

กิ่งกรุปที่ให้โครงสร้างเนียร์ริง



นางสาวงามเจ็ด ตำนพัฒนามงคล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ISBN 974-14-2064-1

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I22873545

SEMIGROUPS ADMITTING NEARRING STRUCTURE

Miss Ngarmcherd Danpattanamongkon

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

ISBN 974-14-2064-1

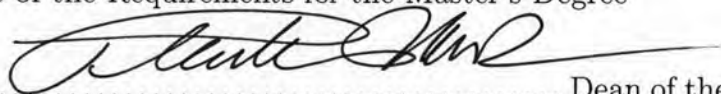
Copyright of Chulalongkorn University

**490030**

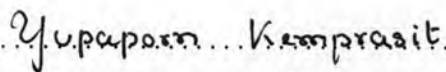
Thesis Title            SEMIGROUPS ADMITTING NEARRING STRUCTURE  
By                         Miss Ngarmcherd Danpattanamongkon  
Field of Study         Mathematics  
Thesis Advisor        Associate Professor Patanee Udomkavanich, Ph.D.

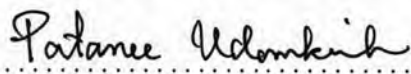
---


Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

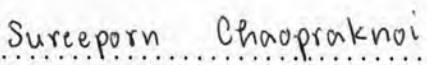
  
..... Dean of the Faculty of Science  
(Professor Piamsak Menasveta, Ph.D.)

#### THESIS COMMITTEE

  
..... Chairman  
(Professor Yupaporn Kemprasit, Ph.D.)

  
..... Thesis Advisor  
(Associate Professor Patanee Udomkavanich, Ph.D.)

  
..... Member  
(Assistant Professor Sajee Pianskool, Ph.D.)

  
..... Member  
(Sureeporn Chaopraknoi, Ph.D.)

งามเจ็ด คำนพัฒนามงคล : กิ่งกรุปที่ให้โครงสร้างเนียร์ริง (SEMIGROUPS ADMITTING NEARRING STRUCTURE) อ.ที่ปรึกษา : รศ. ดร. พัฒน์ อุดมกะวานิช, 31 หน้า.

ISBN 974-14-2064-1

เราเรียกระบบ  $(N, +, \cdot)$  ว่าเป็น เนียร์ริงขวา [ซ้าย] เมื่อ

(i)  $(N, +)$  เป็นกรุปอบีเลียน

(ii)  $(N, \cdot)$  เป็นกึ่งกรุป

(iii)  $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$  [ $z \cdot (x + y) = z \cdot x + z \cdot y$ ] สำหรับทุก  $x, y, z \in N$

เรากล่าวว่ากึ่งกรุป  $S$  ให้ โครงสร้างของเนียร์ริงขวา [ซ้าย] เมื่อ

(1)  $(S, +, \cdot)$  เป็นเนียร์ริงขวา [ซ้าย] สำหรับบางการดำเนินการ  $+$  บน  $S$  โดยที่  $\cdot$  เป็นการดำเนินการบน  $S$  หรือ

(2)  $(S^0, +, \cdot)$  เป็นเนียร์ริงขวา [ซ้าย] สำหรับบางการดำเนินการ  $+$  บน  $S^0$  โดยที่  $\cdot$  เป็นการดำเนินการบน  $S^0$

สำหรับเซตไม่ว่าง  $X$  ให้  $G(X)$ ,  $T(X)$ ,  $P(X)$  และ  $I(X)$  แทนกรุปสมมาตรบน  $X$  กึ่งกรุปการแปลงเต็มบน  $X$  กึ่งกรุปการแปลงบางส่วนบน  $X$  และกึ่งกรุปผกผันสมมาตรบน  $X$  ตามลำดับ

ในงานวิจัยนี้ เราให้ลักษณะว่าเมื่อใด  $G(X)$ ,  $T(X)$ ,  $P(X)$  และ  $I(X)$  ให้โครงสร้างของเนียร์ริงขวาและโครงสร้างของเนียร์ริงซ้าย เราพิจารณาเรื่องเช่นเดียวกันนี้ สำหรับกรุปเมตริกซ์บางชนิดและกึ่งกรุปที่เจาะจงบางชนิดด้วย

ภาควิชา ...คณิตศาสตร์...

สาขาวิชา ...คณิตศาสตร์...

ปีการศึกษา .....2549.....

ลายมือชื่อนิสิต...งามเจ็ด ด้านพัฒนามงคล.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา...พัฒน์ อุดมกะวานิช.....

# # 4772232923 : MAJOR MATHEMATICS

KEY WORDS : NEARRINGS / TRANSFORMATION SEMIGROUPS / MATRIX  
GROUPS

NGARMCHERD DANPATTANAMONGKON : SEMIGROUPS ADMITTING  
NEARRING STRUCTURE. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. PATANEE  
UDOMKAVANICH, Ph.D. 31 pp. ISBN 974-14-2064-1

A system  $(N, +, \cdot)$  is called a *right [left] nearring* if

- (i)  $(N, +)$  is an abelian group,
- (ii)  $(N, \cdot)$  is a semigroup and
- (iii)  $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$  [ $z \cdot (x + y) = z \cdot x + z \cdot y$ ] for all  $x, y, z \in N$ .

A semigroup  $S$  is said to *admit a right [left] nearring structure* if

- (1)  $(S, +, \cdot)$  is a right [left] nearring for some operation  $+$  on  $S$  where  $\cdot$  is the operation on  $S$  or
- (2)  $(S^0, +, \cdot)$  is a right [left] nearring for some operation  $+$  on  $S^0$  where  $\cdot$  is the operation on  $S^0$ .

For a nonempty set  $X$ , let  $G(X)$ ,  $T(X)$ ,  $P(X)$  and  $I(X)$  denote respectively the symmetric group on  $X$ , the full transformation semigroup on  $X$ , the partial transformation semigroup on  $X$  and the symmetric inverse semigroup on  $X$ .

In this research, we characterize when  $G(X)$ ,  $T(X)$ ,  $P(X)$  and  $I(X)$  admit a right nearring structure and a left nearring structure. We also consider the corresponding idea for certain matrix groups and some particular semigroups.

Department ...Mathematics...

Field of Study ...Mathematics...

Academic Year .....2006.....

Student's Signature: *Ngarmcherd Danpattanamongkon*

Advisor's Signature: *P. Udomkavanich*

## ACKNOWLEDGEMENTS

I am grateful to Associate Professor Dr. Patanee Udomkavanich, my thesis supervisor for her helpful suggestion and guidance. Especially, I am indebted to Professor Dr. Yupaporn Kemprasit who suggested me to this interesting topic. Moreover, I wish to express my gratitude to my thesis committee and all the lecturers during my study.

My thankfulness goes to the Ministry Development Staff Project Scholarship for the 2-year support of my master program study.

Finally, I am very grateful to my parents for the sincere encouragement throughout my study.

## CONTENTS

|                                    | page |
|------------------------------------|------|
| ABSTRACT IN THAI .....             | iv   |
| ABSTRACT IN ENGLISH .....          | v    |
| ACKNOWLEDGEMENTS .....             | vi   |
| INTRODUCTION .....                 | 1    |
| CHAPTERS                           |      |
| I PRELIMINARIES .....              | 4    |
| II TRANSFORMATION SEMIGROUPS ..... | 10   |
| III MATRIX GROUPS .....            | 16   |
| IV SOME OTHER SEMIGROUPS .....     | 23   |
| REFERENCES .....                   | 29   |
| VITA .....                         | 31   |