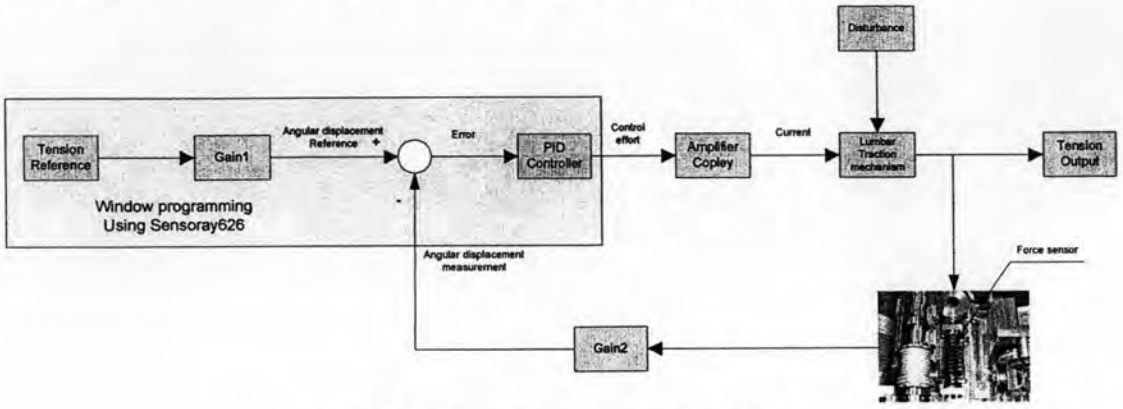
บทที่ 5
การควบคุมแรงตึงเชือก

การควบคุมแรงตึงเชือกของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังมีรูปแบบดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 ผังแสดงการควบคุมแรงดึงเชือก

จากรูปที่ 5.1 ข้างต้นเป็นระบบควบคุมอย่างง่ายที่ใช้ในการควบคุมแรงดึงของเชือก จากรูปดังกล่าวสามารถกำหนดสัญญาณเส้นทางเดินของแรงดึงเชือก (Tension signal) ส่งผ่านไปยังตัว Gain1 และ Gain2 ซึ่งจะทำหน้าที่ในการแปลงสัญญาณจาก เส้นทางเดินของแรงดึงเชือกไปเป็นเส้นทางเดินของการขจัดเชิงมุมที่อ้างอิง (Angular displacement reference) และ แปลงจากแรงดึงเชือกที่วัดได้ที่อุปกรณ์วัดแรงไปเป็นการขจัดเชิงมุมที่วัดได้ (Angular displacement measurement)ที่เอนโคดเดอร์วัดได้ตามลำดับ แล้วนำไปเปรียบเทียบกัน จากนั้นตัวควบคุมแบบ PID (PID-Controller) ก็จะนำค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการเปรียบเทียบมาทำการปรับแก้แล้วนำสัญญาณที่ได้ไปขับกลไกของเครื่องดึงกระดูกสันหลัง(Lumbar Traction Mechanism) ให้ได้แรงดึงเชือกตามต้องการ

โดยพื้นฐานของตัวควบคุมแบบ PID (PID-Controller) เกิดจากการนำตัวควบคุมแบบ P (Proportional-Controller) ตัวควบคุมแบบ D (Derivative-Controller) และตัวควบคุมแบบ I (Integral-Controller) มารวมกัน ซึ่งจะกล่าวถึงพื้นฐานของตัวควบคุมแต่ละตัวดังต่อไปนี้

5.1 ตัวควบคุมแบบ P (Proportional-Controller) [6]

ตัวควบคุมแบบ P เป็นการควบคุมแบบสัดส่วน (Proportional Control) สัญญาณควบคุม $(u(t))$ จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าสัญญาณผิดพลาด $(e(t))$ ที่เกิดขึ้นจากผลต่างระหว่างค่าสัญญาณอ้างอิงกับสัญญาณเอาต์พุตของระบบที่ทำการควบคุมที่วัดค่าได้

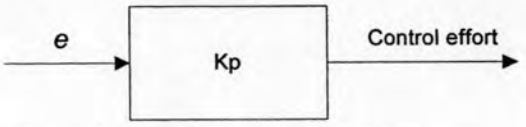
ความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุตจากตัวควบคุมและสัญญาณผิดพลาดที่ส่งเข้าไปสู่ระบบสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$u(t) = K_p e(t)$$

ถ้าเขียนอยู่ในรูปผลการแปลงลาปลาซจะได้ว่า

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P$$

เมื่อ K_P เป็นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมนี้หรือเรียกว่าค่าเกนของตัวควบคุมแบบสัดส่วน



รูปที่ 5.2 ผังแสดงตัวควบคุมแบบสัดส่วน

5.2 ตัวควบคุมแบบ I (Integral-Controller) [6]

ตัวควบคุมแบบ I เป็นการควบคุมแบบอินทิกรัล (Integral Control) มีรูปแบบของสมการดังนี้คือ

$$u(t) = K_I \int e(t)dt$$

หรือเขียนอยู่ในรูปแบบผลการแปลงแบบลาปลาซจะได้ว่า

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s}$$

เมื่อ K_I เป็นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมนี้หรือเรียกว่าค่าเกนของตัวควบคุมแบบอินทิกรัล

จากรูปแบบของการควบคุมแบบอินทิกรัลนี้จะเห็นได้ว่าสัญญาณควบคุม $(u(t))$ จะขึ้นอยู่กับค่าในอดีต(Past value) ซึ่งมีประโยชน์คือจะลดค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว แต่จะทำให้ระบบมีการสั่นมากขึ้น (Oscillation) นั่นคือทำให้เสถียรภาพ (Stability) ของระบบลดน้อยลง

5.3 ตัวควบคุมแบบ D (Derivative-Controller) [6]

ตัวควบคุมแบบ D เป็นการควบคุมแบบอนุพันธ์ (Derivative Control) มีรูปแบบสมการดังนี้คือ

$$u(t) = K_D \dot{e}(t)$$

หรือเขียนอยู่ในรูปแบบผลการแปลงแบบลาปลาซจะได้ว่า

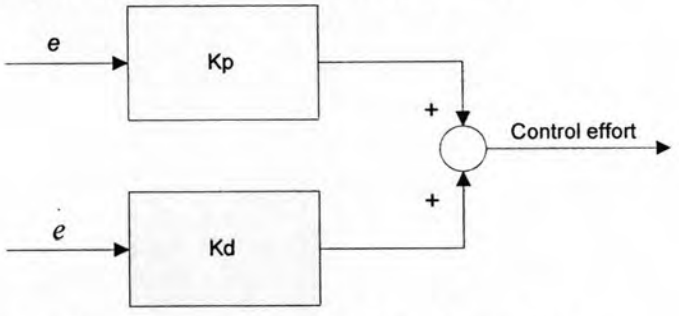
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_D s$$

เมื่อ K_D เป็นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมนี้หรือเรียกว่าค่าเกนของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

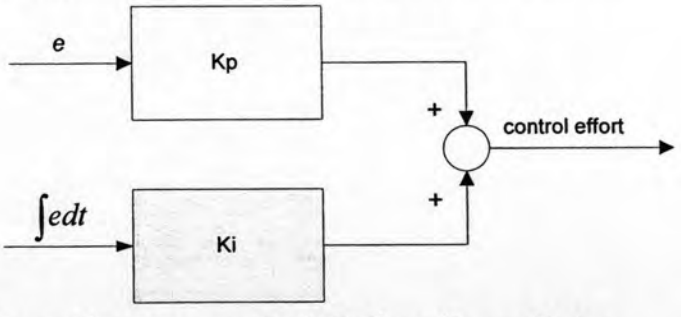
รูปที่ 5.3 ผังแสดงตัวควบคุมแบบเชิงอนุพันธ์

ตัวควบคุมแบบอนุพันธ์นี้จะช่วยปรับค่าความหน่วง (Damping ratio) ในระบบให้มีค่ามากขึ้น นั่นคือทำให้ระบบมีเสถียรภาพมากขึ้น แต่อาจส่งผลกระทบคือค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว (Steady state error) มีค่าไม่เป็นศูนย์ได้

การควบคุมเชิงอนุพันธ์นี้ส่วนมากแล้วจะใช้ร่วมกับตัวควบคุมอื่น เช่นใช้ร่วมกับตัวควบคุมแบบสัดส่วน ก็จะเรียกว่าตัวควบคุมแบบสัดส่วนบวกกับตัวควบคุมแบบอนุพันธ์หรือ PD-Controller (Proportional plus Dervative-Controller) ถ้าใช้ร่วมกับตัวควบคุมแบบสัดส่วนบวกกับตัวควบคุมแบบอินทิกรัลหรือ PI-Controller (Proportional plus Integral-Controller) ก็จะเรียกว่าตัวควบคุมแบบสัดส่วนบวกตัวควบคุมแบบอินทิกรัลบวกตัวควบคุมแบบอนุพันธ์หรือ PID-Controller (Proportional plus Integral plus Derivative-Controller)



รูปที่ 5.4 ผังแสดงตัวควบคุมแบบเชิงอนุพันธ์บวกกับแบบสัดส่วน



รูปที่ 5.5 ผังแสดงตัวควบคุมแบบเชิงปริพันธ์บวกกับแบบสัดส่วน

5.4 ตัวควบคุมแบบ PID (Proportional plus Integral plus Derivative-Controller) [6]

ตัวควบคุมแบบสัดส่วนบวกตัวควบคุมแบบอินทิกรัลบวกตัวควบคุมแบบอนุพันธ์หรือ PID-Controller มีรูปแบบของสมการคือ

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t)dt + K_D \dot{e}(t)$$

หรือเขียนอยู่ในรูปแบบผลการแปลงแบบลาปลาซจะได้ว่า

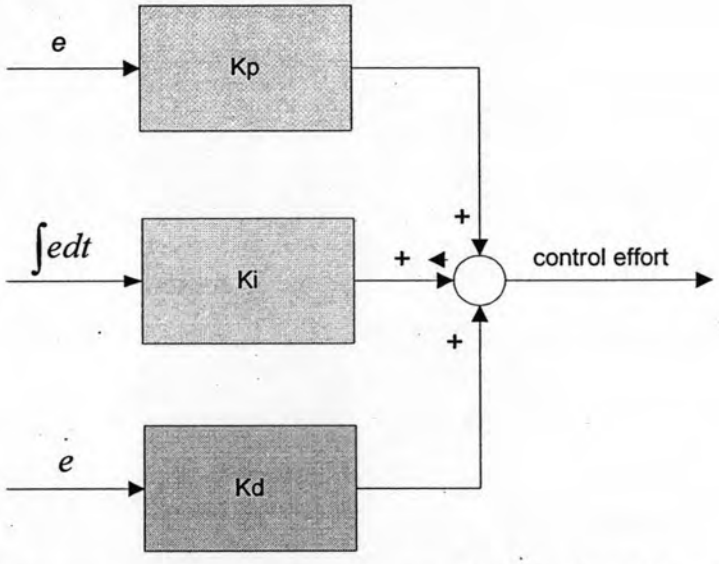
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

โดยที่ K_P คือ ค่าเกนของตัวควบคุมแบบสัดส่วน

K_I คือ ค่าเกนของตัวควบคุมแบบอินทิกรัล

K_D คือ ค่าเกนของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

ซึ่งตัวควบคุมแบบ PID นี้ เป็นตัวควบคุมที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมากในวงการอุตสาหกรรมควบคุมระบบอัตโนมัติ



รูปที่ 5.6 ผังแสดงตัวควบคุมแบบเชิงอนุพันธ์บวกกับแบบเชิงปริพันธ์บวกกับแบบสัดส่วน

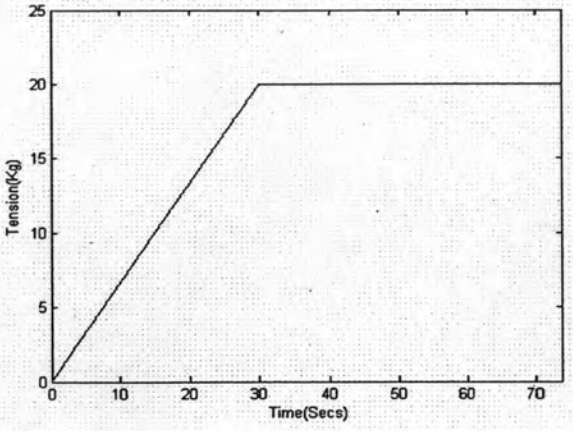
5.5 การสร้างเส้นทางเดินของแรงดึงเชือก

ลักษณะเส้นทางเดินของแรงดึงเชือกที่ใช้กันในเครื่องดึงกระดูกสันหลังมีอยู่ 2 แบบหลักๆ คือ

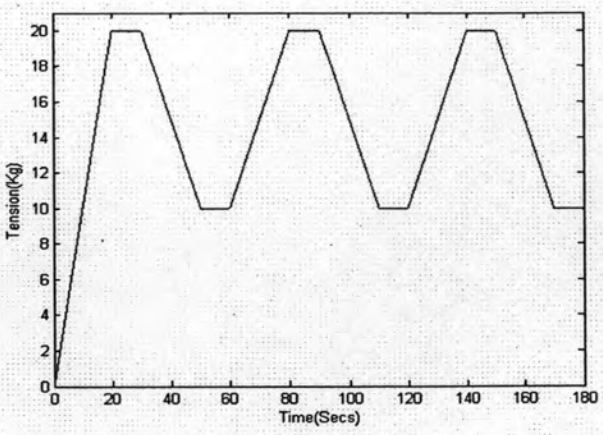
1. ดึงแบบต่อเนื่อง (Continuous Mode) เป็นการดึงที่เพิ่มแรงดึงไปเรื่อยๆจนถึงค่าของแรงดึงที่ต้องการแล้วค้างไว้ที่ค่าแรงนั้นจนครบเวลาที่กำหนด ดังรูปที่ 5.2 โดยค่าของแรงดึงที่กล่าวมานั้นมีชื่อเรียกว่าแรงดึงค้าง (Hold force)

2. ดึงแบบเป็นช่วง (Intermittent Mode) เป็นการดึงที่มีลักษณะเป็นวัฏจักร (Cycles) โดยมีแรงดึงค้าง (Hold force) และแรงดึงพัก (Rest Force) ดังรูปที่ 5.3

หอสมุดกลาง ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.7 ดึงแบบต่อเนื่อง



รูปที่ 5.8 ดึงแบบเป็นช่วง

5.5.1 การสร้างเส้นทางเดินของแรงดึงแบบต่อเนื่อง (Continuous Mode)

การสร้างทางเดินของแรงดึงแบบต่อเนื่องนั้นจำเป็นที่จะต้องทราบ ค่าของแรงดึงค้าง (Hold force) เวลาที่ใช้ในการดึงค้าง (Hold time) และ เวลาขาขึ้น (Rise time) ที่ไปถึงค่าแรงดึงค้าง

โดยการดึงในช่วงแรก $(0 < t \le t_r)$ ค่าของแรงดึงจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = S(t - t_r)$$

โดยการดึงในช่วงต่อมา $(t_r < t \le t_t)$ ค่าของแรงดึงจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = T_h$$

โดยที่ t_r = เวลาขาขึ้น $(Seconds)$

t_h= เวลาที่ใช้ในการดึงค้าง $(Seconds)$

t_t = เวลารวมทั้งหมด $(Seconds)$

$T(t)$ = ค่าแรงดึงเชือกที่เวลาใดๆ (kg_f)

T_h = ค่าแรงดึงเชือกค้าง (kg_f)

S = ค่าความชัน $\left(\frac{kg_f}{\text{sec}onds}\right)$

โดยที่ $t_t = t_r + t_h$

$$S = \frac{T_h}{t_r}$$

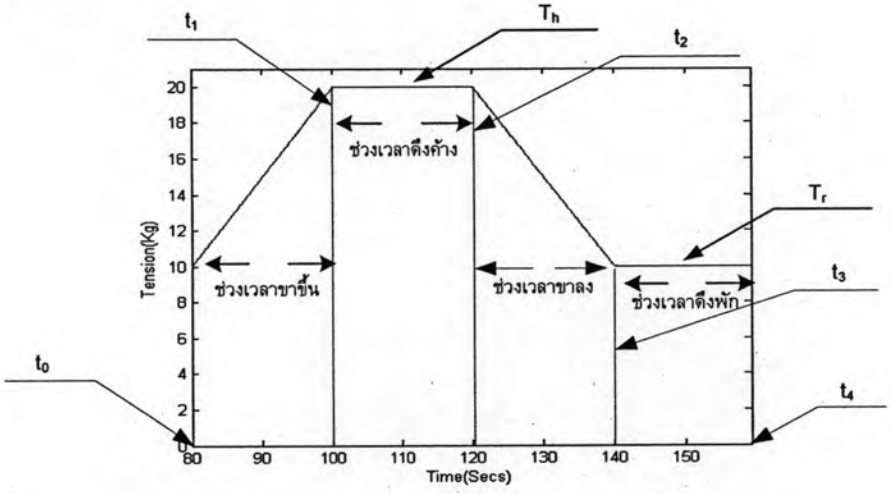
5.5.2 การสร้างเส้นทางเดินของแรงตึงแบบเป็นช่วง (Intermittent Mode)

สำหรับการสร้างทางเดินของแรงดึงแบบเป็นช่วงนั้นจำเป็นที่จะต้องทราบ ค่าของแรงดึงค้าง (Hold force) ค่าของแรงดึงพัก (Rest force) เวลาที่ใช้ในการดึงค้าง (Hold time) และ เวลาขาขึ้น (Rise time)

โดยการดึงในแต่ละวัฏจักรแบ่งออกเป็น 4 ช่วง คือ

1. ช่วงขาขึ้น (Rise)
2. ช่วงดึงค้าง (Hold)
3. ช่วงขาลง (Down)
4. ช่วงดึงพัก (Rest)

ดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 องค์ประกอบของการดึงแบบเป็นช่วง

โดยการดึงในช่วงขาขึ้น $(t_0 < t \le t_1)$ ค่าของแรงตึงเชือกจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = S_1(t - t_1) + T_h$$

โดยการดึงในช่วงดึงค้าง $(t_1 < t \le t_2)$ ค่าของแรงตึงเชือกจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = T_h$$

โดยการดึงในช่วงขาลง $(t_2 < t \le t_3)$ ค่าของแรงตึงเชือกจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = S_2(t - t_2) + T_h$$

โดยการดึงในช่วงดึงพัก $(t_3 < t \le t_4)$ ค่าของแรงตึงเชือกจะมีค่าดังสมการ

$$T(t) = T_r$$

โดยที่ $t_1 - t_0$ = ช่วงเวลาขาขึ้น $(Seconds)$ T_h = ค่าแรงตึงเชือกค้าง (kg_f)

I23365754

$t_2 - t_1$ = ช่วงเวลาที่ใช้ในการดึงค้าง $(Seconds)$

$t_3 - t_2$ = ช่วงเวลาขาลง $(Seconds)$

$t_4 - t_3$ = ช่วงเวลาที่ใช้ในการดึงพัก $(Seconds)$

T_r = ค่าแรงดึงเชือกพัก (kg_f)

t = เวลาในขณะใดๆ $(Seconds)$

$S_{1,2}$ = ค่าความชัน

โดยที่

$$S_1 = \frac{T_h - T_r}{t_1 - t_0}$$

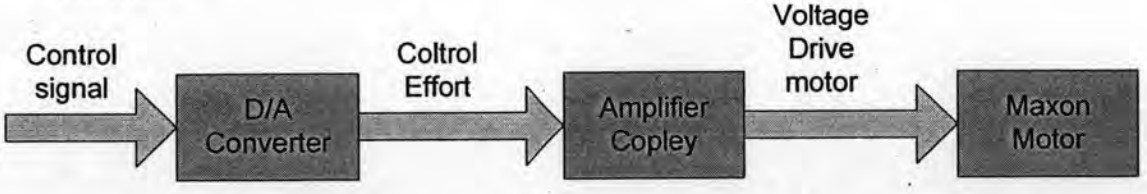
$$S_2 = \frac{T_r - T_h}{t_3 - t_2}$$

5.6 การเชื่อมต่อระบบควบคุมระหว่างคอมพิวเตอร์กับกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

การควบคุมกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังนั้นได้ควบคุมโดยใช้คอมพิวเตอร์ (Personal Computer) ติดต่อผ่านทางบอร์ดควบคุมของ Sensoray model 626 ซึ่งเป็นบอร์ดควบคุมแบบ PCI Multifuction I/O Board สามารถทำหน้าที่ได้หลายอย่างเพราะมีทั้งช่องสัญญาณแอนะล็อกอินพุต (Analog to digital or A/D) แอนะล็อกเอาต์พุต (Digital to Analog or D/A) ดิจิทัลอินพุตเอาต์พุต (Digital I/O) และ ช่องสัญญาณเคาท์เตอร์ (Counters) รายละเอียดเพิ่มเติมของบอร์ดควบคุมสามารอ่านเพิ่มเติมได้จากภาคผนวก

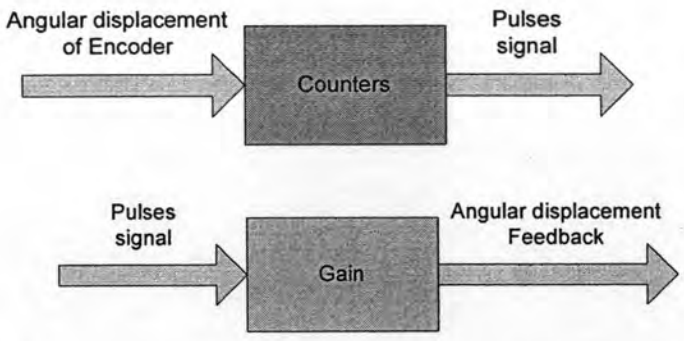
สำหรับการควบคุมนั้นได้ใช้ช่องสัญญาณเพียง 2 ช่องจากบอร์ดควบคุมเท่านั้น คือ ช่องสัญญาณแอนะล็อกเอาต์พุต (Digital to Analog or D/A) และ ช่องสัญญาณเคาท์เตอร์ (Counters) โดยช่องสัญญาณแอนะล็อกเอาต์พุตนั้นทำหน้าที่แปลงสัญญาณจากคำสั่งควบคุม (Control signal) ที่สั่งผ่านทางบอร์ดควบคุมไปเป็นแรงดันไฟฟ้าเพื่อที่จ่ายเข้าตัวขยายแรงดัน (Amplifier) แล้วนำแรงดันที่ขยายไปขับมอเตอร์ ดังรูปที่ 5.10

สำหรับรายละเอียดเพิ่มเติมของตัวขยายแรงดันไฟฟ้าสามารถอ่านเพิ่มเติมได้จากภาคผนวก



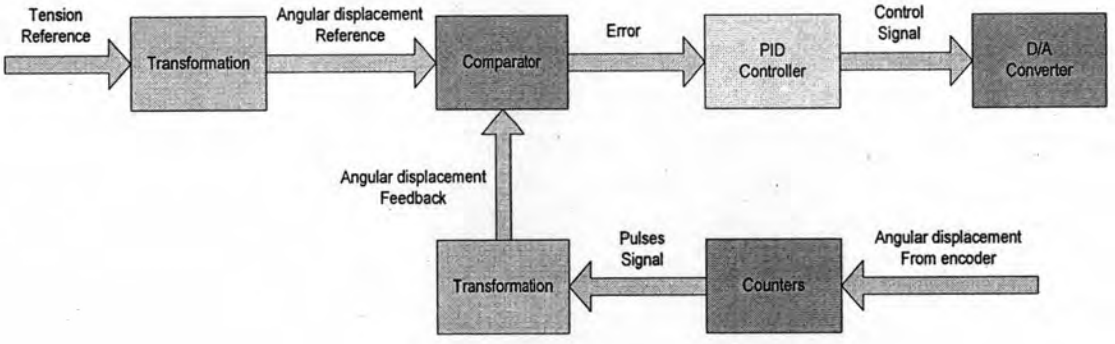
รูปที่ 5.10 การแปลงจากสัญญาณควบคุม (Control signal) ไปเป็นแรงดันไฟฟ้าขับมอเตอร์

ส่วนช่องสัญญาณเคาท์เตอร์ทำหน้าที่รับสัญญาณจากเอนโคดเดอร์ (Encoder) ที่ติดวัดระยะยุบของสปริง โดยทำหน้าที่แปลงจากการขจัดเชิงมุมเอนโคดเดอร์ไปเป็นสัญญาณลูกคลื่น (Pulses) เพื่อที่จะนำสัญญาณแบบลูกคลื่นนี้ไปนับว่าเอนโคดเดอร์หมุนไปเป็นมุมเท่าไรแล้ว ดังรูปที่ 5.11

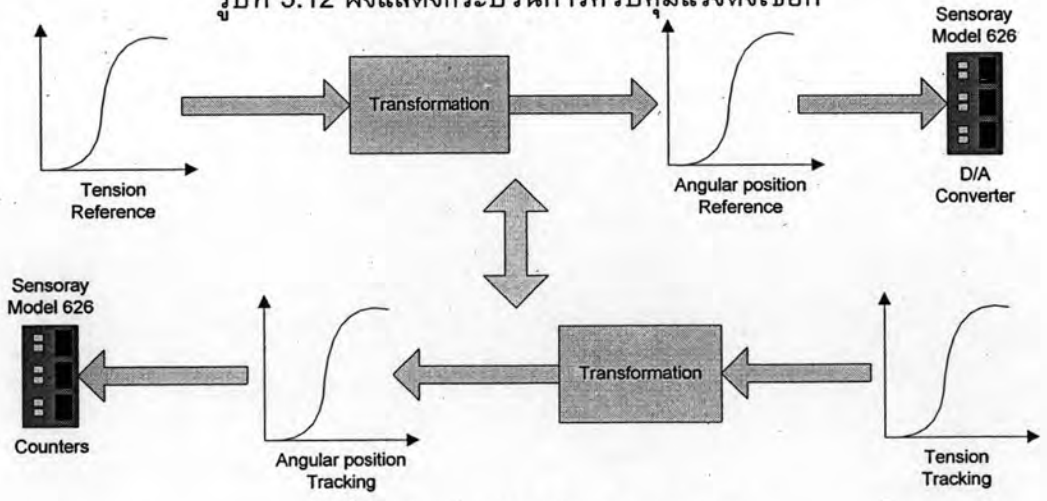


รูปที่ 5.11 การแปลงสัญญาณค่าการขจัดเชิงมุมของเอนโคดเดอร์

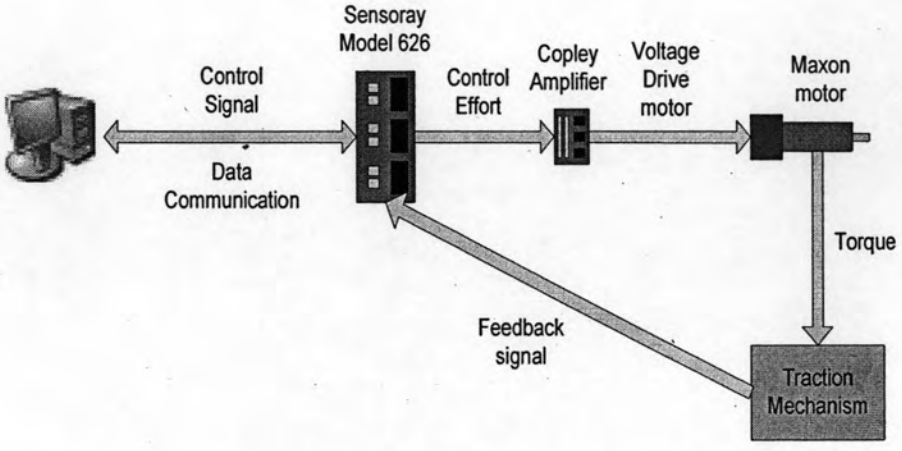
เมื่อสัญญาณลูกคลื่นรับมาจากเคาท์เตอร์ถูกแปลงเป็นการขจัดเชิงมุมของเอนโคดเดอร์ ตัวบอร์ดควบคุมจะนำสัญญาณนี้ไปทำการเปรียบเทียบกับสัญญาณการขจัดเชิงมุมอ้างอิงที่ถูกแปลงมาจากสัญญาณแรงดึงเชือกอ้างอิง โดยสัญญาณที่ผ่านกระบวนการเปรียบเทียบนี้จะถูกนำไปปรับแก้ค่าโดยตัวควบคุม (Controller or Regulator) แล้วถูกส่งไปยังช่องสัญญาณแอนะล็อกเอาต์พุต ดังรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 ผังแสดงกระบวนการควบคุมแรงดึงเชือก



รูปที่ 5.13 การแปลงสัญญาณควบคุม



รูปที่ 5.14 การเชื่อมต่อระหว่างคอมพิวเตอร์ควบคุมกับ
กลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังผ่านทางบอร์ด S626

5.7 การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุมด้วยเส้นทางเดินราก

เนื่องจากว่าตัวควบคุมที่ใช้เป็นตัวควบคุมแบบ PID ซึ่งมีรูปแบบดังความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังความสัมพันธ์ด้านล่าง

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_D \frac{\left(s^2 + \frac{K_P}{K_D} s + \frac{K_I}{K_D}\right)}{s}$$

โดยค่าที่ใช้ในการอิมพลีเมนต์เตชั่น (Implementation) มีค่าดังนี้

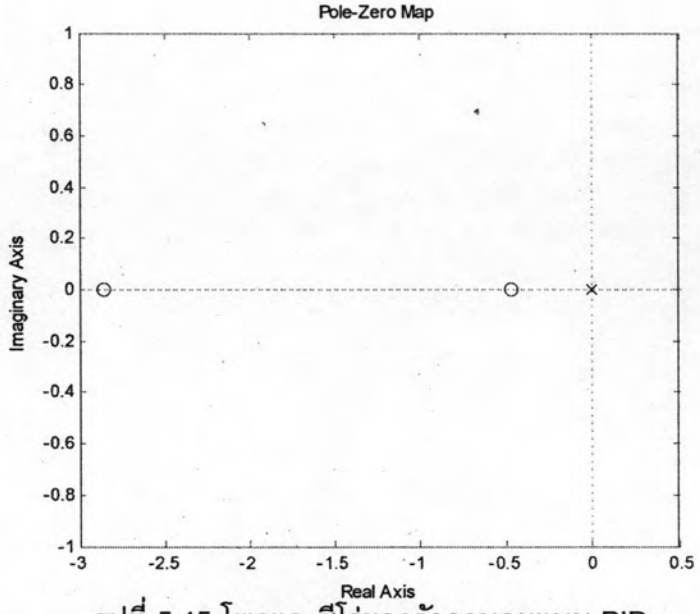
$$K_P = 10.0$$
$$K_D = 3.0$$
$$K_I = 4.0$$

โดยค่าที่ใช้ได้มาจากวิธีการ Trial and error

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{U(s)}{E(s)} = 3.0 \frac{\left(s^2 + 3.33s + 1.33\right)}{s}$$

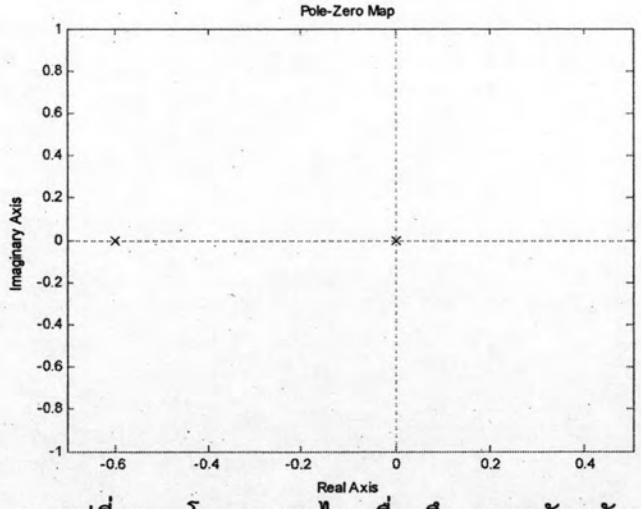
ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีโพล 1 ตัวอยู่ที่ตำแหน่งจุดกำเนิด (Origin) และซีโร่ 2 ตัวที่ตำแหน่ง -2.86 และ -0.46 ดังรูปที่ 5.14



รูปที่ 5.15 โพลและซีโร่ของตัวควบคุมแบบ PID

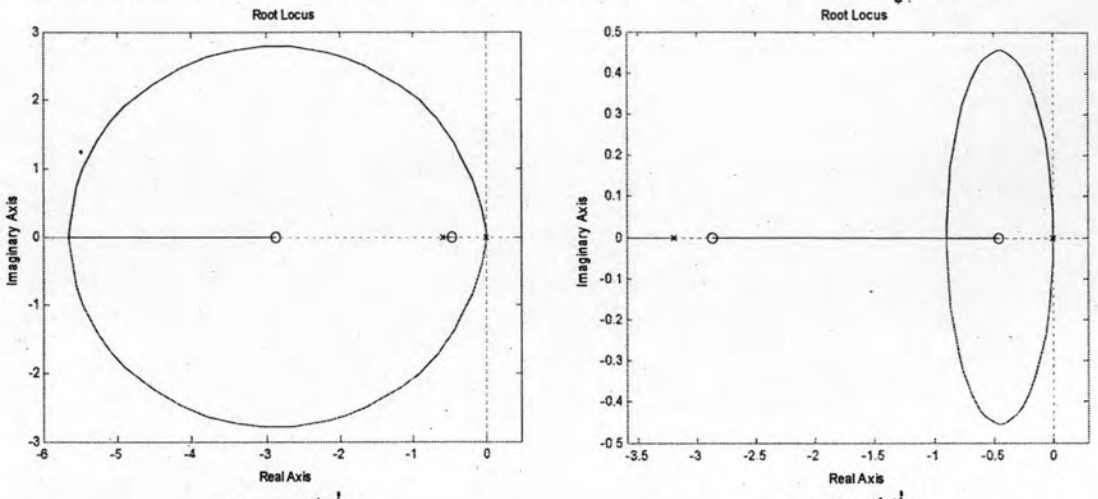
สำหรับโพลและซีโร่ของระบบพลศาสตร์กลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังสามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 4.20 ซึ่งมีรูปแบบพลศาสตร์ดังนี้

$$\frac{T(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K}{s(s+a)}$$

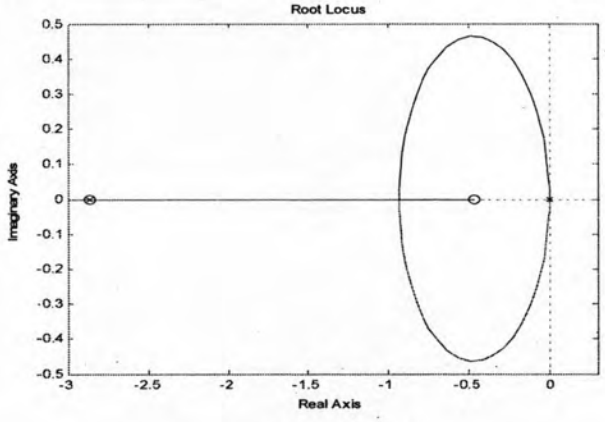


รูปที่ 5.16 โพลของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

ซึ่งจากตำแหน่งโพลกับซีโร่ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังและตัวควบคุมแบบ PID ทำให้สามารถวิเคราะห์เส้นทางเดินของราก (Root locus) ได้เป็น 3 ลักษณะ ดังรูปที่ 5.15



(ก) กรณีที่ 1 (ข) กรณีที่ 2



(ค) กรณีที่ 3

รูปที่ 5.17 เส้นทางเดินของรากของระบบพลศาสตร์เครื่องดึงกระดูกสันหลัง

(ก) มีซีโร่ 1 ตัวอยู่หลังสุด

(ข) มีซีโร่ 2 ตัวอยู่ระหว่างโพลทั้ง 3 ตัว

(ค) โพลกับซีโร่หักล้างกัน

ดังนั้นจากรูปที่ 5.17 (ก),(ข) และ (ค) จะเห็นได้ว่าทางเดินของรากจะอยู่ทางด้านซ้ายมือของแกนจินตภาพทั้งหมดไม่มีเส้นทางเดินรากอยู่ทางขวามือของแกนจินตภาพอยู่เลยนั่นหมายความว่าระบบมีเสถียรภาพดี