

บทที่ 5

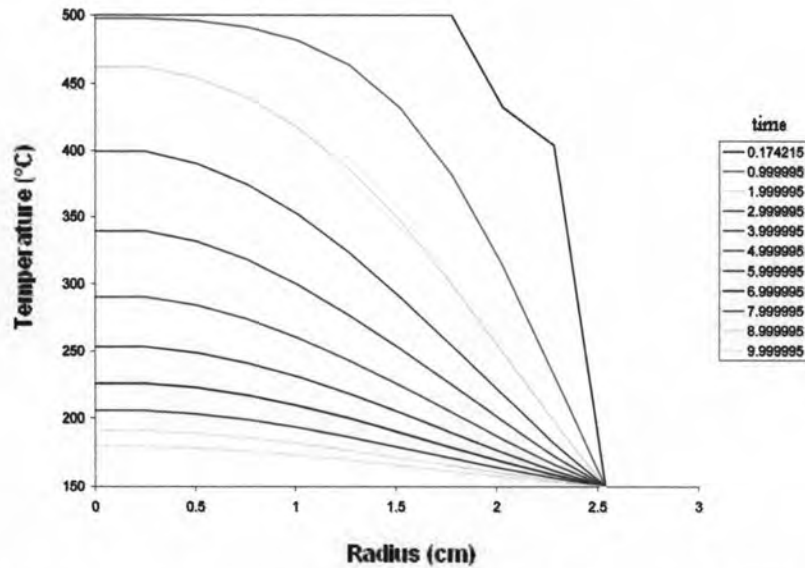
ผลการคำนวณ

ในบทนี้จะนำเสนอผลจากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้น เพื่อคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ค่าพลาซซ์ความร้อนและค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ยที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผิวทรงกลมทั้งหมด 3 แบบเพื่อนำมาคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมและค่าพลาซซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา สามารถจำแนกได้คือแบบที่หนึ่ง เป็นข้อมูลที่สมมติขึ้น โดยให้เป็นการไหลของความร้อนแบบหนึ่งมิติในระบบแกนพิกัดทรงกลมและสมมุติให้อุณหภูมิที่ผิวเท่ากับ 150°C สำหรับแบบที่สอง เป็นข้อมูลที่สมมติขึ้นโดยสมมุติให้อุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามมุม เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของการไหลของความร้อนในวัตถุทรงกลมแบบสองมิติในระบบแกนพิกัดทรงกลม โดยการเปลี่ยนการแบ่งในแนวรัศมีและในแนวมุม เพื่อหาการแบ่งที่เหมาะสม และเปรียบเทียบผลกับการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมระบบแกนพิกัดทรงกระบอก สำหรับแบบที่สาม เป็นแบบที่ใช้ข้อมูลจากการทดลอง ซึ่งจะต้องประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวแล้วนำไปคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม โดยใช้การแบ่งที่เหมาะสมจากแบบที่สอง สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ยนั้นจะแสดงเฉพาะแบบที่สาม โดยที่การคำนวณทั้งสามแบบจะใช้คุณสมบัติของโลหะที่ใช้ทำทรงกลมตามตารางที่ 4.1

5.1 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

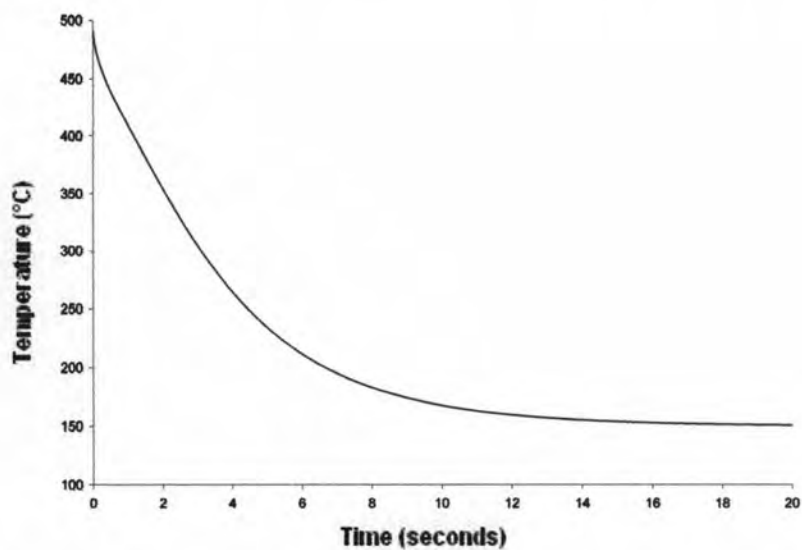
5.1.1 การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมแบบที่ 1 อุณหภูมิที่ผิวมีค่าคงที่เท่ากันทั้งหมด แสดงผลของการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาตามแนวรัศมี และผลของการคำนวณค่าเฉลี่ยภายในทรงกลมเทียบกับเวลา

สำหรับแบบที่ 1 เมื่อสมมุติให้อุณหภูมิที่ผิวของทรงกลมให้เท่ากับ 150°C ขณะที่อุณหภูมิภายในของทรงกลมเท่ากับอุณหภูมิสูงสุดคือ 500°C จากรูปที่ 5.1 จะเห็นว่าการลดลงของอุณหภูมิตามแนวรัศมีจะเริ่มจากผิวทรงกลม ซึ่งจะลดลงโดยเคลื่อนที่เข้าไปในแนวรัศมีตามระยะเวลาที่เพิ่มขึ้น



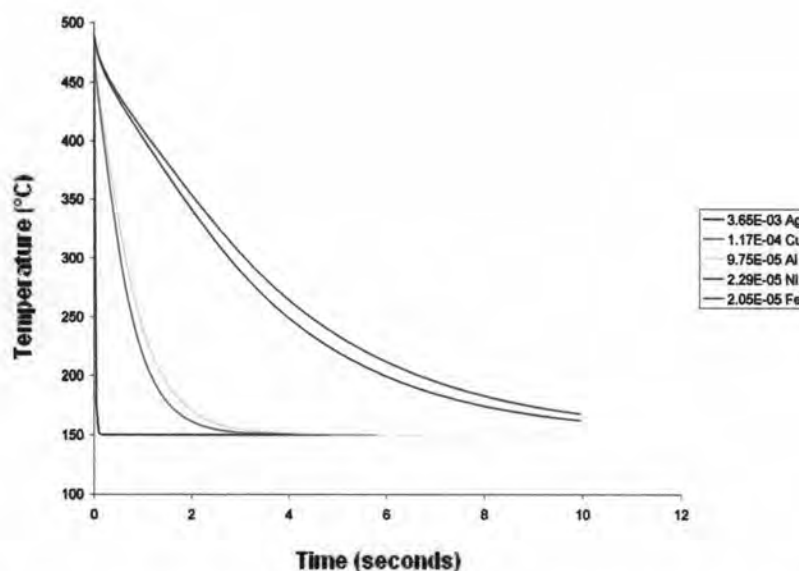
รูปที่ 5.1 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาในแนวนอนสำหรับแบบที่ 1 ($d_r = 2.54 \text{ mm}$, $d_\theta = 0.04186 \text{ radian}$)

รูปที่ 5.2 แสดงผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมกับเวลา สำหรับแบบที่ 1 จะพบว่าที่เวลา $t = 0-5 \text{ sec}$ อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างรวดเร็ว แสดงว่าเกิดการถ่ายเทความร้อนอย่างมาก ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการบังคับให้อุณหภูมิที่ผิวลดลงอย่างเฉียบพลันจาก 500°C ณ เวลา $t=0$ จากนั้นเมื่ออุณหภูมิของทรงกลมที่บริเวณลึกลงมาจากผิวนอกเริ่มลดต่ำลงจากอุณหภูมิสูงสุดแล้ว อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงจึงอย่างช้าๆ เนื่องจากความร้อนภายในทรงกลมลดลง



รูปที่ 5.2 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับแบบที่ 1

รูปที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบว่าเมื่อเปลี่ยนชนิดของวัสดุที่ใช้ทำทรงกลม ซึ่งจะมีค่าการแพร่ความร้อน (thermal diffusivity, α) แตกต่างกันภายใต้เงื่อนไขแบบที่ 1 นี้จะพบว่าถ้าเป็นวัสดุที่มีค่าการแพร่ความร้อนมากจะมีการลดลงของอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมเร็วกว่าวัสดุที่มีค่าการแพร่ความร้อนน้อย



รูปที่ 5.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับแบบที่ 1 โดยเปลี่ยนชนิดของวัสดุที่ใช้ทำทรงกลม

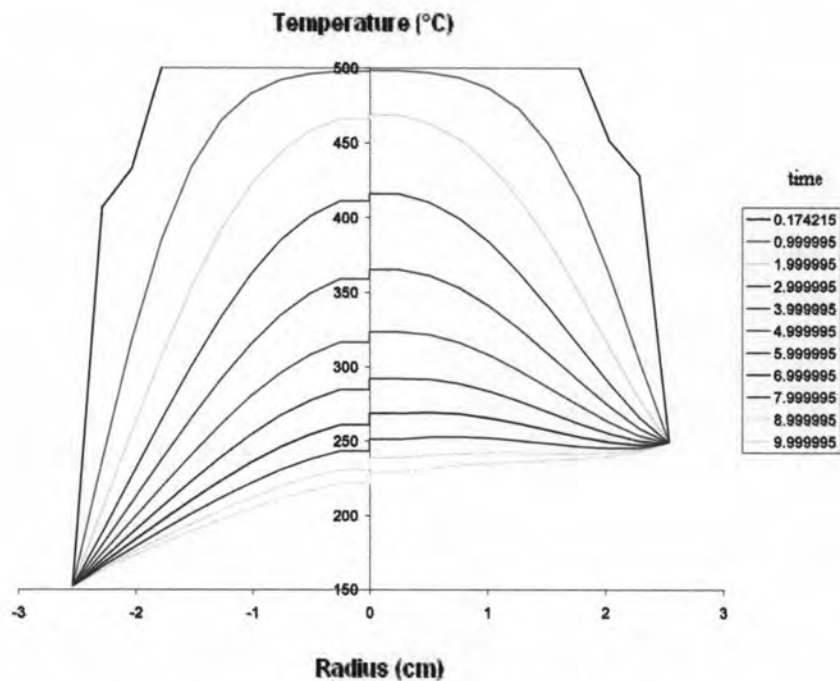
5.1.2 การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมแบบที่ 2 อุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามมุมเป็นแบบเชิงเส้นแต่มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลา

ในกรณีนี้จะพบว่าเงื่อนไขขอบเขตปกติของการคำนวณในระบบพิกัดทรงกลมที่กำหนดให้ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$ ไม่เหมาะสมอีกต่อไป เนื่องจากจุดสูงสุดของอุณหภูมิภายในสามารถเคลื่อนออกจากจุดศูนย์กลางได้ ความไม่เหมาะสมของเงื่อนไขขอบเขตดังกล่าวสังเกตได้จากความไม่ต่อเนื่องของเส้นโค้งอุณหภูมิที่รัศมีเข้าใกล้ศูนย์กลางแสดงในรูปที่ 5.4 ซึ่งเมื่อทดสอบโดยการคำนวณในระบบพิกัดทรงกระบอกบนระนาบ r, z ซึ่งไม่ต้องการเงื่อนไขขอบเขตที่เข้าใกล้จุดศูนย์กลาง หากแต่ใช้วิธีกำหนดอุณหภูมิที่ผิวรอบนอกทั้งหมดแทน จะชี้ให้เห็นว่ามีการเคลื่อนออกจากจุดศูนย์กลางของจุดที่มีอุณหภูมิสูงสุดจริง ดังแสดงในรูปที่ 5.5 อย่างไรก็ตามการคำนวณในลักษณะนี้ไม่เหมาะสมต่อการใช้คำนวณหาค่าพลาซมาความร้อนที่ผิว จึงจำเป็นต้องกำหนดเงื่อนไขใหม่สำหรับการคำนวณในระบบพิกัดทรงกลม เพื่อแก้ไขปัญหาดังที่กล่าวมา จึงพิจารณาตั้งเงื่อนไขที่รัศมีเข้าใกล้ศูนย์กลางใหม่ว่า $\frac{\partial T}{\partial r}$ ต้องมีความต่อเนื่องที่รัศมีเท่ากับศูนย์ เงื่อนไขนี้ให้ผลการคำนวณดังแสดงใน



รูปที่ 5.6 ซึ่งสอดคล้องกับผลการคำนวณในระบบพิกัดทรงกระบอก ดังนั้นจะเลือกเงื่อนไขขอบเขตนี้ในการคำนวณต่อไป

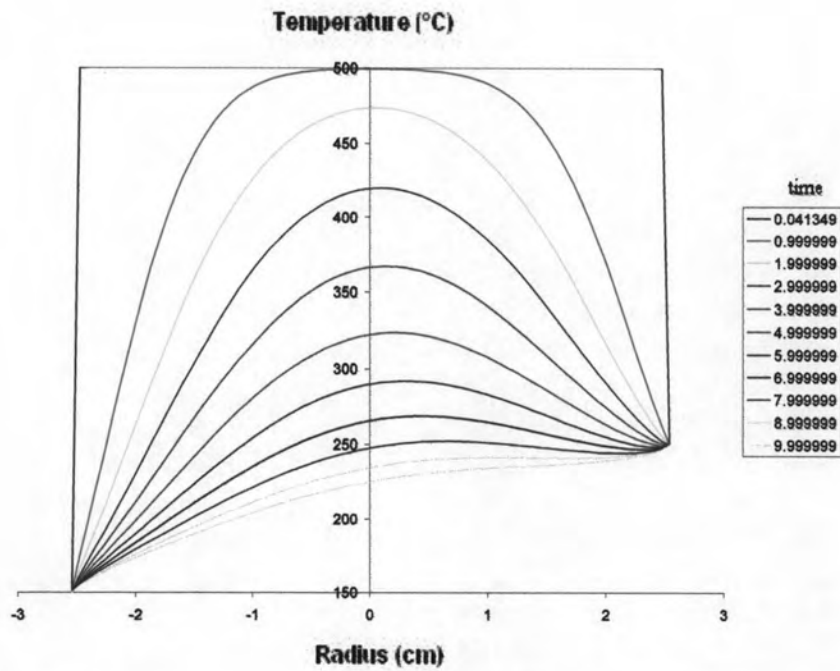
ผลดังแสดงในรูปที่ 5.4 และรูปอื่นๆ จะแสดงค่าอุณหภูมิที่คำนวณตามแนวรัศมี ทั้งนี้ค่ารัศมีที่เป็นลบเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 0 เรเดียน และค่ารัศมีที่เป็นบวกเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 3.14 เรเดียน พิจารณาจากด้านล่างของทรงกลมตามทิศทางแนวการตก



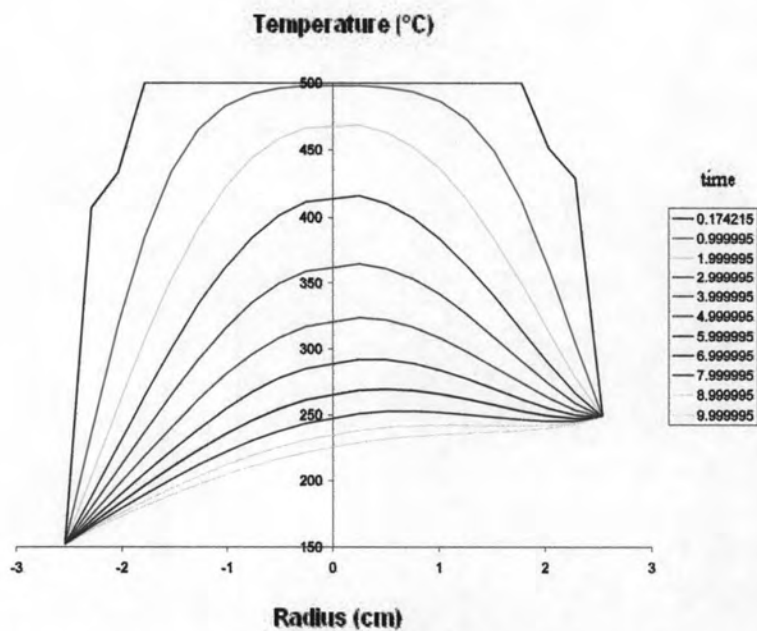
รูปที่ 5.4 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

ในระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$

($dr = 2.54 \text{ mm}$, $d\theta = 0.04189 \text{ radian}$)



รูปที่ 5.5 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา
ในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ ($dr = 0.3387 \text{ mm}$, $dz = 2.54 \text{ mm}$)



รูปที่ 5.6 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

ในระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\theta} = - \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\pi-\theta}$

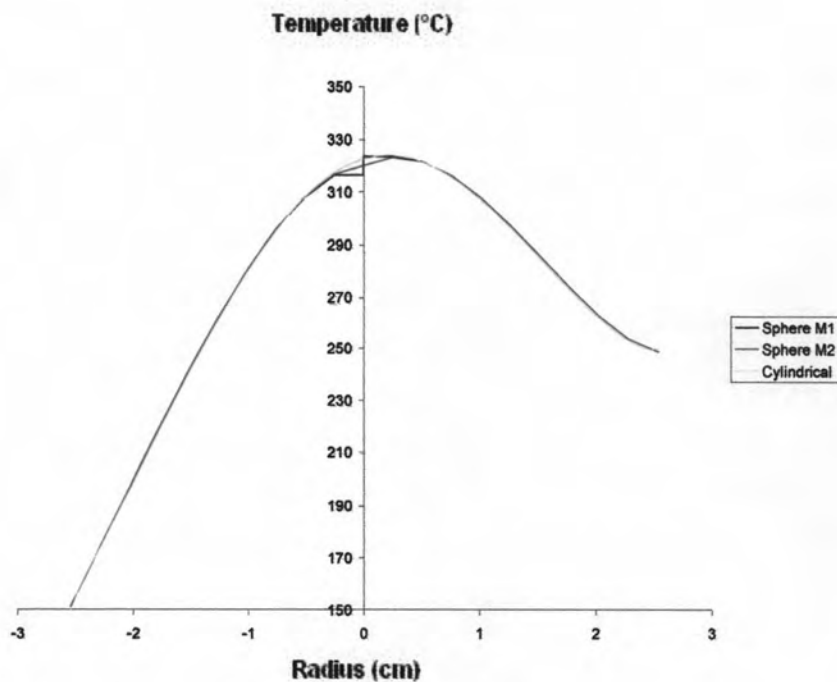
($dr = 2.54 \text{ mm}$, $d\theta = 0.04189 \text{ radian}$)

รูปที่ 5.7 และ 5.8 เป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมโดยเปลี่ยนวิธีการคำนวณ ณ เวลา 5 และ 10 วินาที ตามลำดับ ซึ่งกำหนดให้

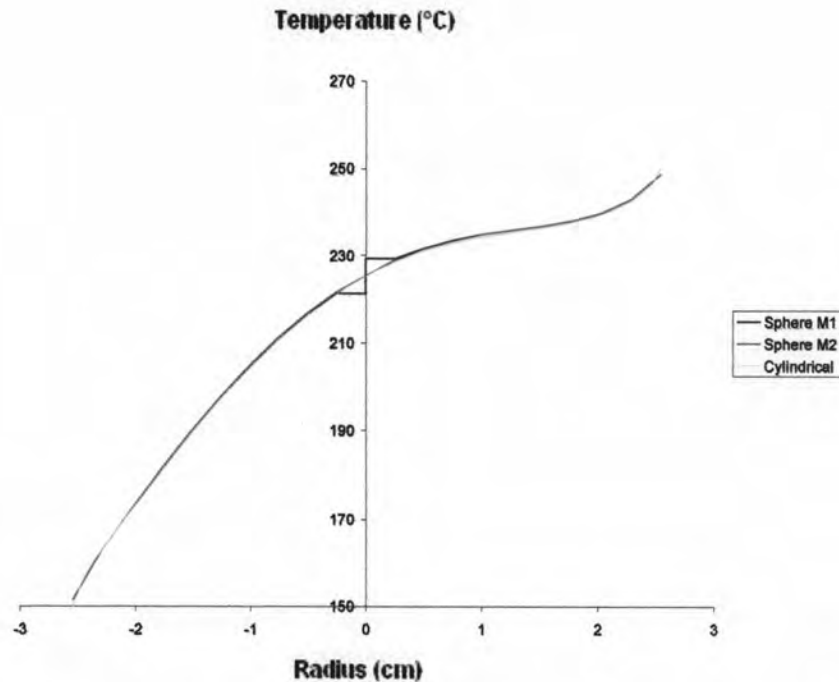
Sphere M1 คือ การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=0} = 0$

Sphere M2 คือ การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{\theta} = -\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{\pi-\theta}$

Cylindrical คือ การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ



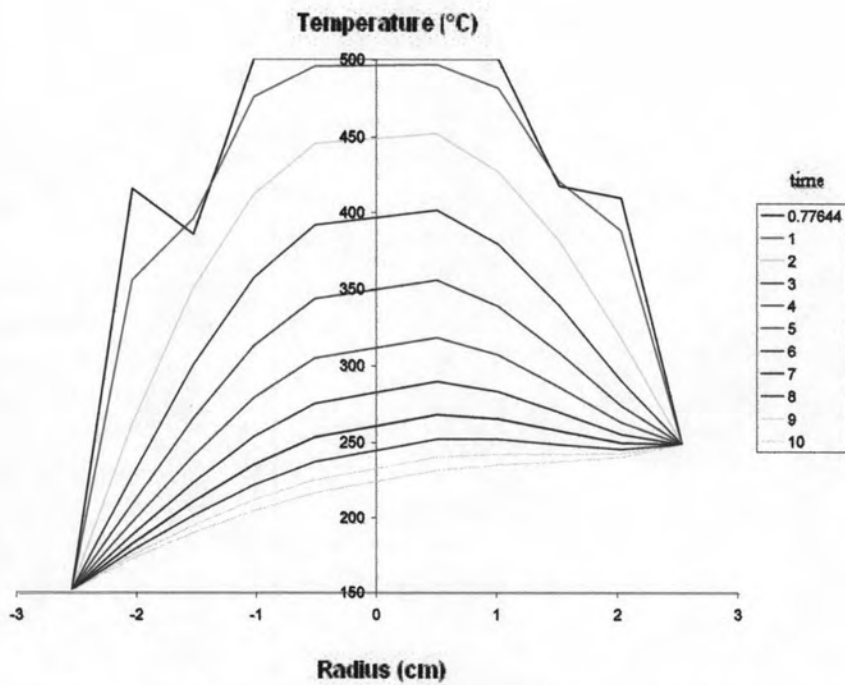
รูปที่ 5.7 การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 5$ sec
ในวิธีการคำนวณรูปแบบต่างๆ



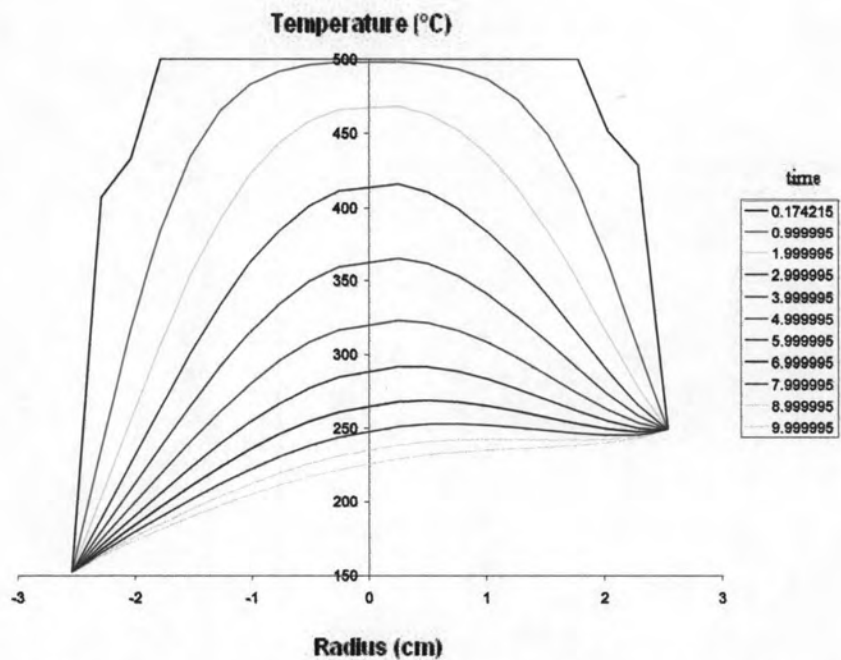
รูปที่ 5.8 การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 10$ sec
ในวิธีการคำนวณรูปแบบต่างๆ

อนึ่งเนื่องจากขนาดของ dr และ de อาจมีผลต่อการคำนวณ เพื่อให้มั่นใจว่าได้เลือก dr และ de ที่เหมาะสม กล่าวคือให้ผลการคำนวณที่คงตัว (stable) มีความคลาดเคลื่อนต่ำ และใช้เวลาในการคำนวณไม่นานจนเกินไป จึงจำเป็นต้องทำการทดสอบหาค่า dr และ de ที่เหมาะสม

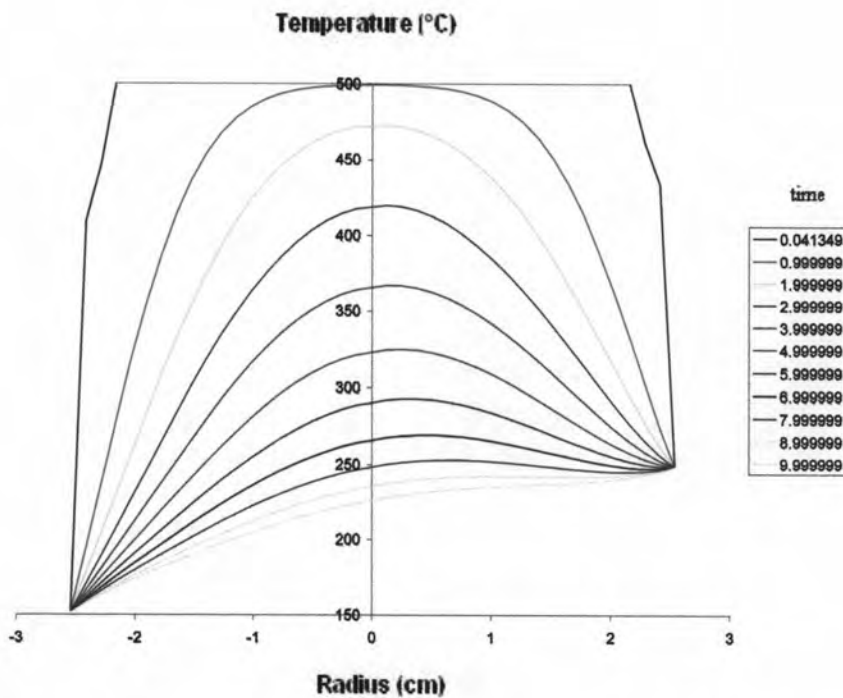
รูปที่ 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 และ 5.13 เป็นการแสดงผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยกำหนดให้แบ่งตามมุมเป็น 75 ส่วน ($de = 0.04189$ radian) แต่เปลี่ยนค่าการแบ่งตามรัศมีให้เป็น 5 ส่วน ($dr = 5.08$ mm), 10 ส่วน ($dr = 2.54$ mm), 20 ส่วน ($dr = 1.27$ mm), 30 ส่วน ($dr = 0.85$ mm) และ 50 ส่วน ($dr = 0.508$ mm) ตามลำดับ จะพบว่าเมื่อแบ่งตามรัศมีเป็น 5 ส่วน มีความผิดพลาดในการคำนวณครั้งแรก ในด้านเข้าใกล้เส้นมุม 0 เรเดียน และมีลักษณะการแสดงผลที่หยาบ แต่เมื่อเพิ่มการแบ่งตามรัศมีให้มากขึ้นจะทำให้ได้ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่สอดคล้องกันมากขึ้น



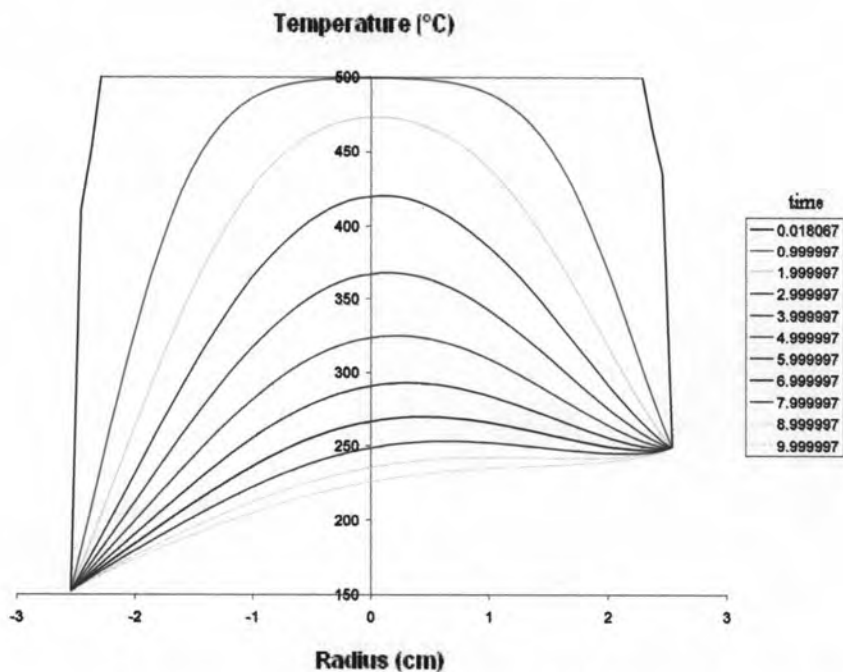
รูปที่ 5.9 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 5 ส่วนและในแนวมุมเป็น 75 ส่วน



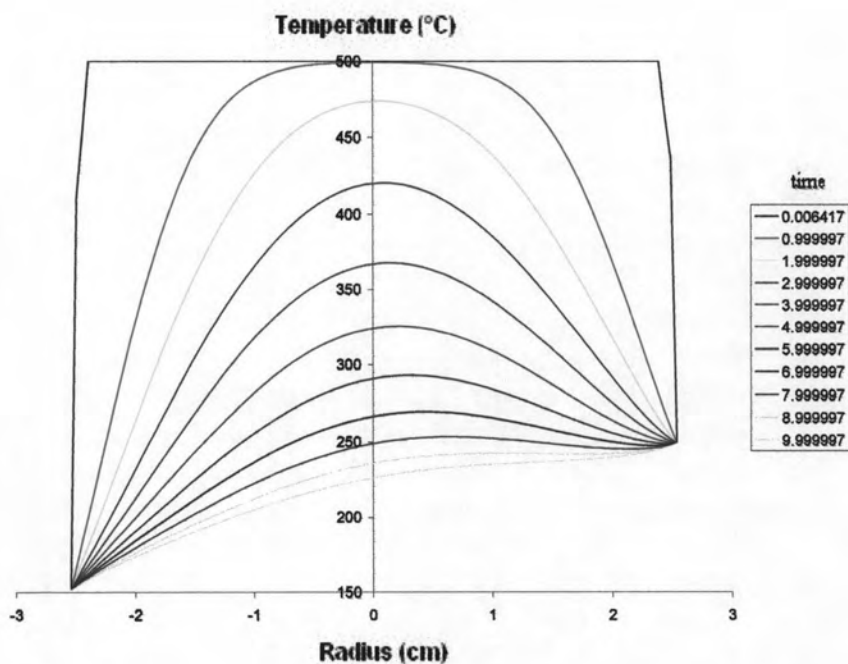
รูปที่ 5.10 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 10 ส่วนและในแนวมุมเป็น 75 ส่วน



รูปที่ 5.11 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 20 ส่วนและในแนวมุมเป็น 75 ส่วน

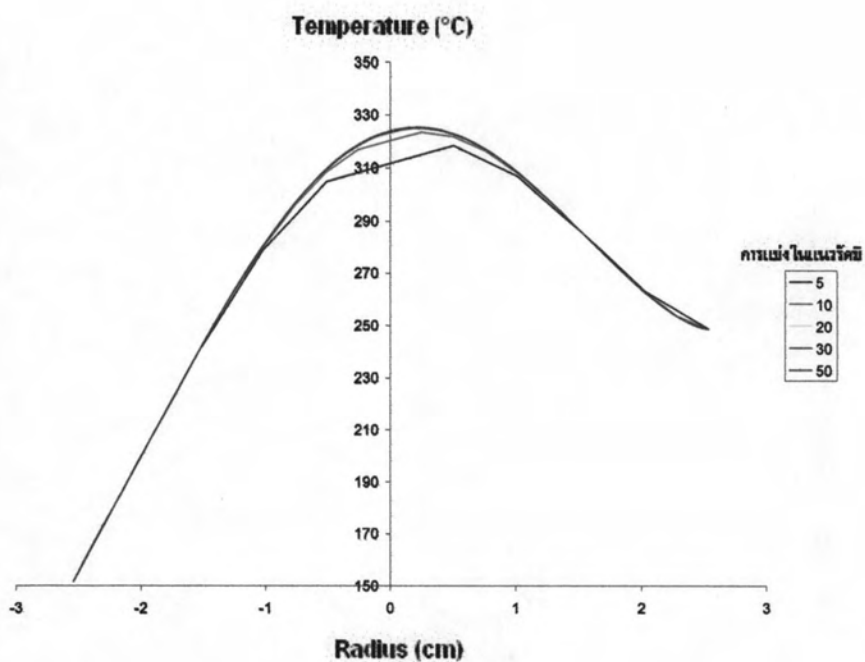


รูปที่ 5.12 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 30 ส่วนและในแนวมุมเป็น 75 ส่วน

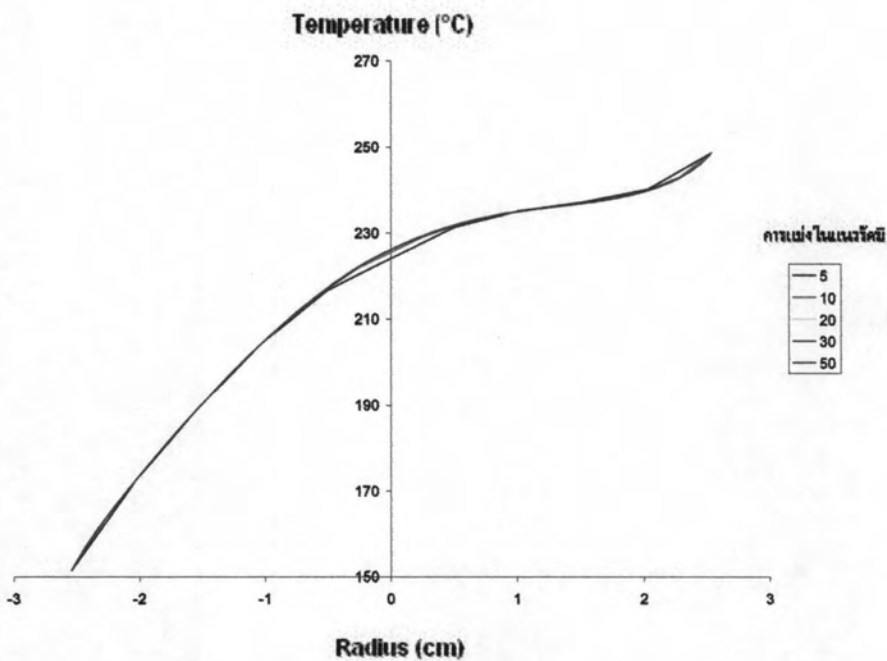


รูปที่ 5.13 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 50 ส่วนและในแนวมุมเป็น 75 ส่วน

สำหรับรูปที่ 5.14 และ 5.15 เป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้ โดยให้แสดงผล ณ เวลา $t=5$ sec และ $t=10$ sec ตามลำดับ จะพบว่าเมื่อเพิ่มการแบ่งตามรัศมี แต่การแบ่งตามมุมคงที่ จะพบว่ามีผลการคำนวณที่ได้มีค่าสอดคล้องกันมากขึ้น



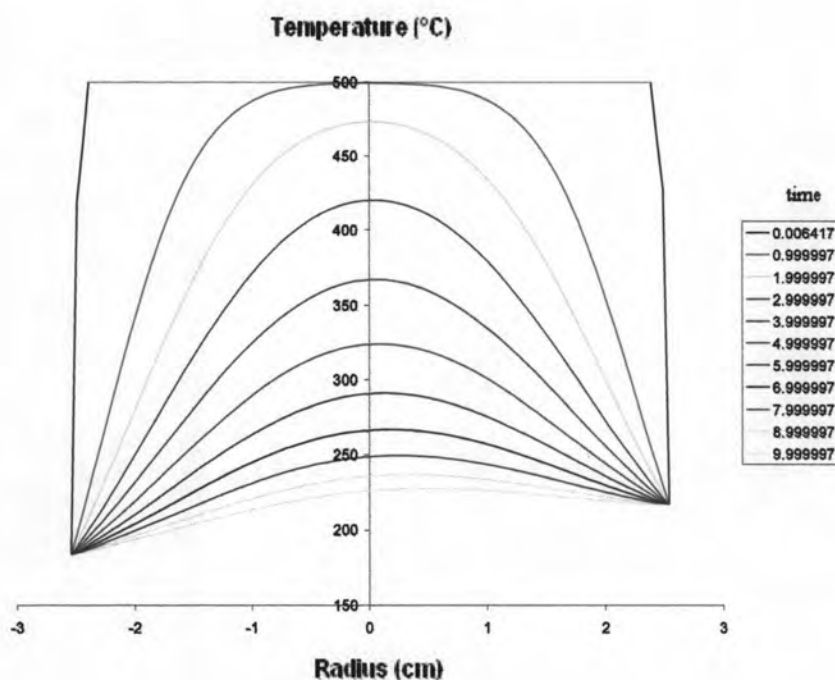
รูปที่ 5.14 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 5$ sec
โดยแบ่งในแนวมุมเท่ากับ 75 ส่วน



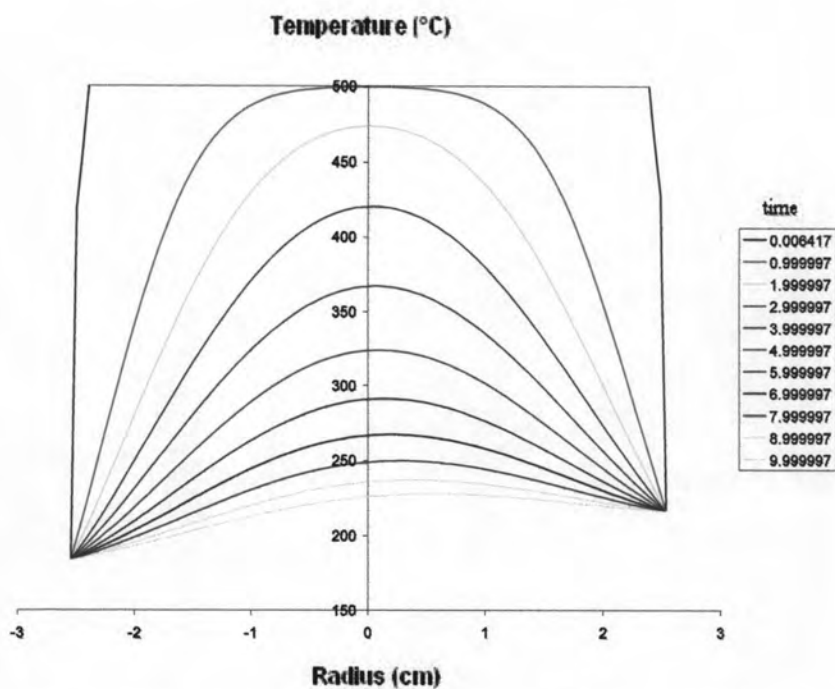
รูปที่ 5.15 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 10$ sec
โดยแบ่งในแนวมุมเท่ากับ 75 ส่วน

รูปที่ 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 และ 5.21 เป็นการแสดงผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยจะแสดงค่าอุณหภูมิที่คำนวณตามแนวรัศมี ทั้งนี้ค่ารัศมีที่เป็นลบเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 1.05 เรเดียน และค่ารัศมีที่เป็นบวกเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 2.09 เรเดียน พิจารณาจากด้านล่างของทรงกลมตามทิศทางแนวการตก

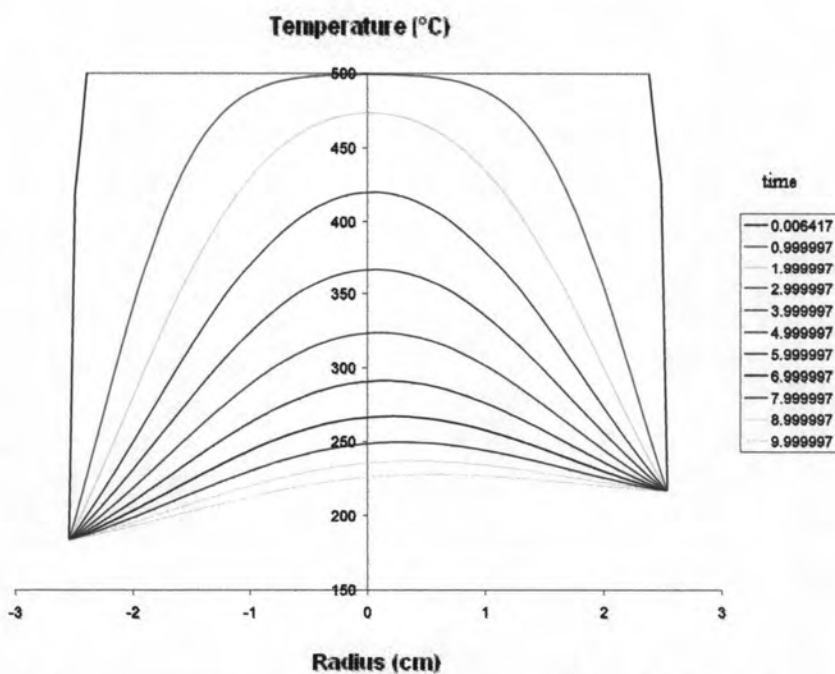
สำหรับรูปที่ 5.16, 5.17, 5.18 และ 5.19 จะกำหนดให้แบ่งตามรัศมีเป็น 50 ส่วน ($dr=0.508$ mm) แต่เปลี่ยนการแบ่งตามมุมให้เป็น 3 ส่วน ($d\theta = 1.047$ radian), 6 ส่วน ($d\theta = 0.5236$ radian), 12 ส่วน ($d\theta = 0.2618$ radian) และ 36 ส่วน ($d\theta = 0.0873$ radian) ตามลำดับ



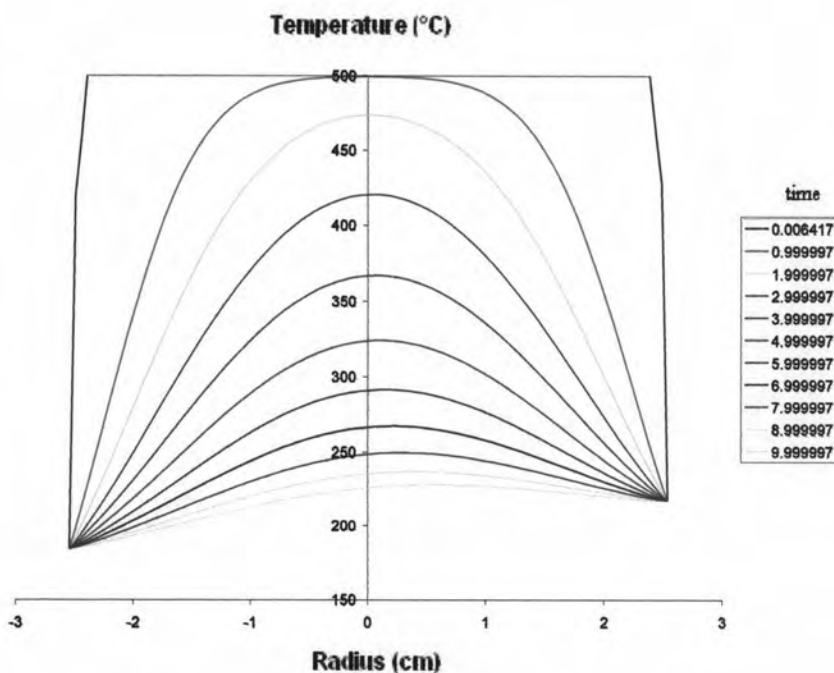
รูปที่ 5.16 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 50 ส่วนและในแนวมุมเป็น 3 ส่วน



รูปที่ 5.17 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 50 ส่วนและในแนวมุมเป็น 6 ส่วน

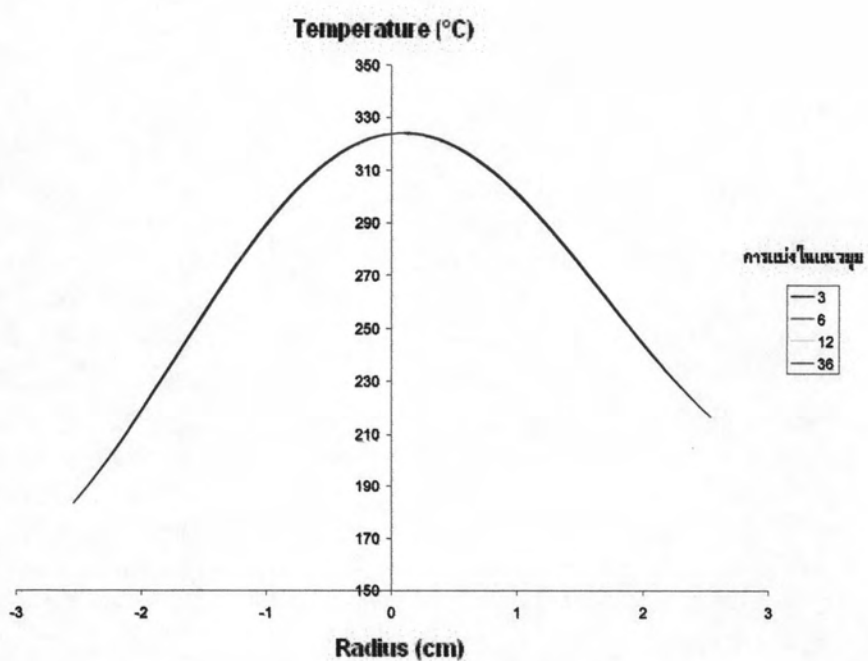


รูปที่ 5.18 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 50 ส่วนและในแนวมุมเป็น 12 ส่วน

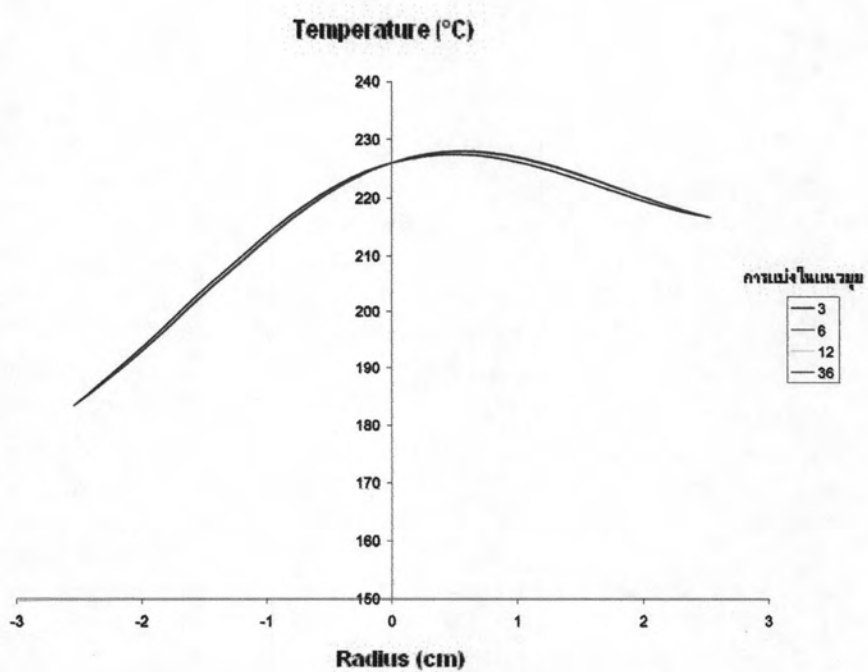


รูปที่ 5.19 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา โดยแบ่งในแนวรัศมีเป็น 50 ส่วนและในแนวมุมเป็น 36 ส่วน

รูปที่ 5.20 และ 5.21 เป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณ โดยให้แสดงผล ณ เวลา $t=5$ sec และ $t=10$ sec ตามลำดับ จะพบว่าเมื่อเพิ่มการแบ่งตามมุม แต่การแบ่งตามรัศมีคงที่ จะพบว่ามีการคำนวณใกล้เคียงกัน



รูปที่ 5.20 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 5$ sec
โดยแบ่งในแนวรัศมีเท่ากับ 50 ส่วน

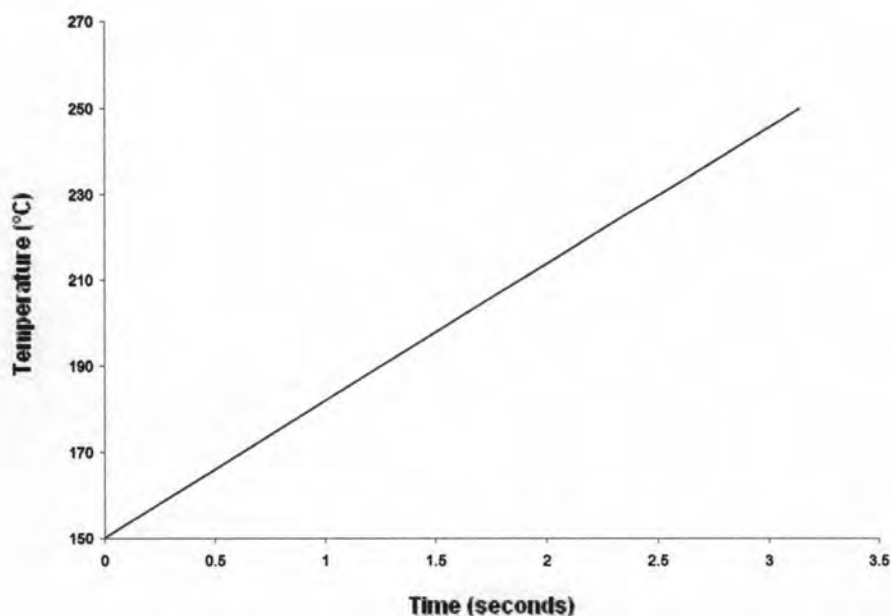


รูปที่ 5.21 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ณ เวลา $t = 10$ sec
โดยแบ่งในแนวรัศมีเท่ากับ 50 ส่วน

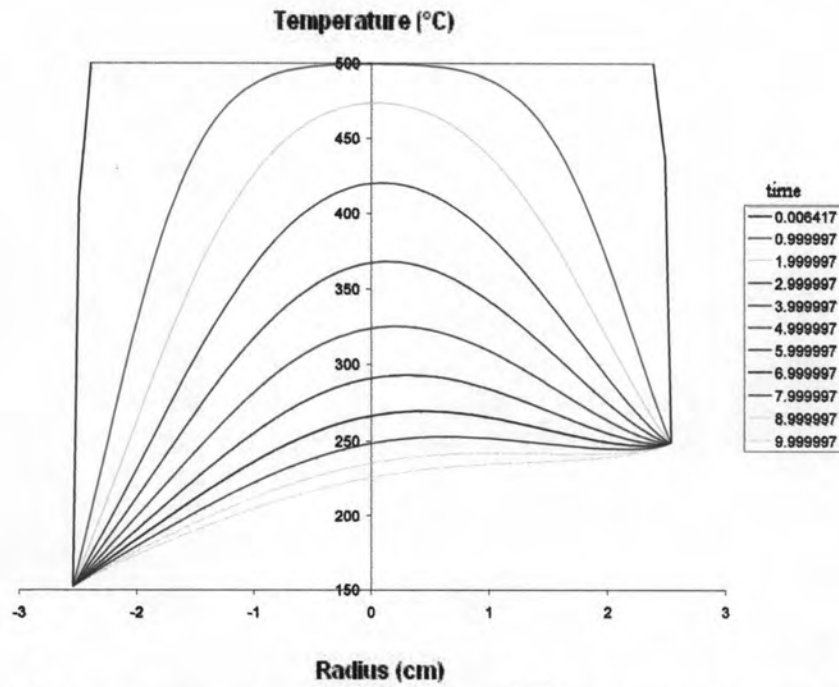
จากการคำนวณเปรียบเทียบดังกล่าวในรูปที่ 5.9 ถึง 5.21 จะสามารถสรุปได้ว่าขนาดของ dr มีผลกระทบต่อการคำนวณมากกว่าขนาดของ de เป็นอย่างมาก อย่างไรก็ตามเพื่อให้ได้ข้อมูลสำหรับการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิวได้ละเอียดที่สุด จะเลือกแบ่งในแนวมุมเป็น 75 ส่วน และแบ่งตามแนวรัศมี 50 ส่วน ซึ่งให้ค่า de และ dr เป็น 0.04189 radian และ 0.508 mm ตามลำดับ

เพื่อหาอุณหภูมิที่ผิวที่เหมาะสมเพื่อแสดงให้เห็นว่าจุดสูงสุดของอุณหภูมิในกรณีนี้ได้เลื่อนออกจากจุดศูนย์กลางทรงกลม จึงจะต้องทำการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม โดยใช้อุณหภูมิที่ผิวดังนี้ 150°C ที่มุม 0° (0 เรเดียน) – 250°C ที่มุม 180° (3.14 เรเดียน), 150°C ที่มุม 0° (0 เรเดียน) – 350°C ที่มุม 180° (3.14 เรเดียน) และ 150°C ที่มุม 0° (0 เรเดียน) – 450°C ที่มุม 180° (3.14 เรเดียน) ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 5.28, 5.30 และ 5.32 ตามลำดับ แสดงค่าอุณหภูมิที่คำนวณตามแนวรัศมี ทั้งนี้ค่ารัศมีที่เป็นลบเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 0 เรเดียน และค่ารัศมีที่เป็นบวกเป็นรัศมีที่พิจารณาตามแนวที่ทำมุม 3.14 เรเดียน พิจารณาจากด้านล่างของทรงกลมตามทิศทางแนวการตก

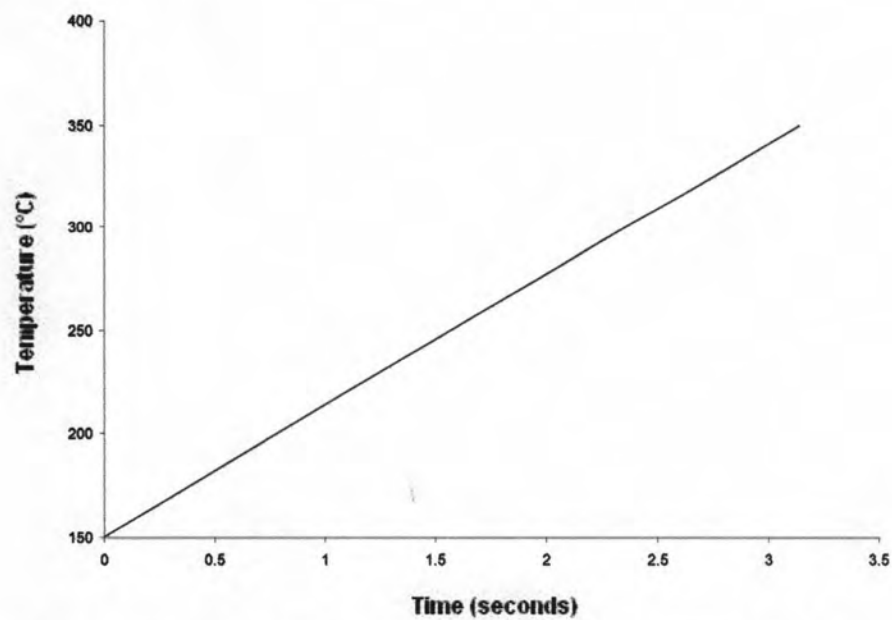
จะพบว่าเมื่อใช้อุณหภูมิที่ผิว 150°C ที่มุม 0° (0 เรเดียน) – 250°C ที่มุม 180° (3.14 เรเดียน) สามารถแสดงให้เห็นว่าจุดสูงสุดของอุณหภูมิไม่ได้อยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมอย่างชัดเจนและสามารถสังเกตได้เป็นเวลานาน ซึ่งจะพบว่าอุณหภูมิสูงสุดเคลื่อนออกจากจุดศูนย์กลางไปทางด้านที่มีอุณหภูมิที่ผิวสูงกว่าเมื่อเวลาผ่านไป



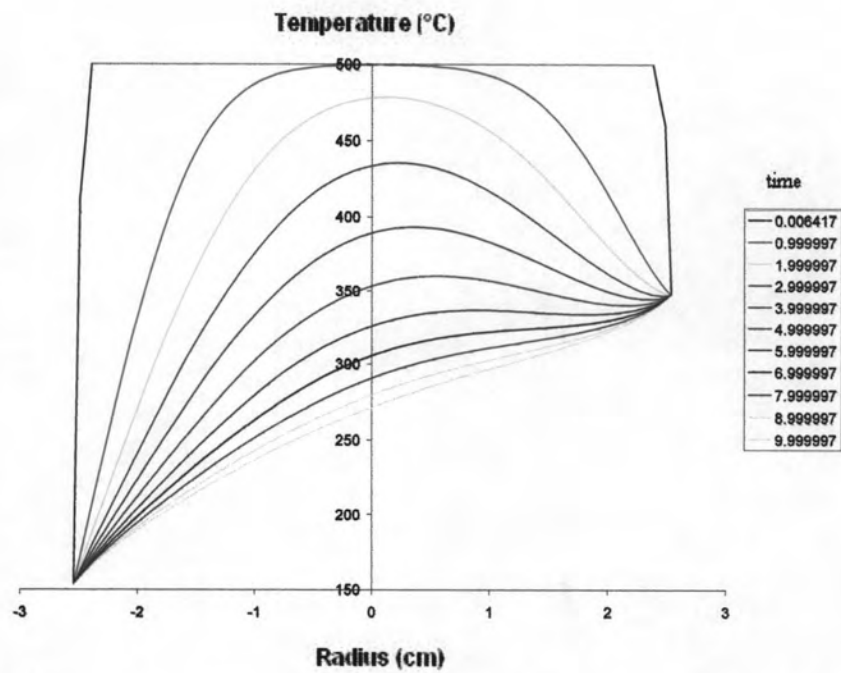
รูปที่ 5.22 อุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามมุมเป็นแบบเชิงเส้นแต่มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาโดยใช้ อุณหภูมิที่ 0 เรเดียน มีค่า 150°C และอุณหภูมิที่ 3.14 เรเดียน มีค่า 250°C



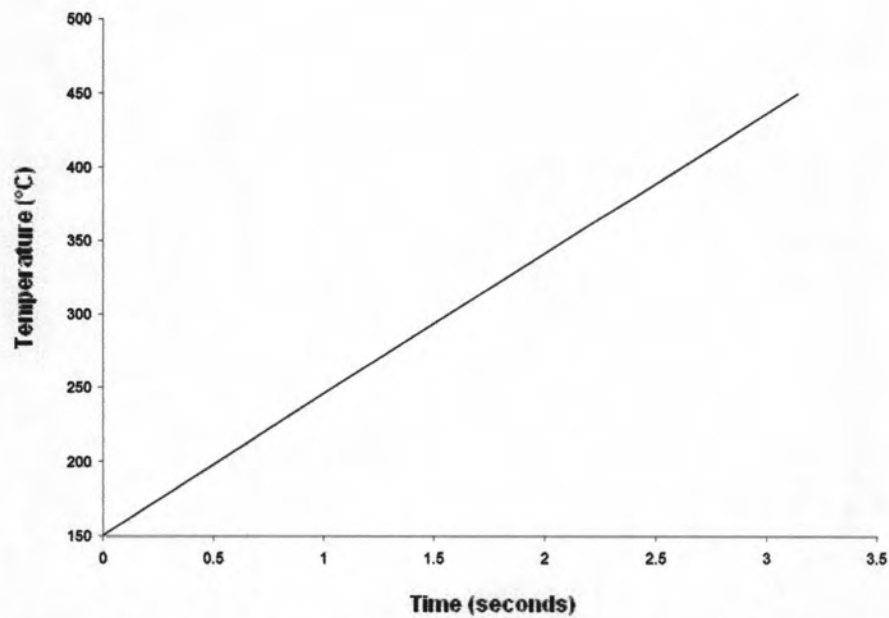
รูปที่ 5.23 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยใช้
อุณหภูมิที่ผิว 0 เเรเดียน มีค่า 150°C และอุณหภูมิที่ 3.14 เเรเดียน มีค่า 250°C



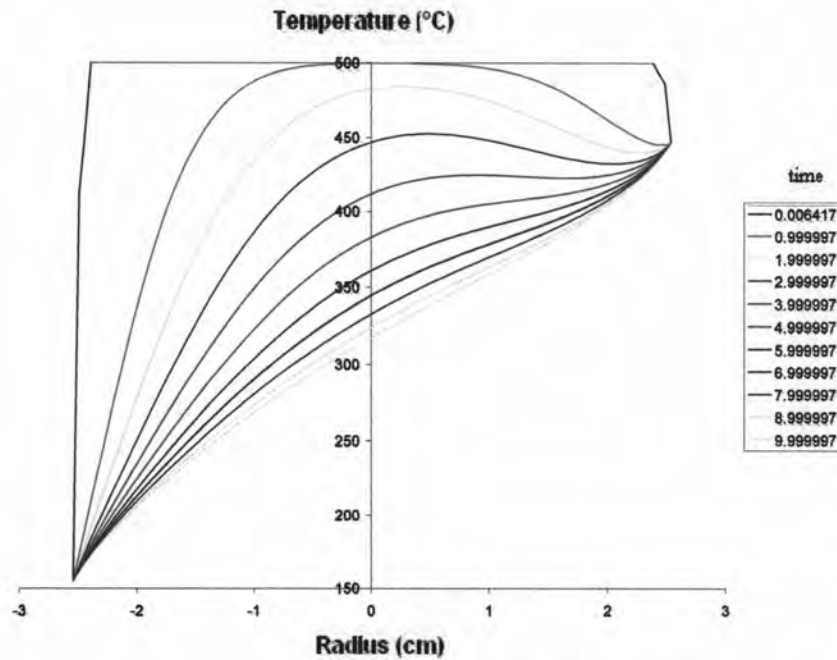
รูปที่ 5.24 อุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามมุมเป็นแบบเชิงเส้นแต่มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาโดยใช้
อุณหภูมิที่ 0 เเรเดียน มีค่า 150°C และอุณหภูมิที่ 3.14 เเรเดียน มีค่า 350°C



รูปที่ 5.25 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยใช้
อุณหภูมิที่ผิว 0 วัตวินาที มีค่า 150 °C และอุณหภูมิที่ 3.14 วัตวินาที มีค่า 350 °C

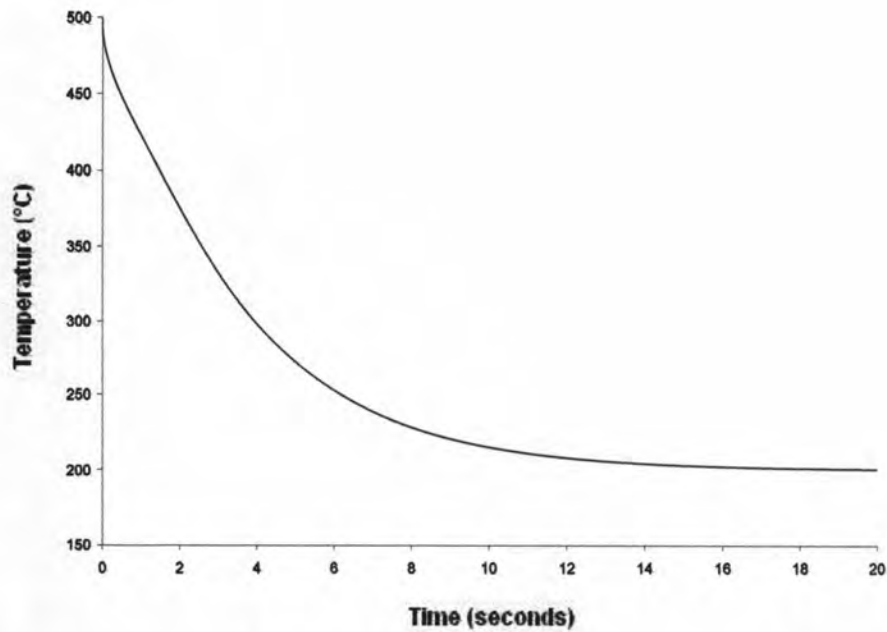


รูปที่ 5.26 อุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามมุมเป็นแบบเชิงเส้นแต่มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาโดยใช้
อุณหภูมิที่ 0 วัตวินาที มีค่า 150 °C และอุณหภูมิที่ 3.14 วัตวินาที มีค่า 450 °C



รูปที่ 5.27 ผลการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยใช้
อุณหภูมิที่ผิว 0 เเรเดียน มีค่า 150 °C และอุณหภูมิที่ 3.14 เเรเดียน มีค่า 450 °C

รูปที่ 5.28 แสดงผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมกับเวลาสำหรับแบบที่ 2 โดยใช้อุณหภูมิที่ผิว 0 เเรเดียน มีค่า 150 °C และอุณหภูมิที่ 3.14 เเรเดียน มีค่า 250 °C สำหรับการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมจะใช้ระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\theta} = - \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\pi-\theta}$ แบ่งในแนวรัศมีเท่ากับ 50 ส่วน ($dr = 0.508 \text{ mm}$) และแบ่งในแนวมุมเท่ากับ 75 ส่วน ($d\theta = 0.04189 \text{ radian}$) จะพบว่าที่เวลา $t = 0-5 \text{ sec}$ อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงอย่างรวดเร็ว แสดงว่าเกิดการถ่ายเทความร้อนอย่างมาก ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการบังคับให้อุณหภูมิที่ผิวลดลงอย่างเฉียบพลันจาก 500 °C ณ เวลา $t=0$ จากนั้นเมื่ออุณหภูมิของทรงกลมที่บริเวณลึกลงมาจากผิววนอกเริ่มลดต่ำลงจากอุณหภูมิสูงสุดแล้ว อุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมลดลงจึงอย่างช้าๆ เนื่องจากความร้อนภายในทรงกลมลดลง



รูปที่ 5.28 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับแบบที่ 2 โดยสมมุติให้อุณหภูมิที่ 0 เรเดียน มีค่า 150 °C และอุณหภูมิที่ 3.14 เรเดียน มีค่า 250 °C

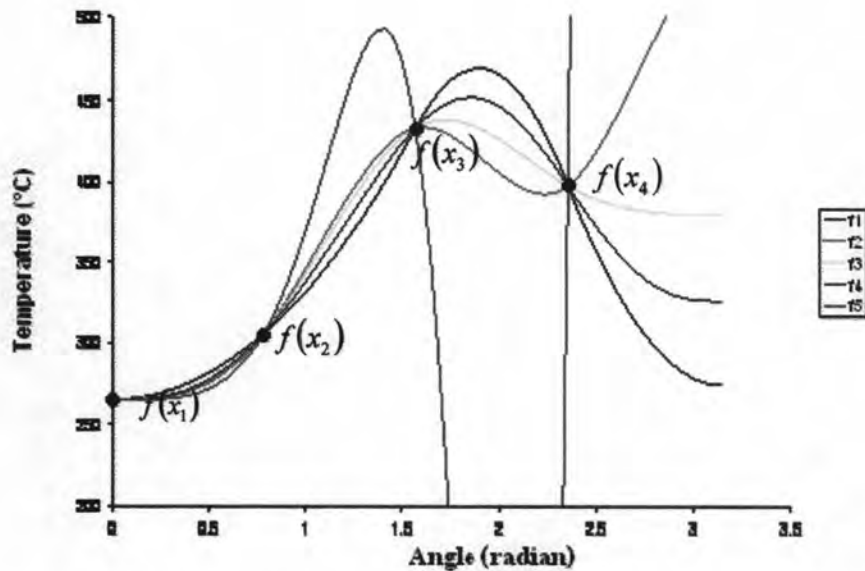
5.1.3 การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมแบบที่ 3 โดยใช้อุณหภูมิที่ผิวจากการประมาณค่าจากผลการทดลองของนายสมบุรณ์ รัศมี [1]

การทดลองเพื่อหาอุณหภูมิที่ผิวทำโดยนำโลหะทรงกลมตันขนาดรัศมี 25.4 มิลลิเมตรไปให้ความร้อนจนได้อุณหภูมิที่ต้องการ จากนั้นถูกปล่อยตกลงมาอย่างอิสระในถังบรรจุน้ำขนาดใหญ่ มีความสูง 2 เมตร จากการทดลอง ได้ตรวจวัดอุณหภูมิที่ผิวทรงกลมที่มุมต่างๆ 4 มุม อันได้แก่มุม 0 เรเดียน, 0.79 เรเดียน, 1.57 เรเดียน และ 2.36 เรเดียน การวัดอุณหภูมิกระทำตั้งแต่ทรงกลมอยู่ห่างจากผิวน้ำ 5 เซนติเมตร จนกระทั่งตกถึงพื้น ซึ่งใช้เวลาประมาณ 1 วินาที ข้อมูลอุณหภูมิที่ผิว ณ มุม และเวลาต่างๆเหล่านี้จะใช้เป็นเงื่อนไขกำหนดค่าอุณหภูมิที่ผิวสำหรับการคำนวณอุณหภูมิในทรงกลมและการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิวในส่วนนี้

การคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมในแบบที่ 3 นี้จะคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมในระบบพิกัดทรงกลม 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขที่จุดศูนย์กลางคือ $\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{\theta} = -\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{\pi-\theta}$ โดยแบ่งในแนวรัศมีเท่ากับ 50 ส่วน ($dr = 0.508 \text{ mm}$) และแบ่งในแนวมุมเท่ากับ 75 ส่วน ($d\theta = 0.04189 \text{ radian}$)

การประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวจากการผลทลตอง

เนื่องจากการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมแบบที่ 3 ซึ่งอุณหภูมิที่ผิวได้มาจากการทลตอง ณ เวลาเดียวกันจะมีข้อมูลอุณหภูมิที่ผิวเฉพาะที่มุม 0, 0.79, 1.57 และ 2.36 เรเดียน แต่เพื่อนำไปคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลมนั้นจำเป็นต้องรู้อุณหภูมิที่ตำแหน่งอื่นๆด้วย จึงต้องทำการประมาณค่า การประมาณค่าที่ใช้ที่นี่จะใช้วิธีการประมาณค่าด้วยเส้นโค้ง ซึ่งมีอยู่หลายรูปแบบดังรูปที่ 5.29



รูปที่ 5.29 แสดงการประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวจากการผลทลตองในฟังก์ชันต่างๆ

เมื่อ $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ และ $f(x_4)$ คืออุณหภูมิ ณ ตำแหน่ง x_1, x_2, x_3 และ x_4 ซึ่งได้จากทลตอง

T1 คือการประมาณค่าโดยใช้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^2 + bx + c$ $f'(0) = 0$ และ $f'(\pi) = 0$

T2 คือการประมาณค่าโดยใช้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(0) = 0$, $f'(\pi) = 0$ และ $f''(0) = 0$

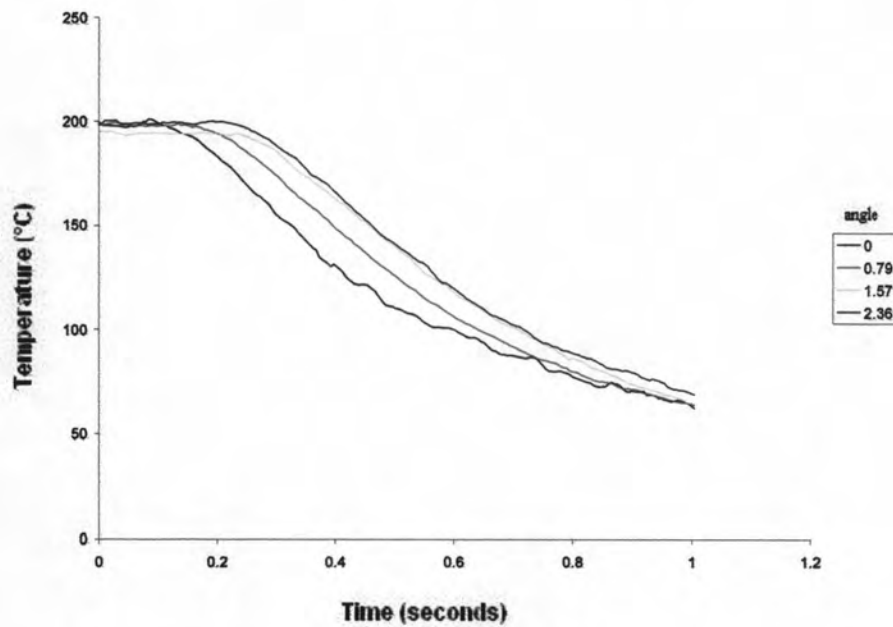
T3 คือการประมาณค่าโดยใช้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(0) = 0$, $f'(\pi) = 0$ และ $f''(\pi) = 0$

T4 คือการประมาณค่าโดยใช้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $f'(0) = 0$, $f'(\pi) = 0$, $f''(0) = 0$ และ $f''(\pi) = 0$

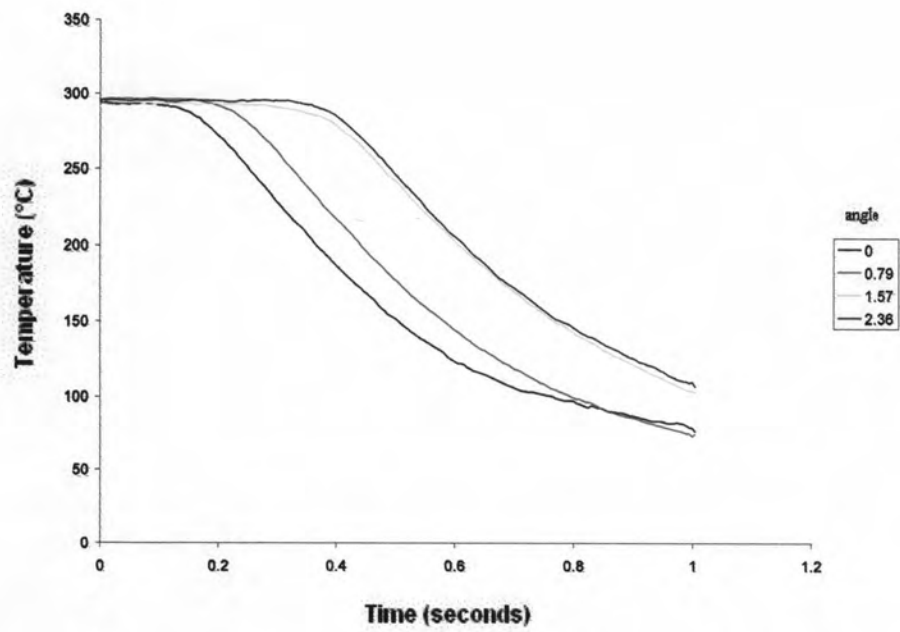
T5 คือการประมาณค่าโดยใช้ฟังก์ชัน $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $f'(0) = 0$, $f'(\pi) = 0$, $f''(0) = 0$ และ $f'''(0) = 0$

โดยที่ $f'(x)=0$ คือการกำหนดให้ ณ ตำแหน่ง x มีความชันเท่ากับ 0
 $f''(x)=0$ คือการกำหนดให้ ณ ตำแหน่ง x เป็นจุดเปลี่ยนเว้า

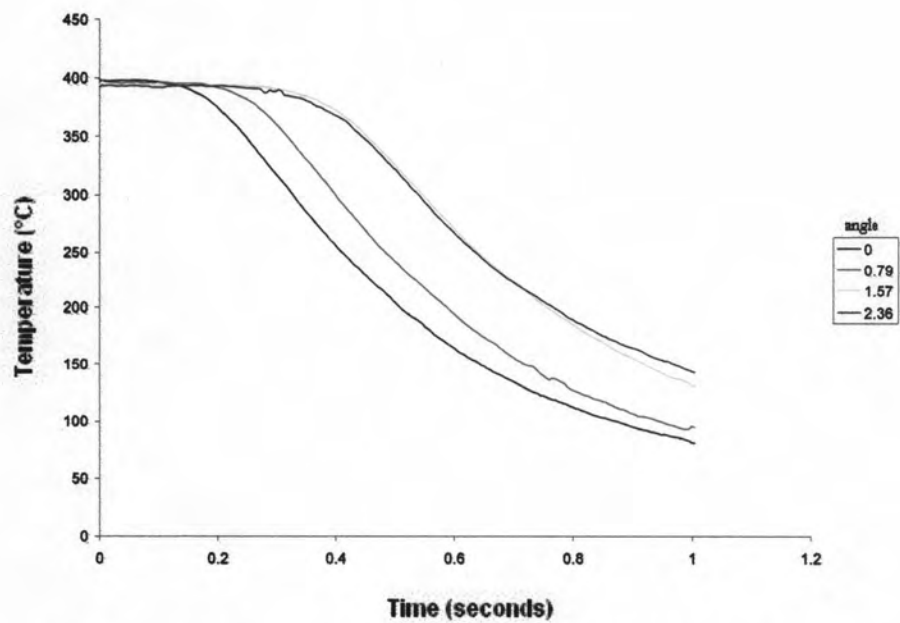
จากรูปที่ 5.18 พบว่าฟังก์ชัน θ เป็นการประมาณค่าที่ดีที่สุด เพราะเมื่อเปรียบเทียบกับฟังก์ชันอื่นๆ ลักษณะการกระจายตัวของฟังก์ชัน θ มีการเปลี่ยนแปลงระหว่างช่วงของข้อมูลน้อยที่สุด ดังนั้นจะใช้ฟังก์ชัน θ ในการคำนวณหาอุณหภูมิที่ผิวเพื่อใช้ในการคำนวณอุณหภูมิภายในทรงกลม ซึ่งผลที่ได้จากการทดลองนั้นแสดงดังรูป 5.30, 5.31, 5.32 และ 5.33



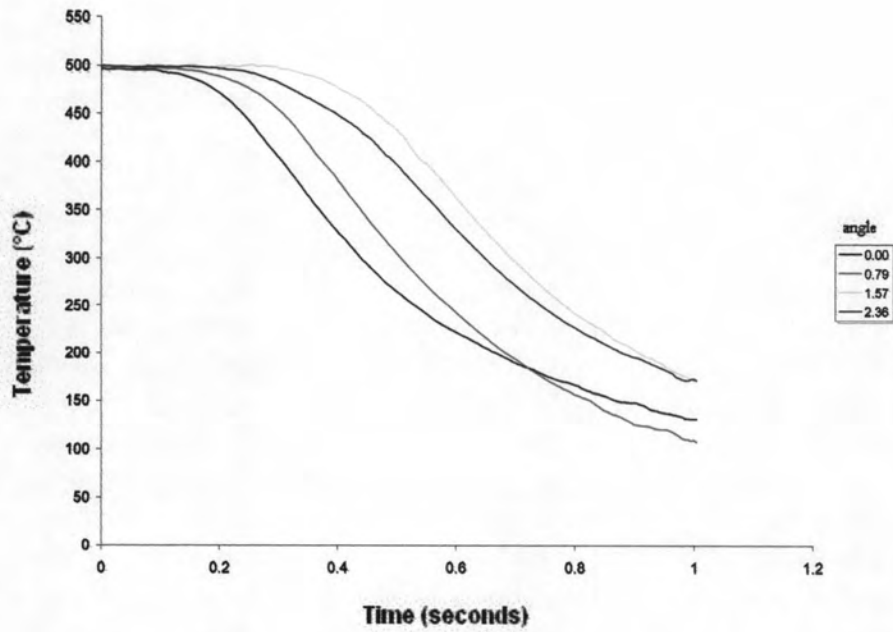
รูปที่ 5.30 ผลการทดลองของอุณหภูมิที่ผิวตามฟังก์ชันของเวลา ณ ตำแหน่งต่างๆ
 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 200 °C



รูปที่ 5.31 ผลการทดลองของอุณหภูมิที่ผิวตามฟังก์ชันของเวลา ณ ตำแหน่งต่างๆ
เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 300 °C

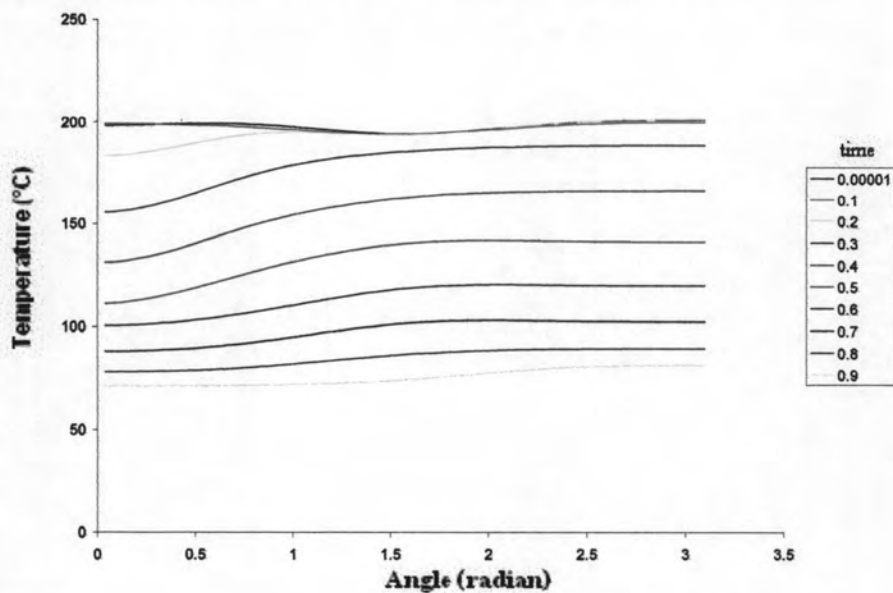


รูปที่ 5.32 ผลการทดลองของอุณหภูมิที่ผิวตามฟังก์ชันของเวลา ณ ตำแหน่งต่างๆ
เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 400 °C

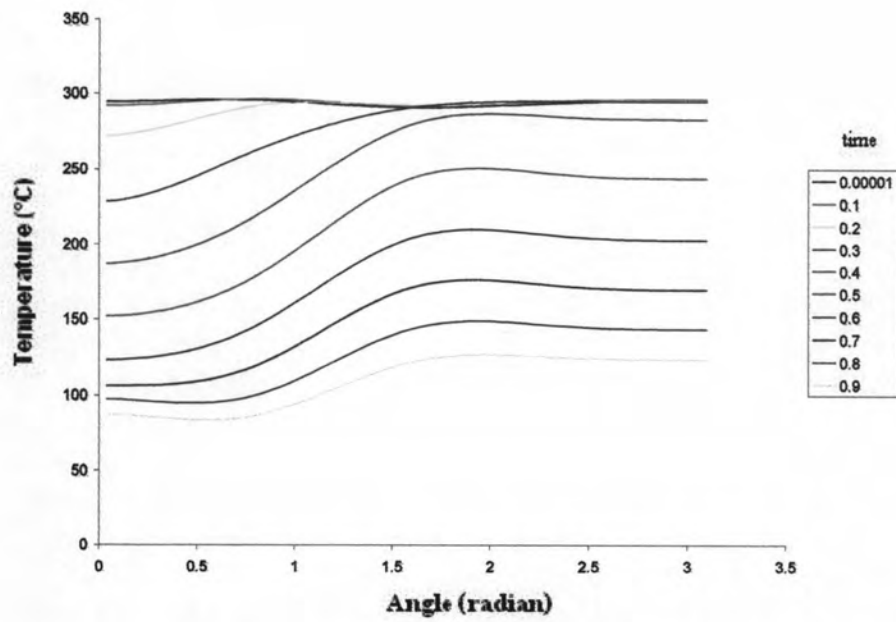


รูปที่ 5.33 ผลการทดลองของอุณหภูมิที่ผิวตามฟังก์ชันของเวลา ณ ตำแหน่งต่างๆ
เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 500°C

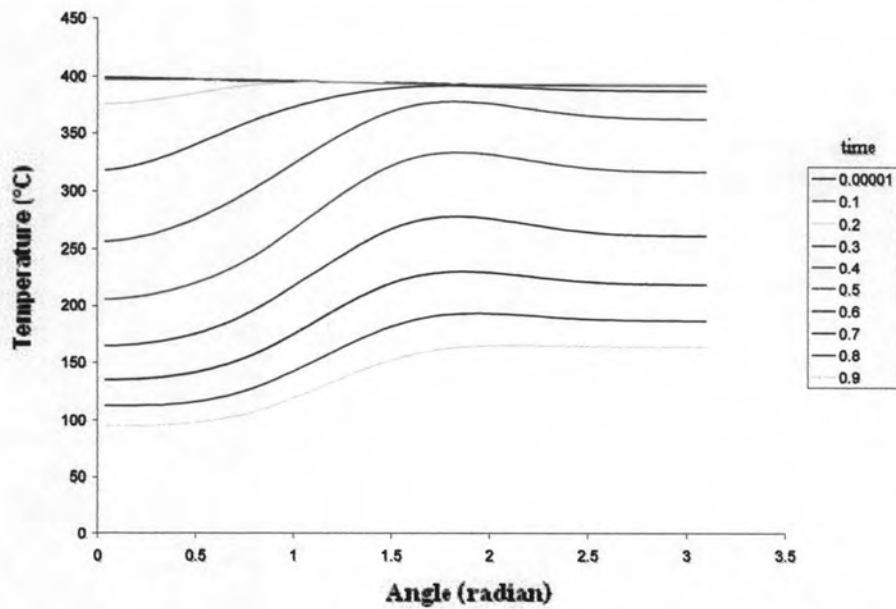
การประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวจากผลการทดลองเมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเท่ากับ 200, 300, 400 และ 500°C จะได้ดังรูปที่ 5.34, 5.35, 5.36 และ 5.37 ตามลำดับ



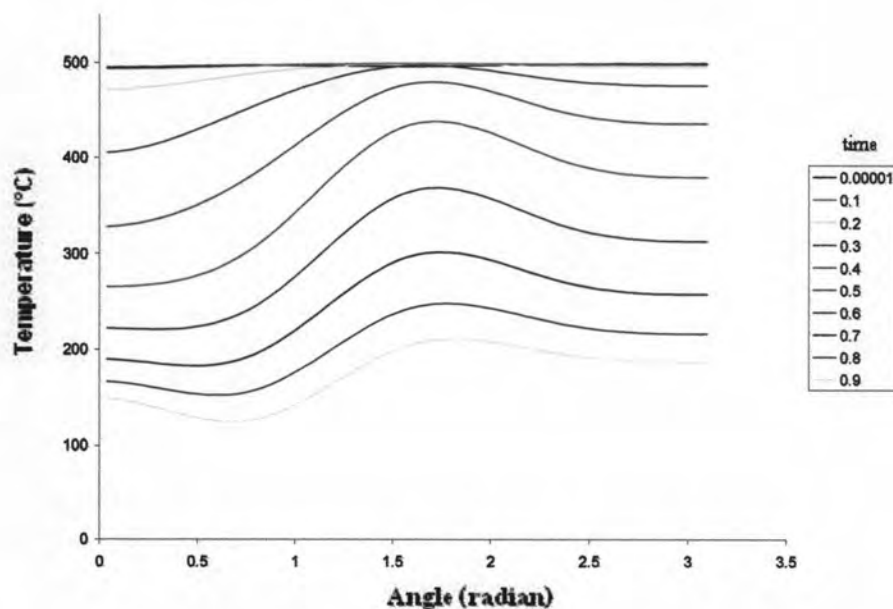
รูปที่ 5.34 อุณหภูมิที่ผิวที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยการประมาณค่าด้วย
ฟังก์ชันแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 200°C



รูปที่ 5.35 อุณหภูมิที่ผิวที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยการประมาณค่าด้วยฟังก์ชันแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 300°C



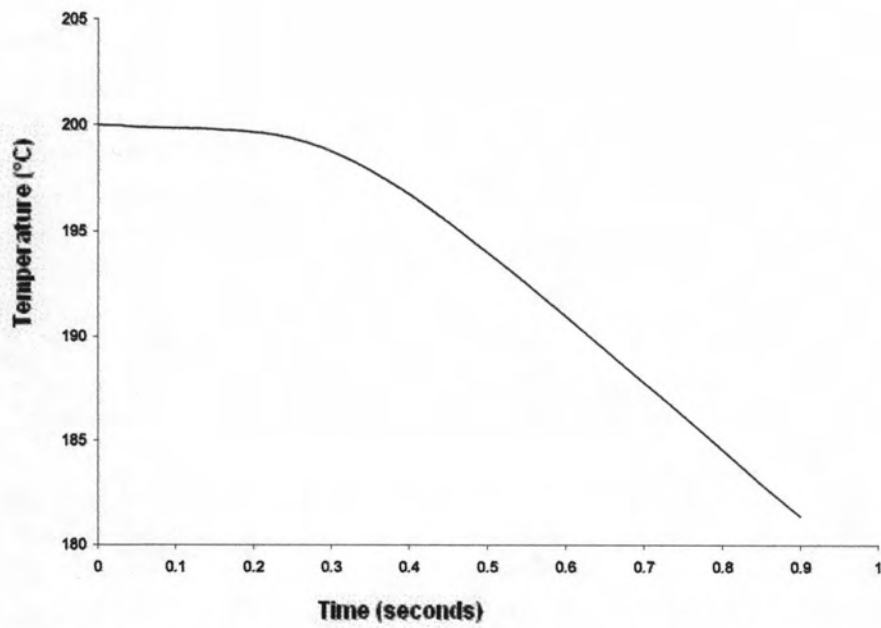
รูปที่ 5.36 อุณหภูมิที่ผิวที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยการประมาณค่าด้วยฟังก์ชันแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 400°C



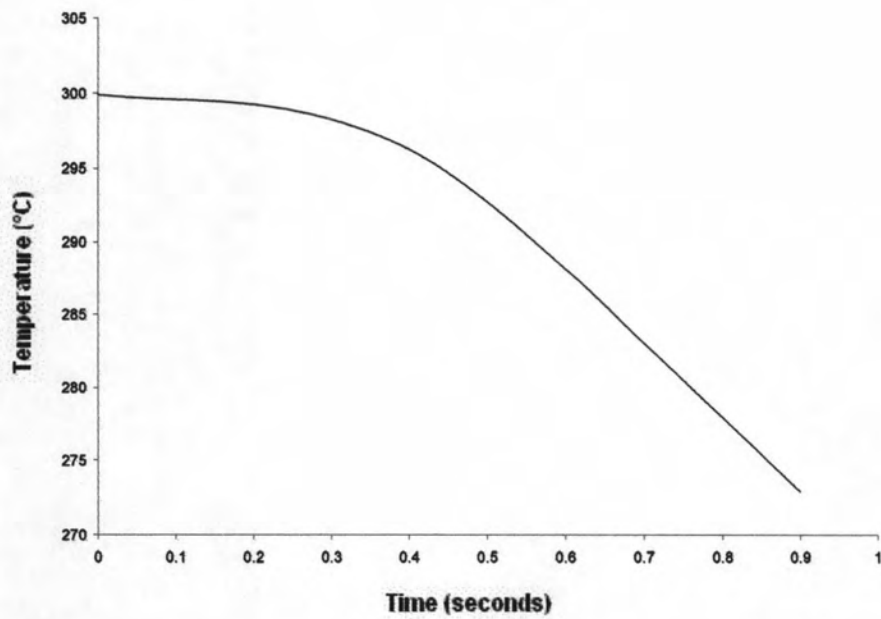
รูปที่ 5.37 อุณหภูมิที่ผิวที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาโดยการประมาณค่าด้วยฟังก์ชันแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 500°C

ผลการคำนวณอุณหภูมิอุณหภูมิภายในทรงกลม

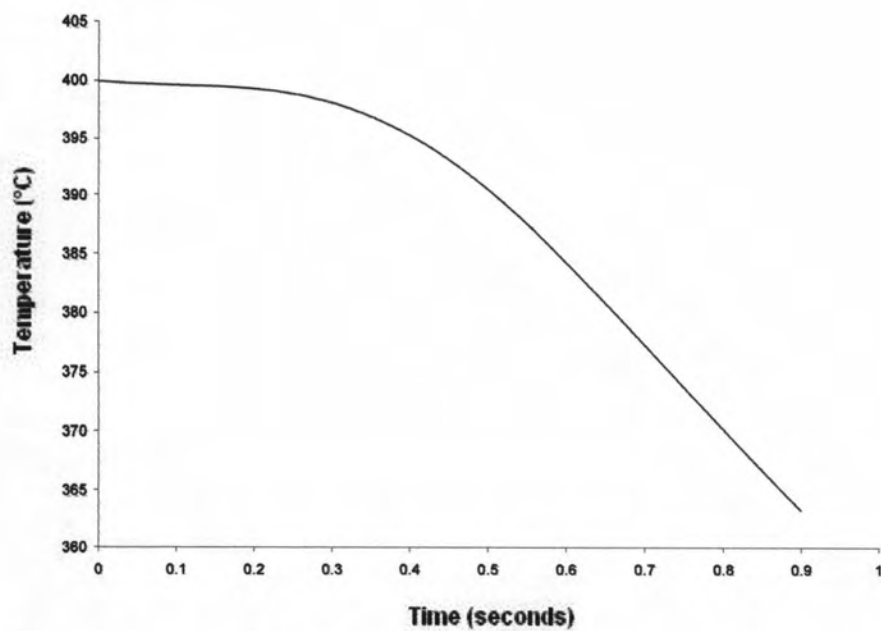
รูปที่ 5.38, 5.39, 5.40 และ 5.41 เป็นผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยเมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ $200, 300, 400$ และ 500°C ตามลำดับจะพบว่ามีลักษณะของกราฟคล้ายกันคือ อุณหภูมิเฉลี่ยในช่วงเวลาแรกมีการลดลงอย่างช้าๆ เนื่องจากในช่วงแรกเป็นการลดอุณหภูมิที่ผิวเท่านั้น จนกระทั่งอุณหภูมิได้ลดลงถึงกึ่งกลางจึงทำให้อุณหภูมิทรงกลมทั้งลูกลดลง ซึ่งทำให้อุณหภูมิเฉลี่ยลดลงอย่างรวดเร็วมากขึ้น



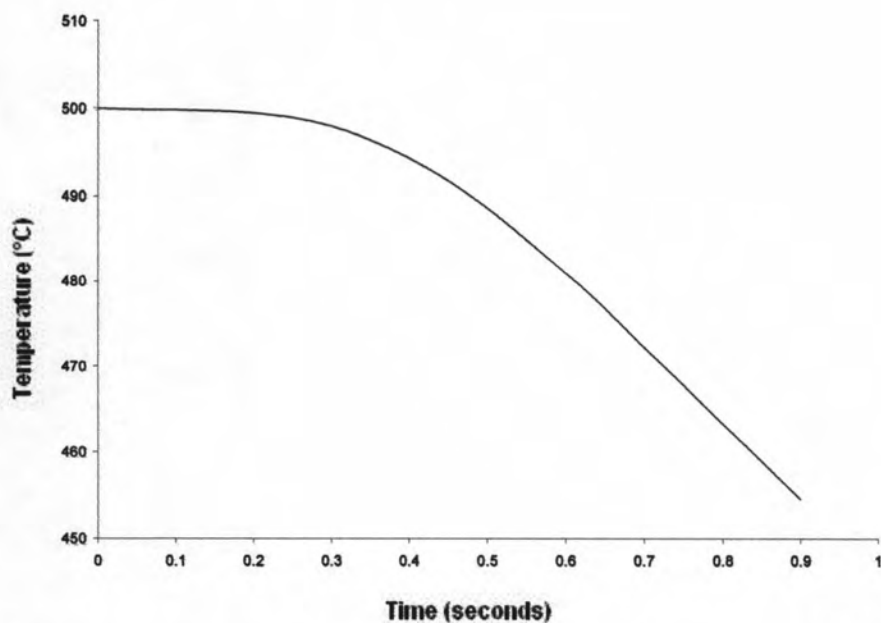
รูปที่ 5.38 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 200°C



รูปที่ 5.39 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 300°C



รูปที่ 5.40 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 400°C

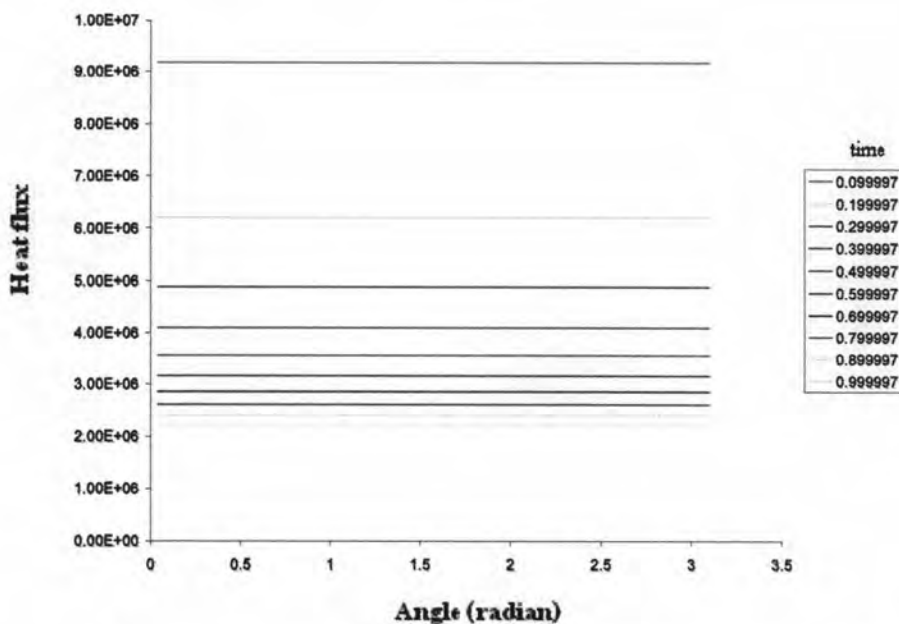


รูปที่ 5.41 ผลการคำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยภายในทรงกลมตามฟังก์ชันของเวลาสำหรับข้อมูลชุดที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 500°C

5.2 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา

5.2.1 การคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนแบบที่ 1

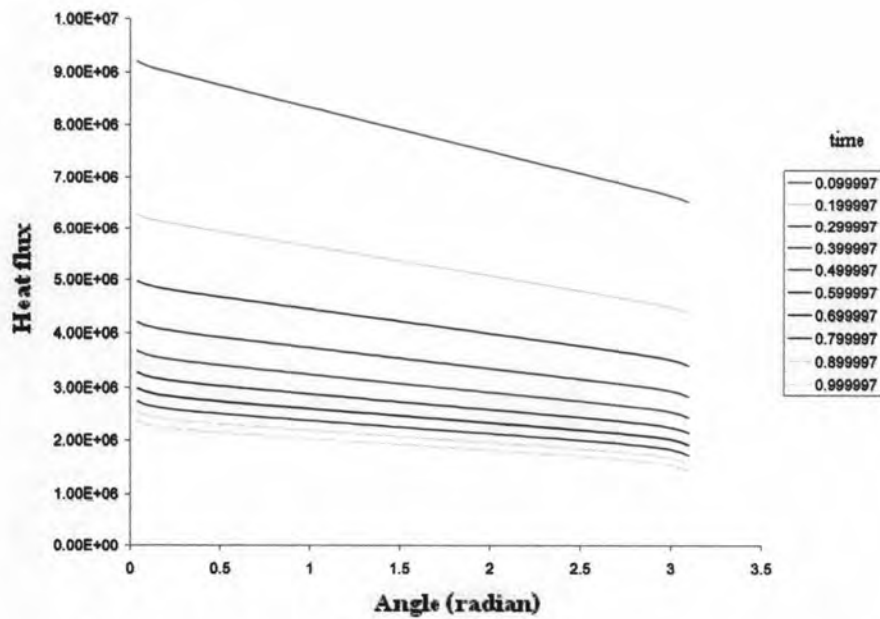
เนื่องจากกำหนดให้อุณหภูมิที่ผิวคงที่และมีอุณหภูมิเท่ากัน จึงทำให้ค่าฟลักซ์ความร้อนมีค่าเท่ากันตลอดผิวทรงกลม และเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นค่าฟลักซ์ความร้อนจะลดลงเนื่องจากอุณหภูมิภายในลดลงแต่อุณหภูมิผิวทรงกลมคงที่ ดังปรากฏในรูปที่ 5.42



รูปที่ 5.42 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 1

5.2.2 การคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนแบบที่ 2

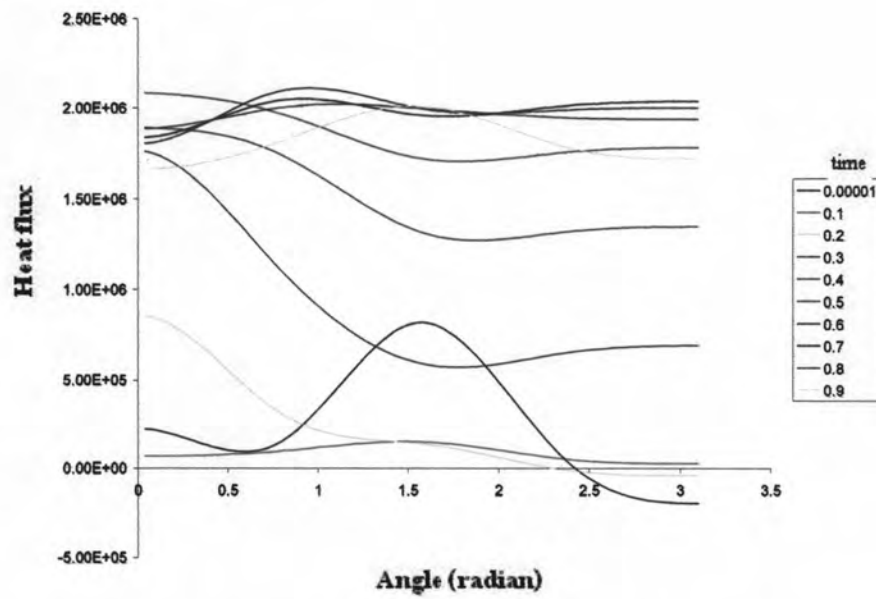
เนื่องจากกำหนดให้อุณหภูมิที่ผิวคงที่และมีอุณหภูมิที่แปรตามค่ามุม จะพบว่าในด้านที่มุมมีค่าต่ำจะมีค่าฟลักซ์ความร้อนสูงเนื่องจากอุณหภูมิที่ผิวมีอุณหภูมิค่าจึงมีการระบายความร้อนออกจากทรงกลมมีค่าสูงกว่า ดังปรากฏในรูปที่ 5.43



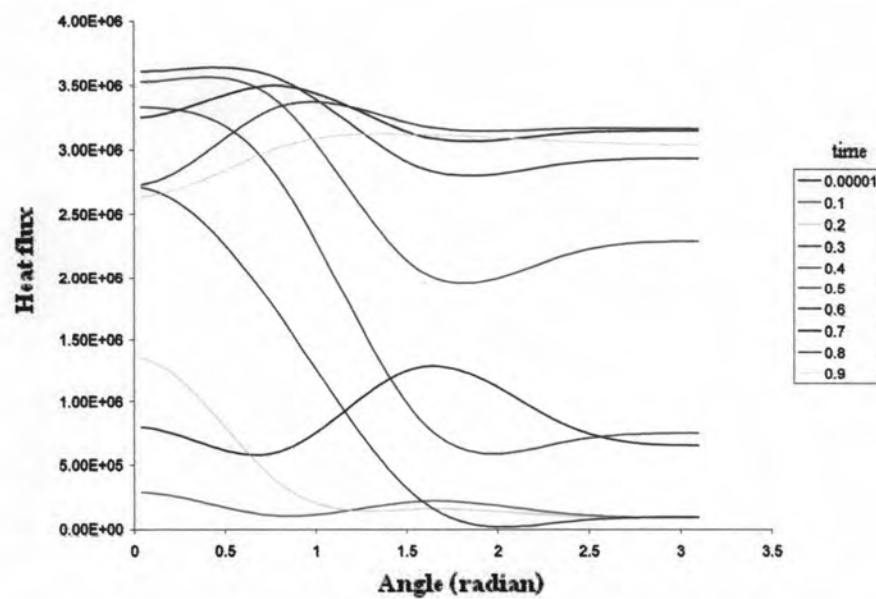
รูปที่ 5.43 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 2

5.2.3 การคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนแบบที่ 3

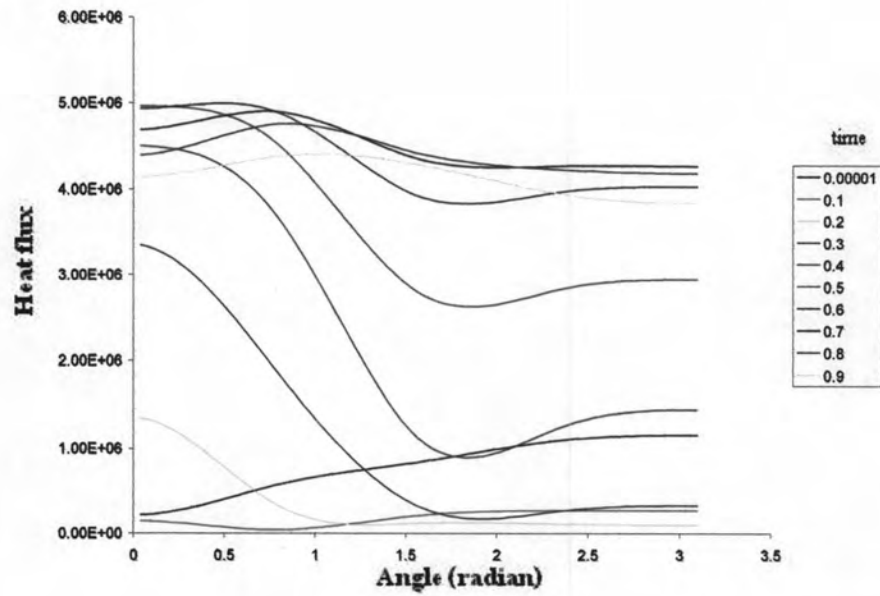
ค่าฟลักซ์ความร้อนที่คำนวณจากอุณหภูมิผิวที่ผิวที่ได้มาจากการทดลอง จะพบว่าเมื่อทรงกลมสัมผัสของเหลวครั้งแรกจะเป็นการถ่ายเทความร้อนจากผิวทรงกลมสู่ของเหลวโดยตรงจึงทำให้มีค่าฟลักซ์ความร้อนสูงในระดับหนึ่ง แต่เมื่อเวลาผ่านไปได้เกิดชั้นฟิล์มของไอน้ำขึ้น ชั้นฟิล์มที่เกิดขึ้นจะทำหน้าที่เป็นฉนวนความร้อน จึงทำให้ค่าฟลักซ์ความร้อนน้อยลง และเมื่อเวลาผ่านไปชั้นฟิล์มจะเกิดการหลุดลอกเนื่องจากความร้อนภายในทรงกลมลดลงและความเร็วของทรงกลมเพิ่มขึ้น จึงทำให้เป็นการถ่ายเทความร้อนจากผิวทรงกลมสู่ของเหลวโดยตรงอีกครั้ง ซึ่งทำค่าฟลักซ์ความร้อนเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากความเร็วของทรงกลมเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง การที่ค่าฟลักซ์ความร้อนทางด้านหน้ามากกว่าทางด้านหลัง เพราะทางด้านหน้าจะปะทะกับของเหลวโดยตรงจึงทำให้อุณหภูมิที่ผิวทางด้านหน้าลดลงเร็วกว่าทางด้านหลัง ดังปรากฏในรูปที่ 5.44, 5.45, 5.46 และ 5.47



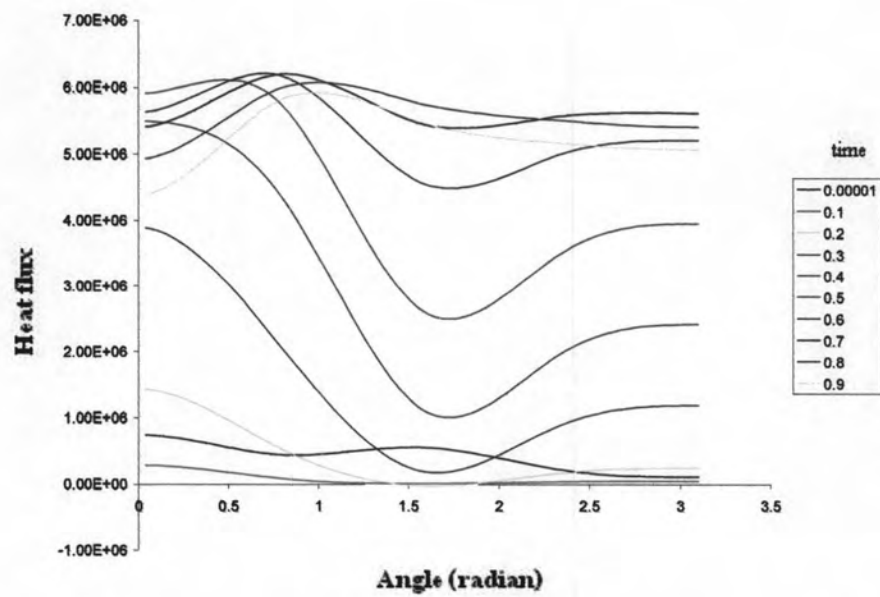
รูปที่ 5.44 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 200°C



รูปที่ 5.45 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 300°C



รูปที่ 5.46 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 400°C



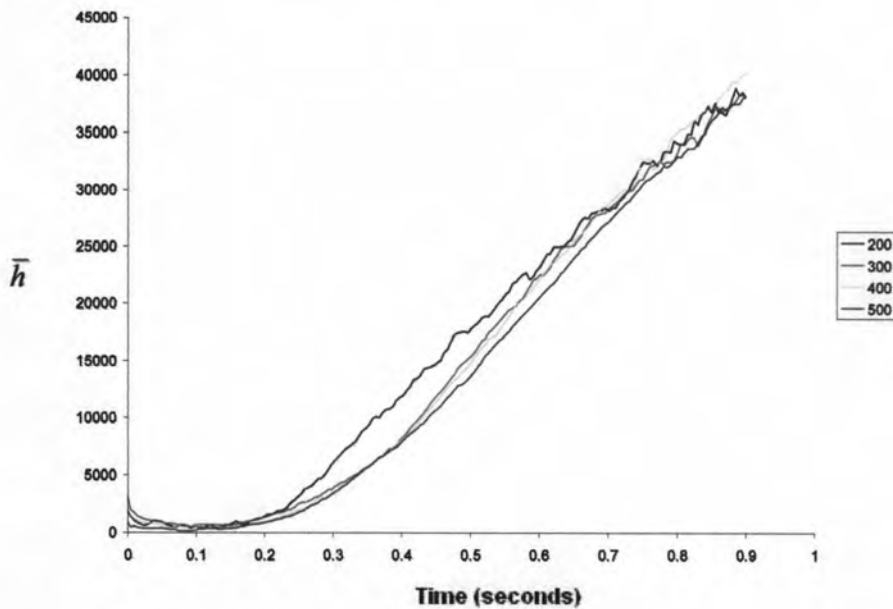
รูปที่ 5.47 ผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่เปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาสำหรับการคำนวณแบบที่ 3 เมื่อใช้อุณหภูมิภายในทรงกลมเริ่มต้นเท่ากับ 500°C

จากผลการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 5.45-5.47 จะสามารถคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนเฉลี่ยที่ผิวของทรงกลม ณ เวลาต่างๆ ได้ เมื่อพิจารณาว่าฟลักซ์ความร้อนดังกล่าวเป็นการถ่ายเทความร้อนจากผิวทรงกลมสู่น้ำทั้งระบบ จะสามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยได้

สมการที่ 5.1 แสดงสูตรคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผิวโดยกระบวนการที่บรรยายข้างต้น

$$\bar{q}_{surface} = \bar{h} \cdot (\bar{T}_{surface} - T_f) \quad (5.1)$$

รูปที่ 5.48 แสดงผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ยจากค่าฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยอาศัยสมการ 5.1



รูปที่ 5.48 ผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ยตามฟังก์ชันของเวลา จากการคำนวณแบบที่ 3