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหาและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา - ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาดังกล่าวลงในส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (ในกรณีที่ปฏิเสธการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนระบุส่วนที่ผิดพลาดหรือขั้นตอนที่ไม่ถูกต้อง จากนั้นกลับไปดำเนินการตามระยะก่อนหน้าอีกครั้ง) **ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization)** เป็นระยะที่เน้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิด ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาและส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหาเพื่อสะท้อนระดับความคุ้นเคยและประสิทธิภาพของกระบวนการแก้ปัญหา โดยครูดำเนินการหรืออาจใช้คำถามดังนี้	ขั้นตอน พร้อมทั้งตรวจสอบลำดับขั้นตอนของวิธีแก้ปัญหาและความถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบ 8. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) และออกมานำเสนอเพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง

ตารางที่ 3 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละขั้นตอน แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิด ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาและส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา เพื่อระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุแก่นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ความมั่นใจและระดับความพึงพอใจที่มีต่อการแก้ปัญหา - ครูให้สถานการณ์ปัญหาใหม่กับนักเรียน ซึ่งอาจจะขยายจากปัญหาเดิม คล้ายคลึงกับปัญหาเดิม หรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยในระหว่างนี้ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างทั่วถึง เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละขั้นตอน แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	

ตารางที่ 3 (ต่อ) กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งในด้านเนื้อหา และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหา และมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน และข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

1.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 177) และวรนารถ อยู่สุข (2555: 78) แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล	**คะแนน**
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ยังขาดข้อมูลหรือเขียนข้อมูลไม่สมบูรณ์	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง **หรือ** ไม่เขียนเลย	0
ความสามารถด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	**คะแนน**
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่ง และสมเหตุสมผล **หรือ** เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และสมเหตุสมผล **หรือ** เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผลเลย **หรือ** เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปไม่ถูกต้อง **หรือ** ไม่เขียนเลย	0

1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม ($\overline{x}$) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 18 และ 19 หน้า 165 และ 166 ตามลำดับ) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามบางข้อให้ครอบคลุม และเหมาะสม ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

โจทย์เดิม

1. ชายสามคนมีอาชีพรับจ้างปักเสาล้อมที่ดิน โดยแต่ละคนคิดค่าแรงในการปักเสาล้อมที่ดิน กว้าง 16 เมตร และยาว 36 เมตร ดังนี้

แก้ไขเป็น

1. ชายสามคนมีอาชีพรับจ้างปักเสาล้อมที่ดิน โดยแต่ละคนคิดค่าแรงในการปักเสาล้อมที่ดิน **รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า**กว้าง 16 เมตร และยาว 36 เมตร ดังนี้

โจทย์เดิม

7. ทีมเชลซี ได้รับชัยชนะ $\frac{4}{7}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง และเสมอมากกว่าทีมลิเวอร์พูลแข่งเสมออยู่ $\frac{1}{21}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง นอกนั้นแพ้

ทีมลิเวอร์พูล แพ้ $\frac{6}{21}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง และเสมอ $\frac{1}{3}$ ของจำนวนครั้งที่เหลือ นอกนั้นได้รับชัยชนะ

แก้ไขเป็น

7. ทีมเชลซี ได้รับชัยชนะ**คิดเป็น** $\frac{4}{7}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง และ**มีผลเสมอกัน**มากกว่า ทีมลิเวอร์พูลแข่งเสมอกันอยู่ $\frac{1}{21}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง นอกนั้น**ได้รับความพ่ายแพ้**

ทีมลิเวอร์พูล **ได้รับความพ่ายแพ้คิดเป็น** $\frac{6}{21}$ ของจำนวนครั้งที่ลงแข่ง และ**มีผลเสมอกัน คิดเป็น** $\frac{1}{3}$ ของจำนวนครั้งที่เหลือ นอกนั้นได้รับชัยชนะ

2) ปรับบริบทของโจทย์ปัญหาบางข้อให้มีความเหมาะสม ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

โจทย์เดิม
1. ณ งานวัดแห่งหนึ่ง กล้ากับแก่นได้เข้าร่วมเล่นในซุ้มปาเป้า ซึ่งมีกติกาว่าถ้าปาเป้าถูกจะได้รับเงิน 8 บาท แต่ถ้าปาเป้าผิดจะต้องเสียเงิน 5 บาท
แก้ไขเป็น
1. ณ งานวัดแห่งหนึ่ง กล้ากับแก่นได้เข้าร่วมเล่นในซุ้มปาเป้า ซึ่งมีกติกาว่า ถ้า**ปาเข้าเป้าจะได้แต้ม 8 คะแนน** แต่ถ้า**ปาผิดเป้าจะเสียแต้ม 5 คะแนน**

1.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษเช่นเดียวกับโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถและมีจำนวนนักเรียนใกล้เคียงกัน โดย

- ฉบับก่อนเรียน ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง
- ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความยากมีค่า 0.20 -0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป คัดเลือกแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนที่ผ่านเกณฑ์ฉบับละ 4 ข้อ ไปหาคุณภาพอีกครั้ง ผลปรากฏว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.645
ค่าความยาก (P)	0.35 - 0.53
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.42 - 0.75

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.743
ค่าความยาก (P)	0.47 - 0.59
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.38 - 0.69

1.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน และข้อสอบฉบับหลังเรียน ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

2.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากงานของ Kennedy and Tipps (1994: 112) สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 333) และธัญพิมล จันทร์นุ่ม (2558: 80-81) แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	**คะแนน**
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่ง	2
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง	1
ใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูลไม่ถูกต้อง **หรือ** ไม่เขียนเลย	0
ความสามารถด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์	**คะแนน**
ใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง	3
ใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด	2
ใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย	1
ใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง **หรือ** ไม่เขียนเลย	0
ความสามารถด้านการนำเสนอ	**คะแนน**
เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง	3
เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด **หรือ** เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด และนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง	2
เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน **หรือ** เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดได้อย่างถูกต้อง	1

ตารางที่ 5 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการนำเสนอ	คะแนน
เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาคำตอบไม่ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดไม่ถูกต้อง **หรือ** ไม่เขียนเลย	0

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม ($\overline{x}$) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 20 และ 21 หน้า 167 และ 168 ตามลำดับ) โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) ปรับภาษาที่ใช้ในคำถามบางข้อให้ครอบคลุม และเหมาะสม ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

โจทย์เดิม

2.2 จากการสำรวจพบว่าในวันที่ 1 สิงหาคม พ.ศ.2559 เต่ามะเฟืองขึ้นมาวางไข่พร้อมกันกับเต่าทะเลทั้ง 3 ชนิด ซึ่งใช้ช่วงเวลาวางไข่ 6 สัปดาห์/ครั้ง แต่ด้วยสภาพอากาศที่แปรปรวนทำให้เต่าทะเลทั้ง 4 ชนิดขึ้นมาวางไข่เกินกำหนดเวลาที่ต้องขึ้นมาวางไข่พร้อมกันในครั้งที่สอง ซึ่งช่วงเวลาที่วางไข่เกินกำหนดส่งผลให้ไข่ที่ออกมาฝ่อไป

แก้ไขเป็น

2.2 จากการสำรวจพบว่าในวันที่ 1 สิงหาคม พ.ศ.2559 เต่ามะเฟืองขึ้นมาวางไข่พร้อมกันกับเต่าทะเลทั้ง 3 ชนิด ซึ่งใช้ช่วงเวลาวางไข่ 6 สัปดาห์/ครั้ง แต่ด้วยสภาพอากาศที่แปรปรวน **ทำให้การวางไข่ครั้งที่สองของเต่าทะเลทั้ง 4 ชนิด** เกินกำหนดเวลาที่ต้องขึ้นมาวางไข่พร้อมกันในครั้งที่สอง ซึ่งช่วงเวลาที่วางไข่เกินกำหนดส่งผลให้ไข่ที่ออกมาฝ่อไป

Chulalongkorn University

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

โจทย์เดิม
5. สั่งซื้อหนังสือที่เป็นภาษาไทยมากกว่าหนังสือภาษาอังกฤษ 20% ของหนังสือทั้งหมด
แก้ไขเป็น
5. **สั่งซื้อหนังสือที่เป็นภาษาไทยและหนังสือที่เป็นภาษาอังกฤษ 60% และ 40% ของหนังสือทั้งหมด ตามลำดับ**

2) ปรับลักษณะการถามคำถามให้ครอบคลุม และเหมาะสม ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

โจทย์เดิม
6.1 จงเขียนแสดงพื้นที่แปลงดอกไม้ที่ลูกทั้ง 4 คน ได้ออกแบบ และขนาดของพื้นที่ปลูกดอกไม้แต่ละชนิด
แก้ไขเป็น
6.1 **ถ้าแปลงดอกไม้ที่ลูกแต่ละคนรับผิดชอบอยู่ติดกัน และปลูกดอกไม้ชนิดเดียวกันในแปลงเดียวกัน** จงเขียนแสดงพื้นที่แปลงดอกไม้ที่ลูกทั้ง 4 คน ได้ออกแบบ และขนาดของพื้นที่ปลูกดอกไม้แต่ละชนิด

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้ โดย

- ฉบับก่อนเรียน ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง
- ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง

จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำผลคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยมีเกณฑ์คือ มีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป จากนั้นนำมาหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์คือ ค่าความยากมีค่า 0.20 -0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป คัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนที่ผ่านเกณฑ์ฉบับละ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4 ข้อ ไปหาคุณภาพอีกครั้ง ผลปรากฏว่า แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.848
ค่าความยาก (P)	0.49 - 0.62
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.54 - 0.76

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.889
ค่าความยาก (P)	0.47 - 0.54
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.50 - 0.70

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ทั้ง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการในขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งออกเป็นการเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ และการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

5.1 การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.1.1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้อง คือ ห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 6.36 และ 4.16 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) โดยผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของห้อง ม.2/1 และ ม.2/3 เท่ากับ 3.34 และ 2.87 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) โดยผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.1.3 ผู้วิจัยได้ทำการสุ่มโดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers และนักเรียนห้อง ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการสอน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 และสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 18 มกราคม 2560 ถึงวันที่ 17 กุมภาพันธ์ 2560

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5.2 การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน จากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรมและการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายกรณีเพื่อให้ได้ข้อมูลเพิ่มเติม โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมออกเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14 ตามลำดับ

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนน จากนั้นดำเนินการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนของทั้งสองฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (t-test dependent)

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (t-test dependent)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผล ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.2 วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1.1 การหาความสอดคล้องของข้อสอบ (Index of Item-Objective Congruence: IOC)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 116)

1.2 การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient: α) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อในแบบวัด

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

1.2.2 หาค่าความยากง่าย (Difficulty Index: p) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$P = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{min})}{(n_t)(x_{min} - x_{max})}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เมื่อ P แทน ค่าความยาก

s_h แทน ผลของคะแนนกลุ่มสูง

s_l แทน ผลของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

1.2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination: r) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{s_h - s_t}{n_h\left(x_{max} - x_{min}\right)}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

s_h แทน ผลของคะแนนกลุ่มสูง

s_l แทน ผลของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) และวิเคราะห์ค่าที (t-test) ด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไป
   1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน
   1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู
   1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน
2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอน มีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
ก่อนเรียน	44	6.36	3.29	7.73	.000*
หลังเรียน	44	10.57	2.64		

* $p < .05$

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 6.36 และ 10.57 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.29 และ 2.64 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
ก่อนเรียน	44	3.34	3.07	15.88	.000*
หลังเรียน	44	19.11	6.60		

* $p < .05$

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 3.34 และ 19.11 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐานเท่ากับ 3.07 และ 6.60 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	44	10.57	2.64	10.73	.000*
กลุ่มควบคุม	45	5.04	2.20		

* $p < .05$

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10.57 และ 5.04 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.64 และ 2.20 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t	p - value
กลุ่มทดลอง	44	19.11	6.60	4.85	.000*
กลุ่มควบคุม	45	13.18	4.78		

* $p < .05$

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.11 และ 13.18 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.60 และ 4.78 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพสามารถนำเสนอข้อมูลได้ดังนี้

1. ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัยเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง – กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งตั้งอยู่ใจกลางชุมชนเมืองกระบี่ โดยมีวัด สถานที่ราชการ ร้านค้า และบ้านพักอาศัยอยู่บริเวณรอบโรงเรียน อีกทั้งยังมีความสะดวกสบายในเรื่องของการเดินทาง เนื่องจากโรงเรียนอยู่ติดถนนใหญ่ และอยู่ใกล้แหล่งชุมชน นักเรียนส่วนใหญ่เดินทางมาโรงเรียนโดยมีผู้ปกครองมาส่ง ขี่รถจักรยานยนต์ โดยสารรถประจำทาง และเดินมาโรงเรียนเอง ทั้งนี้โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัยเปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 72 ห้องเรียน แบ่งเป็นระดับชั้นละ 12 ห้องเรียน ประกอบด้วย ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม จำนวน 1 ห้องเรียน ห้องเรียนพิเศษส่งเสริมความสามารถทางด้านภาษาอังกฤษ (IEP) จำนวน 1 ห้องเรียน และห้องเรียนปกติซึ่งจะคละระดับความสามารถของนักเรียน จำนวน 10 ห้องเรียน โดยเป็นโรงเรียนที่เพียบพร้อมไปด้วยสื่อการเรียนเทคโนโลยีที่ทันสมัย เป็นศูนย์กลางการศึกษาของจังหวัดกระบี่ เป็นโรงเรียนที่สามารถผลิตนักเรียนที่มีคุณภาพ โดยมีบริการทางวิชาการให้แก่นักเรียน ได้แก่ ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ ห้องเรียนสีเขียว ห้อง TOT ห้องสมุด ห้องศูนย์คณิตศาสตร์ เป็นต้น และจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนเดินไปเรียนในห้องเรียนแต่ละวิชา นอกจากนี้ทางโรงเรียนได้มีการส่งเสริมนักเรียนให้เข้าร่วมแข่งขันในด้านทักษะทางวิชาการ และความสามารถพิเศษของนักเรียนจนได้รับรางวัลมากมายอย่างต่อเนื่อง

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2559 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีครูทั้งหมด 133 คน โดยเป็นครูที่สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 92 คน สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 40 คน และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอก จำนวน 1 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 18 คน ที่สำเร็จการศึกษาในสาขาวิชาคณิตศาสตร์โดยตรง จำนวน 17 คน และสำเร็จการศึกษาในสาขาวิชาอื่น จำนวน 1 คน ซึ่งครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แต่ละท่านได้รับมอบหมายให้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณ 17 คาบต่อสัปดาห์ สอนในรายวิชาอื่น ๆ เช่น กิจกรรมโฮมรูม กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ-เนตรนารี ยุวกาชาด เป็นต้น และภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากการสอน เช่น งานฝ่ายวิชาการ งานฝ่ายบุคคล งานฝ่ายกิจการนักเรียน เป็นต้น

1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2559 โรงเรียนของตัวอย่างในการวิจัย มีนักเรียนทั้งสิ้น 2,929 คน แบ่งเป็นนักเรียนชาย 1,130 คน และนักเรียนหญิง 1,799 คน โดยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 490 คน แบ่งเป็นนักเรียนชาย 198 คน และนักเรียนหญิง 292 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย มีจำนวน 89 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers จำนวน 44 คน และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 45 คน โดยผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีระดับผลการเรียนใกล้เคียงกัน นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้น สนใจเรียน และให้ความร่วมมือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี จากการสอบถามพบว่านักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดา มารดา และมีนักเรียนบางส่วนที่พักอาศัยอยู่หอพักใกล้โรงเรียน เนื่องจากบ้านพักอาศัยอยู่ไกลจากโรงเรียนจึงต้องเช่าหอพักอยู่ใกล้โรงเรียนเพื่อความสะดวกสบายในการเดินทาง ผู้ปกครองส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกรรม รับราชการ และอาชีพอิสระหรือธุรกิจส่วนตัว นักเรียนทั้งสองกลุ่มส่วนใหญ่จึงได้รับการเรียนพิเศษเพิ่มเติมนอกเวลาเรียน และมีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่ไม่ได้เรียนพิเศษเพิ่มเติม

2. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมออกเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14 ตามลำดับ ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

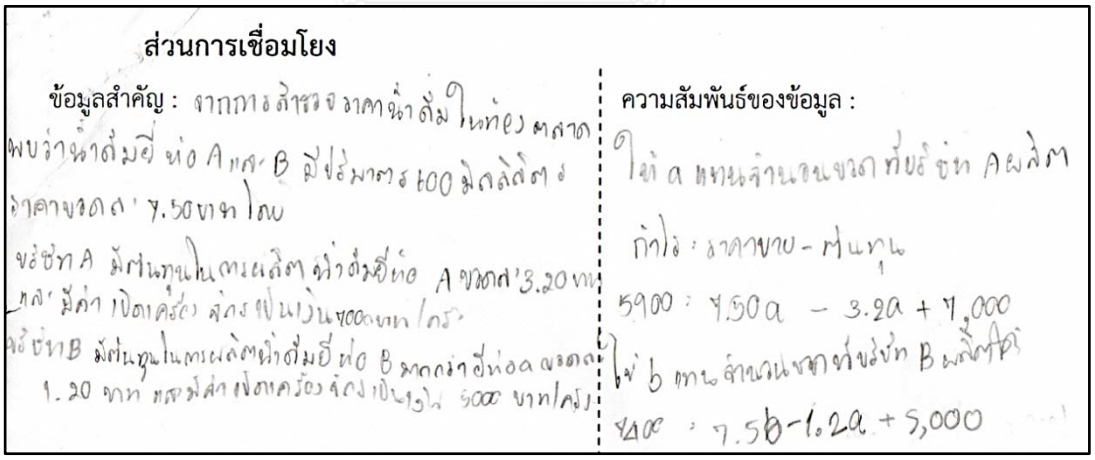
ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนช่วงแรก ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ หลังจากที่ผู้วิจัยนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนใจความสำคัญและข้อมูลสำคัญได้ถูกต้องบางส่วน แต่เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง (ดังแสดงในภาพที่ 7) ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาแล้วบันทึกข้อความลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงในทันที โดยไม่มีการทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ข้อมูลก่อน จึงส่งผลให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประเมินความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน เขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และเขียนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

ต่อมาในระยะที่ 3 การดำเนินการ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิดเพื่อสำรวจลักษณะสำคัญของแผน ประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุข้อผิดพลาดเกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหาของตนเองได้ จึงส่งผลให้การดำเนินการแก้ปัญหาได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเกิดจากนักเรียนไม่ได้วิเคราะห์ความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหาอย่างถี่ถ้วน จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่ามีนักเรียนจำนวนหนึ่งมีการลบข้อความก่อนหน้าออกแล้วเขียนข้อความใหม่แทน จึงทำให้ไม่เห็นร่องรอยการทำงานและกระบวนการคิดของนักเรียน ผู้วิจัยจึงต้องย้ำให้นักเรียนไม่ต้องลบข้อมูล แต่ให้เขียนข้อมูลใหม่ที่แก้ไขด้วยปากกาสีแดงแทน

จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล หลังจากที่ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ทั้งหมดก่อนหน้าเพื่อตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน

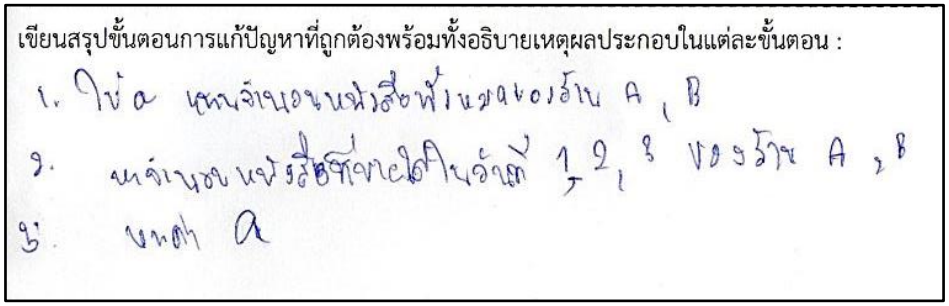
การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับการแก้ปัญหาของตนเอง ทั้งนี้นักเรียนสามารถเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ขาดการเขียนอธิบายเหตุผลประกอบ และไม่มีการเขียนสรุปคำตอบเพื่อยืนยันข้อสรุปนั้น (ดังแสดงในภาพที่ 8) ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนไม่คุ้นชินกับการให้เหตุผลประกอบการอธิบายและสรุปคำตอบ และในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ เมื่อผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนไม่กล้าออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเองหน้าชั้นเรียน เนื่องจากกลัวว่าคำตอบที่ได้จะผิดพลาด ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการเสริมแรงเพื่อให้นักเรียนออกมานำเสนอและร่วมอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหาในลักษณะคล้ายคลึงกัน และไม่สามารถบอกเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของตนเองได้ อีกทั้งไม่มีนักเรียนคนใดที่แก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่นที่แตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอ นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์หลัก ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และนักเรียนส่วนใหญ่สะท้อนว่าตนเองมีความมั่นใจและระดับความพึงพอใจในการแก้ปัญหาของตนเองอยู่ในระดับปานกลางและน้อย เมื่อผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้กับนักเรียน พบว่านักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล ตลอดจนไม่มีการเขียนสรุปคำตอบและข้อมูลในการยืนยันข้อสรุป



ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ช หน้า 231)

ภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่ไม่ถูกต้อง และมีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (จากความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนควรเขียนอธิบายด้วยว่าสมการที่ได้มาคือสมการของอะไร และความสัมพันธ์ของกำไรที่ได้จากการขายน้ำของบริษัท A

ควรเป็น 5,900 = 7.50a - (3.2a + 7,000) ความสัมพันธ์ของกำไรที่ได้จากการขายน้ำของบริษัท B ควรเป็น 7,000 = 7.50a - [(3.2 + 1.2)a + 5,000])



ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ช หน้า 232)

ภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งในกรณีนี้นักเรียนไม่ได้เขียนอธิบายลำดับของการหาจำนวนหนังสือที่ขายได้ในวันที่ 1, 2, 3 ของร้าน A และ B ว่าต้องหาจำนวนหนังสือที่ขายได้ในวันใด และของร้านใดตามลำดับก่อนหลัง และไม่ได้ระบุว่าหาค่า a ได้อย่างไร โดยในกรณีนี้นักเรียนขาดการระบุว่านำจำนวนหนังสือที่ขายได้รวมทั้งสามวันของร้าน A เท่ากับ จำนวนหนังสือที่ขายได้รวมทั้งสามวันของร้าน B แล้วจึงแก้สมการหาค่า a รวมทั้งขาดการสรุปว่าในวันที่สามร้าน A ขายหนังสือได้มากกว่าร้าน B จำนวน 30 เล่ม ใช่หรือไม่

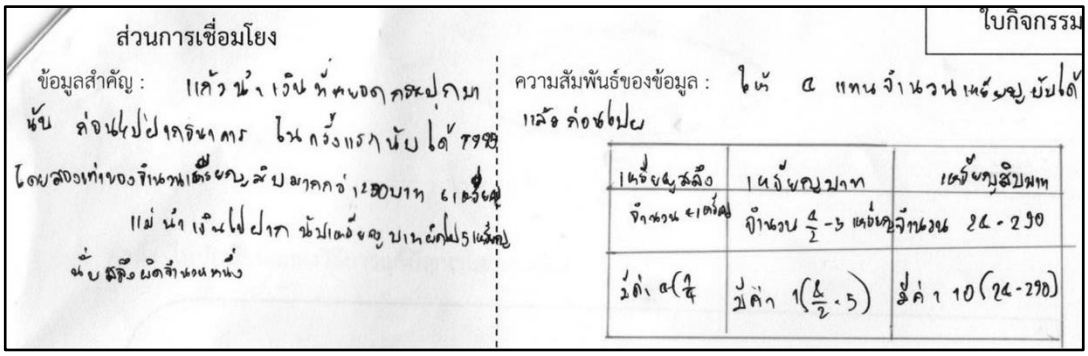
ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วงที่ 2 ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา หลังจากที่ผู้วิจัยนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา พบว่า นักเรียนมีการอ่านทำความเข้าใจปัญหาก่อน จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถเขียนใจความสำคัญ ข้อมูลสำคัญ วิเคราะห์ข้อมูลและเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังขาดรายละเอียดสำคัญบางส่วนที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา (ดังแสดงในภาพที่ 9) และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและประเมินความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ทั้งนี้การที่นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้นอาจเกิดจากผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจปัญหาก่อนที่จะเขียนใจความสำคัญ และข้อมูลสำคัญ แล้วจึงเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้าเพื่อนำมาวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

ต่อมาในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ และระยะที่ 3 การดำเนินการ หลังจากที่ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงเพื่อสำรวจสถานการณ์ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลขโดยใช้ข้อมูลจากความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เขียนไว้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ให้เหตุผลประกอบการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาด้วยตนเองได้มากยิ่งขึ้น โดยไม่ต้องขอคำแนะนำจากผู้วิจัย และจากการสังเกตพบว่าเมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเสร็จแล้ว มีนักเรียนจำนวนหนึ่งสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลในการอ้างอิงข้อสรุป

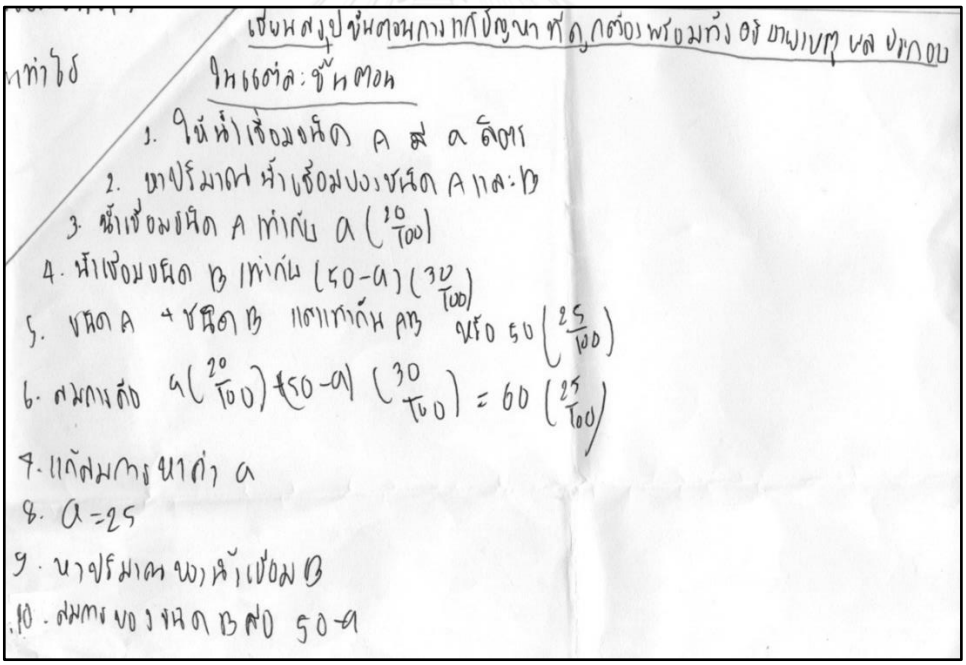
จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล หลังจากที่ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ก่อนหน้าเพื่อนำมาตัดสินเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผน การดำเนินการและวิธีการแก้ปัญหา พบว่ามีนักเรียนจำนวนหนึ่งที่พบว่าวิธีการแก้ปัญหาของตนเองมีข้อผิดพลาดได้ใช้ปากกาสีแดงขีดฆ่าขั้นตอนที่ไม่ถูกต้องแล้วเขียนข้อมูลใหม่ให้ถูกต้อง พร้อมทั้งปฏิเสธการแก้ปัญหาและระบุขั้นตอนที่ผิดพลาด มีการเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น แต่ไม่มีการเขียนสรุปคำตอบเพื่อยืนยันข้อสรุปหรือเขียนสรุปคำตอบ แต่ไม่สมเหตุสมผล (ดังแสดงในภาพที่ 10) ทั้งนี้การที่นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น อาจเกิดจากนักเรียนได้รับการฝึกเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเองมาระยะหนึ่ง จึงเกิดความคุ้นชินและส่งผลให้นักเรียนสามารถใช้เหตุผลประกอบการเขียนอธิบายได้ดีขึ้น

และในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยครูไม่ต้องสุ่มเลือก เริ่มใช้เหตุผลประกอบการระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากกว่าในช่วงที่ 1 และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์หลัก ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีความมั่นใจและระดับความพึงพอใจที่มีต่อการแก้ปัญหาของตนเองอยู่ในระดับปานกลาง จากนั้นผู้วิจัยได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้กับนักเรียน พบว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และให้เหตุผลประกอบการเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากขึ้น แต่ยังคงเขียนสรุปคำตอบและยืนยันข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล



ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ช หน้า 236)

ภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังขาดรายละเอียดในบางส่วน โดยในกรณีนี้นักเรียนขาดการเขียนความสัมพันธ์ของจำนวนเหรียญที่แก้วนับผิด อีกทั้งขาดการระบุค่าของเหรียญที่แก้วนับผิดไปด้วย



ภาพที่ 10 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ใบกิจกรรมที่ 9.1 ภาคผนวก ช หน้า 238)

ภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดการเขียนสรุปคำตอบว่าต้องใช้น้ำเชื่อมชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ลิตรเพื่อให้ได้น้ำเชื่อมผสม 50 ลิตร ในการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

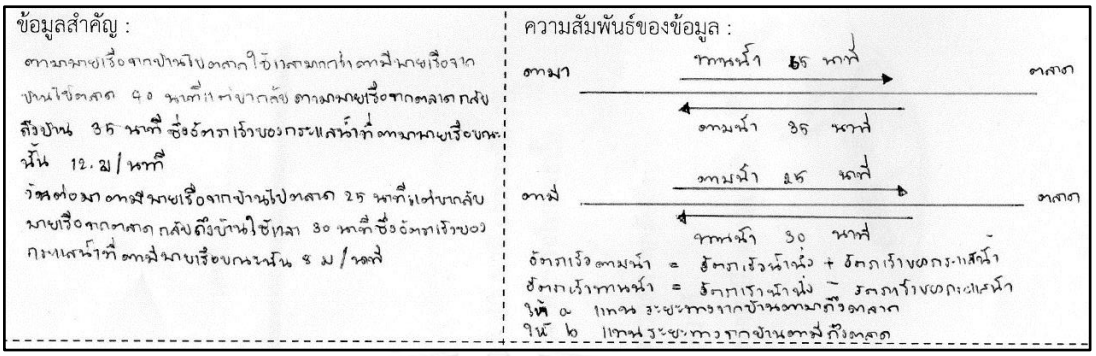
ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วงที่ 3 ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ เมื่อผู้วิจัยนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนเขียนใจความสำคัญ ข้อมูลสำคัญ วิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงได้อย่างถูกต้องครบถ้วน (ดังแสดงในภาพที่ 11) ทั้งนี้อาจเกิดจากในช่วงที่ 1 และช่วงที่ 2 ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีการจัดระบบความคิดของตนเองและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้าอย่างสม่ำเสมอ จึงทำให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูล ทั้งข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ระหว่างการแก้ปัญหา และข้อมูลระหว่างสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญกับสิ่งที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ดีมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและประเมินความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน จากนั้นเมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง พบว่านักเรียนสามารถเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาและเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน มีการสะท้อนการคาดการณ์และความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลในการอ้างอิงข้อสรุปมากยิ่งขึ้น

ต่อมาในระยะที่ 3 การดำเนินการ และระยะที่ 4 การประเมินผล หลังจากที่ผู้วิจับใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้าแล้ว พบว่านักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอน ใช้เหตุผลประกอบการสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผน และตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณ ก่อนที่จะตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาของตนเอง นอกจากนี้นักเรียนสามารถเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน มีการเขียนสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล (ดังแสดงในภาพที่ 12) ทั้งนี้อาจเกิดจากขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนได้ฝึกเขียนอธิบายแนวคิดของตนเอง และคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้นักเรียนตระหนักรู้ว่าในขณะนั้นตนเองกำลังคิดแก้ปัญหาอย่างไร และจะเขียนอธิบายวิธีคิดนั้นอย่างไร

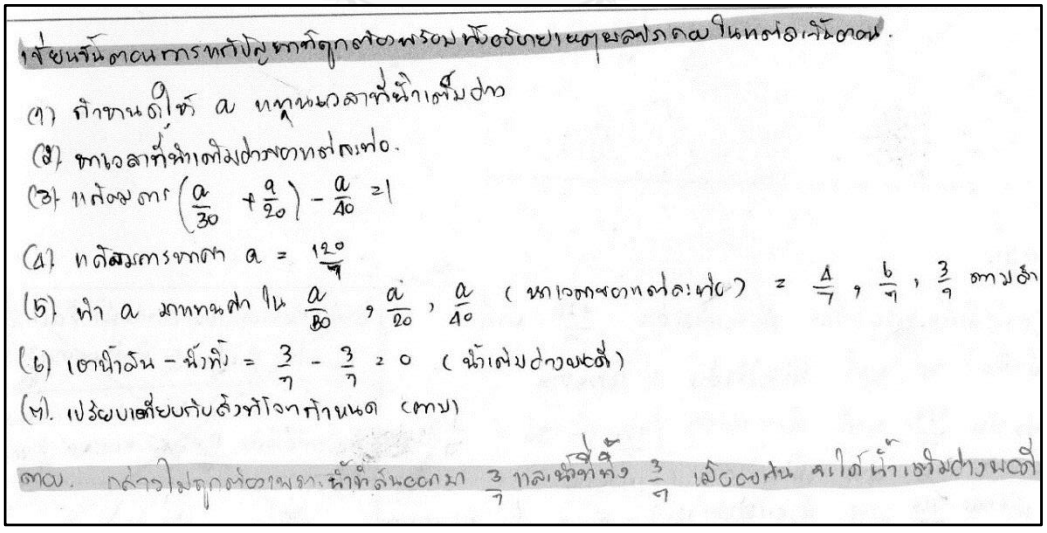
ในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ เมื่อผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหามากขึ้น สามารถวิเคราะห์ข้อมูล และให้เหตุผลประกอบการระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้น ตลอดจนสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมและ

มีประสิทธิภาพ มีความมั่นใจและพึงพอใจในการแก้ปัญหาในระดับปานกลางถึงดีมาก หลังจากผู้วิจัยให้นักเรียนแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ พบว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลและให้เหตุผลประกอบการแสดงวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น



ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)

ภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้แผนภาพ ประกอบการเขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และทำให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน



ภาพที่ 12 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 ใบกิจกรรมที่ 13.2 ภาคผนวก ช หน้า 241)

ภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนได้อย่างครบถ้วน และสามารถสรุปข้อมูลพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

3. ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการสังเกตพฤติกรรมออกเป็น 3 ช่วง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14 ตามลำดับ ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

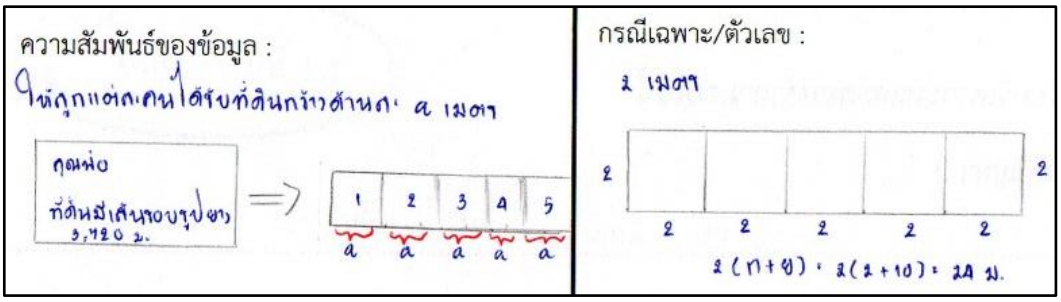
ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 - 4)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนช่วงแรก ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ หลังจากที่ผู้วิจัยนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาแล้ว พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนใจความสำคัญและข้อมูลสำคัญได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และกรณีเฉพาะ/ตัวเลขไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อครูใช้คำถามกระตุ้นและชี้ให้เห็นว่าการใช้แผนภาพประกอบการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจะทำให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น หลังจากนั้นนักเรียนทั้งห้องก็จะใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในลักษณะเดียวกันคือแผนภาพ แม้ว่าผู้วิจัยจะกระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในลักษณะอื่นที่นอกเหนือจากแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล แต่ก็พบว่านักเรียนทั้งห้องยังคงใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพียงแบบเดียว (ดังแสดงในภาพที่ 13) อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มีการคาดการณ์แนวทางในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน และเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาโดยใช้สมการ ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนให้ใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ต่อมาในระยะที่ 3 การดำเนินการ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุได้ว่าแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหาไม่สอดคล้องกันในส่วนใด จึงทำให้ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องเพียงบางส่วน และมีนักเรียนจำนวนหนึ่งไม่มีการใช้

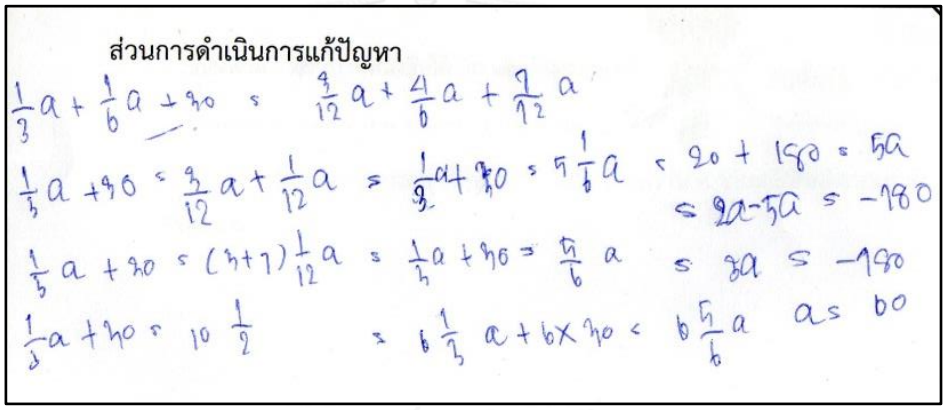
ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิดการดำเนินการแก้ปัญหาเลย แต่จะเขียนเพียงสมการและคำตอบเท่านั้น และมีนักเรียนอีกจำนวนหนึ่งที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิดการดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง (ดังแสดงในภาพที่ 14) ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนให้เขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาในรูปแบบที่เป็นทางการ จึงเขียนอธิบายแนวคิดในลักษณะการทดเลขที่เข้าใจได้เพียงคนเดียว ประกอบกับในระยะที่ 4 การประเมินผล เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้าเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผน และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการดำเนินการ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับการแก้ปัญหาของตนเอง สามารถเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์และไม่เป็นลำดับขั้นตอน (ดังแสดงในภาพที่ 15) แต่มีนักเรียนบางคนสามารถแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนสรุปลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาของตนเองได้ อาจเกิดจากนักเรียนยังไม่คุ้นชินกับการเขียนอธิบายวิธีการคิดของตนเองหรือไม่ได้ฝึกเขียนอธิบายเท่าที่ควร ผู้วิจัยจึงให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น

ในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ เมื่อผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนไม่กล้าออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน เนื่องจากไม่มั่นใจในการเขียนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือนักเรียนบางส่วนไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้จึงทำให้ไม่กล้าออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ผู้วิจัยจึงต้องกล่าวให้กำลังใจและให้คะแนนเพื่อเป็นการเสริมแรง และนักเรียนส่วนใหญ่สะท้อนว่าตนเองมีความมั่นใจและพึงพอใจในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลางและน้อย ผู้วิจัยจึงนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้กับนักเรียนเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจมากยิ่งขึ้น พบว่านักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีในระดับหนึ่ง แต่ไม่สามารถเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในลักษณะอื่นประกอบการแสดงแนวคิดได้อย่างหลากหลาย ตลอดจนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างไม่เป็นลำดับขั้นตอน



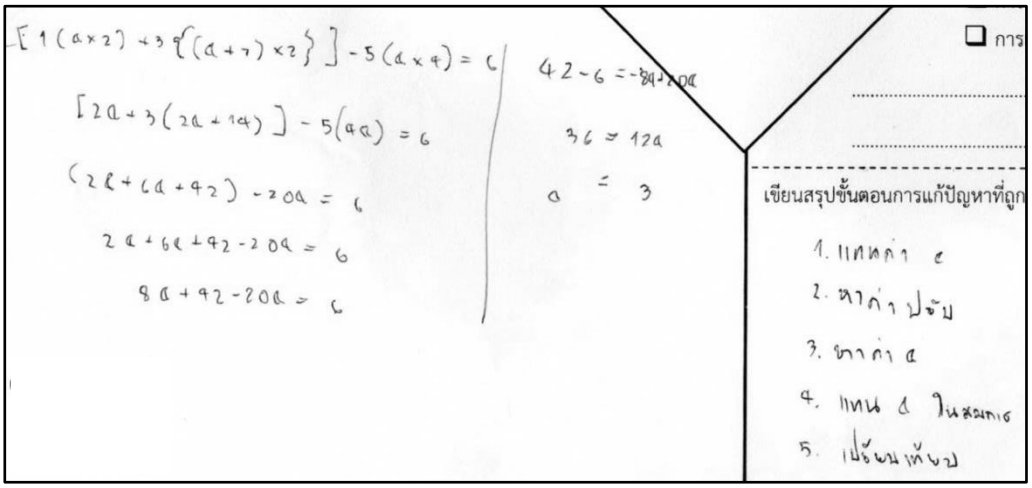
ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1.1 ภาคผนวก ช หน้า 230)

ภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้แผนภาพประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 14 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ช หน้า 232)

ภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง โดยเขียนเครื่องหมายเท่ากับต่อท้ายสมการอีกสมการหนึ่ง และไม่มีการใช้เครื่องหมายวงเล็บเพื่อแสดงการจัดกลุ่มของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งแก้สมการไม่ถูกต้อง



ภาพที่ 15 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ
(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 4.1 ภาคผนวก ช หน้า 233)

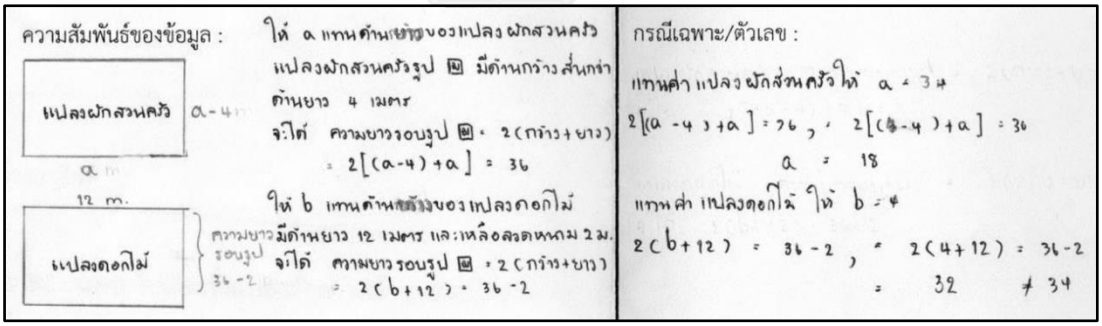
ภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่า ในส่วนของการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนสามารถแก้สมการหาค่า a ได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการหาคำตอบที่โจทย์ต้องการทราบ และในส่วนของการเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ และเป็นการเขียนอธิบายสั้น ๆ ที่เข้าใจได้เพียงคนเดียว ซึ่งในกรณีนี้นักเรียนขาดการระบุว่า a แทนค่าของอะไร แทนค่า a ในสมการใด และเปรียบเทียบอะไร

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 - 9)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วงที่ 2 ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ เมื่อผู้วิจัยนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนเขียนใจความสำคัญและข้อมูลสำคัญได้ถูกต้องมากขึ้น มีการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลและกรณีเฉพาะ/ตัวเลขในลักษณะที่หลายหลายมากยิ่งขึ้น แต่ถูกต้องเพียงบางส่วน (ดังแสดงในภาพที่ 16) ซึ่งอาจเกิดจากผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างให้นักเรียนเห็นว่าในการแก้สถานการณ์ปัญหาข้อหนึ่ง สามารถใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการแสดงแนวคิดได้หลายลักษณะ นอกจากนี้นักเรียนมีการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายมากยิ่งขึ้น ต่อมาในระยะที่ 3 การกำหนดกระบวนการ หลังจากที่ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงแล้ว พบว่านักเรียนมีการใช้ภาษาและ

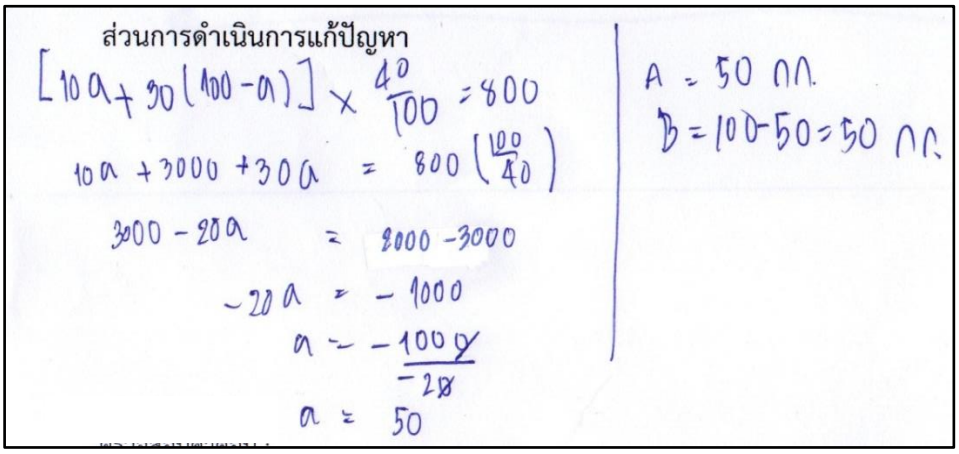
สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน (ดังแสดงในภาพที่ 17) อาจเกิดจากข้อมูลที่บันทึกไว้ก่อนหน้าถูกต้องเพียงบางส่วนหรือขาดข้อมูลใดข้อมูลหนึ่งไป

จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ก่อนหน้าแล้ว พบว่านักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อนำเสนอแนวคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น แต่ถูกต้องเพียงบางส่วนหรือถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ (ดังแสดงในภาพที่ 18) ทั้งนี้อาจเกิดจากนักเรียนไม่ได้ตรวจสอบข้อมูลก่อนหน้าอย่างละเอียดถี่ถ้วน และไม่รอบคอบและระมัดระวังในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ เมื่อผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน พบว่านักเรียนกล้าออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น ทั้งนี้อาจเกิดจากนักเรียนมีความมั่นใจในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายวิธีการแก้ปัญหา และเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้นจึงกล้าออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ พบว่านักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นและเป็นลำดับขั้นตอน มีการเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการแสดงแนวคิดในลักษณะที่หลากหลายมากขึ้น



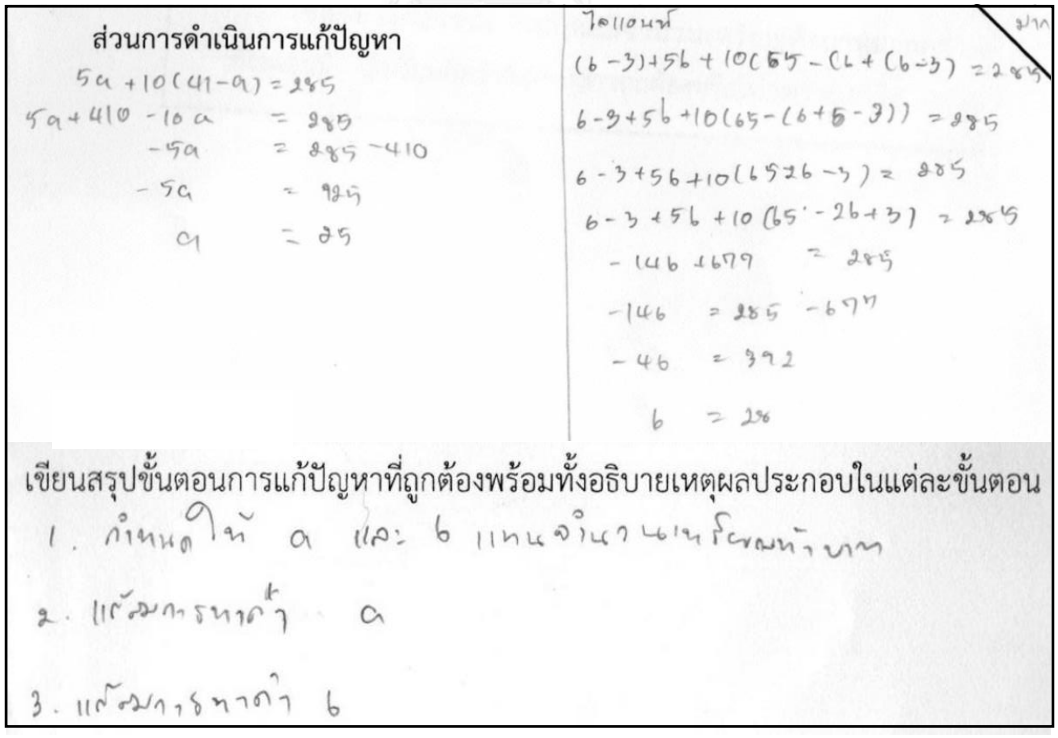
ภาพที่ 16 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.1 ภาคผนวก ช หน้า 234)

ภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่า ในส่วนความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนมีการใช้รูปภาพประกอบการใช้ตัวแปรได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ในกรณีนี้นักเรียนไม่ได้เขียนค่า b กำกับว่าคือด้านกว้างของแปลงดอกไม้ในรูปภาพ และในส่วนของกรณีเฉพาะ/ตัวเลข นักเรียนมีการใช้ตัวเลขแทนสมการเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา



ภาพที่ 17 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.1 ภาคผนวก ช หน้า 237)

ภาพที่ 17 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการเขียนอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยนักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในบรรทัดที่ 2 และบรรทัด 3 ผิด นอกจากนี้นักเรียนควรเขียนว่า น้ำตาลชนิด A หนัก 50 กิโลกรัม และน้ำตาลชนิด B หนัก 100 - 50 = 50 กิโลกรัม



ภาพที่ 18 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.1 ภาคผนวก ช หน้า 235)

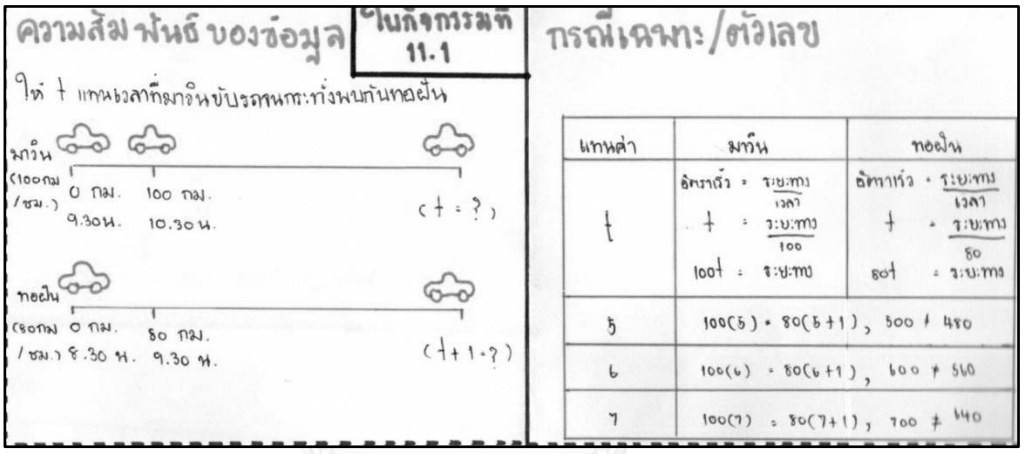
ภาพที่ 18 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอน แต่การเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหายังขาดการเปรียบเทียบว่าโนบิตะมีจำนวนเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทที่ไจแอนมีหรือไม่ และไม่มีการเขียนสรุปคำตอบ

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 10 - 14)

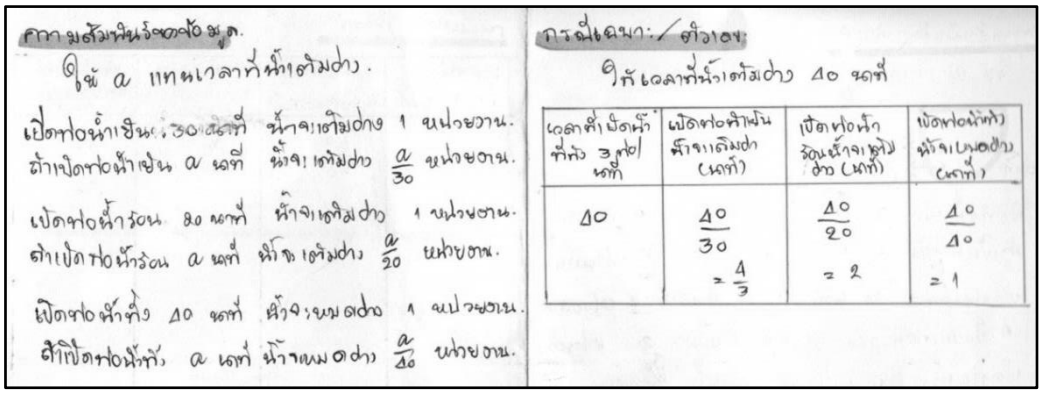
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วงที่ 3 ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ หลังจากที่ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการเขียนอธิบายสถานการณ์ปัญหา เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลขได้อย่างหลากหลายมากยิ่งขึ้น และมีความถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ (ดังแสดงในภาพที่ 19 และภาพที่ 20) จึงส่งผลให้นักเรียนคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ และเขียนด้วยภาษาของตนเอง ต่อมาในระยะที่ 3 หลังจากที่ผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิดแล้ว พบว่านักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และเป็นลำดับขั้นตอน โดยมีการทบทวนการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองว่าเขียนถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่ (ดังแสดงในภาพที่ 21) ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา และอภิปรายร่วมกันถึงจุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคน ทำให้นักเรียนมีการทบทวนและระมัดระวังการเขียนของตนเองมากขึ้น

จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ก่อนหน้าแล้ว พบว่านักเรียนเขียนสรุปลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และเป็นลำดับขั้นตอน (ดังแสดงในภาพที่ 22) นอกจากนี้เมื่อผู้วิจัยเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม พบว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และใช้ภาษาที่ตนเองเข้าใจ โดยมีการซักถามผู้วิจัยน้อยลงกว่าในช่วงแรก ๆ ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนได้ฝึกฝนการเขียนอธิบายกระบวนการคิดของตนเองอย่างสม่ำเสมอ ในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น มีการใช้ภาษา

สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น ทั้งนี้อาจเกิดจากนักเรียนได้รับการส่งเสริมให้ใช้แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบการอธิบายการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ รวมถึงผู้วิจัยได้อธิบายให้นักเรียนได้ตระหนักถึงประโยชน์ของการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูล จากนั้นเมื่อวิจัยได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้กับนักเรียน พบว่านักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลได้ดีขึ้น ตลอดจนเลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย



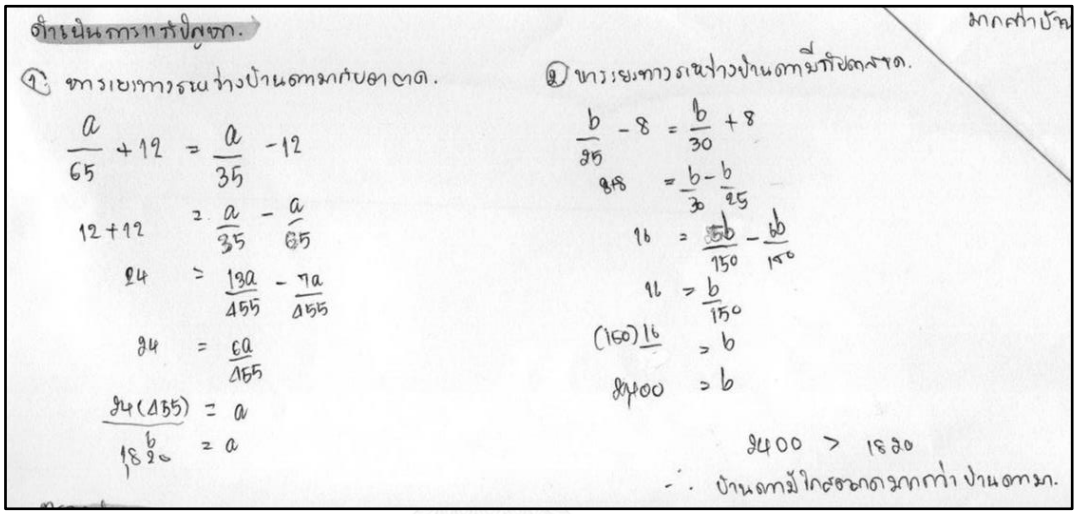
ภาพที่ 19 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ช หน้า 239)



ภาพที่ 20 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)

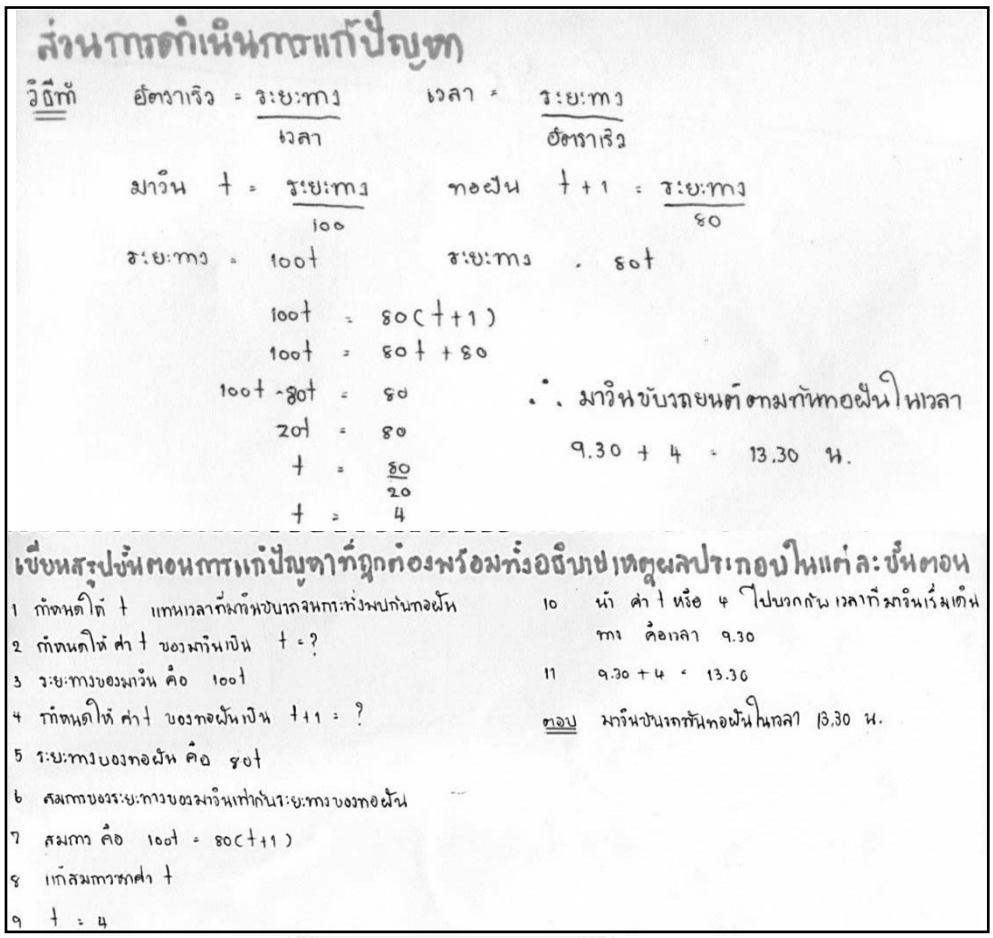
ภาพที่ 19 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการใช้แผนภาพได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน อีกทั้งมีการเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลขโดยใช้ตารางเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา และเข้าใจได้ง่ายมากยิ่งขึ้น

อีกทั้งในภาพที่ 20 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการใช้ตัวแปรได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน อีกทั้งมีการเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลขด้วยการแทนค่าตัวเลขลงในตัวแปรโดยใช้ตารางเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา และเข้าใจได้ง่ายมากยิ่งขึ้น



ภาพที่ 21 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ใบกิจกรรมที่ 12.1 ภาคผนวก ช หน้า 240)

ภาพที่ 21 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน



ภาพที่ 22 แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ

(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ช หน้า 239)

ภาพที่ 22 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการเขียนการดำเนินการแก้ปัญหาและเขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผลประกอบได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน เป็นลำดับขั้นตอน และเขียนด้วยภาษาที่ตนเองเข้าใจ

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 13 (ตรัง - กระบี่) กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่พิเศษ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ นอกจากนี้ผู้บริหารและคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ความร่วมมือ และสนับสนุนการทำวิจัยเป็นอย่างดี โดยผู้วิจัยได้เลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนทั้ง 10 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/1 จำนวน 44 คน และห้อง ม.2/3 จำนวน 45 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80.25 และ 79.20 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.31 และ 7.51 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการสุ่มโดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม จำนวน 14 แผน ใช้เวลาสอน 14 คาบเรียน โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สาระการเรียนรู้พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้อง

เหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย พบว่า มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.645 ค่าความยากเป็น 0.35 - 0.53 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.42 - 0.75

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.743 ค่าความยากเป็น 0.47 - 0.59 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.38 - 0.69

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.848 ค่าความยากเป็น 0.49 - 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.54 - 0.76

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.889 ค่าความยากเป็น 0.47 - 0.54 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.50 - 0.70

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยทั้งสองกลุ่ม โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 14 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 และสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 18 มกราคม 2560 ถึงวันที่ 17 กุมภาพันธ์ 2560

2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 14 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนน โดยพิจารณาตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยเพื่อให้อยู่ในขอบเขตที่สามารถใช้เกณฑ์ดังกล่าวได้ จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนสอบจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนของทั้งสองฉบับ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (t-test dependent)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (t-test dependent)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (t-test independent)

5. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพที่ได้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลพร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ปัญหา ระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยบันทึกข้อมูลลงในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วน

การเชื่อมโยง ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการเชื่อมโยงข้อมูลในแต่ละส่วนที่ได้บันทึกไว้ เชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่น และระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่เคยแก้มาแล้วกับสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญเพื่อเป็นแนวทางในการประเมินสถานการณ์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Malloy (1999: 13) ที่กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

ต่อมาในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ และระยะที่ 3 การดำเนินการ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและการเชื่อมโยงเพื่อนำมาเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข ให้เหตุผลประกอบการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์ และนำข้อมูลมาเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบการคาดการณ์ และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหา และสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งในด้านของกลยุทธ์ที่ใช้และขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหา

จากนั้นในระยะที่ 4 การประเมินผล ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา การคำนวณหรือการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วจึงเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนลงในส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล และแสดงข้อสรุปโดยมีข้อมูลในการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหาแล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ เปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นโดยใช้เหตุผลประกอบการอธิบายคำตอบเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน รวมทั้งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูล และมีเหตุผลในการสนับสนุนข้อสรุปของตนเอง

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ National Council of Teacher of Mathematics (2009: 11) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องมีการส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามตรวจสอบตนเองและผู้อื่น และสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครู โดยการพูดและเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

รวมทั้งการที่ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหาให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ โดยครูเป็นผู้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือด้วยการใช้คำถามกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล (กรมวิชาการ, 2545: 198-199) ทั้งนี้ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง โดยจะต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิดได้ปฏิบัติและสรุปพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดดังกล่าว (Rowan and Morrow. 1993: 16-18)

อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Wright (2010: 1-50) ที่พบว่าการใช้ผังกราฟิกในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ เขียนสื่อสารกระบวนการคิดของตนเอง และสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผลอย่างเป็นลำดับขั้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ มัณฑนา พรมรักษ์ (2556: 1-172) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายสิ่งที่ตนเองรู้และเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ เขียนแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน และมีการใช้เหตุผลในการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา หลังจากที่ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบการเขียนอธิบายสถานการณ์ปัญหาและแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่อมาในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงเพื่อนำมาเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข คาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา และสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์ จากนั้นนำข้อมูลมาเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหา และสะท้อนความเป็นไปได้ของแผน

การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายประกอบการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์

จากนั้นในระยะที่ 3 การดำเนินการ และระยะที่ 4 การประเมินผล ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิดเพื่อประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้โดยใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงข้อมูล จากนั้นตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ แล้วเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน อีกทั้งในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อฝึกให้นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เลือกใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย ตลอดจนนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

จากกระบวนการดังกล่าวส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993: 9-11) ที่กล่าวว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง จะทำให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม จะเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Gooya (1992: 1-228) ที่พบว่าการเขียนบันทึกมีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมและการสื่อสารความคิดของผู้เรียน และการใช้นวัตกรรมช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Zollman (2012: 50-59) ที่พบว่าการใช้ผังกราฟิกทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ วิธีการ การคิด และการเขียน อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลสำหรับนักเรียนในทุกระดับชั้น ทั้งนี้ในการจัดการเรียนการสอนควรมีการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่บันทึกไว้และวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และส่งเสริมให้นักเรียนสื่อสารกระบวนการคิดตัดสินใจของตนเองได้อย่างชัดเจนโดยผ่านการเขียน รูปภาพ แผนภาพ และเขียนตามลำดับขั้น

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 3

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมที่ไม่แตกต่างกันมากนัก โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่ยังขาดรายละเอียดสำคัญบางส่วนที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ส่งผลให้การดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือหาคำตอบไม่ได้ และไม่มีการเขียนสรุปคำตอบ นอกจากนี้เมื่อครูใช้คำถามกระตุ้นในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามของตนเองได้ว่าเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น และในการตรวจสอบคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่จะตรวจสอบคำตอบโดยการนำตัวเลขไปแทนลงในตัวแปร ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องให้กับนักเรียน โดยยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย

ในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง มีการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น และตอบคำถามพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้ แต่บางเหตุผลที่นักเรียนนำเสนอยังไม่สมเหตุสมผลหรือถูกต้องเพียงบางส่วน ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาตอบ ในส่วนของการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีการเขียนสรุปคำตอบ แต่บางสถานการณ์ปัญหานักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายเพื่อยืนยันข้อสรุปได้หรือยืนยันข้อสรุปได้แต่ไม่สมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นหรือชี้นำให้นักเรียนพยายามสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้ในการตรวจสอบคำตอบพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ยังคงตรวจสอบคำตอบโดยนำตัวเลขแทนลงในตัวแปร

เมื่อสังเกตพฤติกรรมและการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น สามารถให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล กล้าแสดงความคิดเห็น และร่วมอภิปรายโดยใช้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเพื่อยืนยันข้อสรุปของตนเอง ทั้งนี้อาจเกิดจาก

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา นักเรียนมีการทำความเข้าใจปัญหา เขียนใจความสำคัญ แล้วเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยงเพื่อวิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล ประกอบกับในระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ เน้นให้นักเรียนเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลข แล้วจึงนำข้อมูลดังกล่าวไปคาดการณ์การแก้ปัญหา และเขียนสรุปกลยุทธ์การแก้ปัญหา โดยนักเรียนมีการอ้างเหตุผลเพื่อสะท้อนความเป็นไปได้ของการคาดการณ์และแผนการแก้ปัญหา ต่อมาในระยะที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา และระยะที่ 4 การประเมินผล หลังจากที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และตรวจสอบการดำเนินการแล้ว นักเรียนจะพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลที่บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิดและส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อนำมาเขียนสรุปการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอนพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้น และเขียนสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปที่ได้จากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันว่าข้อสรุปดังกล่าวถูกต้อง และสมเหตุสมผล และในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหา แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลทุกส่วนที่ได้บันทึกไว้ วิเคราะห์ข้อมูล และสรุปคำตอบพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนวิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เขียนสรุปคำตอบและแสดงข้อมูลเพื่อยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนมีการใช้เหตุผลในการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของตนเองและของผู้อื่นด้วย

ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Lappan and Scharm (1989: 18-19) ที่กล่าวว่า กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สืบค้น ค้นหา คาดการณ์ พิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผล สร้างข้อความคาดการณ์ จะเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล นอกจากนี้ Malloy (1999 : 13) ได้กล่าวว่าการส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องจะช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลได้ โดยการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์จะต้องใช้ทักษะอย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด หาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุป หรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น ๆ (O'Daffer and Thornquist.

1993: 43) อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ และอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันข้อสรุปหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล และกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น (วรนารถ อยู่สุข, 2555: 41 และ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช, 2555: 39)

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 4

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมในการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไม่แตกต่างกัน คือ นักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองได้อย่างชัดเจนหรือไม่มีแนวทางในการเขียนอธิบาย จะต้องรอให้ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นหรือยกตัวอย่างก่อนเสมอว่าในการแก้ปัญหาดังกล่าวควรจะเริ่มต้นเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร

โดยในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมสามารถดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเองได้ดีขึ้น แต่ก็พบว่ามีนักเรียนจำนวนหนึ่งที่เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วนหรือไม่ได้เลย อาจเกิดจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีระดับความยากค่อนข้างน้อย รวมทั้งไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์ปัญหาในระดับนี้ จึงทำให้นักเรียนขาดทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ก่อนหน้ามาปรับใช้ในการแก้ปัญหา จึงไม่มีแนวคิดในการแก้ปัญหา และเริ่มต้นไม่ถูกว่าควรจะเริ่มแก้ปัญหาจากที่ใด ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น และยกตัวอย่างง่าย ๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาดังกล่าวก่อน นักเรียนจึงเริ่มมีแนวคิดในการแก้ปัญหาได้โดยใช้ภาษาที่ตนเองเข้าใจ นอกจากนี้นักเรียนมีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่น ๆ มากขึ้น แต่ยังคงมีการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพียงหนึ่งหรือสองลักษณะเท่านั้น ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนไม่คุ้นเคยในการเขียนแสดงแนวคิดโดยใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

เมื่อสังเกตพฤติกรรมและการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงกลางและช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ทั้งนี้อาจเกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหา

ที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในระยะที่ 1 การเผชิญปัญหา และระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ เน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และเขียนกรณีเฉพาะ/ตัวเลขเพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา ประกอบกับการใช้คำถามกระตุ้นของผู้วิจัยที่คอยชี้แนะนักเรียนเสมอว่าการใช้แผนภาพ ตาราง หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นในการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และกรณีเฉพาะ/ตัวเลขจะทำให้นักเรียนเห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น ทำให้ในช่วงกลางและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนมีการใช้ตัวแทนแนวคิดในการแสดงแนวทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Dossey et al (2002: 83- 85) ที่กล่าวว่าการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นการใช้สัญลักษณ์เพื่ออธิบายสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้นักเรียนได้แสดงออกถึงความคิด และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง (Fennell and Rawan, 2001: 292) ประกอบกับระยะที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา และระยะที่ 4 การประเมินผล เน้นให้นักเรียนใช้ภาษา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นจึงตัดสินความเหมาะสมของแผน การดำเนินการ และวิธีการแก้ปัญหา แล้วเขียนสรุปลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้น นอกจากนี้ในระยะที่ 5 การผนึกความรู้ นักเรียนมีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ อีกทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดโดยใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และมีประสิทธิภาพเพื่อให้ผู้อื่นยอมรับได้

ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Mumme and Shepherd (1993: 9-11) ที่กล่าวว่าการให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้านการเขียนของนักเรียน และทำให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Johanning (2000: 151-160 อ้างถึงใน ธัญพิมล จันทร์นุ่ม, 2558: 119) ที่พบว่าการเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการสื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษแล้วถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น และการเขียนยังช่วยทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น

ซึ่งบรรยากาศการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน และอภิปรายจะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเต็มที่จากการคิด การเขียน และการมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers มีระยะในการดำเนินการแก้ปัญหาในหลายระยะ ครูจึงต้องเตรียมความพร้อมโดยการศึกษาและทำความเข้าใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ก่อน เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ

1.2 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ท้าท้าย และเอื้อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย รวมทั้งสถานการณ์ควรมีระดับปานกลางและยากในสัดส่วนที่พอเหมาะ

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในช่วงแรกครูควรดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป ให้เวลานักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างเหมาะสม และแสดงให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการนี้

1.4 ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างอิสระ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเห็นถึงจุดเด่นหรือจุดด้อยของกระบวนการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนได้ตระหนักว่าการแก้โจทย์ปัญหาสามารถทำได้หลายวิธี

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น เช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.2 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.3 ควรให้นักเรียนได้ฝึกประสบการณ์การเรียนรู้โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับประสบการณ์ และเกิดความคุ้นชินในการแก้ปัญหาในรูปแบบนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร, โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จรุง ขำพงศ์. (2542). *ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จันทร์ขจร มะลิจันทร์. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จิรากร สำเร็จ. (2551). *ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชนิสรา เรืองนุ่น. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการกลยุทธ์พุทธิปัญญาและอภิปัญญาที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทุติยา จันทร์ปลอด. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการรู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธัญพิมล จันทร์นุ่ม. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นภัสสร พฤฒยาคี. (2552). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

นุชจรินทร์ รื่นรมย์. (2554). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยม โดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

นุตริยา จิตตารมย์. (2548). *ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประจบ แสงสีบับ. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิภา ทองนวล. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิเชษฐ์ โพนสิม. (2554). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีการสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. (2544). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน 2*. กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มัณฑนา พรมรักษ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รำไพ ไชยชาติ. (2549). การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้แผนภาพเป็นสื่อ. *วารสารวิชาการ*, 9 (มกราคม-มีนาคม), 11-18.

วรนารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วาสนา ภูมี. (2555). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วิชัย พาณิชย์สวย. (2546). *สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

ศุภลักษณ์ ครุฑคง. (2557). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET)*. สืบค้นจาก http://www.onetresult.niets.or.th.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ค). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง*. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ* (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิรินทรา มินทะขัติ. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สิริมา สาระพล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). *ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุพัตรา จอมคำสิงห์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

หทัยรัตน์ ยศแผ่น. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัจฉริยา สีหามาตย์. (2552). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง อสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภารัตน์ ผลาวรรณ์. (2556). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิดและความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ภาษาอังกฤษ

Baker, L.; & Brown, A. L. (1984). *Metacogniton Skill and Reading: Handbook of Reading Research*. New York: Longman.

Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.

Beyer, B. K. (1987). *Practical Strategies for the Teaching of Thinking*. Boston: Allyn and Bacon.

Cross, D. R., and Paris, S. G. (1988). Development Instruction Analysis of Children's Metacognition and Reading Comprehension. *The Reading Teacher Journal of Educational Psychology*, 36(121).

Derry, S. J., and Murphy, D. A. (1986). Designing Systems that Train Learning ability: From Theory to Practice. *Review of Educational Research*, *56(1)*, 1-39.

Dossey, J. A., et. Al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom a Contemporary Approach to Teaching Grades7 – 12.* Brooks/Cole.

Fennell, F., and Rowan, T. (2001). Representation : An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. *In Teaching Children Mathematics Teaching Children Mathematics*, 288-292.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and Cognition Monitoring: A New Area of Cognitive Developmental Inquiry. *American Psychologist*, *34(10)*, 906-911.

Garofalo, J., and Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16(3)*, 163-176.

Gerrard, A. S. (2013). *Using the Four Square Strategy to Enhance Math Problem-Solving* (Master's Thesis). Department of Language, Literacy, and Special Education, Rowan University.

Gooya, Z. (1992). *Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem-Solving on Student's Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem Solving*. The University of British Columbia.

Gould, J., and Gould, E. (1999). *Four Square Writing Method for Grades 1-3*. Carthage, IL: Teaching and Learning Company.

Gould, J., Jira, M., and Elementary T. (2016). *4 Square Writing Method.* Retrieved from http://www.barbdegraaf.com/uploads/1/7/3/1/17318308/writing_for_everyone_-_4_square.pdf.

Greenes, C., and Findell, C. (1999). *Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities*. In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12. Stiff, Lee V. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook).

Johanning. (2000). an analysis of ruriting and post writing group collaboration in middle school pre - algebra. *School Science and Mathematics, 10(3)*, 151-160.

Kennedy, L., & Tipps, S. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics.* Belmont, Ca: Wadsworth Pub. Co.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., and Liberman, A. (2001). Effects of Multilevel Versus Unilevel Metacognitive Training on Mathematical Reasoning. *The Journal of Educational Research*, *94(5)*, 292-300.

Kramaski, B., Mevarech, Z. R., and Arami, M. (2002). The Effect of Metacognitive Instruction on Solving Mathematical Authentic Tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *49(2)*, 225-250.

Krulik, S., and Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher.* Boston: Allyn and Bacon.

Krulik, S., and Rudnick, J. A.. (1996). *Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teacher.* Boston: Allyn and Bacon.

Lappan, G., and Schram, P. W. (1989). *Communication and reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in mathematics New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*, The National Council of Teachers of Mathematics, 14-30.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Limond, L. (2012). A Reading Strategy Approach to Mathematical Problem Solving. *Illinois Reading Council Journal*, *40(2)*, 31-42.

Malloy, C. (1999). *Developing Mathematical Reasoning in the Middle Grades Recognizing Diversity*. In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12. Stiff, Lee V. Reston,vVirginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook).

Mevarech, Z. R., and Kramarski, B. (2003). The Effects of Metacognitive Training Versus Worked-Out Examples on Students' Mathematical Reasoning. *British Journal of Educational Psychology*, *73*, 449-471.

Mevarech, Z., and Fridkin, S. (2006). The Effects of IMPROVE on Mathematical Knowledge, Mathematical Reasoning and Meta-Cognition. *Springer*, 85-97.

Mumme, J. and Shepherd, N. (1993). *Communication in mathematics.* in Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard. The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000*). Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Newman, M. A. (1983). *Strategies for Diagnosis and Remediation.* Sydney, Australia: Harcourt, Brace Jovanovich.

O'Daffer, P. (1990). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematics Teacher*, *83(5)*, 378-384.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

O'Daffer, P.G., & Thornquist, B.A. (1993). *Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof*. In Research Ideas for the classroom, High School Mathematics. 39–56.

O'Neil, H. F., and Abedi, J. (1996). Reliability and Validity of a State Metacognitive Inventory: Potential for Alternative Assessment. *The Journal of Education Research*, *89(4)*, 234-245.

Odegaard, K. J. (2015). *Using Graphic Organizers, Cooperative Learning, and Written Reflection to Improve Mathematics Problem Solving Skills*. Master's Thesis, Hamline University.

Osman, M. E., and Hannafin, M. J. (1992). Metacognition Research and Theory: Analysis and Implications for Instructional Design. *Educational Technology Research and Development*, *40(2)*, 83-99.

Ozsoy, G., and Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *1(2)*, 67-82.

Polya, G. (1985). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method: Princeton*, University Press.

Prestage, S. (2002). *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice*. London: Routledge Falmer.

Reys, R. E., and others. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.

Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*. MA: Ally and Bacon.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Sternberg, R. (1999). *The Nature of Mathematical Reasoning*. In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12. Stiff, Lee V. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook).

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Stiggins, R. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment*. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Thurber, W. A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary Schools*. Boston: Allyn and Bacon.

Wells, A. (2001). *Emotional Disorders and Metacognition: Innovative Cognitive Therapy*. Chichester: John Wiley & Sons.

Wright, Brenda Seely. (2010). *Decoding, Deciphering, and Applying Skills: Increasing understanding on Mathematical word problems* (Education Masters). St. John Fisher College.

Yimer, A. (2004). *Metacognitive and Cognitive Functioning of College Students During Mathematical Problem Solving* (Doctoral Dissertation), Illinois State University, IL.

Yimer, A., and Ellerton, N. F. (2006). *Cognitive and Metacognitive Aspects of Mathematical Problem Solving: An Emerging Model*. Identities, Cultures, and Learning Space, 575-582.

Yimer, A., and Ellerton, N. F. (2010). *A Five-Phase Model for Mathematical Problem Solving: Identifying Synergies in Pre-Service-Teachers' Metacognitive and Cognitive Actions* (Mathematics Education). 42, 245 - 261.

Yunus, M., Suraya, A., and Ali, W. Z. W. (2008). Metacognition and Motivation in Mathematical Problem Solving. *International Journal of Learning*, *15(3)*.

Zollman A. (2009a). Mathematical Graphic Organizers. *Teaching Children Mathematics*, *16(4)*, 223-229.

Zollman A. (2009b). Students Use Graphic Organizers to Improve Mathematical Problem-Solving Communication. *Middle School Journal*, *41(3)*, 4-12.

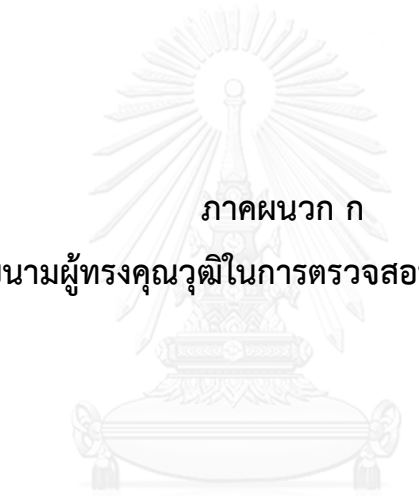
Zollman A. (2012). Write is Right: Using Graphic Organizers to Improve Student Mathematical Problem Solving. *Spring*, *4(3)*, 50-60.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ฐปะนีย์ กี่บุตร อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.เกษม เปรมประยูร อาจารย์ประจำภาควิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ
2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ดวงพร บูรณชัย อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5644

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5645

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ฐปะนีย์ กี่บุตร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ฐปะนีย์ กี่บุตร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5642

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.เกษม เปรมประยูร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เกษม เปรมประยูร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5643

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5646

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ดวงพร บูรณชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ดวงพร บูรณชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 5641

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวิเชียรมาตุ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับก่อนทดลอง) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ฉบับหลังทดลอง) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59-5640

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2559

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเพาพงา วังเวชช์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ Four Corners and a Diamond Graphic Organizers ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-048-1343 E-mail: c_otto_n@hotmail.com

ภาคผนวก ค
โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 10 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	9	3	2
2. ทศนิยม	7	2	1
3. เศษส่วน	7	2	1
รวม	22	7	4

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	1. นำความรู้เกี่ยวกับตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อยไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 1,2,3)		3
2. ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 4,5)		2
3. เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2
รวม						7

ตารางที่ 12 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	9	3	2
2. ทศนิยม	7	2	1
3. เศษส่วน	7	2	1
รวม	22	7	4

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	1. นำความรู้เกี่ยวกับตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อยไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 1,2,3)		3
2. ทศนิยม	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 4,5)		2
3. เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2
รวม						7

ตารางที่ 14 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	-	-
2. การนำไปใช้			
2.1 ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	3	2	1
2.2 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	3	2
2.3 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	2	2	1
รวม	12	7	4

ตารางที่ 15 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 3, 4,5)		3
3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2
รวม						7

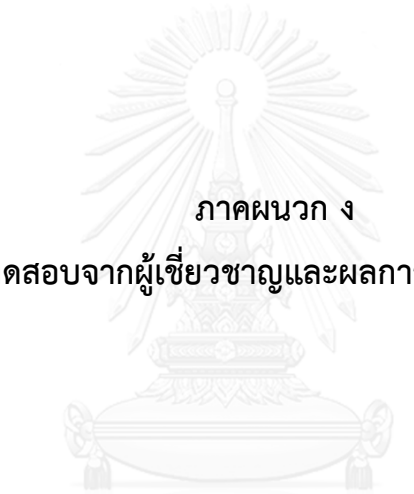
ตารางที่ 16 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	-	-
2. การนำไปใช้			
2.1 ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	3	2	1
2.2 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	3	2
2.3 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	2	2	1
รวม	12	7	4

ตารางที่ 17 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 3, 4,5)		3
3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2
รวม						7

ภาคผนวก ง
ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย $(\bar{x})$ ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน IOC $\geq$ 0.50 หมายถึง ใช้ได้

ระดับการประเมินความเหมาะสมเฉลี่ย $(\bar{x})$ ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน 4.01 - 5.00 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด
คะแนน 3.01 - 4.00 หมายถึง เหมาะสมมาก
คะแนน 2.01 - 3.00 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง
คะแนน 1.01 - 2.00 หมายถึง เหมาะสมน้อย
คะแนน 0.01 - 1.00 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า IOC $\geq$ 0.50 และค่าความเหมาะสมตั้งแต่ 3.50

ตารางที่ 18 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม $(\bar{x})$ ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	0.67	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.67	4.67	4.67	4.00	4.67	4.33	4.33
2. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.67	4.67	4.67	5.00	4.33	4.33
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	5.00	4.67	5.00	5.00	4.33	4.67
4. ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.67
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.33	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	**4.33**	**4.80**	**4.73**	**4.67**	**4.87**	**4.53**	**4.53**

ตารางที่ 19 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.00	4.33	4.67	5.00	5.00	4.33	5.00
2. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.67	4.00	4.67	5.00	4.67	3.67	4.67
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.00	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
4. ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	4.67	5.00	5.00	5.00	5.00
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.67	4.33	4.33	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	**4.47**	**4.53**	**4.60**	**4.87**	**4.73**	**4.40**	**4.80**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	3.67	4.33	4.33	4.33	4.33	4.00	4.33
2. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	3.67	4.00	4.33	4.33	4.33	4.00	4.33
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.33	4.00	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33
4. ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
ค่าเฉลี่ยรวม	**4.00**	**4.13**	**4.27**	**4.27**	**4.27**	**4.13**	**4.27**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม ($\bar{x}$) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.67	4.33	4.67	4.00	4.33	4.33	4.33
2. ระดับของภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	3.67	4.33	4.33	4.00	4.00	4.00	4.00
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.33	4.67	4.67	4.33	4.33	4.33	4.00
4. ข้อสอบกับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.00	4.33	4.33	4.00	4.33	4.00	4.00
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
ค่าเฉลี่ยรวม	**4.13**	**4.33**	**4.40**	**4.07**	**4.20**	**4.13**	**4.07**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ

	ค่าความยาก (p)	0.20 - 0.80
	ค่าอำนาจจำแนก (r)	มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
และ	ค่าความเที่ยง	มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.53	0.57	0.645
2	0.40	0.75	
3	0.35	0.52	
4	0.38	0.42	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ตารางที่ 23 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.59	0.38	0.743
2	0.58	0.58	
3	0.47	0.69	
4	0.55	0.53	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.62	0.57	0.848
2	0.56	0.54	
3	0.49	0.76	
4	0.60	0.58	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.54	0.70	0.889
2	0.53	0.54	
3	0.52	0.50	
4	0.47	0.63	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

2. ในช่วงปิดเทอมสองพี่น้อง ตะวันและอาทิตย์จะรับจ้างขุดหลุมปลูกต้นไม้เพื่อนำเงินไปซื้อของที่อยากได้ และใช้เวลาว่างให้เกิดประโยชน์ โดยตะวันใช้เวลาในการขุดหลุม ๆ ละ 18 นาที และอาทิตย์ใช้เวลาในการขุดหลุม ๆ ละ 9 นาที ซึ่งทั้งสองจะตั้งนาฬิกาปลุกไว้เพื่อเป็นสัญญาณเตือนเวลาที่ใช้ในการขุดหลุมแต่ละหลุมของตนเอง

จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ของเสียงนาฬิกาปลุกที่ดังขึ้นนับตั้งแต่ทั้งสองคนเริ่มต้นทำงานจนถึงนาทีที่ 45 หากทั้งสองคนเริ่มต้นทำงานพร้อมกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 ถ้าตะวันขุดหลุมที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 18 เมตร ยาว 24 เมตร อาทิตย์ขุดหลุมที่ดินอีกแปลงหนึ่งซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่อยู่ใกล้กัน กว้าง 21 เมตร ยาว 35 เมตร โดยในแต่ละแปลงจะขุดหลุมเต็มพื้นที่ ให้มีระยะห่างระหว่างหลุมเท่ากันและห่างกันมากที่สุดเพื่อปลูกต้นปาล์ม ถ้าทั้งสองคนเริ่มขุดหลุมเพื่อปลูกต้นปาล์มเวลา 08.00 น. จนกระทั่งแล้วเสร็จ เสียงนาฬิกาปลุกของทั้งสองคนจะดังขึ้นพร้อมกันทั้งหมด 20 ครั้ง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย (อาจใช้แผนภาพประกอบการอธิบาย)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

2. บริษัท A ผู้ผลิตน้ำมันปาล์มตราหยก ซึ่งมีโรงงานสกัดน้ำมันปาล์มดิบอยู่ในจังหวัดตรัง และ บริษัท B ผู้ผลิตน้ำมันปาล์มตราทับทิม ซึ่งมีโรงงานสกัดน้ำมันปาล์มอยู่ในจังหวัดชลบุรี จากการสำรวจในท้องตลาดพบว่าน้ำมันปาล์มขนาด 1 ลิตร ของทั้งสองยี่ห้อราคาขวดละ 40 บาท สมมติให้

- ต้นทุนในการผลิตน้ำมันปาล์มตราหยกแต่ละขวดเท่ากับ 20 บาท และมีค่าใช้จ่ายในการเปิดเครื่องจักรเป็นเงิน24,000 บาท/ครั้ง
- ต้นทุนในการผลิตน้ำมันปาล์มตราทับทิมแต่ละขวดมากกว่าต้นทุนของตราหยกขวดละ 2 บาท และมีค่าใช้จ่ายในการเปิดเครื่องจักรเป็นเงิน 18,000 บาท/ครั้ง

จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ถ้าทั้งสองบริษัทเปิดเครื่องจักรเพื่อผลิตน้ำมันปาล์ม 1 ครั้ง เท่ากัน จงแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อหากำไรที่ได้จากการขายน้ำมันปาล์มของบริษัท A และบริษัท B **(โดยไม่ต้องคำนวณ)**

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 จากสถานการณ์ข้างต้น ถ้าบริษัททั้งสองแห่งสามารถขายน้ำมันปาล์มได้หมดทุกวันที่มีการผลิต หากบริษัท A ได้กำไรจากการขายน้ำมันปาล์ม 20% ของยอดขายทั้งหมด โดยมีการเปิดเครื่องจักร 1 ครั้ง และบริษัท B ได้กำไรจากการขายน้ำมันปาล์มเป็นเงิน 36,126 บาท โดยหลังจากที่เปิดเครื่องจักรในครั้งที่ 1 ไปแล้ว เครื่องจักรเกิดขัดข้อง ทำให้ต้องเปิดเครื่องจักรใหม่เป็นครั้งที่ 2 พบว่าจำนวนน้ำมันปาล์มที่ผลิตได้ในครั้งที่ 1 มากกว่าครั้งที่ 2 อยู่ 3 ขวด

นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าในวันดังกล่าวบริษัท A ผลิตน้ำมันปาล์มได้มากกว่าบริษัท B เพราะเหตุใด จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

3. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งได้จัดโปรโมชั่นและสิทธิ์แลกซื้อเพื่อส่งเสริมการขายนมพาสเจอร์ไรส์ 3 ยี่ห้อ โดยแสตมป์ที่ได้จากการซื้อนมยี่ห้อใดจะสามารถแลกนมยี่ห้อเดียวกันได้เท่านั้น ดังนี้

ยี่ห้อนม	ราคาขายต่อขวด (บาท)	โปรโมชั่น	
		ซื้อนม / แสตมป์ที่ได้รับ	จำนวนแสตมป์ / ลดราคา
A	8.75	4 ขวด / ทอง 3 ดวง	ทอง 6 ดวง / ลดราคานมยี่ห้อ A ได้ 5 บาท
B	15.50	2 ขวด / เงิน 1 ดวง	เงิน 3 ดวง / ลดราคานมยี่ห้อ B ได้ 10 บาท
C	10.50	3 ขวด / นาค 2 ดวง	นาค 4 ดวง / ลดราคานมยี่ห้อ C ได้ 5 บาท

จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 ถ้าคุณแม่ซื้อนมแต่ละยี่ห้อ ยี่ห้อละ 7 ขวด และแลกแสตมป์แต่ละแบบในทันที จงเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาจำนวนเงินที่คุณแม่ต้องจ่ายในการซื้อนมแต่ละยี่ห้อ **(โดยไม่ต้องคำนวณ)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3.2 ถ้าคุณแม่ซื้อนมยี่ห้อ A 100 บาท นมยี่ห้อ B 145 บาท และนมยี่ห้อ C 100 บาท โดยแลกแสตมป์แต่ละแบบทันทีเมื่อสะสมแสตมป์ครบจำนวน จงหาว่าคุณแม่ซื้อนมได้ทั้งหมดกี่ขวด และจำนวนแสตมป์ที่เหลือจากการซื้อนมแต่ละยี่ห้อ โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

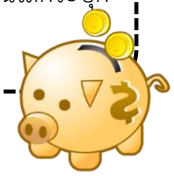
.....

.....

.....

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

1. โต กลาง เล็ก สามคนพี่น้องแข่งกันเก็บเงินใส่กระปุกออมสินทุกวัน เพื่อนำเงินไปซื้อของขวัญให้กับคุณพ่อเนื่องในโอกาสวันพ่อที่จะมาถึง โดยทุกครั้งที่โตหยอดเงินใส่กระปุกออมสิน กลางจะหยอดเงินใส่กระปุกออมสินของตนเองเป็น 4 เท่าของจำนวนเงินที่โตหยอด และเล็กจะหยอดเงินใส่กระปุกออมสินของตนเองเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนเงินที่กลางหยอด



จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ถ้าทั้งสามคนเริ่มหยอดเงินพร้อมกันในวันที่ 1 พฤศจิกายน พ.ศ.2559 โดยที่โตจะหยอดเงินใส่กระปุกออมสินของตนเองเพิ่มขึ้นวันละ 1 บาท จงแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อหาจำนวนเงินที่แต่ละคนหยอดเงินใส่กระปุกออมสินของตนเองตั้งแต่วันที่ 1-5 พฤศจิกายน พ.ศ.2559

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 จากข้อมูลในข้อ 1.1 เมื่อครบ 10 วัน ทั้งสามคนมีเงินรวมกัน 455 บาท โดยที่แต่ละคนมีจำนวนเหรียญ 2 บาท เป็นสองเท่าของจำนวนเหรียญ 1 บาท จงหาว่าแต่ละคนมีเหรียญ 2 บาท และเหรียญ 1 บาท อย่างละกี่เหรียญ โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ฉ
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**
วันที่สอน_____ **เวลา**_____ **ระยะเวลา** 50 นาที
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว 1 (ระยะทาง)

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 4.2 ม.1-3/1 : แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ค 4.2 ม.1-3/2 : ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.1-3/3 : ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.1-3/4 : ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ค 6.1 ม.1-3/5 : เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

1. สาระสำคัญ

1.1 อัตราเร็ว (speed)

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะเป็นดังนี้

ระยะทาง = อัตราเร็ว × เวลา

อัตราเร็วที่กล่าวถึงข้างต้นจะหมายถึง **อัตราเร็วเฉลี่ย (average speed)**

1.2 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีวิธีการดังนี้

1) ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา แล้วกำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งต่าง ๆ ที่เราต้องการทราบค่า

2) วางแผนแก้ปัญหา โดยแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปสมการ

3) ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เพื่อหาคำตอบโดยการแก้สมการ

4) ตรวจสอบคำตอบ โดยตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

2.1.1 เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ได้

2.1.2 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

2.2.1 แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

2.2.2 ให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้

2.2.3 ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

2.2.4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

2.3.1 มีส่วนร่วมและอภิปรายในชั้นเรียน

2.3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

2.3.3 มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน

3. สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เป็นอีกเรื่องหนึ่งที่เราสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้เรื่องสมการ

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะเป็นดังนี้

ระยะทาง = อัตราเร็ว × เวลา

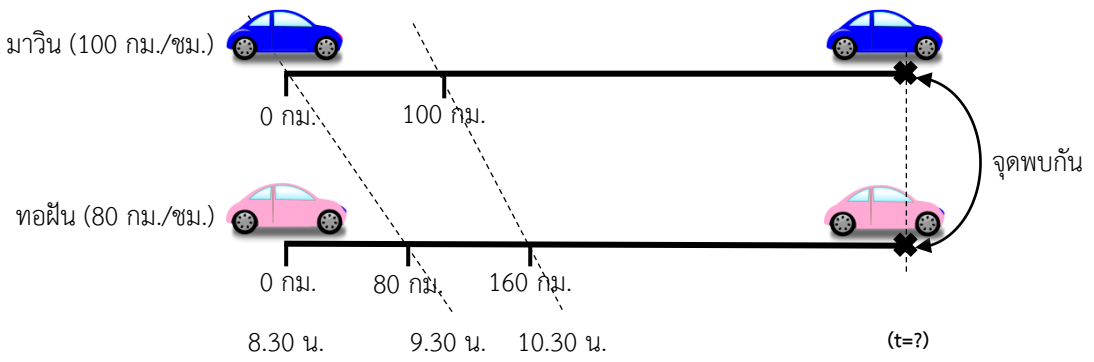
อัตราเร็วที่กล่าวถึงข้างต้นจะหมายถึง **อัตราเร็วเฉลี่ย**

สถานการณ์ที่ 1 ครูขับรถยนต์ออกจากบ้านด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 1 ชั่วโมง อยากทราบว่าบ้านของครูอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

สถานการณ์ที่ 2 เด็กชาย ก มาโรงเรียนด้วยรถรับ-ส่งซึ่งขับด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 2 ชั่วโมง อยากทราบว่าบ้านของเด็กชาย ก อยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 11.1 (ใบกิจกรรมที่ 11.1) ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเพื่อตามหาทอฝันในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ามาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

วิธีทำ



ให้ทอฝันใช้เวลาในการเดินทางเป็น t ชั่วโมง

ทอฝันขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่าทอฝันเดินทางได้ 80t กิโลเมตร

มาวินออกเดินทางช้ากว่าทอฝัน 1 ชั่วโมง แสดงว่ามาวินใช้เวลาในการเดินทางเป็น t - 1 ชั่วโมง

มาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่ามาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ดังนั้นมาวินเดินทางได้ 100 (t - 1) กิโลเมตร

เนื่องจากโจทย์ต้องการทราบเวลาที่มาวินจะขับรถตามทันทอฝัน แสดงว่าระยะทางของทั้งสองคนต้องเท่ากัน

จะได้สมการเป็น $80t = 100(t - 1)$

$80t = 100t - 100$

$20t = 100$

$t = 5$

ดังนั้น ทอฝันใช้เวลาขับรถยนต์ 5 ชั่วโมง และมาวินใช้เวลาขับรถยนต์ 4 ชั่วโมง

ตรวจสอบ ถ้าทอฝันขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 5 ชั่วโมง

จะได้ระยะทาง $80 \times 5 = 400$ กิโลเมตร

มาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 4 ชั่วโมง

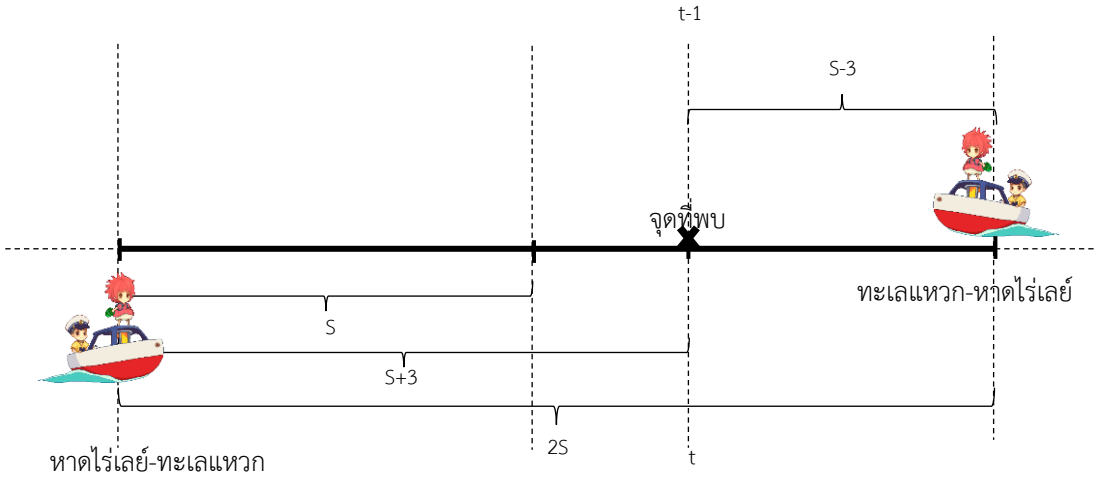
จะได้ระยะทาง $100 \times 5 = 400$ กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเวลา 9.30 น. อีก 4 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ตามทันทอฝันเวลา 13.30 น.

ตอบ 13.30 น.

ตัวอย่างที่ 11.2 (ใบกิจกรรมที่ 11.2) เรือลำหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก เมื่อแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็สวนเรืออีกลำหนึ่งซึ่งแล่นจากทะเลแหวกไปยังหาดไร่เล่ย์พอดี โดยเรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

วิธีทำ



ให้ระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวกเป็น 2S กิโลเมตร ดังนั้นระยะทางกึ่งกลางระหว่างหาดไร่เลย์กับทะเลแหวกเป็น S กิโลเมตร

จะได้ว่าเรือลำแรกสวนกับเรือลำที่สองเป็นระยะทาง S+3 กิโลเมตร

และเรือลำที่สองสวนกับเรือลำแรกเป็นระยะทาง S-3 กิโลเมตร

เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า เรือลำแรกแล่นได้ระยะทาง 12 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ถ้าเรือลำแรกแล่นได้ระยะทาง S+3 กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{S+3}{12}$ ชั่วโมง

เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า เรือลำที่สองแล่นได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ถ้าเรือลำที่สองแล่นได้ระยะทาง S-3 กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{S-3}{15}$ ชั่วโมง

จากโจทย์กำหนดว่าเรือลำที่สองออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $\frac{S+3}{12}-\frac{S-3}{15} = 1$

$$5(S+3)-4(S-3) = 60$$

$$5S+15-4S+12 = 60$$

$$S+27 = 60$$

$$S = 60-27=33$$

ดังนั้น ระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวกเป็น $2S=2\times 33=66$ กิโลเมตร

ตรวจสอบ ถ้าระยะทางกึ่งกลางระหว่างหาดไร่เลย์กับทะเลแหวกเป็น 33 กิโลเมตร เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{36}{12} = 3$ ชั่วโมง

เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{30}{15} = 2$ ชั่วโมง

ดังนั้นเรือลำที่สองใช้เวลาในการแล่นถึงจุดที่ส่วนกันน้อยกว่าเรือลำแรก 1 ชั่วโมง ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตอบ 66 กิโลเมตร

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)</u> 1. ครูสนทนากับนักเรียนเพื่อกระตุ้นความสนใจและนำเข้าสู่หัวข้อที่สอน โดยสุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับการเดินทางมาโรงเรียน 2. ครูยกสถานการณ์ที่ 1 บนกระดาน จากนั้นถามนักเรียนว่า “ครูขับรถด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหมายความว่าอย่างไร” แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบ 3. ครูให้นักเรียนสังเกตหน่วยของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา จากนั้นอธิบายนักเรียนว่า “อัตราเร็วมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า อัตราเร็วหาได้จากระยะทาง(กิโลเมตร) ส่วนเวลา(ชั่วโมง)” 4. ครูยกสถานการณ์ที่ 2 บนกระดาน แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลามากขึ้น 5. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยอธิบายว่า “ในวันนี้เราจะนำความรู้เรื่องระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา มาใช้ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกัน”	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</u> **ระยะที่ 1 การเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement)** 1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 11.1 แล้วให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเขียนใจความสำคัญหรือวาดภาพของสถานการณ์ปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการเชื่อมโยง ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการเขียนใจความสำคัญ 2. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาจใช้แผนภาพหรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น พร้อมทั้งระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง (ระยะทาง, อัตราเร็ว, เวลา) จากนั้นเขียนข้อมูลลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการเชื่อมโยง 3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ปัญหาว่าเคยหรือจดจำการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ ประเมินระดับความยาก-ง่ายของการแก้ปัญหา และระบุความรู้ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา (ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง, อัตราเร็ว และเวลา, การแก้สมการ, การคำนวณเวลา, บัญญัติไตรยางค์) จากนั้นเขียนข้อมูลลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการเชื่อมโยง **ระยะที่ 2 การกำหนดกระบวนการ (Transformation-Formulation)** 4. ครูกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง แล้วถามนักเรียนว่า	**<u>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)</u>** 1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 11.1 แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบลงใน ใบกิจกรรมที่ 11.1 ข้อ 1 2. ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาแล้วเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาจใช้แผนภาพหรือตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่นลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ข้อ 2 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลบนกระดานพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ 3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วถามนักเรียนว่า “จากข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา นักเรียนมีแนวทางการแก้ปัญหาอย่างไร” (เขียนสมการ คือ 80t=100(t-1))

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
“จากแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เวลา 10.30 น. ทอฝันและมาวินจะขับรถได้ระยะทางเท่าไหร่” (ขับได้ระยะทาง 160 กม. และ 100 กม. ตามลำดับ) จากนั้นครูให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ดังกล่าวมาเขียนกรณีเฉพาะลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการระดมความคิด เพื่อให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหา 5. ครูให้นักเรียนพิจารณากรณีเฉพาะ แล้วคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการระดมความคิด (นำระยะทางของทอฝันมาเทียบเท่ากับระยะทางของมาวิน หาค่าตัวแปร คำนวณจำนวนชั่วโมงที่มาวินขับรถยนต์ตามทันทอฝัน) จากนั้นสะท้อนความเป็นไปได้ของกรณีเฉพาะหรือการคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา 6. ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยงและส่วนการระดมความคิด แล้วเขียนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการระดมความคิด (กำหนดตัวแปร t, 80t=100(t-1), หาค่า t, t-1=?, นำผลลัพธ์ของ t-1 มาบวกกับ 9.30) 7. ครูกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหา โดยพิจาณาลักษณะสำคัญของปัญหาที่ได้บันทึกไว้ในส่วนการเขียนใจความสำคัญและส่วนการเชื่อมโยง (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบความสัมพันธ์ของข้อมูล การกำหนดตัวแปร)	4. ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ข้อ 3 โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบที่ถูกต้อง 5. ครูถามนักเรียนว่า “มีใครยังไม่เข้าใจอีกหรือไม่” จากนั้นช่วยเหลือนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจโดยการอธิบายให้นักเรียนฟังอีกรอบอย่างช้า ๆ เพื่อปรับความเข้าใจให้ตรงกัน 6. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ข้อ 4 7. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 11.2 เป็นรายบุคคล ในระหว่างนี้ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างทั่วถึง เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระยะที่ 3 การดำเนินการ (Implementation) 8. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสำรวจลักษณะสำคัญของแผนเพื่อพิจารณาว่ามีข้อมูลส่วนใดที่ขาดหายไปหรือที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาอีกหรือไม่ และประเมินความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขและบริบทของสถานการณ์ปัญหา 9. ครูให้นักเรียนดำเนินการคำนวณตามแผนที่วางไว้ตามลำดับลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสะท้อนความเหมาะสมของการดำเนินการแก้ปัญหา (กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา, ขั้นตอนของการดำเนินการ) **ระยะที่ 4 การประเมินผล (Evaluation)** 10. ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิดและส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบคำตอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินความสอดคล้องของแผนกับลักษณะสำคัญของปัญหา ตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณ จากนั้นเขียนตรวจสอบคำตอบลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา 11. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธการแก้ปัญหาดังกล่าวลงในส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา (ถ้าปฏิเสธการแก้ปัญหาครูถามนักเรียนต่อว่า เพราะเหตุใดนักเรียนจึงปฏิเสธการแก้ปัญหา มีส่วนใดหรือขั้นตอนใดที่ไม่ถูกต้อง และกระตุ้นให้นักเรียนกลับไป	8. ครูสุ่มนักเรียนมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละขั้นตอน พร้อมทั้งตรวจสอบลำดับขั้นตอนของวิธีการแก้ปัญหาและความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ 9. ครูถามนักเรียนว่า “มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่นอีกหรือไม่” (ถ้ามี) ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอเพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเองหน้าชั้นเรียน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ดำเนินการแก้ไขตามระยะก่อนหน้าโดยใช้ปากกาแดงในการแก้ไข) 12. ครูให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนลงในใบกิจกรรมที่ 11.1 ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา **ระยะที่ 5 การผนึกความรู้ (Internalization)** 13. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละขั้นตอน แล้วให้นักเรียนร่วมพิจารณาและเชื่อมโยงข้อมูลในส่วนการเขียนใจความสำคัญ ส่วนการเชื่อมโยง ส่วนการระดมความคิด ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหาและส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหาเพื่อระบุลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหาและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ 14. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์หลัก ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา สะท้อนความมั่นใจของตนเอง หากแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันกับปัญหานี้ และระดับความพึงพอใจที่มีต่อการแก้ปัญหา 15. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 11.2 เป็นรายบุคคล ในระหว่างนี้ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างทั่วถึง และให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็นเมื่อเห็นว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ 16. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา/ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้การเรียกถาม-ตอบในแต่ละขั้นตอน แล้วร่วมอภิปรายเกี่ยวกับ	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ลักษณะสำคัญ จุดเด่น จุดด้อยของวิธีการแก้ปัญหา และหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	
ขั้นสรุป (5 นาที) 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งในด้านเนื้อหา และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นจากแก้ปัญหา 2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 3. ครูมอบหมายให้นักเรียนแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน และส่งก่อนคาบเรียนถัดไป	

5. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

5.1 หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.2 คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.3 ใบกิจกรรมที่ 11.1 และ 11.2

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้				
1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. การทำใบกิจกรรม 2. การตรวจแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถเขียนได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	**วิธีการวัดผล**	**เครื่องมือวัดผล**	**เกณฑ์การประเมิน**	**ผลการประเมิน** (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
2. อธิบายขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม 3. การตรวจแบบฝึกหัด	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม 3. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถอธิบายได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์				
1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม 3. การตรวจแบบฝึกหัด	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม 3. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	**วิธีการวัดผล**	**เครื่องมือวัดผล**	**เกณฑ์การประเมิน**	**ผลการประเมิน** (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
2. ให้เหตุผลที่แสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม 3. การตรวจแบบฝึกหัด	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม 3. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถให้เหตุผลได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
3. ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม 3. การตรวจแบบฝึกหัด	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม 3. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	**วิธีการวัดผล**	**เครื่องมือวัดผล**	**เกณฑ์การประเมิน**	**ผลการประเมิน** (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	1. สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน 2. การทำใบกิจกรรม 3. การตรวจแบบฝึกหัด	1. คำถามของครู 2. ใบกิจกรรม 3. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์				
1. มีส่วนร่วมและอภิปรายในชั้นเรียน	สังเกตจากการตอบคำถาม	แบบประเมินพฤติกรรม	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถือว่าผ่าน	
2. มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย	1. การทำใบกิจกรรม 2. การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถือว่าผ่าน	
3. มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน	1. การทำใบกิจกรรม 2. การทำแบบฝึกหัด	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดสามารถทำได้ถือว่าผ่าน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

7. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

7.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

7.3 แนวทางแก้ไขและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ลงชื่อ.....

(นางสาวเพาพงา วังเวชช์)

ผู้สอน / ผู้บันทึก

แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

ระดับคะแนน

มากที่สุด = 5 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถปฏิบัติได้มากกว่า 80%

มาก = 4 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 71% - 80%

ปานกลาง = 3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 61% - 70%

น้อย = 2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ 51% - 60%

น้อยที่สุด = 1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ต่ำกว่า 50%

ข้อที่	หัวข้อการประเมิน	เกณฑ์การให้คะแนน					รวมคะแนน
		5	4	3	2	1	
1	มีส่วนร่วมและอภิปรายในชั้นเรียน						
2	มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย						
3	มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน						
รวม							

ระดับคุณภาพ

คะแนน 11 - 15 หมายถึง ดี

คะแนน 6 - 10 หมายถึง พอใช้

คะแนน 1 - 5 หมายถึง ปรับปรุง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 11.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

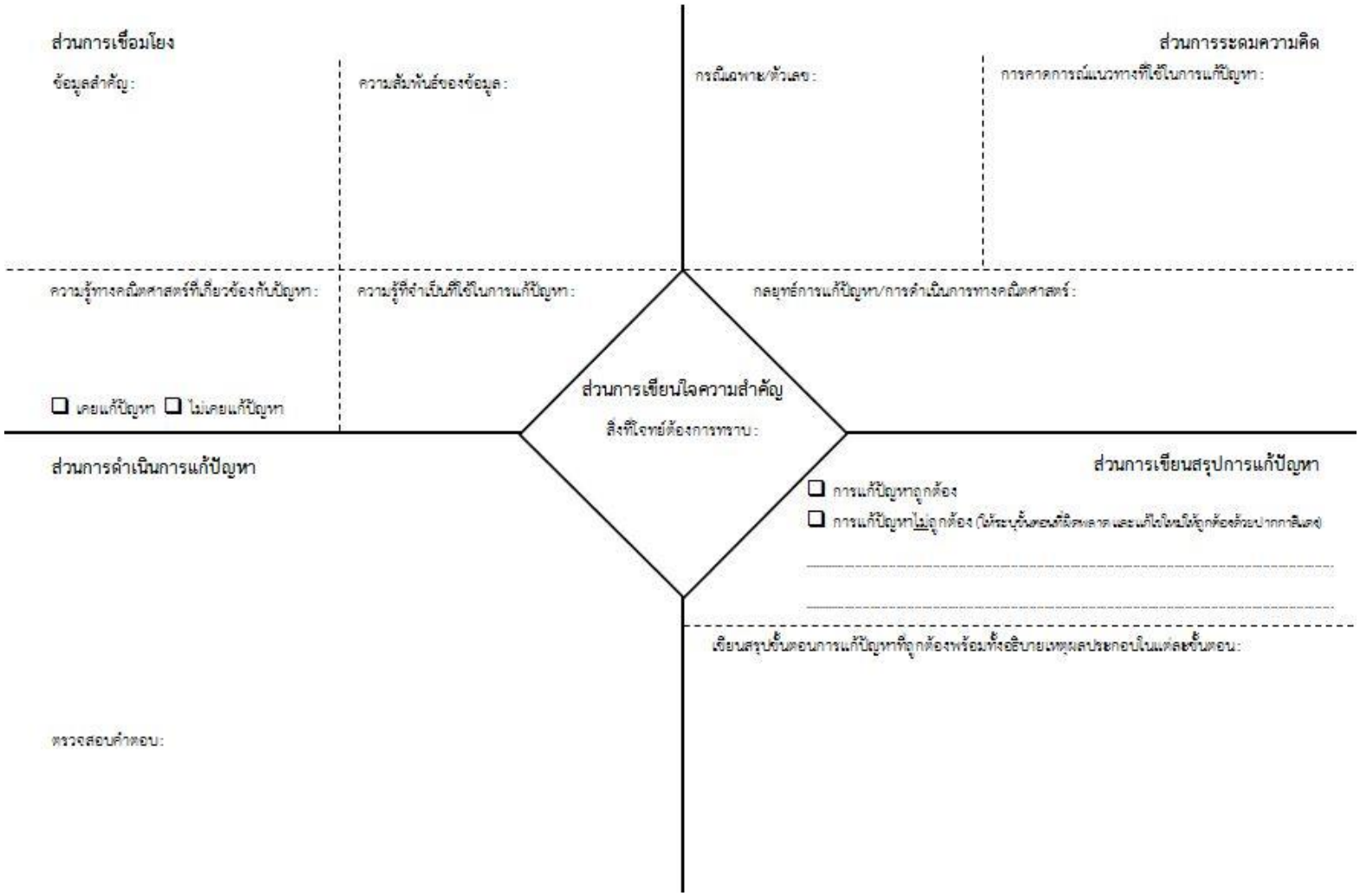
คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียดลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเพื่อตามหาทอฝันในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ามาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

Four Corners and a Diamond Graphic Organizers



ใบกิจกรรมที่ 11.2 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

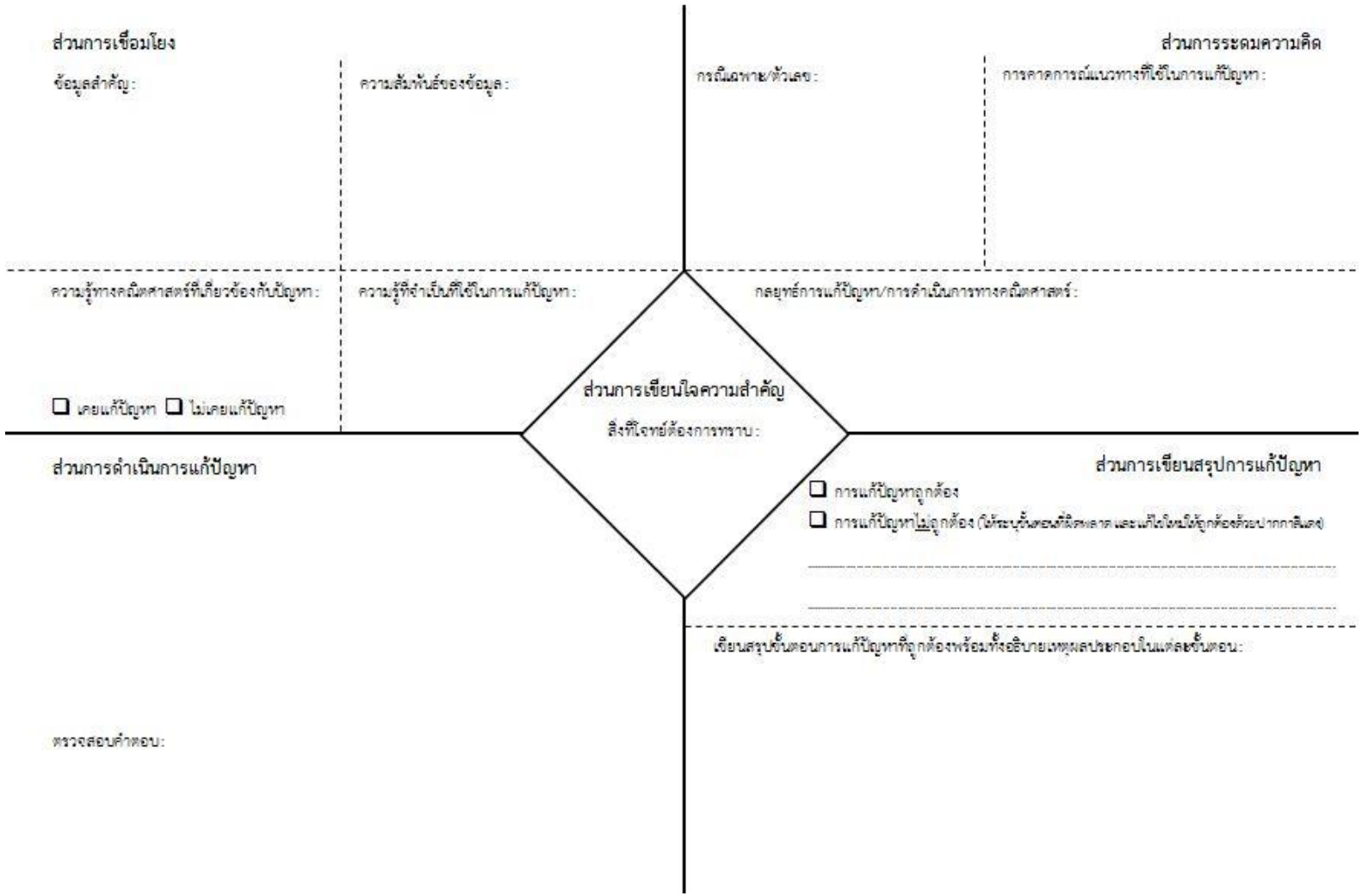
คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียดลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

เรือลำหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก เมื่อแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็สวนเรืออีกลำหนึ่งซึ่งแล่นจากทะเลแหวกไปยังหาดไร่เล่ย์พอดี โดยเรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชื่อ_____ ชั้น_____ เลขที่_____

Four Corners and a Diamond Graphic Organizers



ใบกิจกรรมที่ 11.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียดลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเพื่อตามหาทอฝันในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ามาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

1. ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ :

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ

ตอบ

ใบกิจกรรมที่ 11.2 (สำหรับควบคุม)

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียดลงใน Four Corners and a Diamond Graphic Organizers

เรือลำหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก เมื่อแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็สวนเรืออีกลำหนึ่งซึ่งแล่นจากทะเลแหวกไปยังหาดไร่เล่ย์พอดี โดยเรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

1. ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ :

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ

ตอบ

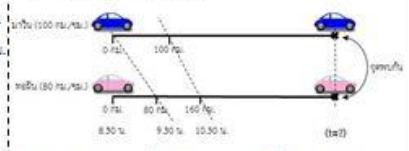
เฉลยใบกิจกรรมที่ 11.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ส่วนการเชื่อมโยง

ข้อมูลสำคัญ :

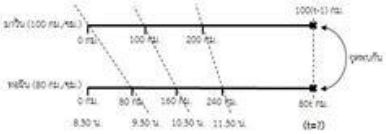
- ทอฝันขับรถออกจากหอพักเวลา 8.30 น. อัตราเร็ว 80 กม./ชม.
- มาวินขับรถออกจากหอพักเวลา 9.30 น. อัตราเร็ว 100 กม./ชม.
- ทั้งสองคนใช้เส้นทางเดียวกัน

ความเสี่ยงพันธ์ของข้อมูล :



ให้ t แทนระยะเวลาที่ทอฝันขับรถจนกระทั่งพบกับมาวิน

กรณีเฉพาะ/ตัวเลข :



ส่วนการระดมความคิด

การคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา :

1. นำระยะทางของทอฝันมาเทียบเท่ากับระยะทางของมาวิน
2. หาค่าตัวแปร
3. คำนวณจำนวนชั่วโมงที่มาวินตามทันทอฝัน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา :

ระยะทาง, อัตราเร็ว, เวลา

❑ เคยแก้ปัญหา ☑ ไม่เคยแก้ปัญหา

ความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา :

- ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา
- การแก้สมการ
- การคำนวณเวลา
- ปัญญัติไตรยางศ์

ส่วนการเรียนใจความสำคัญ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

มาวินจะขับรถตามทันทอฝันเวลาเท่าใด

กลยุทธ์การแก้ปัญหา/การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ :

1. 80t = 100(t-1)
2. หาค่า t
3. t-1=?
4. นำค่าจาก ③ บวกกับ 9.30

ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา

$$80t = 100(t-1)$$

$$80t = 100t - 100$$

$$20t = 100$$

$$t = 5$$

$$\therefore t - 1 = 4$$

ดังนั้น มาวินขับรถยนต์ตามทันทอฝัน 4+9.30 = 13.30

ตรวจสอบคำตอบ :

ถ้าทอฝันขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 80 กม./ชม. ใช้เวลา 5 ชม. จะได้ระยะทาง 80 x 5 = 400 กม.
มาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 100 กม./ชม. ใช้เวลา 4 ชม. จะได้ระยะทาง 100 x 5 = 400 กม.
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา

☑ การแก้ปัญหาถูกต้อง

❑ การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง (ให้ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาด และแก้ไขใหม่ให้ถูกต้องด้วยปากกาสีแดง)

.....

.....

เขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอน :

ให้ทอฝันใช้เวลาในการเดินทางเป็น t ชม.
ทอฝันขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กม./ชม. แสดงว่าทอฝันเดินทางได้ 80t กม.
มาวินออกเดินทางช้ากว่าทอฝัน 1 ชม. และขับรถด้วยอัตราเร็ว 100 กม./ชม. ดังนั้นมาวินเดินทางได้ 100 (t - 1) กม.
เนื่องจากโจทย์ต้องการทราบเวลาที่มาวินจะขับรถตามทันทอฝัน แสดงว่าระยะทางของทั้งสองคนต้องเท่ากัน
จะได้ว่า 80t = 100(t-1) แก้สมการหาค่า t ได้คำตอบของสมการคือ t=5 และ t-1=4
แต่โจทย์ต้องการทราบเวลาของมาวินที่ขับรถตามทันทอฝัน จะได้ว่า 4+9.30 = 13.30
ดังนั้น มาวินขับรถยนต์ตามทันทอฝันเวลา 13.30 น.

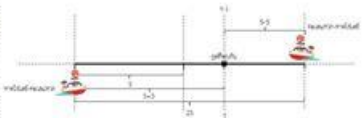
เฉลยใบกิจกรรมที่ 11.2 (สำหรับกลุ่มทดลอง)

ส่วนการเชื่อมโยง

ข้อมูลสำคัญ :

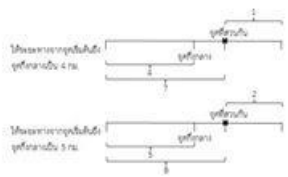
- เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กม./ชม.
- เรือลำแรกแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กม. ก็สวนกับเรือลำที่สอง
- เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กม./ชม. และออกช้ากว่าเรือลำแรก 1 ชั่วโมง

ความสัมพันธ์ของข้อมูล :



ให้ 2S แทนระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวก

กรณีเฉพาะ/ตัวเลข :



ส่วนการระดมความคิด

การคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา :

1. หาเวลาที่เรือลำแรก และเรือลำที่สองแล่น โดยใช้ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว เวลา
2. นำเวลาของเรือลำแรกลบเวลาของเรือลำที่สองเทียบเท่ากับ 1

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา :

ระยะทาง, อัตราเร็ว, เวลา

☑ เคยแก้ปัญหา ☐ ไม่เคยแก้ปัญหา

ความรู้ที่จำเป็นที่ใช้ในการแก้ปัญหา :

- ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา
- การแก้สมการ
- การคำนวณเวลา
- บัญญัติไตรยางศ์
- การบวกลบเศษส่วน

ส่วนการเขียนใจความสำคัญ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

ระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

กลยุทธ์การแก้ปัญหา/การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ :

1. เรือลำแรกใช้เวลา $\frac{S+3}{12}$ ชม. และเรือลำที่สองใช้เวลา $\frac{S+3}{15}$ ชม.
2. $\frac{S+3}{12}-\frac{S-3}{15}=1$
3. แก้สมการหาค่า S
4. หาค่า 2S

ส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา

$$\frac{S+3}{12}-\frac{S-3}{15}=1$$

$$5(S+3)-4(S-3)=60$$

$$5S+15-4S+12=60$$

$$S+27=60$$

$$S=33$$

เพราะฉะนั้น 2S = 2x33 = 66

ดังนั้น ระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวกเป็น 66 กม.

ตรวจสอบคำตอบ :

ถ้าระยะทางถึงกลางระหว่างหาดไร่เลย์กับทะเลแหวกเป็น 33 กม.

เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กม./ชม. ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{36}{12}=3$ ชม.

เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กม./ชม. ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{30}{15}=2$ ชม.

ดังนั้นเรือลำที่สองใช้เวลาในการแล่นถึงจุดที่สวนกันน้อยกว่าเรือลำแรก 1 ชม. ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ส่วนการเขียนสรุปการแก้ปัญหา

☑ การแก้ปัญหาถูกต้อง

☐ การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง (ให้ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาด และแก้ไขใหม่ให้ถูกต้องด้วยปากกาสีแดง)

.....

.....

เขียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอน :

หาเวลาที่เรือแต่ละลำใช้จาก เวลา $=\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ว่า เรือลำแรกใช้เวลา $\frac{S+3}{12}$ ชม. และเรือลำที่สองใช้เวลา $\frac{S+3}{15}$ ชม.

เนื่องจากโจทย์กำหนดให้เรือลำที่สองออกช้ากว่าเรือลำแรก 1 ชม.

จะได้ว่า $\frac{S+3}{12}-\frac{S-3}{15}=1$ จากนั้นแก้สมการหาค่าตัวแปร ได้ค่าตัวแปร S เท่ากับ 33

แต่โจทย์ต้องการทราบระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวก คือ 2S= 2x33=66

เฉลยใบกิจกรรมที่ 11.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเพื่อตามหาทอฝันในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ามาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

1. ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

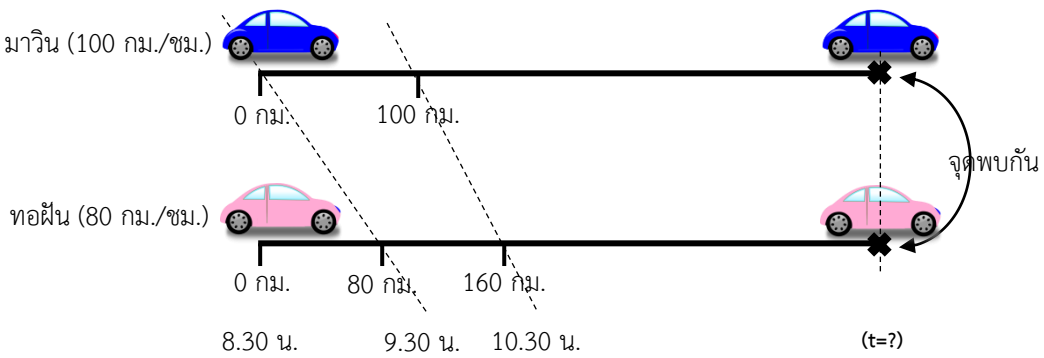
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ :

- ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ด้วยอัตราเร็ว 80 กม./ชม.
- อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดในเส้นทางเดียวกันกับทอฝันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

มาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

2. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล



3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ให้ทอฝันใช้เวลาในการเดินทางเป็น t ชั่วโมง

ทอฝันขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่าทอฝันเดินทางได้ 80t กิโลเมตร

มาวินออกเดินทางช้ากว่าทอฝัน 1 ชั่วโมง แสดงว่ามาวินใช้เวลาในการเดินทางเป็น t - 1 ชั่วโมง

มาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่ามาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ดังนั้นมาวินเดินทางได้ 100 (t - 1) กิโลเมตร

เนื่องจากโจทย์ต้องการทราบเวลาที่มาวินจะขับรถตามทันทอฝัน แสดงว่าระยะทางของทั้งสองคนต้องเท่ากัน

จะได้สมการเป็น $80t = 100(t - 1)$

$80t = 100t - 100$

$20t = 100$

$t = 5$

ดังนั้น ทอฝันใช้เวลาขับรถยนต์ 5 ชั่วโมง และมาวินใช้เวลาขับรถยนต์ 4 ชั่วโมง

เพราะฉะนั้น มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเวลา 9.30 น. อีก 4 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ตามทันทอฝันเวลา 13.30 น.

4. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ

ถ้าทอฝันขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 5 ชั่วโมง

จะได้ระยะทาง $80 \times 5 = 400$ กิโลเมตร

มาวินขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 4 ชั่วโมง

จะได้ระยะทาง $100 \times 5 = 400$ กิโลเมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตอบ 13.30 น.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 11. 2 (สำหรับกลุ่มควบคุม)

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

เรือลำหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก เมื่อแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็สวนเรืออีกลำหนึ่งซึ่งแล่นจากทะเลแหวกไปยังหาดไร่เล่ย์พอดี โดยเรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

1. ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

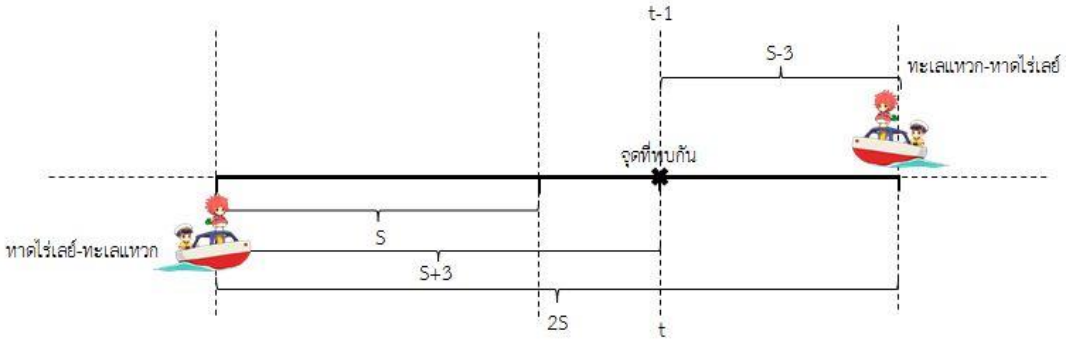
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ :

- เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก
- เมื่อเรือลำแรกแล่นเลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็สวนเรือลำที่สอง
- เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ :

ระยะทางจากหาดไร่เลย์ไปยังทะเลแหวก

2. ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล



3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ให้ระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวกเป็น $2S$ กิโลเมตร ดังนั้นระยะทางกึ่งกลางระหว่างหาดไร่เลย์กับทะเลแหวกเป็น S กิโลเมตร

จะได้ว่าเรือลำแรกสวนกับเรือลำที่สองเป็นระยะทาง $S+3$ กิโลเมตร

และเรือลำที่สองสวนกับเรือลำแรกเป็นระยะทาง $S-3$ กิโลเมตร

เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า เรือลำแรกแล่นได้ระยะทาง 12 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ถ้าเรือลำแรกแล่นได้ระยะทาง $S+3$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{S+3}{12}$ ชั่วโมง

เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า เรือลำที่สองแล่นได้ระยะทาง
15 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ถ้าเรือลำที่สองแล่นได้ระยะทาง $S-3$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{S-3}{15}$ ชั่วโมง

จากโจทย์กำหนดว่าเรือลำที่สองออกเดินทางหลังเรือลำแรก 1 ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $\frac{S+3}{12}-\frac{S-3}{15} = 1$

$$5(S+3)-4(S-3) = 60$$
$$5S+15-4S+12 = 60$$
$$S+27 = 60$$
$$S = 60-27=33$$

ดังนั้น ระยะทางจากหาดไร่เลย์ถึงทะเลแหวกเป็น $2S=2\times 33=66$ กิโลเมตร

4. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ

ถ้าระยะทางกึ่งกลางระหว่างหาดไร่เลย์กับทะเลแหวกเป็น 33 กิโลเมตร

เรือลำแรกแล่นด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{36}{12}=3$ ชั่วโมง

เรือลำที่สองแล่นด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งใช้เวลาในการเดินทางถึงจุดที่สวนกัน คือ $\frac{30}{15}=2$ ชั่วโมง

ดังนั้นเรือลำที่สองใช้เวลาในการแล่นถึงจุดที่ส่วนกันน้อยกว่าเรือลำแรก 1 ชั่วโมง ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ตอบ 66 กิโลเมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ช
ตัวอย่างใบกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 1.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

คุณพ่อมีที่ดินอยู่แปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 3,720 เมตร ถ้าคุณพ่อแบ่งที่ดินออกเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ลูกทั้ง 5 คน คนละเท่า ๆ กัน โดยลูกคนที่ 2 ได้รับที่ดิน ติดกับลูกคนที่ 1 และ 3 ลูกคนที่ 3 ได้รับที่ดินติดกับลูกคนที่ 4 และลูกคนที่ 4 ได้รับที่ดินติดกับลูกคนที่ 5 จงหาว่าลูกแต่ละคนได้รับที่ดินคนละกี่ตารางเมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 2.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

จากการสำรวจราคาน้ำดื่มในท้องตลาดพบว่าน้ำดื่มยี่ห้อ A และ B ที่มีปริมาตร 600 มิลลิลิตร ราคาขวดละ 7.50 บาท โดย

- บริษัท A มีต้นทุนในการผลิตน้ำดื่มยี่ห้อ A ขวดละ 3.20 บาท และมีค่าเปิดเครื่องจักรเป็นเงิน 7,000 บาท/ครั้ง
- บริษัท B มีต้นทุนในการผลิตน้ำดื่มยี่ห้อ B มากกว่ายี่ห้อ A ขวดละ 1.20 บาท และมีค่าเปิดเครื่องจักรเป็นเงิน 5,000 บาท/ครั้ง

ถ้าบริษัท A ได้กำไรจากการผลิตน้ำดื่ม 5,900 บาท/ครั้ง และบริษัท B ได้กำไรจากการผลิตน้ำดื่ม 7,400 บาท/ครั้ง นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าบริษัท B ผลิตน้ำดื่มในแต่ละครั้งมากกว่าบริษัท A 300 ขวด เพราะเหตุใด จงอธิบาย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 3.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

ร้าน A และร้าน B ได้จัดโปรโมชั่นขายหนังสือ Harry Potter เล่มล่าสุดในงานสัปดาห์หนังสือแห่งชาติ ซึ่งจะเริ่มจำหน่ายหนังสือในวันเดียวกัน โดยมีจำนวนหนังสือเท่ากันทั้งสองร้าน ดังนี้

ร้าน A

วันแรก จำหน่ายหนังสือได้ $\frac{1}{3}$ ของจำนวนหนังสือทั้งหมด

วันที่สอง จำหน่ายหนังสือได้เท่ากับจำนวนหนังสือที่ร้าน B จำหน่ายได้ในวันที่สอง

วันที่สาม จำหน่ายหนังสือได้ 30 เล่ม จึงหมดพอดี

ร้าน B

วันแรก จำหน่ายหนังสือได้จำนวนหนังสือน้อยกว่าที่ร้าน A จำหน่ายได้ในวันแรก เท่ากับ $\frac{1}{12}$ ของจำนวนหนังสือทั้งหมด

วันที่สอง จำหน่ายหนังสือได้ $\frac{2}{9}$ ของจำนวนหนังสือที่เหลือจากการจำหน่ายหนังสือในวันแรก

วันที่สาม จำหน่ายหนังสือหมดพอดี

นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าในวันที่สามร้าน A ขายหนังสือได้มากกว่าร้าน B จำนวน 30 เล่ม เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ใบกิจกรรมที่ 4.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

ห้องสมุดของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีระยะเวลาในการยืมหนังสือ และค่าปรับหนังสือแต่ละประเภท ดังนี้

ประเภทหนังสือ	ระยะเวลาในการยืม (วัน)	ค่าปรับ (บาท/วัน)
หนังสือเตรียมสอบ	7	2
หนังสือทั่วไป	5	4

ภูผาพบว่าเขาลืมคืนหนังสือห้องสมุดจำนวน 9 เล่ม โดยมีหนังสือเตรียมสอบจำนวน 4 เล่ม ที่เหลือเป็นหนังสือทั่วไป โดยภูผาจำได้ว่าหนังสือเตรียมสอบ 3 เล่มนั้น เขายืมมาก่อนเล่มอื่น ๆ 1 สัปดาห์

ในวันรุ่งขึ้นเมื่อภูผานำหนังสือทั้งหมดไปคืนเขาเสียค่าปรับหนังสือทั่วไปทั้งหมดน้อยกว่าหนังสือเตรียมสอบทั้งหมด 6 บาท นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าหนังสือ 3 เล่มที่ยืมนานที่สุดโดนปรับ 42 บาท เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ใบกิจกรรมที่ 5.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

คุณพ่อนำลวดหนามขดหนึ่งยาว 36 เมตร ไปล้อมรั้วแปลงผักสวนครัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี แต่เมื่อนำลวดหนามอีกขดหนึ่ง ที่มีความยาวเท่ากัน ไปล้อมรั้วแปลงดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาว 12 เมตร พบว่าเหลือลวดหนามอีก 2 เมตร

หากคุณพ่อต้องจ้างคนงานมาขุดดินเพื่อเพาะปลูกพืชผักสวนครัวและดอกไม้ โดย

- นายทองคิดค่าแรงในการขุดดินตารางเมตรละ 5 บาท
- นายเงินคิดค่าแรงในการขุดดิน 2 ตารางเมตร 10 บาท

เศษที่เหลือปัดขึ้น (เช่น ขุดดิน 3 ตาราเมตร คิดค่าแรง 20 บาท)

คุณพ่อควรจ้างนายเงินมาขุดดินจึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุดถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ใบกิจกรรมที่ 6.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

โนบิตะและไจแอนสะสมเงินได้จำนวนเท่ากัน คือ 285 บาท โดย

โนบิตะมีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอยู่รวมกัน 41 เหรียญ

ไจแอนมีเหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทอยู่รวมกัน 65 เหรียญ โดยมีเหรียญบาทน้อยกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 3 เหรียญ

ชิสุกะจึงกล่าวว่า “โนบิตะมีจำนวนเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทที่ไจแอนมี” นักเรียนคิดว่าชิสุกะกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 6.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

แก้วนำเงินที่หยอดกระปุกมานับก่อนนำไปฝากธนาคาร ปรากฏว่าในครั้งแรกแก้วนับเงินได้ทั้งหมด 7,885 บาท โดยสองเท่าของจำนวนเหรียญสลึงมากกว่าจำนวนเหรียญสิบบาท อยู่ 290 เหรียญ และครึ่งหนึ่งของเหรียญสลึงมากกว่าจำนวนเหรียญบาทอยู่ 5 เหรียญ

เมื่อแก้วนำเงินทั้งหมดไปฝากธนาคาร พบว่าแก้วนับเหรียญบาทผิดไป 5 เหรียญ นับเหรียญสลึงผิดไปจำนวนหนึ่ง และนับเหรียญสิบบาทได้ถูกต้อง

ถ้าธนาคารนับเงินทั้งหมดได้น้อยกว่าจำนวนเงินที่แก้วนับได้ 10 บาท จงหาว่าแก้วนำเงินไปฝากธนาคารชนิดละกี่เหรียญ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 8.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

แม่ค้าซื้อน้ำตาลชนิด A และชนิด B เพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม โดยซื้อน้ำตาลชนิด A มากิโลกรัมละ 10 บาท ซื้อน้ำตาลชนิด B มากิโลกรัมละ 30 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้วแม่ค้าขายได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน 800 บาท อยากทราบว่าแม่ค้าซื้อน้ำตาลแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 9.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

มีน้ำเชื่อมอยู่สองชนิด ชนิด A มีน้ำตาล 20% ชนิด B มีน้ำตาล 30% ถ้าต้องการนำน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดผสมกันให้ได้น้ำเชื่อมผสม 50 ลิตร โดยมีน้ำตาล 25% จงหาว่าต้องใช้น้ำเชื่อมชนิด A และชนิด B อย่างละเท่าไร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 11.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

ทอฝันขับรถยนต์ออกจากคอนโดเมื่อเวลา 8.30 น. ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา มาวินขับรถยนต์ออกจากคอนโดเพื่อตามหาทอฝันในเส้นทางเดียวกันด้วยอัตราเร็วมากกว่าทอฝัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ามาวินจะขับรถยนต์ตามทันทอฝันในเวลาเท่าใด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 12.1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

ตามาพายเรือจากบ้านไปตลาดใช้เวลามากกว่าตามีพายเรือจากบ้านไปตลาด 40 นาที แต่ขากลับตามาพายเรือจากตลาดกลับถึงบ้านใช้เวลา 35 นาที ซึ่งอัตราเร็วของกระแสน้ำที่ตามาพายเรือในขณะนั้นเท่ากับ 12 เมตร/นาที

วันต่อมาตามีพายเรือจากบ้านไปตลาดใช้เวลา 25 นาที แต่ขากลับพายเรือจากตลาดกลับถึงบ้านใช้เวลา 30 นาที ซึ่งอัตราเร็วของกระแสน้ำที่ตามีพายเรือในขณะนั้นเท่ากับ 8 เมตร/นาที

นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าบ้านของตามาอยู่ไกลตลาดมากกว่าบ้านของตามี เพราะเหตุใด จงอธิบาย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 13.2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยละเอียด

อ่างสำหรับอาบน้ำซึ่งไม่มีน้ำอยู่เลย มีท่อเปิดน้ำเย็น น้ำร้อน และน้ำทิ้งอย่างละ 1 ท่อ ถ้าเปิดน้ำเย็นท่อเดียวน้ำจะเต็มอ่างในเวลา 30 นาที และถ้าเปิดน้ำร้อนท่อเดียวน้ำจะเต็มอ่างในเวลา 20 นาที แต่เมื่อมีน้ำเต็มอ่างแล้วเปิดท่อน้ำทิ้งออกน้ำจะหมดอ่างในเวลา 40 นาที

ถ้าลืมปิดท่อน้ำทิ้ง และเปิดท่อน้ำร้อนและท่อน้ำเย็นพร้อมกัน ปกป้องกล่าวว่า **"อ่างอาบน้ำนี้จะไม่มีน้ำอยู่เลย เพราะน้ำไหลออกหมด"** นักเรียนคิดว่าปกป้องกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบายหากปกป้องกล่าวไม่ถูกต้องน้ำจะเต็มอ่างในเวลากี่นาที

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ซ
ผลการทดสอบทางสถิติของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/3 ไม่แตกต่างกัน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนห้อง ม.2/1 = ค่าเฉลี่ยของคะแนนห้อง ม.2/3

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนห้อง ม.2/1 ≠ ค่าเฉลี่ยของคะแนนห้อง ม.2/3

ตารางที่ 26 ผลการทดสอบความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระหว่างนักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/3

Group Statistics

	ห้อง	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ความรู้พื้นฐาน	ม.2/1	44	80.2500	7.31397	1.10262
	ม.2/3	45	79.2000	7.50939	1.11943

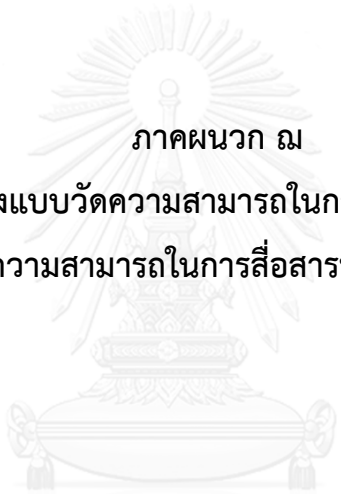
Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
ความรู้พื้นฐาน	Equal variances assumed	.206	.651	.668	87	.506	1.05000	1.57175	-2.07402	4.17402
	Equal variances not assumed			.668	86.999	.506	1.05000	1.57128	-2.07308	4.17308

จากตาราง ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/3 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80.25 และ 79.20 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.31 และ 7.51 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ .206 และ Sig. เท่ากับ .651 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) แสดงว่า มีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t – test แบบ Equal variances assumed และจากการทดสอบค่าที (t – test) ที่ $t_{\alpha,n_1+n_2-2} = t_{0.05,87} = 1.99$ พบว่า $t = 0.668$ ซึ่ง $t < t_{\alpha,n_1+n_2-2}$ จึงปฏิเสธ H_1 นั่นคือ ว่า นักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/3 มีความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ณ
ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 27 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล	หลังเรียน	10.5682	44	2.63604	.39740
	ก่อนเรียน	6.3636	44	3.28556	.49532

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
เหตุผล หลังเรียน ก่อนเรียน	4.20455	3.60606	.54363	3.10820	5.30089	7.734	43	.000

จากตารางที่ 27 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 10.57 และ 6.36 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.636 และ 3.286 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t – test) ที่ $t_{\alpha,n-1} = t_{0.05,43} = 1.68$ พบว่า t = 7.734 ซึ่ง $t > t_{\alpha,n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 28 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร	หลังเรียน	19.1136	44	6.59533	.99428
	ก่อนเรียน	3.3409	44	3.07233	.46317

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
สื่อสาร หลังเรียน ก่อนเรียน	15.77273	6.59056	.99356	13.76901	17.77644	15.875	43	.000

จากตารางที่ 28 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 19.11 และ 3.34 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.595 และ 3.072 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t – test) ที่ $t_{\alpha,n-1} = t_{0.05,43} = 1.68$ พบว่า t = 15.875 ซึ่ง $t > t_{\alpha,n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง ≤ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง > ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics

กลุ่ม		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ให้เหตุผล	ทดลอง	44	10.5682	2.63604	.39740
	ควบคุม	45	5.0444	2.20491	.32869

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	T	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
ให้เหตุผล	Equal variances assumed	1.117	.293	10.732	87	.000	5.52374	.51468	4.50076	6.54672
	Equal variances not assumed			10.711	83.683	.000	5.52374	.51571	4.49813	6.54935

จากตารางที่ 29 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10.57 และ 5.04 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.636 และ 2.205 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ 1.117 และ Sig. เท่ากับ .293 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) แสดงว่า มีความแปรปรวนเท่ากัน จึงต้องใช้ t – test แบบ Equal variances assumed และจากการทดสอบค่าที (t – test) ที่ $t_{\alpha,n_1+n_2-2} = t_{0.05,87} = 1.66$ พบว่า t = 10.73 ซึ่ง $t > t_{\alpha,n_1+n_2-2}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง ≤ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง > ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

Group Statistics

กลุ่ม		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร	ทดลอง	44	19.1136	6.59533	.99428
	ควบคุม	45	13.1778	4.77821	.71229

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
สื่อสาร	Equal variances assumed	6.628	.012	4.870	87	.000	5.93586	1.21877	3.51342	8.35830
	Equal variances not assumed			4.853	78.306	.000	5.93586	1.22310	3.50101	8.37071

จากตารางที่ 30 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.11 และ 13.18 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.595 และ 4.778 ตามลำดับ จากการทดสอบค่าเอฟ (F - Test) เท่ากับ 6.628 และ Sig. เท่ากับ .012 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ($\alpha = .05$) แสดงว่า มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน จึงต้องใช้ t – test แบบ Equal variances not assumed และจากการทดสอบค่าที (t – test) ที่ $t_{\alpha,n_1+n_2-2} = t_{0.05,87} = 1.66$ พบว่า t = 4.853 ซึ่ง $t > t_{\alpha,n_1+n_2-2}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวเพาพงา วังเวชช์ เกิดเมื่อวันที่ 23 มกราคม พ.ศ.2534 อยู่บ้านเลขที่ 9/1 หมู่ที่ 2 ตำบลบ้านใหญ่ อำเภอเมืองนครนายก จังหวัดนครนายก 26000 สำเร็จการศึกษาปริญญาการศึกษาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ในปีการศึกษา 2556 และในปีการศึกษา 2557 ได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งครูผู้ช่วย โรงเรียนบ้านศาลาพระม่วง อำเภออ่าวลึก จังหวัดกระบี่

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University