บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของคอมพิวเตอร์ ระบบจำนวน (number system) นับว่าเป็นหัวใจหลักในการคำนวณไม่ว่าจะเป็นการบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร การพิจารณาเลือกระบบจำนวนมาใช้งานจะมีผลกระทบอย่างมากกับประสิทธิภาพของการคำนวณไม่ว่าจะเป็นด้านความเร็วในการคำนวณ หรือ ความยากง่ายในการคำนวณ โดยการเลือกนี้จะต้องคำนึงถึงความเหมาะสมในการใช้งาน เนื่องจากแต่ละการคำนวณย่อมต้องการรูปแบบการแสดงค่าของจำนวนแตกต่างกันไป งานวิจัยต่างๆ จึงได้พัฒนารูปแบบของการแทนจำนวนเหล่านี้เพื่อให้สามารถคำนวณได้เร็วขึ้น ระบบจำนวนแบบซ้ำซ้อน (redundant number system) ที่ถูกนำเสนอโดยอเวเซียนิส (Avizienis) [1] เป็นหนึ่งในระบบจำนวนที่ถูกคิดค้นขึ้นเพื่อแก้ปัญหาสายการแพร่ตัวทด (carry-propagation-chain) ที่เกิดขึ้นในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิม ระบบจำนวนนี้ทำให้ลดปัญหาการเกิดตัวทดจากตำแหน่งที่มีนัยสำคัญน้อยสุด (least significant position) ไปตำแหน่งที่มีนัยสำคัญมากสุด (most significant position) ซึ่งอาจก่อให้เกิดความล่าช้าในการคำนวณเป็นอย่างมาก ในระบบจำนวนแบบซ้ำซ้อนจะสามารถแสดงจำนวนใดๆ ได้มากกว่าหนึ่งรูปแบบ นอกจากนี้ระบบดังกล่าวยังเป็นระบบจำนวนแบบมีเครื่องหมาย (Avizienis's signed-digit number system) ซึ่งสามารถใช้ในการแสดงจำนวนลบ โดยไม่ต้องมีการใช้เครื่องหมายกำกับจำนวน เนื่องจากตัวเลขที่ใช้แสดงค่าในระบบจำนวนนี้สามารถเป็นตัวเลขที่มีเครื่องหมายลบได้ จากข้อดีของระบบจำนวนนี้จึงทำให้เกิดงานวิจัยที่นำเอาระบบจำนวนแบบซ้ำซ้อนไปใช้กันอย่างแพร่หลาย แต่ข้อจำกัดของการนำระบบจำนวนซ้ำซ้อนไปใช้นั้นจำเป็นต้องใช้พื้นที่ขนาดใหญ่ในการเก็บข้อมูลเพราะต้องใช้เนื้อที่สำหรับเก็บตัวเลขจำนวนมากอีกด้วย ปัญหาดังกล่าวทำให้มีแนวคิดในการแปลงระบบจำนวนดังกล่าวให้ไปอยู่ในระบบจำนวนแบบอื่นๆ เช่น การแปลงชุดตัวเลขแบบซ้ำซ้อนให้ไปอยู่ในรูปของชุดตัวเลขแบบไม่ซ้ำซ้อน ของเออเซโกวัก (Ercegovac) [2] ที่มีการทำงานแบบลำดับ การแปลงโดยมีการทำงานแบบขนานของคอเนอร์รัพ (Kornerup) [3] รวมถึงการแปลงชุดตัวเลขโดยการใช้ออโตมาต้าของอรรถสิทธิ์ (Athasit) [4] ต่อมาระบบจำนวนซ้ำซ้อนนี้ภายหลังได้ถูกพัฒนามาเป็นระบบจำนวนซ้ำซ้อนโดยใช้เลขฐานสอง (redundant binary number, rbn) ด้วยเหตุผลที่ว่าการคำนวณในคอมพิวเตอร์อยู่ในรูปของเลขฐานสอง ซึ่งจะทำให้การคำนวณที่ซับซ้อน เช่น การคูณ หรือ การหาร สามารถกระทำได้รวดเร็วมากขึ้น เคตตานี (Kettani) [5,6] ได้เสนอแนวคิดการแปลง

ผันระหว่างระบบจำนวน รวมถึงระบบจำนวนฐานสองอีกด้วย แต่อย่างไรก็ตามการคำนวณทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่แล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะอยู่ในรูปของส่วนเติมเต็มของสอง (two's complement representation) ดังนั้นจึงมีงานวิจัยที่เสนอขั้นตอนวิธีการแปลงผลลัพธ์จากระบบจำนวนแบบซ้ำซ้อนฐานสองให้อยู่ในรูปของส่วนเติมเต็มของสอง [7-11] เช่น การแปลงโดยใช้ตารางการจับคู่เข้ามาช่วย [9-11] อนึ่งการแปลงดังกล่าวถือเสมือนการแปลงชุดตัวเลขต่างชุดกัน โดยใช้เลขฐานเป็นเลขเดียวกัน โดยงานวิจัยดังกล่าวมีลักษณะการทำงานเป็นแบบลำดับ ซึ่งสิ้นเปลืองเวลาในการทำงาน อีกทั้งเลขฐานที่ใช้จำกัดอยู่แค่ฐานสอง

ในงานวิจัยนี้เสนอขั้นตอนวิธีการแปลงชุดตัวเลขบนระบบจำนวนแบบซ้ำซ้อนบนฐานตัวเลขใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับสองไปสู่ระบบจำนวนแบบส่วนเติมเต็ม มุ่งเน้นเพิ่มประสิทธิภาพในด้านความเร็วโดยอาศัยแนวความคิด การแปลงแบบออนเดอะฟลาย (on-the-fly) [3] มาใช้ในการแปลง ซึ่งมีลักษณะการทำงานในทุกตำแหน่งพร้อมๆ กัน (parallel mode) โดยไม่ต้องมีการรอตัวทดจากตัวเลขทางด้านขวา เนื่องจากมีการพยากรณ์ตัวทดที่จะเกิดขึ้นในแต่ละตำแหน่งก่อน แล้วจึงทำการหาตัวทดที่เกิดขึ้นได้จริง และสามารถพิจารณาเครื่องหมายกำกับ (signed representation) ที่เกิดขึ้นได้ก่อนที่จะได้ผลลัพธ์ ทำให้การคำนวณมีประสิทธิภาพมากขึ้น อีกทั้งในงานวิจัยนี้ได้นำหลักการอุปมัยเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical induction) มาเป็นเครื่องมือในการพิสูจน์ความถูกต้องของผลลัพธ์ที่เกิดจากการแปลง

1.2 วัตถุประสงค์

พัฒนาวิธีการแปลงชุดตัวเลขจากระบบจำนวนซ้ำซ้อนบนฐานจำนวนเต็มใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับสอง ให้อยู่ในรูปของส่วนเติมเต็ม (complement representation) โดยอาศัยแนวความคิดของการแปลงแบบออนเดอะฟลาย [3] เข้ามาเป็นส่วนช่วยในขั้นตอนวิธีการแปลง

1.3. ขอบเขตการวิจัย

1. พัฒนาการแปลงชุดตัวเลขแบบขนานจากระบบจำนวนซ้ำซ้อนบนฐานจำนวนเต็มใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับสอง ไปอยู่ในรูปของจำนวนส่วนเติมเต็ม
2. การแปลงชุดตัวเลขทำได้ในกรณีที่จำนวนนั้นสามารถแสดงได้ในระบบจำนวนทั้งสองเท่านั้น
3. ระบบจำนวนซ้ำซ้อนบนฐานจำนวนเต็มใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับสองจะอ้างอิงระบบจำนวนแบบมีเครื่องหมายของอเวเซียนีส
4. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการทำงาน วัดได้จากความซับซ้อนของขั้นตอนวิธี

1.4. ขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับระบบจำนวนที่ใช้การคำนวณทางคอมพิวเตอร์
2. ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับระบบจำนวนซ้ำซ้อนบนฐานจำนวนเต็มใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับสองแบบมีเครื่องหมาย
3. ศึกษาวิธีการประยุกต์ใช้การแปลงชุดตัวเลขด้วยแนวคิดออนเดอะฟลาย
4. ออกแบบแนวคิดและรูปแบบของวิธีการแปลงชุดตัวเลขแบบขนาน
5. พิสูจน์แนวคิดและวิธีการแปลงชุดตัวเลขให้ทำงานได้อย่างถูกต้อง
6. วิเคราะห์และเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีการแปลงชุดตัวเลขแบบขนานกับงานวิจัยอื่นๆ
7. สรุปผลและจัดทำวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้วิธีการแปลงชุดตัวเลขแบบใหม่ที่ใช้ที่มีลักษณะการทำงานแบบขนาน (Parallel Computation)
2. สามารถนำวิธีการแปลงแบบใหม่นี้ไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.6 ผลงานที่ตีพิมพ์จากวิทยานิพนธ์

ส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้ได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์เป็นบทความทางวิชาการในหัวข้อเรื่อง "On-the-fly Conversion from Signed-Digit Number System into Complement Representation" โดย วีรสิษฐ์ เจริญศิริ และ อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ ในงานประชุมวิชาการ "IEEE International Symposium on Communications and Information Technologies 2006 (ISCIT 2006)" ณ. กรุงเทพมหานคร ในระหว่างวันที่ 18-20 ตุลาคม 2549

อีกทั้งยังได้รับการตอบรับให้ตีพิมพ์เป็นบทความทางวิชาการในหัวข้อเรื่อง "Digit Set Conversion from Redundant Number System into Complement Representation" โดย วีรสิษฐ์ เจริญศิริ และ อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ ในงานประชุมวิชาการ "The 10th National Computer Science and Engineering Conference (NCSEC2006)" ณ. ขอนแก่น ในระหว่างวันที่ 25-27 ตุลาคม 2549