

ผลเฉลยเกือบเป็นคาบแบบต่อเนื่องเป็นช่วงสำหรับ  
สมการเชิงอนุพันธ์ที่มีอิมพัลส์ไม่เชิงเส้น



นายวิชัย วิทยาเกียรติเลิศ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2549  
ISBN 974-14-3424-3  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PIECEWISE CONTINUOUS ALMOST PERIODIC SOLUTIONS  
FOR NONLINEAR IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS

Mr. Wichai Witthayakiattilerd

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

ISBN : 947-14-3424-3

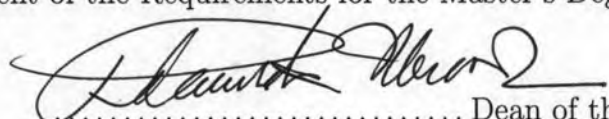
Copyright of Chulalongkorn University

**490175**

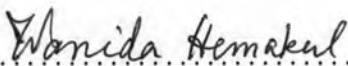
Thesis Title           PIECEWISE CONTINUOUS ALMOST PERIODIC SOLUTIONS FOR NONLINEAR IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS  
By                       Wichai Witthayakiattilerd  
Field of Study         Mathematics  
Thesis Advisor       Assistant Professor Anusorn Chonwerayuth, Ph.D.


---

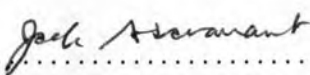
Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

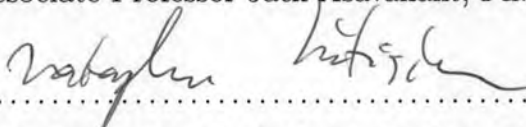
  
..... Dean of the Faculty of Science  
(Professor Piamsak Menasveta, Ph.D.)

THESIS COMMITTEE

.....  ..... Chairman  
(Associate Professor Wanida Hemakul, Ph.D.)

...  ..... Thesis Advisor  
(Assistant Professor Anusorn Chonwerayuth, Ph.D.)

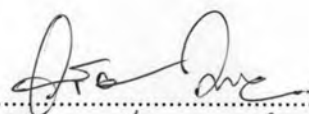
.....  ..... Member  
(Associate Professor Jack Asavanant, Ph.D. )

.....  ..... Member  
(Assistant Professor Nataphan Kitisin, Ph.D.)

วิจัย วิทยาเกียรติเลิศ : ผลเฉลยเกือบเป็นคาบแบบต่อเนื่องเป็นช่วงสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ที่มีอิมพัลส์ไม่เชิงเส้น (PIECEWISE CONTINUOUS ALMOST PERIODIC SOLUTIONS FOR NONLINEAR IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS) อ.ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. อนุสรณ์ ชนวนีระยุทธ , 57 หน้า ISBN 974-14-3424-3.

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราพิสูจน์การมีผลเฉลยและ การมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียวของผลเฉลยเกือบคาบแบบต่อเนื่องเป็นช่วง สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ที่มีอิมพัลส์ไม่เชิงเส้นซึ่ง อธิบายโดยกึ่งกลุ่มวิเคราะห์บนปริภูมิบานาค โดยใช้กำลังเศษส่วนของตัวดำเนินการปิดและทฤษฎีจุดตรึงบนปริภูมิบานาคเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหามีอยู่จริงของผลเฉลย นอกจากนี้เราตรวจสอบสมบัติเสถียรเชิงเส้นกำกับของระบบสมการด้วย

ภาควิชา: ...คณิตศาสตร์...  
สาขาวิชา: ...คณิตศาสตร์...  
ปีการศึกษา: .....2549.....

ลายมือชื่อนิสิต:   
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา: Anusorn Chomwongyuth

## 4772470923: MAJOR MATHEMATICS

KEY WORDS: BANACH FIXED POINT THEOREM / ANALYTIC SEMIGROUP/ FRACTIONAL POWERS / ALMOST PERIODIC / IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATION.

WICHAI WITTHAYAKIATTILERD: PIECEWISE CONTINUOUS ALMOST PERIODIC SOLUTIONS FOR NONLINEAR IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS. THESIS ADVISOR: ASST. PROF. ANUSORN CHONWERAYUTH, Ph.D., 57 pp. ISBN 974-14-3424-3

In this thesis, we prove the existence and uniqueness of a classical piecewise continuous almost periodic solution for nonlinear impulsive differential equations described by analytic semigroups on a Banach space. Fractional powers of closed operators and Banach fixed point theorem are used to overcome the existence problem. Moreover, we investigate asymptotic stability of the system.

Department: ...Mathematics...  
 Field of Study: ...Mathematics...  
 Academic Year: .....2006.....

Student's Signature: *Nichai Witthayakiattilerd*  
 Advisor's Signature: *Anusorn Chonwerayuth*

## Acknowledgments

Beside the efforts I put in writing up this thesis, many people have involved in this project and contributed to its success. I appreciate their help and I am happy that I had the opportunity to learn from and work with them.

First of all, I would like to thank Assistant Professor Dr. Anusorn for being my advisor. He gave me advices and especially helped me finding a topic and getting started. But he also encouraged me all of the time. He guided me through the all the necessary paper work. He gave me comments, suggestion and every things. I would like to say from my heart "thank you very much".

Hopefully, I do not forget to mention somebody. If this show to be the case, I do apologize. It does not happen by intention.

# Table of Contents

Abstract in Thai .....	iv
Abstract in English .....	v
Acknowledgments .....	vi
List of abbreviations .....	ix
1. Introduction .....	1
1.1 Scope .....	2
1.2 Research objective .....	3
2. Preliminaries .....	4
2.1 Fixed point theorems .....	4
2.2 Bochner Integral .....	5
2.3 Semigroup of linear operators .....	6
2.4 Analytic semigroups .....	9
2.5 Fractional power of closed operators .....	10
2.6 Almost periodics and piecewise continuous almost periodics .....	12
2.7 Impulsive differential equations .....	16
2.8 Definitions of stability .....	18
3. Main results .....	20
3.1 The inhomogeneous initial value problem with impulses .....	20
3.2 Asymptotic stability .....	38
4. Examples .....	40
4.1 Initial value problem of heat equation with impulse .....	40
4.2 An impulsive logistic equation .....	44
5. Conclusion and Outlook .....	45

REFERENCES .....	46
VITA .....	47



## List of abbreviations

$N(t, t + T)$	the number of impulses in the interval $[t, t + T)$ .
$\mathbb{N}$	set of all positive integer.
$\mathfrak{R}$	set of all real numbers.
$\triangleq$	defined as.
$X$	a Banach space with norm $\ \cdot\ $ .
$X_\alpha$	the Banach space $D(A^\alpha)$ endowed with the norm $ x _\alpha =  A^\alpha x $ .
PCAP	piecewise continuous almost periodic.
$D(A)$	domain of the operator $A$ .
$R(A)$	Range of the operator $A$ .
$\rho(A)$	the set of all complex number $\lambda$ for which $\lambda I - A$ is invertible.
$I$	the identity operator.
EAP	equipotentially almost periodic.
$PC$	the space of piecewise continuous functions, defined on $\mathfrak{R}$ with discontinuous of the first kind at the point $t_i$ .
$C_b(\mathfrak{R}, X)$	the usual Banach space of bounded continuous functions from $\mathfrak{R}$ into $X$ under supremum norm $ \cdot _\infty$ .
$X^*$	the dual space of the Banach space $X$ .