



บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในบทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจำลองปัญหาการจัดเส้นทางและการกำหนดความยาวคลื่นให้กับโครงข่าย WDM โดยวัตถุประสงค์ของการสร้างแบบจำลองคือการหาจำนวนเส้นใยนำแสงโดยรวมที่โครงข่ายต้องการเพื่อรองรับทราฟฟิกที่เกิดขึ้นทั้งหมดได้ ทั้งในกรณีที่ทุกโหนดในโครงข่ายมีการติดตั้งอุปกรณ์แปลงผันความยาวคลื่นและในกรณีที่ทุกโหนดในโครงข่ายไม่มีการติดตั้งอุปกรณ์แปลงผันความยาวคลื่น โดยใช้เทคนิคแบบ Integer linear programming (ILP) ในการสร้างแบบจำลอง

3.1 แบบจำลองของโครงข่าย (Network model)

กำหนดให้โครงข่าย WDM ที่พิจารณาถูกแทนที่ด้วยกราฟแบบไม่แสดงทิศทาง (Unidirected graph) $G(V,E)$ ซึ่งประกอบไปด้วยเซตของโหนด (V) จำนวน N โหนด, $|V|=N$ และเซตของข่ายเชื่อมโยงทางกายภาพ (Physical link) (E) แบบไม่แสดงทิศทาง (Unidirected link) จำนวน L ข่ายเชื่อมโยง, $|E|=L$ โดยแต่ละข่ายเชื่อมโยงจะประกอบไปด้วยกลุ่มของเส้นใยนำแสงที่ทำหน้าที่รองรับเส้นทางที่ใช้ในการส่งผ่านข้อมูลระหว่างโหนดต้นทางกับโหนดปลายทาง โดยกำหนดให้จำนวนความยาวคลื่นที่สามารถมัลติเพล็กซ์ได้ในเส้นใยนำแสงแต่ละเส้นมีจำนวนเท่ากับ M อีกทั้งยังกำหนดให้แต่ละโหนดมีการติดตั้งอุปกรณ์ในการทำมัลติคาสต์เพื่อคัดลอกและแยกสัญญาณแสงออกเป็นสัญญาณย่อยจำนวนหนึ่ง ทำให้สามารถส่งข้อมูลไปยังโหนดปลายทางที่ร้องขอข้อมูลดังกล่าวได้เป็นจำนวนมาก และยังกำหนดให้ปริมาณทราฟฟิกในโครงข่ายเป็นทราฟฟิกชนิดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการหาจำนวนเส้นใยนำแสงทั้งหมดที่โครงข่ายต้องการ

โครงข่าย WDM เส้นใยนำแสงที่ใช้ช่องสัญญาณหลายๆช่องสัญญาณซึ่งขึ้นอยู่กับค่า M ของเส้นใยนำแสง โดยช่องสัญญาณสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทตามลักษณะการใช้งานดังนี้

- 1) ความจุใช้งาน (Working capacity) คือความจุที่ใช้รองรับเส้นทางที่เป็นวิถีทำงาน (Active path) ซึ่งเป็นเส้นทางใช้งานทั่วไปเมื่อโครงข่ายทำงานในสภาวะปกติหรือสภาวะที่ไม่มีความขัดข้องเกิดขึ้นภายในโครงข่าย

- 2) ความจุสำรอง (Spare capacity) คือความจุที่ใช้รองรับเส้นทางที่เป็นวิถีสำรอง (Protection path)

ซึ่งเป็นเส้นทางที่ถูกเปลี่ยนมาใช้งานเมื่อโครงข่ายเกิดความขัดข้องขึ้นหนึ่ง โหนด

ดังนั้น ในการสร้างแบบจำลองปัญหาการจัดสรรเส้นทางและความยาวคลื่นให้กับโครงข่าย WDM เพื่อหาจำนวนเส้นใยนำแสงทั้งหมดที่โครงข่ายต้องการจึงสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

- 1) Optimized Spare Capacity Assignment เป็นวิธีการหาจำนวนความจุสำรองทั้งหมดที่ต้องจัดสรรให้กับโครงข่ายเพื่อให้โครงข่ายสามารถแก้ไขปัญหาเมื่อมีความเสียหายหนึ่ง โหนด ในกรณีนี้จะต้องมีการกำหนดเส้นทางและความยาวคลื่นของวิถีทำงานมาไว้ รวมทั้งกำหนดจำนวนความจุทำงานมาไว้ด้วย เพื่อนำมาพิจารณาพร้อมกับความจุสำรองที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการหาจำนวนเส้นใยนำแสงทั้งหมดที่โครงข่ายต้องการ
- 2) Jointly Optimized Working and Spare Capacity Assignment เป็นวิธีการหาความจุทำงานทั้งหมดที่ใช้รองรับทราฟฟิกเมื่อโครงข่ายอยู่ในสภาวะปกติ และจำนวนความจุสำรองทั้งหมดที่ใช้ที่ต้องจัดสรรให้กับโครงข่ายเพื่อให้โครงข่ายสามารถแก้ไขปัญหาเมื่อมีความเสียหายหนึ่ง โหนดพร้อมกัน โดยไม่ต้องมีการกำหนดเส้นทาง ความยาวคลื่น และจำนวนความจุทำงานมาให้เหมือนกับวิธีแรก

เมื่อพิจารณาจะพบว่า การจำลองปัญหาในกรณีแรกจะเป็นการจำลองปัญหาสำหรับโครงข่ายที่มีการใช้งานจริงในทางปฏิบัติแล้ว แต่ว่าโครงข่ายดังกล่าวยังไม่ได้มีการคำนึงถึงกรณีที่โครงข่ายมีความเสียหายหนึ่ง โหนด นั่นคือ ยังไม่มีการติดตั้งความจุสำรองเพิ่มเติมให้กับโครงข่าย ดังนั้น สามารถใช้วิธีการจำลองแบบแรกมาออกแบบหาจำนวนความจุสำรองที่โครงข่ายต้องการได้ ส่วนในกรณีของการจำลองปัญหาในกรณีที่สองนั้น จะเหมาะสมสำหรับการออกแบบโครงข่ายที่ต้องการทราบถึงต้นทุนของโครงข่ายก่อนที่จะมีการพิจารณาวาง โครงข่ายจริงในทางปฏิบัติ โดยค่าต้นทุนของโครงข่ายจะเป็นค่าจำนวนเส้นใยนำแสงทั้งหมดที่ต้องทำการติดตั้งให้กับโครงข่ายซึ่งจะประกอบไปด้วยความจุทำงานและความจุสำรอง ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะพิจารณาเฉพาะปัญหาที่เกิดขึ้นในกรณีแรกเท่านั้น โดยกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลอง ดังนี้

พารามิเตอร์ และ ตัวแปรสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กรณีโครงข่ายทำงานในสภาวะปกติ

พารามิเตอร์	คำอธิบาย
N	จำนวนโนดทั้งหมดในโครงข่าย
L	จำนวนข่ายเชื่อม โยงทั้งหมดในโครงข่าย
i	ดัชนีของมัลติคาสต์
S_i	มัลติคาสต์เซตชั้นที่ i โดยมีโนดต้นทางคือ s_i และชุดโนดปลายทางคือ d_i
t_i	ทราฟฟิกของมัลติคาสต์เซตชั้นที่ i
Δ	จำนวนสัญญาณที่มากที่สุดที่อนุญาตให้ออกจากตัวแยกสัญญาณได้ (fanout)
M	จำนวนความยาวคลื่นสูงสุดที่สามารถมัลติเพลกซ์ลงบนเส้นใยนำแสงได้
$\delta_{mn,p}^{sd}$	มีค่าเป็น 1 เมื่อเส้นทางหลักที่ p ของกิ่งเชิงแสง sd ผ่านข่ายเชื่อม โยง mn ถ้าไม่ผ่านจะมีค่าเป็น 0
P_{sd}	ชุดเส้นทางหลักที่เป็นไปได้ทั้งหมดของคู่โนด sd
I_α	ค่าคงที่จำนวนเต็มที่มีค่ามาก

ตัวแปร	คำอธิบาย
X_i^{mn}	มีค่าเป็น 1 เมื่อกิ่งเชิงแสงของเส้นทางหลักที่ใช้ในการส่งข้อมูลจากโนด m ไปยังโนด n ถูกนำมาใช้เป็นโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำหรับมัลติคาสต์เซตชั้นที่ i ถ้าไม่ถูกใช้จะมีค่าเป็น 0
$P_{i,p}^{sd}$	เส้นทางทางกายภาพของเส้นทางหลัก(physical route) ลำดับที่ p ของคู่โนด sd ของมัลติคาสต์เซตชั้นที่ i (สำหรับวิธี VLT)
$P_{i,p,\lambda}^{sd}$	เส้นทางทางกายภาพของเส้นทางหลัก (physical route) ลำดับที่ p ของคู่โนด sd ของมัลติคาสต์เซตชั้นที่ i ซึ่งใช้ค่าความยาวคลื่น λ (สำหรับวิธี LT)
$W_{i,\lambda}$	มีค่าเป็น 1 เมื่อค่าความยาวคลื่น λ ถูกเลือกเพื่อใช้ส่งข้อมูลสำหรับมัลติคาสต์เซตชั้นที่ i ถ้าไม่ถูกเลือกจะมีค่าเป็น 0
fp_{mn}	จำนวนเส้นใยนำแสงที่ต้องจัดสรรให้แก่ข่ายเชื่อม โยง mn ในสภาวะปกติ

พารามิเตอร์ และ ตัวแปรสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กรณีโครงข่ายมีความเสียหายหนึ่งโนด

พารามิเตอร์	คำอธิบาย
itf	ดัชนีของมัลติคาสต์ที่มีเส้นทางผ่าน โหนดที่เสียหาย
iaf	ดัชนีของมัลติคาสต์ที่โนดระหว่างทางเชื่อมต่อยัง โหนดที่เสียหาย
$B_{i,r}^{sd,f}$	ชุดเส้นทางสำรองที่เป็นไปได้ทั้งหมดของคู่โนด sd เมื่อ โหนด f เกิดความเสียหาย

ตัวแปร	คำอธิบาย
$\mu_{mn,r}^{sd,f}$	มีค่าเป็น 1 เมื่อเส้นทางสำรองที่ p ของกิ่งเชิงแสง sd ผ่านข่ายเชื่อมโยง mn เมื่อ โหนด f เกิดความเสียหาย ถ้าไม่ผ่านจะมีค่าเป็น 0
fb_{mn}	จำนวนเส้นใยนำแสงที่ต้องจัดสรรให้แก่ข่ายเชื่อมโยง mn กรณีโครงข่ายมีความเสียหายหนึ่ง โหนด(สำหรับวิธีET)
ft_{mn}	จำนวนเส้นใยนำแสงที่ต้องจัดสรรให้แก่ข่ายเชื่อมโยง mn กรณีโครงข่ายมีความเสียหายหนึ่ง โหนด(สำหรับวิธีTT)
fa_{mn}	จำนวนเส้นใยนำแสงที่ต้องจัดสรรให้แก่ข่ายเชื่อมโยง mn กรณีโครงข่ายมีความเสียหายหนึ่ง โหนด(สำหรับวิธีAD)
$xb_{i,f}^{mn}$	มีค่าเป็น 1 เมื่อกิ่งเชิงแสงของเส้นทางสำรองที่ใช้ในการส่งข้อมูลจาก โหนด m ไปยัง โหนด n ถูกนำมาใช้เป็นโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำหรับมัลติคาสต์เซสชันที่ i เมื่อ โหนด f เกิดความเสียหายถ้าไม่ถูกใช้จะมีค่าเป็น 0
$B_{i,r}^{sd,f}$	เส้นทางทางกายภาพของเส้นทางสำรอง(physical route) ลำดับที่ p ของคู่โหนด sd ของมัลติคาสต์เซสชันที่ i เมื่อ โหนด f เกิดความเสียหาย(สำหรับวิธี VLT)
$B_{i,r,\lambda}^{sd,f}$	เส้นทางทางกายภาพของเส้นทางสำรอง (physical route) ลำดับที่ p ของคู่โหนด sd ของมัลติคาสต์เซสชันที่ i ซึ่งใช้ค่าความยาวคลื่น λ เมื่อ โหนด f เกิดความเสียหาย (สำหรับวิธี LT)
$NDJ(P_{i,p,f}^{sd})$	ชุดของเส้นทางสำรองทางกายภาพที่ไม่ซ้ำโหนดกับเส้นทางหลักทางกายภาพ ($P_{i,p,f}^{sd}$) ที่ผ่าน โหนดที่เสียหาย
$NDJ(P_{i,p,af}^{sd})$	ชุดของเส้นทางสำรองทางกายภาพที่ไม่ซ้ำโหนดกับเส้นทางหลักทางกายภาพ ($P_{i,p,f}^{sd}$) ที่โหนดระหว่างทางเชื่อมต่อไปยังที่เสียหาย

3.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการสร้างโครงสร้างต้นไม้เชิงแสง

ในการหาต้นไม้เชิงแสงที่เหมาะสมที่สุด (optimal light-tree) T_i เพื่อรองรับมัลติคาสต์เซสชันที่ i นั้น จะต้องแทนที่โครงข่าย WDM ที่พิจารณาด้วยกราฟแบบสองทิศทาง $G_i = (N_i, A_i)$ โดยชุดของ โหนด N_i จะประกอบไปด้วยโหนดต้นทางคือ s_i และชุดโหนดปลายทางคือ d_i ซึ่งสามารถแสดงในรูปทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ $N_i = \{m \in N_i \mid m = s_i \vee m = d_i\}$ รวมทั้งสิ้น $|N_i|$ โหนด และชุดของเส้นเชื่อมเชิงตรรกะ (logical arcs) ซึ่งสามารถแสดงในรูปทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ $A_i = \{mn \in A_i \mid m, n \in N_i \wedge m \neq n\}$ แล้วเปลี่ยนกราฟแบบสองทิศทาง G_i ที่ได้ให้เป็นโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงที่เหมาะสมที่สุด T_i โดยโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงจะต้องประกอบด้วยกิ่งเชิงแสงจำนวน $|N_i| - 1$ กิ่ง โดยมีเงื่อนไขบังคับดังนี้

$$\sum_{mn \in A_i} X_i^{mn} = |N_i| - 1 \quad \forall i, \forall mn \in L \quad (1)$$

$$X_i^{mn} \in \{0, 1\} \quad \forall m, n \in A_i, \forall i \quad (2)$$

เพื่อเป็นการแน่ใจว่าทุกโนดที่เป็นสมาชิกของมัลติกาสต์สามารถเชื่อมต่อถึงกันได้และโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงจะต้องไม่มีลักษณะเป็นวงปิด เงื่อนไขบังคับข้อที่ (3) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\sum_{mn \in \partial(S)} X_i^{mn} \geq 1 \quad \forall i, \forall S \subset N, S \neq \emptyset, N \quad (3)$$

เมื่อ S คือเซตย่อย(subset) ของ N_i และ $\partial(S)$ คือเซตตัด(cutset) ของเซตย่อย S โดยสามารถแสดงในรูปทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ $\partial(S) = \{mn \in A_i \mid m \in S, n \notin S\}$ และเมื่อพิจารณาขาออกของแต่ละโนด จะพบว่าจำนวนเส้นเชื่อมขาออกของแต่ละโนดจะถูกจำกัดด้วยอุปกรณ์แยกสัญญาณทางแสงที่สามารถแยกสัญญาณออกเป็นสัญญาณขนาดย่อยได้เท่ากับ Δ ดังนั้นเงื่อนไขบังคับข้อที่ (4) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\sum_{n:mn \in A_i} X_i^{mn} \leq \Delta \quad \forall m \in N_i, \forall i \quad (4)$$

3.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการออกแบบโครงข่ายกรณีโครงข่ายทำงานในสภาวะปกติ

ในการจัดเส้นทางและการกำหนดความยาวคลื่นให้กับโครงข่ายที่รองรับทราฟฟิกชนิดมัลติกาสต์ในสภาวะทำงานปกติ จะเป็นการจัดสรรความจุใช้งานเพื่อรองรับเส้นทางที่เป็นวิถีทำงานให้กับโครงข่าย โดยสามารถใช้เทคนิค ILP ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

3.4.1 วิธีโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงเสมือน (Virtual Light-Tree method, VLT)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} fp_{mn} \quad (5)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ

$$\sum_{p \in P_{sd}} P_{i,p}^{sd} = txX_i^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall i \quad (6)$$

$$Mxfp_{mn} - \sum_i \sum_{sd} \sum_{p \in P_{sd}} P_{i,p}^{sd} \delta_{mn,p}^{sd} \geq 0 \quad \forall mn \in L \quad (7)$$

$$P_{i,p}^{sd} \in Z^+ \quad \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A_i, \forall i \quad (8)$$

$$fp_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (9)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (5) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงที่น้อยที่สุดที่ต้องจัดสรรให้แก่โครงข่ายเพื่อให้สามารถรองรับทราฟฟิกชนิดมัลติคาสต์ที่เกิดขึ้นในโครงข่าย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ (6) ถึง (9) ซึ่งเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงที่เหมาะสมที่สุด เงื่อนไขบังคับข้อ (6) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงทุกกิ่งของโครงข่ายต้นไม้เชิงแสงจะต้องมีเส้นทางทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (7) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุของสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (8) และ (9) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.4.2 วิธีโครงข่ายต้นไม้เชิงแสง (Light-Tree method, LT)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$Min : \sum_{mn \in L} fp_{mn} \quad (10)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ

$$\sum_{\lambda=1}^M \sum_{p \in P_{sd}} P_{i,p,\lambda}^{sd} = txX_i^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall i \quad (11)$$

$$fp_{mn} - \sum_i \sum_{sd} \sum_{p \in P_{sd}} P_{i,p,\lambda}^{sd} \delta_{mn,p}^{sd} \geq 0 \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall mn \in L \quad (12)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M W_{i,\lambda} = 1 \quad \forall i \quad (13)$$

$$P_{i,p,\lambda}^{sd} \leq I_\alpha W_{i,\lambda} \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A_i, \forall i \quad (14)$$

$$W_{i,\lambda} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall i \quad (15)$$

$$P_{i,p,\lambda}^{sd} \in Z^+ \quad \forall p \in P_{sd}, \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall sd \in A_i, \forall i \quad (16)$$

$$fp_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (17)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (10) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงที่น้อยที่สุดที่ต้องจัดสรรให้แก่โครงข่ายเพื่อให้สามารถรองรับทราฟฟิกชนิดมัลติคลาสต์ที่เกิดขึ้นในโครงข่าย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ (11) ถึง (17) ซึ่งเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงที่เหมาะสมที่สุด เงื่อนไขบังคับข้อ (11) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงจะต้องมีเส้นทางทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (12) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (13) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้แต่ละมัลติคลาสต์เซชันเลือกใช้ความยาวคลื่นได้เพียงค่าเดียวและความยาวคลื่นที่ถูกเลือกมาใช้งานนั้นจะถูกกำหนดให้กับเส้นทางทางกายภาพจากเงื่อนไขบังคับข้อ (14) เงื่อนไขบังคับข้อ (15) ถึง (17) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการออกแบบโครงข่ายกรณีโครงข่ายมีความเสียหายหนึ่งโนด

ความน่าจะเป็นหรือโอกาสที่โนดจะเกิดความเสียหายขึ้นในโครงข่ายนั้นน้อยมากเมื่อเทียบกับความเสียหายที่จะเกิดขึ้นที่ข่ายเชื่อมโยงเนื่องจากมีการใช้ระบบการทำงานสำรองของอุปกรณ์ในโครงข่าย แต่อย่างไรก็ตามโอกาสที่โนดจะเกิดความเสียหายขึ้นในโครงข่ายนั้นก็เป็นไปได้ และก่อให้เกิดความเสียหายร้ายแรงกับการให้บริการสื่อสารโทรคมนาคมได้ เมื่อเกิดความเสียหายขึ้นหนึ่งโนดในโครงข่าย ทราฟฟิกในโครงข่ายจะถูกจัดสรรเส้นทางใหม่เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้มีการกำหนดว่าถ้าโนดที่เสียหายเป็นโนดต้นทางหรือโนดปลายทางจะไม่สามารถบูรณะได้ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอวิธีการจัดสรรเส้นทางใหม่ในโครงข่ายเมื่อโนดมีความเสียหายเกิดขึ้น 3 วิธี

- 1). Reconfiguration of entire network (ET)
- 2). Reconfiguration of traffic traversing through failure node (TT)
- 3). Reconfiguration of traffic adjacent to failure node (AD)

ซึ่งสามารถแสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการจัดสรรเส้นทางใหม่วิธีต่างๆดังนี้

3.5.1 Reconfiguration of entire network

การจัดสรรเส้นทางใหม่วิธีนี้ เมื่อเกิดความเสียหายขึ้นหนึ่งโนดในโครงข่าย การจัดสรรเส้นทางใหม่จะกำหนดให้ทุกมัลติคลาสต์เซชันจะถูกปลดออกและจัดสร้างขึ้นมาใหม่โดยเปลี่ยนไป

ใช้เส้นทางสำรองเพื่อหลีกเลี่ยงโหนดที่เสียหาย ถึงแม้ว่าเซตชั้นเหล่านั้นจะไม่มีเส้นทางผ่านโหนดที่เสียหายก็ตาม ทำให้วิธีการจัดสรรเส้นทางใหม่วิธีนี้มีความยืดหยุ่นสูง และใช้ทรัพยากรในโครงข่ายต่ำ

3.5.1.1 กรณี VLT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} fb_{mn} \quad (18)$$

และมีเงื่อนไขบังคับดังนี้

$$\sum_{mn \in A_i} Xb_{i,f}^{mn} = |N_i| - 1 \quad \forall i, \forall mn \in L, \forall f \in N \quad (19)$$

$$\sum_{mn \in \partial(S)} Xb_{i,f}^{mn} \geq 1 \quad \forall i, \forall S \subset N, S \neq \emptyset, N, \forall f \in N \quad (20)$$

$$\sum_{n: mn \in A_i} Xb_{i,f}^{mn} \leq \Delta \quad \forall m \in N_i, \forall i, \forall f \in N \quad (21)$$

$$Xb_{i,f}^{mn} \in \{0, 1\} \quad \forall m, n \in A_i, \forall i, \forall f \in N \quad (22)$$

$$\sum_{r \in B_f^{sd}} B_{i,r,f}^{sd} = tx Xb_{i,f}^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall i, \forall f \in N \quad (23)$$

$$Mx fb_{mn} - \sum_i \sum_{sd} \sum_{r \in B_f^{sd}} B_{i,r,f}^{sd} \mu_{mn,r}^{sd,f} \geq 0 \quad \forall r \in B_f^{sd}, \forall f \in N, \forall mn \in L \quad (24)$$

$$fb_{mn} \geq fp_{mn} \quad \forall mn \in L \quad (25)$$

$$B_{i,r,f}^{sd} \in Z^+ \quad \forall r \in B_f^{sd}, \forall sd \in A_i, \forall f \in N, \forall i \quad (26)$$

$$fb_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (27)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (18) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่ายในการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้สามารถรองรับทราฟฟิกชนิดมัลติคลาสต์ทั้งหมดจากสภาวะการทำงานปกติ โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่เพื่อหลีกเลี่ยงโหนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (23) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางสำรองทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (24) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อม โยงสำรองทุกข่ายเชื่อม โยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกทั้งหมดที่

เกิดขึ้นได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (25) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้จำนวนเส้นโยนนำแสงสำรองสามารถรองรับการใช้งานของโครงข่ายทั้งในสภาวะการใช้งานปกติและสภาวะที่เกิดความเสียหายขึ้นหนึ่ง โหนดในโครงข่าย เงื่อนไขบังคับข้อ (26) และ (27) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5.1.2 กรณี LT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} fb_{mn} \quad (28)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) และ

$$\sum_{r \in B_f^{sd}} \sum_{\lambda=1}^M B_{i,r,\lambda,f}^{sd} = txXb_{i,f}^{sd} \quad \forall sd \in A, \forall i, \forall f \in N \quad (29)$$

$$fb_{mn} - \sum_i \sum_{sd} \sum_{r \in B_f^{sd}} B_{i,r,\lambda,f}^{sd} \mu_{mn,r}^{sd,f} \geq 0 \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall f \in N \quad (30)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M W_{i,\lambda} = 1 \quad \forall i \quad (31)$$

$$B_{i,r,\lambda,f}^{sd} \leq I_\alpha W_{i,\lambda} \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall r \in B_f^{sd}, \forall sd \in A, \forall i, \forall f \in N \quad (32)$$

$$fb_{mn} \geq fp_{mn} \quad \forall mn \in L \quad (33)$$

$$B_{i,r,\lambda,f}^{sd} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall r \in B_f^{sd}, \forall i, \forall f \in N \quad (34)$$

$$W_{i,\lambda} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall i \quad (35)$$

$$fb_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (36)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (28) คือ หาจำนวนเส้นโยนนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่ายในการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้สามารถรองรับทราฟฟิกชนิดมัลติคลาสต์ทั้งหมดจากสภาวะการทำงานปกติ โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) และ (29) ถึง (36) ซึ่งเงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่เพื่อหลีกเลี่ยงโหนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (29) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (30) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงสำรองทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (31) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้

แต่ละมัลติคาสต์เซตชั้นที่จัดสรรเส้นทางใหม่เลือกใช้ความยาวคลื่นได้เพียงค่าเดียวและความยาวคลื่นที่ถูกเลือกมาใช้งานนั้นจะถูกกำหนดให้กับเส้นทางสำรองทางกายภาพจากเงื่อนไขบังคับข้อ (32) เงื่อนไขบังคับข้อ (33) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้จำนวนเส้นใยนำแสงสำรองสามารถรองรับการใช้งานของโครงข่ายทั้งในสภาวะการใช้งานปกติและสภาวะที่เกิดความเสียหายขึ้นหนึ่ง โหนดในโครงข่าย เงื่อนไขบังคับที่ (34) ถึง (36) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5.2 Reconfiguration of traffic traversing through failure node

การจัดสรรเส้นทางใหม่วิธีนี้จะเป็นการจัดสรรเส้นทางทางกายภาพใหม่ให้เฉพาะกับเส้นทางหลักทางกายภาพของมัลติคาสต์เซตชั้นที่มีโหนดระหว่างทางเป็น โหนดที่เสียหาย โดยวิธีการแบบเส้นทางไม่ซ้ำโหนด ซึ่งหมายความว่า โหนดระหว่างทางของเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักและเส้นทางกายภาพเส้นทางสำรองจะต้องไม่ซ้ำกัน

3.5.2.1 กรณี VLT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} (fp_{mn} + ft_{mn}) \quad (37)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) , (6) ถึง (9) และ (19) ถึง (22)

$$P_{if,p,f}^{sd} \delta_{p,f}^{sd} - \sum_{ra \in NDJ(P_{i,p,f}^{sd})} B_{i,ra,f}^{sd} = 0 \quad \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A_i, \forall if, \forall f \in N \quad (38)$$

$$\sum_{ra \in NDJ(P_{i,p,f}^{sd})} B_{if,ra,f}^{sd} = txXb_{if,f}^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall if, \forall f \in N \quad (39)$$

$$Mxft_{mn} - \sum_{if} \sum_{sd} \sum_{ra \in NDJ(P_{i,p,f}^{sd})} B_{if,ra,f}^{sd} \mu_{mn,ra}^{sd,f} \geq 0 \quad \forall ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd}), \forall f \in N, \forall mn \in L \quad (40)$$

$$B_{if,ra,f}^{sd} \in Z^+ \quad \forall ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd}), \forall sd \in A_i, \forall if, \forall f \in N \quad (41)$$

$$ft_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (42)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (37) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงหลักและเส้นใยนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่าย โดยจำนวนเส้นใยนำแสงหลักหาได้จากสภาวะการทำงานปกติ และจำนวนเส้นใยนำแสงสำรองหาได้จากการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้เฉพาะกับเส้นทางกายภาพ เส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซชันที่มีโนดระหว่างทางเป็นโนดที่เสียหาย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ (6) ถึง (9) เป็นเงื่อนไขบังคับของการทำงานสภาวะปกติ เงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่สำหรับเส้นทางทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีเส้นทางผ่านโนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (38) เป็นเงื่อนไขบังคับที่โครงข่ายเลือกเส้นทางสำรองเป็นเส้นทางไม่ซ้ำโนดกับเส้นทางหลัก เงื่อนไขบังคับข้อ (39) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางสำรองทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (40) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงสำรองทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกของเส้นทางหลักที่ผ่านโนดที่เสียหายได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (41) และ (42) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5.2.2 กรณี LT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} (fp_{mn} + ft_{mn}) \quad (43)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4), (11), (12), (14) ถึง (17) และ (19) ถึง (22)

$$\sum_{\lambda=1}^M P_{if,p,\lambda,f}^{sd} \delta_{p,f}^{sd} - \sum_{ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd})} B_{i,ra,\lambda,f}^{sd} = 0 \quad \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A, \forall if, \forall f \in N \quad (44)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M \sum_{ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd})} B_{if,ra,\lambda,f}^{sd} = tx X b_{if,f}^{sd} \quad \forall sd \in A, \forall if, \forall f \in N \quad (45)$$

$$ft_{mn} - \sum_{if} \sum_{sd} \sum_{ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd})} B_{if,ra,\lambda,f}^{sd} \mu_{mn,ra}^{sd,f} \geq 0 \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd}), \forall f \in N, \forall mn \in L \quad (46)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M W_{if,\lambda} = 1 \quad \forall if \quad (47)$$

$$B_{if,ra,\lambda,f}^{sd} \leq I_{\alpha} W_{if,\lambda} \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall ra \in NDJ(P_{if,p,f}^{sd}), \forall sd \in A, \forall if, \forall f \in N \quad (48)$$

$$B_{if,ra,\lambda,f}^{sd} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall ra \in NDJ(P_{if,r,f}^{sd}) \quad (49)$$

$$W_{if,\lambda} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall if \quad (50)$$

$$f_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (51)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (43) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงหลักและเส้นใยนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่าย โดยจำนวนเส้นใยนำแสงหลักหาได้จากสถานะการทำงานปกติ และจำนวนเส้นใยนำแสงสำรองหาได้จากการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้เฉพาะกับเส้นทางกายภาพ เส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซสชันที่มีโนดระหว่างทางเป็นโนดที่เสียหาย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) , (11) , (12) , (14) ถึง (17) เป็นเงื่อนไขบังคับของการทำงานสถานะปกติ เงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่สำหรับเส้นทางทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีเส้นทางผ่านโนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (44) เป็นเงื่อนไขบังคับที่โครงข่ายเลือกเส้นทางสำรองเป็นเส้นทางไม่ซ้ำโนดกับเส้นทางหลัก เงื่อนไขบังคับข้อ (45) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางสำรองทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (46) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงสำรองทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกของเส้นทางหลักที่ผ่านโนดที่เสียหายได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (47) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้แต่ละมัลติคาสต์เซสชันที่จัดสรรเส้นทางใหม่เลือกใช้ความยาวคลื่นได้เพียงค่าเดียวและความยาวคลื่นที่ถูกเลือกมาใช้งานนั้นจะถูกกำหนดให้กับเส้นทางสำรองทางกายภาพจากเงื่อนไขบังคับข้อ (48) เงื่อนไขบังคับข้อ (49) ถึง (51) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5.3 Reconfiguration of traffic adjacent to failure node

การจัดสรรเส้นทางใหม่วิธีนี้ ไม่เพียงแต่จัดสรรเส้นทางทางกายภาพใหม่ให้เฉพาะกับเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซสชันที่มีโนดระหว่างทางเป็นโนดที่เสียหาย แต่ยังจัดสรรเส้นทางทางกายภาพใหม่ให้กับเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซสชันที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อยังโนดที่เสียหายด้วย โดยวิธีการแบบเส้นทางไม่ซ้ำโนด ซึ่งหมายความว่าโนดระหว่างทางของเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักและเส้นทางกายภาพเส้นทางสำรองจะต้องไม่ซ้ำกัน

3.5.3.1 กรณี VLT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} (fp_{mn} + ft_{mn} + fa_{mn}) \quad (52)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) , (6) ถึง (9) , (19) ถึง (22) และ (38) ถึง (42)

$$P_{iaf,p,af}^{sd} \delta_{p,af}^{sd} - \sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,j}^{sd})} B_{i,rb,af}^{sd} = 0 \quad \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A_i, \forall iaaf, \forall f \in N \quad (53)$$

$$\sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,j}^{sd})} B_{iaf,rb,af}^{sd} = txXb_{iaf,j}^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall iaaf, \forall f \in N \quad (54)$$

$$Mxfa_{mn} - \sum_{iaf} \sum_{sd} \sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,j}^{sd})} B_{iaf,rb,af}^{sd} \mu_{mn,rb}^{sd,af} \geq 0$$

$$\forall rb \in NDJ(P_{iaf,p,af}^{sd}), \forall af \in N, \forall mn \in L \quad (55)$$

$$B_{iaf,rb,af}^{sd} \in Z^+ \quad \forall rb \in NDJ(P_{iaf,p,af}^{sd}), \forall sd \in A_i, \forall iaaf, \forall af \in N \quad (56)$$

$$fa_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (57)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (52) คือ หาจำนวนเส้นโยนนำแสงหลักและเส้นโยนนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่าย โดยจำนวนเส้นโยนนำแสงหลักหาได้จากสถานะการทำงานปกติ จำนวนเส้นโยนนำแสงสำรองที่เส้นทางหลักผ่าน โหนดที่เสียหายหาได้จากเงื่อนไขบังคับข้อ (38) ถึง (42) และจำนวนเส้นโยนนำแสงสำรองหาได้จากการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้กับเส้นทางกายภาพ เส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซชันที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อยัง โหนดที่เสียหาย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4) และ (6) ถึง (9) เป็นเงื่อนไขบังคับของการทำงานสถานะปกติ เงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่สำหรับเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีเส้นทางผ่าน โหนดที่เสียหายและเส้นทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อยัง โหนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (53) เป็นเงื่อนไขบังคับที่โครงข่ายเลือกเส้นทางสำรองเป็นเส้นทางไม่ซ้ำ โหนดกับเส้นทางหลักที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อไปยัง โหนดที่เสียหาย เงื่อนไขบังคับข้อ (54) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางสำรองทางกายภาพรองรับ เงื่อนไขบังคับข้อ (55) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุช่องสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงสำรองทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกของเส้นทางหลักที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อ

มายังโนดที่เสียหายได้ เงื่อนไขบังคับข้อ (56) และ (57) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรเป็นจำนวนเต็มที่ไม่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

3.5.3.2 กรณี LT

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Min} : \sum_{mn \in L} (fp_{mn} + ft_{mn} + fa_{mn}) \quad (58)$$

เงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4), (11), (12), (14), (16), (17), (19) ถึง (22), (44) ถึง (47), (49), (51) และ

$$\sum_{\lambda=1}^M P_{iaf,p,\lambda,af}^{sd} \delta_{p,af}^{sd} - \sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd})} B_{i,rb,\lambda,af}^{sd} = 0 \quad \forall p \in P_{sd}, \forall sd \in A_i, \forall iaf, \forall af \in N \quad (59)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M \sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd})} B_{iaf,rb,\lambda,af}^{sd} = txXb_{iaf,af}^{sd} \quad \forall sd \in A_i, \forall iaf, \forall af \in N \quad (60)$$

$$fa_{mn} - \sum_{iaf} \sum_{sd} \sum_{rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd})} B_{iaf,rb,\lambda,af}^{sd} \mu_{mn,rb}^{sd,af} \geq 0 \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd}), \forall af \in N, \forall mn \in L \quad (61)$$

$$\sum_{\lambda=1}^M W_{iaf,\lambda} = 1 \quad \forall iaf \quad (62)$$

$$B_{iaf,rb,\lambda,af}^{sd} \leq I_{\alpha} W_{iaf,\lambda} \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd}), \forall sd \in A_i, \forall iaf, \forall af \in N \quad (63)$$

$$B_{iaf,rb,\lambda,af}^{sd} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall rb \in NDJ(P_{i,p,af}^{sd}) \quad (64)$$

$$W_{iaf,\lambda} \in Z^+ \quad \forall \lambda = \{1, 2, \dots, M\}, \forall iaf \quad (65)$$

$$fa_{mn} \in Z^+ \quad \forall mn \in L \quad (66)$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ข้อที่ (58) คือ หาจำนวนเส้นใยนำแสงหลักและเส้นใยนำแสงสำรองที่น้อยที่สุดให้แก่โครงข่าย โดยจำนวนเส้นใยนำแสงหลักหาได้จากสถานะการทำงานปกติ จำนวนเส้นใยนำแสงสำรองที่เส้นทางหลักผ่านโนดที่เสียหายหาได้จากเงื่อนไขบังคับข้อ (44) ถึง (51) และจำนวนเส้นใยนำแสงสำรองหาได้จากการจัดสรรเส้นทางใหม่ให้กับเส้นทางกายภาพ เส้นทางหลักของมัลติคาสต์เซชันที่มีโนดระหว่างทางเชื่อมต่อมายังโนดที่เสียหาย โดยมีเงื่อนไขบังคับข้อ (1) ถึง (4), (11), (12), (14) ถึง (17) เป็นเงื่อนไขบังคับของการทำงานสถานะปกติ

เงื่อนไขบังคับข้อ (19) ถึง (22) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการหาต้นไม้เชิงแสงสำรองที่เหมาะสมที่สุดในการจัดสรรเส้นทางใหม่สำหรับเส้นทางทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีเส้นทางผ่าน โหนดที่เสียหายและเส้นทางทางกายภาพเส้นทางหลักที่มีโหนดระหว่างทางเชื่อมต่อมายัง โหนดที่เสียหาย

เงื่อนไขบังคับข้อ (59) เป็นเงื่อนไขบังคับที่โครงข่ายเลือกเส้นทางสำรองเป็นเส้นทางไม่ซ้ำโหนดกับเส้นทางหลัก

เงื่อนไขบังคับข้อ (60) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ให้กิ่งเชิงแสงสำรองทุกกิ่งของโครงสร้างต้นไม้เชิงแสงสำรองจะต้องมีเส้นทางสำรองทางกายภาพรองรับ

เงื่อนไขบังคับข้อ (61) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ความจุของสัญญาณของข่ายเชื่อมโยงสำรองทุกข่ายเชื่อมโยงสามารถรองรับปริมาณทราฟฟิกของเส้นทางหลักที่มีโหนดระหว่างทางเชื่อมต่อมายัง โหนดที่เสียหายได้

เงื่อนไขบังคับข้อ (62) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้แต่ละมัลติคาสต์เซสชันที่จัดสรรเส้นทางใหม่เลือกใช้ความยาวคลื่นได้เพียงค่าเดียวและความยาวคลื่นที่ถูกเลือกมาใช้งานนั้นจะถูกกำหนดให้กับเส้นทางสำรองทางกายภาพจากเงื่อนไขบังคับข้อ (63)

เงื่อนไขบังคับข้อ (64) ถึง (66) เป็นเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ค่าของตัวแปรมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์