จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางเสาวรัตน์ รามแก้ว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Mrs. Saowarat Ramkaew

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางเสาวรัตน์ รามแก้ว
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

เสาวรัตน์ รามแก้ว: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ.ดร.สมยศ ชิดมงคล, 299 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษา จำนวน 66 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 34 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 32 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลทำโดยใช้ค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่าพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา 2552

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

5183414327: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: GUIDED INQUIRY / MATHEMATICAL CONCEPTS / MATHEMATICS REASONING ABILITIES

SAOWARAT RAMKAEW: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS. THESIS ADVISOR: ASST. PROF. SOMYOT CHIDMONGKOL, Ph.D., 299 pp.

The purposes of this research were :

1. to compare mathematical concepts of eighth grade students between groups being organized mathematics learning activities using guided inquiry and conventional approach; and

2. to compare mathematical reasoning abilities of eighth grade students between groups being organized mathematics learning activities using guided inquiry and conventional approach; and

3. to study learning behaviors of mathematical concepts and reasoning abilities of eighth grade students being organized mathematics learning activities using guided inquiry.

The population of this research were eighth grade students in Suratthani Education service area office 2, Office of The Basic Education Commission, Ministry of Education. The subjects were 66 eighth grade students in academic year 2009 of Phanomsuksa School. They were divided into two groups, one experimental group with 34 students and one controlled group with 32 students. Students in experimental group were taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry and those in control group were taught by organizing mathematics learning activities using conventional approach. The research instruments consisted of the pretest and posttest in mathematical concepts and the pretest and posttest in mathematical reasoning abilities. The experimental materials were lesson plans using guided inquiry and the conventional lesson plans. The data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, and t-test.

The results of the study revealed that:

1. Mathematical concepts of eighth grade students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry were higher than those of students being taught by using conventional approach at .05 level of significance.

2. Mathematical reasoning abilities of grade students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry were higher than those of students being taught by using conventional approach at .05 level of significance.

3. After students being organized mathematics learning activities using guided inquiry, their learning behaviors of mathematical concepts and reasoning abilities were gradually developed. The students could be able to analyze the relations of data, construct the conjectures, conclude, and verify mathematical concepts by themselves.

Department : Curriculum, Instruction, and Educational Technology Student's Signature .....

Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature .....

Academic Year : 2009

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้แนวคิดและคำแนะนำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้วิจัยจนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้มอบทุนอุดหนุนการศึกษาโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ทั้งระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู และปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิตแก่ผู้วิจัย

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์และนักเรียนโรงเรียนบ้านนาสาร โรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา และโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย สุราษฎร์ธานี ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูล ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์สุภักดิ์ มุขดาร์ ผู้อำนวยการโรงเรียนพนมศึกษา คณะครูอาจารย์ โดยเฉพาะอาจารย์มะลิ เกื้อมี และอาจารย์ศุภชัย เรืองเดช ที่คอยดูแลเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล ขอขอบใจนักเรียนชั้น ม.2/1 และ ม.2/2 ประจำปีการศึกษา 2552 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาและเพื่อนๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสมภาษและคุณแม่สอิ้ง พระวิวงค์ คุณพ่อจารึกและคุณแม่กรีมน รามแก้ว คุณปณิธิ รามแก้วและครอบครัวเป็นอย่างสูงที่คอยให้กำลังใจและคอยห่วงใยช่วยเหลือในทุก ๆ เรื่อง ตลอดการทำวิทยานิพนธ์และตลอดมา จนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายอันเกิดขึ้นแต่การวิจัยครั้งนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดามารดา ตลอดจนครูผู้ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่เบื้องต้นจวบจนปัจจุบัน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฎ

สารบัญภาพ..... ฐ

บทที่

1 **บทนำ**..... 1

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 8

3. สมมติฐานการวิจัย..... 9

4. ขอบเขตของการวิจัย..... 11

5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 12

2 **เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**..... 15

1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 16

1.1 ความเป็นมาของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 16

1.2 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 19

1.3 แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 20

1.4 หลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 24

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 25

1.6 ขั้นตอนของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 26

1.7 การใช้คำถามตามแนวการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 29

1.8 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 36

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบและการสืบสอบแบบแนะแนวทาง..... 38

บทที่		หน้า
	2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	48
	2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	48
	2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	52
	2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	55
	2.4 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	59
	2.5 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	62
	2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	68
	2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	69
	3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	75
	3.1 ความเป็นมาของการให้เหตุผล.....	75
	3.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	76
	3.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	79
	3.4 ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	80
	3.5 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	82
	3.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	86
	3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	92
3	**วิธีดำเนินการวิจัย**.....	98
	1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	98
	2. การออกแบบการวิจัย.....	99
	3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างประชากร.....	99
	4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	101
	5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	133
	6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	134
	7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	135
4	**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**.....	138
	4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	139
	4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	141

บทที่		หน้า
5	**สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ**.....	151
	1. สรุปผลการวิจัย.....	154
	2. อภิปรายผล.....	154
	3. ข้อเสนอแนะ.....	165
รายการอ้างอิง.....		191
ภาคผนวก.....		192
ภาคผนวก ก.....		193
	รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	194
	หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ.....	195
	หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	201
ภาคผนวก ข.....		205
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	205
	ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	206
ภาคผนวก ค.....		238
	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	240
	แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	240
	แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน.....	254
	แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน.....	264
	แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน.....	271
ภาคผนวก ง.....		279
	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง	280
	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....	270

บทที่ หน้า

แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 280

แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 281

ภาคผนวก จ 282

แสดงความถี่และร้อยละของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ในแต่ละระดับคะแนนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 283

ภาคผนวก ฉ 284

ตัวอย่างผลงานของนักเรียน 285

ภาคผนวก ช 296

ตัวอย่างภาพกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน..... 297

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 299

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงรูปแบบการวิจัย ……..	99
2	แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบเรื่อง เส้นขนาน ……..	104
3	แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม…….	109
4	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ……...	139
5	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ.....	140
6	แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน……..……..……..……...	241
7	แสดงการวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ……..…….	242
8	แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700…..……	250
9	วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน……..……...	255
10	แสดงการวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน …….	256

ตารางที่ หน้า

11 แสดงการค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700 260

12 แสดงการวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 265

13 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700 266

14 แสดงการวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน..... 272

15 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700 273

16 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง..... 280

17 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 280

18 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 280

19 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 281

20 แสดงความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ในแต่ละระดับคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 283

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์	61
2	แสดงขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	66
3	แสดงลำดับขั้นของการคิด.....	77
4	แสดงบทบาทของครูที่ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผล	91
5	แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง “เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” ตอนที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง	145
6	แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง “เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” ตอนที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง	146
7	แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง	147
8	แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง	148
9	แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม	149
10	แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม	150
11	แสดงผลการบันทึกข้อมูลลงในตารางบันทึกข้อมูลของการทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “บทนิยามของเส้นขนาน” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง.....	285
12	แสดงผลการบันทึกข้อมูลลงในตารางบันทึกข้อมูลของการทำกิจกรรมที่ 6 เรื่อง “เส้นขนานและมุมแย้ง” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง	287
13	แสดงตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง	288
14	แสดงตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม	289

ภาพที่ หน้า

15 แสดงตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผล ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและมีการอธิบายเหตุผลที่สมเหตุสมผลในการสนับสนุนคำตอบที่ได้ 290
16 แสดงตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผล ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม 291
17 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 292
18 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 293
19 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 294
20 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ของนักเรียนกลุ่มควบคุม 295
21 แสดงตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 297
22 แสดงตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 298

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นรากฐานสำคัญในการพัฒนามนุษย์ให้มีความสามารถในการสร้างสรรค์ความเจริญก้าวหน้าและแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ในสังคม เนื่องจากการศึกษาเป็นกระบวนการที่ช่วยให้มนุษย์ได้พัฒนาตนเองด้านต่าง ๆ ตลอดชีวิต รวมทั้งช่วยให้ปรับตัวเข้ากับสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ดังนั้นระดับการศึกษาและคุณภาพการศึกษาของพลเมืองในประเทศถือเป็นสิ่งสำคัญที่จะชี้นำการพัฒนาสังคม เศรษฐกิจ และการเมืองในอนาคต ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีการสร้างแผนการศึกษาแห่งชาติขึ้น โดยกำหนดจุดประสงค์หลักของแผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2545-2559) เพื่อมุ่งเน้นพัฒนาคนให้เป็นคนดี คนเก่ง และมีความสุขทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ คุณธรรม จริยธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 6) หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า การพัฒนามนุษย์ให้พร้อมที่จะใช้ชีวิตอยู่ในสังคมในอนาคตได้ ต้องพัฒนาให้เป็นผู้ที่มีคุณภาพ มีความรู้ทักษะและความสามารถต่าง ๆ รวมทั้งสามารถนำความรู้และทักษะต่าง ๆ นั้นไปประยุกต์ ใช้ในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล อีกทั้งสามารถทำงานและแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาการคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และทำให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จึงได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่สถานศึกษาต้องให้ความสำคัญและใช้เป็นหลักในการจัดการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชา

คณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานของการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545: 2)

ถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ แต่ในปัจจุบันยังพบว่าภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรและควรได้รับการปรับปรุง ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการประเมินทั้งในประเทศและต่างประเทศ เช่น รายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2549 และ 2550 โดยสำนักทดสอบทางการศึกษา พบว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 31.15 และ 34.73 ตามลำดับ (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2549, 2550: ออนไลน์) ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 สอดคล้องกับผลการวิจัยโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติปี 2550 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007: TIMSS-2007) ซึ่งดำเนินการภายใต้สมาคมการประเมินผลนานาชาติ (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA) ได้จัดการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มี 59 ประเทศ 8 รัฐ เข้าร่วมประเมินทุก 4 ปี พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ และนักเรียนไทยโดยส่วนใหญ่ทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ยกเหตุผลประกอบหรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550: 15) นอกจากนี้จากการที่องค์กรความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) ได้จัดทำโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) โดยสำรวจความรู้และทักษะของนักเรียนอายุ 15 ปี ในประเทศสมาชิกขององค์กรทุก ๆ 3 ปีนั้น ผลการประเมินในปี 2006 พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนนานาชาติ อีกทั้งนักเรียนประมาณร้อยละ 50 หรือมากกว่ามีความรู้และทักษะไม่ถึงระดับพื้นฐาน และยังพบว่าคะแนนเฉลี่ยลดลงอย่างต่อเนื่องจากผลการประเมินเมื่อปี 2000 และปี 2003 (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจนีย์, 2550: 28-29)

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงนั้น อาจมีสาเหตุหลักดังนี้ ประการแรกคือ ลักษณะธรรมชาติและเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะ

เป็นนามธรรมซึ่งเข้าใจได้ยาก นักเรียนจึงเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก (อัมพร ม้าคนอง, 2547ง: 1) อีกทั้งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะเป็นนามธรรม ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจผิดในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ง่าย (สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ, 2549: 33-36) ประการที่สองคือ สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องโดยครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งที่นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด เพราะครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่รู้จักสังเกต สำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง การดำเนินการหาคำตอบมักมุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546: 54-58)

แนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำดังที่กล่าวมาข้างต้น คือ การพัฒนา*มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์*ให้แก่นักเรียน เนื่องจากความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62) โดยครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายให้ได้แนวการคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พยายามใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด โดยครูควรใช้คำถามอย่างต่อเนื่องในการช่วยให้นักเรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้องและสามารถจะพัฒนาเป็นความเข้าใจได้ ซึ่งคำถามที่ครูใช้ควรเป็นคำถามให้คิดเพื่อให้อธิบายและแสดงเหตุผลมากกว่าจะเป็นคำถามให้ตอบสั้น ๆ อีกทั้งครูต้องให้เวลานักเรียนในการคิด ไตร่ตรอง วิเคราะห์ ทดลองสิ่งที่ตนคิด และสร้างแนวคิดใหม่ สิ่งสำคัญในกระบวนการพัฒนามโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาในวิถีทางที่ตนเข้าใจ ครูต้องยินดีที่จะเผชิญกับกลวิธีหรือเทคนิคที่แตกต่างจากที่คาดหวัง คำอธิบายและเหตุผลที่นักเรียนใช้มีความสำคัญไม่น้อยกว่าคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้อง และที่สำคัญควรฝึกให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด และวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของตนและผู้อื่นโดยใช้เหตุผลเป็นที่ตั้ง (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 11, 2547ข: 124-125, 2547ค: 38-39, 2547ง: 6-7)

จากแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น เห็นได้ว่าในขั้นตอนของการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะมีการพัฒนา*ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์* ควบคู่กันไป เพราะในการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลเพื่อช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ นอกจากนี้การให้เหตุผลยังเป็นเครื่องมือในการเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญพื้นฐานในการทำงานที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อันเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็นนามธรรม อีกทั้งการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง (NCTM, 1991: 1, 1999, 2000: 56) นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะจะส่งผลให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า การเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต การเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่มีความเป็นเหตุเป็นผลจะส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตัวเอง (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, 2547: 1-2) ความสามารถในการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถให้นอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ หรือขั้นตอน วิธีการสอนที่เน้นการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความหมายและสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ ได้อีกด้วย (Baroody, 1993: 2-59) นอกจากนี้การเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และการแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือการประกอบอาชีพจะไม่มีใครคอยบอกว่าสิ่งใดถูกหรือผิด นักเรียนต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตัวเองโดยใช้เหตุและผล ดังนั้นการส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลจึงเป็นสิ่งที่ครูควรให้ความสำคัญ (วิษณุ นภาพันธ์, 2551: 2-3)

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง และเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการพัฒนาและฝึกฝนเป็นอย่างมาก เพราะถ้านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจอย่างถ่องแท้แล้ว นักเรียนจะสามารถขยายองค์ความรู้และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับทุกเนื้อหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งเป็นเครื่องมือสำคัญในการสะท้อนความคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมา นำไปสู่การยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษารูปแบบการสอนที่ช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว

รูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ผ่านกระบวนการสืบสอบอย่างเป็นระบบ โดยใช้ความรู้ประสบการณ์เดิม และการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ และนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งรูปแบบการสอนนี้ต้องการพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนมากกว่าให้นักเรียนจดจำความรู้ในเนื้อหา ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง จากเหตุผลดังกล่าวทำให้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบได้รับความสนใจจากนักการศึกษาอย่างกว้างขวางและมีการนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในสาขาวิชาต่าง ๆ อย่างแพร่หลาย (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 147)

สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีลักษณะธรรมชาติและเนื้อหาวิชาเป็นนามธรรมซึ่งเข้าใจได้ยาก การที่จะให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองโดยปราศจากการแนะแนวทางจากครูเป็นไปได้ยาก หรืออาจจะต้องใช้เวลามาก ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากครูมีการแนะแนวทางให้แก่นักเรียนจะช่วยในกระบวนการคิดหาคำตอบของนักเรียนให้ง่ายขึ้น ทั้งนี้ครูต้องไม่บอกความรู้ให้กับนักเรียนโดยตรง แต่จะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตลอดเวลา ในขณะเดียวกันก็ช่วยฝึกให้นักเรียนใช้คำถามเพื่อแสวงหาคำตอบ อีกทั้งจากคำกล่าวของเกียลามาสและคณะ (Gialamas and others, 2000: 30-40) ซึ่งได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทางจะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ ช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นรูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจึงเป็นรูปแบบการสอนที่น่าจะเหมาะสมกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย

การสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided Inquiry) เป็นรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นโดยลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 76-77, 141) ซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) ประกอบกับการแนะแนวทางโดยใช้คำถามนำของครู เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นในการสร้างความรู้ดังกล่าว นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ

ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางตามรูปแบบของลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมแบ่งเป็น 6 ขั้น คือ ขั้นเผชิญปัญหา (Discrepant Event and Confronting the Problem) ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล (Questioning and Data Gathering) ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ (Experimenting and Generating Hypotheses) ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล (Closure and Formulating a Hypothesis) ขั้นวิเคราะห์ (Analysis) และขั้นขยายความคิด (Extension)

จากการศึกษางานวิจัยของเกียลามาสและคณะ (Gialamas and others, 2000: 30-40) ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 เรื่องอัตราส่วนทองและรูปสี่เหลี่ยมทอง พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้และช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า นำไปสู่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบของการสืบสอบแบบแนะแนวทางมีหลักการพื้นฐานสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในแนวทางเดียวกัน เช่น การวิจัยของสตาเพิลส์ (Staples, 2007: 161-217) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

อีกทั้งจากการศึกษางานวิจัยของกู๊ส (Goos, 2004: 258-291) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี สอดคล้องกับงานวิจัยของบราวน์ วิลสัน และฟิทซาลเลน (Brown,

Wilson, and Fitzallen, 2007: 1-12) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบจำนวน 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูช่วยส่งเสริมในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่นเดียวกับงานวิจัยของโสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบ 5E กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบ ดังนี้ ไบเบน (Biben, 1980 cited in Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 141) ได้กล่าวว่า “รูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) เป็นรูปแบบการสอนที่ช่วยพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ” อีกทั้งมอลลอย (Malloy, 1999: 13-21) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ครูใช้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) ในการส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลเพื่อตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา สามารถเชื่อมโยงเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง และการที่นักเรียนได้อธิบายความคิดหรือชี้แจงเหตุผลในการตั้งสมมติฐานและคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล พร้อมทั้งหาข้อมูลมายืนยันเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องนั้นเป็นการคิดในลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ที่สอดคล้องกับกระบวนการให้เหตุผลและการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000: 56) และที่สำคัญเทคนิคการสอนแบบสืบสอบยังสามารถปรับเพื่อใช้สอนได้กับนักเรียนในหลายระดับชั้น (Ornstein and Lasley, 2000: 27)

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางน่าจะช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้ ผู้วิจัยจึงสนใจนำรูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมาปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องเส้นขนาน สำหรับ

เนื้อหาที่ผู้วิจัยเลือกเรื่องเส้นขนาน เนื่องจากนักเรขาคณิตได้ให้ความสำคัญกับเรื่องเส้นขนานเป็นอย่างยิ่ง เพราะว่าในชีวิตประจำวันมนุษย์ได้นำความรู้เรื่องเส้นขนานมาใช้อย่างหลากหลาย ดังนั้นมนุษย์ควรมีมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานอย่างถูกต้อง เพื่อนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตประจำวันและเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาเรขาคณิตระดับสูงต่อไป (Back and Cromie, 1972: 1-20) และจากการศึกษางานวิจัยของณัฐไฉไล พริ้งมาดี (2544: 55) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานอยู่ในระดับต่ำ คือ ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 54 เมื่อพิจารณาจากมโนทัศน์ 4 มโนทัศน์ พบว่ามีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ 3 มโนทัศน์ คือ บทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2546) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521-2546 พบว่า นักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องเส้นขนาน และเนื่องจากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) ได้ระบุไว้ว่า ความเข้าใจในการใช้เหตุผลของมนุษย์จะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนตั้งแต่อายุ 12 ปีขึ้นไป และพัฒนาอย่างสมบูรณ์เมื่ออายุประมาณ 15 ปี (Piaget and Inhelder, 1969) กล่าวคือ สามารถคิดแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมได้ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 14-15 ปี ถือว่าเป็นวัยที่กำลังมีพัฒนาการทางสติปัญญาที่สมบูรณ์สมควรได้รับการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เพิ่มขึ้นได้อย่างเต็มที่ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยจะเกิดประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียนทั้งทางด้านเนื้อหาสาระตามรายวิชาและความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปพร้อม ๆ กัน อันจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาการคิดให้แก่นักเรียนในระดับที่สูงขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

เกียลามาสและคณะ (Gialamas and others, 2000: 30-40) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 เรื่องอัตราส่วนทองและรูปสี่เหลี่ยมทอง พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ อีกทั้งยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า ซึ่งนำไปสู่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สตาเพิลส์ (Staples, 2007: 161-217) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนของนักเรียนจำนวน 20 คน เป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของนักเรียน การสัมภาษณ์ครูผู้สอนและนักเรียน และอัดวิดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

อร่าม วัฒนะ (2536) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 67 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 33 คน กลุ่มควบคุม 34 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบสอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

กู๊ส (Goos, 2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย เป็นระยะเวลามากกว่า 2 ปี โดยวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสังเกต การสัมภาษณ์นักเรียนและครูผู้สอน การวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวิดีโอเทป พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

บราวน์ วิลสัน และฟิทซาลเลน (Brown, Wilson, and Fitzallen, 2007: 1-12) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบจำนวน 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และกลุ่มควบคุม 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบ 5E กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38

คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และ 2/2 ที่ศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน ปีการศึกษา 2552

4. ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางใช้เวลารวม 18 คาบ โดยสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ จำนวน 6 สัปดาห์

5. ตัวแปรที่ศึกษา

5.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

5.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

5.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

5.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในที่นี้จะพิจารณา 2 ด้าน ดังนี้คือ

5.2.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย

5.2.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง** หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นฐานในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นและใช้คำถามแนะแนวทาง ซึ่งลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 141-173) ได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา (Discrepant Event and Confronting the Problem) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ในทันทีและสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง เพื่อให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบหรือแนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล (Questioning and Data Gathering) ในขั้นนี้ครูให้นักเรียนสังเกตและรวบรวมข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาในขั้นที่ แล้วให้นักเรียนตั้งคำถามในรูปแบบที่มีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น ซึ่งใช้แนวคิดของกระบวนการอุปนัยในการสร้างความรู้ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสืบสอบไปถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเองมากที่สุด

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ (Experimenting and Generating Hypotheses) ขั้นนี้เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนได้*สังเคราะห์ข้อมูล*ที่รวบรวมได้จากขั้นที่ 2 และนำมา*สร้างข้อความคาดการณ์*ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้

ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล (Closure and Formulating a Hypothesis) ขั้นนี้ครูให้นักเรียนร่วมกัน*พิจารณาและคัดเลือก*ข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นที่ 3 ให้เหลือเพียง 1 ข้อความคาดการณ์ซึ่งน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด โดยให้นักเรียนอธิบายความรู้หรืออภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเพื่อให้ได้ข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้อง ขั้นนี้จึงเปรียบเสมือนเป็นขั้นสังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์ (Analysis) ในขั้นนี้ครูให้นักเรียนร่วมกันประเมินข้อมูลที่ใช้ในการสนับสนุนข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกและยอมรับจากทุกคนในห้องว่าสมเหตุสมผล โดยครูต้องเน้นย้ำให้นักเรียนได้ตระหนักว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกเป็นข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วมาสรุปว่าทั้งหมดเป็นไปตามสิ่งที่สังเกต ซึ่งข้อสรุปที่ได้อาจเป็นจริงทุกกรณีหรือไม่ก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการพิสูจน์ ตรวจสอบหรือหาข้อมูล/หลักฐาน มายืนยันข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนคิดว่าถูกต้อง

ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด (Extension) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ หรือตั้งประเด็นคำถามใหม่ (เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่) แล้วให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 5 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา ทั้งนี้เพื่อครูจะได้ตรวจสอบว่านักเรียนแต่ละคนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องหรือไม่

2. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์จากการเรียนคณิตศาสตร์ โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และสมบัติต่างๆ

ในงานวิจัยนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. **ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล โดยพิจารณาการให้เหตุผลใน 2 ด้าน คือ

3.1 **การให้เหตุผลแบบอุปนัย** หมายถึง ความสามารถในการคิดหาข้อสรุปที่ได้จากการสังเกตข้อเท็จจริงย่อย ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วพยายามหากฎหรือหลักการทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยนั้นเข้าด้วยกัน

3.2 **การให้เหตุผลแบบนิรนัย** หมายถึง ความสามารถในการคิดหาข้อสรุปจากประโยคอ้างที่ยอมรับทั่วไป แล้วพิจารณาความสัมพันธ์ของประโยคอ้างอีกประโยคหนึ่ง โดยอาศัยเหตุผลจากส่วนใหญ่ไปสู่ส่วนย่อย เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ในงานวิจัยนี้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึง การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

5. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนที่ศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสุราษฎร์ธานี

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.1 ความเป็นมาของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.2 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.3 แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.4 หลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.6 ขั้นตอนของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.7 การใช้คำถามตามแนวการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.8 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    - 1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบและการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.4 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.5 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความเป็นมาของการให้เหตุผล
    3.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.4 ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.5 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

คำว่า Guided Inquiry ที่เกี่ยวข้องกับการสอนและการเรียนรู้ นักการศึกษาไทยใช้ชื่อต่าง ๆ กันไป เช่น “การสืบสอบแบบแนะแนวทาง การสืบสอบแบบมีการแนะนำ การสืบสวนสอบสวนแบบมีการแนะแนวทาง การสืบเสาะหาความรู้แบบมีการแนะแนวทาง การสืบสอบเชิงชี้แนะ” สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า “การสืบสอบแบบแนะแนวทาง” ประกอบด้วยรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 ความเป็นมาของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมลักษณะหนึ่งของการสืบสอบ ผู้วิจัยจึงขอกล่าวถึงความเป็นมาของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางดังนี้

การสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางได้รับการพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Model) ของซัซแมน (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 76-77, 141) ดังนั้นจึงขอกล่าวถึงรูปแบบการสอนแบบสืบสอบก่อน ดังนี้

การสอนแบบสืบสอบ เริ่มครั้งแรกที่รัฐอิลลินอยส์ในปี ค.ศ. 1957 อันเป็นระยะที่อเมริกากำลังตื่นตัว เพราะพบว่ารัสเซียมีความก้าวหน้าถึงขั้นส่งจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงได้มีการปรับปรุงวิชาการด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์อย่างกว้างขวาง ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการศึกษาและวิทยาศาสตร์ได้ร่วมประชุมปรึกษาเพื่อจะพัฒนาการศึกษาให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น จึงพบว่า เนื่องจากความรู้ทางด้านวิชาการต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ จนนักเรียนไม่สามารถรับรู้ได้ทั้งหมดและถ้าเรียนรู้ตามความรู้ที่มีอยู่นั้นจะทำให้นักเรียนค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ช้า ดังนั้นจึง

จำเป็นต้องปรับปรุงการสอนเพื่อให้นักเรียนรู้จักคิด และนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ (วีรยุทธ วิเชียรโชติ, 2521: 54)

จากแนวคิดในการปรับปรุงคุณภาพของการศึกษาดังกล่าวส่งผลให้ ริชาร์ด ซัชแมน (Richard Suchman) จัดตั้งโครงการวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบสืบสอบขึ้นที่มหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1961 โดยเริ่มใช้สอนกับวิชาวิทยาศาสตร์ด้วยวิธีให้นักเรียนตั้งคำถาม เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการและกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง กระบวนการสอนแบบสืบสอบของซัชแมนแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้ (Suchman, 1962 อ้างถึงใน วีรยุทธ วิเชียรโชติ, 2521: 43 - 45)

ขั้นที่ 1 ตั้งปัญหา ในขั้นนี้ครูสร้างสถานการณ์ขึ้นมา เพื่อให้นักเรียนเกิดช่องว่างระหว่างโครงสร้างการรับรู้และความคิดเห็นกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ทำให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะสืบสอบต่อไป

ขั้นที่ 2 ซักถาม ในขั้นนี้นักเรียนจะตั้งคำถามเพื่อซักถามครู โดยครูจะตอบคำถามในรูปของคำตอบว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” เท่านั้น การกำหนดให้ถามและตอบแบบนี้เพื่อให้การเรียนรู้ด้วยการสืบสอบของนักเรียนเกิดขึ้นด้วยตนเองมากที่สุด นักเรียนจะถูกกระตุ้นให้รวบรวมข้อมูลในการซักถาม ซึ่งเป็นการให้นักเรียนใช้เหตุผลจากความคิดของตนเอง และนักเรียนจะทำการทดสอบสมมติฐานโดยการทดลอง ในระยะแรกครูไม่จำเป็นต้องจัดวัสดุมาให้นักเรียนทำการทดลองเพิ่มเติมเพราะถ้าให้นักเรียนทำการทดลองซ้ำ ๆ กันแล้ว จะทำให้นักเรียนไม่จำเป็นต้องคิด ในขั้นนี้ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนได้กำหนดตัวแปรอิสระต่าง ๆ และทำนายผลตัวแปรตามด้วยตนเอง โดยต้องการให้นักเรียนพูดออกมาให้มาก ๆ ครูจะได้ทราบว่านักเรียนคิดอย่างไร และได้ทราบกระบวนการคิดของนักเรียน ครูคอยกระตุ้นหรือช่วยในบางโอกาส เพื่อไม่ให้ออกนอกเรื่องที่เรียนอยู่

ขั้นที่ 3 วิจารณ์กระบวนการสืบสอบ ในขั้นนี้ครูจะช่วยวิจารณ์ว่านักเรียนควรปรับปรุงการถามอย่างไร บางครั้งอาจเปิดเทปที่บันทึกไว้ตอนซักถามให้ฟังสิ่งที่ถามมาแล้ว ว่าตอนใดเหมาะสมหรือไม่ประการใด และควรปรับปรุงแก้ไขอย่างไร

จากแนวคิดกระบวนการสืบสอบของซัชแมนนี้ ได้รับความสนใจจากนักการศึกษาอย่างกว้างขวาง โดยนำไปปรับปรุงใช้ในการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ นอกเหนือจากวิชาวิทยาศาสตร์ และได้มีการพัฒนา ปรับปรุงนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบัน โดยมีแนวคิดและหลักการพื้นฐานมาจากการสืบสอบของซัชแมน (Suchman, 1962: 1) ซึ่งได้ศึกษาทดลองและจัดตั้ง

โครงการสอนแบบสืบสอบขึ้นและได้ให้แนวคิดและหลักการของการจัดกระบวนการสืบสอบโดยสรุปได้ว่า การจัดกระบวนการสืบสอบ ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการค้นคว้าและสืบสอบหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งกระบวนการแบบนี้จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ได้มากกว่าการที่ครูเป็นผู้บอกทั้งหมด นักเรียนมีอิสระในการหาความรู้ได้อย่างเหมาะสมตามความสามารถก่อให้เกิดแรงจูงใจในการค้นคว้าหาความรู้ได้เป็นอย่างดี เพราะนักเรียนจะเกิดความสนุกสนานจากการร่วมกิจกรรมได้อย่างอิสระ อีกทั้งความรู้ที่ได้จากการสืบสอบจะมีคุณค่า มีความหมายสำหรับนักเรียนมากกว่าความรู้ที่ได้จากคนอื่นบอกให้จำ เพราะว่านักเรียนเป็นผู้ค้นพบความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ความรู้ที่เกิดขึ้นด้วยวิธีนี้จะฝังแน่นและเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนไปได้นาน

ต่อมาลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 76-77, 141) ได้เสนอแนะข้อคิดเห็นเกี่ยวกับการสอนแบบสืบสอบของซัซแมน โดยสรุปได้ว่า เนื่องจากในระยะเริ่มต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบนักเรียนต้องใช้ความคิดในการตั้งคำถามเพื่อใช้ในการค้นคว้าหาข้อมูล ซึ่งนักเรียนยังไม่คุ้นเคย ทำให้การสอนแบบสืบสอบไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ จึงได้นำเสนอรูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided Inquiry) ซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบของซัซแมนประกอบกับการแนะแนวทางโดยใช้คำถามนำของครู เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นในการสร้างความรู้ดังกล่าว นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง ซึ่งกระบวนการจัดกิจกรรมการสืบสอบแบบแนะแนวทางตามรูปแบบของลาสเลย์ แมทซีนสกีและโรเลย์ เป็นรูปแบบการสอนแบบอุปนัยรูปแบบหนึ่ง เนื่องจากนักเรียนจะต้องเป็นผู้ตั้งคำถามในรูปแบบที่ครูจะสามารถตอบได้ว่าใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนค่อย ๆ จำแนกลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ออกจากลักษณะที่ไม่สำคัญได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 146) ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอรายละเอียดของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1.2 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

สำหรับความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 76-77, 141) ได้ให้ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นฐานในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นและใช้คำถามแนะแนวทาง

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 2) ได้กล่าวถึงการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เป็นวิธีการสอนที่พัฒนาความสามารถของนักเรียนผ่านกระบวนการสืบสอบโดยการแนะแนวทางจากครูหรือผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาในแต่ละขั้นของการสืบสอบ ซึ่งกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางจะช่วยพัฒนาความสามารถในการวิจัยและความรู้ในเนื้อหาวิชา ในขณะเดียวกันก็ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ทำความเข้าใจการอ่าน, พัฒนาการใช้ภาษา, ความสามารถในการเขียน การเรียนรู้แบบร่วมมือ และทักษะทางสังคม ซึ่งทั้งหมดเป็นสิ่งจำเป็นที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนรู้ตลอดชีวิต

ฟิทซ์เจอราล์ด (Fitzgerald, 2008: 1-2) ได้ให้ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง โดยสรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เป็นวิธีการสอนที่ครูมีการวางแผนอย่างละเอียดรอบคอบ มีการดูแลเอาใจใส่นักเรียนอย่างใกล้ชิด ซึ่งครูเป็นผู้ทำการสอนโดยแนะแนวทางให้แก่นักเรียนผ่านเนื้อหาในหลักสูตร ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของกระบวนการสืบสอบซึ่งจะนำไปสู่ความรู้และความเข้าใจเชิงลึกของเนื้อหา และจะค่อย ๆ พัฒนานักเรียนไปสู่การเรียนรู้อย่างอิสระ สิ่งสำคัญของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง คือ การช่วยเหลือนักเรียนในกระบวนการของการค้นคว้าที่จะนำไปสู่ข้อค้นพบ

จากความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทาง หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นฐานในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นและใช้คำถามแนะแนวทาง

1.3 แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) ได้เสนอข้อคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง โดยสรุปได้ว่า การเรียนรู้แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ถือเป็นสิ่งจำเป็นในการกำหนดหลักการและขั้นตอนวิธีการสอนของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางตามแนวคิดของคูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) มีดังนี้

1.3.1 แนวคิดทฤษฎีของจอห์น ดิวอี้

จอห์น ดิวอี้ (John Dewey, 1915: 158 cited in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) นักปรัชญาและนักจิตวิทยาพัฒนาการได้เสนอแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการปฏิบัติจริง (Learning by Doing) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมในลักษณะกลุ่มปฏิบัติการที่เรียนรู้ด้วยประสบการณ์ตรงจากการเผชิญสถานการณ์จริงและการแก้ปัญหา เพื่อให้เกิดการเรียนรู้จากการกระทำ นักเรียนได้ปฏิบัติจริง ฝึกคิด ฝึกลงมือทำ ฝึกทักษะกระบวนการต่าง ๆ ฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเองและฝึกทักษะการเสาะแสวงหาความรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งทางทฤษฎีและการปฏิบัติตามแนวประชาธิปไตย

รูปแบบการสอนของจอห์น ดิวอี้ เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งพัฒนาทักษะของนักเรียนให้อยู่ร่วมกันในสังคมประชาธิปไตยอย่างมีความสุข ซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล (Interpersonal) ทักษะการอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่ม และการใฝ่หาความรู้ของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำ อำนวยความสะดวก หรือเป็นเพียงที่ปรึกษาทางวิชาการ ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เนื่องจากเป็นการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียน

จากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุป ค้นคว้าหาวิธีการ กระบวนการด้วยตนเอง หรือร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจากการสำรวจข้อคิดเห็นของนักการศึกษาหลายท่าน พบว่ากระบวนการรูปแบบนี้ช่วยให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนมีชีวิตชีวาก่อให้เกิดผลดีต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

1.3.2 **ทฤษฎีการพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์** (Piaget)

เพียเจต์ (Piaget, 1969 cited in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) เป็นนักจิตวิทยาผู้เสนอ “ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา ” โดยกล่าวว่า พัฒนาการทางสติปัญญาเกิดขึ้นเมื่อบุคคลมีปฏิสัมพันธ์ (Interact) กับสิ่งแวดล้อม โดยบุคคลพยายามปรับตัว (Adaptation) ให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมทางกระบวนการ 2 อย่าง คือ การดูดซึม (Assimilation) และการปรับให้เหมาะ (Accommodation)

1. การดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการรับสิ่งเร้าจากสิ่งแวดล้อมให้เข้าไปอยู่ในโครงสร้างทางความรู้ที่มีอยู่นั่นคือเป็นกระบวนการที่อินทรีย์ผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ ๆ ที่ได้จากโลกภายนอกให้เข้ากับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ เช่น นักเรียนสามารถเข้าใจมโนทัศน์ของการคูณได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนจะต้องมีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องการนับเพิ่มเป็นกลุ่มเท่า ๆ กัน หรือกองละเท่า ๆ กัน

2. การปรับให้เหมาะ (Accommodation) เป็นกระบวนการปรับโครงสร้างของความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ หรือโครงสร้างทางความรู้ขึ้นใหม่เพื่อให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม นั่นคือเป็นกระบวนการที่อินทรีย์ไม่อาจผสมกลมกลืนสิ่งใหม่ที่ได้จากโลกภายนอกให้กับความคิดหรือโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ได้ จำเป็นต้องปรับแต่งขยายโครงสร้างของประสบการณ์ หรือความรู้เดิมเพื่อที่จะรับความรู้ใหม่ ๆ กระบวนการนี้จะเกิดขึ้นหลังจากใช้กระบวนการปรับโครงสร้างแล้วไม่ประสบผลสำเร็จ

1.3.3 **ทฤษฎีวัฒนธรรมเชิงสังคมของไวกอตสกี** (Vygotsky)

แนวคิดของไวกอตสกี (Vygotsky, 1978 cited in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิซึม (Social Constructivism) ไวกอตสกีเชื่อว่า

1. องค์ประกอบสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของบุคคล คือ การสร้างสื่อกลาง (Mediation) และมีการปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ทางสังคมและวัฒนธรรม

2. การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อมรอบตัวโดยเฉพาะสิ่งแวดล้อมทาง

สังคมและวัฒนธรรม ช่วยพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของบุคคล

3. การช่วยเหลือและชี้แนะจากผู้ที่มีความชำนาญมากกว่าจะทำให้บุคคลสามารถแก้ปัญหาที่ไม่สามารถแก้ด้วยตนเองได้

4. ประสบการณ์จากการแก้ปัญหาดังกล่าว จะทำให้บุคคลเกิดการเรียนรู้และสามารถแก้ปัญหานั้นได้โดยลำพังในเวลาต่อมา

ในด้านการเรียนรู้ของบุคคล ไวกอตสกี ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาขอบเขตของการเรียนรู้ไว้ (Zone of Proximal Development) สรุปได้ว่านักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของตนเองขึ้นได้ด้วยการรับคำชี้แนะหรือทำงานร่วมกับผู้ที่มีความชำนาญเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ไวกอตสกี อธิบายการพัฒนาขอบเขตของการเรียนรู้ว่าเป็นการลดช่วงห่างระหว่างระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่นักเรียนมีอยู่ในขณะนั้นซึ่งดูได้จากปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถแก้ได้โดยลำพัง แต่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ถ้าได้รับการช่วยเหลือชี้แนะ (Scaffolding) จากผู้มีความชำนาญมากกว่า ช่วยให้นักเรียนรู้และสามารถแก้ปัญหานั้นได้ด้วยตนเองในเวลาต่อมา

1.3.4 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์

บรูเนอร์ (Bruner, 1977 cited in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบและการแก้ปัญหา เรียกว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบ (Discovery Approach) นักเรียนจะประมวลข้อมูลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และจะรับรู้สิ่งที่ตนเองเลือก หรือสิ่งที่ใส่ใจ การเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้เกิดการค้นพบเนื่องจากนักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งจะเป็นแรงผลักดันที่ทำให้สำรวจสิ่งแวดล้อม และทำให้เกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ โดยมีแนวคิดที่เป็นพื้นฐาน ดังนี้

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง

2. นักเรียนแต่ละคนจะมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้ที่แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดจากการที่นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับความรู้เดิมแล้วนำมาสร้างเป็นความหมายใหม่

สรุปแนวคิดของบรูเนอร์ ได้ว่า มนุษย์ทุกคนมีพัฒนาการทางความรู้ความเข้าใจ หรือการรู้คิดโดยผ่านกระบวนการที่เรียกว่า Acting, Imagine และ Symbolizing ซึ่งอยู่ในขั้นพัฒนาการทางปัญญาคือ Enactive, Iconic และ Symbolic Representation ซึ่งเป็น

กระบวนการที่เกิดขึ้นตลอดชีวิต มิใช่เกิดขึ้นช่วงใดช่วงหนึ่งของชีวิตเท่านั้น บรูเนอร์เห็นด้วยกับ Piaget ที่ว่า มนุษย์เรามีโครงสร้างทางสติปัญญา (Cognitive Structure) มาตั้งแต่เกิด ในวัยเด็กจะมีโครงสร้างทางสติปัญญาที่ไม่ซับซ้อน เมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมจะทำให้โครงสร้างทางสติปัญญาขยายและซับซ้อนเพิ่มขึ้น หน้าที่ของครูคือ การจัดสภาพสิ่งแวดล้อมที่ช่วยเอื้อต่อการขยายโครงสร้างทางสติปัญญาของนักเรียน ซึ่งลักษณะการจัดกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

1.3.5 **แนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์** (Constructivist Theory)

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory cited in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นทฤษฎีที่ให้ความสำคัญที่ตัวนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีนี้เน้นว่า ความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นโดยนักเรียน นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวนักเรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก นักเรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ดังนั้น แนวการสอนตามทฤษฎีนี้ จึงเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยครูคอยช่วยเหลือให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ครูมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้นักเรียนสร้างความรู้ได้เอง

ทฤษฎีนี้มีกรอบแนวคิดที่สำคัญ ดังนี้

1. นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่
3. ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อน มีส่วนช่วยในการสร้างความรู้
4. ครูมีบทบาทในการจัดบริบทการเรียนรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้นสนับสนุนและให้ความช่วยเหลือการสร้างความรู้
5. นักเรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน

จากแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางสรุปได้ว่า แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางมีดังนี้ 1) แนวคิดทฤษฎีของจอห์น ดิวอี้ 2) ทฤษฎีการพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) 3) ทฤษฎีวัฒนธรรมเชิงสังคมของไวกอตสกี

(Vygotsky) 4) แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์ และ 5) ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

1.4 หลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 24-28) ได้กล่าวถึง หลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ 6 ข้อ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนเรียนรู้โดยการถูกกระตุ้นให้มีความกระตือรือร้นและการสะท้อนความรู้ที่ได้จากประสบการณ์

การกระตุ้นความคิดของนักเรียน และการสะท้อนความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันเป็นองค์ประกอบพื้นฐานสำคัญ 2 ประการของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง อันจะนำไปสู่การพัฒนาความรู้และความชำนาญ ซึ่งจะเป็นการเตรียมนักเรียนในการทำงานและดำรงชีวิตประจำวันในอนาคต

2. นักเรียนเรียนรู้โดยการสร้างความรู้ใหม่ผ่านความรู้และประสบการณ์เดิม

การสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่โดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นฐาน ผ่านการช่วยเหลือจากครูและผู้ที่เกี่ยวข้อง โดยในกระบวนการสร้างความรู้ นักเรียนจะถูกกระตุ้นความคิดให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการ นักเรียนจะได้รับการแนะแนวทางผ่านการสืบสอบโดยการตั้งคำถาม เช่น อะไรคือสิ่งที่เรารู้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการเรียนรู้เพิ่มเติม จะค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมได้อย่างไร อะไรคือสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว จะใช้สิ่งที่เรียนรู้ไปแล้วได้อย่างไร อะไรคือสิ่งที่จะต้องทำในเวลาถัดไป เป็นต้น

3. นักเรียนได้พัฒนาการคิดระดับสูงผ่านการแนะแนวทางในแต่ละขั้นของการเรียนรู้

การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการสอนที่กำหนดให้มีการแนะแนวทางในแต่ละขั้นของกระบวนการเรียนรู้จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย ส่งเสริมการเรียนรู้ในลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการสะท้อนความคิด ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนทั้งชั้นเรียน หรือในกลุ่มเล็ก ๆ และในบางโอกาสก็เป็นวิธีการสอนที่มีการแนะแนวทางให้แก่นักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อจะนำไปสู่การพัฒนาการคิดระดับสูงให้แก่นักเรียน

4. นักเรียนมีวิธีการและรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน

การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นวิธีการสร้างความคิดให้กับนักเรียนโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีการเรียนรู้ได้แตกต่างกัน

5. นักเรียนเรียนรู้ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมร่วมกับผู้อื่น

การสืบสอบแบบแนะแนวทาง นักเรียนจะได้รับการกระตุ้นให้มีการสืบสอบผ่านสังคมของการเรียนรู้ ซึ่งจะเปิดโอกาสให้มีการปฏิสัมพันธ์ร่วมกันกับผู้อื่น เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกัน

6. นักเรียนเรียนรู้ผ่านวิธีสอนและประสบการณ์ที่สอดคล้องกับการพัฒนาความรู้

การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นวิธีการสอนที่มีการวางแผนอย่างรอบคอบ มีการดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาความเข้าใจเชิงลึก ซึ่งจะนำไปสู่การเรียนรู้อย่างอิสระของนักเรียนในอนาคต

จากการศึกษาหลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า หลักการของการสืบสอบแบบแนะแนวทางมี 6 ข้อ ดังนี้

1. นักเรียนเรียนรู้โดยการถูกกระตุ้นให้มีความกระตือรือร้นและการสะท้อนความรู้ที่ได้จากประสบการณ์
2. นักเรียนเรียนรู้โดยการสร้างความรู้ใหม่ผ่านความรู้และประสบการณ์เดิม
3. นักเรียนได้พัฒนาการคิดระดับสูงผ่านการแนะแนวทางในแต่ละขั้นของการเรียนรู้
4. นักเรียนมีวิธีการและรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน
5. นักเรียนเรียนรู้ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมร่วมกับผู้อื่น
6. นักเรียนเรียนรู้ผ่านวิธีสอนและประสบการณ์ที่สอดคล้องกับการพัฒนาความรู้

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 93-101) ได้กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ดังนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทางตั้งอยู่บนพื้นฐานของการกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ โดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมและแหล่งข้อมูลใหม่ ๆ ในการสร้างความรู้ดังกล่าว การเรียนรู้ในลักษณะดังกล่าวมีหลักการที่ว่า ”นักเรียนจะต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ, มีความกระตือรือร้นในการสร้างความรู้ใหม่โดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่” ซึ่งหลักการดังกล่าวสอดคล้องกับแนวคิดตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Approach) และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ได้ผลดีที่สุดต้องดำเนินการโดยใช้การสืบเสาะ (Investigation) และการสืบสอบ (Inquiry)

อีกทั้งคูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี ยังกล่าวอีกว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของการสืบสอบแบบแนะแนวทางจะช่วยฝึกให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างมีเหตุมีผล และช่วยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีความเข้าใจเชิงลึก รวมทั้งได้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านบริบทของสถานการณ์ในชีวิตจริง ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางน่าจะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนได้

1.6 ขั้นตอนของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางได้มีนักการศึกษาได้นำเสนอขั้นตอนต่าง ๆ ไว้ สรุปได้ดังนี้

คารินและซันด์ (Carin and Sund, 1980 อ้างถึงใน พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2547: 54) ได้กำหนดขั้นตอนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided Inquiry) สรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูเป็นผู้อภิปรายโดยตั้งปัญหาเป็นอันดับแรก

ขั้นที่ 2 ขั้นอภิปรายก่อนการทดลอง เป็นการให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเพื่อคาดการณ์คำตอบล่วงหน้า โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 3 ขั้นทำการทดลอง นักเรียนเป็นผู้ลงมือกระทำการทดลองด้วยตนเอง พร้อมทั้งบันทึกผลที่ได้จากการทดลอง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายหลังการทดลอง เป็นขั้นของการนำเสนอข้อมูล และสรุปผลการทดลอง ในขั้นนี้ครูต้องนำการอภิปรายโดยใช้คำถามนำแนะแนวทางให้แก่นักเรียนไปสู่ข้อสรุปเพื่อให้ได้แนวคิดหรือหลักเกณฑ์ที่สำคัญของบทเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยครูใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป

ออร์ลิช และคณะ (Orlich and others, 2001: 299-300) ได้เสนอขั้นตอนของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ 6 ขั้น สรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุปัญหา (Identifying a Problem) เป็นขั้นที่ต้องการให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 การตั้งสมมติฐาน (Developing Tentative Research Hypotheses) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำเสนอสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้

ขั้นที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล (Collecting Data and Testing the Tentative Answers) เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนได้รวบรวมข้อมูล ดำเนินการทดลอง เพื่อจะนำไปสู่การทดสอบสมมติฐาน

ขั้นที่ 4 การแปลความหมายของข้อมูล (Interpreting the Data) ทำความเข้าใจความหมายของข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ และใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ขั้นที่ 5 การพัฒนาข้อสรุปที่อาจเป็นไปได้ (Developing Tentative Conclusions or Generalizations) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ ซึ่งจะนำไปสู่การหาข้อสรุป

ขั้นที่ 6 การทดสอบ การประยุกต์และการปรับปรุงแก้ไขข้อสรุปที่ได้ (Testing, Applying, and Revising the Conclusions)

ลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 141-173) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน โดยสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา (Discrepant Event and Confronting the Problem) ขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาและใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล (Questioning and Data Gathering) ในขั้นนี้นักเรียนสังเกตและรวบรวบข้อมูลจากปัญหาขั้นที่ 1 และตั้งคำถามในรูปแบบที่ครูตอบว่าใช่/ไม่ใช่ เท่านั้น โดยครูใช้คำถามนำกระตุ้นและแนะแนวทางให้นักเรียนตั้งคำถามและแจกตารางบันทึกข้อมูล

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ (Experimenting and Generating Hypotheses) ในขั้นนี้นักเรียนสังเคราะห์ข้อมูลจากขั้นที่ 2 และสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ โดยครูกระตุ้นและใช้คำถามแนะแนวทางให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์

ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล (Closure and Formulating a Hypothesis) ในขั้นนี้ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่ดีที่สุด 1 ข้อความคาดการณ์

ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์ (Analysis) ในขั้นนี้นักเรียนประเมินข้อมูลที่ใช้ในการสนับสนุนข้อความคาดการณ์ โดยการพิสูจน์หรือหาข้อมูล/หลักฐาน มายืนยันข้อความคาดการณ์ ต่อจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้ที่ได้

ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด (Extension) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาอื่น ๆ หรือตั้งประเด็นคำถามและให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 5 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 18-20) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งประกอบด้วย 7 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเริ่มต้น (Initiation) ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้เริ่มต้นใช้กระบวนการสืบสอบ โดยการกำหนดหัวข้อเรื่องที่จะทำการสืบสอบ แล้วศึกษาหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ

ขั้นที่ 2 ขั้นคัดเลือก (Selection) ในขั้นนี้นักเรียนเป็นผู้คัดเลือกหัวข้อที่นักเรียนให้ความสนใจ แล้วใช้เวลาที่มีอยู่ในการค้นคว้าหาข้อมูล

ขั้นที่ 3 ขั้นสำรวจ (Exploration) ในขั้นนี้นักเรียนได้รับมอบหมายให้ไปศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่นักเรียนเลือก ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่ยากที่สุดของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง เพราะนักเรียนต้องหาข้อมูลที่จำเป็นในการสร้างความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นการเตรียมความพร้อมในการสรุปเป็นหลักการทั่วไป

ขั้นที่ 4 ขั้นกำหนดหลักการ (Formulation) ในขั้นนี้นักเรียนต้องนำข้อมูลที่หาได้จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลายมากำหนดเป็นข้อสรุปหรือหลักการทั่วไป

ขั้นที่ 5 ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล (Collection) ในขั้นนี้นักเรียนต้องหาข้อมูลหลักฐานมาสนับสนุนข้อสรุปหรือหลักการที่ได้ เพื่อเตรียมนำเสนอเป็นข้อความรู้ใหม่ที่ค้นพบ

ขั้นที่ 6 ขั้นนำเสนอ (Presentation) ในขั้นนี้เป็นขั้นสุดท้ายของกระบวนการสืบสอบ เพราะนักเรียนต้องนำข้อสรุปที่ได้ไปนำเสนอให้ผู้อื่นได้รับทราบ ซึ่งจะนำไปสู่การประเมินกระบวนการสืบสอบของนักเรียนในขั้นที่ 7

ขั้นที่ 7 ขั้นประเมินผล (Assessment) ในขั้นนี้ครูและนักเรียนร่วมกันประเมินกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง เพื่อหาจุดบกพร่องที่จะต้องมีการปรับปรุงแก้ไข ในขั้นนี้ถือเป็นการให้ผลสะท้อนกลับในแต่ละขั้นของการสืบสอบ เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงการเรียนรู้ของนักเรียนในอนาคต

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอนการสืบสอบแบบแนะแนวทางตามแนวคิดของลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 141-173) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเผชิญปัญหา 2) ขั้นตั้ง

คำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล 3) ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ 4) ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล 5) ขั้นวิเคราะห์ 6) ขั้นขยายความคิด

1.7 การใช้คำถามตามแนวการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

คำถามเป็นหัวใจสำคัญในการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง เพราะครูต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการคิดและการสืบสอบของนักเรียน ดังนั้นครูต้องฝึกทักษะการตั้งคำถามจนเกิดความชำนาญ จึงจะทำให้นักเรียนเกิดความคิดที่จะสืบสอบหาคำตอบและสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการใช้คำถามในการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ดังนี้

คารินและซันด์ (Carin and Sund, 1971: 3) กล่าวถึงการใช้คำถามในการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า การใช้คำถามช่วยกระตุ้นการคิดของนักเรียนมีความสำคัญต่อการสืบสอบ ซึ่งถ้าครูใช้คำถามที่ดีจะเป็นสิ่งเร้าและจูงใจให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ สนใจค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง

ซันด์และทราวบริดจ์ (Sund and Trowbridge, 1973: 10) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางนั้น การใช้คำถามเป็นวิธีการที่ครูใช้เพื่อช่วยนำทางนักเรียนไปในทิศทางที่ถูกต้องและให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเพื่อให้ประสบผลสำเร็จในการค้นพบมโนทัศน์หรือหลักการต่าง ๆ

รินเนอร์และคณะ (Renner and others, 1977: 24) กล่าวถึงการใช้คำถามในการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า คำถามเป็นเครื่องมือสำหรับนำทางการสืบสอบ สร้างความสนใจในความหมายของข้อมูล รวมถึงการกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดหรือสำรวจความคิดของตนเอง

เกียลามาสและคณะ (Gialamas, and others, 2000: 30-40) ได้นำเสนอลักษณะของการใช้คำถามในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้สรุปได้ดังนี้

ก่อนทำกิจกรรม ลักษณะคำถามมีดังนี้

1. นักเรียนคิดว่าจะเกิดอะไรขึ้น ถ้าครูให้เงื่อนไขเบื้องต้น และจัดชุดกิจกรรมตามลำดับไว้ให้นักเรียน (นักเรียนควรสร้างข้อความคาดการณ์สำหรับสิ่งที่นักเรียนคิดว่าจะเกิดขึ้น)

2. ข้อความคาดการณ์ข้อไหนที่ดูเหมือนว่าจะเป็นไปได้

หลังทำกิจกรรม ลักษณะคำถามมีดังนี้

3. อะไรคือผลที่ได้เมื่อทำกิจกรรมครบทุกขั้น

4. ข้อความคาดการณ์เบื้องต้นข้อไหน ที่มีความสมเหตุสมผลที่สุด

5. การได้มาถึงข้อสรุป ขั้นตอนอะไรที่ต้องมีความสมบูรณ์มากที่สุด

6. นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ระหว่างการนำเข้าสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกิจกรรมในชีวิตประจำวันได้ที่ไหน

7. ผลที่ได้สามารถนำไปสู่ข้อสรุปกรณีทั่วไปของขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ใช่หรือไม่

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2545: 196) จำแนกการใช้คำถามในการสืบสอบโดยแบ่งเป็น 5 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. คำถามเพื่อนำไปสู่การสังเกต เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนตอบโดยใช้ประสาทสัมผัสในการเรียนรู้และตอบปัญหาหรือเป็นการรวบรวมข้อมูล เพื่อวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา

2. คำถามนำไปสู่การอธิบาย เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้เหตุผลประกอบกับข้อมูลต่างๆ ที่รวบรวมจากการสังเกตข้อมูลและจากความรู้เดิม ซึ่งเป็นคำถามที่ส่งเสริมนักเรียนให้เกิดทักษะในการแปลความหมายข้อมูลและการสรุป รวมทั้งทักษะในการสื่อความหมาย มักจะใช้คำว่า “เหตุใด” “อย่างไร”

3. คำถามนำไปสู่การตั้งสมมติฐาน เป็นคำถามที่ช่วยให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบหรือทำนายคำตอบ โดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า และความรู้เดิมที่มีอยู่ในการคาดคะเนหรือทำนายคำตอบล่วงหน้ามักใช้คำว่า “ถ้า”

4. คำถามที่นำไปสู่การออกแบบวิธีการศึกษาค้นคว้าหรือออกแบบการทดลองเป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายเพื่อนำไปสู่การกำหนดวิธีการศึกษาหาความรู้ ส่วนใหญ่มักใช้คำว่า “เหตุใด” “ทำไม” “อย่างไร”

5. คำถามที่นำไปสู่การนำไปใช้ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบนำกฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ไปใช้ประโยชน์ในสถานการณ์ใหม่ เป็นคำถามที่มุ่งให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

วีระยุทธ วิเชียรโชติ (อ้างถึงในสุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545: 137) จำแนกการใช้คำถามในการสืบสอบ โดยแบ่งเป็น 5 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. คำถามประเภทสังกัปแนวหน้า (สน) มักจะขึ้นต้นหรือลงท้ายคำว่า “เกี่ยวข้องอย่างไร” สิ่งนี้หรือความรู้ข้อนี้เกี่ยวข้องกันอย่างไร” ซึ่งเป็นคำถามที่มุ่งดึงประสบการณ์เดิมให้มาสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับประสบการณ์ใหม่ หรือคำถามที่ว่า “ความรู้ข้อนี้มีอะไรเป็นพื้นฐาน” ซึ่งเป็นคำถามที่อาจจะนำไปสู่การสำรวจว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ และถ้าหากพบว่านักเรียนยังขาดความรู้พื้นฐานสำหรับที่จะเรียนรู้ความรู้สูงขึ้นต่อไป ครูก็อาจจะใช้คำถามให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์และหลักการใหม่ ๆ ที่จำเป็นสำหรับเป็นบันไดขั้นต้นในการที่จะก้าวขึ้นไปสู่ความรู้ขั้นสูงต่อไป

2. คำถามประเภทสังเกตมักจะขึ้นต้นหรือลงท้ายด้วยคำว่า “อะไร” “ใคร” “ที่ไหน” “อย่างไร” เป็นคำถามที่นักเรียนใช้สำรวจสภาพปัจจุบันของปัญหาและความต้องการของปรากฏการณ์ต่าง ๆ มักจะเป็นคำถามเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ลักษณะคุณสมบัติ ธรรมชาติ โครงสร้าง และกระบวนการ เหตุการณ์ของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งเป็นคำถามที่ขึ้นต้นหรือลงท้ายประโยคด้วยคำว่า “อะไร”

3. คำถามประเภทอธิบาย มักจะขึ้นต้นประโยคด้วยคำว่า “เพราะเหตุใด” “อะไรคือสาเหตุ” “เหตุใด” “หรือ” “อะไรเป็นเหตุปัจจัย” คำถามประเภทอธิบายเป็นคำถามที่แสวงหาสาเหตุต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง

4. คำถามประเภททำนาย มักจะขึ้นต้นประโยคด้วยคำว่า “ถ้า” “หาก” “แม้นว่า” และลงท้ายประโยคด้วย “ใช่ไหม” “หรือ” “อะไรจะเกิดขึ้นบ้าง” คำถามประเภทนี้เป็นการคาดการณ์ล่วงหน้าและมักจะเป็นคำถามในรูปของสมมติฐานเชิงทำนายผลในเมื่อเราแปรเปลี่ยนเหตุในอีกความหมายหนึ่ง คำถามประเภททำนายนี้ใช้ในโอกาสที่เรานำกฎที่ค้นพบมาเป็นแนวทางในการทำนายปรากฏการณ์ใหม่ ๆ

5. คำถามประเภทควบคุมความคิดสร้างสรรค์มักจะลงท้ายด้วยคำว่า “ได้อย่างไร” ”ได้หรือไม่” คำถามประเภทนี้มักเป็นคำถามในกรณีที่นำเอาหลักการ และกฎเกณฑ์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งอาจจะกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่าเป็นคำถามแบบประยุกต์วิทยาที่มุ่งจะควบคุมตัวสาเหตุเพื่อให้เกิดผลตามที่เราต้องการ และเป็นคำถามที่กระตุ้นให้เกิดความคิดที่จะแก้ปัญหาในลักษณะริเริ่มสร้างสรรค์

ปานทอง กุลนาถศิริ (2547: 35-39) ได้นำเสนอตัวอย่างคำถามที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผล (Complex Reasoning Process) ไว้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบ (Comparing)
   - เหมือนกันอย่างไร

- ต่างกันอย่างไร

2. การจำแนก (Classifying)
    - กลุ่มไหนที่เราจะใส่สิ่งของได้
    - กฎอะไรที่ทำให้สมาชิกอยู่ในกลุ่มนี้
3. การวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural Analysis)
    - อะไรคือความคิดหลัก
    - อะไรคือข้อมูลที่สำคัญ
    - ข้อมูลใดเป็นส่วนสนับสนุน
    - ข้อมูลสนับสนุนแต่ละส่วนเกี่ยวข้องกันอย่างไร
4. การเสริมสร้างการอุปนัย (Support Induction)
    - นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร
    - นักเรียนจะสรุปเป็นคำพูดได้อย่างไร
    - นักเรียนจะสรุปเป็นรูปได้อย่างไร
    - อะไรทำให้นักเรียนสรุปได้เช่นนั้น
    - มีโอกาสที่จะเกิดเป็นเช่นนั้นหรือไม่
    - และถ้ามีเป็นอย่างไร
    - มีอะไรที่ช่วยหรือทำให้นักเรียนมั่นใจว่าจะเป็นเช่นนั้น
5. การเสริมสร้างการนิรนัย (Support Deduction)
    - อะไรต้องเป็นจริงจึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
    - จะต้องพิสูจน์อะไร จึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
6. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด (Error Analysis)
    - เกิดข้อผิดพลาดอะไรตรงนี้
    - เราได้ทำอะไรผิดพลาด ผิดพลาดตรงไหน ผิดพลาดอย่างไร เราจะแก้ไขได้อย่างไร
7. การสร้างแรงสนับสนุน (Constructing Support)
    - อะไรจะนำมาใช้สนับสนุนข้อโต้แย้งได้
    - อะไรเป็นข้อจำกัดของข้อโต้แย้ง
8. การขยายความคิด (Extending)
    - แบบรูปทั่วไปของข้อมูลตรงนี้คืออะไร

- ตรงไหนอีกที่เราจะนำข้อมูลไปใช้ได้
- ข้อมูลอะไรที่เราสามารถนำไปใช้ได้
- เราสามารถจะนำข้อมูลตรงนี้ไปใช้ได้อย่างไร
- ข้อมูลนี้จะสามารถแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ใด ข้อความใด กราฟใด หรือประโยคคณิตศาสตร์ใด

9. การตัดสินใจ (Decision Making)
   - ข้อสรุปใดดีที่สุด
   - ข้อสรุปของใครดีที่สุด
   - ผลลัพธ์ใดดีที่สุด
   - ข้อความใดให้ความหมายมากที่สุด
   - ข้อความใดให้ความหมายน้อยที่สุด
10. การสืบเสาะ (Investigation)
   - อะไรคือข้อกำหนดที่เจาะจง
   - นิยามของ .... นิยามไว้อย่างไร
   - เกิดสิ่งนี้ได้อย่างไร
   - ทำไมจึงเป็นเช่นนี้
   - อะไรจะเกิดขึ้น ... ถ้า ...
   - สิ่งนี้จะเป็นอย่างไร ถ้า ...
11. การวิเคราะห์ระบบ (System Analysis)
   - จะคิดคำนวณอย่างไร
   - จะดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร
   - ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้คืออะไร
   - อะไรจะเกิดขึ้นเมื่อสิ่งนี้เปลี่ยนไป
12. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
   - จะสามารถแก้ปัญหาได้อย่างไร
   - จากเงื่อนไขที่กำหนดให้นี้เราทราบอะไรบ้าง
   - คำตอบควรเป็นอย่างไร
   - คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่เพราะเหตุใด
   - คำตอบที่ได้เป็นไปได้หรือไม่

13. การใช้คำถามระหว่างปฏิบัติ (Experimental Inquiry)

- สังเกตเห็นอะไรบ้าง
- จะอธิบายสิ่งนี้ได้อย่างไร
- จากข้อสังเกตที่ได้ นักเรียนคิดว่าอะไรจะเกิดขึ้นต่อไป
- ข้อความคาดการณ์คืออะไร

14. การประดิษฐ์ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Invention)

- เราจะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างไร
- สิ่งใหม่ ๆ อะไรที่เราต้องการตรงนี้
- มีสิ่งใหม่ ๆ ใดที่เราจะทำได้บ้าง

นอกจากนี้ ปานทอง กุลนาถศิริ (2547: 35-39) ได้นำเสนอตัวอย่างคำถาม/ปัญหาที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาการเขียนคณิตศาสตร์ (Writing Mathematics Process) ดังนี้

1. บรรยายหรืออธิบายขั้นตอนหรือวิธีทำ (Describe or Explain a Procedure or Process)

- จงบรรยายปัญหา/โจทย์ เป็นคำพูดของนักเรียนเอง
- จะเขียนอธิบายให้เพื่อเข้าใจได้อย่างไรว่า ....
- จงเขียนอธิบายว่าเธอคิดตรงนี้มาได้อย่างไร
- เมื่อนักเรียนติดขัดไม่สามารถแก้ไขปัญหาหรือหาคำตอบได้นักเรียนถามตัวเองอย่างไรบ้าง
- นักเรียนทำอย่างไรหากนักเรียนคิดต่อไปไม่ได้

2. สะท้อนคำถามหรือข้อคิดเกี่ยวกับ อะไร ทำไม หรือ อย่างไร (Reflect on What, Why or How)

- นักเรียนคิดว่าจะเกิดอะไรขึ้น ทำไม
- นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อะไรบ้างระหว่างที่นักเรียนทำโจทย์ข้อนี้
- นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างจากประสบการณ์การทำสิ่งเหล่านี้
- โจทย์ข้อนี้เกี่ยวข้องอย่างไรบ้างกับโจทย์ที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว(ข้อนั้น)
- เราจะถามอะไรได้อีกนอกจากนี้
- เป็นไปได้หรือไม่ว่า…
- ทำไมจึงคิดว่าเป็นไปได้

3. แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อน ๆ และชักจูงให้เพื่อนคล้อยตามกับความคิดของตน (Persuade or Convince Others)

- ให้นักเรียนอธิบายว่ามีกลยุทธ์ใดที่นักเรียนจะเสนอแนะ ทำไม
- ให้เขียนโน๊ตถึงเพื่อนเพื่อชักจูงให้เพื่อนคล้อยตามกับความคิดหรือคำตอบที่นักเรียนมี
- ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าคำตอบของนักเรียนเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

4. สร้างหรือจินตนาการสถานการณ์ใหม่ (Create or Imagine a New Situation)

- ให้สร้างคำถามให้มากที่สุดเท่าที่จะทำให้จากปัญหาที่กำหนดให้
- ให้เขียนเรื่องราวหรือโจทย์ปัญหา โดยใช้ข้อมูลต่าง ๆต่อไปนี้ที่กำหนดให้
- ผลลัพธ์จะเปลี่ยนแปลงไปเป็นอย่างไรถ้า ...
- นักเรียนจะสามารถนำ .... ไปใช้ในชีวิตจริงได้หรือไม่ อย่างไร
- ภายใต้สถานการณ์หรือข้อกำหนดให้อย่างไรจึงจะทำให้ข้อสรุปนี้เป็นจริงและเป็นเท็จ

5. บรรยายความรู้สึก (Describe Feeling)

- นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้เป็นอย่างไร
- ยากเกินไปหรือเปล่า ง่ายเกินไปหรือเปล่า หรือว่าพอประมาณ
- ให้เขียนเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่ในตัวขณะนี้ว่ารู้อะไรมาบ้าง
- ให้นักเรียนบรรยายความรู้สึกเกี่ยวกับ ....
- จากที่นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์มาแล้วในภาคเรียน นักเรียนชอบเนื้อหาหรือกิจกรรมใดมากที่สุด เพราะเหตุใด
- นักเรียนมีความรู้สึกอย่างไรถ้าครูให้เธอไปสำรวจหาข้อมูล .... ในการเรียนเรื่อง ....

จากการศึกษาการใช้คำถามตามแนวของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า ลักษณะของคำถามที่เหมาะสมกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ควรเป็นคำถามในลักษณะของคำถามเพื่อนำไปสู่การสังเกต คำถามนำไปสู่การอธิบาย คำถามนำไปสู่การตั้งสมมติฐานหรือข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ คำถามที่นำไปสู่การออกแบบวิธีการศึกษาค้นคว้า และคำถามที่นำไปสู่การนำไปใช้ ซึ่งลักษณะคำถามต่าง ๆ เหล่านี้เป็นคำถามเพื่อชี้แนะให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดประเมินค่า โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ใหม่ด้วยตัวของนักเรียนเอง

1.8 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

นักการศึกษาและผู้วิจัยทางการศึกษาได้ให้ความสนใจและนำการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไปทดลองใช้และได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ดังนี้

บรูเนอร์ (Bruner, 1968: 159) กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบสืบสอบแบบแนะแนวทางสรุปได้ว่าเป็นการช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการทางความคิดก่อให้เกิดความพึงพอใจในการเรียนในลักษณะที่เป็นรางวัลในตัวนักเรียนได้เรียนรู้วิธีที่ศึกษาค้นคว้าโดยได้มีโอกาสค้นพบสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองช่วยให้เกิดความเข้าใจและจำสิ่งที่เรียนไปได้นานเพราะนักเรียนเป็นผู้เริ่มสังเกตค้นคว้ารวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ด้วยตนเอง นอกจากนี้บรูเนอร์มีความเห็นว่าการเรียนรู้ด้วยวิธีการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งทำให้เกิดประโยชน์ 4 ประการ คือ

1. การค้นพบด้วยตนเอง จะช่วยเพิ่มแรงจูงใจภายในมากกว่าการเรียนแบบท่องจำ เพราะเมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือค้นพบความรู้ด้วยตนเองแล้วจะทำให้เกิดความรู้สึกว่าตนเองได้รับรางวัลจากผลการทำงานของตนเอง ส่วนผู้ที่เรียนด้วยการท่องจำนั้นจะมีแรงจูงใจภายนอกคือคะแนนเป็นรางวัลหรือการลงโทษ ถ้าเมื่อใดไม่มีแรงจูงใจภายนอกมาบังคับแล้วนักเรียนจะไม่สนใจที่จะเรียนรู้

2. การเรียนรู้ด้วยวิธีการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ทำให้สติปัญญาของนักเรียนฉลาดยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนเป็นนักสร้างสรรค์ เป็นผู้ที่สามารถจัดระเบียบสิ่งที่พบเห็นได้อย่างเหมาะสม การฝึกหัดให้ค้นพบด้วยตนเองอยู่เสมอ จะช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

3. การเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการฝึกฝนให้เกิดเทคนิคในการสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง และช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4. การเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจะช่วยให้นักเรียนจดจำความรู้ได้ดีกว่าการเรียนรู้ด้วยวิธีอื่น

คูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 6-9) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่เป็นระบบ

2. ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะทางสังคม ทักษะการใช้ภาษา และทักษะการอ่าน ซึ่งเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนสำหรับเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ด้วยตนเองตลอดชีวิต

3. เป็นการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างเป็นอิสระตามแนวทางของนักเรียนเอง

4. เป็นการจัดกิจกรรมที่มีการกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิด ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางการเรียนในระดับสูง

5. เป็นการจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้กลยุทธ์และทักษะในการสร้างความรู้รู้ด้วยตนเอง ผ่านกระบวนการสืบสอบอย่างเป็นระบบ

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2545: 200) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบ โดยสรุปได้ดังนี้

1. เป็นการสอนที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียน โดยการตั้งคำถาม เช่น เป็นคำถามง่าย ๆ ที่ได้จากการสังเกต เป็นคำถามที่คิดวิเคราะห์ ใช้เหตุผลในการอธิบาย เป็นคำถามที่ทำให้เกิดการบูรณาการจากความรู้เดิมกับข้อมูลใหม่

2. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนตลอดเวลา โดยเป็นผู้คิดและตอบคำถามหรือฝึกตั้งคำถามในกระบวนการเรียนรู้

3. ส่งเสริมให้นักเรียนกล้าแสดงออก เป็นผู้นำในการแก้ปัญหา

4. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตย เนื่องจากครูเปิดโอกาสให้นักเรียนตั้งคำถามและถือว่าคำถามของนักเรียนมีคุณค่า

5. นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจที่ได้ค้นพบคำตอบด้วยตัวเอง

6. นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

จากประโยชน์ของการสืบสอบแบบแนะแนวทางที่นักการศึกษาได้กล่าวถึง สรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีประโยชน์ดังนี้

1. เป็นวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนากระบวนการทางความคิดให้แก่นักเรียนโดยการตั้งคำถาม

2. ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต

3. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตย ให้นักเรียนกล้าแสดงออก

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบและการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาทั้งในต่างประเทศและภายในประเทศมีดังนี้

1.9.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ

สก็อต (Scott, 1977: 132-143) ได้ศึกษาบทบาทของการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อการคิดแบบต่าง ๆ โดยใช้วิธีสอนที่มีการปรับปรุงขั้นตอนมาจากวิธีสอนแบบสืบสอบของซัชแมนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดแบบสรุปอ้างอิงสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิลเลียม (William, 1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่มีครูเป็นศูนย์กลาง

ทอมสัน (Thomson, 2000: 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสอบและการใช้ตัวแทนในการสืบสอบวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย โดยศึกษาจากการสังเกตครูและนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงประกอบกับการสังเกตจากสภาพทั่ว ๆ ไปในการดำเนินการจัดกิจกรรมของห้องเรียนและทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการบันทึกวิดีโอเทปและสัมภาษณ์ครู 1 คน กับนักเรียน 6 คน และศึกษาจากรายงานการทดลองของนักเรียน ผลจากการวิจัยพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสอบ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง เมื่อมีเวลามากการดำเนินการของห้องก็จะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการสืบสอบเพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ

วิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่าง ๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์น้อย แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มยังคงไว้ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

กู๊ส (Goos, 2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการศึกษาเป็นระยะเวลามากกว่า 2 ปี โดยวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสังเกต การสัมภาษณ์นักเรียนและครู การวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวิดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

วิลเฮล์ม และ วอลเตอร์ (Wilhelm and Walters, 2006: 793-804) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้การสืบสอบในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการให้นักศึกษาครูสาขาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้มีประสบการณ์และตระหนักถึงคุณค่าของการเรียนรู้ในบริบทของการสืบสอบ และกระตุ้นให้นักศึกษาใช้ประโยชน์จากการสอนแบบสืบสอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในอนาคต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์จำนวน 82 คน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในเรื่อง การเคลื่อนที่ของดวงจันทร์ โดยใช้วิธีการสืบสอบในการเปิดโอกาสให้นักศึกษาเป็นผู้สำรวจข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ เก็บรวบรวมข้อมูล และคิดวิเคราะห์ รวมทั้งนำเสนอผลที่ได้จากการค้นพบด้วยตัวของนักศึกษาเอง โดยผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการนำเสนอผลงานของนักศึกษา การอธิบายของนักศึกษา การสัมภาษณ์ การอัดวิดีโอเทป และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกราฟ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในการเชื่อมโยงความรู้จากการเรียนกับโลกของความเป็นจริง ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบ ช่วยพัฒนามโนทัศน์และการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ลาวิกนี และเลโจอิ (Lavigne and Lajoie, 2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด

7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตั้งคำถาม ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวีดีโอเทป แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2 คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

สตาเพิลส์ (Staples, 2007: 161-217) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนของนักเรียนจำนวน 20 คน เป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของนักเรียน การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน และอัดวิดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

บราวน์ วิลสัน และฟิทซาลเลน (Brown, Wilson, and Fitzallen, 2007: 1-12) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบจำนวน 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.9.2 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ

อร่าม วัฒนะ (2536: 93-96) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความ สามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 67 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 33 คน กลุ่มควบคุมจำนวน 34 คน ผลการวิจัยพบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2542: 130 -136) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 30 คน กลุ่มควบคุมจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการสอนแบบสืบสอบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดสร้างสรรค์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

กมลทิพย์ ต่อติด (2544: 86-97) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 42 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กชกร รุ่งหัวไผ่ (2547: 117) ได้ทำการวิจัยผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนหนองม่วงวิทยา อำเภอหนองม่วง จังหวัดลพบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 30 คน ใช้เวลาในการสอน 14 คาบ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัศนียา หลักเพชร (2550: 144) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบ 5E กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 76 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 38 คน

และกลุ่มควบคุมจำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบ 5E มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิตยา วรรณไชย (2550: 65-70) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิทยาศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วัชระ น้อยมี (2551: 119-122) ได้ทำการศึกษาพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิต โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับฉลากมา 1 ห้องจาก 2 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ใช้เวลาในการสอน 19 ชั่วโมง แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทัศน์วรรณ ประจันตะเสน (2551: 56-57) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์เรื่อง สารในชีวิตประจำวัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ของโรงเรียนบ้านซับตะเคียน อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 4 ปีการศึกษา 2550 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบ สืบสอบสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิติกร อ่อนโยน (2551: 80-81) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้คำถามระดับสูงกับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 110 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 56 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 54 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551: 98-105) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบ 5E กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เกิดองค์ความรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบนี้ มีผลต่อการพัฒนาความรู้ความสามารถของนักเรียน และส่งผลไปในทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติที่ดีต่อการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิบัติจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาทั้งในต่างประเทศและภายในประเทศมีดังนี้

1.9.3 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

โอลารินอย (Olarinoye, 1974: Abstracts) ได้ทำการทดลองสอนเพื่อเปรียบเทียบผลของการสอนวิชาฟิสิกส์ 3 แบบ คือ สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided Inquiry) สอนโดยใช้การสืบสอบที่นักเรียนดำเนินการสืบสอบด้วยตนเอง (Inquiry Role Approach) และสอนแบบปกติ (Traditional Method) โดยให้กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง และกลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบที่นักเรียนดำเนินการสืบสอบด้วยตนเอง ซึ่งผู้วิจัยทำการสอน

นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มด้วยตนเอง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เดวิส (Davis, 1979: 4164 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับการสอนแบบบรรยายที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย จำนวน 103 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 51 คน ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง กลุ่มควบคุมจำนวน 52 คน ได้รับการสอนแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติทางวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เกียลามาสและคณะ (Gialamas and others, 2000: 30-40) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางผ่านการตั้งคำถามเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 เรื่องอัตราส่วนทองและรูปสี่เหลี่ยมทอง โดยคำถามที่ผู้วิจัยใช้ในการแนะแนวทางมี 7 คำถาม (ซึ่งพัฒนามาจากการใช้คำถาม 6 คำถามของเชอร์ริฟ (Cherif, 1988) ที่ใช้พัฒนามโนทัศน์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์) โดยลักษณะของคำถามเป็นคำถามที่ช่วยให้ครูส่งเสริมการทำกิจกรรมของนักเรียนในการที่จะนำไปสู่การค้นพบและนำไปสู่การแสดงออกถึงพฤติกรรมการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ อีกทั้งยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า ซึ่งนำไปสู่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ไรแมนและพีซ (Reiman and Peace, 2002: 51-66) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงจริยธรรมและความสามารถในการเรียนรู้ของครูที่ปฏิบัติการสอนในโรงเรียน รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่มีประสบการณ์ทางการสอนของโรงเรียนในรัฐนอร์ทโคโรไลนา ประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวน 13 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจำนวน 8 คน และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติจำนวน 5 คน ผู้วิจัยทำการศึกษาผ่านการอบรมครูเป็นระยะเวลา 7 เดือน และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากคะแนนแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การอัดวีดิโอเทป และคะแนนจากการตอบคำถาม

ปลายเปิด ผลการวิจัยพบว่า ครูที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงจริยธรรมและความสามารถในการฟังสูงกว่าครูที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่มีความสามารถในการพัฒนามโนทัศน์ทางการเรียนรู้และความสามารถในการตอบคำถามปลายเปิดไม่แตกต่างกัน

ซวาร์สและวีคเวอร์รี (Schwarz and Gwekwerere, 2007: 1-6) ทำการศึกษาผลของการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางประกอบกับวิธีสอนทางวิทยาศาสตร์ที่มีต่อทักษะการสอนและการปรับเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับวิธีสอนของนักศึกษาครูสาขาวิชาวิทยาศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครูจำนวน 25 คน ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การสังเกตพฤติกรรมแบบมีส่วนร่วม การสัมภาษณ์นักศึกษา และศึกษาจากแผนการสอนที่นักศึกษาจัดทำขึ้นตลอด 1 ภาคการศึกษา ผลการวิจัยพบว่านักศึกษาโดยส่วนใหญ่ประมาณ 2 ใน 3 ของห้องเรียนมีการปรับเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการสอน โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเพิ่มมากขึ้น นอกจากนั้นยังพบว่า คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการสอนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อีกทั้งผลจากการศึกษาแผนการสอนที่นักศึกษาเขียนขึ้นพบว่า นักศึกษาเขียนแผนการสอนโดยมุ่งเน้นไปที่การกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนใช้กระบวนการสืบสอบทางวิทยาศาตร์เพิ่มมากขึ้น

อูมาร์และมาสวัน (Umar and Maswan, 2007: 38-43) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับบทเรียนบนเว็บที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาศิลปะในเรื่อง ทฤษฎีสี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 10 ที่เรียนรายวิชาศิลปะ จากโรงเรียนสองโรงเรียนในประเทศมาเลเซีย จำนวน 141 คน ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) และใช้คะแนนจากการทำแบบทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรปรับ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับบทเรียนบนเว็บมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การบรรยายร่วมกับบทเรียนบนเว็บอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทรันเดิลและคณะ (Trundel and others, 2009: 451-478) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับดวงจันทร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยแบบผสม มีกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียวซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาวิทยาศาสตร์ในเกรด 6 – เกรด 8 จำนวน 33 คน ของโรงเรียนในประเทศ

สหรัฐอเมริกา แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง จำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการสอนแบบบรรยาย จำนวน 13 คน โดยผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มเป็นระยะเวลา 10 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างก่อนและหลังการทดลอง การอัดวีดิโอเทป การสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างทำกิจกรรม การตรวจใบกิจกรรมที่นักเรียนได้บันทึกไว้ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับดวงจันทร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ออซดิเลคและบูลูนุซ (Ozdilek and Bulunuz, 2009: 24-42) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อความเชื่อมั่นในตนเองของนักศึกษาครูวิชาเอกวิทยาศาสตร์ชั้นปีที่ 2 ของมหาวิทยาลัยบูลูดัก ประเทศตุรกี รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยแบบผสม โดยศึกษากับกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียวซึ่งเป็นนักศึกษาครูชั้นปีที่ 2 จำนวน 101 คน ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาปฏิบัติการทางวิทยาศาสตร์ในภาคฤดูร้อน ปีการศึกษา 2008 โดยผู้วิจัยทำการแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 10 กลุ่ม แล้วดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นระยะเวลา 14 สัปดาห์ ต่อจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างกับนักศึกษาเป็นรายกลุ่ม และศึกษาข้อมูลจากการตอบแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความเชื่อมั่นในตนเองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลจากการวิจัยเชิงคุณภาพที่ได้จากการสัมภาษณ์พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นในตนเองของนักศึกษาได้มากขึ้น

ดัวเกลสและชู ชวน ไช (Douglas and Chu-Chuan Chiu, 2009: 1-6) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับการสอนแบบบรรยายที่มีต่อการพัฒนาความกระตือรือร้นของนักศึกษาภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยฟลอริดา ประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวน 218 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจำนวน 120 คน และเป็นกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสอนแบบบรรยายจำนวน 98 คน รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยใช้ครูคนเดียวกันในการสอนนักศึกษาทั้งสองกลุ่มเป็นเวลา 1 ภาค

การศึกษา ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การอัดวีดิโอเทปขณะที่นักศึกษาทำงานในห้องเรียน และการสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างกับนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าความกระตือรือร้นของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

1.9.4 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

อนุสรา เสนไสย (2550: 73-75) ได้ศึกษาผลของการสอนแบบสืบสอบร่วมกับการใช้บทเรียนเว็บเควสท์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟิสิกส์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงทดลอง รูปแบบการสืบสอบที่ใช้เป็นรูปแบบของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง มีขั้นตอน 5 ขั้น คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นอภิปรายก่อนการทดลอง ขั้นปฏิบัติการทดลอง ขั้นอภิปรายหลังการทดลอง และขั้นสรุป กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเซนต์โยเซฟคอนแวนต์ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 92 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 46 คน และกลุ่มควบคุม 46 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟิสิกส์และแบบวัดทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบร่วมกับการใช้บทเรียนเว็บเควสท์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟิสิกส์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่าเนื่องจากกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาการคิด กระตุ้นการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน ดังนั้นจึงมีการนำกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางไปใช้ในการจัดกิจกรรมหลากหลายวิชา และโดยส่วนใหญ่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางช่วยกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ในภาษาไทยมีคำอื่น ๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนมติ มโนภาพ สังกัป หรือความคิดรวบยอด เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” (Concept) ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะโดยสรุปได้ดังนี้

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

เฟล์ดแมน (Feldman, 1990: 259) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ การจัดกลุ่มวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลที่มีสมบัติคล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ได้ง่าย และมโนทัศน์จะทำให้เราจำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบเห็นให้อยู่ในรูปที่เราสามารถเข้าใจตามพื้นฐาน

อเรนส์ (Arends, 1994: 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้นๆ

กู๊ดวินและคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmeier, 1995: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ ความสามารถที่จะบอกให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการซึ่งให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้น ออกจากสิ่งอื่นได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

ชัยพร วิชชาวุธ (2521: 185) ได้ให้ความหมายโดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประเภทสิ่งของต่าง ๆ ตามความเข้าใจของแต่ละคน มโนทัศน์แบ่งเป็น

1. มโนทัศน์รูปธรรม เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งของหรือการกระทำที่สังเกตได้ชัดเจน และมีหลักการจัดประเภทอย่างชัดเจน เช่น โต๊ะ หน้าต่าง น้ำ ครูใหญ่ ตัดหญ้า เล่นฟุตบอล เป็นต้น

2. มโนทัศน์นามธรรม เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยการคิดและการจินตนาการ เช่น อนุภาคของอะตอม พลังงาน นิพพาน ความกตัญญู ความเกรงใจ ความเสมอภาค เป็นต้น

ธีรชัย ปูรณโชติ (2537: 41) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจโดยสรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วนำคุณลักษณะต่างๆ มาประมวลกันเข้าด้วยกันเป็นความคิดโดยสรุปของสิ่ง ๆ นั้น

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537: 55) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นผลมาจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งของหรือสถานการณ์ใด ๆ แล้วสรุปผลการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้น ๆ ออกมา ดังนั้นบุคคลที่มีประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ ต่างกัน ย่อมจะมีมโนทัศน์ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2543: 303) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ คำที่เป็นนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกันโดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550: 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่งมโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพหรือหรือความคิดในสมองที่เป็นตัวแทนของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วย

คุณสมบัติร่วมที่เป็นลักษณะเฉพาะหรือลักษณะสำคัญของสิ่งนั้น ในสิ่งหรือประเด็นเดียวกัน บุคคลอาจมีมโนทัศน์แตกต่างกันก็ได้ เช่น นกเป็นสัตว์มีกระดูกสันหลัง เลือดอุ่น มี 2 เท้า 2 ปีก และมีขนปกคลุมร่างกาย ออกลูกเป็นไข่แล้วฟักเป็นตัว

จากความหมายของ มโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจและเป็นแนวคิดที่สามารถรวมลักษณะที่เหมือนหรือแยกแยะลักษณะที่แตกต่างของสิ่งของหรือเหตุการณ์ออกจากกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาหลายท่านทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบหรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของฟังก์ชันได้

เอกเกน และคัวเชค (Eggen and Kauchak, 1981: 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

โทมาซิส (Toumasis, 1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

ชวาร์ส และเฮิร์สโควิส (Schwarz and Hershkowiz, 1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532: 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

เมธี ลิมอักษร (2545: 4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบรวมคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยมว่าหมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านสามด้านและเขียนสัญลักษณ์ “Δ” แทนรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2547ง: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยะแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” ตามที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับ

ประสบการณ์จากการเรียนคณิตศาสตร์ โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และสมบัติต่าง ๆ

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีนั้น ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน เพราะการที่บุคคลจะเรียนรู้สิ่งใด ๆ จะต้องมีมโนทัศน์ในสิ่งนั้นก่อนจึงจะสามารถจดจำและนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องอื่น ๆ ได้ ดังนั้นการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ดังที่นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น
2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้
4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น
5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

อาคม จันทสุนทร (2522: 47 – 50) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก
2. ทำให้ประหยัดเวลาไม่ต้องเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งมากจนเกินจำเป็น
3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปและเร็วขึ้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 10) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอถ้ามีสิ่งเร้าเข้ามาปะทะประสาทสัมผัส จะทำให้เกิดการเรียนรู้ ประโยชน์ของมโนทัศน์มีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่จัดเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เช่น จะเรียกสัตว์ที่อยู่บนบก ว่าสัตว์ปีก เป็นต้น
2. มโนทัศน์ช่วยแบ่งแยกประเภท ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร เช่น เราสามารถแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่งได้ เป็นต้น
3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้เร็ว
4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่นักเรียน คือ นักเรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในรายละเอียดหรือปลีกย่อย ซึ่งบางอย่างไม่จำเป็นก็อาจข้ามหรือไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องกลับมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา
5. มโนทัศน์ช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532: 14) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว ก็จะสามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อยไป คนพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆ และของเหตุการณ์ต่าง ๆ อยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบ ๆ ตัว เปลี่ยนเป็นจำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้สามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ให้กว้างขวางออกไป

ศศิวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าครูสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้นักเรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจมโนทัศน์ ดังนั้นการสอนให้นักเรียนมีมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการการเรียนรู้ การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์

สุรางค์ โค้วตระกูล (2543: 302) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมาย อันจะทำให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

จากทัศนะเกี่ยวกับ “ความสำคัญของมโนทัศน์” ตามที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปความสำคัญของมโนทัศน์ได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิต เพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดในการเรียนรู้ในเรื่องใด ๆ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วและมากขึ้น เมื่อมีการจัดระบบระเบียบของข้อมูลโดยการนำไปตั้งเป็นกฎเกณฑ์ หลักการ แล้วเมื่อได้เผชิญกับสิ่งเร้าใหม่ จะทำให้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ อย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 89-90) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ 3 ประการ คือ

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

นาตยา ภัทรแสงไทย (2524: 25) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์จากการเรียน เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งหนึ่งสิ่งใดในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้สามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ให้กว้างขวางออกไป

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็ว ชัดเจน และมีความถูกต้องยิ่งขึ้น

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

รัสเซล (Russell, 1956: 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท สรุปได้ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับ จำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่าง ๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัด ความแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคมบางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่งแต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 391 - 393) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (X) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (Zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

กิบสัน (Gibson, 1980: 276) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete Concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ อาทิ บ้าน หนังสือ สุนัข หรือคุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

ฮัลเซ (Hulse, 1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้ว่าจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Ilidefined Concepts) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9-10) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จะมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัสเซเชียน โดเบอร์แมน จิ้งจอก หมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกันสามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจาก วัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่น การจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม จะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น จัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าทั้ง ๆ ที่เป็นสัตว์ต่างชนิดกัน

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2532: 121 – 127) ได้ใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ 1) จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ 2) จำแนกตามการตีความหมาย และ 3) จำแนกตามลำดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะร่วมกัน (Conjunctive Concepts) คือ มโนทัศน์ที่อาศัยลักษณะต่าง ๆ ที่เหมาะสมมารวมกันอยู่ครบถ้วน ทั้งในรูปของจำนวนและค่าของมัน นับเป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่ใช้กันทั่วไป เช่น แว่นตา ปากกา สุนัข เป็นต้น และลักษณะรวมกันเป็นมโนทัศน์อย่างใดอย่างหนึ่งนี้ทำให้มโนทัศน์ของอย่างหนึ่งแตกต่างจากอีกอย่างหนึ่ง

1.2 มโนทัศน์เน้นลักษณะประกอบกัน (Disjunctive Concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่มีลักษณะสำคัญ ๆ ประกอบกัน เช่น วงกลมสีแดง และ/หรือสีเขียว ซึ่งแสดงว่าต้องมีลักษณะรูปวงกลมเป็นพื้นฐานอยู่ ส่วนสีนั้นอาจเป็นสีใดสีหนึ่งหรือทั้งสองสีก็ได้

1.3 มโนทัศน์แบบเน้นลักษณะสัมพันธ์ (Relational Concepts) คือ มโนทัศน์ที่ไม่เน้นลักษณะร่วมกันหรือประกอบกัน แต่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่าง ๆ เช่น ระยะทาง ทิศทาง ความเร็ว เวลา เป็นต้น

2. จำแนกมโมทัศน์ตามแบบการตีความหมาย การตีความหมายอาจเกิดขึ้นได้จากทั้งประสบการณ์ส่วนตัวของบุคคลหรือจากการใช้เกณฑ์กลาง คือ ความคิดเห็นของคนจำนวนมากที่ประเมินไว้ร่วมกัน โดยการตีความหมายอาจจำแนกได้ 3 ลักษณะ คือ

2.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะรวมกัน (Conjunctive Concepts) คือ ตามบทบาทหน้าที่ของมโนทัศน์ (Functional Concepts)

2.2 ตามโครงสร้างของมโนทัศน์ (Structural Concepts) เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปที่มีเส้นตรง 3 เส้น ที่มีความยาวเท่ากันทั้งสามด้าน มาประกบกันจนเกิดรูปปิด ก็คือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่านั้นเอง

2.3 ตามลักษณะหรือพฤติกรรมของมโนทัศน์ (Descriptive or Behavioral Concepts) เช่น ช่างกล คือ ผู้ที่ทำงานด้านเครื่องยนต์กลไก เป็นต้น

3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ (Degree of Complexity) โดยพิจารณาจากลักษณะที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมของมโนทัศน์ต่าง ๆ

ประยูร อาษานาม (2537: 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่างและสี โดยคนเราสามารถรับรู้ สัมผัสได้

2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ของนักการศึกษา ดังที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถจำแนกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ โดยพิจารณาจากลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบ ลักษณะ หรือความสัมพันธ์ที่ร่วมกันของสิ่งที่ต้องการจำแนก ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์ของบุคคลแต่ละบุคคลที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนก

2.4 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันตามศักยภาพของบุคคล ดังนั้น ครูควรทราบเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์เพื่อเป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจนักเรียนแต่ละคนว่ามีการเรียนรู้มโนทัศน์อย่างไร สามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้มากน้อยเพียงใด และครูจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ได้อย่างไร ซึ่งนักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ดังต่อไปนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 509) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์สรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดขึ้นได้ 2 วิธีคือ

1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ การสังเกต เป็นการเรียนรู้โดยค้นพบ หรือใช้วิธีอุปมาน (Inductive Process)

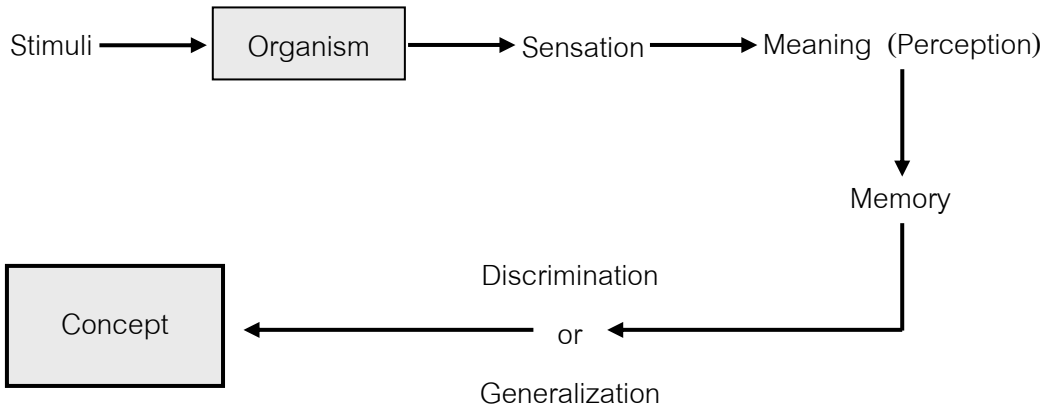
2. การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของมโนทัศน์ และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น ซึ่งเด็กโตจนถึงผู้ใหญ่จะใช้กระบวนการแตกย่อยมโนทัศน์นี้

เฟรเยอร์ เฟรดริค และ ลัวซ์ไมเออร์ (Frayer, Fredrick and lausmeier, 1969 อ้างถึงใน สุรางค์ โค้วตระกูล, 2543: 208-210) ได้ศึกษาการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งในโรงเรียนและได้ติดตามผลระยะยาว (Longitudinal Study) พบว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ของผู้เริ่มเรียนจะเรียนตามขั้นพัฒนาการของสติปัญญาและได้แบ่งขั้นกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 4 ขั้น คือ

1. กระบวนการเรียนรู้ขั้นรูปธรรม (Concrete Level Process)
2. กระบวนการเรียนรู้ขั้นเหมือน (Identity Level Process)
3. กระบวนการเรียนรู้ขั้นที่จะสามารถแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นจำพวกที่มีคุณลักษณะวิกฤติเหมือนกัน (Beginning Classificatory Level)
4. กระบวนการเรียนรู้ขั้นสูงสุด (Formal Level Process)

ปราณี รามสูต (2528: 138) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์ และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้า ความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้นก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการผสมผสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55 – 56) กล่าวไว้สรุปได้ว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า (Stimuli) ก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ ก็จะเกิดการรับรู้ เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และยังได้จัดเก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้ ซึ่งสรุปขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดังภาพที่ 1 ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 1 แสดงขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ ที่มา: นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55-56)

จากการเรียนรู้มโนทัศน์ที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ในการเรียนรู้มโนทัศน์ของแต่ละบุคคล ครูควรคำนึงถึงระดับสติปัญญาและความแตกต่างของแต่ละบุคคล เนื่องจากมโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์จากสิ่งเร้าที่มาปะทะ แล้วเกิดการรับรู้ และเก็บเป็นความจำ มีการผสมผสานกันระหว่างการรับรู้ ความจำที่มีอยู่ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วจะเกิดการสรุปรวบยอดเป็นความคิดของแต่ละบุคคล ดังนั้นนักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้นต้องมีประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำหรับในการเรียนรู้มโนทัศน์ต่อ ๆ ไป

2.5 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนรู้ เพราะมโนทัศน์ช่วยให้มนุษย์ได้เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้รวดเร็ว ชัดเจน และถูกต้อง และถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้ว ย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้เรื่อย ๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) เพราะถ้านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจอย่างถ่องแท้แล้ว นักเรียนจะสามารถขยายองค์ความรู้และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับทุกเนื้อหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งเป็นเครื่องมือสำคัญในการสะท้อนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมา นำไปสู่การยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์จึงเป็นสิ่งสำคัญมาก ดังนั้นครูจึงควรสอนนักเรียนให้เกิดมโนทัศน์ ซึ่งนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

ดี เซคโค (De Cecco, 1968: 402-418) ได้เสนอขั้นตอนในการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากที่เรียนมโนทัศน์แล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยการจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้อย่างถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างที่สอดคล้องและตัวอย่างที่ไม่สอดคล้องต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องของมโนทัศน์นั้นออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ทีละตัวอย่าง ในเวลาใกล้เคียงหรือพร้อมกัน แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. เสนอตัวอย่างใหม่ของมโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนพิจารณาและใช้คำถาม ให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดของนักเรียนเอง

7. เสนอตัวอย่างใหม่ ๆ ทั้งที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่ต้องการสอนหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว ซักถามและตรวจงานนักเรียน และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้น ๆ

คลอสไมเออร์ และริบเปิล (Klausmeier and Ripple, 1971: 422-423) ได้แนะนำวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์สรุปได้ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the Attributes of the Concept) ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the Correct Terminology for Concepts, Attribute and Instances) การสอนมโนทัศน์ครูต้องให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้องเหมาะสม

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the Nature of the Concepts to be learned) การสอนมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียก่อนตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for Proper Sequencing of Instances of Concepts) ครูควรเสนอตัวอย่างทั้งที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริม และแนะนำให้นักเรียนต้องการค้นคว้า (Encourage and Guide Student Discovery) ซึ่งเป็นสิ่งยั่วยุให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอ ๆ กับการที่ให้นักเรียนมีอิสระในการตัดสินใจ และรับผิดชอบในสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the Concept) โดยครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือจนกระทั่งนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

7. ให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage Independent Evaluation of the Attained Concept) หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

คลอสไมเออร์ (Klausmeier, 1985: 278 – 279) ได้ศึกษาวิจัยพบว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนและอิทธิพลจากสภาพแวดล้อมในรูปของการเรียนการสอน โดยที่ลำดับขั้นการสร้างมโนทัศน์พอสรุปได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ระดับรูปธรรม (Concrete Level) เป็นระดับซึ่งนักเรียนจำวัตถุสิ่งต่าง ๆ ได้และนึกถึงชื่อของสิ่งนั้น ๆ ได้ เช่น เด็กเล็กๆ เรียนรู้ คำว่า “สุนัข” เป็นต้น

2. ระดับรวมกลุ่ม (Identity Level) เป็นระดับที่นักเรียนจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งในสภาพการณ์และเวลาที่แตกต่างกันได้ ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้นี้คือ ความสามารถสรุปความคล้ายคลึงและแผ่ขยายมโนทัศน์ได้ (Generalization) เช่น สุนัขก็ย่อมเป็นสุนัขเสมอ ไม่ว่าจะอยู่ในสถานที่ เวลา หรือมุมมองที่แตกต่างกันอย่างไรก็ตาม

3. ระดับจัดจำพวก (Classification Level) คือ ความสามารถในการจัดประเภทสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันเข้าด้วยกัน เช่น สุนัข ไม่ว่าจะมีรูปร่าง ขนาด สี หรือพันธุ์แตกต่างกันอย่างไรก็เรียกว่า สุนัข ทั้งนั้น

4. ระดับนามธรรม (Formal Level) เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถใช้สื่อมโนทัศน์อธิบายความหมาย จำแนกความแตกต่างกับมโนทัศน์อื่น ๆ ได้ ถือเป็นระดับที่เรียนรู้มโนทัศน์ได้สมบูรณ์

ลาสเลย์และแมทซีนสกี (Lasley and Matczynski, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547ข: 64) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ครู หรือจากทั้งนักเรียนและครู ในขั้นนี้ครูต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) นักเรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ครูต้องเตือนนักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่นักเรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ครูจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ครูควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ครูอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ชาร์ลีสเวิร์ท (Charlesworth, 2005: 29-34) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่ว ๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ (Assess) เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียน อันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose Objectives) เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูควรนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อนได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

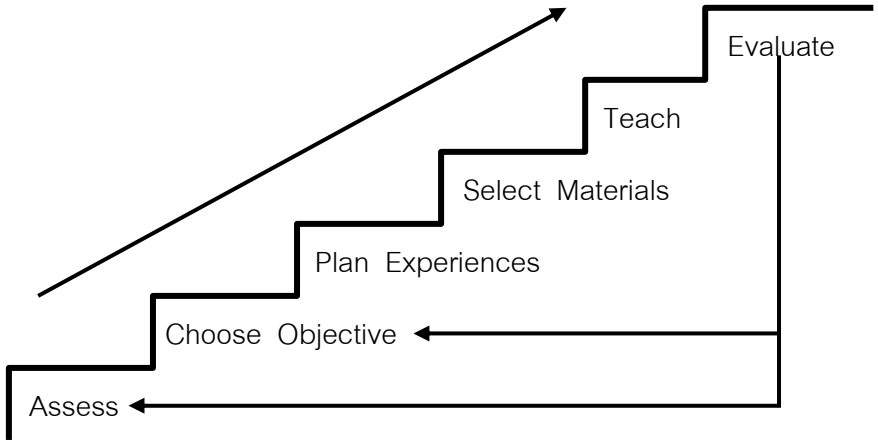
3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ (Plan Experiences) ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน (Select Materials) โดยสื่อต้องเป็นสื่อที่ดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้น ๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

ทั้งนี้สามารถเขียนสรุปขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนได้ดังภาพที่ 2 ต่อไปนี้



ภาพที่ 2 แสดงขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
ที่มา: Charlesworth (2005: 29-34)

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และเป็นประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. รู้จักสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ ซึ่งมี 2 รูปแบบ คือ การสอนแบบนิรนัย และการสอนแบบอุปนัย สรุปได้ดังนี้

การสอนแบบนิรนัย มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์ที่เรียนเป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย มีขั้นตอนดังนี้

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่นักเรียน

2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น ต่อจากนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านั้น

4. ให้นักเรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

2. ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน

3. ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

- ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์

- ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนเพื่อให้เกิดการพัฒนามโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้ดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นอาจทำได้หลายวิธี ซึ่งจะมีประสิทธิผลมากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น วิธีการสอน การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน การจัดหาสื่อการเรียนการสอน การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม นอกจากนี้ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ เช่น การสังเกต

การเปรียบเทียบความต่าง ความคล้าย และที่สำคัญควรมีการประเมินผลหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว เพื่อจะทำให้การสอนมโนทัศน์มีประสิทธิภาพ

2.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

หลังจากการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว หากต้องการทราบว่านักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใดนั้น จำเป็นต้องมีการตรวจสอบโดยการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะวัดอย่างไรนั้นได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

วิลสัน (Wilson, 1971: 645 – 670) ได้กล่าวถึง การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจโดยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน ดังตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมป้าน

   ก. 45°

   ข. 90°

   ค. 135°

   ง. 180°

   จ. 225°

2. กำหนดให้ A และ B เป็นมุมแหลมซึ่งมีขนาดเท่ากับ $p°$ และ $q°$ ตามลำดับ ถ้า A และ B เป็นมุมประกอบมุมฉากแล้ว ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

   ก. $p° - q° = 0°$

   ข. $p° + q° = 90°$

   ค. $p° + q° = 180°$

   ง. $0° < p° + q° < 90°$

   จ. $90° < p° + q° < 180°$

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ เป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท ถ้าต้องการหาราคาไก่ 1 ตัว จะหาโดยวิธีการใดดีที่สุด

   ก. วิธีบวก

   ข. วิธีลบ

   ค. วิธีคูณ

   ง. วิธีหาร

2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร

   ก. ทุน 95 บาท ขายไป 100 บาท

   ข. ทุน 100 บาท ขายไป 105 บาท

   ค. ทุน 100 บาท ขายไป 95 บาท

   ง. ทุน 105 บาท ขายไป 100 บาท

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้นจึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีอยู่มากมาย ในที่นี้จะนำเสนองานวิจัยที่น่าสนใจดังนี้

2.7.1 งานวิจัยต่างประเทศ

เกจ (Gage, 1977: 4929-A) ได้ทำการศึกษาผลของการให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบของมโนทัศน์ที่มีต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนในวิชาพีชคณิตขั้นต้น กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนระดับ เกรด 9 จำนวน 80 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกเรียนรู้มโนทัศน์ 15 มโนทัศน์ ในวิชาพีชคณิตโดยการให้ตัวอย่างทางบวกเพียงอย่างเดียว และกลุ่มที่สองเรียนรู้มโนทัศน์ 15 มโนทัศน์ ในวิชาพีชคณิตโดยการให้ตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวก ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับตัวอย่างทางบวกเพียงอย่างเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

ไอร์วินและคณะ (Irwin and others,1985: 61 -90) ได้ศึกษาลักษณะการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน ซึ่งพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันจะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ในลักษณะที่แตกต่างกัน โดยนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ จะใช้เวลามากในการเรียนรู้ข้อเท็จจริง และทักษะการคำนวณ ส่วนนักเรียนที่มีความ สามารถทางการเรียนสูงจะใช้เวลาน้อยในการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำไปใช้งาน และสามารถเรียนหัวข้อต่าง ๆ โดยใช้เวลาต่อหัวข้อน้อยกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ

ซัลลิแวน (Sullivan, 2007: Abstract) ได้ศึกษาผลของการใช้บันทึกประจำวันที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงกระบวนการรับรู้: เครื่องมือสำหรับการประเมินความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนที่ถ่ายทอดความเข้าใจหรือความบกพร่องของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้บันทึกประจำวันในการแสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงกระบวนการรับรู้และผลสะท้อนกลับ การศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับเกรด 3 อายุ 8 ปี จำนวน 6 คน ในรัฐวอชิงตัน ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยผู้วิจัยได้ทำการติดตามลักษณะการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนผ่านการใช้บันทึกประจำวันเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ครอบคลุมหัวข้อในบทเรียน แล้วทำการวิเคราะห์จากสิ่งที่นักเรียนเขียนในบันทึกประจำวัน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนบันทึกประจำวันระหว่างการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์มากในการพัฒนาการเปลี่ยนแปลงกระบวนการรับรู้ ส่งเสริมความสามารถของนักเรียนในการสื่อสาร ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.7.2 งานวิจัยในประเทศ

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี (2544: 55-58) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงสำรวจ ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 415 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรม สามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ผลการวิจัยพบว่า ตัวอย่างประชากรมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ในระดับต่ำใน 3 มโนทัศน์ย่อย คือ บทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง และเส้นขนานและมุมภายนอก กับมุมภายใน

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547: 93-102) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการพัฒนามโนทัศน์ทาง เรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 5 สัปดาห์ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้เรียนโดยใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างรูปในเนื้อหาเรื่อง วงกลม ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการ เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

ธีรนาถ ธงงาม (2548: 69-75) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซที่มีต่อมโนทัศน์และความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 68 คน เป็นนักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 34 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซ และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซมี

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ อีกทั้งมีมโนทัศน์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ยลนภา พลชัย (2548: 66-73) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวังสามหมอวิทยาคาร อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี ปีการศึกษา 2548 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 35 คน และกลุ่มควบคุม 36 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549: 66-73) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดพลับพลาชัย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม (2549: 78-86) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครศรีธรรมราช กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนโยธินบำรุง จำนวน 89 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการและนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการมีความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: 89-96) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสตรีวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 43 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาในการสอน 22 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อัมพร ม้าคนอง (2552: 100-132) ได้ศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์และวิชาเอกประถมศึกษา กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยมศึกษา ในภาคต้น ปีการศึกษา 2551 จำนวน 43 คน เครื่องมือ

ที่ใช้ในการวิจัยนี้ ประกอบด้วย 1) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งแต่ละชุดเป็นแบบวัดแบบอัตนัย ประกอบด้วยแบบวัดย่อยจำนวน 5 ชุด ตามสาระคณิตศาสตร์ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 2) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสังเกตอัตนัยแบบมีโครงสร้าง ใช้สังเกตกระบวนการเรียนรู้ตามโมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และการตอบคำถามระดับสูง 3 แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอนที่ใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง เป็นแบบสอบถามแบบมาตรวมค่า สอบถามความคิดเห็น 3 ด้าน คือ ด้านความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอน ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับและด้านประโยชน์ในการนำไปใช้ และ 4) แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างเป็นแบบสัมภาษณ์เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอนที่ใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง ตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2551 ถึงเดือนกันยายน 2551 รวมเป็นระยะเวลา 16 สัปดาห์ หรือ 1 ภาคการศึกษา โดยผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกสาระคณิตศาสตร์ และผลลักษณะเดียวกันนี้ปรากฏในภาพรวมของทั้งห้าสาระและหลังจากการเรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูงผู้เรียนที่สามารถอธิบายมโนทัศน์แบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น และมีจำนวนมากกว่าผู้เรียนที่อธิบายมโนทัศน์แบบไม่มีโครงสร้างหรือไม่อธิบาย ในทุกสาระคณิตศาสตร์และในภาพรวมของทุกสาระ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้เอง มีความรู้ความเข้าใจในทักษะทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ตลอดจนทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ดังนั้นครูควรให้ความสำคัญกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน เพราะถ้านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจอย่างถ่องแท้แล้ว นักเรียนจะสามารถขยายองค์ความรู้และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับทุกเนื้อหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งเป็นเครื่องมือสำคัญในการสะท้อนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมา นำไปสู่การยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ การให้เหตุผลเป็นการฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนนั่นเอง

3.1 ความเป็นมาของการให้เหตุผล

นักปรัชญาให้ความสำคัญของการให้เหตุผลมากเป็นพิเศษเพราะถือว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการแสวงหาความรู้ของมนุษย์ อริสโตเติล (Aristotle, 384-322 B.C) นักปรัชญาคนสำคัญ ชาวกรีกโบราณได้นิยามว่า “มนุษย์ คือ สัตว์ที่มีเหตุผล” (Man is Rational Animal) มนุษย์รู้จักใช้เหตุผลตั้งแต่เริ่มเป็นมนุษย์ และกิจกรรมการให้เหตุผลนี้เองที่ทำให้มนุษย์สามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้สูงกว่าสัตว์ชนิดใดในโลก อริสโตเติลได้เขียนหนังสือแสดงหลักเกณฑ์ในการพิจารณาความถูกต้องของการให้เหตุผลโดยให้ชื่อหนังสือเล่มนี้ว่า Organum ซึ่งแปลว่า เครื่องมือ เพราะเขาเชื่อว่าเหตุผลเป็นเครื่องมือแสวงหาความจริงของมนุษย์ หลักเกณฑ์การให้เหตุผลที่อริสโตเติลแสดงไว้ในหนังสือเล่มนี้คือ การอ้างเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งมีอิทธิพลแผ่คลุมโลกตะวันตกในสมัยนั้นและต่อมาถึงสมัยกลางจนกระทั่งถึงสมัยใหม่เมื่อประมาณคริสต์ศตวรรษที่ 16 ซึ่งนับว่าเป็นระยะเวลาที่ยาวนานมากถึงเกือบ 2000 ปี

ในคริสต์ศตวรรษที่ 16 นักปราชญ์ชาวอังกฤษคนหนึ่ง ชื่อ ฟรานซิส เบคอน (Francis Bacon, 1561-1626) ได้หันเหความสนใจไปสู่การอ้างเหตุผลอีกแบบหนึ่ง คือ การอ้างเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เขาเขียนหนังสือ ชื่อ Novum Organum ซึ่งแปลว่า เครื่องมือใหม่ เพราะเขาเห็นว่าวิธีการอุปนัยนี้จะเป็นเครื่องมือใหม่ของมนุษย์ในการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ ความคิดของเบคอนได้รับอิทธิพลจากวิชาวิทยาศาสตร์ซึ่งสมัยนั้นกำลังประสบความสำเร็จและได้รับความสนใจอย่างมาก เขาเห็นว่าการอ้างเหตุผลแบบนิรนัยนั้นมีจุดอ่อนตรงที่เป็นลักษณะการอ้างเหตุผลที่วกวนเหมือนกับพายเรือในอ่าง ไม่ก่อให้เกิดความรู้ใหม่จึงไม่มีประโยชน์ ความรู้ที่แท้จริงของมนุษย์จึงน่าจะได้มาด้วยวิธีการอุปนัยมากกว่า การอ้างเหตุผลแบบอุปนัยของเบคอนได้รับการจัดให้เข้ารูปสมบูรณ์ขึ้นโดย จอห์น สจวต มิลล์ (John Stuart Mill, 1806-1873) เกิดเป็นวิธีอุปนัยที่มีชื่อเรียกว่า วิธีการของมิลล์ (Mill’s Methods) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย

ต่อมาเบอร์ทรันด์ รัสเซลล์ (Bertrand Russell, 1872-1970) กับ อัลเฟรด ไวท์เฮด

(Alfred Whitehead, 1861-1947) ได้ร่วมกันเขียนหนังสือ ชื่อ Principia Mathematica ซึ่งถือกันว่าเป็นแม่บทของตรรกวิทยาแนวใหม่ที่เรียกว่า ตรรกวิทยาสัญลักษณ์ (Symbolic Logic) เป็นการผสมผสานกฎเกณฑ์ของตรรกวิทยานิรนัยกับกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของความคิดที่เป็นระบบโดยเน้นที่โครงสร้างหรือรูปแบบเป็นหลักจึงเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Formal Logic ในขณะเดียวกันได้มีการศึกษาตรรกวิทยาอีกแนวหนึ่งที่เรียกว่า Informal Logic หรือ Critical Reasoning ที่ไม่ยึดถือแบบแผนมากนักแต่จะเป็นตรรกวิทยาเชิงปฏิบัติ คือ ให้ความสำคัญกับการนำกฎเกณฑ์ทางตรรกวิทยามาใช้ได้จริงในการวิเคราะห์การอ้างเหตุผลในชีวิตประจำวัน

3.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน โดยถือว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

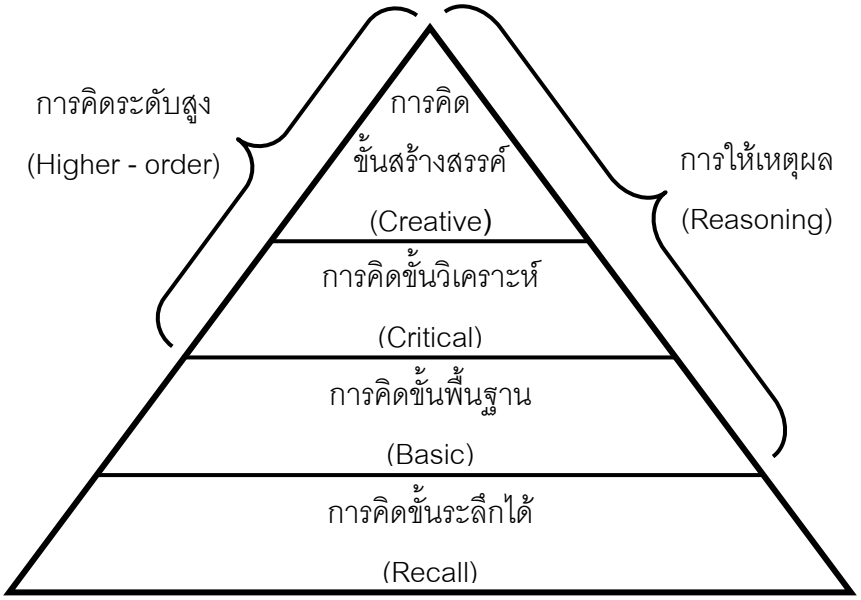
โอดาฟเฟอร์และธอร์นควิส (O' Daffer and Thornquist, 1990: 43) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

กรีนวูด (Greenwood, 1993: 144) ได้กล่าวถึงการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยังกล่าวย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

ครูลิคและรุดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 3-5) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดซึ่งสามารถสรุปได้ว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจาก

ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

จากทัศนะและแนวคิดของนักจิตวิทยาและนักการศึกษาดังที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการคิดและการให้เหตุผลมีส่วนที่เกี่ยวข้องกัน ครูลิคและรุดนิค ได้อธิบายถึงความเกี่ยวข้องนี้ โดยเขาได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ระดับคือ ขั้นระลึกได้ (Recall) ขั้นพื้นฐาน (Basic) ขั้นวิเคราะห์ (Critical) และขั้นสร้างสรรค์ (Creative) โดยได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากระดับระลึกได้ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ลำดับขั้นของการคิด (Krulik)

ที่มา: Krulik and Rudnick, 1993. An Introduction to Higher-Order Thinking Skills and Problem Solving. Reasoning and Problem Solving. p.3

ครูลิคและรุดนิค อธิบายโดยสรุปได้ว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันอย่างสิ้นเชิง โดยแต่ละขั้นจะมีส่วนที่เหลื่อมล้ำทับซ้อนกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าว จะเห็นว่าการให้เหตุผล จะอยู่ในการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นวิเคราะห์ และขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ ครูลิคและรุดนิคเรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher-order Thinking)

สมาคมครูคณิตศาตร์แห่งอเมริกา (NCTM., 2000: 57) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผล สรุปได้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 สรุปได้ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาเชิงคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์
4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

ไลท์ตันและสเติร์นเบิร์ก (Leighton and Sternberg, 2004: 11) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการในการสร้างข้อสรุป ทุกสิ่งทุกอย่างที่เราทำและคิดจะเกี่ยวข้องกับการสร้างข้อสรุป กล่าวคือ เมื่อเราเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ประเมิน ฯลฯ เราจะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อของเราเสมอ

วิกีพีเดีย เอ็นไซโครพีเดีย (Wikipedia Encyclopedia, 2008: Online) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล สรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดประเภทหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับภาษา ความตระหนักรู้ และหลักตรรกวิทยา ซึ่งมีแต่มนุษย์เท่านั้นที่รู้ว่าจะบูรณาการสิ่งเหล่านี้เข้าด้วยกันได้อย่างไร

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 49-50) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ

จากความหมายของการให้เหตุผลข้างต้น ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

3.3 ความสำคัญของการให้เหตุผล

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (NCTM., 1989: 6, 29, 81) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ ซึ่งการแสดงเหตุผลที่ดีนั้นมีคุณค่ามากกว่าคำตอบที่ถูกต้อง (NCTM., 1989: 6) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 4-5) นอกจากนี้ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในสาขาอื่น ๆ (Baroody, 1993: 252 – 260) การเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคลจะไม่มีใครบอกว่าถูกหรือผิดจะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองโดยใช้เหตุและผล (Lappan and Schram, 1989: 18) ดังนั้นในการพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้นต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาตัดสินใจได้ จากเหตุผลดังกล่าวทำให้นักการศึกษาได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

อาร์ทและฟีเมีย (Artzt and Femia, 1999: 115 -126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM., 2000: 56) ได้ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยกำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – ระดับเกรด 12 สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนต้องตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลในการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. นักเรียนสามารถสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนสามารถอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

3.4 ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นธรรมชาติของคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 23 – 24) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้เหมาะสมตามวัย ความรู้และประสบการณ์ การให้เหตุผลของเด็กเล็กมักเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็นหรือเป็นไปตามการรับรู้ ต่อมาจึงพัฒนาให้เป็นเหตุผลที่เป็นนามธรรมมากขึ้นเรื่อย ๆ การให้เหตุผลของเด็กในระดับชั้นประถมศึกษา มักเป็นเรื่องเกี่ยวกับแบบรูป การจำแนกความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ การใช้สมบัติของจำนวน เป็นต้น นักเรียนจำเป็นต้อง

เรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัยทั่วไปของกรณีต่าง ๆ บางครั้งตัวอย่างหลาย ๆ กรณีก็ยังไม่เพียงพอต่อการสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ ครูจึงต้องยกตัวอย่างที่เป็นกรณีสนับสนุนและกรณีคัดค้านเพื่อให้นักเรียนไม่ด่วนสรุปเร็วจนเกินไป นักเรียนต้องเรียนรู้การพิจารณาสิ่งต่าง ๆ บนพื้นฐานของข้อมูล

อัมพร ม้าคนอง (2547ง: 97 – 98) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnection) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002 อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2547ง: 97) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลนักเรียนรู้ต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ครูสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Structure) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน
5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Contexts) เช่นในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหา มโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหาครูไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น

และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้นักเรียนอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญ คือ นักเรียนจะได้ข้อสรุป หรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ (NCTM., 1991 อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2547ง: 97) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลผิด เป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้วครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผลซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด และสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด

จากแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ การให้เหตุผลจะเป็นไปตามวัย ซึ่งการให้เหตุผลของเด็กเล็กจะเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็นและจะพัฒนาเป็นการให้เหตุผลที่เป็นนามธรรม ซึ่งกระบวนการให้เหตุผลต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์

3.5 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

เซียเรส (Searles, 1956: 1-10) ได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อย ๆ เหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้

1.1 ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่าง ๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม

1.2 ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนก แยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง

1.3 ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง

1.4 ด้านการสรุปรวบยอด เป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย หมายความว่าเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ ความสอดคล้องหรือคล้อยตามเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

เฮลเลอร์ และคณะ (Haller and others, 1989: 209-211) ได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Proplems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ คำถามที่ใช้ในการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้ เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจจะเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ มีดังนี้

1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.3 เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง

1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม

1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง

1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง

1.9 เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Proplems) เป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

โอดาฟเฟอร์ (O' Daffer, 1990: 378) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลมี 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไปทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่างและนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ได้แก่ อนิยาม นิยาม สัจพจน์และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

บารูดี้ (Baroody, 1993: 2-59) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การให้เหตุผล เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนหรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย ได้ให้ความหมายเช่นเดียวกับโอดาฟเฟอร์ สำหรับความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บารูดี้ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์ มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณหรืออุปนัย เรียกว่าการสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดการณ์โดยการพิสูจน์ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย

คูนีย์ และคณะ (Cooney and others, 1999: 8 - 10) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 4 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการเห็นสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เหตุผลแบบนิรนัยเป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ ตัวอย่างเช่น การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้นหรือเงินเดือนลดลง หรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% จงอธิบายว่า เมื่อใดทั้ง 2 แบบ ได้รับผลเท่ากัน

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ ตัวอย่างเช่น จะต้องตัดตามขวางทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์อย่างไร จึงจะได้รูปเหลี่ยมดังต่อไปนี้ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

อาริสา ฉัตรกิจวรุณ (2529: 1) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ สรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการสรุปผลจากการทดลองหรือการสังเกตการณ์จากปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในกรณีหลาย ๆ กรณีแล้วนำมาสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เริ่มต้นด้วยเหตุผลหรือข้อกำหนดต่าง ๆ และมีบางเหตุเป็นกฎเกณฑ์อยู่ในรูปทั่วไป จากความสัมพันธ์ของเหตุเหล่านี้ จึงมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่แต่ละคนได้สะสมพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ตลอดจนข้อคิดต่าง ๆ ไว้ในจิตใต้สำนึกแล้วยังผลให้เกิดข้อคิดอันใหม่ ซึ่งไม่ได้อยู่ในรูปของสัญชาตญาณตามธรรมชาติ ข้อคิดอันใหม่นี้จะผุดขึ้นมาจากจิตใต้สำนึกอาจจะผุดขึ้นมาแวบเดียวแล้วก็หายไป หรือบางครั้งก็ปรากฏอยู่นาน ๆ

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: 2-11) กล่าวไว้สรุปได้ว่า การให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่มี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลาย ๆ ตัวอย่าง หลายแง่หลายมุม แล้วสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่ง ที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผลนี้มีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom or Postulate)

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาดังที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายลักษณะ แต่ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการคิดหาข้อสรุปที่ได้จากการสังเกตข้อเท็จจริงย่อย ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วพยายามหากฎหรือหลักการทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยนั้นเข้าด้วยกัน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการคิดหาข้อสรุปจากประโยคอ้างที่ยอมรับทั่วไป แล้วพิจารณาความสัมพันธ์ของประโยคอ้างอีกประโยคหนึ่ง โดยอาศัยเหตุผลจากส่วนใหญ่ไปสู่ส่วนย่อย เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

3.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้

กิลฟอร์ดและฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner, 1971: 28-32) ได้ให้ทัศนะไว้สรุปได้ว่า การพัฒนาบุคลิกให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมบุคคลให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสม

แบรนด์ (Brandt, 1984: 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 39) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวการสอนที่ทำให้เกิดทักษะการคิดที่เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล แบ่งเป็น 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) แนวทางการสอนการคิด

(Teaching of Thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) โดยมีรายละเอียดของแต่ละแนวทางดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

แลปแพนและสแชรม (Lappan and Schram, 1989: 18-19) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น สร้างข้อคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า ...” “จงให้ตัวอย่างของ ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดความคิด การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993: 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนสรุปได้ว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมากต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึก

หวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดที่ได้กระทำและสรุปหลักการที่ได้ พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

ฮอกตัน มิฟฟิน (Houghton Mifflin, 1995 อ้างอิงใน ปานทอง กุลนาถศิริ, 2540: 98) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์การใช้คำถามเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) สรุปได้ว่า ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญโดยครูจะเป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จดังกล่าว เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (To Develope Student's Reasoning Ability) ครูควรมีกลยุทธ์ในการใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เช่น

ก. ทำไมเธอจึงเลือกคำตอบนั้น

ข. เธอพิสูจน์ได้ไหม

ค. วิธีนั้นใช้ได้เสมอหรือไม่

ง. ทำไมเธอจึงทำอย่างนั้นล่ะ

กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 6) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานความคิด และการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยการฝึกคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งนักเรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น ตั้งข้อคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด และชี้แจงเหตุผลกัน

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล โดยได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหน อย่างไร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2545: 195) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล สรุปได้ว่ามี 3 ประการ คือ

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้นักเรียนมีโอกาสและมีอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้ และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

อีกทั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยียังได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลอีกว่า ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว นักเรียนคิดว่า....จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open - ended Problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

นอกจากนี้บทบาทของครูที่จะส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (สสวท., 2547: 15) คือ

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักในสิ่งต่อไปนี้

1.1 การเรียนคณิตศาสตร์ให้เรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่ว ๆ ไปมักจะมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าทำไมต้องเป็นเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้ทำให้เบื่อวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่า

คณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทอย่างยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่าวิชานี้ไม่ยาก

1.2 ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

1.3 ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ครูควรให้การเสริมแรงทันที

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้น ๆ การให้เหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดาโดยอาศัยเหตุผล

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง

7. ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้น

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด

9. ให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ท้าทายให้นักเรียนคิด และทำกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ให้เวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

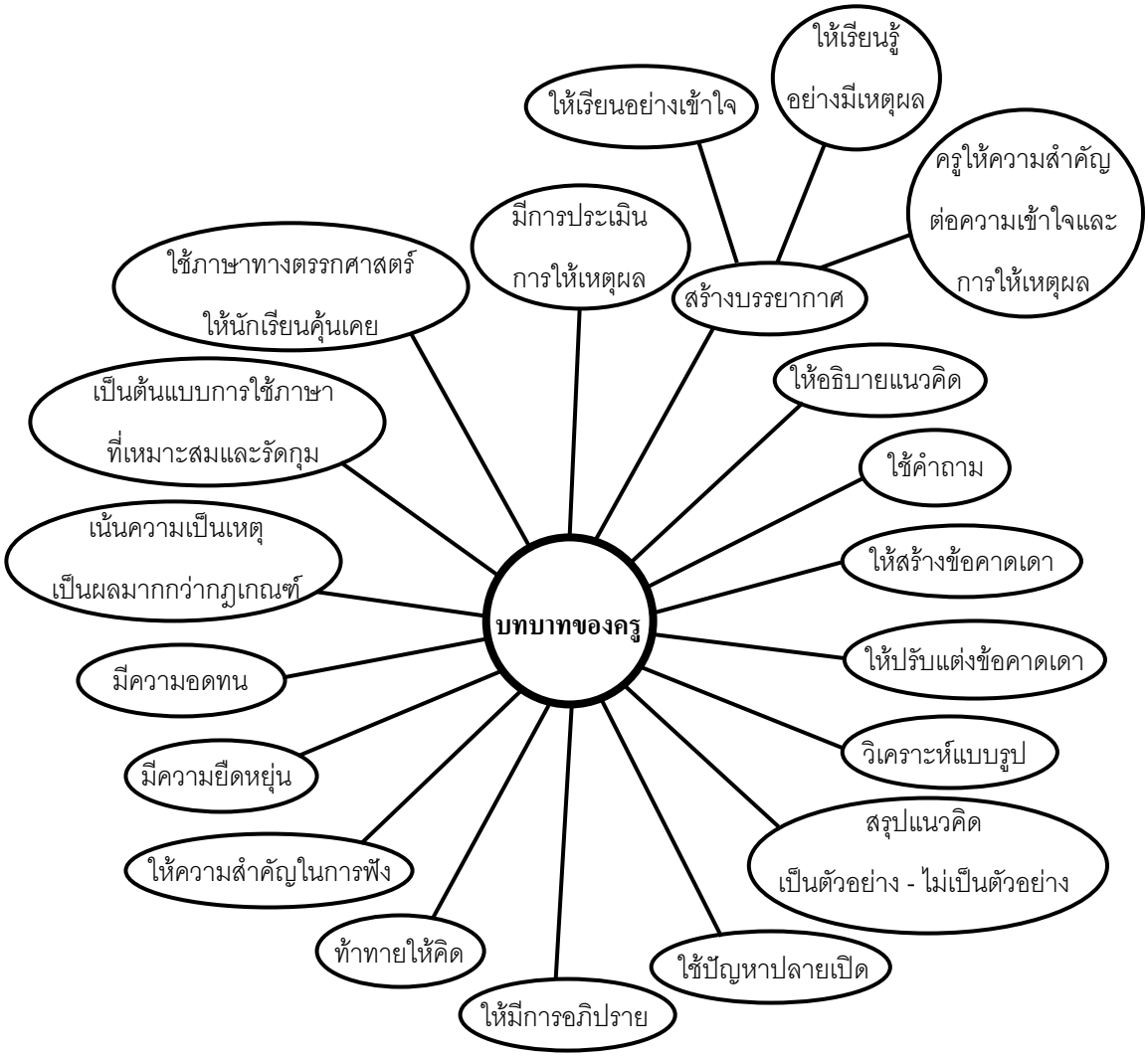
14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกุญแจไปสู่การบอกวิธีการ

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง

16. ครูควรใช้ภาษาตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปให้นักเรียนคุ้นเคย

17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้ทำ หรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล

บทบาทของครูที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลแสดงได้ด้วยภาพที่ 4



ภาพที่ 4 แสดงบทบาทของครูที่ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผล (สสวท., 2545: 195)

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล โดยครูต้องสอนการให้เหตุผลสอดแทรกอยู่ในเนื้อหา และ

ควรสร้างบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน และควรฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายอย่างต่อเนื่อง

3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีมากมายในที่นี้ขอนำเสนองานวิจัยที่มีผลการวิจัยน่าสนใจ ดังนี้

3.7.1 งานวิจัยต่างประเทศ

เลชเชอร์ (Lesher, 1981: 2-24) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4-7 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ระหว่างระดับชั้นมีความแตกต่างกัน กล่าวคือ นักเรียนที่มีระดับชั้นสูงกว่า จะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับชั้นต่ำกว่า

เรโนลด์ (Reynolds, 1976 cited in Thomson, 2000: 478) ทำการศึกษาการพิสูจน์ทางอ้อมในวิชาเรขาคณิตเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประมาณ 14% สามารถเขียนการพิสูจน์ได้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประมาณ 70% สามารถเขียนการพิสูจน์ได้ และมีนักเรียน 12 - 18% จากทุกระดับชั้นสามารถพิสูจน์ได้ถึงจุดที่เกิดการขัดแย้งกัน (Contradiction) แต่ไม่รู้วิธีที่จะทำการพิสูจน์ต่อไปให้จบกระบวนการพิสูจน์

เรย์ (Ray, 1979: 3220-A) ได้ทดลองเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำ (Lower Level Question) กับคำถามในระดับสูง (Higher Level Question) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายวิชาเคมี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม จัดการเรียนการสอนให้เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม ยกเว้นการใช้ระดับคำถามที่แตกต่างกัน โดยกลุ่มหนึ่งจะใช้คำถามที่เป็นคำถามระดับสูง ส่วนอีกกลุ่มใช้คำถามเป็นคำถามระดับต่ำ ใช้เวลาทดลอง 24 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่าคะแนนการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับต่ำที่ระดับนัยสำคัญ .01

ฟิสเชอร์ (Fischer, 1996: 3870) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงสำรวจ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 266 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบทักษะการคำนวณ แบบทดสอบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสามารถใช้ทักษะการคำนวณและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้

ทูล (Toole, 2001: Online) ได้ทำการศึกษาวิจัยเรื่อง การอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การตรวจสอบความสัมพันธ์ในเรื่อง พื้นฐานทางจริยธรรม เพศ และระดับของการให้เหตุผลที่เป็นทางการ ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงสำรวจ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในเกรด 7 จำนวน 106 คน ผลการวิจัยพบว่า ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .556 ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างพื้นฐานทางจริยธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .549 และค่าสหสัมพันธ์ระหว่างเพศกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .057 แสดงให้เห็นว่าระดับการให้เหตุผลและพื้นฐานทางจริยธรรมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ แต่เพศไม่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

มัวร์ (Moore, 2005: 249-266) ได้ทำการศึกษาปัญหาในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปัญหาที่นักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรีประสบระหว่างการเปลี่ยนจากการเรียนระดับเบื้องต้นที่เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาและการใช้สัญลักษณ์ไปสู่บทเรียนเรื่องการพิสูจน์ในระดับที่สูงขึ้น คำถามที่ใช้ในการวิจัยคือ “อะไรคือที่มาของปัญหาในการทำการพิสูจน์ของนักศึกษาที่เรียนบทเรียนแรกเรื่องการพิสูจน์” ซึ่งหัวข้อที่บรรจุในบทเรียนประกอบด้วยเทคนิคการพิสูจน์ ทฤษฎีเซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และระบบจำนวนจริง และงานที่จะมอบหมายให้นักศึกษาทำนั้นจะเป็นการให้นักศึกษาทำการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างสั้น ๆ โดยอาศัยบทนิยาม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์จำนวน 16 คน ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วมในชั้นเรียนแต่ละวัน สัมภาษณ์อาจารย์ผู้สอนและนักศึกษา และทบทวนวิชาร่วมกันนอกห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า ปัญหาในการพิสูจน์ของนักศึกษามี 3 ประเด็นสำคัญ คือ ความเข้าใจใน

มโนทัศน์ (Concept Understand) ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Language and Notation) และการเริ่มต้นการพิสูจน์ (Getting started on a Proof)

3.7.2 งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งศึกษาความสามารถของนักเรียนใน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือและกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนนารายณ์และโรงเรียนดงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ .01

ขอบใจ สาสิทธิ์ (2545: 56-63) ได้ทำการศึกษาเรื่องผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการสอนสูงกว่าก่อน การทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547: 71-79) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงสำรวจ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ในปีการศึกษา 2547 ในจังหวัดนครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีษะเกษ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ธนภร ตุ้มบุญ (2548: 60) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้

เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมด่านสำโรง จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร (2548: 59) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผลในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 15 คน ที่ได้จากการอาสาสมัคร ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการใช้ชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเวลา 16 วัน จำนวน 24 ชั่วโมง โดยหลังจากเรียนจบในแต่ละหน่วย ผู้วิจัยทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อยประจำหน่วย และเมื่อนักเรียนเรียนครบทุกหน่วย ผู้วิจัยทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบหลังเรียนและสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผลมีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เอมอร สุมามาลย์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยง และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาคาร จังหวัดน่าน ปีการศึกษา 2548 จำนวน 32 คน โดยได้รับการเลือกแบบเจาะจง ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองให้กับนักเรียน ในระยะแรกนักเรียนยังไม่สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงและการให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ ต้องได้รับการกระตุ้นด้วยใบประเด็นคำถาม ทำให้ในระยะต่อมานักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี มีมุมมองการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ อีกทั้งพบว่าความสามารถในการเชื่อมโยงและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

เทพสุดา เกตุทอง (2551: 111-119) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 36 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแผนการจัดการเรียนรู้ตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สายสุนีย์ สุทธิจักษ์ (2551: 69-74) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวน 103 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาจำนวน 51 คน และกลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติจำนวน 52 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2551: 187-202) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI: Cognitively Guided Instruction) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา

สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาเพื่อหาประสิทธิภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียวและมีการทดสอบก่อนและหลังเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนแย้มวิทยการ จังหวัดราชบุรี จำนวน 45 คน ทำการทดลองโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 20 ชั่วโมง ที่เน้นการให้เหตุผลและการบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมในเรื่อง น้ำ ป่าไม้ และอากาศ ผลการทดลองด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล ทักษะการให้เหตุผล และทักษะการเชื่อมโยง ประเมินโดยใช้แบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ประเมินโดยใช้แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลอง ด้านการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมประเมินโดยใช้แบบวัดการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมก่อนและหลังการทดลอง นอกจากนี้ยังมีการสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ และการเขียนรายงานของนักเรียน เพื่อศึกษาข้อมูลในเชิงคุณภาพ ผลการทดลองพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบด้านทักษะการให้เหตุผล ด้านทักษะการเชื่อมโยง ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และด้านสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมภายหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ โดยมีปัจจัยสำคัญหลายประการที่ช่วยพัฒนาความสามารถดังกล่าว ได้แก่ รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครู นักเรียน บรรยากาศการเรียนการสอน สื่อการสอนและสภาพแวดล้อมอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน ซึ่งปัจจัยดังกล่าวเหล่านี้ล้วนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสิ้น ปัจจัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นปัจจัยหนึ่งที่ครูสามารถออกแบบกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลในแต่ละขั้นของกระบวนการ โดยฝึกการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ แสดงข้อสรุป และพิจารณาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล โดยมีครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงเหตุผลอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการ ซึ่งลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวน่าจะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นปัญหาสำหรับงานวิจัย และศึกษาแนวทางแก้ปัญหาจากเอกสาร บทความ ตำรา พร้อมทั้งศึกษาแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

1.2 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1- มัธยมศึกษาปีที่ 3) รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน

1.3 ศึกษาเนื้อหาเรื่องเส้นขนาน จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

1.4 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบของการทดลองปรากฏดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
C	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดกลาง มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันจำนวนมากพอสำหรับการทดลอง อีกทั้งผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือและสนับสนุนการทำวิจัยเป็นอย่างดี และจากการสำรวจพบว่า ในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษามีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้อง มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกัน ได้แก่ ห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 34.91 และ 34.31 ตามลำดับ นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 21.26 และ 20.96 คะแนน ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน ต่อจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเท่ากับ 20.94 และ 19.88 คะแนน ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของ

นักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน ซึ่งผลจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนทั้งสองห้องมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและนักเรียนชั้น ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

4.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 11 แผน ใช้ในการทดลองสอน 18 คาบ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีรายละเอียดต่อไปนี้

4.1.1 ศึกษาหลักการ เป้าหมายของการจัดการศึกษาในแผนการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 10 และพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542

4.1.2 ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษากรอบแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจากหนังสือ เอกสาร วารสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอนการสืบสอบแบบแนะแนวทางตามแนวคิดของลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ (Lasley, Matczynski, and Rowley, 2002: 141-173) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา (Discrepant Event and Confronting the Problem) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ในทันทีและสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง แล้วใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาตลอดจนจูงใจให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบหรือแนวทางแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล (Questioning and Data Gathering) นักเรียนสังเกตและรวบรวมข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาในขั้นที่ 1 จากนั้นนักเรียนตั้งคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นคำถามที่มีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น ในขั้นนี้ครูเป็นผู้คอยกระตุ้นโดยใช้คำถามแนะแนวทางให้นักเรียนสังเกตและตั้งคำถาม และคอยตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ ทั้งนี้ครูอาจจะไม่ตอบคำถามให้แก่นักเรียนโดยตรงแต่อาจแนะแนวทางให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจนค้นพบคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเองว่าใช่หรือไม่ใช่ก็ได้ ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ด้วยตนเอง ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้

ต่อจากนั้นครูแจกตารางบันทึกข้อมูลสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลให้กับนักเรียน พร้อมอธิบายวิธีการบันทึกข้อมูล ซึ่งตารางบันทึกข้อมูลมีลักษณะดังนี้

ข้อมูลที่ใช่	ข้อมูลที่ไม่ใช่
ข้อความคาดการณ์	
เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์	

นอกจากนี้ครูต้องพิจารณาว่าข้อมูล (จากคำถามของนักเรียน) เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์หรือไม่ ถ้าข้อมูลยังไม่เพียงพอครูอาจเพิ่มเติมให้กับนักเรียนจนนักเรียนได้ข้อมูลที่เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ (Experimenting and Generating Hypotheses) ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียน*สังเคราะห์ข้อมูล*ที่รวบรวมได้จากขั้นที่ 2 และนำมา*สร้างข้อความคาดการณ์*ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ แล้วให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์ที่ได้ลงในตารางบันทึกข้อมูลโดยครูเป็นผู้ใช้คำถามแนะแนวทางและคอยช่วยเหลือ พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาเหตุผลสำหรับอธิบายถึงที่มาของข้อความคาดการณ์แต่ละข้อ

ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล (Closure and Formulating a Hypothesis) ขั้นนี้ครูและนักเรียนร่วมกัน*พิจารณาและคัดเลือก*ข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นที่ 3 ให้เหลือเพียง 1 ข้อความคาดการณ์ซึ่งน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด โดยอาศัยข้อมูลจากช่องที่ใช่และไม่ใช่มาประกอบการพิจารณาเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่สมเหตุสมผลเอาไว้และตัดข้อความคาดการณ์ที่ไม่สมเหตุสมผลออกไป โดยให้นักเรียนอธิบายความรู้หรืออภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเพื่อให้ได้ข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้อง ครูเป็นผู้ใช้คำถามแนะแนวทางและกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่และไม่ใช่มาใช้ในการพิจารณาว่าควรจะยอมรับหรือปฏิเสธข้อความคาดการณ์แต่ละข้อตลอดจนคอยช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์ (Analysis) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันประเมินข้อมูลที่ใช้ในการสนับสนุนข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกและยอมรับจากทุกคนในห้องว่าสมเหตุสมผล ในขั้นนี้ครูต้องเน้นย้ำให้นักเรียนได้ตระหนักว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกเป็นข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วมาสรุปว่าทั้งหมดเป็นไปตามสิ่งที่สังเกตซึ่งข้อสรุปที่ได้อาจเป็นจริงทุกกรณีหรือไม่ก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการพิสูจน์ ตรวจสอบหรือหาข้อมูล/หลักฐาน มายืนยันข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องต่อจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้ที่ได้

ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด (Extension) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ หรือตั้งประเด็นคำถาม (เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่) จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 5 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้คอยแนะแนวทางและช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา

4.1.4 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนพนมศึกษา ที่อิงตามแนวหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.5 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

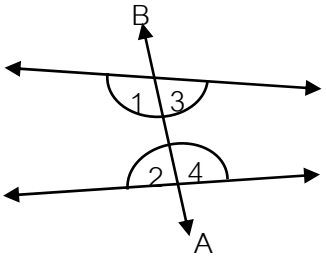
4.1.6 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่อง เส้นขนาน

4.1.7 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทั้งสองแบบ จำนวน 11 แผน 18 คาบ ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย หัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันที่ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในขั้นสอนโดยกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน คือ ขั้นเผชิญปัญหา ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล ขั้นวิเคราะห์ และขั้นขยายความคิด ส่วนกลุ่มควบคุมได้เรียนรู้ด้วยวิธีการต่างๆ ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่แนะนำไว้ในคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นไปตามแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 11 แผน แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีเนื้อหาครอบคลุมมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

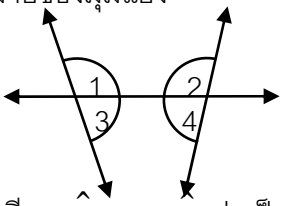
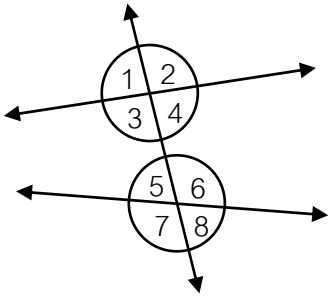
ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**
1	บทนิยามของเส้นขนาน	• เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	1

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	หัวข้อเรื่อง	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
2	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	• ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ • ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน • เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ	1
3	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	• ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด **ตัวอย่าง**  จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่าเส้นตัด AB เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และเรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	1
4	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	• ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา • ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน	2

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**
4 (ต่อ)	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	• เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	
5	มุมแย้ง	• ความหมายของมุมแย้ง **ตัวอย่าง**  จากรูป เรียก $\hat{1}$ และ 4 ว่าเป็นมุมแย้ง เรียก $\hat{2}$ และ $\hat{3}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	1
6	เส้นขนานและมุมแย้ง	• ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน • ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน • เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	3
7	มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	• ความหมายของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด **ตัวอย่าง**  	1

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**
7 (ต่อ)	มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	จากรูป เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$ แต่ละคู่ว่าเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	
8	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	• ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน • ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน • เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	3
9	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	• ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	1
10	รูปสามเหลี่ยม	• ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	1

ตารางที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกตามหัวข้อเรื่อง มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	หัวข้อเรื่อง	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
11	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	• ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3

(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548: 62-90)

4.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 11 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณา อาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

ก. การเขียนขั้นตอนและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนควรเขียนอธิบายกิจกรรมการเรียนรู้ให้ละเอียดและชัดเจนพอสมควรที่ผู้อ่านจะได้ทราบว่ามีขั้นตอนอย่างไร ไม่ควรเขียนรวบรัดจนเกินไป

ข. ไม่ควรเขียนเนื้อหาหรือคำอธิบายทั้งหมดในหัวข้อสาระสำคัญ แต่ควรเขียนสาระสำคัญแยกต่างหาก ส่วนเนื้อหาหรือคำอธิบายรายละเอียดต่าง ๆ ควรนำไปไว้ในหัวข้อสาระการเรียนรู้

ค. ใบกิจกรรมและใบงานทุกฉบับต้องสอดคล้องกับตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผน

4.1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ข หน้า 205)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางของกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th><th>กลุ่มควบคุม
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำ
ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนโดยใช้การสนทนาประกอบการซักถาม เช่น การให้ดูภาพของจริง การนำเสนอข่าวสารหรือปัญหาที่ปรากฏตามสื่อต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน การเล่าเรื่อง การสาธิต เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและเตรียมความพร้อมที่จะเรียนต่อไป</td></tr>
<tr><td>ขั้นสอน
ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา
ประกอบด้วยกิจกรรมย่อยดังนี้
• ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ในทันทีและสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง
• ครูใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา ตัวอย่างคำถาม เช่น
- ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน)
- โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้
- โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล
• นักเรียนร่วมกันสังเกตและรวบรวมข้อมูลพร้อมทั้งตั้งคำถาม (กลุ่มย่อย 4 คน แบบคละความสามารถ) เกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาในขั้นที่ 1 ซึ่งคำถามจะมีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น</td><td>ขั้นสอน
ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางในคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละคาบ โดยดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้
• ครูนำเสนอบทเรียนใหม่โดยใช้การถาม-ตอบ ประกอบคำอธิบาย เพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน
• ครูยกตัวอย่างเนื้อหาที่สอน และใช้การถาม-ตอบประกอบคำอธิบาย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น
• ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่ครูสอนในชั่วโมงหรือแบ่งกลุ่มย่อย 4 คน แบบคละความสามารถช่วยกันทำใบกิจกรรมในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม</td></tr>
</table>

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th><th>กลุ่มควบคุม
(จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)</th></tr>
<tr><td>โดยครูเป็นผู้คอยกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและตั้งคำถาม และคอยตอบคำถามของนักเรียนว่าใช่หรือไม่ใช่ ทั้งนี้ครูอาจจะไม่ตอบคำถามให้แก่นักเรียนโดยตรงแต่อาจแนะแนวทางให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ (โดยใช้เครื่องมือต่างๆ เช่น ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ในการวัดขนาดของมุม ใช้ไม้บรรทัดวัดความยาว เป็นต้น) จนนักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตัวเองว่าใช่หรือไม่ใช่ก็ได้
• ครูแจกตารางบันทึกข้อมูลสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลให้กับนักเรียน พร้อมอธิบายวิธีการบันทึกข้อมูลลงในแบบบันทึก
ตารางบันทึกข้อมูลมีลักษณะดังนี้
<table><tr><th>ข้อมูลที่ใช่</th><th>ข้อมูลที่ไม่ใช่</th></tr><tr><td>.....</td><td>.....</td></tr><tr><td>.....</td><td>.....</td></tr><tr><td colspan="2">ข้อความคาดการณ์ .....
.....</td></tr><tr><td colspan="2">เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์
.....
.....</td></tr></table>• ครูพิจารณาว่าข้อมูล (จากคำถามของนักเรียน) เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์หรือไม่ ถ้าข้อมูลยังไม่เพียงพอครูอาจเพิ่มเติมข้อมูลให้กับนักเรียนจนได้ข้อมูลที่เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์</td><td>กลุ่มย่อยครูหมุนเวียนสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียนจนครบทุกกลุ่ม โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละกลุ่มและถ้าหากการนำเสนอของนักเรียนยังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน
• ครูยกตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอนพร้อมทั้งใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาตัวอย่างคำถาม เช่น
- ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน)
- โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้
- โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น
• ครูให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาหรือหาคำตอบด้วยตนเอง หรือร่วมกันอภิปรายปัญหาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้แก่</td></tr>
</table>

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ • นักเรียน*สังเคราะห์ข้อมูล*และ*สร้างข้อความคาดการณ์*ต่าง ๆ จากข้อมูลที่รวบรวมได้ในขั้นที่ 2 (ครูให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มย่อยเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ต่างๆ ที่อาจเป็นไปได้) แล้วให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์ที่ได้ลงในตารางบันทึกข้อมูล โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามแนะแนวทางและคอยช่วยเหลือ พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาเหตุผลสำหรับอธิบายถึงที่มาของข้อความคาดการณ์แต่ละข้อ ตัวอย่างคำถามแนะแนวทาง เช่น - จากข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่ นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร **ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล** • ครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอข้อความคาดการณ์ของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน หรือครูสุ่มให้นักเรียนบอกข้อความคาดการณ์ของกลุ่มตนเอง แล้วครูเขียนข้อความคาดการณ์บนกระดานดำ • ครูใช้คำถามแนะแนวทางและกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่และไม่ใช่มาประกอบการพิจารณาเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่สมเหตุสมผลเอาไว้และตัดข้อความคาดการณ์ที่ไม่สมเหตุสมผลออกไป ตลอดจนคอยช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา (ในกรณีที่นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ที่มีแนวคิดเดียวกันแต่ใช้คำต่างกัน	นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบซึ่งเพื่อนได้นำเสนอ และถ้าหากนักเรียนนำเสนอคำตอบไม่ถูกต้องหรือนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบยังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน • ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมหรืออาจให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมหรือทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอน พร้อมทั้งใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาตัวอย่าง คำถาม เช่น - ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) - โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ - โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น ครูให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาหรือหาคำตอบด้วยตนเอง หรือร่วมกันอภิปรายปัญหาเป็นรายบุคคลหรือราย

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ครูและนักเรียนจะต้องช่วยกันสังเคราะห์ข้อมูลจนได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความคาดการณ์เดียวกัน) • ครูและนักเรียนร่วมกัน*พิจารณาและคัดเลือก*ข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นที่ 3 ให้เหลือเพียง 1 ข้อความคาดการณ์ซึ่งน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด • ครูสรุปข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกว่าสมเหตุสมผลที่สุด **ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์** • ครูให้นักเรียนร่วมกันประเมินข้อมูลที่ใช้ในการสนับสนุนข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกและยอมรับจากทุกคนในห้องว่าสมเหตุสมผล โดยการพิสูจน์หรือหาข้อมูล/หลักฐาน มายืนยันข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำและช่วยเหลือ • ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้ **ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด** • ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ หรือตั้งประเด็นคำถาม (เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่) จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 5 มาใช้ในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำและช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา	กลุ่ม กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่เพื่อนได้นำเสนอ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น และถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือหาคำตอบได้ไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ขั้นสรุป • ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมและที่ได้จากบทเรียน • ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มเพื่อนำส่งในครั้งต่อไป	

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

4.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ซึ่งผู้วิจัยสร้างแบบวัดขึ้นเองตามขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่ม ที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และอยู่ในสาระเรขาคณิต อันได้แก่ เนื้อหาเรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ดังต่อไปนี้

4.2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัด

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ

4.2.1.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4.2.1.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะและกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 238)

4.2.1.4 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 46 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนนและคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 241)

4.2.1.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอ แนะในการปรับปรุงแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้เสนอแนะดังนี้

ก. ควรเขียนข้อความที่แสดงการเป็นนิเสธด้วยตัวหนาหรือขีดเส้นใต้อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น

โจทย์เดิม “ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง”

แก้ไขเป็น “ข้อใดกล่าว**ไม่**ถูกต้อง” หรือ “ข้อใดกล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง”

ข. ควรตรวจสอบคำตอบของแบบวัดแต่ละข้ออีกครั้งให้มีความถูกต้องและชัดเจน

ค. ควรปรับปรุงลักษณะของข้อคำถาม โดยควรสร้างข้อคำถามให้มีความหลากหลาย ไม่ใช่มีรูปแบบเดียวกันทั้งแบบวัด

ง. ในการนำแบบวัดไปทดลองใช้ (Try Out) ควรเพิ่มเวลาในการให้นักเรียนทำแบบวัดมากกว่าเวลาที่ใช้จริงด้วย เนื่องจากจำนวนข้อสอบที่นำไปทดลองใช้มีมากกว่าจำนวนข้อสอบที่จะนำไปใช้จริง

4.2.1.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 194) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมด้านสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงการใช้ภาษาให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “ในการแบ่งครึ่ง $\overline{EF}$ ซึ่งยาว x หน่วย ต้องกางวงเวียนให้มีรัศมียาวเท่ากับข้อใดจึงจะเหมาะสมที่สุด”

แก้ไขเป็น “ในการแบ่งครึ่ง $\overline{EF}$ ซึ่งยาว x หน่วย เมื่อใช้จุด E และ F เป็นจุดศูนย์กลางต้องกางวงเวียนให้มีรัศมียาวเท่ากับข้อใดจึงจะเหมาะสมที่สุด”

โจทย์เดิม “เส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุดจุดเดียวเท่านั้น”

แก้ไขเป็น “ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วจะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น”

โจทย์เดิม “กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็ม และจุด A(a, b) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งซึ่งมีรัศมียาว a หน่วย ถ้าเลื่อนขนานรูปวงกลมไปตามแนวแกน Y โดยให้เส้นรอบวงของรูปต้นแบบและเส้นรอบวงของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสัมผัสกัน นักเรียนคิดว่าภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานคือข้อใด”

แก้ไขเป็น “กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็ม และจุด A(a, b) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งซึ่งมีรัศมียาว a หน่วย ถ้าเลื่อนขนานรูปวงกลมไปตามแนวแกน Y โดยให้เส้นรอบวงของรูปต้นแบบและเส้นรอบวงของภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานสัมผัสกัน นักเรียนคิดว่า พิกัดของจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานคือข้อใด”

โจทย์เดิม “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน แล้วข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**”

แก้ไขเป็น “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการโดยมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน แล้วข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**”

4.2.1.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ (Try Out) ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 35 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเหตุผลที่นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไปทดลองกับนักเรียนโรงเรียนบ้านนาสาร เนื่องจากนักเรียนโรงเรียนบ้านนาสาร และนักเรียนโรงเรียนพนมศึกษามีคะแนนเฉลี่ยของแบบสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET: Ordinary National Education Test) วิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2550 ใกล้เคียงกัน ซึ่งต่ำกว่า 50 % (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2550)

4.2.1.8 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 35 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนโดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.64
ค่าความยาก	มีค่า	0.20 – 0.91
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.02 – 0.75

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 27 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 19 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน

4.2.1.9 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 41 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง

พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้ว ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.90
ค่าความยาก มีค่า 0.22 – 0.95
ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.11 – 0.89

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 41 ข้อ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ต่อจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.1.10 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.91
ค่าความยาก มีค่า 0.24 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.23 – 0.97

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 250)

4.2.1.11 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง
(รายละเอียดแสดงตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ในภาคผนวก ค หน้า 251)

4.2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ประกอบด้วยเนื้อหาเรื่อง บทนิยามของเส้นขนาน จำนวน 2 ข้อ ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน จำนวน 2 ข้อ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จำนวน 2 ข้อ เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จำนวน 3 ข้อ มุมแย้ง จำนวน 2 ข้อ เส้นขนานและมุมแย้ง จำนวน 4 ข้อ มุมภายนอก และมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จำนวน 2 ข้อ เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จำนวน 4 ข้อ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม จำนวน 2 ข้อ รูปสามเหลี่ยม จำนวน 2 ข้อ เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

จำนวน 5 ข้อ คะแนนรวมเป็น 30 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ดังต่อไปนี้

4.2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

4.2.2.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4.2.2.3 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่อง เส้นขนานเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 255)

4.2.2.4 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องของข้อคำถามและตัวเลือก ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้เสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงลักษณะของข้อคำถาม โดยควรสร้างข้อคำถามให้มีความหลากหลาย เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 7 ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

ก. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ข. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดรวมกันเท่ากับ 90 องศา

ค. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดมีขนาดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ง. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็นมุมฉาก

แก้ไขเป็น ข้อ 7 ให้นักเรียนพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

2) เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ข้อใดกล่าวได้**ถูกต้อง**

ก. ถูกทั้งข้อ 1 และข้อ 2

ข. ข้อ 1 ถูกเพียงข้อเดียว

ค. ข้อ 2 ถูกเพียงข้อเดียว

ง. ผิดทั้งข้อ 1 และข้อ 2

ข. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 1 ต่อไปนี้ข้อใดเป็นเส้นขนาน

แก้ไขเป็น ข้อ 1 เส้นคู่ใดต่อไปนี้**ขนานกัน**

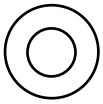
4.2.2.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 194) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมด้านสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

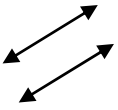
ก. ควรปรับปรุงตัวเลือกให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 1 เส้นคู่ใดต่อไปนี้**ขนานกัน**

ก.

ข.

ค. 

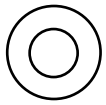
ง. 

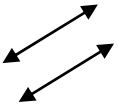
ตัวเลือก ข. ควรเปลี่ยนจาก เป็น
เนื่องจาก มีส่วนของเส้นตรงบางส่วนที่ขนานกัน อาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสนได้

แก้ไขเป็น ข้อ 1 เส้นคู่ใดต่อไปนี้**ขนานกัน**

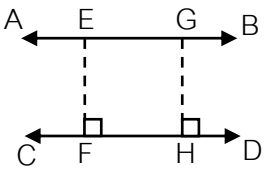
ก.

ข.

ค. 

ง. 

โจทย์เดิม ข้อ 4 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**



ก. ความยาวส่วนของเส้นตรง EF = GH

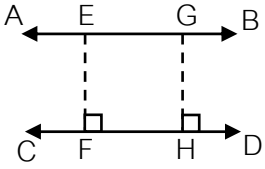
ข. ความยาวส่วนของเส้นตรง EF > GH

ค. ความยาวส่วนของเส้นตรง EF < GH

ง. ความยาวส่วนของเส้นตรง EF ≠ GH

ตัวเลือกข้อ ก, ข,ค และ ง. ไม่ควรใส่คำว่า “ความยาวส่วนของเส้นตรง” เนื่องจาก การเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ EF ก็แทน “ความยาวส่วนของเส้นตรง EF” อยู่แล้ว

แก้ไขเป็น ข้อ 4 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**



ก. EF = GH

ข. EF > GH

ค. EF < GH

ง. EF ≠ GH

ข. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ข้อ 23 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมที่ฐาน 2 มุม กาง 45 องศา รูปสามเหลี่ยมรูปนี้จะเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง

แก้ไขเป็น ข้อ 23 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่ฐานทั้งสองขนาด 45 องศา รูปสามเหลี่ยมรูปนี้จะเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง

4.2.2.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงและแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ (Try Out) ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 37 คน ที่ผ่านการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4.2.2.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนทั้ง 37 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.67
ค่าความยาก	มีค่า	0.08 – 0.97
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.03 – 0.94

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 27 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 18 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน

4.2.2.8 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 37 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน มาแล้วซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.70
ค่าความยาก	มีค่า	0.08 – 0.89

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.03 – 0.93

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 35 ข้อ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ต่อจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.2.9 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนานที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.83

ค่าความยาก มีค่า 0.22 – 0.73

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.24 – 0.93

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 260)

4.2.2.10 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ในภาคผนวก ค หน้า 261)

4.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เพื่อคัดเลือกนักเรียน 2 กลุ่ม ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้ว อันได้แก่เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีทั้งหมด 2 ตอน ประกอบด้วย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 15 ข้อ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 15 ข้อ

มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

4.2.3.1 ผู้วิจัยศึกษา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.3.2 ผู้วิจัยศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ และสร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยต้องสร้างข้อสอบเป็น 1.5 เท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้กับกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 265)

4.2.3.3 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนจำนวน 48 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 24 ข้อ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 24 ข้อ

โดยมีเกณฑ์ตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

4.2.3.4 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรตรวจสอบคำตอบของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแต่ละข้ออีกครั้งให้มีความถูกต้องและชัดเจน

ข. ควรจัดหน้ากระดาษให้นักเรียนสามารถอ่านแบบวัดได้อย่างสะดวกและชัดเจน

ค. ควรปรับปรุงลักษณะของข้อคำถาม โดยควรสร้างข้อคำถามให้มีความสอดคล้องกับการวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

4.2.3.5 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะใน

การปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงลักษณะของข้อคำถาม โดยควรสร้างข้อคำถามให้มีความหลากหลาย

ข. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ดังนี้

รูปต้นแบบ	**ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน**
(1, 5)	(6, 5)
(3, 5)	(8, 5)
(1, 1)	(6, 1)
(4, 1)	(9, 1)

อยากทราบว่า ถ้ารูปต้นแบบคือ (a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงแล้วภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานคือข้อใด

แก้ไขเป็น กำหนดให้ จุด A, B, C และ D เป็นจุดบนรูปต้นแบบ และ จุด A', B', C' และ D' เป็นจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ดังนี้

จุดบนรูปต้นแบบ	**จุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน**
A(1, 5)	A'(6, 5)
B(3, 5)	B'(8, 5)
C(1, 1)	C'(6, 1)
D(4, 1)	D'(9, 1)

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว ถ้ากำหนดจุดบนรูปต้นแบบคือ P(a, b) เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว นักเรียนคิดว่า จุด P' ซึ่งเป็นจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานคือข้อใด

4.2.3.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 194) ตรวจความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้อง ของข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น เช่น ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม การเปรียบเทียบด้านแต่ละด้านที่เท่ากันของรูปสามเหลี่ยม จะเอาความยาวมาเท่ากันไม่ใช่เอาส่วนของเส้นตรงมาเท่ากัน ดังนี้

โจทย์เดิม จาก “สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม” ซึ่งกล่าวว่า “รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ” ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า

รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ	**ขนาดของด้านคู่ที่สมนัยกัน**
Δ ABC $\cong$ Δ DEF	$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ และ $\overline{AC} = \overline{DF}$
Δ GHI $\cong$ Δ JKL	$\overline{GH} = \overline{JK}$, $\overline{HI} = \overline{KL}$ และ $\overline{GI} = \overline{JL}$
Δ MNO $\cong$ Δ PQR	$\overline{MN} = \overline{PQ}$, $\overline{NO} = \overline{QR}$ และ $\overline{MO} = \overline{PR}$
Δ STU $\cong$ Δ XYZ	$\overline{ST} = \overline{XY}$, $\overline{TU} = \overline{YZ}$ และ $\overline{SU} = \overline{XZ}$

ดังนั้น ถ้ากำหนดให้ Δ CAT $\cong$ Δ RED นักเรียนคิดว่า ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

ก. $\overline{CA} = \overline{RE}$, $\overline{TA} = \overline{DR}$ และ $\overline{CT} = \overline{RD}$

ข. $\overline{CA} = \overline{RE}$, $\overline{AT} = \overline{ED}$ และ $\overline{CT} = \overline{RD}$

ค. $\overline{CT} = \overline{RE}$, $\overline{AT} = \overline{ED}$ และ $\overline{CA} = \overline{ED}$

ง. $\overline{CT} = \overline{RE}$, $\overline{AT} = \overline{DR}$ และ $\overline{CA} = \overline{ED}$

แก้ไขเป็น จาก “สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม” ที่ระบุว่า “รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า

รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ	ขนาดของด้านคู่ที่สมนัยกัน
Δ ABC $\cong$ Δ DEF	AB = DE , BC = EF และ AC = DF
Δ GHI $\cong$ Δ JKL	GH = JK , HI = KL และ GI = JL
Δ MNO $\cong$ Δ PQR	MN = PQ , NO = QR และ MO = PR
Δ STU $\cong$ Δ XYZ	ST = XY , TU = YZ และ SU = XZ

ดังนั้น ถ้ากำหนดให้ Δ CAT $\cong$ Δ RED นักเรียนคิดว่า ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

ก. CA = RE , TA = DR และ CT = RD

ข. CA = RE , AT = ED และ CT = RD

ค. CT = RE , AT = ED และ CA = ED

ง. CT = RE , AT = DR และ CA = ED

4.2.3.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 39 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้วต่อจากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน

4.2.3.8 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 39 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.65
ค่าความยาก	มีค่า	0.18 – 0.85
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.04 – 0.86

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 40 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 8 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน

4.2.3.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ มาแล้ว ต่อจากนั้นนำแบบวัดมาตรวจให้คะแนน แล้วคำนวณค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกใหม่ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.77
ค่าความยาก	มีค่า	0.03 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.02 – 0.88

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 41 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 23 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 18 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 15 ข้อ

4.2.3.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านอุปนัยและนิรนัย จำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย ตอนที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 15 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.78
ค่าความยาก	มีค่า	0.29 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.26 – 0.85

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 266)

4.2.3.11 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านความสามารถใน

การให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 15 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนในภาคผนวก ค หน้า 267)

4.2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัยแบบตอบสั้น โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 15 ข้อ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 15 ข้อ

ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัด ดังต่อไปนี้

4.2.4.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.4.2 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

4.2.4.3 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 52 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัยแบบตอบสั้น โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 26 ข้อ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 26 ข้อ

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 272)

มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ดังนี้

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล
3 / ดีมาก	• คำตอบถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 / ดี	• คำตอบถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
	• คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล (สัมภาษณ์เพิ่มเติม)
1 / พอใช้	• คำตอบไม่ถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และมีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
	• คำตอบถูกต้อง ไม่ระบุการอ้างอิง มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ
0 / ไม่พยายาม	• คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่ระบุการอ้างอิง ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือไม่ตอบเลย

(ดัดแปลงมาจากกรมวิชาการ, 2546: 121-124)

4.2.4.4 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ข้อคำถาม เกณฑ์การตรวจให้คะแนน ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้เสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงในด้านเวลาในการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน จาก 60 นาที เป็น 120 นาที

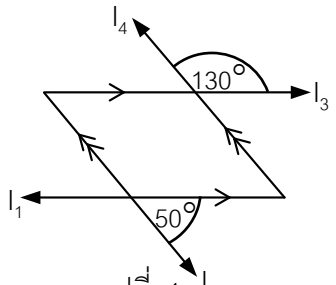
ข. ควรปรับปรุงลักษณะของข้อคำถาม โดยสร้างข้อคำถามให้มีความหลากหลาย

4.2.4.5 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 194) ตรวจความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบ

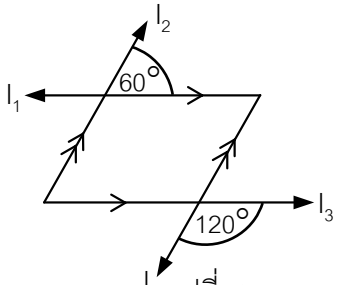
วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย เรื่อง เส้นขนาน สถานการณ์ของโจทย์ทุกข้อไม่ควรมี 4 รูป เท่ากันทุกข้อ เพราะอาจจะทำให้นักเรียนเข้าใจผิดว่าต้องมี 4 รูปเท่านั้นจึงจะทำให้สามารถหาข้อสรุปได้ ควรปรับจำนวนรูปในแต่ละข้อให้มี 3 รูป 4 รูป 5 รูป หรือปรับตามความเหมาะสมที่จะให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ของแต่ละรูป เช่น

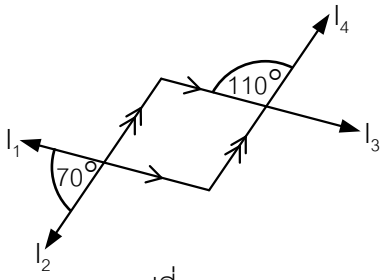
โจทย์เดิม จากรูปที่ 1 - 4 กำหนดให้เส้นตรง $l_1 // l_3$ และ $l_2 // l_4$



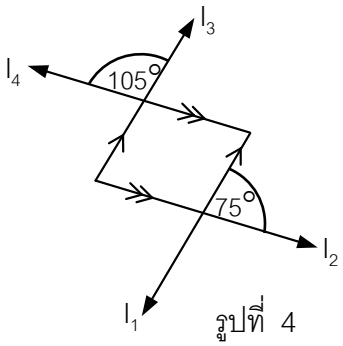
รูปที่ 1



รูปที่ 2

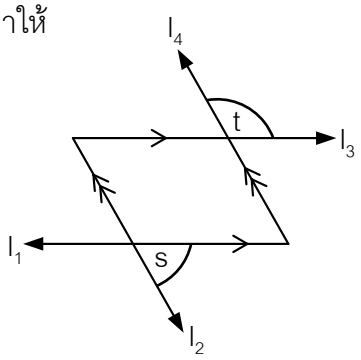


รูปที่ 3



รูปที่ 4

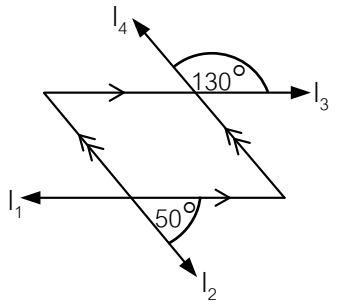
ถ้ากำหนดรูปที่ 5 มาให้



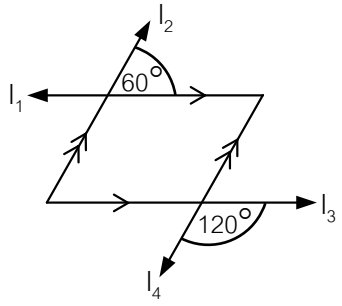
รูปที่ 5

นักเรียนจะสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม s และ t และเส้นตรง l_1, l_2, l_3 และ l_4 ได้ว่าอย่างไร เพราะเหตุใด

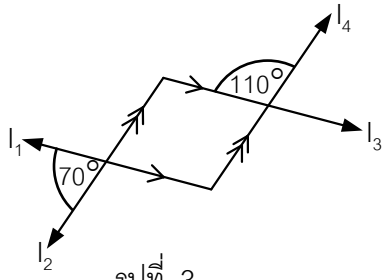
แก้ไขเป็น จากรูปที่ 1 - 3 กำหนดให้เส้นตรง $l_1 // l_3$ และ $l_2 // l_4$



รูปที่ 1

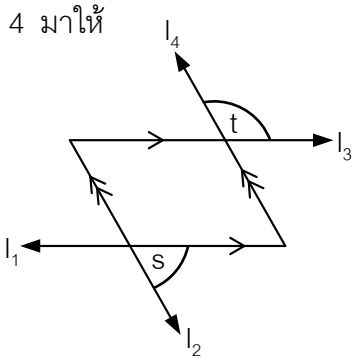


รูปที่ 2



รูปที่ 3

ถ้ากำหนดรูปที่ 4 มาให้



รูปที่ 4

นักเรียนจะสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม s และ t และเส้นตรง l_1, l_2, l_3 และ l_4 ได้ว่าอย่างไร เพราะเหตุใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

4.2.4.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 31 คน ที่ได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4.2.4.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนทั้ง 31 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.82
ค่าความยาก	มีค่า	0.00 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.04 – 0.74

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 17 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 9 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 8 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 35 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

4.2.4.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 31 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน มาแล้วซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.89
ค่าความยาก	มีค่า	0.29 – 0.81
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.00 – 0.67

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 36 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 19 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 17 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 15 ข้อ

4.2.4.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่เป็นไปตามเกณฑ์และครอบคลุมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านอุปนัยและด้านนิรนัยจำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 15 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.92
ค่าความยาก	มีค่า	0.23 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.21 – 0.71

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค หน้า 273)

4.2.4.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยจำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยจำนวน 15 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดแสดงตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ในภาคผนวก ค หน้า 274)

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนการจัดการเรียนรู้

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพนมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้

5.2.2 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนพนมศึกษาได้จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 5 มกราคม 2553 ถึงวันที่ 19 กุมภาพันธ์ 2553

5.2.3 ในระหว่างสอนผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจากใบกิจกรรม แบบฝึกหัด ทั้งนี้เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.2.4 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 18 คาบแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนน และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนสอบหลังเรียน จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังเรียน จากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.3 วิเคราะห์ข้อมูลร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจากใบกิจกรรม ใบงานและแบบฝึกหัด โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา เพื่อประกอบการอธิบายผลที่

เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่เกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรม B-Index 700 ซึ่งดาวน์โหลดมาจาก http://www.watpon.com [2009, Dec 21] โดยใช้สูตรในการหาคุณภาพดังนี้

7.1.1 สถิติที่ใช้การหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.1.1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (Kuder-Richardson Method: KR-20) ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูก

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิด

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 126)

7.1.1.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

R_h แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนในคนกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนในคนกลุ่มต่ำ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 144)

7.1.1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรจอห์นสัน (Johnson) ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_h แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนในคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 144)

7.1.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ใช้สูตรดังนี้

7.1.2.1 หาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อสอบในแบบวัด

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 128)

7.1.2.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t (X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

7.1.2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตรของวิทย์เนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h\left(X_{max} - X_{min}\right)}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน , 2544 : 147 – 148)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test independent) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) ในการวิเคราะห์ข้อมูล

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการศึกษาผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มที่เรียนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 4

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มที่เรียนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 5

4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

4.2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

4.2.2 พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2.1 พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.2.2.2 พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

4.2.2.3 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.2.2.4 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณจากคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนทั้งในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการศึกษาผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มที่เรียนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	34	19.53	2.99	7.268*
กลุ่มควบคุม	32	13.19	4.04	

*$p < .05$

จากตารางที่ 4 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 19.53 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.99 และกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 13.19 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.04 ตามลำดับ และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มที่เรียนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	34	74.62	5.16	18.946*
ควบคุม	32	48.47	6.04	

*$p < .05$

จากตารางที่ 5 ผลปรากฏว่า จากคะแนนเต็ม 90 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 74.62 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.16 และกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 48.47 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.04 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-test independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงาน ใบกิจกรรม ผลการสังเกตพฤติกรรมและการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน ผลการตรวจแบบฝึกหัด ผลการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการจากครูและนักเรียน รวมทั้งผลจากการปฏิบัติการสอน บันทึกหลังสอนของครู ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพนำเสนอ ดังนี้

4.2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

4.2.2 พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2.1 พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.2.2.2 พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

4.2.2.3 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4.2.2.4 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

4.2.1 ข้อมูลทั่วไป

4.2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้ คือ โรงเรียนพนมศึกษา ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดกลาง สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งอยู่ในเขตพื้นที่การศึกษาที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี เป็นโรงเรียนประจำอำเภอและได้รับการคัดเลือกให้เข้าร่วมโครงการโรงเรียนในฝัน เปิดทำการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 และจากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษามีห้องเรียนทั้งหมด 30 ห้องเรียน โดยมีระดับชั้นละ 5 ห้องเรียน สำหรับระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 30 – 40 คน การจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งประเทศในปีการศึกษา 2550 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 34.73 (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2550: ออนไลน์) แต่ค่าเฉลี่ยของ

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในปีการศึกษา 2550 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนมศึกษาเป็น 29.40 ซึ่งควรได้รับการพัฒนาในเรื่องการจัดการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์

4.2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษา มีครูทั้งหมด 37 คน เป็นครูคณิตศาสตร์จำนวน 6 คน ซึ่งครูส่วนใหญ่จบการศึกษาระดับปริญญาตรีทางการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง จากการสอบถาม พบว่า ภาระงานในการสอนของครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รับมอบหมายให้สอนโดยเฉลี่ยประมาณ 18 คาบต่อสัปดาห์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานวัดและประเมินผล งานการเงิน งานสหกรณ์ ฯลฯ ทำให้ไม่มีเวลาในการเตรียมการสอนเท่าที่ควร

4.2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2552 โรงเรียนพนมศึกษามีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 751 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 174 คน นักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวน 34 คน เป็นนักเรียนชาย 15 คน นักเรียนหญิง 19 คน และนักเรียนในกลุ่มควบคุมมีจำนวน 32 คน เป็นนักเรียนชาย 10 คน นักเรียนหญิง 22 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเกรดเฉลี่ยสะสมอยู่ระหว่าง 2.55 – 3.45 ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมมีเกรดเฉลี่ยสะสมอยู่ระหว่าง 2.50 – 3.50 นักเรียนทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดามารดา โดยภาพรวมแล้วผู้ปกครองนักเรียนประกอบอาชีพทำสวนยางพาราเป็นอันดับหนึ่ง รองลงมาคือ อาชีพรับจ้าง และค้าขาย

4.2.2 พฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

4.2.2.1 พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการสอนตามขั้นตอนของ ลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ ซึ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผ่านการจัดกิจกรรม 6 ขั้น คือ ขั้นเผชิญปัญหา ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล ขั้นวิเคราะห์ และขั้นขยายความคิด ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการเรียนการสอน ชอบซักถาม มีความสนใจ

และให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี และเนื่องจากสื่อการเรียนการสอนที่ใช้เป็นรูปธรรมจึงทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการค้นคว้าหาความรู้ได้เป็นอย่างดี นักเรียนรู้สึกสนุกสนาน และมีความอยากเรียนรู้ มีการซักถามอยู่ตลอดเวลา นอกจากนี้การให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายอย่างเต็มที่ ทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียน โดยใช้ความรู้และเหตุผลเป็นหลัก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการดังกล่าวสามารถสรุปได้ดังนี้

ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง พบว่าในระยะเริ่มแรกของการทดลอง นักเรียนยังไม่ค่อยคุ้นเคยต่อการจัดการเรียนรู้ในแต่ละขั้นของกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งผู้วิจัยไม่ได้สอนหรืออธิบายความรู้โดยตรง แต่ให้ตัวอย่างและสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ผ่านการตั้งคำถาม อันจะนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจึงไม่ค่อยตอบสนองต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นของกระบวนการ ซึ่งผลการจัดกิจกรรมในระยะแรก พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 50 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบที่สำคัญของมโนทัศน์แล้วตั้งคำถามในรูปแบบที่ครูตอบว่าใช่หรือไม่ใช่อันจะนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ อีกทั้งนักเรียนมีความพยายามในการตั้งคำถามน้อยมาก แต่เมื่อครูใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นให้นักเรียนคิดและให้คะแนนสำหรับนักเรียนที่สามารถตั้งคำถามได้ นักเรียนก็มีความพยายามที่จะคิดตั้งคำถาม มีความกระตือรือร้น มีความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมมากขึ้น

ตัวอย่างเช่น ในการสอนเรื่องเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนสังเกตลักษณะของรูป แล้วให้นักเรียนหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ได้จากการสังเกต ปรากฏว่านักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่ารูปแต่ละรูปที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ทำให้นักเรียนไม่สามารถตั้งคำถามในรูปแบบที่ครูตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ได้ กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าเส้นขนานมีความสัมพันธ์อย่างไรกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ตัวอย่างคำถามที่นักเรียนถามครู เช่น

“ ขนาดของมุมภายในมีความสัมพันธ์อย่างไรกับเส้นขนาน ”

“ ผลรวมขนาดของมุมภายในต้องมีขนาดเท่าไร จึงทำให้เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ”

ซึ่งคำถามในลักษณะต่าง ๆ เหล่านี้ ครูจะให้นักเรียนตั้งคำถามใหม่ ในรูปแบบที่ครูตอบได้ว่า ใช่หรือไม่ใช่ เท่านั้น เช่น

“ขนาดของมุมภายในมีความสัมพันธ์กับเส้นขนานใช่หรือไม่”

"ผลรวมของขนาดของมุมภายในต้องเท่ากับ 180 องศาใช่หรือไม่ จึงทำให้เส้นตรงสองเส้นขนานกัน"

อีกทั้งในระยะแรกนักเรียนประมาณร้อยละ 50 ยังไม่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และเขียนข้อสรุปด้วยตนเองได้ จนเมื่อผู้วิจัยใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นให้คิด นักเรียนก็พยายามสร้างข้อความคาดการณ์และเขียนข้อสรุปด้วยตนเองได้มากขึ้น

ตัวอย่างเช่น การหาข้อสรุปในการสอนเรื่องเส้นขนานและขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด นักเรียนเขียนข้อสรุปว่า

"เส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน เมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดต้องมีขนาด 180 องศาเท่านั้น"

ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวเป็นข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง เพราะ "เส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด 180 องศา"

เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์ พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยเฉพาะในขั้นของการตั้งคำถาม ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผลและขั้นวิเคราะห์ที่นักเรียนพยายามคิดมากขึ้น ไม่เรียกร้องให้ผู้วิจัยเฉลยคำตอบเหมือนในระยะแรก ๆ นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสนับสนุนและตัวอย่างค้านได้เอง มีการแสดงความคิดเห็นในหลากหลายแง่มุมมากขึ้นและวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นของเพื่อนโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถร่วมกันคิดทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียนจนนำไปสู่ข้อสรุปได้มากขึ้น พฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่ในการเรียนรู้มโนทัศน์ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนพัฒนาขึ้นเป็นลำดับจากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการเรียนการสอน จนนักเรียนสามารถ สร้าง สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางคนที่มีพฤติกรรมการเรียนรู้ไม่พัฒนาขึ้นชัดเจนแต่มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น

4.2.2.2 **พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม**

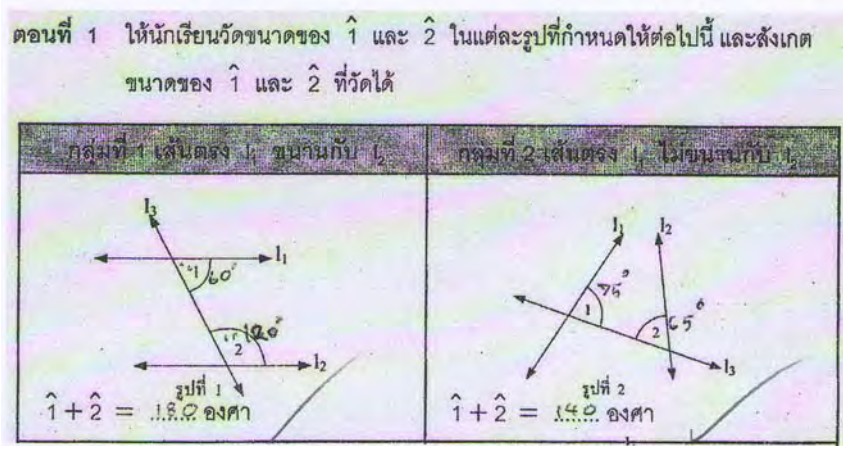
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของนักเรียนกลุ่มควบคุม ครูดำเนินการจัดกิจกรรมตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางในคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละคาบ โดยจัดกิจกรรมแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป ซึ่งจะแตกต่างจาก

กลุ่มทดลองในขั้นสอน โดยในขั้นสอนครูจะยกตัวอย่างเนื้อหาที่สอน และใช้การถาม-ตอบประกอบคำอธิบาย ให้นักเรียนได้สังเกต สำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์ เพื่อให้ได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ ส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการเรียนการสอน ชอบซักถาม มีความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี เช่นเดียวกับกลุ่มทดลอง และจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ค่อนข้างน้อย แต่เมื่อครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย นักเรียนจะสามารถสรุปมโนทัศน์ได้มากขึ้น

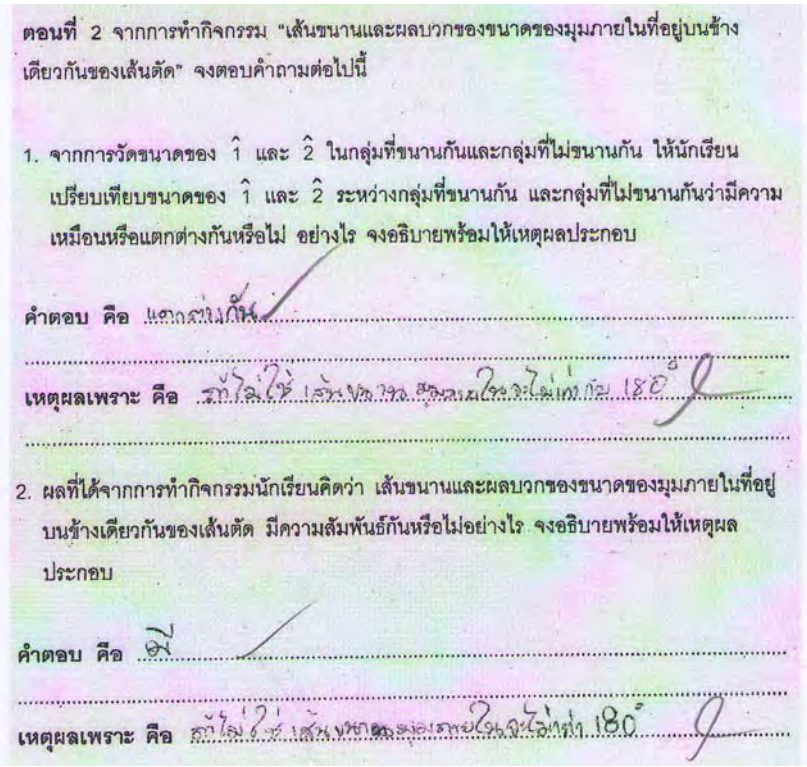
4.2.2.3 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้จากการตรวจแบบฝึกหัด ใบงาน ใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน และจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนประมาณร้อยละ 50 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหาที่นำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องได้ เช่น ในการทำใบกิจกรรม เรื่อง “เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” ผู้วิจัยแนะนำให้นักเรียนวัดขนาดของมุมในแต่ละรูปที่กำหนดให้แล้วให้นักเรียนหาข้อสรุปที่ได้จากการทำกิจกรรม ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 5 และ 6



ภาพที่ 5 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง “เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” ตอนที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง



ตอนที่ 2 จากการทำกิจกรรม "เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด" จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในกลุ่มที่ขนานกันและกลุ่มที่ไม่ขนานกัน ให้นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ระหว่างกลุ่มที่ขนานกัน และกลุ่มที่ไม่ขนานกันว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

คำตอบ คือ แตกต่างกัน

เหตุผลเพราะ คือ เส้นขนาน ผลบวก 2 มุม ไม่เท่ากับ 180°

2. ผลที่ได้จากการทำกิจกรรมนักเรียนคิดว่า เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

คำตอบ คือ ไม่

เหตุผลเพราะ คือ เส้นขนาน ผลบวก 2 มุม ไม่เท่ากับ 180°

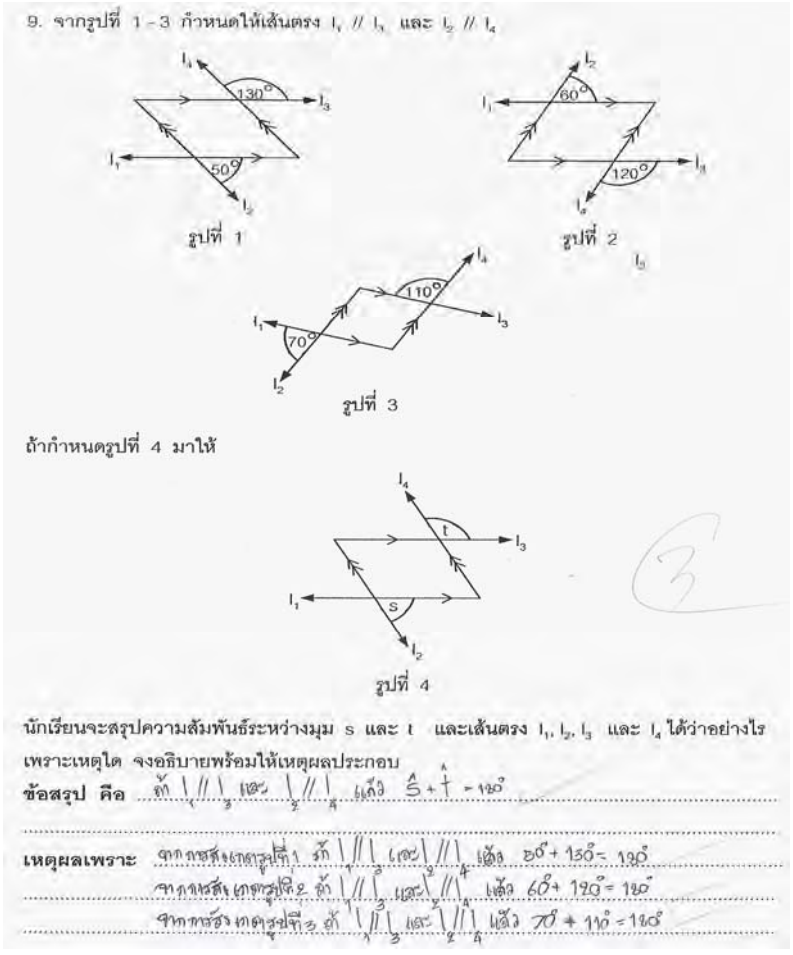
ภาพที่ 6 แสดงผลจากการทำใบกิจกรรม เรื่อง "เส้นขนานและผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด" ตอนที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 5 และภาพที่ 6 ผลจากการทำใบกิจกรรมในระยะแรกพบว่า นักเรียนโดยส่วนใหญ่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองอย่างครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจากนักเรียนเลือกเอาข้อมูลเฉพาะส่วนใดส่วนหนึ่งจากที่กำหนดให้มาเป็นข้อสรุป ซึ่งไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล การนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปยังไม่ถูกต้อง มีความคลุมเครือและไม่คงเส้นคงวา หยิบยกประเด็นหรือข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการให้เหตุผลหรือวิธีการที่ใช้ในการสร้างข้อสรุปเกิดจากการคาดเดาหรือใช้การอ้างเหตุผลที่ไม่มีหลักฐานชัดเจน

แต่เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมไปได้ประมาณ 2 สัปดาห์ พบว่านักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลได้มากขึ้น โดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และสามารถอธิบายได้ว่าหลักฐานที่ยกมานั้นสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร ส่วนใหญ่ข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นจะใช้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นหลัก โดยสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วมาสรุปเป็นหลักการทั่วไป พร้อมทั้งหาข้อมูลมายืนยันข้อสรุปที่ได้ พฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนพัฒนาขึ้นเป็นลำดับจากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการเรียนการสอน จนนักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์

รวมทั้งสามารถตรวจสอบข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางคนที่มีพฤติกรรมการเรียนรู้ไม่พัฒนาขึ้นชัดเจน แต่มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น และผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน หลังเรียนพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองได้คะแนนอยู่ในระดับ 3 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 61 ของจำนวนระดับคะแนนทั้งหมด (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 283)

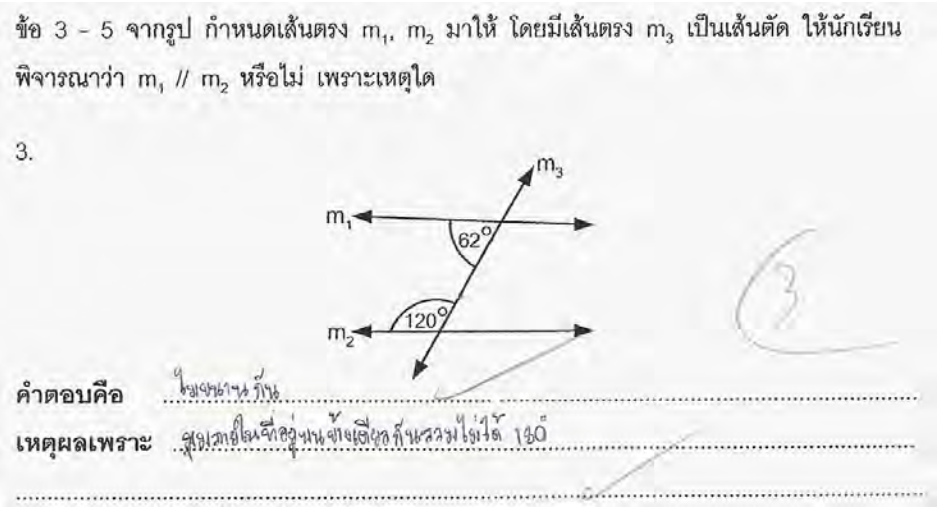
ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองแสดงดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลโดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และสามารถอธิบายได้ว่าหลักฐานที่ยกมานั้นสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร รวมทั้งมีการคิดทบทวนเกี่ยวกับข้อสรุปที่สร้างขึ้นมา และตรวจสอบย้อนกลับเกี่ยวกับข้อสรุปที่ได้

ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองแสดงดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง

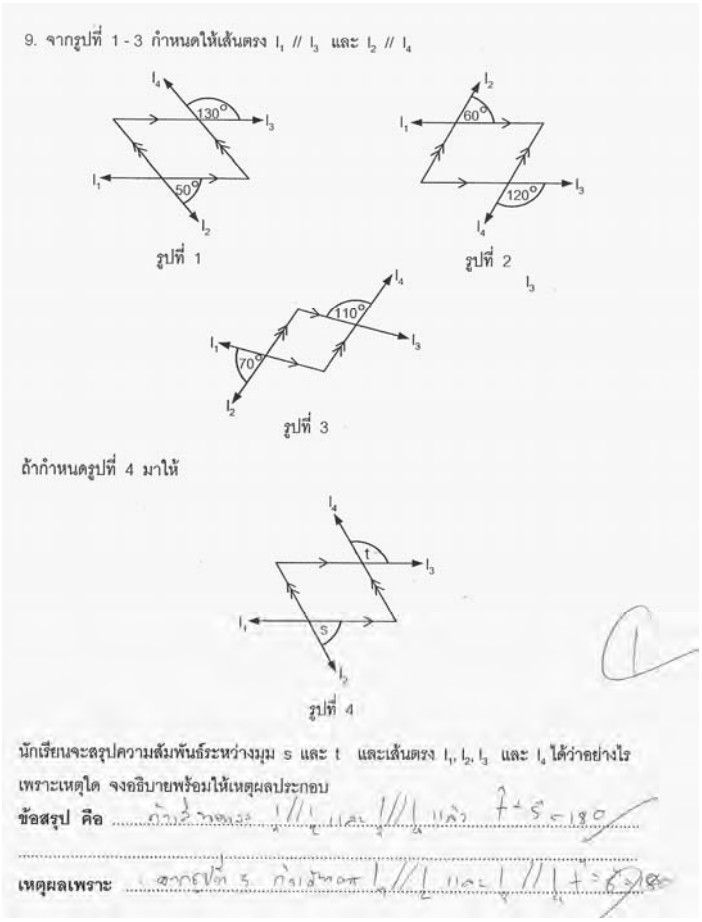
จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดในการสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

4.2.2.4 พฤติกรรมการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากการสังเกตพฤติกรรมด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนในกลุ่มควบคุมสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ รวมทั้งสามารถหาข้อมูลหลักฐานยืนยันข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้ค่อนข้างน้อย แต่เมื่อครูใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้มากขึ้น และผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน หลังเรียน พบว่า นักเรียน

สามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่เมื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบที่ได้ ปรากฏว่านักเรียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มควบคุมได้คะแนนอยู่ในระดับคะแนน 1 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 39 ของจำนวนระดับคะแนนทั้งหมด (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 283)

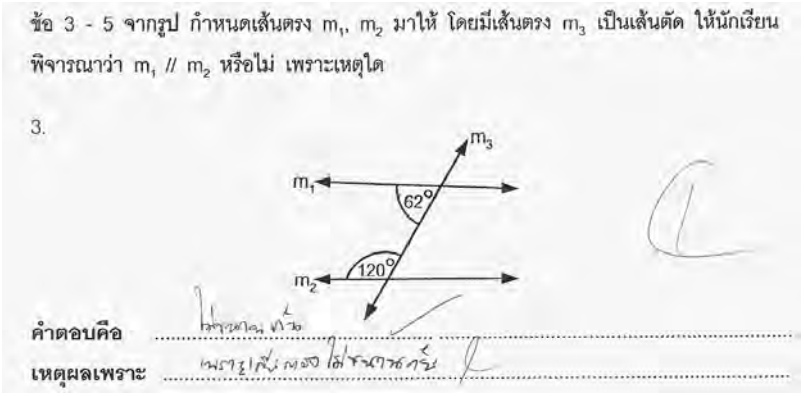
ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุมแสดงดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถหาข้อสรุปของคำตอบได้ แต่เมื่อให้อธิบายแนวคิด นักเรียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน

ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุมแสดงดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการสนับสนุนคำตอบที่ได้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพนมศึกษา อำเภอพนม จังหวัดสุราษฎร์ธานี ซึ่งปีการศึกษา 2552 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวน 5 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้องเรียน คือ ห้อง ม.2/1 จำนวน 34 คน และห้อง ม.2/2 จำนวน 32 คน มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 34.19 และ 34.31 คะแนน ตามลำดับ ต่อจากนั้นนำค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) พบว่าความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นจึงทดสอบค่าที (t–test independent) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลง

ทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งนักเรียนห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 21.26 และ 20.97 คะแนน ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t–test independent) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ต่อจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งห้อง ม.2/1 และห้อง ม.2/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 20.94 และ 19.88 คะแนน ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนของทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วจึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยค่าที (t–test independent) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนชั้น ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและนักเรียนชั้น ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 11 แผน ใช้ในการสอน 18 คาบ ซึ่งเขียนไว้ในแผนเดียวกัน เนื่องจากมีองค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนเหมือนกัน แต่มีเพียงกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นสอนเท่านั้นที่มีขั้นตอนแตกต่างกัน ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน สาระการเรียนรู้พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง

เหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุง และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.91 ค่าความยากเป็น 0.24 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.23-0.97

2.2 เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.83 ค่าความยากเป็น 0.22 – 0.73 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.24 - 0.93

2.3 เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต และความเท่ากันทุกประการ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 90 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.78 ค่าความยากเป็น 0.29 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.26 - 0.85

2.4 เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบอัตนัยแบบตอบสั้น ใช้เวลาในการทำ 120 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.92 ค่าความยากเป็น 0.23 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.21 - 0.71

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ตามลำดับ แล้วดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาในการสอน 18 คาบ เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยจึงทำการ

ทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 120 นาที หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย โดยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มด้วยสถิติการทดสอบค่าที (t-test independent) และนำคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยสถิติการทดสอบค่าที (t-test independent)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ จนนักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้อง

กับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 1 ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุสำคัญหลายประการ ดังนี้

ประการแรกอาจเป็นเพราะลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของนักเรียนเอง นักเรียนได้รับการพัฒนากระบวนการคิดในการสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นลำดับขั้นและเป็นระบบ โดยมีครูเป็นผู้ใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตลอดเวลา ทำให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในการสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกใช้กระบวนการคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมประกอบกับทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งนักเรียนต้องแยกแยะให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร เมื่อนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้แล้ว ก็จะนำไปสู่การสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของปัญหาที่ครูนำเสนอเพื่อที่จะตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูลในขั้นที่ 2

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกตั้งคำถามในรูปแบบที่มีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น ซึ่งใช้แนวคิดของกระบวนการอุปนัยในการสร้างความรู้ ทั้งนี้เพื่อให้การเรียนรู้ด้วยการสืบสอบของนักเรียนเกิดขึ้นด้วยตนเองมากที่สุด ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบความแตกต่างและความคล้าย การเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างเป็นระบบ และฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์จากการตั้งคำถามของตนเอง ทำให้นักเรียนค่อย ๆ จำแนกลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ออกจากลักษณะที่ไม่สำคัญได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง สอดคล้องกับวิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ที่ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่าง ซึ่งจะนำไปสู่การการสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ ในขั้นนี้เป็นขั้นที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดมากที่สุด เพราะเป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนได้คิดสังเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นที่ 2 มาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งอาจมีทั้งที่ถูกและที่ผิด ซึ่งในระยะแรก ๆ ของการสอน นักเรียนยังไม่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของ

มโนทัศน์ได้ ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตลอดเวลาเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ได้ จนเมื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านไปได้ 2 สัปดาห์ นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมลักษณะนี้มากขึ้น จนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล ในขั้นนี้เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอข้อความคาดการณ์ที่คิดว่าสมเหตุสมผลที่สุด มีการวิพากษ์วิจารณ์กันในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเห็นมุมมองที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้น นักเรียนมีโอกาสเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับเพื่อน ๆ นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดประเมินค่า รวมทั้งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับความคิดของตนด้วยการพูดอธิบายความรู้หรืออภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อให้ได้ข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้อง อีกทั้งยังเป็นขั้นที่ให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนเพราะหากนักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ผิด นักเรียนจะได้ทราบว่าผิดเพราะเหตุใด ทำให้นักเรียนสามารถประเมินความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้ ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของเฮนาและแยคเคล (Hanna and Yackel, 2003: 227-236) และฮัลสเตด (Halsted, 1996: 47 – A) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การสอนโดยให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนผ่านการสนทนา แลกเปลี่ยนความคิด ลงมือปฏิบัติและได้ทำงานร่วมกับเพื่อน ๆ ช่วยส่งเสริมความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และสอดคล้องกับรายงานการวิจัยของมัททุคริสนา (Muthukrishna, 1993: 3835-A) ที่พบว่า การเรียนคณิตศาสตร์ในบรรยากาศของการสอนแบบการชี้นำให้เกิดการค้นพบ การซักถามและวิพากษ์วิจารณ์กันในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ที่ลึกซึ้งมากกว่านักเรียนที่เรียนรู้โดยการอธิบายของครู

ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์ ขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกหาข้อมูลหลักฐานที่เกี่ยวข้องมาพิสูจน์ ตรวจสอบว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือกถูกต้องสมเหตุสมผล จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ขั้นนี้เปรียบเสมือนเป็นขั้นสังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และจะนำไปสู่การนำมโนทัศน์ไปใช้ในขั้นที่ 6

ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด ขั้นนี้มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการเชื่อมโยงข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ได้สู่สถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งนักเรียนได้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหา ทำให้ครูได้ตรวจสอบด้วยว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องหรือไม่ ทั้งนี้ครูจะคอยเป็นผู้แนะแนวทางและช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา จนนักเรียนสามารถเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและสามารถนำไปใช้ได้

สอดคล้องกับแนวคิดของเบล (Bell, 1981: 205) ซึ่งกล่าวไว้สรุปได้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาเป็นการสอนที่นักเรียนได้เผชิญกับความขัดแย้ง (Conflict Teaching) จะส่งผลต่อความคงทนและการถ่ายโยงความรู้มากกว่าการสอนแบบชี้นำ (Direct Teaching) โดยการสอนด้วยการบอกหรืออธิบายจะทำให้นักเรียนได้ความรู้แต่จะไม่ฝังใจ ซึ่งการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาจะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้จึงช่วยให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และมีความแจ่มชัดในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง (Riedesel and others, 1996: 43)

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางนั้นช่วยกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดอย่างเป็นระบบ เน้นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนอย่างค่อยเป็นค่อยไปในทุกขั้นตอนของโมเดล ทำให้นักเรียนสามารถสร้าง สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการคิดอย่างมีหลักการและมีเหตุมีผลในการจัดระบบข้อมูลและเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของมโนทัศน์ที่ต้องการ สอดคล้องกับคำกล่าวของคูลธอ มานิโอเทส และแคสปารี (Kuhlthau, Maniotes, and Caspari, 2007: 4-6) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการจัดกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดในทุก ๆ ขั้น จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนทัศน์อย่างลึกซึ้งและถ่องแท้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนาน ในขณะที่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติครูมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควบคู่กับการอธิบายของครูเพื่อให้นักเรียนได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน ทำให้นักเรียนไม่ค่อยได้ใช้กระบวนการคิดและการให้เหตุผลในการสร้าง สรุป และตรวจสอบ มโนทัศน์ด้วยตนเองต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จึงอาจทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาอย่างแท้จริงส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2552: 36) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า เนื่องจากมโนทัศน์เป็นความคิดสำคัญในขั้นสุดท้ายที่เป็นความเข้าใจที่แท้จริง กระบวนการพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพของการเรียนรู้มโนทัศน์ การสอนมโนทัศน์โดยการบอกหรืออธิบายให้รู้จึงมีความแตกต่างจากการพัฒนาให้มีความเข้าใจที่แท้จริง เนื่องจากการสอนมโนทัศน์โดยการอธิบาย นักเรียนอาจไม่เข้าใจและนึกภาพไม่ออก หรือเข้าใจขณะที่ครูอธิบาย แต่ก็จะลืมในเวลาอันสั้น จนกว่าจะได้มีการนำไปใช้หรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนมากพอ จึงจะเกิดเป็นความเข้าใจในมโนทัศน์ และสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างได้ การสอนมโนทัศน์โดยการบอกหรืออธิบายจึงแตกต่างจาก

การสอนโดยให้นักเรียนได้ลงมือทำ สัมผัส คิดอภิปราย มองหลากหลายแง่มุม ความคิดและการทำงานเหล่านั้น จะค่อย ๆ สร้าง (Forming) ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทีละเล็กทีละน้อย จนในที่สุดจะพัฒนาเป็นความเข้าใจที่แท้จริงซึ่งจะนำไปสู่มโนทัศน์ที่ต้องการ

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบประกอบกับการแนะแนวทางโดยใช้คำถามนำของครู ดังนั้นในแต่ละขั้นของการสืบสอบแบบแนะแนวทางครูจะใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตลอดเวลา ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ สอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2547ข: 124-125) ที่ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ครูควรใช้คำถามอย่างต่อเนื่องในการช่วยให้นักเรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้องและสามารถจะพัฒนาเป็นความเข้าใจได้ ซึ่งคำถามที่ครูใช้ควรเป็นคำถามให้คิดเพื่อให้อธิบายและแสดงเหตุผลมากกว่าจะเป็นคำถามให้ตอบสั้น ๆ อีกทั้งครูต้องให้เวลานักเรียนในการคิดไตร่ตรองวิเคราะห์ ทดลองสิ่งที่ตนคิด และสร้างแนวคิดใหม่ สิ่งสำคัญในกระบวนการพัฒนามโนทัศน์คือการให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาในวิถีทางที่ตนเข้าใจ ครูต้องยินดีที่จะเผชิญกับกลวิธีหรือเทคนิคที่แตกต่างจากที่คาดหวังคำอธิบายและเหตุผลที่นักเรียนใช้มีความสำคัญไม่น้อยกว่าคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้อง และที่สำคัญควรฝึกให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด และวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของตนและผู้อื่นโดยใช้เหตุผลเป็นที่ตั้ง ซึ่งสิ่งเหล่านี้หากนักเรียนได้ปฏิบัติอย่างต่อเนื่องจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนทัศน์ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของเกียลามาสและคณะ (Gialamas and others, 2000: 30-40) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้และช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่า นำไปสู่การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบของการสืบสอบแบบแนะแนวทางมีหลักการพื้นฐานสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในแนวทางเดียวกัน ส่งผลให้ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของสตาเพิลส์ (Staples, 2007: 161-217) ที่พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 2 ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุสำคัญหลายประการ ดังนี้

ประการแรก อาจเป็นเพราะลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดและความรู้เดิมที่มีอยู่เป็นฐานในการสร้างความรู้ใหม่อย่างมีความหมายและตามแนวทางของตนเอง โดยมีปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเป็นฐานในการสร้างความรู้ผ่านการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน นักเรียนได้ฝึกใช้ทักษะการสังเกต สำรวจ ตั้งคำถาม สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นและใช้คำถามแนะแนวทางทำให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องตลอดกระบวนการทั้ง 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เผชิญปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนได้เห็นหรือรับรู้ปัญหา ซึ่งเกิดจากการอ่านข้อความหรือสังเกตสถานการณ์ที่เกิดขึ้น เป็นการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้พื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิม อันจะนำไปสู่การตั้งคำถามเพื่อหาคำตอบของปัญหาในขั้นที่ 2

ขั้นที่ 2 ตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องใช้ความคิดของตนเองให้มากที่สุดในการซักถามปัญหาที่มีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ แล้วสรุปความจากการซักถามเพื่อให้ได้ประเด็นหลัก อันจะนำไปสู่การหาคำตอบจากการแสวงหาข้อมูลอย่างเป็นระบบ ซึ่งในการซักถามนี้ ครูจะคอยกระตุ้นให้นักเรียนพูดออกมาให้มากๆ เพื่อที่ครูจะได้ทราบว่านักเรียนคิดอย่างไร และได้ทราบกระบวนการคิดของนักเรียน สอดคล้องกับแนวคิดของซัชแมน (Suchman, 1962: 4-5) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบนั้น สิ่งสำคัญคือ ให้นักเรียนได้ซักถาม โดยหลังจากที่นักเรียนได้เผชิญปัญหา นักเรียนจะตั้งคำถามเพื่อซักถามครู ทั้งนี้เพื่อให้การเรียนรู้ด้วยการสืบสอบของนักเรียนเกิดขึ้นด้วยตนเองมากที่สุด นักเรียนจะถูกกระตุ้นให้รวบรวมข้อมูลจากการ

ซักถาม ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลจากความคิดของตนเอง วิธีการดังกล่าวสอดคล้องกับแนวคิดของคลาค (Clark, 1973: 401-418) ที่ได้กล่าวถึงหลักการทั่วไปของกระบวนการสืบสอบ สรุปได้ว่า ครูต้องพยายามชักจูงให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล โดยการเสนอปัญหาแก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้คิดและซักถามหรือตอบคำถามเพื่อรวบรวมข้อมูลและความรู้ต่างๆ และครูควรสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการกระตุ้นนักเรียนให้ทดลองโดยใช้ความคิดของตน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่นและวิเคราะห์ความคิดที่แตกต่างและมีการตีความจากข้อมูลนั้น ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 3 ลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ในขั้นที่ 2 มาใช้ในการสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ สอดคล้องกับแนวคิดของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 144) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ครูต้องฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และสร้างหลักการเพื่อหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในขั้นที่ 4

ขั้นที่ 4 คัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล ในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดประเมินค่า และคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้อง สอดคล้องกระบวนการให้เหตุผลที่นักเรียนต้องใช้การคิดในหลายทักษะ เช่น การวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง (อัมพร ม้าคนอง, 2547ก: 97-98) อีกทั้งในขั้นนี้เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงแนวคิดของตนด้วยการพูดอธิบายความรู้หรืออภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ซึ่งการจัดกิจกรรมลักษณะดังกล่าวเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล สอดคล้องกับแนวคิดของแลปแพนและสแชรม (Lappan and Schram, 1989: 18 – 19) และแนวคิดของโรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993: 16-18) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า เนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยการอธิบายแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ และตอบคำถามต่าง ๆ ซึ่งเป็นลักษณะที่จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องทำการตรวจสอบข้อมูลเพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ที่คัดเลือกไว้ ทำให้นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่ได้ ผ่านการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์และคิดประเมินค่าว่าคำตอบที่ได้มาในขั้นที่ 4 มีความถูกต้องสมเหตุสมผลสอดคล้องกับข้อมูลที่นักเรียนได้รวบรวมไว้หรือไม่ และคำตอบที่ได้มีความน่าเชื่อถือเพียงใด อันจะนำไปสู่การได้มาซึ่งข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมเหตุสมผล

ขั้นที่ 6 ขยายความคิด ในขั้นนี้เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนได้นำข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 5 ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาใหม่ ทำให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาร่วมกับการคิดอย่างมีเหตุผลเพื่อที่จะหาแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนทั้งด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยแทรกเข้าไปด้วยทุกขั้นตอนของกระบวนการ ตั้งแต่ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 การให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น จะนำไปสู่การสำรวจ ค้นคว้า การอธิบาย และลงข้อสรุป ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีอยู่ นำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย ส่วนขั้นที่ 5 และขั้นที่ 6 การให้นักเรียนได้ค้นหาข้อมูลมาใช้ในการตรวจสอบข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผลจนค้นพบเป็นความรู้ใหม่และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ลักษณะดังกล่าวเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางจะได้รับการฝึกคิดในลักษณะดังกล่าวในทุก ๆ คาบของการสอนในแต่ละขั้นของโมเดล ทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ รวมทั้งสามารถหาข้อมูลหลักฐานยืนยันข้อความคาดการณ์ได้ด้วยตนเอง ในขณะที่นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติไม่ค่อยได้ใช้กระบวนการคิดและการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ รวมทั้งสามารถหาข้อมูลหลักฐานยืนยันข้อความคาดการณ์ได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ด้วยตนเอง ส่งผลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ผลการวิจัยนี้พบว่าสอดคล้องกับแนวคิดของแมซเซียลาสและคอก (Massailas and Cox, 1967) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสืบสอบสามารถวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ได้

อย่างมีเหตุผลและมีความสามารถในการอภิปราย ซักถามปัญหาโดยมีความคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากกว่านักเรียนที่เรียนแบบบรรยายหรือแบบถ่ายทอดความรู้ นอกจากนั้นยังสอดคล้องกับแนวคิดของคลาค (Clark, 1973: 401-418) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า กระบวนการสืบสอบช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะทางปัญญาและการคิดอย่างมีเหตุผล

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันผ่านการทำงานเป็นกลุ่มแบบคละความสามารถ ทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถมากกว่าคอยช่วยเหลือนักเรียนที่อ่อนกว่า โดยที่ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและใช้ภาษาในการอธิบายหรือแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดเพื่อตอบคำถามของทั้งจากครูและเพื่อนนักเรียนด้วยกันเสมอ มีการวิพากษ์วิจารณ์ในชั้นเรียนทำให้เห็นมุมมองความคิดที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้น อันจะเป็นการปลูกฝังความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนโดยไม่รู้ตัว ซึ่งทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผล และคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดความเชื่อของทฤษฎีวัฒนธรรมเชิงสังคมของไวกอตสกี (Vygotsky, 1978 cite in Kuhlthau, Maniotes and Caspari, 2007: 13-24) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า ภาษาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเป็นตัวการสำคัญที่ทำให้เกิดพัฒนาการของการคิดเชิงเหตุผลและจากบทบาทของครูที่เป็นผู้ชี้นำความสนใจของนักเรียนด้วยการสนทนา ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปราย และจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการแสดงเหตุผลก็เป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยเหลือนักเรียนให้เกิดความชัดเจนในการให้เหตุผลมากขึ้น

ประการที่สาม อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ครูมีการใช้คำถามในการกระตุ้นการคิดของนักเรียนอยู่ตลอดเวลาในทุก ๆ ขั้นตอน ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น สร้างข้อคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด และตอบคำถามต่างๆ ซึ่งตัวอย่างคำถามของครู เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า …” “จงให้ตัวอย่างของ …” “นอกเหนือจากวิธีการคิดแบบนี้แล้วนักเรียนมีวิธีคิดแบบอื่นอีกหรือไม่” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดความคิดในการให้เหตุผล สอดคล้องกับแนวคิดของแลปแพนและสแชรม (Lappan and Schram, 1989: 18 – 19) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2545: 195) ที่พบว่าการใช้คำถามของครูในการกระตุ้นความคิดของนักเรียนจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่กลุ่มควบคุมซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ครูก็มีการใช้คำถามกระตุ้นการคิดให้แก่นักเรียนเช่นเดียวกัน แต่อาจไม่ได้เน้นย้ำในทุก ๆ ขั้นของกระบวนการเหมือนกลุ่มทดลองจึงอาจทำให้นักเรียนได้ฝึกใช้กระบวนการคิดต่ำกว่ากลุ่มทดลอง ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์น้อยกว่ากลุ่มทดลอง

และเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบของการสืบสอบแบบแนะแนวทางมีหลักการพื้นฐานสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบสอบทำให้ผลที่ได้จากการวิจัยเป็นไปในแนวทางเดียวกัน ส่งผลให้การวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของกู๊ส (Goos, 2004: 258-291) ซึ่งพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของบราวน์ วิลสัน และฟิทซาลเลน (Brown, Wilson, and Fitzallen, 2007: 1-12) ที่พบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูช่วยส่งเสริมในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่นเดียวกับงานวิจัยของโสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบ 5E กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากผลการวิจัยที่พบว่า หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ จนนักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจาก

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางใช้แนวคิดของกระบวนการอุปนัยในการสร้างความรู้ ผ่านปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่

ต้องการให้นักเรียนสร้าง เพื่อให้การเรียนรู้ด้วยการสืบสอบของนักเรียนเกิดขึ้นด้วยตนเองมากที่สุด ทำให้วิธีคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนเปลี่ยนแปลงไป นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์จากการตั้งคำถามของตนเอง ทำให้นักเรียนค่อย ๆ จำแนกลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ออกจากลักษณะที่ไม่สำคัญได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง นำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ซึ่งในระยะแรก ๆ ของการจัดกิจกรรมในลักษณะนี้ นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน จนเมื่อครูใช้คำถามแนะแนวทางกระตุ้นการคิดให้แก่นักเรียน นักเรียนจึงสร้างข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้องมากขึ้น จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์และสามารถนำไปใช้ได้

กระบวนการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ ขั้นที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดมากที่สุด คือ ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้ และขั้นการคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล ซึ่งในระยะแรก ๆ ของการจัดกิจกรรม นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์นัก จนเมื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางผ่านไปได้สองสัปดาห์ นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมลักษณะนี้มากขึ้น ทำให้นักเรียนกล้าถามคำถามผู้วิจัยเพื่อที่จะทำให้ตนเองเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์มากขึ้น การตั้งคำถามของนักเรียนแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความตั้งใจและพยายามคิดมากขึ้น ซึ่งบางคำถามของนักเรียนผู้วิจัยไม่ได้ให้คำตอบโดยตรง แต่มีการถามคำถามกลับเพื่อให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งลักษณะการเรียนรู้ดังกล่าว สอดคล้องกับการเรียนรู้ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่ระบุว่าการเรียนรู้เกิดจากการสร้างความรู้ของนักเรียน โดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมที่ตนมีอยู่ การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม การอภิปรายความคิดของตนเองร่วมกับผู้อื่น การคิดไตร่ตรองสืบสวน และการสรุปความรู้ใหม่ด้วยตนเอง (Underhill, 1991: 229-248, Kamii, Lewis, and Livingston, 1993: 200-203) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง มีพฤติกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวชัดเจน โดยครูมีหน้าที่ช่วยเหลือ แนะนำ และส่งเสริมให้นักเรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้องเหมาะสม ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาช่วยในการสร้างความรู้ จนนักเรียนประสบความสำเร็จในการสร้างความรู้ใหม่ ซึ่งการเรียนรู้ด้วยตนเองในลักษณะนี้ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น จนเห็นการเปลี่ยนแปลงได้ชัดเจน ในขณะที่นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติครูจะยกตัวอย่างเนื้อหาที่สอน

และใช้การถาม-ตอบประกอบคำอธิบาย ให้นักเรียนได้สังเกต สำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์ เพื่อให้ได้มโนทัศน์ในแต่ละเรื่องที่เรียน ทำให้นักเรียนไม่ค่อยได้ใช้กระบวนการคิดและการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการ ส่งผลให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ค่อนข้างน้อย จึงทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของเวด (Wade, 1995: 3411-A) ซึ่งพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองมีคะแนนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ อีกทั้งยังสอดคล้องกับคำกล่าวของสตีล (Steele, 1996: 4309-A) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การเรียนรู้โดยการสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นและคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น นอกจากนี้ผลการวิจัยดังกล่าวยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ จรรยา ภูอุดม (2544: 110) ที่พบว่า นักเรียนที่เรียนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองมีความเข้าใจมโนทัศน์ มีความสามารถในการให้เหตุผล และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ดีกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นผลทำให้หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง พบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ จนนักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. เนื่องจากกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เน้นกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ในระยะแรก ๆ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับกระบวนการสอนลักษณะนี้ ทำให้นักเรียนยังคิดตั้งคำถามและสร้างข้อความคาดการณ์ไม่ค่อยได้ ครูอาจต้องให้เวลาและโอกาสกับนักเรียนมากกว่าปกติ แต่เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนจะค่อย ๆ พัฒนาการคิดได้ดีขึ้น และสามารถเรียนรู้ได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น ครูจึงต้องมีความอดทนและพยายามใช้กระบวนการอย่างต่อเนื่อง

2. ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรมีการชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดให้กับนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการตั้งคำถามในรูปแบบที่มีคำตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล และการบันทึกข้อมูลลงในตารางบันทึกข้อมูลในขั้นที่ 2 ทั้งนี้ครูต้องพิจารณาว่าข้อมูล (จากคำถามของนักเรียน) มีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์หรือไม่ ถ้าข้อมูลยังไม่เพียงพอครูอาจเพิ่มเติมให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสังเกตเห็นลักษณะร่วมหรือลักษณะที่แตกต่างได้อย่างเด่นชัด และสามารถพิจารณาหรือวิเคราะห์ความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้

3. เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางตามรูปแบบของลาสเลย์ แมทซีนสกี และโรเลย์ มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่ผ่านปัญหาหรือสถานการณ์ ดังนั้นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ครูสร้างขึ้นในขั้นที่ 1 จึงมีความสำคัญเป็นอย่างมากที่จะทำให้การจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางประสบความสำเร็จ

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีจุดเด่นในขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4 เพราะเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาด้วยตนเอง ผ่านการสืบสอบ สังเกต และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแนวคิดต่าง ๆ นำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจจะเป็นไปได้ แล้วให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ว่าข้อความคาดการณ์ใดถูกต้องสมเหตุสมผลที่สุด การจัดกิจกรรมลักษณะดังกล่าวเหมาะกับการสอน เรื่อง เส้นขนาน และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสาระเรขาคณิต เพราะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผล ซึ่งการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และการแก้ปัญหาในชีวิตจริงหรือการประกอบอาชีพจะไม่มีใครคอยบอกว่า สิ่งใดถูกหรือผิด นักเรียนต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตัวเองโดยใช้เหตุและผล

ส่วนจุดด้อยของการจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง อยู่ในขั้นที่ 2 การให้นักเรียนสังเกตข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา แล้วตั้งคำถามที่มีคำตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่ หากครูนำเสนอปัญหาไม่ชัดเจนหรือรัดกุม อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถตั้งคำถามได้ ซึ่งส่งผลให้การจัดกิจกรรมโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไม่ประสบความสำเร็จ

4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางในขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการทำความเข้าใจกับปัญหาและการคิดวางแผนแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้คิดพิจารณาหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ทั้งนี้ครูควรตรวจสอบความ

เข้าใจของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ โดยอาจสุ่มเรียกให้นักเรียนออกมานำเสนอการแก้ปัญหาหรือคำตอบของปัญหา พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ

5. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง คำถามที่ครูใช้ในการกระตุ้นความคิดของนักเรียน ถือเป็นสิ่งสำคัญมาก ดังนั้นครูควรมีทักษะในการใช้คำถาม ซึ่งเป็นคำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันอภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อให้นักเรียนทุกคนเกิดความเข้าใจเนื้อหาได้อย่างทั่วถึง นอกจากนี้ครูควรมีการบันทึกปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงวิธีสอนในครั้งต่อไป

6. เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางสามารถพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังนั้นครูและผู้ที่เกี่ยวข้องอาจนำวิธีการสอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางไปใช้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมให้เข้าใจ เพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ทั้งนี้ครูอาจยุบรวมขั้นตอนต่าง ๆ ให้กระชับขึ้น

7. เนื่องจากในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางในบางคาบต้องใช้เวลามาก โดยเฉพาะขั้นของการตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นของการสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ และขั้นของการคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่สมเหตุสมผล ซึ่งนักเรียนต้องมีการอภิปรายร่วมกัน ดังนั้นครูควรตระหนักถึงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง โดยควรวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเป็นระบบให้สอดคล้องกับเวลาที่กำหนด เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุผลตามจุดประสงค์ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้เตรียมไว้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

1. ควรมีการทดลองใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแบบอื่น ๆ ที่แตกต่างไปจากที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เช่น การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การให้เหตุผลทางพีชคณิต เป็นต้น เพื่อศึกษาผลที่ได้ว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร อันจะนำไปสู่แนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนต่อไป

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ หรือรายวิชาอื่น ๆ ทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

3. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การสื่อสารและการนำเสนอ หรือความคิดสร้างสรรค์

4. ควรมีการศึกษาวิจัยและติดตามผลระยะยาว (Longitudinal Studies) เพื่อศึกษาว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความคงทนเพียงใด และมีการพัฒนาเพิ่มขึ้นหรือไม่อย่างไร

5. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการใช้คำถามในระดับต่าง ๆ เพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น พัฒนาการคิดวิเคราะห์ พัฒนาการคิดวิจารณญาณ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กชกร รุ่งหัวไผ่. 2547. ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3). วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กมลทิพย์ ต่อติด. 2544. ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กัญติมา พรหมอักษร. 2545. ผลของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับแนวการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาสารัตถศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กัลยา ขำเขียว. 2525. การศึกษาลักษณะคำถามและการใช้คำถามของครูวิทยาศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดขอนแก่น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กาญจนา เกียรติประวัติ. 2524. วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.

กาญจนา บุญส่ง. 2542. หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ). เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2545-2546, พฤษภาคม-ธันวาคม, มกราคม. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์. 46(530-532): 54-58.

กิตติศักดิ์ แก้งทอง. 2547. การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กองบรรณาธิการ. 2547. สานปฏิรูป. กรุงเทพมหานคร. 7(ธันวาคม): 28.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทเซสมีเดีย.

ขอบใจ สาสิทธิ์. 2545. ผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2545. แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ.2545-2559): ฉบับสรุป. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค.

คะนึงศักดิ์ คำแถม. 2518. พฤติกรรมการสอนด้วยการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

จรรยา ภูอุดม. 2544. การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช. 2527. เทคนิคการสอนวิทยาศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนวิทยาศาสตร์. หน่วยที่ 7 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ฉลอง รุ่งเรือง. 2538. การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูและพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียนในการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาพื้นฐาน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยพร วิชชาวุธ. 2521. มูลสารจิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชาญชัย ศรีไสยเพชร. 2525. ทักษะและเทคนิคการสอน. กรุงเทพมหานคร: พิทักษ์อักษร.

ชาญชัย อินทรประวัติ. 2522. วิธีสอนทั่วไปและการสอนแบบจุลภาค. พิมพ์ครั้งที่ 2. สงขลา: โครงการบริหารวิชาการ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชิรา ลำดวนหอม. 2546. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง แบบรูปและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. 2520. สอนอย่างไร. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. 2544. การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2547. จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องการวัดสู่การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 50 – 51. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

ดวงพรรณ จารุรังสรรค์. 2550. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการตั้งคำถาม เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ทัศน์วรรณ ประจันตะเสน. 2551. ผลการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ทิศนา แขมมณี. 2551. ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 7 (ฉบับพิมพ์เพิ่มเติม). กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เทพสุดา เกตุทอง. 2551. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธนภร ตุ้มบุญ. 2548. การสร้างชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นที่ทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ธีรชัย ปูรณโชติ. 2537. หน่วยที่ 1 ประวัติปรัชญาและวัฒนธรรมทางวิทยาศาสตร์. ประมวลสาระชุดสารัตถะและวิทยาศาสตร์ หน่วยที่ 1-4. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ธีรนาถ ธงงาม. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขที่มีต่อมโนทัศน์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นาตยา ปิลันธนานนท์. 2542. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning). กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

นาตยา ภัทรแสงไทย. 2524. การออกแบบการสอน: แผนพัฒนาการสอนและรายวิชา. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

นิตยา วรรณไชย. 2550. ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านดงเค็ง อำเภอมัญจาคีรี จังหวัดขอนแก่น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

นิติกร อ่อนโยน. 2551. ผลของการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบสอบโดยใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์. 2537. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. วารสารพัฒนาหลักสูตร. 14(ตุลาคม-ธันวาคม): 55-60.

บัญญัติ ชำนาญกิจ. 2540. หลักการสอน. นครสวรรค์: สถาบันราชภัฏนครสวรรค์.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523. การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชากรศึกษา. 6 – 17.

เบญจมาศ ฉิมมาลี. 2550. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บำรุง กลัดเจริญ. 2527. วิธีสอนทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: พิฆเณศ.

ปานทอง กุลนาถศิริ. 2540. Meeting NCTM Standards. นิตยสารสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 98: 29-30.

ปานทอง กุลนาถศิริ. 2547. “Creativity is Questioning”: คำถามที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี. 32(มีนาคม - เมษายน): 35-39.

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2547. การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. 2551. การพัฒนาการคิด. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: 9119 เทคนิค พริ้นติ้ง.

ประยูร อาษานาม. 2537. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ประกายพรึก.

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา. 2532. บทสนทนาเกี่ยวกับการสอนให้คิด. วารสารครุศาสตร์ 17(มกราคม-มิถุนายน): 121-127.

ปราณี พรภวิษย์กุล. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปราณี รามสูต. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2534. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท.

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์. 2544. การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. 2532. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารศึกษาการพิมพ์.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2538. จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: ต้นอ้อ.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. 2545. พฤติกรรมการสอนวิทยาศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. 2547. วิธีวิทยาการสอนวิทยาศาสตร์ทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ. 2532. รูปแบบการสอน. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.

ภพ เลาหไพบูลย์. 2542. แนวการสอนวิทยาศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 4 (ฉบับปรับปรุง). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2526. เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์. ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์.

เมธี ลิมอักษร. 2545. แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์. สงขลา: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ สงขลา.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยลนภา พลชัย. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัศนียา หลักเพชร. 2550. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) กับแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2551. พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A – L ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์.

ราศี ทองสวัสดิ์. 2525. การจัดประสบการณ์เพื่อฝึกสร้างทักษะทางภาษาแก่เด็กปฐมวัย. เอกสารการสอนชุดวิชา การสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตระดับปฐมวัยศึกษา หน่วยที่ 4. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพมหานคร: ดรุณการพิมพ์.

รุ่งทิวา จักรกร. (ม.ป.ป.). วิธีสอนทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

โรจนี จะโนภาษ และคณะ. แบบจำลองทักษะการสอนจุลภาค: ทักษะการตั้งคำถาม. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2522.

ลัดดาวัลย์ กัณหสุวรรณ. 2550. คู่มือฝึกอบรม โครงการ พัฒนาศักยภาพครูวิทยาศาสตร์ เพื่อยกระดับมาตรฐานการเรียนรู้ของนักเรียน. กรุงเทพมหานคร: บริษัท นานมีบุ๊คส์ จำกัด.

วัชระ น้อยมี. 2551. การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

วัชรสันต์ อินธิสาร. 2547. ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วราภรณ์ เสาวะพาน. 2546. การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2546. การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. 2537. แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร. 113(เมษายน- มิถุนายน): 49-51.

วิษณุ นภาพันธ์. 2551. การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

วีระ ไทยพานิช. 2529. 57 วิธีสอน. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วีระยุทธ วิเชียรโชติ. 2521. จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน. กรุงเทพมหานคร: อำนวยการพิมพ์.

วีรยุทธ วิเชียรโชติ. 2538. จิตวิทยาการเรียนการสอนแบบอารยวิถีในกระบวนการวิธีสืบสวนสอบสวน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2546. การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2551. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ศศิวรรณ ศรีพหล. 2536. การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยาวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์. 2521. เทคนิคการตั้งคำถามเพื่อการฝึกให้คิดเป็น. วารสารประชาศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2545. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศรีเมืองการพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547. การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2548. คู่มือครู สาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร: นครปฐมการพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2549. สมรรถนะการแก้ปัญหาสำหรับโลกวันพรุ่งนี้. รายงานผลจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA 2006). กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2550. รายงานการประเมินสัมฤทธิผลด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2550. กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551. หนังสือเรียน สาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2551. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สันติ อิทธิพลนาวากุล. 2550. การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สายสุนีย์ สุทธิจักษ์. 2551. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. 2544. ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 44 (พฤศจิกายน – ธันวาคม 2543 – มกราคม 2544): 15-16.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สิริพร ทิพย์คง. 2551. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (เอกสารอัดสำเนา).

สิรินทร์ทิพย์ ดวงประทุม. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการเปรียบเทียบกระบวนการที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. 2542. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. วิชาเอกการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ. 2545. การจัดกระบวนการเรียนรู้ : เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ, กรุงเทพมหานคร: อักษรเจริญทัศน์.

สุจิตรา โอสถอภิรักษ์. 2538. การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุชาดา แจ่มจันทร์. 2526. ลักษณะคำถามและทักษะการใช้คำถามของครูภาษาไทยชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนของอำเภอบ้านโป่ง สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดราชบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. 2545. วิธีการจัดการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ. 2547. กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ภาพพิมพ์.

สุนีย์ คล้ายนิล. 2549, กรกฎาคม-สิงหาคม. คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี. 32(131): 12-22.

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจนีย์. 2550. มองคุณภาพการศึกษาตะวันออกจากการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA). กรุงเทพมหานคร: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

สุพิน บุญชูวงศ์. 2538. หลักการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏสวนดุสิต.

สุรางค์ โค้วตระกูล. 2543. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒน์ นิยมค้า. 2531. ทฤษฎีและทางปฏิบัติในการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ เล่ม 1-2. กรุงเทพมหานคร: เจเนอรัลบุ๊คส์ เซ็นเตอร์.

สมคิด สร้อยน้ำ. 2542. หลักการสอน. อุดรธานี: สถาบันราชภัฏอุดรธานี.

สมเดช บุญประจักษ์. 2540. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2544. การให้เหตุผล. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมบัติ การจนารักพงศ์. 2549. เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ธารอักษร.

โสภณ บำรุงสงฆ์และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. 2520. เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

โสมรัศมิ์ ดาหลาย. 2551. ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสริมศรี ลักษณศิริ. 2540. หลักการสอน. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2549. ผลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปี 2549 [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://bet.obec.go.th/pm/new_resultbet2549.html[2552, กรกฎาคม 6]

สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2550. รายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550[ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://bet.obec.go.th/eqa/images/2009/news/NT50-M3.pdf[2552, สิงหาคม 19]

อนุสรา เสนไสย. 2550. ผลของการเรียนการสอนแบบสืบสอบร่วมกับการใช้บทเรียนเว็บเควสท์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟิสิกส์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษา วิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อร่าม วัฒนะ. 2536. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอด กลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เรื่องสิ่งแวดล้อมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

อัมพร ม้าคนอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ก. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 94-109. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ข. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, หน้า 110 – 125. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. 2547ค. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา).

อัมพร ม้าคนอง. 2547ง. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา).

อัมพร ม้าคนอง. 2552. รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาคม จันทสุนทร. 2522. การสอนความคิดรวบยอด. วารสารครุปริทัศน์. 2(สิงหาคม): 47-52.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2550. หลักการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

อารมณ์ ตันประภัสร์. 2522. ทักษะในการใช้คำถาม. วารสารการวัดผลการศึกษา. 1(พฤษภาคม-สิงหาคม): 77-91.

อาริสา ฉัตรกิจวรุณ. 2529. รากฐานคณิตศาสตร์ = Foundation of Mathematies. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.

อารี พันธ์มณี. 2540. คิดอย่างสร้างสรรค์. กรุงเทพมหานคร: เลิฟ แอนด์ ลิพ เพรส จำกัด.

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร. 2548. ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

เอมอร สุมามาลย์. 2548. ผลการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยงและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาคาร จังหวัดน่าน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

อรวรรณ เลิศสังข์. 2524. การวิเคราะห์ประเภทคำถามของครูวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดสุพรรณบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ภาษาอังกฤษ

Arends, R. I. 1994. Learning to Teach. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.

Artzt, A.F., and Femia, S.Y. 1999. Mathematical Reasoning During Small Group Problem Solving. In Stiff, L.V., and Curcio, F.R. (eds.), Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12, pp.115-126. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Ausubel, D. P. 1968. Educational Psychology: A Cognitive View. New York: Rinepart and Winston.

Back, C.A., and Cromie, R.G. 1972. Introduction to Concepts of Geometry. United States of America: Prentice–Hall.

Baroody, A. J. 1993. Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan Publishing Company.

Bell, F.H. 1981. Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools). 2 nded. Iowa USA: Wm. C. Brown Company Publishers.

Brown, N., Wilson,K., and Fitzallen, N. 2007. Using an Inquiry Approach to Develop Mathematical Thinking. International Educational Research Conference, 25-29 November 2007, Fremantle, Western Australia[Online]. Available from: http://www.aare.edu.au/07pap/bro07188.pdf[2009, July 7]

Bruner, J.S. 1968. Studies in Cognitive Growth. New York: John Wiley and Sons.

Callahan, J. F., and others. 1998. Teaching in the Middle and Secondary School. 6th ed. New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Callahan, R.C., Orlich, D. C., Harder, R.J., and Gibson, H.W. 2001. Teaching Strategies: A Guide to Better Instruction. 5th ed. Boston: Houghton Mifflin.

Carin, A.A. 1993. Teaching Modern Science. 6th ed. New York: Merrill, an Imprint of Macmillian Publishing Company.

Carin, A.A., and Sund, R. B. 1971. Developing Questioning Techniques: A Self-Concept Approach. Ohio: Bell & Howell.

Charlesworth, R. 2005. Experiences in Math for Young Children. 5 th ed. Clifton Park, New York: Thomson Delmar Learning.

Cherif, A.H. 1988. Inquiry: An Easy Approach in Teaching Science. Simon Fraser University.

Clark, L. H. 1973. Teaching Social Students in A Handbook Secondary School. New York: Macmillan.

Clark, L. H., and Irving, S. 1981. Secondary and Middle School Teaching Methods. 4th ed. New York: Macmillian. Publishing Co.Inc

Coburn, A. 2003. Science Inquiry – What is it and How Do You Do It ? [Online]. Available from: www.forks.wednet.edu/wvc/cadre/WaterQuality/scienceInq.htm [2009, August 6]

Cooney, T. J., and others. 1999. Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education. New Hamshire: Heinemann.

Cooney, T. J., Davis, E. J., and Henderson, K. B. 1975. Dynamics Teaching Secondary School Mathematics. 2 nd ed. Boston: Houghton Mifflin.

Cunningham, R.T. 1971. Developing Question – Asking Skills. Developing Teaching Competencies. Englewood Cliff, N.J.: Prentice – Hall. Inc.

Davis, M. 1979. The Effectiveness of a Guided – Inquiry Discovery Approach in Research in Education, In Dissertation Abstracts International. 5: 41.

De Cecco, J. P. 1968. The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology. Englewook: Pentice – Hall.

Douglas E. P., and Chu-Chuan Chiu. 2009. Use of Guided Inquiry as an Active Learning Technique in Engineering. In Proceedings of the Research in Engineering Education Symposium[Online]. Available from: http://rees2009.pbworks.com/f/rees2009_submission43.pdf.[2010, February 24]

Eggen, P. D., and Kauchak, D. P. 1981. Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. 3 rd ed. Boston: Allyn and Bacon.

Eggen, P.D., and Kauchak, D.P. 2006. Strategies and Models for Teachers: Teaching Content and Thinking Skills. 5 th ed. Boston: Pearson.

Esler, W.K., and Ester, M.K. 1985. Teaching Elementary Science. Belmont: Wedsworth Publishing Company.

Feldman, R.S. 1990. Understanding Psychology. 5th ed. New York: McGraw-Hill.

Feden, P.D., and Vogel, R.M. 2003. Methods of Teaching: Applying Cognitive Science to Promote Student Learning. New York: McGraw-Hill.

Fischer. 1996. Number Processing Induces Spatial Performance Biases. Department of Psychology, University of Dundee: Scotland.

Fitzgerald, L. 2008. Guided Inquiry Update: What is Guided Inquiry? [Online]. Available from: www.aisnsw.edu.au/.../LinkClick.aspx?...Subj%2FTL%2FGuided+Inquiry[2010, February 24]

Gage, R. L. 1977. A Study of the Effects of Positive and Negative Instances on the Acquisition of Selected Algebraic Concepts as a Function of Cognitive Style. Dissertation Abstracts International, 37: 4929A-4930A.

Gialamas, S., Keller, S., Cherif, A., and Hansen, A. 2000. Using Guided Inquiry in Teaching Mathematical Concepts. In Illinois Mathematics Teacher[Online]. Available from: http://abourcherif.com/pdfs/Guided%20Inquiry%20in%20Teaching% 20Mathematical%20Concepts%20.pdf [2009, July 24]

Gibson, J.T. 1980. Psychology for the Classroom. New Jersey: Prentice-Hall.

Good, C.V. 1973. Dictionary of Education. 3rd ed. New York: McGraw – Hill Book.

Good, T.L., and Brophy, J.E. 2000. Looking in Classrooms. 8th ed. New York: Addison-wesley.

Goodwin, W.L., and Klausmeier, H.J. 1995. Facilitating Student Learning: An Introduction to Education Psychology. New York: Harrer & Row.

Goos, M. 2004. Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. Journal for Research in Mathematics Education 35(4): 258 – 291.

Greenwood, J. J. 1993. On the Nature of Teaching and Assessing. Mathematical Power and Mathematical Think, Arithmetic Teacher. 41(November): 144-152.

Guilford, J. P., and Hoepfner. 1971. The Analysis of Intelligence. New York: McGraw Hill Book.

Haller, P., and others. 1989. Proportion Reasoning: The Effect of the Context Variable Rate Type and Problem Settings. Journal of Research in Science Teaching. 26(1): 205-220.

Halsted, S.E. 1996. Washington Facilitating Creative and Critical Thinking In Middle School Science. Dissertation Abstracts International. 37, 1(February): 47-A.

Hanna, G., and Yackel, E. 2003. Reasoning and Proof. In Kilpatrick, J., Martin, G.W., and Schifter, D. (eds.), A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics, pp.227 – 236. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Harrell, M. E. 1993. The Effect of Teaching Self-Questioning Skill Upon Mathematics Performance. Dissertation Abstracts International. 54-04A.

Irwin, S., Alford, L., Berge, Z., Floden, R., Freeman, D., Porter, A., Schmidt, W., Schwille, J., and Vredevoogd, J. 1985. Grouping Practices and Opportunity to Learn: A Study of Within-Classroom Variations in Content Taught. Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

Ittigson, Robin Joyce. 2000. An Analysis of Questioning Patterns for the Development of Algebraic Thinking in Middle and Secondary School Mathematics Classrooms. Dissertation Abstracts International. 61-06A.

Jacobsen, D., Eggen, P., Kauchak, D., and Dulaney, C. 1985. Methods for Teaching a Skills Approach. 3rd ed. Ohio: Bell & Howell.

Johnson, D., and Rising, G. 1972. Guidelines for Teaching Mathematics. New York: Wadsworth Publishing Company.

Joyce, B.R., and Weil, M. 2000. Models of Teaching. 6th ed. Massachusetts: Allyn & Bacon.

Kamii, C., Lewis, B.A., and Livingston, S.J. 1993. Primary Arithmetic: Children Inventing Their Own Procedure. Arithmetic Teacher. 41: 200-203.

Karplus, R., and Wollman, W.T. 1974. Intellectual Development Beyond Elementary School IV: Using Ratio in Differing Tasks. School Science and Mathematics. 74: 593-613.

Klausmeier, H. J., and Ripple, R. E. 1971. Learning and Human Abilities. New York: Harper International Edition.

Klausmeier, H. J. 1985. Educational Psychology. New York: Harper & Row.

Krulik, S., and Rudnick, J. A. 1993. Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers. Boston: Allyn and Bacon.

Kuhlthau, C.C., Maniotes, L.K., and Caspari, A.K. 2007. Guided Inquiry: Learning in the 21st Century. Westport, Connecticut: Libraries Unlimited.

Lappan, G., and Schram, W. P. 1989. Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematic. In New Directions for Elementary School Mathematics, In Paul R. Trafton (eds.), New Directions for Elementary School Mathematics, Yearbook, pp.14-30. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Lasley, T.J., Matczynski, T.J., and Rowley, J.B. 2002. Strategies for Teaching in a Diverse Society: Instructional Models. 2nd ed. Belmont, California: Wadsworth.

Lavigne, N.C., and Lajoie, S.P. 2007. Statistical Reasoning of Middle School Children Engaged in Survey Inquiry. Contemporary Educational Psychology, 32(November): 630-666.

Leighton, J. P., and Sternberg, R. J. 2004. The Nature of Reasoning. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Lesher, J. 1981. Perceiving and Knowing in the Iliad and Odyssey. Phronesis, 26: 2-24.

Llewellyn, D. 2005. Teaching High School Science Through Inquiry: A Case Study Approach. Thousand Oaks, California: Corwin Press.

Malloy, C.E. 1999. Developing Mathematical Reasoning in the Middle Grades: Recognizing Diversity. In Stiff, L.V., and Curcio, F.R. (eds.), Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12, pp.13-21. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Massialas, B.G., and Cox, C.B. 1967. Inquiry in Social Study. New York: McGraw-Hill.

Massialas, B.G., and Zevin, E. 1967. Creative Encounters in the Classroom: Teaching and Learning Through Discovery. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Mcwhinnie, P., and Lisa, J. 1992. An Analysis of the Effects of Knowledge And Task on Students' Questions in Modified Cooperative Learning Groups (Questions – Asking , Fractions, Mathematics Knowledge). Dissertation Abstracts International. 53-06A.

Moore, R.C. 2005. Making the Transition to Formal Proof. Journal of Educational Studies in Mathematics. Springer Netherlands. 43(November): 249-266.

Muthukrishna, A. 1993. Training Mathematical Reasoning: Direct Explanation Versus Constructivist Learning. Dissertation Abstracts International. 53(11): 3834-3835-A. Michigan: Bell Howell.

National Council of Teachers of Mathematics. 1989. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 1999. Developing Mathematical Reasoning in Grages K-12, Year Book. Edited by Stiff, L.V., and Curcio, F.R. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. Principles and Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

O'Daffer, P.G. 1990. Inductive and Deductive Reasoning, Mathematics Teacher. 93(May 1990): 378 – 380.

O'Daffer, P.G., and Thornquist, B.A. 1993. Critical Thinking Mathematics Reasoning and Proof. In Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics. NewYork: Macmillan.

Olarinoye, R. D. 1974. A Comparative Study of Effectiveness of Three Methods of Teaching Secondary School Physic Course in a Nigerian Secondary School, Dissertation Abstracts International. 39(February): 4848.

Orlich, D.C., and others. 2001. Teaching Strategies: A Guide to Better Struction. 6th ed. Boston: Houghton Mifilin.

Ornstein, A.C., and Lesley, T.J. 2000. Strategies for Effective Teaching. 3rd ed. New York: Mcgraw-Hill.

Ozdilek, Z., and Bulunuz, N. 2009. The Effect of a Guided Inquiry Method on Pre-Service Teachers' Science Teaching Self-Efficacy Beliefs[Online]. Available from: http://www.tused.org/internet/tused/archive/v6/i2/text/tusedv6i2s3.pdf [2010, February 24]

Piaget, J., and Inhelder, B. 1969. The Psychology of the Child. New York: Basic Book.

Prairie, A.P. 2005. Inquiry into Math, Science, and Technology for Teaching Young Children. Clifton Park, New York: Thomson Delmar Learning.

Ray, C.L. 1979. A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Questions on Students: Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two-Non-Directive High School Chemistry Classroom. Dissertation Abstracts International. 40(6): 3220-A.

Reiman, A.J., and Peace, S.D. 2002. Promoting Teachers' Moral Reasoning and Collaborative Inquiry Performance: A Developmental Role-Taking and Guided Inquiry Study. Journal of Moral Education. 31(March): 51-66.

Renner, J.W., Stafford, D.G., and Ragan, W.B. 1973. Teaching Science in the Elementary School. New York: Harper & Row.

Renner, J.W., Stafford, D.G., and Rusch, J.J. 1977. The Physical Sciences: Inquiry and Investigation. Beverly Hills, California: Glencoe Press.

Riedesel, C.A., and others. 1996. Teaching Elementary School Mathematics. New York: Allyn and Bacon.

Romey, W.D. 1968. Inquiry Techniques for Teaching Scinece. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Rothenberg, M. E. 1985. Encyclopedia Americana Danbury. Connecticut:: Grolier Incorporated.

Rowan, T. E., and Morrow, L. J. 1993. Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standard. Arithmetic Teacher. Reston Virginia: The Nation Council of Teachers of Mathematics.

Rowntree, D.A. 1981. Dictionary of Education. London: Harper and Row Publishers.

Russell, D. H. 1956. Children's Thinking. Boston: Ginn and Company.

Russell, S.J. 1999. Mathematical Reasoning in the Elementary Grades. In Stiff, L.V. and Curcio, F.R. (eds.), Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12, pp.1-12. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Schmaiz Rosemary. 1973. Categorization of Question that Mathematics Teachers Ask. The Mathematics Teacher. 66(July): 619 – 629.

Schwarz, B.B., and Hershkowiz, R. 1999. Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept ? The Role of Computer Tools. Journal for Research in Mathematics Education. 30(July): 362-389.

Schwarz, C.V., and Gwekwerere, Y.N. 2007. Using a Guided Inquiry and Modeling Instructional Framework (EIMA) to Support Pre-Service K-8 Science Teaching[Online]. Available from: https://www.msu.edu/~cschwarz/Schwarz Gwekwerere_AERA05.pdf[2010, February 24]

Scott, N.C. 1977. Inquiry Strategy, Cognitive Style, and Mathematics Achievement Journal for Research in Mathematics Education, 3(March): 132-143.

Searles, R. 1956. Logic and Scientific. 3rd ed. New York: The Ronald Press Co.

Staples, M. 2007. Supporting Whole-class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. Cognition and Instruction, 25(May): 161-217.

Steele, D.F. 1996. A Constructivist Approach to Mathematics Teaching and Learning by a Fourth-Grade Teacher. Dissertation Abstracts International. 56(November): 4309-A.

Steen, L.A. 1999. Twenty Questions About Mathematical Reasoning. In Stiff, L.V., and Curcio, F.R. (eds.), Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12, pp.270-285. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Suchman, R. J. 1962. The Elementary School Training Program in Scientific. Inquiry. Illinois: University of Illinois Press.

Sullivan, C.A. 2007. Metacognitive Journaling: A Tool for Measuring Children's Comprehension of Mathematical Concepts[Online]. Available from: http://proxy.car.chula.ac.th/cgiproxy/redir.cgi?did=1407488091&Fmt=7&clientId=12345&RQT=309&VName=PQD [2010, February 24]

Sund, R.B., and Trowbridge, L.W. 1973. Teaching Science by Inquiry in the Secondary School. 2nd ed. Ohio: Charles E. Merrill Publishing, Co.

Szesze, M.J. 2001. MCPS Science [Online]. Available from: http://www.mcps.k12.md.Us/curriculum/science/instr/inq3levels.htm[2009, July 7]

Thomson, H. A. 2000. Investigating and Representing Inquiry in a College Mathematics Course. Dissertation Abstracts International. 63(December): 61-10B.

Toole, S.O., and Abreu, G.D. 2005. Parents' Past Experiences as a Mediational Tool for Understanding their Child's Current Mathematical Learning. European Journal of Psychology of Education. 1: 75-89.

Toumasis, C. 1995. Concept Worksheet: An Important Tool for Learning. Mathematics Teacher. 88(February): 98-100.

Trundel K.C., and others. 2009. The Effect of Guided Inquiry-Based Instruction on Middle School Students' Understanding of Lunar Concepts [Online]. Available from: www.springerlink.com/index/f373v113w5576756.pdf [2010, February 24]

Umar, I., and Maswan, S. 2007. The Effects of a Web-based Guided Inquiry Approach on Students' Achievement. Journal of Computers, 2(July): 38-43.

Underhill, R.G. 1991. Two Layers of Constructivist Curricular Interaction. In E. Von Glasersfeld (eds.), Radical Constructivism in Mathematics Education, pp.229-248. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Wade, E.G. 1995. A Study of the Effects of a Constructivist-Based Mathematics Problem Solving Instructional Program on the Attitudes, Self-Confidence and Achievement of Post Fifth-Grade Student (Constructivist). Dissertation Abstracts International. 51(November): 3411-A. Michigan: Bell Howell.

Wikipedia Encyclopedia. 2008. Reasoning[Online]. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/ Reasoning [2009, July 7]

Wilhelm, J., and Walters, K. 2006. Pre - Service Math Teachers Become Full Participants in Inquiry Investigations. Paper Presented at the Annual Meeting of the Research Council of Mathematics Learning (Little Rock, Arkansas). International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 37(July): 793–804.

William, J. M. 1981. A Comparison Study of the Effects of Inquiry and Tradition Teaching Procedures on Student Attitude, Achievement, an Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History. Dissertation Abstracts International. 42(April): 1605-A.

Wilson, J. W. 1971. Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York: McGraw – Hill Book.

Wu, H., and Hsieh, C. 2006. Developing Sixth Grades' Inquiry Skills to Construct Explanations in Inquiry-Based Learning Environments. International Journal of Science Education 28(November): 1289-1313.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ได้แก่

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ฐิติพร ลินิฐฎา อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ได้แก่

1. อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ สงขลา
2. อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดราชบพิธ

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680-2 ต่อ 612
ที่ **ศธ 0512.6(2771)/53-1066** **วันที่** 24 มีนาคม 2553
เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1067**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1068**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ฐิติพร ลินิฐฎา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ฐิติพร ลินิฐฎา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1069**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1070**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1071**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดราชบพิธ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1072**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

23 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย สุราฎร์ธานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความรู้พื้นฐานด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางเสาวรัตน์ รามแก้ว ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1073**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

23 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย สุราษฎร์ธานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2-3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางเสาวรัตน์ รามแก้ว ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1074**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

23 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางเสาวรัตน์ รามแก้ว ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1076**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนมศึกษา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางเสาวรัตน์ รามแก้ว นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความรู้พื้นฐานด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางเสาวรัตน์ รามแก้ว ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ประกอบด้วย

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

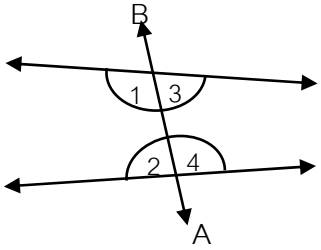
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ผู้สอน นางเสาวรัตน์ รามแก้ว จำนวน 1 คาบ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) การให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ



จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่าเส้นตัด AB

เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และเรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

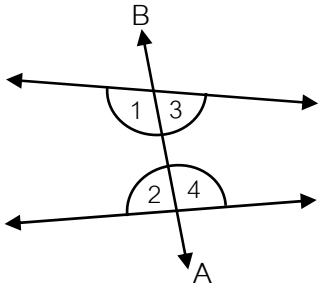
จุดประสงค์การเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	**กลุ่มควบคุม**
ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. ระบุได้ว่า มุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ 2. ยกตัวอย่างมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้	
ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ 1. นำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้ 3. สื่อสารผ่านการพูดและเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมได้ 4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ 5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	**ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนสามารถ 1. นำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้ 3. สื่อสารผ่านการพูดและเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมได้ 4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ 5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน 1. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ 2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน 3. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น	

สาระการเรียนรู้

ความหมายของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตัวอย่าง



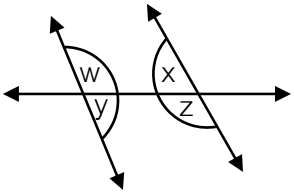
จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่าเส้นตัด AB

เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ

เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปเมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ จงระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

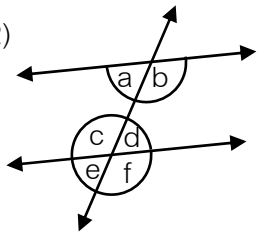
1)



<u>ตอบ</u> มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{w}$ และ $\hat{x}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{y}$ และ $\hat{z}$

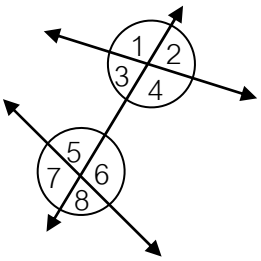
2)



<u>ตอบ</u> มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{a}$ และ $\hat{c}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{b}$ และ $\hat{d}$

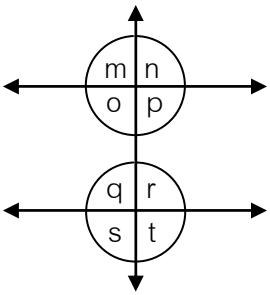
3)



<u>ตอบ</u> มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{3}$ และ $\hat{5}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{4}$ และ $\hat{6}$

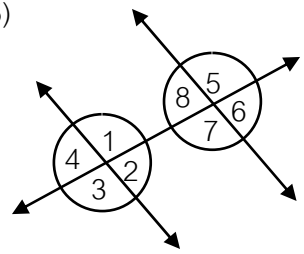
4)



<u>ตอบ</u> มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{o}$ และ $\hat{q}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{p}$ และ $\hat{r}$

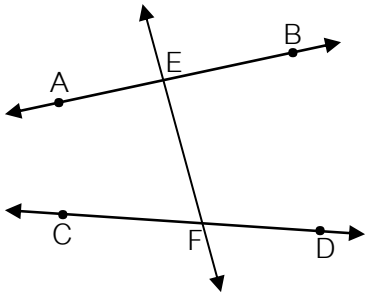
5)



ตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{1}$ และ $\hat{8}$
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ $\hat{2}$ และ $\hat{7}$

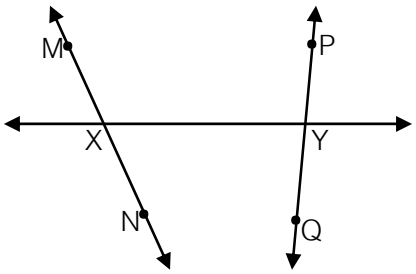
ตัวอย่างที่ 2 ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ให้นักเรียนสำรวจว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1)



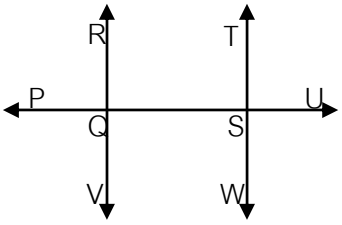
ตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
คือ $A\hat{E}F$ และ $C\hat{F}E$, $B\hat{E}F$ และ $D\hat{F}E$

2)



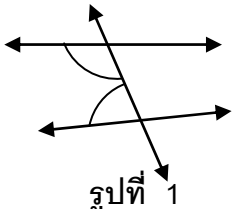
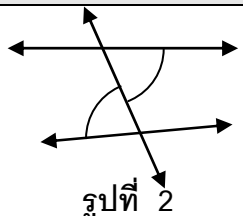
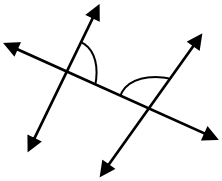
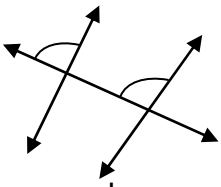
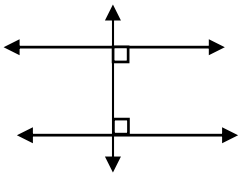
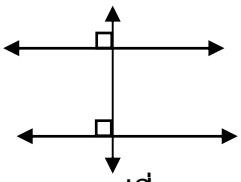
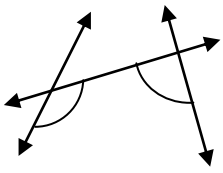
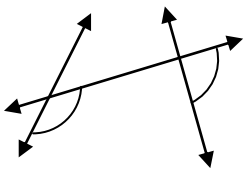
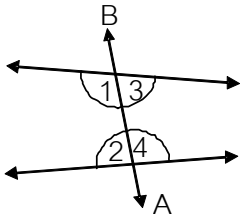
ตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
คือ $M\hat{X}Y$ และ $X\hat{Y}P$, $N\hat{X}Y$ และ $X\hat{Y}Q$

3)



ตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
คือ $R\hat{Q}S$ และ $Q\hat{S}T$, $V\hat{Q}S$ และ $Q\hat{S}W$

กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th><th>กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำ
ครูทบทวนความรู้เรื่องการเขียนสัญลักษณ์แทนเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีที่ขนานกัน สองเส้น และการเขียนรูปเส้นตรง ส่วนของเส้นตรงหรือรังสีที่ขนานกัน โดยใช้ลูกศรแสดงเส้นตรงที่ขนานกันซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาในคาบที่แล้ว โดยครูเขียนเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือรังสี 2-3 คู่ ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาและตรวจสอบดูว่าเส้นคู่ใดขนาน คู่ใดไม่ขนานโดยตรวจสอบระยะห่างระหว่างเส้นทั้งสองที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันอย่างน้อยสองจุด</td></tr>
<tr><td>ขั้นสอน
ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา
1. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้
<table><tr><th>ดอกกุหลาบ</th><th>ไม่ใช่ดอกกุหลาบ</th></tr><tr><td> 
รูปที่ 1</td><td> 
รูปที่ 2</td></tr><tr><td> 
รูปที่ 3</td><td> 
รูปที่ 4</td></tr><tr><td> 
รูปที่ 5</td><td> 
รูปที่ 6</td></tr><tr><td> 
รูปที่ 7</td><td> 
รูปที่ 8</td></tr></table></td><td>ขั้นสอน
1. ครูเขียนรูปเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งบนกระดานดำ ดังนี้
 

2. ครูอธิบายถึงลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดว่า จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่าเส้นตัด AB เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และเรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB
3. ครูยกตัวอย่างรูปเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งในลักษณะต่าง ๆ บนกระดานดำ พร้อมให้นักเรียนระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยทำการเรียกชื่อนักเรียนให้ตอบทีละคน จน</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ครูเสนอปัญหากับนักเรียนว่า จากรูปที่ครูนำเสนอมุมที่อยู่ในกลุ่มดอกกุหลาบและไม่ใช่ดอกกุหลาบมีความแตกต่างกันอย่างไร และจะตั้งชื่อสิ่งที่อยู่ในกลุ่มดอกกุหลาบว่าอะไร โดยครูใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เช่น - ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) - โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ - โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น **ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล** 2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 4 คน แบบคละความสามารถและให้เวลานักเรียนแต่ละคนสังเกตรูปที่ครูนำเสนอ พร้อมทั้งให้นักเรียนตั้งคำถามที่ครูจะตอบว่าใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น หรือในบางคำถามครูอาจจะไม่ตอบคำถามให้แก่นักเรียนโดยตรงแต่แนะแนวทางให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ เพื่อค้นหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเองว่าใช่หรือไม่ใช่ ตัวอย่างคำถามของนักเรียนที่น่าจะถาม เช่น - สิ่งที่อยู่ในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นเส้นตรงเท่านั้นใช่หรือไม่ (ใช่) - มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องมีขนาดเท่ากันใช่หรือไม่ (ไม่ใช่) - มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นมุมที่อยู่ภายในเส้นตรงคู่หนึ่งใช่หรือไม่ (ใช่) - มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดใช่หรือไม่ (ใช่) เป็นต้น และถ้าหากนักเรียนไม่สามารถตั้งคำถามที่นำไปสู่ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ ครูจะต้องใช้คำถามนำ	ครูแน่ใจว่านักเรียนทุกคนสามารถระบุมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ถูกต้อง 4. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดว่า “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดเรียกว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” 5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานดำ ให้นักเรียนระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยครูให้เวลานักเรียนในการหาคำตอบด้วยตนเองก่อน กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนโดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอ และถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือระบุเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(สอนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th><th>กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)</th></tr>
<tr><td>แนะแนวทางให้แก่นักเรียน เช่น
- นักเรียนลองสังเกตมุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร
- มุมที่อยู่ในกลุ่มดอกกุหลาบและมุมที่อยู่ในกลุ่มไม่ใช่ดอกกุหลาบแตกต่างกันอย่างไร เป็นต้น
เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้สังเกตและรวบรวมข้อมูลที่จำเป็นในการสร้างข้อความคาดการณ์
3. ครูแจกตารางบันทึกข้อมูลสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่มพร้อมอธิบายวิธีการบันทึกข้อมูลลงในแบบบันทึก และให้นักเรียนบันทึกข้อมูลจากคำตอบของครูลงในแบบบันทึก
ตารางบันทึกข้อมูลมีลักษณะดังนี้
<table><tr><th>ข้อมูลที่ใช่</th><th>ข้อมูลที่ไม่ใช่</th></tr><tr><td>สิ่งที่อยู่ในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นเส้นตรง</td><td>มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องมีขนาดเท่ากัน</td></tr><tr><td>มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นมุมที่อยู่ภายในเส้นตรงคู่หนึ่ง</td><td></td></tr><tr><td>มุมของรูปในกลุ่มดอกกุหลาบต้องเป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด</td><td></td></tr><tr><td colspan="2">ข้อความคาดการณ์ .....
.....</td></tr><tr><td colspan="2">เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์
.....</td></tr></table></td><td>6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดานดำ ให้นักเรียนระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยครูให้เวลานักเรียนในการหาคำตอบด้วยตนเองก่อน กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอและถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือระบุเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน
7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 4 คน แบบคละความสามารถ และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 โดยให้เวลาทำแบบฝึกหัด 10 นาที ระหว่างที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดในกลุ่มย่อย ครูหมุนเวียนสังเกตการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ครูพิจารณาว่าข้อมูล (จากคำถามของนักเรียน) เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์หรือไม่ สำหรับกรณีที่ข้อมูลไม่เพียงพอ ครูเพิ่มเติมข้อมูลจนครบสำหรับสร้างข้อความคาดการณ์ เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์ ครูให้นักเรียนร่วมกันสร้างข้อความคาดการณ์ในขั้นที่ 3 **ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้** 4. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ว่า “ดอกกุหลาบ” คืออะไร “ไม่ใช่ดอกกุหลาบ” คืออะไร เช่น - “ดอกกุหลาบ” คือ มุมภายในที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้น - “ดอกกุหลาบ” คือ มุมภายในที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด - “ไม่ใช่ดอกกุหลาบ” คือ มุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้นแต่อยู่คนละข้างกับเส้นตัด กรณีที่นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ ครูต้องใช้คำถามแนะแนวทางและคอยช่วยเหลือนักเรียน ตัวอย่างคำถามแนะแนวทางของครู เช่น - จากข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่ นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับมุมที่อยู่ในรูปซึ่งครูนำเสนอได้ว่าอย่างไร	8. ครูสุ่มเลือกตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มให้ออกมานำเสนอผลการทำแบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียนจนครบทุกกลุ่ม โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของผลการทำแบบฝึกหัดในแต่ละกลุ่มและถ้าหากว่าการนำเสนอของนักเรียนยังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 9. ครูให้นักเรียนทุกคนเขียนรูปเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งพร้อมให้นักเรียนระบุมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมาคนละ 3 รูป แล้วสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอและถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือระบุเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล 5. ครูทบทวนข้อความคาดการณ์ทั้งหมดที่ได้จากขั้นที่ 3 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ข้อความคาดการณ์แต่ละข้อว่ามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่อยู่ในช่องใช่หรือไม่ และให้แต่ละกลุ่มคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่ดีที่สุดของกลุ่มตัวเอง แล้วให้ส่งตัวแทนออกมานำเสนอหน้าห้องเรียน เช่น - “ดอกกุหลาบ” คือ มุมภายในที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้น - “ดอกกุหลาบ” คือ มุมภายในที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด 6. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่ดีที่สุด ซึ่งได้รับการยอมรับจากทุกคนในชั้นเรียน เช่น - “ดอกกุหลาบ” คือ มุมภายในที่อยู่ระหว่างเส้นตรงสองเส้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด (ในกรณีที่นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ที่มีแนวคิดเดียวกันแต่ใช้คำต่างกัน ครูและนักเรียนจะต้องช่วยกันสังเคราะห์ข้อมูลจนได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความคาดการณ์เดียวกัน) **ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์** (Analysis) 7. หลังจากที่ได้ข้อความคาดการณ์ที่ดีที่สุด ซึ่งได้รับการยอมรับจากทุกคนในชั้นเรียน ครูถามนักเรียนว่า จากข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนคิดว่าสมเหตุสมผล นักเรียนใช้ข้อมูลอะไรมายืนยันว่าข้อความคาดการณ์ดังกล่าวสมเหตุสมผล เพื่อ ให้นักเรียนช่วยกันหาข้อมูลมายืนยันว่าทำไมข้อความคาดการณ์นี้จึงสมเหตุสมผล โดยครูอาจเรียกชื่อให้นักเรียนตอบทีละคน	

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
8. ครูและนักเรียนช่วยกันบรรยายลักษณะเฉพาะของสิ่งที่อยู่ในกลุ่ม “ดอกกุหลาบ” และช่วยกันคิดต่อว่าสิ่งที่อยู่ในกลุ่ม “ดอกกุหลาบ” มีชื่อว่าอะไร ซึ่งนักเรียนควรคิดได้ว่า คือ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด 9. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดว่า “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด เรียกว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” **ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด** 10. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 บนกระดานดำ ให้นักเรียนระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด แล้วสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอและถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือระบุเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 โดยให้ระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด แล้วสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง 12. ครูให้นักเรียนทุกคนเขียนรูปมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมาคนละ 3 รูปลงในสมุดแล้วสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง 13. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย	

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้กระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นสรุป 1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียน ดังนี้ “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้นและอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด เรียกว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด” 2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดที่ 3.2 เป็นการบ้าน	

สื่อการเรียนรู้

1. ไม้บรรทัด
2. เครื่องมือวัดมุม เช่น ไม้โปรแทรกเตอร์ ครึ่งวงกลม
3. ภาพตัวอย่างที่ใช้ในขั้นที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง
4. ตารางบันทึกข้อมูล (ใช้ในขั้นสอนขั้นที่ 2, 3, 4 และ 5) สำหรับกลุ่มทดลอง
5. แบบฝึกหัดที่ 3.1
6. แบบฝึกหัดที่ 3.2

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน 3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน 4. ตรวจความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด	

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

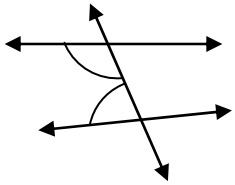
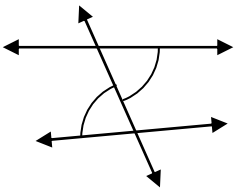
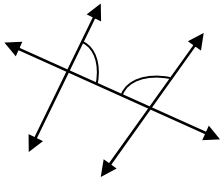
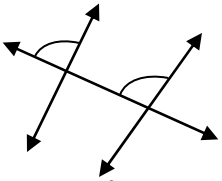
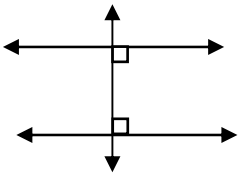
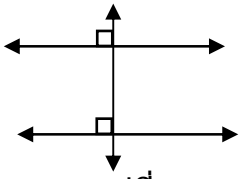
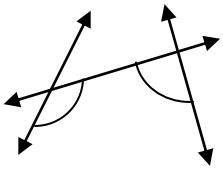
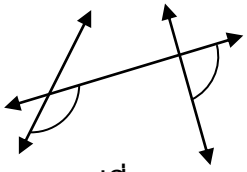
.....

ลงชื่อ.....

(นางเสาวรัตน์ รามแก้ว)

ผู้สอน

ภาพตัวอย่างที่ใช้ในขั้นที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง

ดอกกุหลาบ	ไม่ใช่ดอกกุหลาบ
 รูปที่ 1	 รูปที่ 2
 รูปที่ 3	 รูปที่ 4
 รูปที่ 5	 รูปที่ 6
 รูปที่ 7	 รูปที่ 8

ตารางบันทึกข้อมูล (ใช้ในขั้นสอนขั้นที่ 2, 3, 4 และ 5) สำหรับกลุ่มทดลอง

ชื่อ-สกุล ..... เลขที่ ..... ชั้น.....

ข้อมูลที่ใช่	ข้อมูลที่ไม่ใช่

ข้อความคาดการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสรุปที่ได้

.....

.....

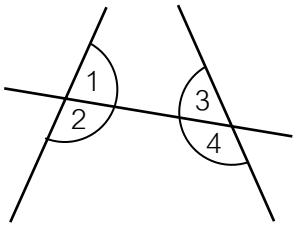
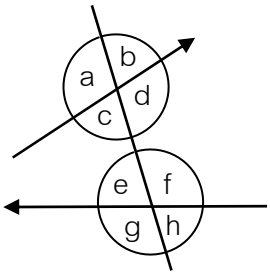
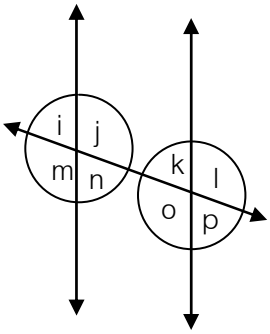
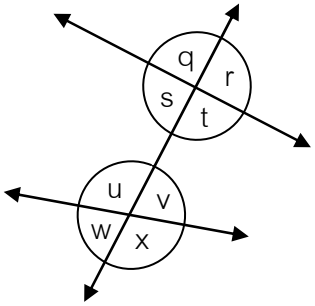
.....

.....

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

แบบฝึกหัดที่ 3.1

1. จากรูปเมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ จงระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

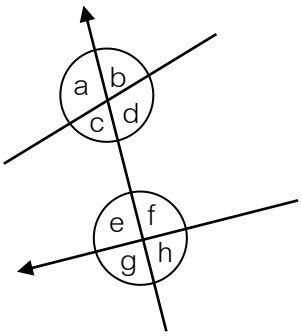
1. 	……..…….. ……..…….. ……..…….. ……..……..
2. 	……..…….. ……..…….. ……..…….. ……..……..
3. 	……..…….. ……..…….. ……..…….. ……..……..
4. 	……..…….. ……..…….. ……..…….. ……..……..

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

แบบฝึกหัดที่ 3.2

1. จากรูปเมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ จงระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1.



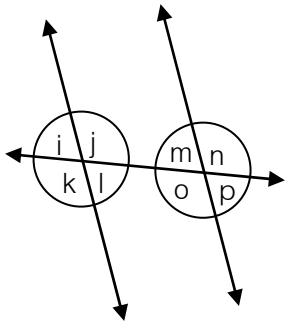
……

……

……

……

2.



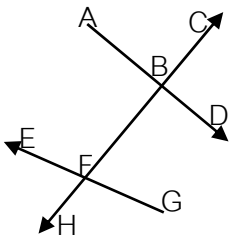
……

……

……

……

3.



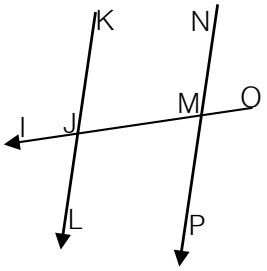
……

……

……

……

4.



……

……

……

……

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)

ผู้สอน นางเสาวรัตน์ รามแก้ว จำนวน 1 คาบ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) การให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

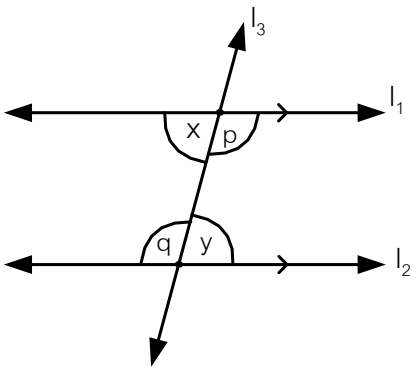
<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td colspan="2">ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
1. อธิบายได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</td></tr>
<tr><td>ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ
1. นำสมบัติที่กล่าวว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากันไปใช้แก้ปัญหาได้
2. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
3. สื่อสารผ่านการพูดและเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมได้
4. เชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้</td><td>ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ
1. นำสมบัติที่กล่าวว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากันไปใช้แก้ปัญหาได้
2. แสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ที่เรียนได้
3. สื่อสารผ่านการพูดและเขียนเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมได้
4. เชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้</td></tr>
<tr><td colspan="2">ด้านคุณลักษณะ นักเรียน
1. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
3. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น
4. ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ</td></tr>
</table>

สาระการเรียนรู้

เส้นขนานและมุมแย้ง

ทฤษฎีบท	ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

พิสูจน์



กำหนดให้ เส้นตรง $l_1 // l_2$ มีเส้นตรง l_3 เป็นเส้นตัด

ต้องการพิสูจน์ว่า 1. $\hat{x} = \hat{y}$

2. $\hat{p} = \hat{q}$

พิสูจน์

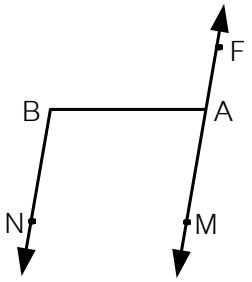
	เส้นตรง $l_1 // l_2$	(กำหนดให้)
	$\hat{p} + \hat{y} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)
	$\hat{p} + \hat{x} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
ดังนั้น	$\hat{p} + \hat{x} = \hat{p} + \hat{y}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
จะได้	$\hat{x} = \hat{y}$	(นำ $-\hat{p}$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ)

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $\hat{p} = \hat{q}$ ได้ดังนี้

พิสูจน์

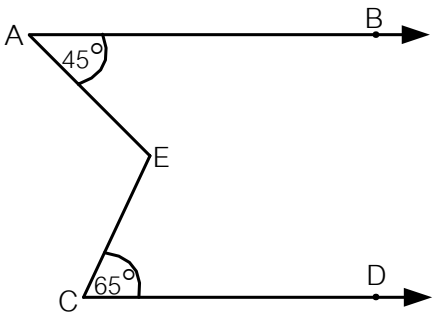
	เส้นตรง $l_1 // l_2$	(กำหนดให้)
	$\hat{x} + \hat{q} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)
	$\hat{x} + \hat{p} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
ดังนั้น	$\hat{x} + \hat{p} = \hat{x} + \hat{q}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
จะได้	$\hat{p} = \hat{q}$	(นำ $-\hat{x}$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ)

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{BN}$ // $\overleftrightarrow{FM}$ จงหาว่า FÂB มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด เพราะเหตุใด

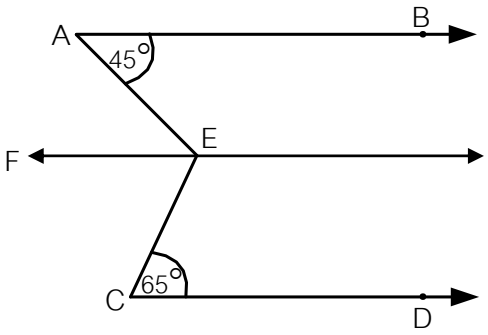


<u>ตอบ</u> FÂB = AB̂N เพราะ $\overrightarrow{BN}$ // $\overleftrightarrow{FM}$ มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัด จะได้ว่ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ // $\overrightarrow{CD}$ จงหาขนาดของ AÊC



วิธีทำ เขียน $\overleftrightarrow{EF}$ ให้ขนานกับ $\overrightarrow{AB}$ ดังนั้น $\overleftrightarrow{EF}$ // $\overrightarrow{CD}$ ด้วย



เนื่องจาก $\overrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{EF}$ โดยมี $\overline{AE}$ เป็นเส้นตัด

ดังนั้น BÂE = 45° = AÊF (ขนาดของมุมแย้งเท่ากัน)

ในทำนองเดียวกัน เนื่องจาก $\overrightarrow{CD}$ // $\overleftrightarrow{EF}$ โดยมี $\overline{CE}$ เป็นเส้นตัด

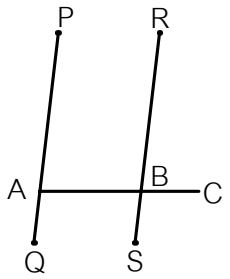
ดังนั้น DĈE = 65° = CÊF (ขนาดมุมแย้งเท่ากัน)

ดังนั้น AÊC = AÊF + CÊF

= $45^\circ + 65^\circ$ = 110 องศา

<u>ตอบ</u> ขนาดของ AÊC = 110 องศา

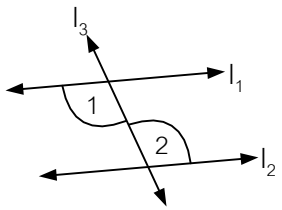
ตัวอย่างที่ 3 จากรูป กำหนดให้ $\overline{PQ}$ // $\overline{RS}$ จงพิสูจน์ว่า $P\hat{A}C = R\hat{B}C$

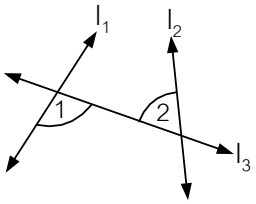


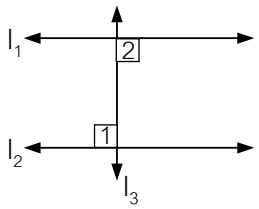
วิธีทำ

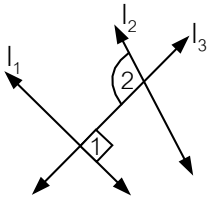
เนื่องจาก	$\overline{PQ}$ // $\overline{RS}$	(กำหนดให้)
จะได้	$P\hat{A}C = A\hat{B}S$	(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)
	$A\hat{B}S = R\hat{B}C$	(ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)
ดังนั้น	$P\hat{A}C = R\hat{B}C$	(สมบัติของการเท่ากัน)

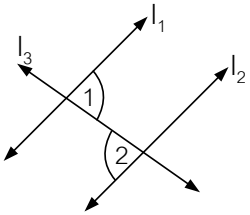
กิจกรรมการเรียนรู้

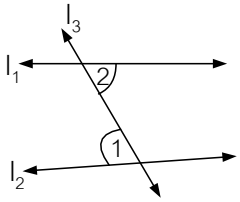
<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง
(สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th><th>กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นนำ
ครูทบทวนความรู้เรื่อง มุมแย้ง โดยให้นักเรียนดูภาพและใช้การถามตอบ</td></tr>
<tr><td>ขั้นสอน
ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญปัญหา
1. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้
<table>
<tr><th>กลุ่มที่ 1
เส้นตรง l_1 ขนานกับ l_2</th><th>กลุ่มที่ 2
เส้นตรง l_1 ไม่ขนานกับ l_2</th></tr>
<tr><td> 

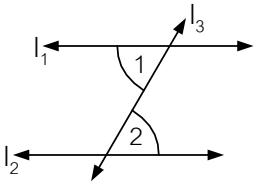
รูปที่ 1</td><td> 

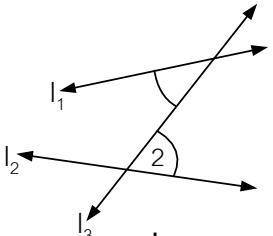
รูปที่ 2</td></tr>
<tr><td> 

รูปที่ 3</td><td> 

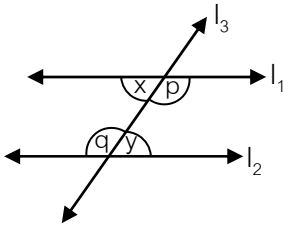
รูปที่ 4</td></tr>
<tr><td> 

รูปที่ 5</td><td> 

รูปที่ 6</td></tr>
<tr><td> 

รูปที่ 7</td><td> 

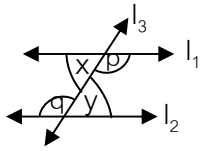
รูปที่ 8</td></tr>
</table>
ครูเสนอคำถามกับนักเรียนว่า จากรูปที่ครูแบ่ง</td><td>ขั้นสอน
1. ครูสนทนากับนักเรียนว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วมุมแย้งจะมีลักษณะเป็นอย่างไร โดยให้นักเรียนดูรูปที่ครูแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ระหว่างกลุ่มที่ขนานกันและไม่ขนานกัน และให้นักเรียนสังเกตลักษณะมุมแย้งของรูปทั้งสองกลุ่ม
2. ครูให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วมุมแย้งจะมีลักษณะเป็นอย่างไร โดยครูเขียนความคิดเห็นของนักเรียนไว้บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปตามความเข้าใจของนักเรียน
3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แบบคละความสามารถ และแจกใบกิจกรรม 6.1 “เส้นขนานและมุมแย้ง” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มและให้เวลาทำกิจกรรม 10 นาที ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มย่อย ครูหมุนเวียนสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือ</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ไม่ขนานกัน *นักเรียนค้นพบหรือได้ข้อสรุปอะไรบ้าง* ครูใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เช่น ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) - โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ - โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น **ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งคำถามและเก็บรวบรวมข้อมูล** 2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คนแบบคละความสามารถ และแจกใบกิจกรรมที่ 6.1 “เส้นขนานและมุมแย้ง” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มและให้เวลาในการทำกิจกรรม 10 นาที 3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสังเกตลักษณะต่างๆ ของรูปในขั้นที่ 1 และจากการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนตั้งคำถามโดยครูจะตอบว่าใช่หรือไม่ใช่เท่านั้น หรือในบางคำถามครูอาจจะไม่ตอบคำถามให้แก่นักเรียนโดยตรงแต่แนะแนวทางให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ (โดยใช้เครื่องมือต่างๆเช่นใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ในการวัดขนาดของมุม เป็นต้น) เพื่อค้นหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเองว่าใช่หรือไม่ใช่ ตัวอย่างคำถามของนักเรียน เช่น - มุมที่ให้มาเป็นมุมแย้งทั้งสองกลุ่มใช่หรือไม่(ใช่) - กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้รวมกันได้180° ใช่หรือไม่ (ไม่ใช่) - กลุ่มที่1มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากันใช่หรือไม่(ใช่)	4. ครูสุ่มเลือกตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มให้ออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียนจนครบทุกกลุ่ม โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของผลการทำกิจกรรมในแต่ละกลุ่มและถ้าหากว่าการนำเสนอของนักเรียนยังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม “เส้นขนานและมุมแย้ง” ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” แล้วให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบกับข้อความที่นักเรียนได้ช่วยกันสรุปไว้ตั้งแต่ต้นคาบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมแย้ง 6. ครูนำเสนอรูปดังนี้  จากรูปกำหนดเส้นตรง $l_1 // l_2$ โดยมี l_3 เป็นเส้นตัด ให้พิสูจน์ว่า $\hat{x} = \hat{y}$ และ $\hat{p} = \hat{q}$ ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์บนกระดานดำ และให้นักเรียนบันทึกลงในสมุด (การพิสูจน์ได้แสดง

<table>
<tr>
<th>กลุ่มทดลอง
(สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)</th>
<th>กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)</th>
</tr>
<tr>
<td>
- กลุ่มที่ 2 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากันใช่หรือไม่ (ไม่ใช่)
ถ้านักเรียนไม่สามารถตั้งคำถามได้ ครูใช้คำถามแนะแนวทางให้นักเรียนสังเกตและรวบรวมข้อมูลจนสามารถตั้งคำถามได้ ตัวอย่างคำถามแนะแนวทางของครู เช่น
- นักเรียนลองสังเกตขนาดมุมแย้งในกลุ่มที่ 1 ดูซิว่ามีขนาดเป็นอย่างไร
- นักเรียนลองเปรียบเทียบขนาดของมุมแย้งในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ดูซิว่ามีข้อแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร
4. ครูแจกตารางบันทึกข้อมูลสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่มพร้อมอธิบายวิธีการบันทึกข้อมูลลงในแบบบันทึก และให้นักเรียนบันทึกข้อมูลจากคำตอบของครูลงในแบบบันทึก
ตารางบันทึกข้อมูลมีลักษณะดังนี้
<table>
<tr><th>ข้อมูลที่ใช่</th><th>ข้อมูลที่ไม่ใช่</th></tr>
<tr><td>มุมที่กำหนดให้เป็นมุมแย้งทั้งสองกลุ่ม</td><td>กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้รวมกันได้ 180°</td></tr>
<tr><td>กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน</td><td>กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้รวมกันมากกว่า 180°</td></tr>
<tr><td></td><td>กลุ่มที่ 2 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน</td></tr>
<tr><td colspan="2">ข้อความคาดการณ์ .....
.....</td></tr>
<tr><td colspan="2">เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์
.....</td></tr>
</table>
</td>
<td>
ไว้ในสาระการเรียนรู้)
7. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานดำ ให้นักเรียนหาขนาดของมุมที่เท่ากับมุมที่กำหนดให้ พร้อมระบุเหตุผล โดยครูใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เช่น
- ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) (กำหนดให้ $\overrightarrow{BN}$ // $\overleftrightarrow{FM}$ ให้หาว่า $F\hat{A}B$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด เพราะเหตุใด)
- โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ (โจทย์กำหนดรูปมาให้และกำหนดให้ $\overrightarrow{BN}$ // $\overleftrightarrow{FM}$)
- โจทย์ต้องการทราบอะไร (โจทย์ให้หาว่า $F\hat{A}B$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด พร้อมระบุเหตุผลว่าทำไมถึงเท่ากัน)
เป็นต้น
ครูให้เวลานักเรียนในการหาคำตอบด้วยตนเอง กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดย
</td>
</tr>
</table>

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ครูพิจารณาว่าข้อมูล (จากคำถามของนักเรียน) เพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์หรือไม่ สำหรับกรณีที่ข้อมูลไม่เพียงพอ ครูเพิ่มเติมข้อมูลจนครบสำหรับสร้างข้อความคาดการณ์ เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอสำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์ ครูให้นักเรียนร่วมกันสร้างข้อความคาดการณ์ในขั้นที่ 3 **ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติและตั้งสมมติฐานที่อาจเป็นไปได้** 5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสังเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ในขั้นที่ 2 เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ ตัวอย่างข้อความคาดการณ์ของนักเรียน เช่น - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งรวมกันเท่ากับ 180° - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งรวมกันไม่เท่ากับ 180° - ถ้าเส้นตรงสองเส้นไม่ขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดไม่เท่ากัน กรณีที่นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ ครูต้องใช้คำถามแนะแนวทางและคอยช่วยเหลือนักเรียน ตัวอย่างคำถามแนะแนวทางของครู เช่น - จากข้อมูลที่มีอยู่ในช่องที่ใช่ นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร	ครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอและถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบไม่ชัดเจนหรือระบุเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน เมื่อนักเรียนนำเสนอเสร็จแล้วครูถามนักเรียนว่าจากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนใช้หลักการอะไรในการหาขนาดของมุมให้เท่ากับมุมที่กำหนดให้ (ใช้หลักการที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน) 8. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดานดำ ให้นักเรียนนำสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้งไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เช่น - ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) (จากรูปที่กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ให้หาขนาดของ $A\hat{E}C$) - โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ (โจทย์กำหนดรูปมาให้และกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$) โจทย์ต้องการทราบอะไร (ขนาดของ $A\hat{E}C$) เป็นต้น

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 4 ขั้นคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล 6. ครูสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มให้นำเสนอข้อความคาดการณ์ของกลุ่มตนเองแล้วครูเขียนข้อความคาดการณ์บนกระดานดำ 7. ครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาและคัดเลือกข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นที่ 3 พร้อมทั้งให้นักเรียนอธิบายถึงเหตุผลที่ใช้ในการเลือกข้อความคาดการณ์แต่ละข้อ เช่น - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน (เพราะจากการวิเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในช่องที่ใช่ พบว่ามุมที่กำหนดให้ทั้งสองกลุ่มเป็นมุมแย้ง และกลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน ดังนั้นจึงสรุปว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน) (ในกรณีที่นักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ที่มีแนวคิดเดียวกันแต่ใช้คำต่างกัน ครูและนักเรียนจะต้องช่วยกันสังเคราะห์ข้อมูลจนได้ข้อสรุปที่เป็นข้อความคาดการณ์เดียวกัน) 8. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ให้เหลือเพียง 1 ข้อความคาดการณ์ซึ่งน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด และได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้องโดยอาศัยข้อมูลจากช่องที่ใช่และไม่ใช่มาประกอบการพิจารณาเพื่อคัดเลือกข้อความคาดการณ์ที่สมเหตุสมผลเอาไว้ และตัดข้อความคาดการณ์ที่ไม่สมเหตุสมผลออกไป เช่น - ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	ครูให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาหรือหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วรวมกลุ่มกันอภิปรายปัญหา กรณีที่นักเรียนไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ และสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบซึ่งเพื่อนได้นำเสนอ และถ้าหากนักเรียนนำเสนอคำตอบไม่ถูกต้องหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 9. ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดานดำ ให้นักเรียนนำสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้งไปใช้ในการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เช่น - ปัญหามีว่าอย่างไร (ให้นักเรียนเล่าให้ฟังโดยไม่อ่าน) (โจทย์กำหนดรูปและกำหนด $\overline{PQ} // \overline{RS}$ มาให้ ให้พิสูจน์ว่า $P\hat{A}C = R\hat{B}C$) โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
9. ครูสรุปข้อความคาดการณ์ที่ได้รับการคัดเลือก **ขั้นที่ 5 ขั้นวิเคราะห์** 10. หลังจากที่ได้ข้อความคาดการณ์ที่ดีที่สุด ซึ่งได้รับการยอมรับจากทุกคนในชั้นเรียน ครูถามนักเรียนว่า จากข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนคิดว่าสมเหตุสมผล นักเรียนใช้ข้อมูลอะไรมายืนยันว่าข้อความคาดการณ์ดังกล่าวสมเหตุสมผลเพื่อให้นักเรียนช่วยกันหาข้อมูลมายืนยันว่าทำไมจึงคิดว่าข้อความคาดการณ์นี้สมเหตุสมผล โดยครูเรียกชื่อให้นักเรียนตอบทีละคน 11. ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ซึ่งน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด และได้รับการยอมรับจากนักเรียนทั้งห้อง เพื่อยืนยันว่าข้อความคาดการณ์ดังกล่าวสมเหตุสมผล โดยครูนำเสนอรูปดังนี้  จากรูปกำหนดเส้นตรง $l_1 // l_2$ โดยมี l_3 เป็นเส้นตัด ให้พิสูจน์ว่า $\hat{x} = \hat{y}$ และ $\hat{p} = \hat{q}$ โดยครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์บนกระดานดำ และให้นักเรียนบันทึกลงในสมุด (การพิสูจน์ได้แสดงไว้ในสาระการเรียนรู้) 12. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้ดังนี้ “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”	(กำหนดให้ $\overline{PQ} // \overline{RS}$) - โจทย์ต้องการทราบอะไร (โจทย์ต้องการให้พิสูจน์ว่า $P\hat{A}C = R\hat{B}C$) เป็นต้น ครูให้นักเรียนคิดหาวิธีการพิสูจน์ด้วยตนเองก่อน แล้วรวมกลุ่มกันอภิปรายถึงขั้นตอนการพิสูจน์ กรณีที่นักเรียนไม่สามารถแสดงขั้นตอนการพิสูจน์ได้ ครูจะต้องใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นความคิดให้แก่นักเรียนจนนักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการพิสูจน์ได้ ต่อจากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่เพื่อนได้นำเสนอและถ้าหากนักเรียนนำเสนอขั้นตอนการพิสูจน์ยังไม่ชัดเจนหรือยังให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลในบางส่วนที่ไม่ชัดเจน 10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

กลุ่มทดลอง (สอนโดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ขั้นที่ 6 ขั้นขยายความคิด 13. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดานดำ ให้นักเรียนหาขนาดของมุมที่เท่ากับมุมที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ 14 .ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนใช้หลักการอะไรในการหาขนาดของมุมที่เท่ากับมุมที่กำหนดให้ (ใช้หลักการที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”) 15. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3 บนกระดานดำ ให้นักเรียนนำสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้งไปใช้ในการแก้ปัญหา 16. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย	
ขั้นสรุป 1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียน ดังนี้ “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” 2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดที่ 6.1 เป็นการบ้าน	

สื่อการเรียนรู้

1. ไม้บรรทัด
2. เครื่องมือวัดมุม เช่น ไม้โปรแทรกเตอร์
3. ภาพตัวอย่างที่ใช้ในขั้นที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง และในขั้นสอนข้อที่ 1 สำหรับกลุ่มควบคุม
4. ตารางบันทึกข้อมูล (ใช้ในขั้นสอนขั้นที่ 2, 3, 4 และ 5) สำหรับกลุ่มทดลอง
5. ใบกิจกรรมที่ 6.1 “เส้นขนานและมุมแย้ง”
6. แบบฝึกหัดที่ 6.1

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน 3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน 4. ตรวจความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด	

บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

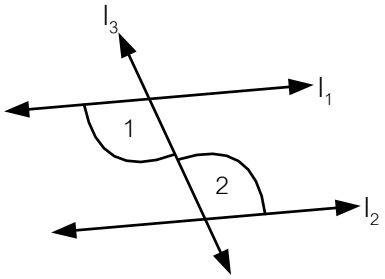
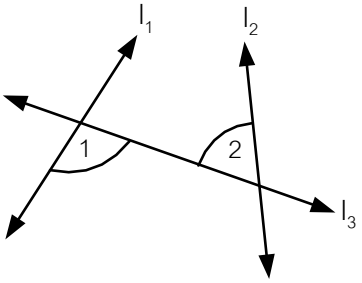
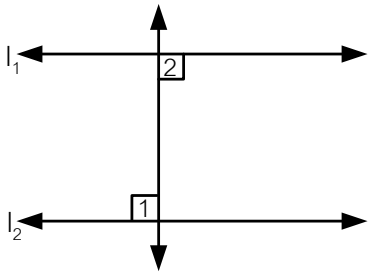
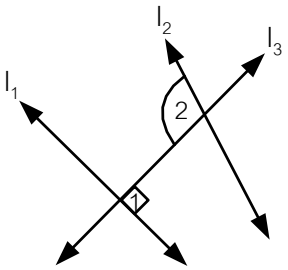
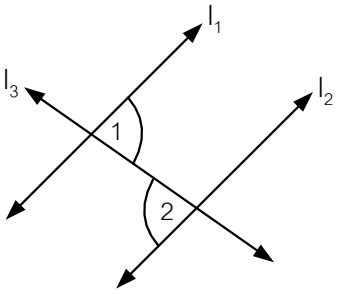
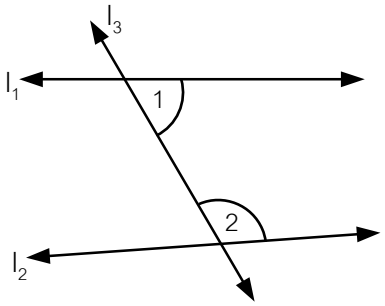
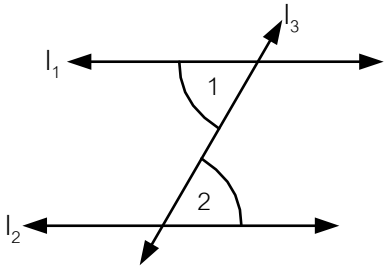
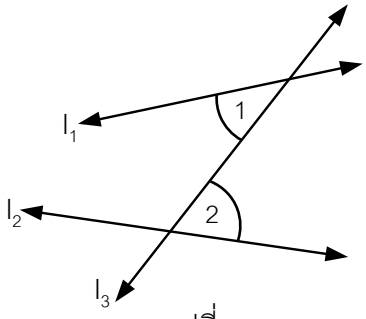
.....

ลงชื่อ .....

(นางเสาวรัตน์ รามแก้ว)

ผู้สอน

ภาพตัวอย่างที่ใช้ในขั้นที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง และในขั้นสอนข้อที่ 1 สำหรับกลุ่มควบคุม

กลุ่มที่ 1 เส้นตรง l_1 ขนานกับ l_2	**กลุ่มที่ 2 เส้นตรง l_1 ไม่ขนานกับ l_2**
 รูปที่ 1	 รูปที่ 2
 รูปที่ 3	 รูปที่ 4
 รูปที่ 5	 รูปที่ 6
 รูปที่ 7	 รูปที่ 8

ตารางบันทึกข้อมูล (ใช้ในขั้นสอนขั้นที่ 2, 3, 4 และ 5) สำหรับกลุ่มทดลอง

ชื่อ-สกุล ..... เลขที่ ..... ชั้น..... วันที่ .....

ข้อมูลที่ใช่	ข้อมูลที่ไม่ใช่

ข้อความคาดการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสรุปที่ได้

.....

.....

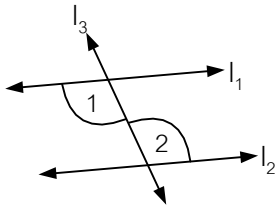
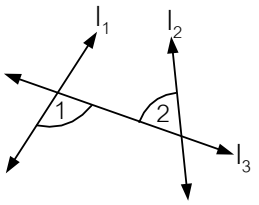
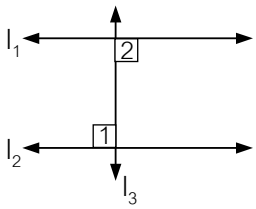
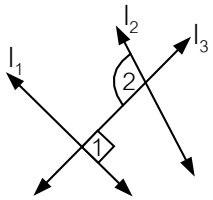
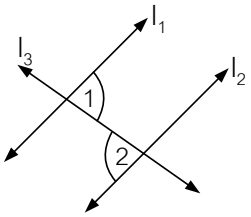
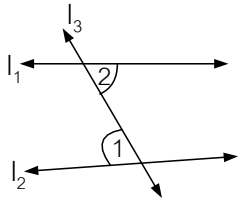
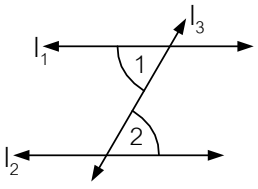
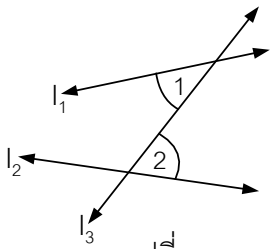
.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 6.1 “เส้นขนานและมุมแย้ง”

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ ..... กลุ่มที่ .....

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในแต่ละรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ และสังเกตขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ที่วัดได้

กลุ่มที่ 1 เส้นตรง l_1 ขนานกับ l_2	**กลุ่มที่ 2 เส้นตรง l_1 ไม่ขนานกับ l_2**
 รูปที่ 1 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา	 รูปที่ 2 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา
 รูปที่ 3 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา	 รูปที่ 4 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา
 รูปที่ 5 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา	 รูปที่ 6 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา
 รูปที่ 7 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา	 รูปที่ 8 $\hat{1}$ = ... องศา และ $\hat{2}$ = ... องศา

ตอนที่ 2 จากการทำกิจกรรม “เส้นขนานและมุมแย้ง” จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในกลุ่มที่ขนานกันและกลุ่มที่ไม่ขนานกัน ให้นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ระหว่างกลุ่มที่ขนานกัน และกลุ่มที่ไม่ขนานกันว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

คำตอบ คือ .....

.....

เหตุผลเพราะ คือ .....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผลที่ได้จากการทำกิจกรรมนักเรียนคิดว่า เส้นขนานและมุมแย้ง มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

คำตอบ คือ .....

.....

เหตุผลเพราะ คือ .....

.....

.....

.....

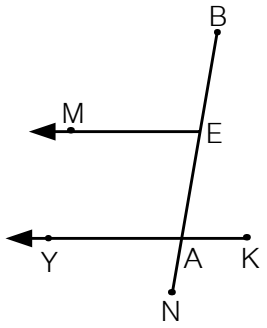
.....

.....

ชื่อ-สกุล ..... เลขที่ ..... ชั้น.....

แบบฝึกหัดที่ 6.1

1. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{EM}$ // $\overleftrightarrow{KY}$ จงหาว่า $M\hat{E}A$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด เพราะเหตุใด



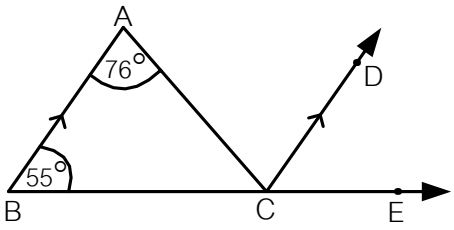
.....

.....

.....

.....

2. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ ถ้า $A\hat{B}C = 55^\circ$ และ $B\hat{A}C = 76^\circ$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}E$



.....

.....

.....

.....

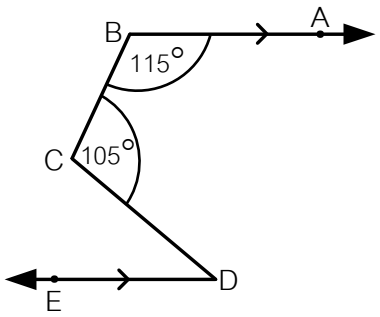
.....

.....

.....

.....

3. จากรูปกำหนดให้ $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{DE}$ ถ้า $A\hat{B}C = 115^{\circ}$ และ $B\hat{C}D = 105^{\circ}$ จงหาขนาดของ $C\hat{D}E$



.....

.....

.....

.....

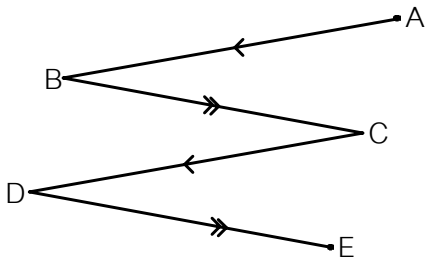
.....

.....

.....

.....

4. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ จงพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = C\hat{D}E$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตารางวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

2. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตารางวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตารางวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

3. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตารางวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
    - ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

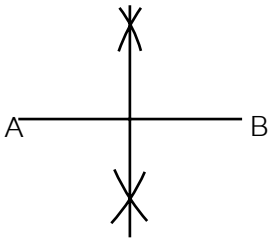
4. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตารางวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน
    - ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

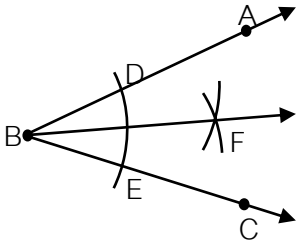
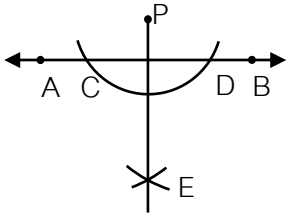
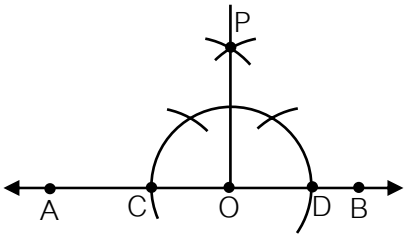
ตารางที่ 6 วิเคราะห์หลักสูตรเพื่อกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เรื่องที่	เรื่อง	เนื้อหา	จำนวนคาบ	จำนวนข้อสอบ	
				ทดลองใช้	ใช้จริง
1	พื้นฐานทางเรขาคณิต	• จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม (3 คาบ) • การสร้างพื้นฐาน (6 คาบ) • การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย (5 คาบ)	14	12	8
2	ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	• ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ(8 คาบ) • ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (2 คาบ)	10	9	6
3	การแปลงทางเรขาคณิต	• การเลื่อนขนาน (4 คาบ) • การสะท้อน (4 คาบ) • การหมุน (4 คาบ)	12	11	7
4	ความเท่ากันทุกประการ	• ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2 คาบ) • ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2 คาบ) • รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์แบบด้าน-มุม-ด้าน (4 คาบ) • รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์แบบมุม-ด้าน-มุม (4 คาบ) • รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์แบบด้าน-ด้าน-ด้าน (3 คาบ)	15	14	9
รวม			51	46	30

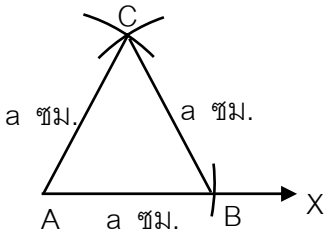
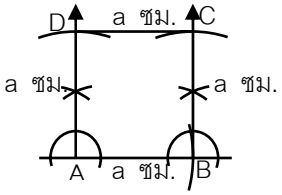
ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
1.พื้นฐานทางเรขาคณิต	**มโนทัศน์ที่ 1** จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม 1.1 เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัดและไม่มีความกว้าง เส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{AB}$ 1.2 สมบัติที่สำคัญของจุดและเส้นตรง มีดังนี้ 1.2.1 มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ 1.2.2 ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วจะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น 1.3 ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วย $\overline{AB}$ รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว รังสี AB เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{AB}$	3	3 (1, 2, 3)	3 (1, 2, 3)	2 (1, 3)
	มโนทัศน์ที่ 2 การสร้างพื้นฐาน การสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐานโดยใช้เครื่องมือเพียงสองชนิด คือ วงเวียนและสันตรง มีดังนี้ 2.1 การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้  จากรูปเป็นการแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$	6	5 (4, 5, 6, 7, 8)	4 (4, 5, 6, 7)	3 (4 5, 6)

ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อ(ข้อที่)**		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
1.พื้นฐานทางเรขาคณิต (ต่อ)	2.2 การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้  จากรูปเป็นการแบ่งครึ่งมุม ABC 2.3 การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้  จากรูปเป็นการสร้างเส้นตั้งฉากจากจุด P ซึ่งเป็นจุดภายนอกมายังเส้นตรง AB ที่กำหนดให้ 2.4 การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้  จากรูปเป็นการสร้างเส้นตั้งฉากจากจุด O ซึ่งเป็นจุดจุดหนึ่งบนเส้นตรง AB ที่กำหนดให้				

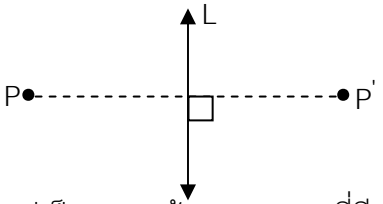
ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
1.พื้นฐานทางเรขาคณิต (ต่อ)	**มโนทัศน์ที่ 3** การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย 3.1 การสร้างรูปสามเหลี่ยม  จากรูปเป็นการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ซึ่งแต่ละด้านยาว a เซนติเมตร 3.2 การสร้างรูปสี่เหลี่ยม  จากรูปเป็นการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCDซึ่งแต่ละด้านยาว a เซนติเมตร	5	4 (9, 10, 11, 12)	4 (9, 10, 11, 12)	3 (9, 11, 12)
2.ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	**มโนทัศน์ที่ 4** ภาพของรูปเรขาคณิต 4.1 รูปเรขาคณิตสามมิติหรือทรงสามมิติ คือ ทรงที่มองเห็นทั้งสามด้าน มีความกว้าง ความยาว และความสูง เช่น ทรงกระบอก กรวย พีระมิด ทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น	8	7 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)	7 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)	5 (13, 14, 17, 18, 19)

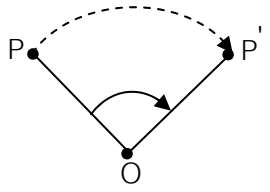
ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
2.ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (ต่อ)	4.2 ถ้าคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้ภาพที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งประกอบด้วยรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปที่ได้จากการคลี่จะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น				
	มโนทัศน์ที่ 5 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ - เมื่อนำรูปลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยมาประกอบกันจะได้รูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะต่าง ๆ กัน การอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จะเขียนตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติที่ปรากฏในด้านที่มอง แล้วเขียนจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกันอยู่ในด้านที่มองกำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	2	2 (20, 21)	2 (20, 21)	1 (21)
3. การแปลงทางเรขาคณิต	**มโนทัศน์ที่ 6** การเลื่อนขนาน 6.1 การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด	4	3 (22, 23, 24)	2 (22, 23)	2 (22, 23)

ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
3. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	6.2 สมบัติของการเลื่อนขนาน 6.2.1 สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องมีการพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ 6.2.2 ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน				
	มโนทัศน์ที่ 7 การสะท้อน 7.1 ในทางคณิตศาสตร์การสะท้อนเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้  จากรูปเป็นการสะท้อนบนระนาบที่มีเส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบจะมีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่ - ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$ - ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง L แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน	4	4 (25, 26, 27, 28)	4 (25, 26, 27, 28)	3 (25, 26, 28)

ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
3. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	7.2 สมบัติของการสะท้อน 7.2.1 สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิทโดยต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ 7.2.2 ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนของส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่ 7.2.3 ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน และไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน				
	มโนทัศน์ที่ 8 การหมุน 8.1 ในทางคณิตศาสตร์การหมุนเป็นการแปลงทางเรขาคณิตอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดไว้ดังนี้  จากรูปเป็นการหมุนบนระนาบที่จุด O เป็นจุดหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วยมุมที่มีขนาด k โดยที่	4	4 (29, 30, 31, 32)	3 (29, 30, 32)	2 (29, 32)

ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ(ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
3. การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)	- ถ้าจุด P ไม่ใช่จุด O แล้ว OP = OP' และขนาดของ $P\hat{O}P'$ เท่ากับ k - ถ้าจุด P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว P' กับ P เป็นจุดเดียวกันและเป็นจุดหมุน 8.2) สมบัติของการหมุน 8.2.1 สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่ารูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ 8.2.2) ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่				
4. ความเท่ากันทุกประการ	**มโนทัศน์ที่ 9** ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต 9.1 รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท 9.2 เมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เท่ากันทุกประการ จะเขียนว่า รูป A $\cong$ รูป B อ่านว่า รูป A เท่ากันทุกประการกับรูป B	2	2 (33, 34)	1 (34)	1 (34)

ตารางที่ 7 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อ (ข้อที่)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้	ข้อที่ใช้จริง
4.ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	**มโนทัศน์ที่** 10 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม - รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ	2	2 (35, 36)	2 (35, 36)	1 (35)
	มโนทัศน์ที่ 11 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	4	3 (37, 38, 39)	3 (37, 38, 39)	2 (37, 38)
	มโนทัศน์ที่ 12 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	4	4 (40, 41, 42, 43)	3 (41, 42, 43)	3 (41, 42, 43)
	มโนทัศน์ที่ 13 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน - ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสามคู่แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3	3 (44, 45, 46)	3 (44, 45, 46)	2 (44, 45)
รวม		**51**	**46**	**41**	**30**

ตารางที่ 8 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.68	0.51	0.91
2	0.73	0.31	
3	0.54	0.31	
4	0.76	0.34	
5	0.51	0.41	
6	0.34	0.32	
7	0.73	0.57	
8	0.68	0.37	
9	0.73	0.91	
10	0.78	0.97	
11	0.73	0.91	
12	0.34	0.27	
13	0.76	0.32	
14	0.80	0.69	
15	0.24	0.24	
16	0.63	0.37	
17	0.80	0.39	
18	0.66	0.63	
19	0.51	0.75	
20	0.73	0.73	
21	0.78	0.24	
22	0.76	0.69	
23	0.71	0.24	
24	0.71	0.83	
25	0.66	0.38	
26	0.78	0.52	
27	0.37	0.23	
28	0.78	0.33	
29	0.78	0.72	
30	0.76	0.69	

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมดจำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น / ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดกล่าวถึงเส้นตรง**ไม่ถูกต้อง**
   - ก. ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วจะมีจุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น
   - ข. เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัด และไม่มีความกว้าง
   - ค. อาจมีเส้นตรงมากกว่าหนึ่งเส้นที่ลากผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้
   - ง. เส้นตรง MN เขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{MN}$

2. ข้อใดกล่าวถึงรังสีได้**ถูกต้อง**
   - ก. รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงสองจุด
   - ข. รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว
   - ค. รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายหลายจุด
   - ง. รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายสามจุด

3. ในการแบ่งครึ่ง $\overline{EF}$ ซึ่งยาว x หน่วย เมื่อใช้จุด E และ F เป็นจุดศูนย์กลาง ต้องกางวงเวียนให้มีรัศมียาวเท่ากับข้อใด จึงจะ**เหมาะสมที่สุด**
   - ก. x หน่วย
   - ข. $\frac{x}{2}$ หน่วย
   - ค. น้อยกว่า $\frac{x}{2}$ หน่วย
   - ง. มากกว่า $\frac{x}{2}$ หน่วย

4. แนวคิดใดนำมาใช้ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยใช้วงเวียนและสันตรง
   - ก. การแบ่งครึ่ง
   - ข. การสร้างเส้นตรง
   - ค. การสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
   - ง. การสร้างเส้นขนาน

5. รูปเรขาคณิตในข้อใด **เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ**ทุกรูป

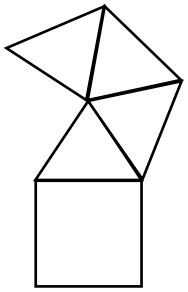
   ก. ไข่ไก่, กล่องแว่นตา, พัดลม และกระดาษ

   ข. ปากกา, หนังสือ, รูปวงกลม และกระเป๋าถือ

   ค. แหวน, รูปสามเหลี่ยม, ขวดน้ำ และถังขยะ

   ง. กระปุกออมสิน, กุญแจ, ร่ม และตุ๊กตาหมี

6. รูปคลี่ต่อไปนี้ เมื่อนำมาประกอบกันจะได้**รูปเรขาคณิตสามมิติ**ตรงกับข้อใด



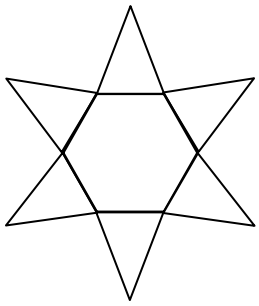
   ก. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

   ข. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

   ค. ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม

   ง. กรวย

7. รูปที่กำหนดให้เป็นรูปคลี่ของรูปใด



   ก. ทรงกระบอก

   ข. พีระมิดฐานหกเหลี่ยม

   ค. ปริซึมฐานหกเหลี่ยม

   ง. ลูกบาศก์

8. ข้อใดกล่าวได้**ถูกต้อง**เกี่ยวกับการคลี่ทรงกระบอกใด ๆ

   ก. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใด ๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมคางหมู 1 รูปเสมอ

   ข. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใด ๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว 1 รูปเสมอ

   ค. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใด ๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 รูปเสมอ

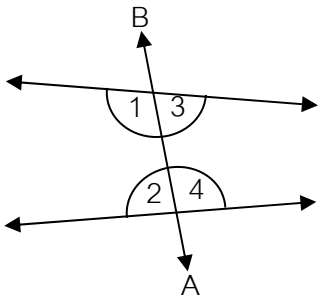
   ง. เมื่อคลี่ทรงกระบอกใด ๆ จะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน 1 รูปเสมอ

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

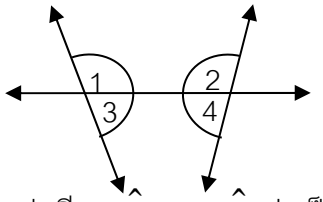
ตารางที่ 9 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

เรื่องที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)	
			ทดลองใช้	ใช้จริง
1	บทนิยามของเส้นขนาน	1	3	2
2	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	1	3	2
3	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	1	3	2
4	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	2	5	3
5	มุมแย้ง	1	3	2
6	เส้นขนานและมุมแย้ง	3	6	4
7	มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	1	3	2
8	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	3	6	4
9	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	1	3	2
10	รูปสามเหลี่ยม	1	3	2
11	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	3	7	5
รวม		**18**	**45**	**30**

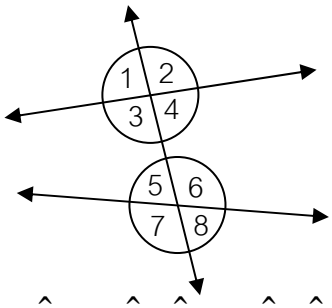
ตารางที่ 10 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

เนื้อหา	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อสอบ (ข้อ)**		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
1. บทนิยามของเส้นขนาน	1. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	1	3 (1, 2, 3)	3 (1, 2, 3)	2 (1, 2)
2. ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	2. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ 3. ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน	1	3 (4, 5, 6)	2 (4, 5)	2 (4, 5)
3. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	4.  จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่าเส้นตัด AB เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	1	3 (7, 8, 9)	3 (7, 8, 9)	2 (8, 9)

ตารางที่ 10 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
4. เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	5. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา 6. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน	2	5 (10, 11, 12, 13, 14)	3 (11, 12, 14)	3 (11, 12, 14)
5. มุมแย้ง	7.  จากรูป เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{4}$ ว่าเป็นมุมแย้ง เรียก $\hat{2}$ และ $\hat{3}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	1	3 (15, 16, 17)	3 (15, 16, 17)	2 (15, 16)
6. เส้นขนานและมุมแย้ง	8. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน 9. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน	3	6 (18, 19, 20, 21, 22, 23)	4 (18, 19, 21, 23)	4 (18, 19, 21, 23)

ตารางที่ 10 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ให้ใช้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
7. มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	10.  จากรูป เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$ แต่ละคู่ว่าเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	1	3 (24, 25, 26)	2 (24, 26)	2 (24, 26)
8. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	11. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน 12. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน	3	6 (27, 28, 29, 30, 31, 32)	4 (29, 30, 31, 32)	4 (29, 30, 31, 32)
9. มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	13. ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	1	3 (33, 34, 35)	2 (33, 34)	2 (33, 34)

ตารางที่ 10 วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์และจำนวนข้อสอบในแต่ละมโนทัศน์ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน (ต่อ)

เนื้อหา	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อสอบ (ข้อ)**		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
10. รูปสามเหลี่ยม	14. ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	1	3 (36, 37, 38)	3 (36, 37, 38)	2 (36, 37)
11. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	15. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	3	7 (39, 40, 41, 42, 43, 44, 45)	6 (39, 40, 42, 43, 44, 45)	5 (39, 42, 43, 44, 45)
รวม		**18**	**45**	**35**	**30**

ตารางที่ 11 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.68	0.93	0.83
2	0.54	0.74	
3	0.65	0.92	
4	0.38	0.54	
5	0.57	0.75	
6	0.46	0.61	
7	0.22	0.31	
8	0.49	0.73	
9	0.73	0.45	
10	0.68	0.83	
11	0.27	0.33	
12	0.24	0.60	
13	0.30	0.51	
14	0.27	0.33	
15	0.59	0.35	
16	0.49	0.82	
17	0.43	0.73	
18	0.38	0.71	
19	0.35	0.66	
20	0.46	0.24	
21	0.35	0.44	
22	0.27	0.83	
23	0.24	0.75	
24	0.49	0.82	
25	0.24	0.41	
26	0.27	0.65	
27	0.38	0.50	
28	0.30	0.61	
29	0.30	0.61	
30	0.59	0.32	

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมด จำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น / ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (✕) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

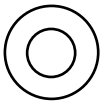
ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

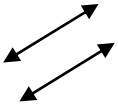
คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. เส้นคู่ใดต่อไปนี้**ขนานกัน**

ก.

ข.

ค. 

ง. 

2. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่มี**เส้นขนานเป็นส่วนประกอบ

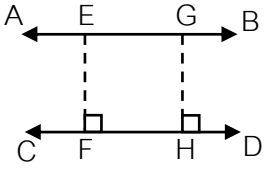
ก. ทางรถไฟ

ข. ลูกโป่ง

ค. ไม้บรรทัด

ง. ธนบัตร

3. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**



ก. $EF = GH$

ข. $EF > GH$

ค. $EF < GH$

ง. $EF \neq GH$

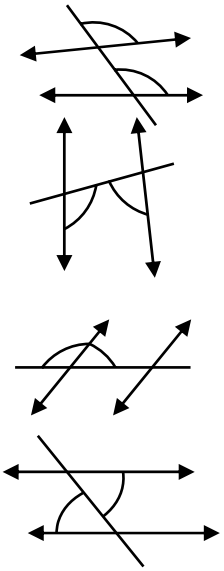
4. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้**ถูกต้อง**เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
   ก. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้ว มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะเท่ากันเสมอ
   ข. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้ว มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันมีขนาดเท่ากับ 180 องศา
   ค. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้ว มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีมากกว่า 2 คู่
   ง. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้ว จะเกิดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเสมอ
5. มุมในรูปใด**เป็นมุมภายใน**ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

   ก.

   ข.

   ค.

   ง.



6. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้
   1) เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
   2) เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

   ข้อใดกล่าวได้**ถูกต้อง**
   ก. ถูกทั้งข้อ 1 และข้อ 2
   ข. ข้อ 1 ถูกเพียงข้อเดียว
   ค. ข้อ 2 ถูกเพียงข้อเดียว
   ง. ผิดทั้งข้อ 1 และข้อ 2

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ตารางที่ 12 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เรื่องที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ	ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย			ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย		
			ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
1	พื้นฐานทางเรขาคณิต	14	5 (1, 2, 3, 4, 5)	5 (1, 2, 3, 4, 5)	3 (1, 2, 5)	5 (25,26, 27,28, 29)	5 (25,26, 27,28, 29)	3 (25,27, 28)
2	ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต 2 มิติและ 3 มิติ	10	3 (6,7, 8)	3 (6,7, 8)	2 (7, 8)	3 (30,31, 32)	2 (31,32)	2 (31,32)
3	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	15	6 (9,10, 11,12, 13,14)	6 (9,10, 11,12, 13,14)	4 (9,11, 12,13)	6 (33,34, 35,36, 37,38)	4 (33,36, 37,38)	4 (33,36, 37,38)
4	การแปลงทางเรขาคณิต	12	5 (15,16, 17,18, 19)	4 (16,17 18,19)	3 (16,17 19)	5 (39,40 ,41,42, 43)	3 (41,42, 43)	3 (41,42, 43)
5	ความเท่ากันทุกประการ	14	5 (20,21, 22,23, 24)	5 (20,21, 22,23, 24)	3 (20,22, 24)	5 (44,45, 46,47, 48)	4 (44,45, 47,48)	3 (45,47, 48)
รวม		65	24	23	15	24	18	15

ตารางที่ 13 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index 700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.74	0.70	0.78
2	0.69	0.62	
3	0.57	0.62	
4	0.69	0.80	
5	0.71	0.83	
6	0.71	0.60	
7	0.60	0.47	
8	0.80	0.70	
9	0.69	0.57	
10	0.49	0.67	
11	0.57	0.52	
12	0.29	0.55	
13	0.77	0.51	
14	0.66	0.85	
15	0.74	0.80	
16	0.34	0.63	
17	0.69	0.46	
18	0.54	0.65	
19	0.51	0.67	
20	0.66	0.85	
21	0.74	0.76	
22	0.63	0.32	
23	0.34	0.48	
24	0.54	0.48	
25	0.66	0.26	
26	0.57	0.71	
27	0.51	0.74	
28	0.51	0.36	
29	0.31	0.66	
30	0.37	0.58	

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

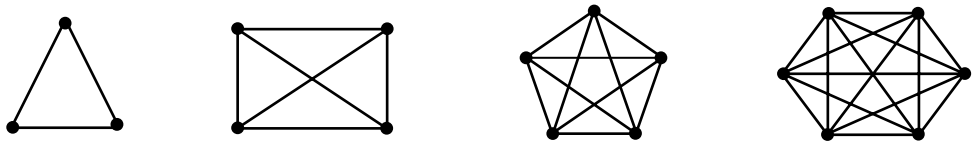
1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมด จำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน) แบ่งเป็น 2 ตอน โดยวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้าน คือ
   ตอนที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 15 ข้อ
   ตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 15 ข้อ
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น / ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
6. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบชุดนี้
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

ตอนที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเหลี่ยมของรูปเรขาคณิตและจำนวนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดใด ๆ ต่อไปนี้

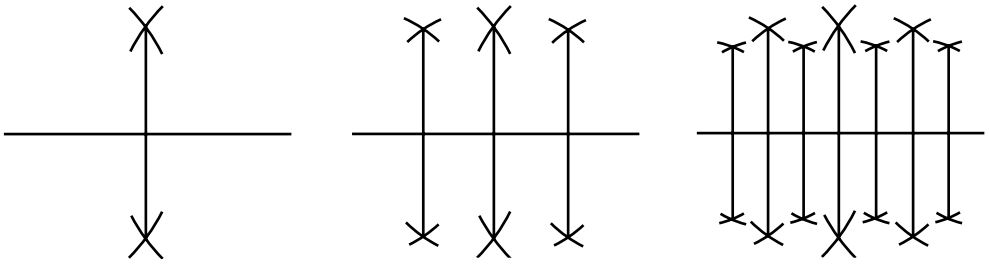


จำนวนเหลี่ยมของรูปเรขาคณิต	3	4	5	6	...
จำนวนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดใด ๆ(เส้น)	3	6	10	15	...

นักเรียนคิดว่าถ้ากำหนดรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามาให้ จะมีจำนวนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดใด ๆ จำนวนกี่เส้น

ก. 35 เส้น ข. 40 เส้น ค. 45 เส้น ง. 50 เส้น

2. พิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่แบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงกับจำนวนส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากัน ต่อไปนี้



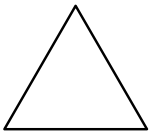
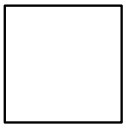
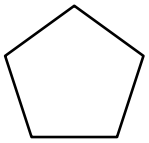
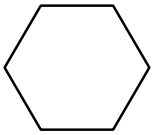
ครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 3

ครั้งที่ของการแบ่ง	1	2	3	4	...
จำนวนส่วนแบ่งที่ยาวเท่ากัน (เส้น)	2	4	8	16	...

นักเรียนคิดว่าถ้าแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงครั้งที่ 8 จะมีจำนวนส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันจำนวนกี่เส้น

ก. 2^7 เส้น ข. 2^8 เส้น ค. 2^9 เส้น ง. 2^{10} เส้น

3. ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ากับผลรวมของขนาดของมุมภายในทุกมุม ต่อไปนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	3	4	5	6	...
ผลรวมของขนาดของมุมภายในทุกมุม (องศา)	180	360	540	720	...

นักเรียนคิดว่าถ้ากำหนดรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามาให้ จะมีผลรวมของขนาดของมุมภายในทุกมุมกี่องศา

ก. 1,440 องศา

ข. 1,540 องศา

ค. 1,640 องศา

ง. 1,800 องศา

4. ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนฐานของปริซึม จำนวนผิวข้างของปริซึม และจำนวนรูปเหลี่ยมทั้งหมดที่ได้จากการคลี่ปริซึม ดังต่อไปนี้

ปริซึม	**จำนวนฐานของปริซึม**	**จำนวนผิวข้างของปริซึม**	**จำนวนรูปเหลี่ยมทั้งหมดที่ได้จากการคลี่ปริซึม**
ปริซึมฐานสามเหลี่ยม	2	3	5
ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม	2	4	6
ปริซึมฐานห้าเหลี่ยม	2	5	7
ปริซึมฐานหกเหลี่ยม	2	6	8

ถ้ากำหนดปริซึมฐานสิบแปดเหลี่ยมมาให้ จะมีจำนวนรูปเหลี่ยมทั้งหมดที่ได้จากการคลี่ปริซึมกี่รูป

ก. 14 รูป

ข. 16 รูป

ค. 18 รูป

ง. 20 รูป

ตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

5. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

"การแบ่งส่วนของเส้นตรงเป็นส่วน ๆ ให้แต่ละส่วนมีความยาวเท่ากัน สามารถทำได้โดยการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง และจะได้จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากันอยู่ในรูป 2^n ส่วน เมื่อ n แทนจำนวนครั้งของการแบ่ง" จากข้อความข้างต้น ถ้าต้องการแบ่งส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากัน 64 ส่วน นักเรียนต้องแบ่งกี่ครั้ง

ก. จะต้องแบ่ง 6 ครั้ง

ข. จะต้องแบ่ง 8 ครั้ง

ค. จะต้องแบ่ง 10 ครั้ง

ง. จะต้องแบ่ง 12 ครั้ง

6. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ "มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีขนาดรวมกันเป็น 180 องศา" จากข้อความข้างต้น ถ้า A เป็นรูปเรขาคณิตรูปหนึ่งที่มีขนาดของมุมภายในรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา ข้อสรุปใด**ถูกต้อง**

ก. รูป A เป็นรูปวงกลม

ข. รูป A เป็นรูปสี่เหลี่ยม

ค. รูป A เป็นรูปห้าเหลี่ยม

ง. รูป A ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

7. ถ้าครูเขียนประโยคสัญลักษณ์ $3x - 6 = 12$ บนกระดาน หลังจากนั้นสุวนันท์ก็ไปเขียนสมการต่อจากที่ครูเขียนอีกบรรทัดหนึ่งเป็น $3x = 18$ นักเรียนคิดว่าสุวนันท์ใช้สมบัติการเท่ากันชนิดใดในการหาคำตอบ

ก. สมบัติการบวก ข. สมบัติการลบ

ค. สมบัติการคูณ ง. สมบัติการหาร

8. ถ้าต้องการแก้สมการ $15 = \frac{4}{5}x - 5$ นักเรียนจะสามารถหาคำตอบของสมการได้โดยต้องใช้สมบัติการเท่ากันชนิดใดตามลำดับ

ก. สมบัติการบวก, สมบัติการคูณ, สมบัติการหาร

ข. สมบัติการคูณ, สมบัติการบวก, สมบัติการหาร

ค. สมบัติการคูณ, สมบัติการลบ, สมบัติการหาร

ง. สมบัติการหาร, สมบัติการลบ, สมบัติการคูณ

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง เส้นขนาน

ตารางที่ 14 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน

เนื้อหา	**จำนวนคาบ**	**ความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย**			**ความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย**		
		ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง	ข้อที่ทดลองใช้	ข้อที่ใช้ได้ตามเกณฑ์	ข้อที่ใช้จริง
เส้นขนาน	18	26 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,16,17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25,26)	19 (1, 6, 7, 8, 9, 10, 11,12, 14,15, 16,18, 19,20, 21,23, 24,25, 26)	15 (1, 6, 7, 8, 9, 10, 11,14, 15, 19 20, 21, 23, 24, 25)	26 (27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52)	17 (27,28, 29, 30, 31, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 52)	15 (27,29, 31, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 52)
รวม	18	26	19	15	26	17	15

ตารางที่ 15 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index 700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.67	0.50	0.92
2	0.67	0.42	
3	0.54	0.25	
4	0.67	0.33	
5	0.73	0.54	
6	0.71	0.58	
7	0.75	0.50	
8	0.60	0.46	
9	0.65	0.38	
10	0.63	0.42	
11	0.73	0.38	
12	0.71	0.33	
13	0.69	0.46	
14	0.75	0.42	
15	0.63	0.58	
16	0.67	0.50	
17	0.71	0.58	
18	0.56	0.21	
19	0.48	0.46	
20	0.48	0.54	
21	0.23	0.21	
22	0.65	0.71	
23	0.71	0.25	
24	0.71	0.50	
25	0.52	0.38	
26	0.63	0.25	
27	0.75	0.25	
28	0.73	0.29	
29	0.56	0.38	
30	0.48	0.54	

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง เส้นขนาน มัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ – นามสกุล_____ห้อง_____เลขที่_____

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชุดนี้มีจำนวน 30 ข้อ
   แบ่งเป็น 2 ตอน โดยวัดองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ
   ตอนที่ 1 ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 15 ข้อ
   ตอนที่ 2 ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 15 ข้อ
2. ให้นักเรียนเขียนชื่อ – นามสกุล และห้องให้ชัดเจน
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 120 นาที
4. ขอให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
6. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

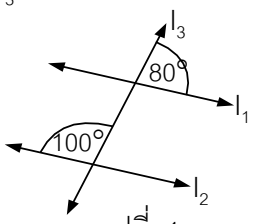
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย

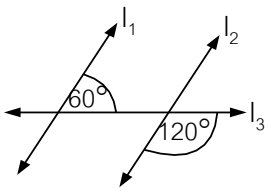
1. ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

สถานการณ์ ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ ครูสุนทรีสนทนากับนักเรียนดังนี้

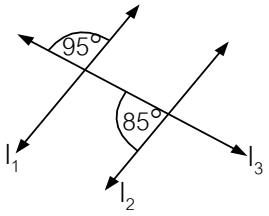
ครูสุนทรี : นักเรียน ครูกำหนดรูปมาให้ 4 รูป โดยที่เส้นตรง l_1 ขนานกับเส้นตรง l_2 มีเส้นตรง l_3 เป็นเส้นตัด



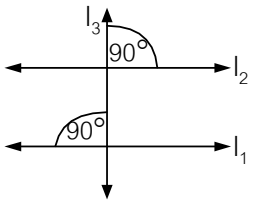
รูปที่ 1



รูปที่ 2

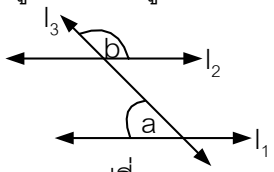


รูปที่ 3



รูปที่ 4

ครูสุนทรี : เดี๋ยวครูให้นักเรียนสังเกตรูปที่ 5 อีกรูปหนึ่ง



รูปที่ 5

ครูสุนทรี : นักเรียนจะใช้ความสัมพันธ์จากรูปที่ 1 – 4 สรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม a, b กับเส้นตรง l_1, l_2 ในรูปที่ 5 ได้ว่าอย่างไร

จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนจะใช้ความสัมพันธ์จากรูปที่ 1 – 4 สรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม a, b กับเส้นตรง l_1, l_2 ในรูปที่ 5 ได้ว่าอย่างไร จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

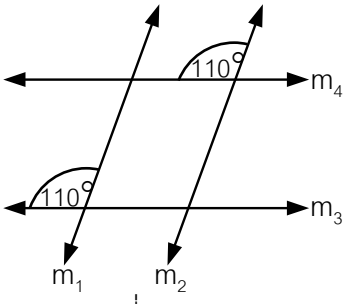
ข้อสรุป คือ .....

.....

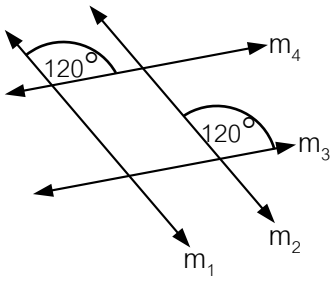
เหตุผลเพราะ .....

.....

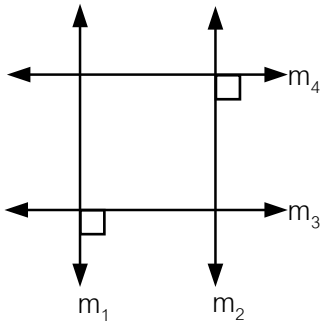
2. จากรูปที่ 1 - 3 กำหนดให้เส้นตรง m_1 // m_2 และเส้นตรง m_3 // m_4



รูปที่ 1

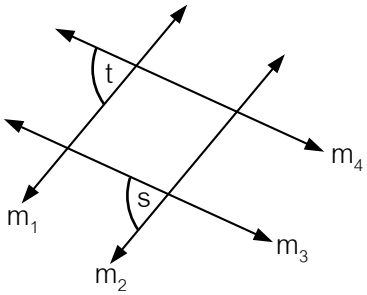


รูปที่ 2



รูปที่ 3

ถ้ากำหนดรูปที่ 4 มาให้



รูปที่ 4

นักเรียนจะสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม s, t และเส้นตรง m_1, m_2, m_3 และ m_4 ได้ว่าอย่างไร เพราะเหตุใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

ข้อสรุป คือ .....

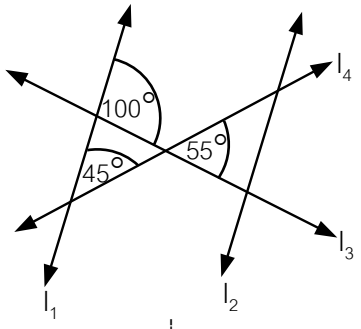
.....

เหตุผลเพราะ .....

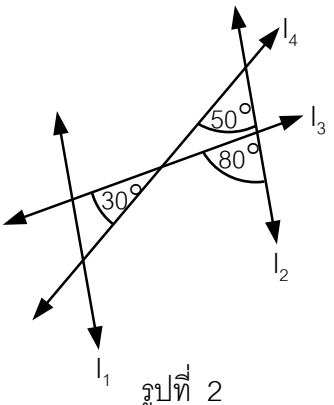
.....

.....

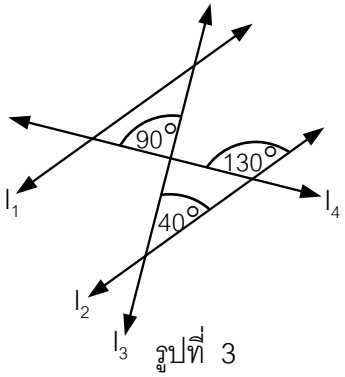
3. จากรูปที่ 1 - 4 กำหนดให้เส้นตรง l_1 // l_2



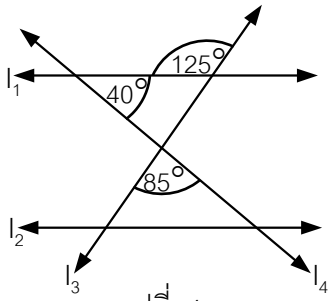
รูปที่ 1



รูปที่ 2

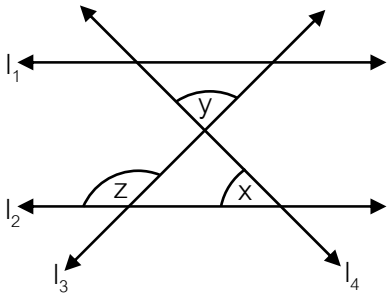


รูปที่ 3



รูปที่ 4

ถ้ากำหนดรูปที่ 5 มาให้



รูปที่ 5

นักเรียนจะสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุม x, y และ z และเส้นตรง l_1, l_2, l_3 และ l_4 ได้ว่าอย่างไร เพราะเหตุใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

ข้อสรุป คือ .....

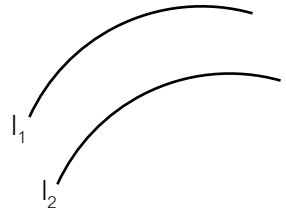
.....

เหตุผลเพราะ .....

.....

ตอนที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

4. จากรูป กำหนด l_1 และ l_2 มาให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่า l_1 // l_2 หรือไม่ เพราะเหตุใด



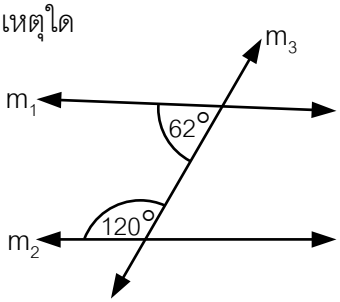
คำตอบคือ .....

.....

เหตุผลเพราะ .....

.....

5. จากรูป กำหนดเส้นตรง m_1, m_2 มาให้ โดยมีเส้นตรง m_3 เป็นเส้นตัด ให้นักเรียนพิจารณาว่า m_1 // m_2 หรือไม่ เพราะเหตุใด

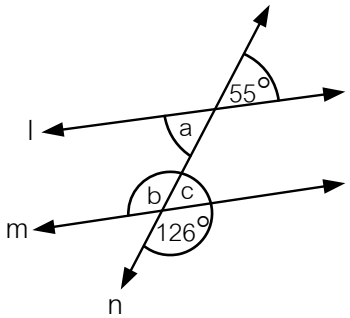


คำตอบคือ ....

เหตุผลเพราะ .....

.....

6. จากรูป กำหนดเส้นตรง l และ m มาให้ โดยมีเส้นตรง n เป็นเส้นตัด ให้นักเรียนหาขนาดของมุม a, b และ c พร้อมทั้งให้พิจารณาว่าเส้นตรง l // m หรือไม่ เพราะเหตุใด



คำตอบ คือ .....

เหตุผลเพราะ .....

.....

ภาคผนวก ง

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ตารางที่ 16 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ห้อง	**จำนวนนักเรียน (คน)**	$\bar{x}$	s
ม. 2/1	34	34.91	5.16
ม. 2/2	32	34.31	4.60
ม. 2/3	32	29.97	3.24
ม. 2/4	30	29.46	3.00
ม. 2/5	33	28.12	3.44

ตารางที่ 17 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2552 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม. 2/1	34	34.91	5.16	0.672	0.496
ม. 2/2	32	34.31	4.60		

*p<.05

ตารางที่ 18 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม. 2/1	34	21.26	2.25	0.309	0.548
ม. 2/2	32	20.96	2.13		

*p<.05

ตารางที่ 19 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม. 2/1	34	20.94	3.2	2.932	1.540
ม. 2/2	32	19.87	2.32		

*p<.05

ภาคผนวก จ

แสดงความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ในแต่ละระดับคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 20 แสดงความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน ในแต่ละระดับคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ระดับคะแนน	กลุ่มทดลอง			กลุ่มควบคุม		
	การให้เหตุผลแบบอุปนัย (ร้อยละ)	การให้เหตุผลแบบนิรนัย (ร้อยละ)	ภาพรวมแบบวัดทั้งฉบับ (ร้อยละ)	การให้เหตุผลแบบอุปนัย (ร้อยละ)	การให้เหตุผลแบบนิรนัย (ร้อยละ)	ภาพรวมแบบวัดทั้งฉบับ (ร้อยละ)
3	287 (56%)	331 (65%)	618 (61%)	74 (15%)	83 (17%)	157 (16%)
2	193 (38%)	106 (21%)	299(29%)	150 (31%)	208 (44%)	358 (37%)
1	19 (4%)	66 (13%)	85(8%)	225 (48%)	139 (29%)	364 (39%)
0	11 (2%)	7 (1%)	18(2%)	31 (6%)	50 (10%)	81 (8%)
รวม	510(100%)	510(100%)	1020 (100%)	480(100%)	480(100%)	960(100%)

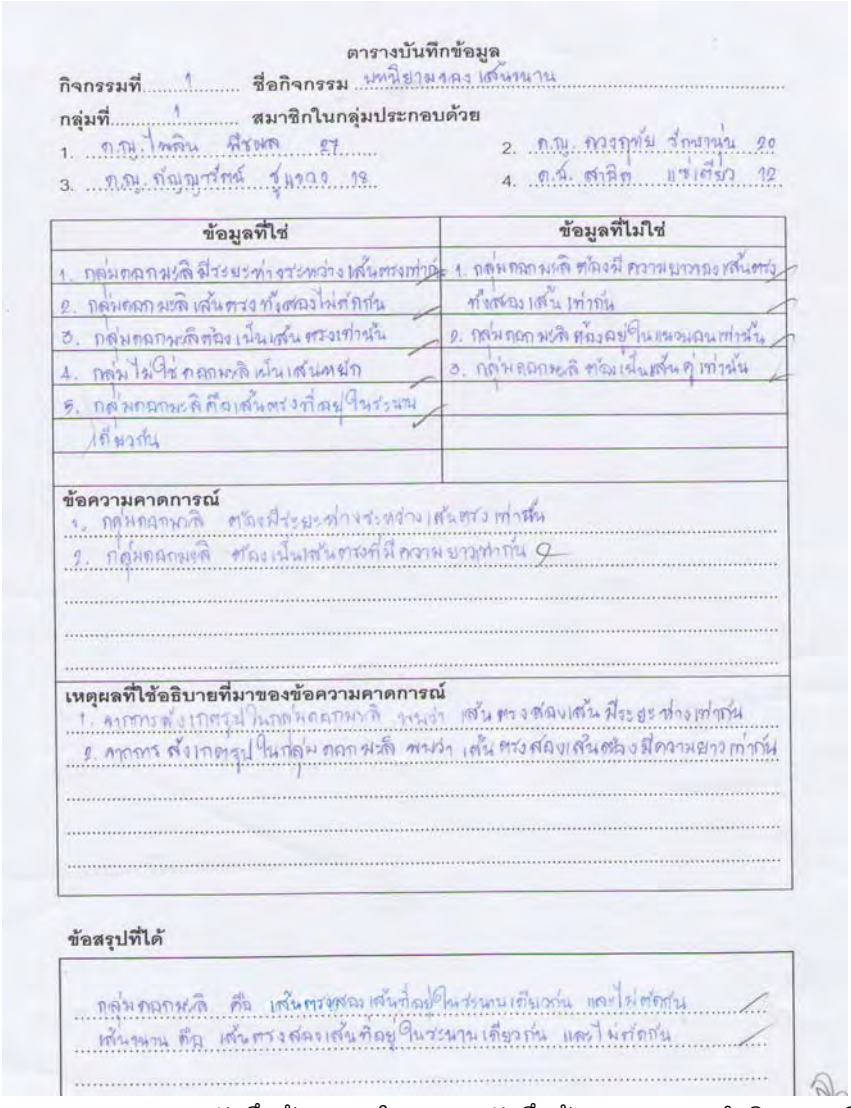
จากตารางที่ 20 พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองได้คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน อยู่ในระดับคะแนน 3 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 61 ของจำนวนระดับคะแนนทั้งหมด ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เส้นขนาน อยู่ในระดับคะแนน 1 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 39 ของจำนวนระดับคะแนนทั้งหมด

ภาคผนวก ฉ

ตัวอย่างผลงานของนักเรียน

เนื่องจากผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยวิเคราะห์จากใบกิจกรรม ผลการสังเกตพฤติกรรมและการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน และผลจากการตรวจแบบฝึกหัด ผู้วิจัยจึงขอนำเสนอตัวอย่างผลงานของนักเรียนดังต่อไปนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง พบว่าในระยะเริ่มแรกของการทดลองนักเรียนประมาณร้อยละ 50 ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบที่สำคัญของมโนทัศน์อันจะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ได้ เช่น ในการทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “บทนิยามของเส้นขนาน” ผู้วิจัยให้นักเรียนสังเกตรูปที่นำเสนอแล้วให้นักเรียนตั้งคำถามที่มีคำตอบว่า ใช่หรือไม่ใช่ ต่อจากนั้นให้นักเรียนบันทึกข้อมูลที่ได้ลงในตารางบันทึกข้อมูล ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 11



ตารางบันทึกข้อมูล

กิจกรรมที่ 1 ชื่อกิจกรรม บทนิยามของเส้นขนาน

กลุ่มที่ 1 สมาชิกในกลุ่มประกอบด้วย

1. ด.ญ. ไพลิน ศิริผล ม.2 2. ด.ญ. ดวงฤทัย จำนงหนุ่น ม.2
3. ด.ญ. กัญญาภัทร์ ชูแจ่ม ม.2 4. ด.ช. สาลิต แซ่เตียว ม.2

ข้อมูลที่ใช่	ข้อมูลที่ไม่ใช่
1. กลุ่มตอบมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากัน	1. กลุ่มตอบมีต้องมีความยาวของเส้นตรงทั้งสองเส้นเท่ากัน
2. กลุ่มตอบเส้นตรงทั้งสองไม่ตัดกัน	2. กลุ่มตอบต้องอยู่ในแนวนอนเท่านั้น
3. กลุ่มตอบต้องเป็นเส้นตรงเท่านั้น	3. กลุ่มตอบต้องเป็นเส้นคู่เท่านั้น
4. กลุ่มไม่ใช่ตอบเส้นเส้นหนึ่ง	
5. กลุ่มตอบมีเส้นตรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน	

ข้อความคาดการณ์

1. กลุ่มตอบมี ต้องมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่านั้น
2. กลุ่มตอบมี ต้องเป็นเส้นตรงที่มีความยาวเท่ากัน

เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์

1. จากการสังเกตรูปในกลุ่มตอบมี พบว่า เส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างเท่ากัน
2. จากการสังเกตรูปในกลุ่มตอบมี พบว่า เส้นตรงสองเส้นต้องมีความยาวเท่ากัน

ข้อสรุปที่ได้

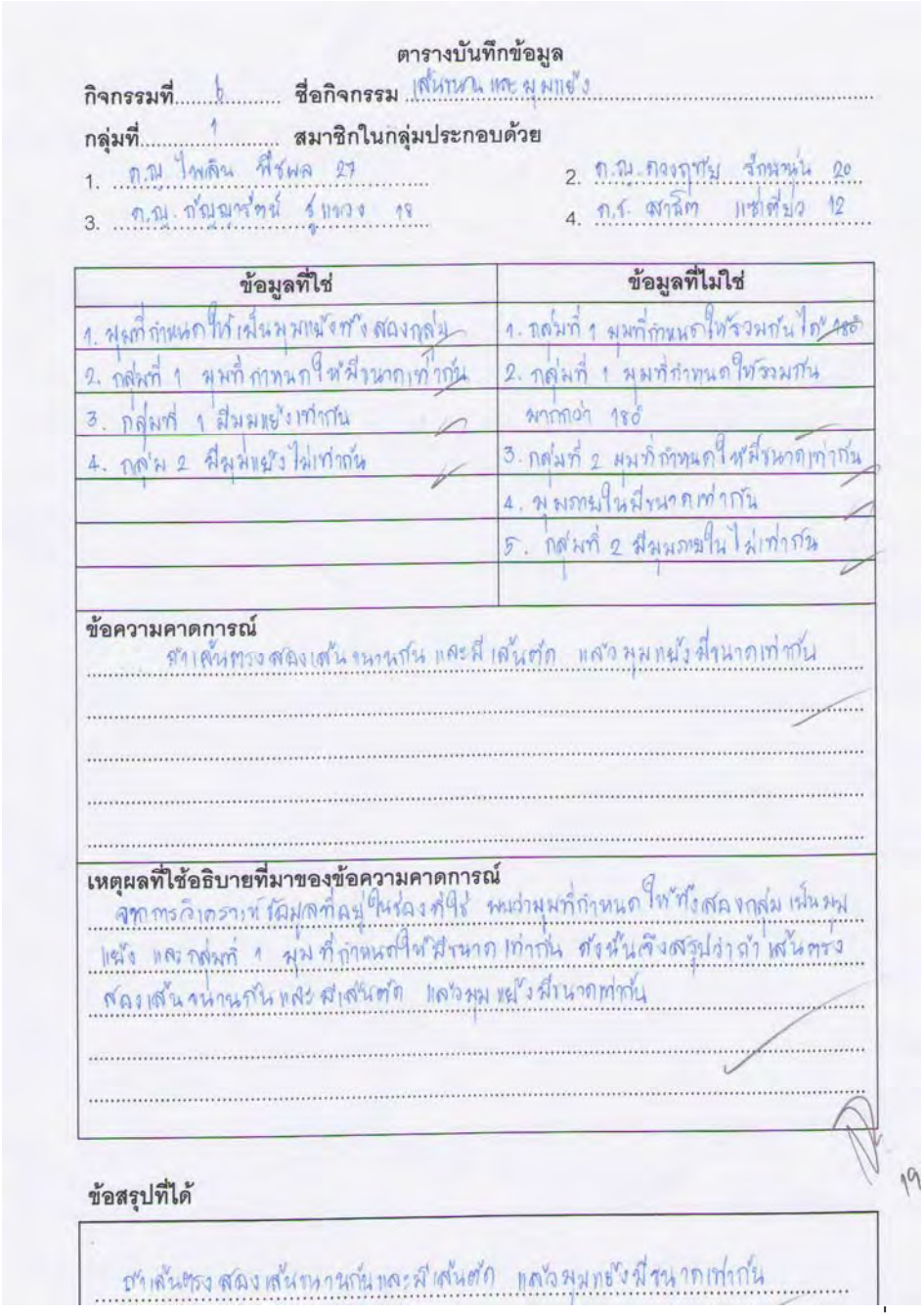
กลุ่มตอบมี คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่ในระนาบเดียวกัน และไม่ตัดกัน

เส้นขนาน คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่ในระนาบเดียวกัน และไม่ตัดกัน

ภาพที่ 11 แสดงผลการบันทึกข้อมูลลงในตารางบันทึกข้อมูลของการทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “บทนิยามของเส้นขนาน” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่าในระยะแรกนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะหรือองค์ประกอบที่สำคัญของมโนทัศน์อันจะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ และถ้าสังเกตข้อมูลในช่องของการสร้างข้อความคาดการณ์ เห็นได้ว่า นักเรียนคัดลอกข้อมูลในช่องที่ใช่หรือไม่ใช่ข้อใดข้อหนึ่งมาเขียนเป็นข้อความคาดการณ์ โดยไม่ได้คิดวิเคราะห์และประมวลเอาข้อมูลทั้งหมดมาใช้ในการสร้างข้อความคาดการณ์ให้มีความสมเหตุสมผล การนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปยังไม่ถูกต้อง มีความคลุมเครือและไม่คงเส้นคงวา หยิบยกประเด็นหรือข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการให้เหตุผล แต่เมื่อครูใช้คำถามแนะแนวทางเข้าไปกระตุ้นการคิดของนักเรียน นักเรียนจึงสามารถสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง จึงอาจกล่าวได้ว่าในระยะแรกของการจัดกิจกรรมนักเรียนยังไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองต้องอาศัยความช่วยเหลือจากครูจึงสามารถสร้างข้อสรุปได้

แต่เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมไปได้ประมาณ 2 สัปดาห์ พบว่านักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลได้มากขึ้น โดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และสามารถอธิบายได้ว่าหลักฐานที่ยกมานั้นสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร มีการแสดงความคิดเห็นในหลากหลายแง่มุมมากขึ้น และวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นของเพื่อนโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถร่วมกันคิดทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียนจนนำไปสู่การสร้างข้อสรุปด้วนตนเองได้มากขึ้น เช่น ในการทำกิจกรรมที่ 6 เรื่อง “เส้นขนานและมุมแย้ง” ผู้วิจัยให้นักเรียนสังเกตรูปที่นำเสนอแล้วให้นักเรียนตั้งคำถามที่มีคำตอบว่า ใช่หรือไม่ใช่ ต่อจากนั้นให้นักเรียนบันทึกข้อมูลที่ได้ลงในตารางบันทึกข้อมูล ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 12



ตารางบันทึกข้อมูล

กิจกรรมที่ 6 ชื่อกิจกรรม เส้นขนาน และ มุมแย้ง

กลุ่มที่ 1 สมาชิกในกลุ่มประกอบด้วย

1. ด.ญ. ไพลิน พืชพล 27
2. ด.ญ. กองกุชัญ รัตนวนัน 20
3. ด.ญ. กัญญารัตน์ รุ่งเรือง 19
4. ด.ช. ฉลาลิศ แซ่เตี่ยว 12

ข้อมูลที่ใช่	ข้อมูลที่ไม่ใช่
1. มุมที่กำหนดให้เป็นมุมแย้งทั้งสองกลุ่ม	1. กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้รวมกันได้ 180 องศา
2. กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน	2. กลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้รวมกัน มากกว่า 180 องศา
3. กลุ่มที่ 1 มีมุมแย้งเท่ากัน	3. กลุ่มที่ 2 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน
4. กลุ่ม 2 มีมุมแย้งไม่เท่ากัน	4. มุมภายในมีขนาดเท่ากัน
	5. กลุ่มที่ 2 มีมุมภายในไม่เท่ากัน

ข้อความคาดการณ์

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

เหตุผลที่ใช้อธิบายที่มาของข้อความคาดการณ์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่คณะใช้ในช่องที่ใช่ พบว่ามุมที่กำหนดให้ทั้งสองกลุ่มเป็นมุมแย้ง และกลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้มีขนาดเท่ากัน ดังนั้นจึงสรุปว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ข้อสรุปที่ได้

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ภาพที่ 12 แสดงผลการบันทึกข้อมูลลงในตารางบันทึกข้อมูลของการทำกิจกรรมที่ 6 เรื่อง “เส้นขนานและมุมแย้ง” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

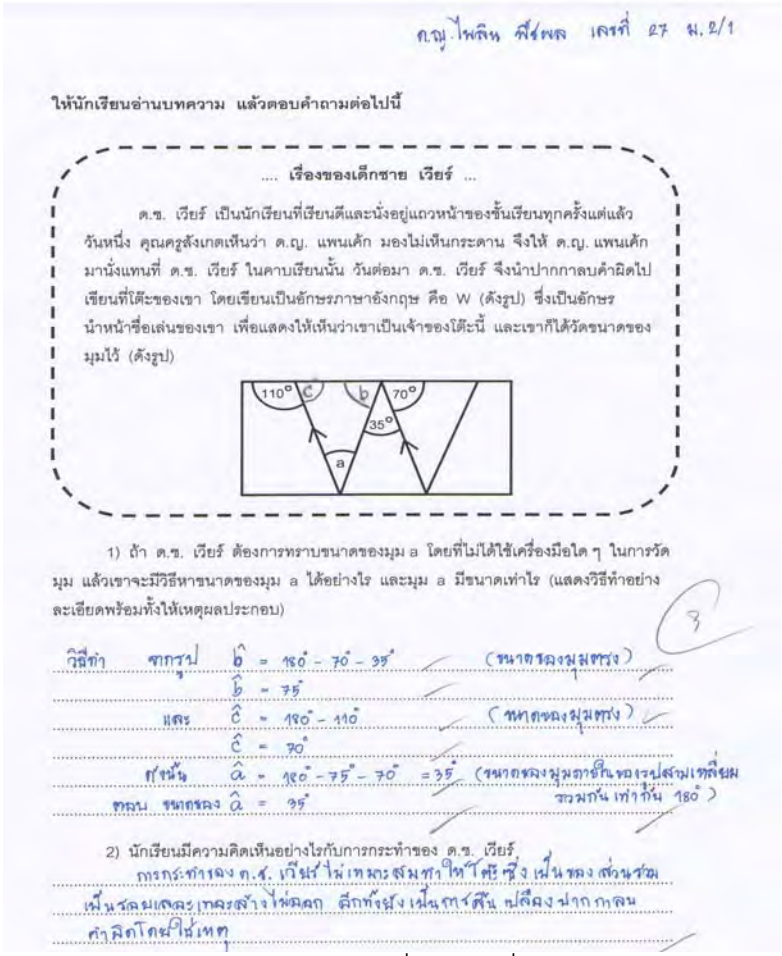
จากภาพที่ 12 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลได้มากขึ้น มีการคิดวิเคราะห์และประมวลเอาข้อมูลทั้งหมดมาใช้ในการสร้างข้อความคาดการณ์ให้มีความสมเหตุสมผล สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจนขึ้น ทั้งนี้โดยภาพรวมพบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนในกลุ่มทดลองส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นเป็นลำดับจากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการเรียนการสอน จนนักเรียนสามารถสร้าง สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

ในส่วนของการทำแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

1. **ตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

ตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 13


ด.ญ.ไพลิน ศิริผล เลขที่ 27 ม.2/1

ให้นักเรียนอ่านบทความ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

.... เรื่องของเด็กชาย เวียร์ ...

ด.ช. เวียร์ เป็นนักเรียนที่เรียนดีและนั่งอยู่แถวหน้าของชั้นเรียนทุกครั้งแต่แล้ววันหนึ่ง คุณครูสังเกตเห็นว่า ด.ญ. แพนเค้ก มองไม่เห็นกระดาน จึงให้ ด.ญ. แพนเค้กมานั่งแทนที่ ด.ช. เวียร์ ในคาบเรียนนั้น วันต่อมา ด.ช. เวียร์ จึงนำปากกาลบคำผิดไปเขียนที่โต๊ะของเขา โดยเขียนเป็นอักษรภาษาอังกฤษ คือ W (ดังรูป) ซึ่งเป็นอักษรนำหน้าชื่อเล่นของเขา เพื่อแสดงให้เห็นว่าเขาเป็นเจ้าของโต๊ะนี้ และเขาก็ได้วัดขนาดของมุมไว้ (ดังรูป)

1) ถ้า ด.ช. เวียร์ ต้องการทราบขนาดของมุม a โดยที่ไม่ได้ใช้เครื่องมือใด ๆ ในการวัดมุม แล้วเขาจะมีวิธีหาขนาดของมุม a ได้อย่างไร และมุม a มีขนาดเท่าไร (แสดงวิธีทำอย่างละเอียดพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ)

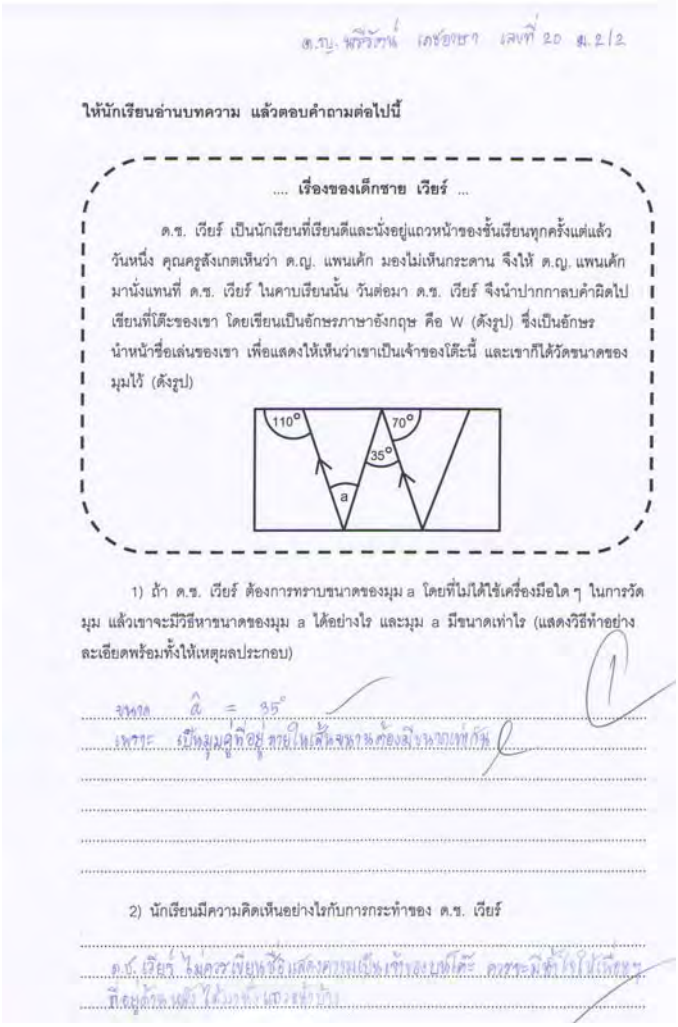
วิธีทำ จากรูป $\hat{b} = 180^\circ - 70^\circ - 35^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)
$\hat{b} = 75^\circ$
และ $\hat{c} = 180^\circ - 110^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)
$\hat{c} = 70^\circ$
ดังนั้น $\hat{a} = 180^\circ - 75^\circ - 70^\circ = 35^\circ$ (ขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180°)
ตอบ ขนาดของ $\hat{a} = 35^\circ$

2) นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับการกระทำของ ด.ช. เวียร์
การกระทำของ ด.ช. เวียร์ ไม่เหมาะสมทำให้โต๊ะชำรุดเป็นของส่วนรวมเป็นรอยและเกิดความเสียหาย ดีกว่าจะเป็นการดีขึ้น ปลดปากกาลบคำผิดได้เหตุ

ภาพที่ 13 แสดงตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 13 เห็นได้ว่า การทำแบบฝึกหัดนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเสนอแนวคิดและแสดงเหตุผลที่แตกต่างกันในการหาคำตอบและในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและมีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลในการหาคำตอบ

ตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 14


ด.ญ. พรีวัลน์ เลขที่ 20 ม.2/2

ให้นักเรียนอ่านบทความ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

.... เรื่องของเด็กชาย เวียร์ ...

ด.ช. เวียร์ เป็นนักเรียนที่เรียนดีและนั่งอยู่แถวหน้าของชั้นเรียนทุกครั้งแต่แล้ววันหนึ่ง คุณครูสังเกตเห็นว่า ด.ญ. แพนเค้ก มองไม่เห็นกระดาน จึงให้ ด.ญ. แพนเค้กมานั่งแทนที่ ด.ช. เวียร์ ในคาบเรียนนั้น วันต่อมา ด.ช. เวียร์ จึงนำปากกาลบคำผิดไปเขียนที่โต๊ะของเขา โดยเขียนเป็นอักษรภาษาอังกฤษ คือ W (ดังรูป) ซึ่งเป็นอักษรนำหน้าชื่อเล่นของเขา เพื่อแสดงให้เห็นว่าเขาเป็นเจ้าของโต๊ะนี้ และเขาก็ได้วัดขนาดของมุมไว้ (ดังรูป)

1) ถ้า ด.ช. เวียร์ ต้องการทราบขนาดของมุม a โดยที่ไม่ได้ใช้เครื่องมือใด ๆ ในการวัดมุม แล้วเขาจะมีวิธีหาขนาดของมุม a ได้อย่างไร และมุม a มีขนาดเท่าไร (แสดงวิธีทำอย่างละเอียดพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ)

วิธีทำ $\hat{a} = 35°$

เพราะ เป็นมุมคู่ตรงข้าม ภายในเส้นขนานต้องมีขนาดเท่ากัน

2) นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับการกระทำของ ด.ช. เวียร์

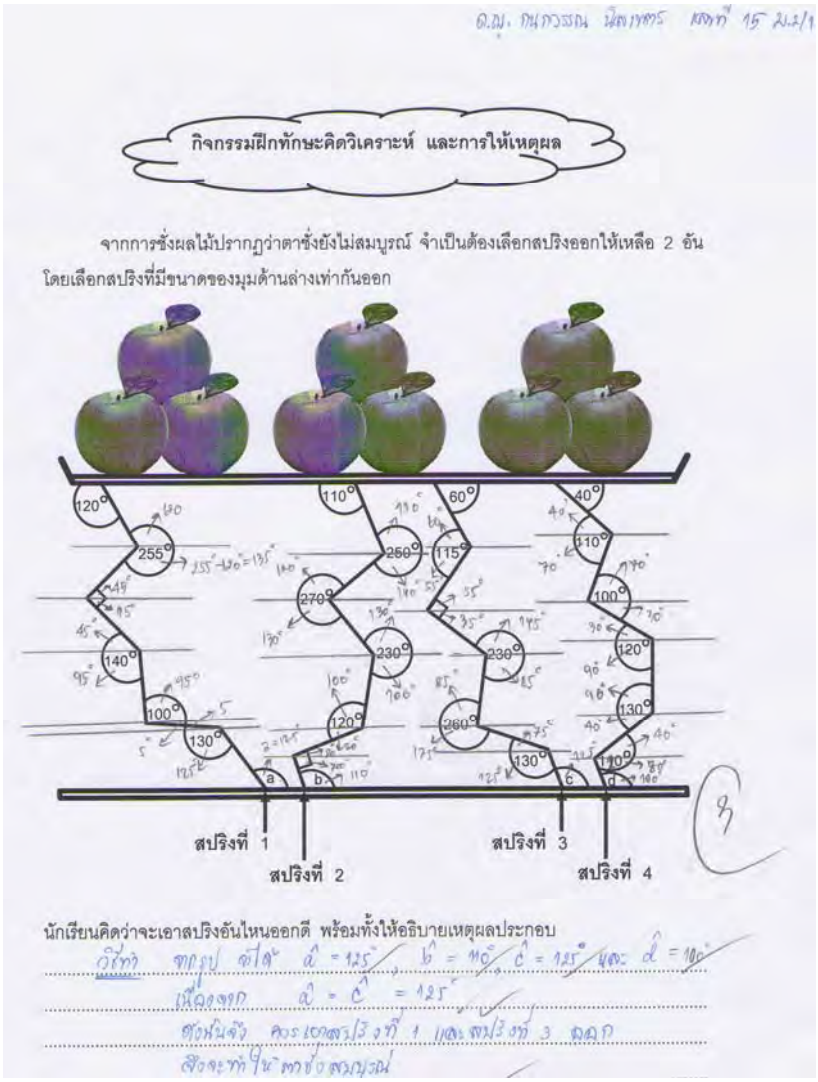
ด.ช. เวียร์ ไม่ควรเขียนวิธีแสดงความเป็นเจ้าของบนโต๊ะ ควรจะมีสติไปเตือนๆ ที่อยู่ด้วย หรือ ไม่งั้นก็แจ้งครูเข้าไป

ภาพที่ 14 แสดงตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 11.4 เรื่อง “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม” ของนักเรียนในกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 14 และโดยภาพรวม พบว่า นักเรียนในกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่มีการหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือใช้การอ้างเหตุผลที่ไม่มีหลักฐานชัดเจน มีลักษณะวกไปวนมา หยิบยกประเด็นหรือข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการให้เหตุผล

2. ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ซึ่งผู้วิจัยให้นักเรียนทำประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนที่ 11 ในขั้นของการขยายความคิด ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 15

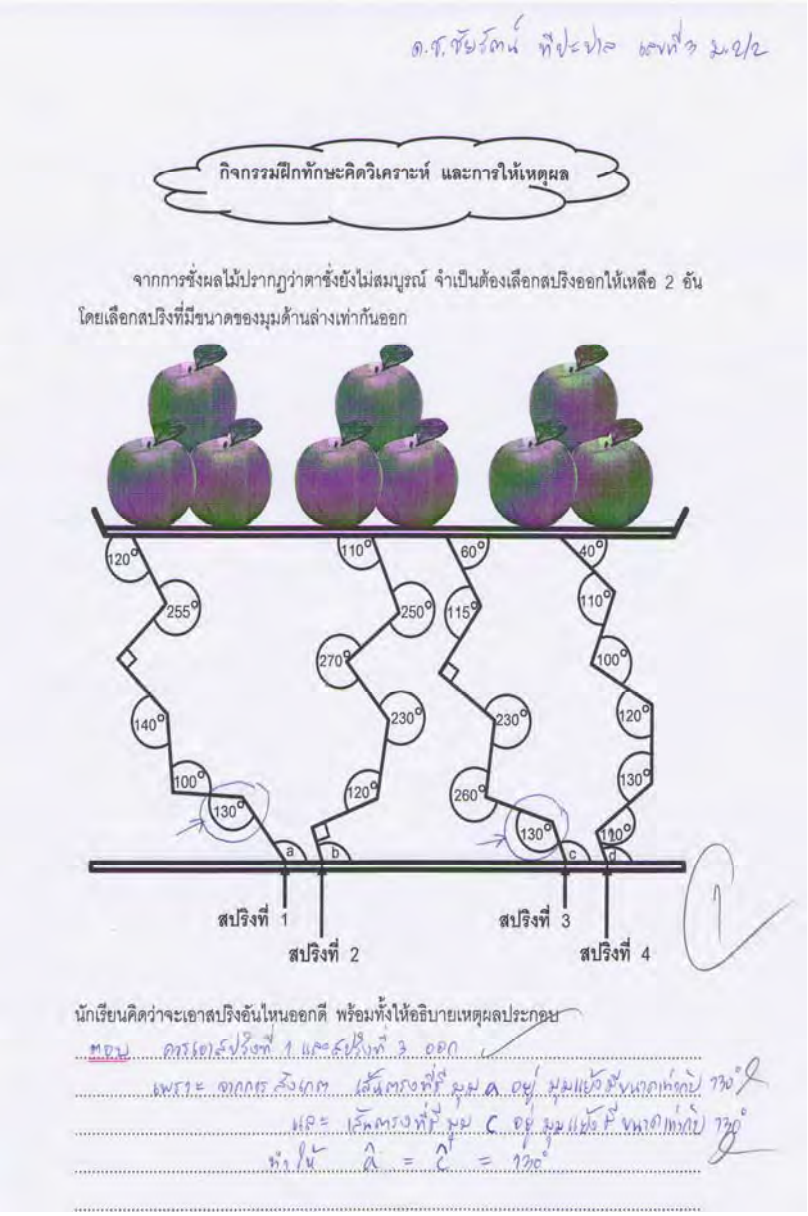


ภาพที่ 15 แสดงตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง และมีการอธิบายเหตุผลที่สมเหตุสมผลในการสนับสนุนคำตอบที่ได้

จากภาพที่ 15 พบว่า การทำใบกิจกรรมของนักเรียนในกลุ่มทดลองใช้แนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบที่แตกต่างกันในการหาคำตอบ แต่นักเรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้เหมือนกัน อีกทั้งผลจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่ของกลุ่ม

ทดลองสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดในการสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังมีนักเรียนประมาณร้อยละ 10 ของกลุ่มทดลอง ที่สามารถหาคำตอบได้ แต่มีการอ้างอิงหรือเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการหาคำตอบ

ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลของนักเรียนในกลุ่มควบคุม ซึ่งผู้วิจัยให้นักเรียนทำใบกิจกรรมประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนที่ 11 ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 16

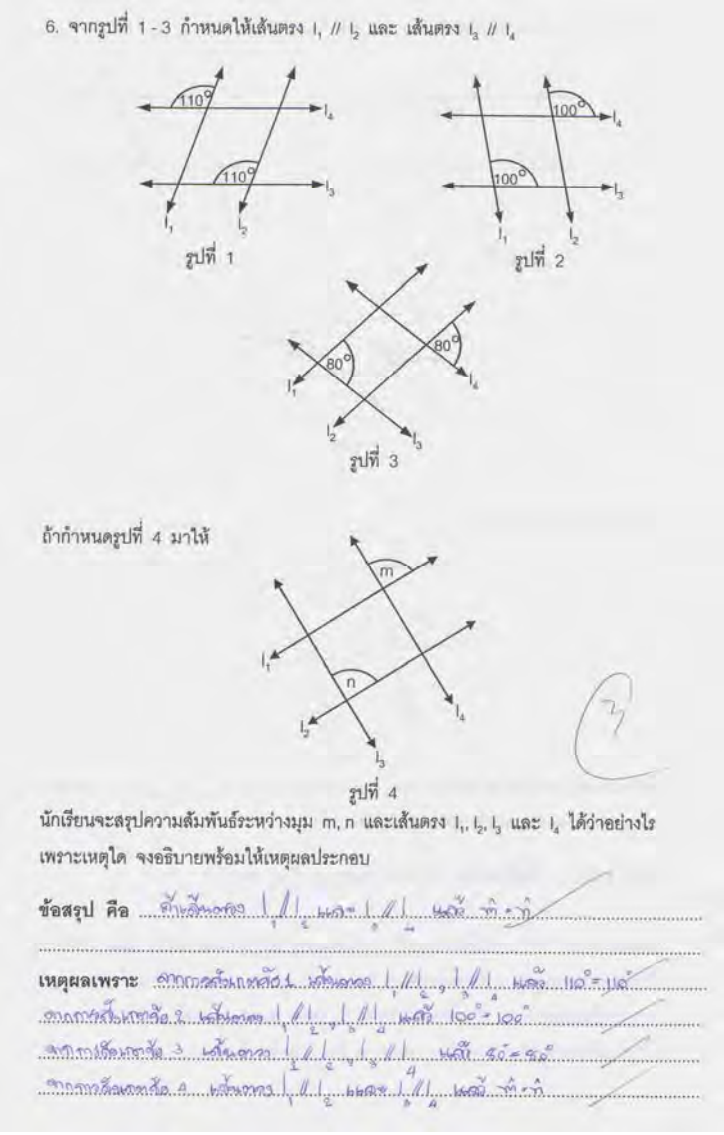


ภาพที่ 16 แสดงตัวอย่างการทำใบกิจกรรมฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลของนักเรียนในกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 16 ข้างต้น จะเห็นได้ว่า นักเรียนโดยส่วนใหญ่ในกลุ่มควบคุมสามารถหาคำตอบของปัญหาได้แต่มีการอ้างอิงที่ไม่สมเหตุสมผลในการหาคำตอบ ทั้งนี้ยังมีนักเรียนประมาณร้อยละ 20 ของกลุ่มควบคุมที่สามารถหาคำตอบและแสดงแนวคิดในการสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้อง

3. ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

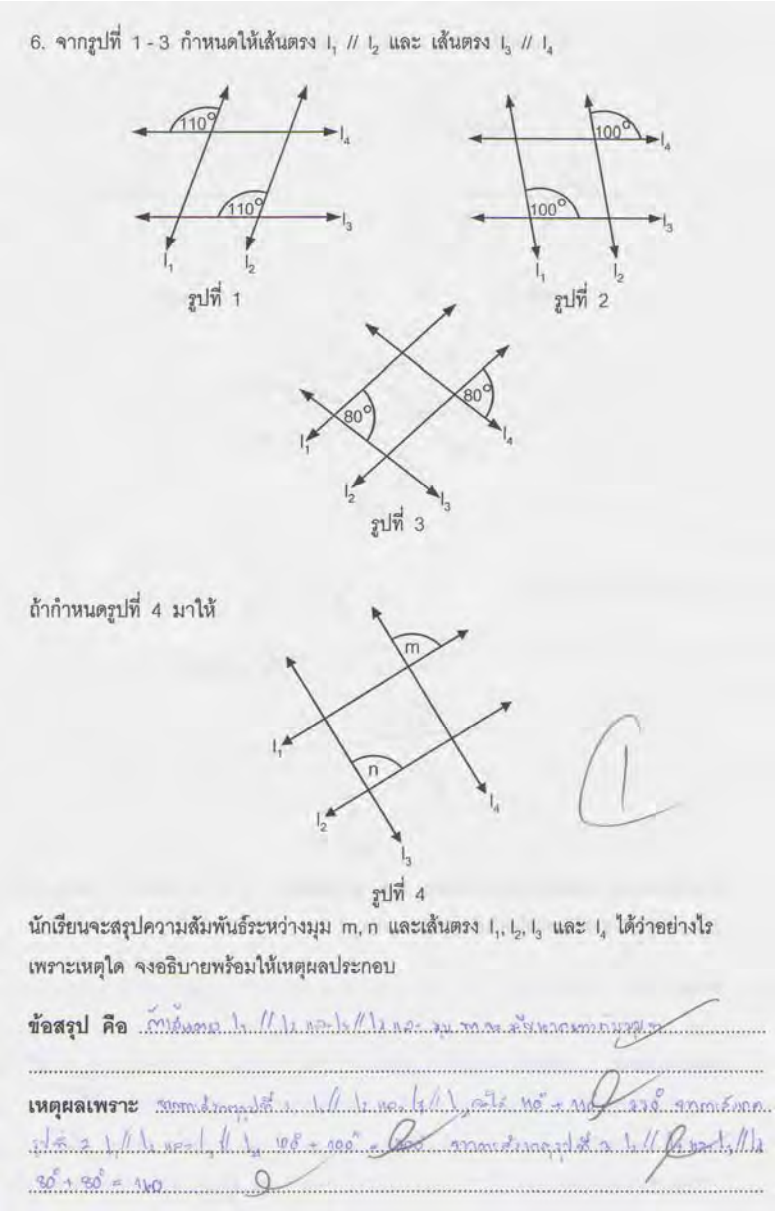
ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองแสดงดังภาพที่ 17



ภาพที่ 17 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 17 จะเห็นได้ว่า นักเรียนโดยส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและหาข้อมูลหลักฐานที่สมเหตุสมผลในการสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจน

ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม แสดงดังภาพที่ 18

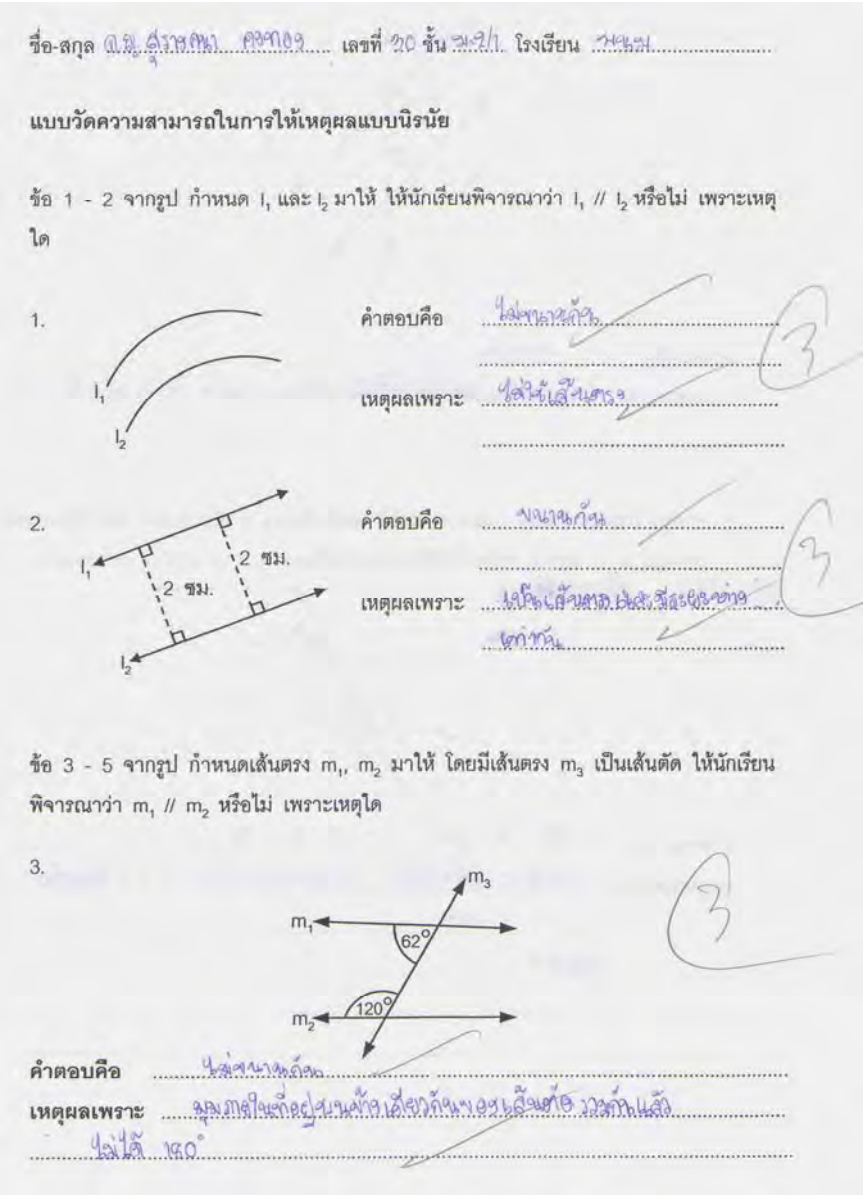


ภาพที่ 18 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 18 จะเห็นได้ว่า นักเรียนในกลุ่มควบคุมโดยส่วนใหญ่หาข้อสรุปของคำตอบได้ แต่เมื่อให้อธิบายแนวคิด นักเรียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน

4. ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

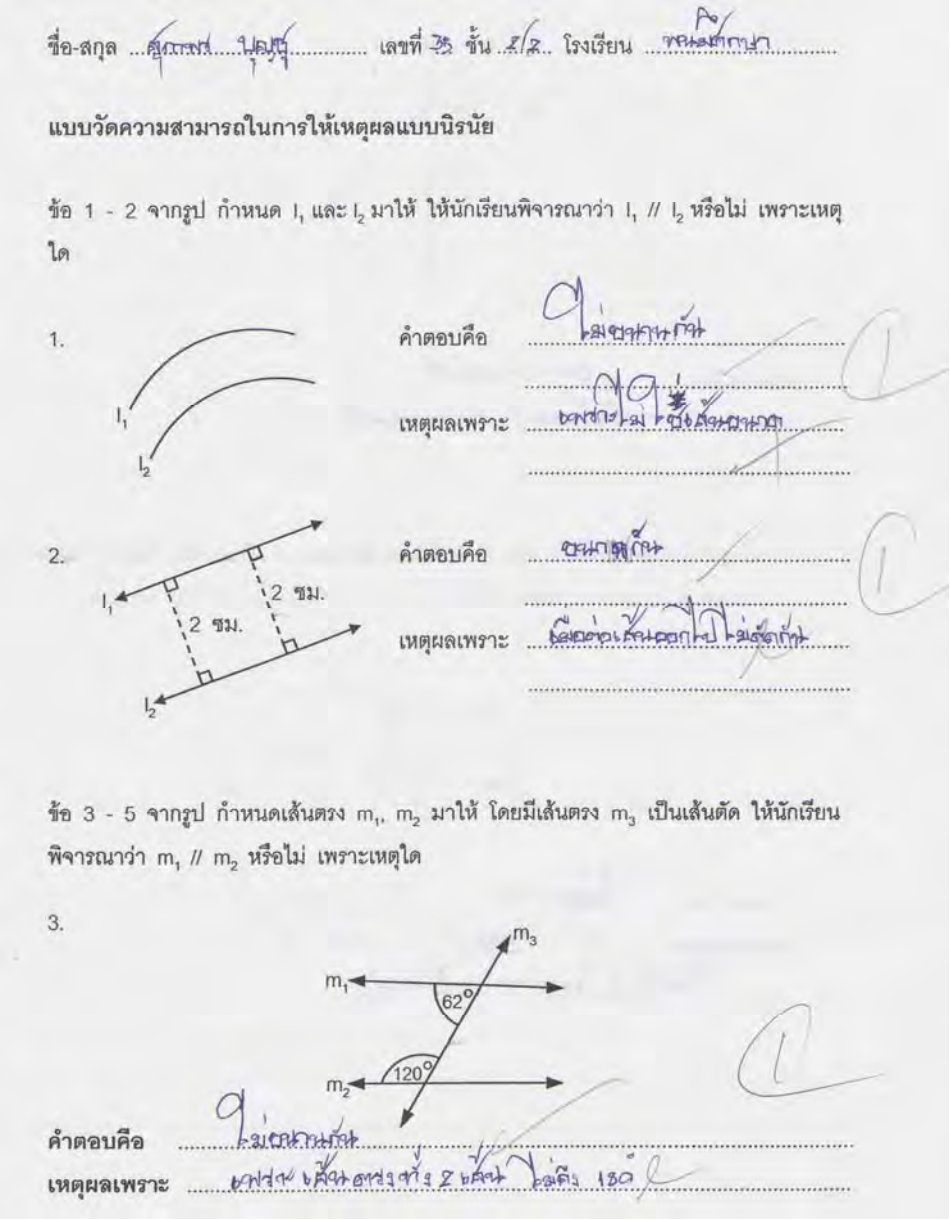
ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม แสดงดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากภาพที่ 19 จะเห็นได้ว่านักเรียนโดยส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดในการสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม แสดงดังภาพที่ 20


ชื่อ-สกุล ..... เลขที่ 35 ชั้น ม.2 โรงเรียน .....

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ข้อ 1 - 2 จากรูป กำหนด l_1 และ l_2 มาให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่า $l_1 \parallel l_2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

1.

คำตอบคือ .....
เหตุผลเพราะ .....

2.

คำตอบคือ .....
เหตุผลเพราะ .....

ข้อ 3 - 5 จากรูป กำหนดเส้นตรง m_1, m_2 มาให้ โดยมีเส้นตรง m_3 เป็นเส้นตัด ให้นักเรียนพิจารณาว่า $m_1 \parallel m_2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

3.

คำตอบคือ .....
เหตุผลเพราะ .....

ภาพที่ 20 แสดงตัวอย่างผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากภาพที่ 20 จะเห็นได้ว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมโดยส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีการอ้างอิงหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการสนับสนุนคำตอบที่ได้

ภาคผนวก ช

ตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ภาพที่ 21 แสดงตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ภาพที่ 22 แสดงตัวอย่างภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางเสาวรัตน์ รามแก้ว เกิดเมื่อวันที่ 19 กันยายน พุทธศักราช 2524 อยู่บ้านเลขที่ 123 หมู่ที่ 1 ตำบลดุสิต อำเภอถ้ำพรรณรา จังหวัดนครศรีธรรมราช 84260 ได้รับทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู และปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จากมหาวิยาลัยทักษิณ เมื่อปีการศึกษา 2547 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2551 ปัจจุบันรับราชการครู ตำแหน่งครู คศ.1 โรงเรียนบ้านทุ่งกรวด อำเภอทุ่งใหญ่ จังหวัดนครศรีธรรมราช