

การศึกษาการทำนายอายุของชิ้นงานที่มีรอยร้าวภายใต้สภาวะความเครียดระนาบ
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายธนวิช ศรีเจริญชัย



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2544
ISBN 974-03-1048-6
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A STUDY OF LIFE PREDICTION FOR CRACKED BODIES UNDER PLANE STRAIN
CONDITION BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Mr. Thanawat Sricharoenchai

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

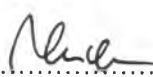
Chulalongkorn University

Academic Year 2001

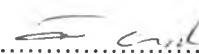
ISBN 974-03-1048-6

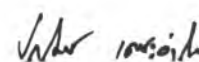
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาการทำนายอายุความล้าของชิ้นงานที่มีรอยร้าวภายใต้สภาวะความเครียดระนาบโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
โดย	นายธนวิษ ศรีเจริญชัย
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ก่อเกียรติ บุญชูกุล


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต



..... คณะบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

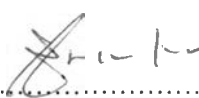
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทยา ยงเจริญ)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ก่อเกียรติ บุญชูกุล)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ชินเทพ เพ็ญชาติ)

ธนวัช ศรีเจริญชัย : การศึกษาการทำนายอายุของชิ้นงานที่มีรอยร้าวภายใต้สภาวะ
ความเครียดระนาบโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (A STUDY OF LIFE
PREDICTION FOR CRACKED BODIES UNDER PLANE STRAIN CONDITION
BY THE FINITE ELEMENT METHOD) อ.ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์
เดชะอำไพ, อ.ที่ปรึกษาร่วม : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ก่อเกียรติ บุญชูกุล, 193 หน้า.
ISBN 974-03-1048-6.

วิทยานิพนธ์นี้ทำการศึกษาการวิเคราะห์ปัญหาการร้าวในสองมิติภายใต้สภาวะ
ความเครียดระนาบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้
ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ตัวประกอบความเข้มของความเค้นรวมทั้งประยุกต์โปรแกรม
ดังกล่าวเพื่อทำนายอายุความล้าและแนวทางเดินของรอยร้าว

ในการวิเคราะห์ปัญหาการร้าวนี้จะประยุกต์เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อที่ได้
เลื่อนจุดต่อกลางด้านที่ติดกับปลายรอยร้าวเข้ามา ณ ตำแหน่งหนึ่งในสี่ของความยาวด้าน และ
ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นสามารถหาได้ด้วยวิธีการประมาณค่านอกช่วงของระยะ
การเคลื่อนตัวที่บริเวณปลายรอยร้าว นอกจากนี้ยังได้ประยุกต์เทคนิคการปรับของเอลิเมนต์
โดยอัตโนมัติในการคำนวณเพื่อเพิ่มความแม่นยำของผลเฉลยที่ได้ ในงานวิจัยนี้ได้ทดสอบหา
อัตราการเติบโตของรอยร้าวภายใต้ความล้าของชิ้นทดสอบมาตรฐานแบบ CT และแบบคานดัด
สามจุดกุด ซึ่งทำจากวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 และวัสดุ AL 6063-T6 ณ สภาวะอากาศที่
อุณหภูมิห้อง โดยมีอัตราส่วนภาระในการทดสอบเท่ากัน จากผลการทดสอบพบว่าอัตราการเติบโต
ของรอยร้าวไม่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของชิ้นทดสอบเมื่ออยู่ภายใต้ภาระรูปแบบที่ 1 เช่นเดียวกัน

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นสามารถทำได้โดย
เปรียบเทียบผลการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับผลลัพธ์จากการคำนวณ
ด้วยวิธีอื่นๆ ที่มีอยู่ในปัญหาเดียวกัน ซึ่งพบว่าผลที่ได้มีความสอดคล้องกัน จากนั้นจึง
วิเคราะห์ปัญหาการทำนายอายุความล้าในชิ้นทดสอบมาตรฐานแบบ CT และแบบคานดัดสาม
จุดกุด โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นร่วมกับอัตราการเติบโตของรอยร้าวที่ได้จาก
การทดสอบ ซึ่งพบว่าผลการคำนวณอายุความล้าในชิ้นทดสอบดังกล่าวมีความสอดคล้องกับผล
การทดสอบ นอกจากนี้ยังสามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปประยุกต์เพื่อใช้ในการทำนาย
แนวทางเดินของรอยร้าวโดยผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกับผลเฉลยในเอกสารอ้างอิง

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล..... ลายมือชื่อนิสิต..... *To M*
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *Jan K. ...*
ปีการศึกษา..... 2544..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม..... *.....*

4170328621 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: FINITE ELEMENT / CRACK PROPAGATION / STRESS INTENSITY FACTOR / FATIGUE / LIFE PREDICTION

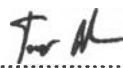
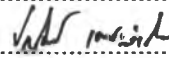

THANAWAT SRICHAROENCHAI : A STUDY OF LIFE PREDICTION FOR CRACKED BODIES UNDER PLANE STRAIN CONDITION BY THE FINITE ELEMENT METHOD. THESIS ADVISOR : PROF. PRAMOTE DECHAUMPHAI, Ph.D. THESIS COADVISOR : ASST. PROF. KAUKERT BOONCHUKOSOL, Ph.D. 193 pp.
ISBN 974-03-1048-6.

A finite element method for two-dimensional crack problems under plane strain condition is presented. A corresponding finite element computer program was developed to compute the stress intensity factor, the crack growth path including the fatigue life.

For crack problems, stresses at crack tip in elastic bodies are determined by using the six-node isoparametric triangular elements with quarter point mid-side nodes around the crack tip. The stress intensity factor is determined by the displacement extrapolation technique. In order to obtain higher solution accuracy, adaptive remeshing technique was applied to place small elements in the region of high solution gradient, and at same time, to generate large elements in the other regions.

From the fatigue crack growth experiment on CT and three-point bending specimen for both ASME SA-335 Gr P22 and AL 6063-T6 under surrounding room environment at the same load ratio shows that the crack growth behavior are independent of specimen geometry for mode I loading.

The finite element computer program was verified using examples that have analytical solutions by other methods before applying to solve more complex problems. The results from several tested problems demonstrate the capability of finite element method for solving crack problems effectively.

Department	Mechanical Engineering	Student's signature	
Field of study	Mechanical Engineering	Advisor's signature	
Academic year	2001	Co-advisor's signature	

กิตติกรรมประกาศ



วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เตชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ก่อเกียรติ บุญชูกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้ให้ทั้งความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนคำปรึกษาที่มีคุณค่ายิ่งต่อผู้วิจัยในการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัย และการทำงานในอนาคต

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ และ อาจารย์ ชินเทพ เพ็ญชาติ กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำในการดำเนินงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. จีรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือผู้วิจัย มาโดยตลอดทั้งการค้นหาเอกสารทางวิชาการ การถ่ายถอดความรู้ทางด้านกลศาสตร์ การแตกหัก และชี้แนะแนวทางอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ พี่วิโรจน์ ลีมิตรการ พี่นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ และพี่สุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพานิช ตลอดจนสมาชิกในห้องวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่าน สำหรับกำลังใจ และคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในระหว่างการทำงานวิจัยนี้ และขอขอบคุณเพื่อนๆ และรุ่นพี่ปริญญาโททุกท่านที่คอยช่วยเหลือตลอดเวลาทำการวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ที่คอยให้กำลังใจและให้ความสนับสนุน การศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา ประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบ เป็นกตัญญูตาบูชาแต่บิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

ธนวัช ศรีเจริญชัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฎ
สารบัญภาพ	ฏ
คำอธิบายสัญลักษณ์	ถ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	3
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์	4
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	5
1.6 ปรัชศน์วรรณกรรม	6
บทที่ 2 กลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น	11
2.1 สมมุติฐานของกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น	12
2.2 ลักษณะของภาวะที่กระทำต่อรอยร้าว	12
2.3 การวิเคราะห์ความเค้นในชิ้นงานที่มีรอยร้าว	13
2.4 การวิเคราะห์ความเค้นของ Westergaard	15
2.5 การวิเคราะห์ความเค้นสำหรับภาวะแบบที่ 1	16
2.6 ตัวประกอบความเข้มของความเค้น	19
2.7 ความต้านทานการแตกร้าว	22
บทที่ 3 การประยุกต์แนวทางกลศาสตร์การแตกหักเข้ากับปัญหาความล้า	24
3.1 พารามิเตอร์พื้นฐานของภาวะกระทำแบบรอบ	24
3.2 แนวทางกลศาสตร์การแตกหัก	26
3.2.1 สมการแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจาก ความล้า	29
3.2.2 การประเมินอายุความล้า	30

บทที่ 4 การวิเคราะห์ปัญหาการรอยร้าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	35
4.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของของแข็งในสองมิติ	35
4.2 เงื่อนไขขอบเขต	36
4.3 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	39
4.4 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ	41
4.5 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	43
4.6 การคำนวณเอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง	47
4.7 การคำนวณความเค้นบนเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ	51
4.8 เอลิเมนต์บริเวณปลายรอยร้าว	55
4.9 การหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น	58
4.10 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าว	60
บทที่ 5 การทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวภายใต้ภาระแบบที่ 1	62
5.1 รายละเอียดของขั้นตอนทดสอบ	62
5.2 เครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบ	64
5.3 สภาพที่ใช้ในการทดสอบ	67
5.4 วิธีการทดสอบ	68
5.5 วิธีการเก็บข้อมูล	68
5.6 ผลการทดสอบ	69
5.7 สรุปผลการทดสอบ	75
บทที่ 6 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับปัญหาของแข็งยืดหยุ่นได้ที่มี	
 รอยร้าว	78
6.1 ลักษณะของโปรแกรม KFACTOR	78
6.2 รายละเอียดของโปรแกรม KFACTOR	79
6.3 ลักษณะของไฟล์ข้อมูลนำเข้า	79
6.4 ลักษณะของไฟล์ผลลัพธ์	82
บทที่ 7 เทคนิคการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	84
7.1 หลักการของเทคนิคการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	84
7.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับประยุกต์การปรับขนาดเอลิเมนต์	91
7.2.1 โปรแกรม BUILT	94

7.2.2	รายละเอียดของโปรแกรม BUILT	95
7.2.3	ลักษณะของไฟล์ข้อมูลนำเข้าสำหรับโปรแกรม BUILT	95
7.2.4	ไฟล์ข้อมูลผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม BUILT	97
7.2.5	โปรแกรม SPACE	97
7.2.6	รายละเอียดของโปรแกรม SPACE	99
7.2.7	ลักษณะของไฟล์ข้อมูลนำเข้าสำหรับโปรแกรม SPACE	99
7.2.8	ไฟล์ข้อมูลผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม SPACE	99
บทที่ 8	การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	100
8.1	แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวตรงกลางภายใต้ความเค้นดึง	100
8.2	แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ ความเค้นดึง	106
8.3	แผ่นสี่เหลี่ยมแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้างภายใต้ ความเค้นดึง	111
8.4	รอยร้าวที่ขอบรูเจาะในแผ่นสี่เหลี่ยมแบนภายใต้ความเค้นดึง	118
8.5	รอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบทั้งสองข้างของแผ่นสี่เหลี่ยมแบน ภายใต้ความเค้นดึง	124
บทที่ 9	การประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาต่าง ๆ	132
9.1	การทำนายอายุรอยร้าวในชั้นทดสอบมาตรฐานแบบ CT	132
9.2	การทำนายอายุรอยร้าวในชั้นทดสอบมาตรฐานแบบคานัดัด สามจุดกด	140
9.3	การคำนวณหาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นภายใต้ ภาระผสมแบบที่ 1 และ 2	145
9.4	การทำนายแนวรอยร้าวในแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้ ความเค้นเฉือน	149
บทที่ 10	บทสรุป ปัญหาที่พบ และข้อเสนอแนะ	153
10.1	บทสรุป	153
10.2	ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์	155

10.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต	156
รายการอ้างอิง	157
ภาคผนวก	160
ภาคผนวก ก คุณสมบัติของวัสดุ	161
ภาคผนวก ข ข้อมูลจากการทดลอง	162
ภาคผนวก ค โปรแกรมคอมพิวเตอร์ KFACTOR	167
ภาคผนวก ง ตัวอย่างการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของ ความเค้น	183
ภาคผนวก จ ตัวอย่างการคำนวณอายุความล้าของรอยร้าว	189
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	193

สารบัญตาราง

	หน้า	
ตารางที่ 5.1	สภาวะทดสอบที่ใช้ในการศึกษา	67
ตารางที่ 5.2	สภาวะในการสร้างรอยร้าวเริ่มต้น	68
ตารางที่ 8.1	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงของ M. Isida	105
ตารางที่ 8.2	ค่าความผิดพลาดของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ M. Isida	105
ตารางที่ 8.3	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับสมการของ O. L. Bowie	110
ตารางที่ 8.4	ค่าความผิดพลาดของตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ O. L. Bowie	110
ตารางที่ 8.5	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับสมการของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter	116
ตารางที่ 8.6	ค่าความผิดพลาดของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter	117
ตารางที่ 8.7	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับสมการของ J. C. Newman, Jr.	123
ตารางที่ 8.8	ค่าความผิดพลาดของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ J. C. Newman, Jr.	129
ตารางที่ 8.9	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับสมการของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao	129
ตารางที่ 8.10	ค่าความผิดพลาดของตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ คำนวณได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao	130
ตารางที่ 9.1	สภาวะทดสอบที่ใช้ในการศึกษาสำหรับชั้นทดสอบมาตรฐาน แบบ CT	135
ตารางที่ 9.2	ตารางเปรียบเทียบผลการทำนายอายุรอยร้าวในชั้นทดสอบ มาตรฐานแบบ CT	138
ตารางที่ 9.3	สภาวะทดสอบที่ใช้ในการศึกษาสำหรับชั้นทดสอบมาตรฐาน แบบคานัดัดสามจุดกด	139

ตารางที่ 9.4	ตารางเปรียบเทียบผลการทำนายอายุรอยร้าวในชั้นทดสอบ มาตรฐานแบบคานัดัดสามจุดกด	142
ตารางที่ 9.5	เปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น ที่ได้กับผลเฉลยของ W. K. Wilson	147
ตารางที่ ก.1	องค์ประกอบทางเคมีของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 (wt.%)	158
ตารางที่ ก.2	องค์ประกอบทางเคมีของวัสดุ AL 6063-T6 (wt.%)	158
ตารางที่ ก.3	คุณสมบัติเชิงกลของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 และ AL 6063-T6	158
ตารางที่ ข.1	ข้อมูลการทดสอบอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบ แบบ CT ของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และสภาวะของภาระเท่ากับ 2.400 ± 0.800 ตัน	159
ตารางที่ ข.2	ข้อมูลการทดสอบอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบ แบบคานัดัดสามจุดกดของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และสภาวะของภาระ เท่ากับ 2.600 ± 0.867 ตัน	160
ตารางที่ ข.3	ข้อมูลการทดสอบอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบ แบบ CT ของวัสดุ AL6063-T6 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระ เท่ากับ 0.5 และสภาวะของภาระเท่ากับ 1.000 ± 0.333 ตัน	161
ตารางที่ ข.4	ข้อมูลการทดสอบอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบ แบบคานัดัดสามจุดกดของวัสดุ AL6063-T6 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และสภาวะของภาระเท่ากับ 1.000 ± 0.333 ตัน	162
ตารางที่ ง.1	ผลจากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาแผ่นแบนที่มี รอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	182
ตารางที่ ง.2	ผลจากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาแผ่นแบนที่มี รอยร้าวอยู่ที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	185
ตารางที่ จ.1	ผลการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ความยาว รอยร้าวต่างๆ สำหรับชั้นทดสอบมาตรฐานแบบ CT ซึ่งรับภาระ แบบรอบขนาด 2.04 ± 0.8 ตัน	187
ตารางที่ จ.2	การคำนวณหาค่าประมาณของอายุความล้าในชั้นทดสอบมาตรฐาน แบบ CT สำหรับวัสดุ ASME SA-335 Gr P22	189

สารบัญภาพ

		หน้า
รูปที่ 2.1	แสดงลักษณะของภาวะที่กระทำต่อรอยร้าวแบบต่างๆ	13
รูปที่ 2.2	แสดงระบบพิกัดที่ปลายรอยร้าว	14
รูปที่ 2.3	แสดง Singularity dominated zone	15
รูปที่ 2.4	แสดงแผ่นแบนขนาดใหญ่ที่มีรอยร้าวขนาด $2a$ และรับภาระ ความเค้นที่ระยะไกลๆ เท่ากับ σ	16
รูปที่ 2.5	แสดงลักษณะชิ้นงานทดสอบมาตรฐานแบบ MT และ แบบ CT สำหรับทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากความล้า	21
รูปที่ 2.6	แสดงมิติของชิ้นงานทดสอบภายใต้เงื่อนไขการประยุกต์ใช้งาน กลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น	22
รูปที่ 2.7	แสดงผลของการเพิ่มขนาดของชิ้นงานต่อความต้านทานการแตกร้าว ภายใต้ภาวะแบบที่ 1	23
รูปที่ 3.1	แสดงภาวะกระทำเป็นรอบแบบแอมพลิฟูดคงที่	25
รูปที่ 3.2	เส้นโค้งการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากความล้า	27
รูปที่ 3.3	เส้นโค้งแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากความล้า	28
รูปที่ 3.4	แสดงการคำนวณหาอายุความล้าด้วยพื้นที่ใต้เส้นโค้ง	31
รูปที่ 3.5	แสดงผลกระทบของความยาวรอยร้าวสุดท้ายต่ออายุความล้า	33
รูปที่ 4.1	แสดงของแข็งยืดหยุ่นได้ซึ่งถูกกระทำด้วยแรงภายนอกภายใต้ สภาวะสมดุล	35
รูปที่ 4.2	เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเล็กๆ ภายใต้สภาวะสมดุลของของแข็งยืดหยุ่นได้ ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน 2 มิติ	36
รูปที่ 4.3	การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	39
รูปที่ 4.4	เอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย 3 จุดต่อ โดยมีตัวไม่ทราบค่า ณ จุดต่อ	39
รูปที่ 4.5	แสดงเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ	41
รูปที่ 4.6	การกระจายตัวของผลเฉลยโดยประมาณบนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม แบบหกจุดต่อ	48
รูปที่ 4.7	การกระจายตัวของความเค้นบนเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ	53
รูปที่ 4.8	ลักษณะของเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยร้าว	56
รูปที่ 4.9	การเลื่อนจุดต่อกลางด้านมาที่ตำแหน่ง p เพื่อหาดำแหน่งซิงกูลาริตี้ สำหรับเอลิเมนต์ 1 มิติ	56

	หน้า	
รูปที่ 4.10	ทิศทางของรอยร้าว	61
รูปที่ 5.1	รูปร่างและขนาดมิติของชั้นทดสอบแบบ CT	63
รูปที่ 5.2	รูปร่างและขนาดมิติของชั้นทดสอบแบบคานัดัดสามจุดกด	63
รูปที่ 5.3	เครื่องมือทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าว	64
รูปที่ 5.4	ส่วนควบคุมหลักของเครื่องทดสอบความล้า	65
รูปที่ 5.5	ส่วนชุดไฮดรอลิกของเครื่องทดสอบความล้า	65
รูปที่ 5.6 ก)	แสดงส่วนยึดจับชิ้นงานสำหรับชั้นทดสอบแบบ CT	66
รูปที่ 5.6 ข)	แสดงส่วนยึดจับชิ้นงานสำหรับชั้นทดสอบแบบคานัดัดสามจุดกด	66
รูปที่ 5.7	กล้องไมโครสโคปที่ใช้ในการทดสอบ	66
รูปที่ 5.8	ไดอัลเกจและตัวยึดจับ	67
รูปที่ 5.9	การวางชั้นทดสอบบนกล้องไมโครสโคป	69
รูปที่ 5.10	กราฟแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบแบบ CT ของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และภาระสูงสุดเท่ากับ 3.200 ตัน (2.400 ± 0.800 ตัน)	71
รูปที่ 5.11	กราฟแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบแบบคานัดัดสามจุดกดของวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และภาระสูงสุดเท่ากับ 3.467 ตัน (2.600 ± 0.867 ตัน)	72
รูปที่ 5.12	กราฟแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบแบบ CT ของวัสดุ AL 6063-T6 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และภาระสูงสุดเท่ากับ 1.333 ตัน (1.000 ± 0.333 ตัน)	73
รูปที่ 5.13	กราฟแสดงอัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับชั้นทดสอบแบบคานัดัดสามจุดกดของวัสดุ AL 6063-T6 ณ สภาวะทดสอบ อัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5 และภาระสูงสุดเท่ากับ 1.333 ตัน (1.000 ± 0.333 ตัน)	74
รูปที่ 5.14	กราฟแสดงผลของรูปร่างของชั้นทดสอบที่มีต่ออัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับวัสดุ ASME SA-335 Gr P22 ที่มีอัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5	76
รูปที่ 5.15	กราฟแสดงผลของรูปร่างของชั้นทดสอบที่มีต่ออัตราการเติบโตของรอยร้าวสำหรับวัสดุ AL 6063-T6 ที่มีอัตราส่วนภาระเท่ากับ 0.5	77
รูปที่ 6.1	ลักษณะขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม KFACTOR	80
รูปที่ 6.2	รูปแบบของผลลัพธ์ตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม KFACTOR	83

รูปที่ 7.1	ความเค้นที่ตำแหน่งใด ๆ เปรียบเทียบกับความเค้นที่แนวแกนหลัก	85
รูปที่ 7.2	การเรียงตัวของเอลิเมนต์รอบจุดต่อ i	86
รูปที่ 7.3	ลำดับขั้นตอนการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดของเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติ	93
รูปที่ 7.4	ลำดับการทำงานของโปรแกรม BUILT	95
รูปที่ 7.5	ลำดับการทำงานของโปรแกรม SPACE	98
รูปที่ 7.6	รูปแบบของผลลัพธ์ตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม SPACE	99
รูปที่ 8.1	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	101
รูปที่ 8.2	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	102
รูปที่ 8.3	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ กึ่งกลางของแผ่น	102
รูปที่ 8.4	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มี รอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	103
รูปที่ 8.5	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ กึ่งกลางของแผ่น	104
รูปที่ 8.6	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มี รอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	104
รูปที่ 8.7	เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับ ผลเฉลยของ Isida	106
รูปที่ 8.8	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทางด้านซ้าย	107
รูปที่ 8.9	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	107
รูปที่ 8.10	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าว อยู่ที่ขอบของแผ่น	108
รูปที่ 8.11	ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับ รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าว อยู่ที่ขอบข้างเดียว	108
รูปที่ 8.12	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าว ที่ขอบข้างเดียว	109

รูปที่ 8.13	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบข้างเดียว	109
รูปที่ 8.14	เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับสมการของ Bowie	111
รูปที่ 8.15	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้าง	112
รูปที่ 8.16	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	113
รูปที่ 8.17	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบทั้งสองข้าง	113
รูปที่ 8.18	ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหา	114
รูปที่ 8.19	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้าง	115
รูปที่ 8.20	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบทั้งสองข้าง	115
รูปที่ 8.21	เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับผลเฉลยของ J. P. Benthem และ W. T. Koiter	117
รูปที่ 8.22	รูปร่างของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน	118
รูปที่ 8.23	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	119
รูปที่ 8.24	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน	120
รูปที่ 8.25	ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน	120
รูปที่ 8.26	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน	121
รูปที่ 8.27	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรูเจาะในแผ่นแบน	122
รูปที่ 8.28	เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับผลเฉลยของ J. C. Newman, Jr.	124

		หน้า
รูปที่ 8.29	รูปร่างของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน	125
รูปที่ 8.30	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	126
รูปที่ 8.31	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน	126
รูปที่ 8.32	ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน	127
รูปที่ 8.33	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบแผ่นแบน	128
รูปที่ 8.34	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหารอยร้าวจากรอยเจาะที่ขอบของแผ่นแบน	128
รูปที่ 8.35	เปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่คำนวณได้กับผลเฉลยของ Y. Yamamoto, Y. Sumi และ K. Ao	131
รูปที่ 9.1	แผนภาพแสดงขั้นตอนการทำนายอายุความล้าของรอยร้าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	134
รูปที่ 9.2	ลักษณะและรายละเอียดของขั้นตอนมาตรฐานแบบ CT	136
รูปที่ 9.3	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	136
รูปที่ 9.4	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์หลังการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับขั้นตอนมาตรฐานแบบ CT ที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ	137
รูปที่ 9.5	กราฟเปรียบเทียบค่าพิสัยความเข้มของความเค้นที่ได้กับมาตรฐาน ASTM	138
รูปที่ 9.6	ลักษณะและรายละเอียดของขั้นตอนมาตรฐานแบบคานตัดสามจุดกุด	140
รูปที่ 9.7	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	140
รูปที่ 9.8	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์หลังการปรับขนาดของเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติสำหรับขั้นตอนมาตรฐานแบบคานตัดสามจุดกุดที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ	141
รูปที่ 9.9	กราฟเปรียบเทียบค่าพิสัยความเข้มของความเค้นที่ได้กับมาตรฐาน ASTM	142
รูปที่ 9.10	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	143

รูปที่ 9.11	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบและอยู่ภายใต้ความเค้นเฉือน	144
รูปที่ 9.12	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	144
รูปที่ 9.13	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	145
รูปที่ 9.14	ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นแบบ Von Mises, N/mm^2 สำหรับรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	146
รูปที่ 9.15	แผนภาพแสดงขั้นตอนการทำนายอายุความล้มของรอยร้าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	149
รูปที่ 9.16	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	150
รูปที่ 9.17	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงแนวทางเดินของรอยร้าว	151
รูปที่ ง.1	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	180
รูปที่ ง.2	รูปร่างและรายละเอียดของปัญหาที่นำมาพิจารณา	181
รูปที่ ง.3	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มแรกของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางของแผ่น	181
รูปที่ ง.4	ลักษณะการวางตัวของของเอลิเมนต์สำหรับปลายรอยร้าวในปัญหาที่มีความสมมาตร	182
รูปที่ ง.5	รูปร่างของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวอยู่ที่ขอบภายใต้ความเค้นเฉือน	183
รูปที่ ง.6	รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นของปัญหาแผ่นแบนที่มีรอยร้าวที่ขอบและอยู่ภายใต้ความเค้นเฉือน	184
รูปที่ ง.7	ลักษณะของเอลิเมนต์บริเวณปลายรอยร้าว	184
รูปที่ จ.1	รูปร่างและรายละเอียดของขั้นตอนทดสอบมาตรฐานแบบ CT	186

คำอธิบายสัญลักษณ์

A	พื้นที่ของเอลิเมนต์
a	ความยาวรอยร้าว
a_i	ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นของชั้นทดสอบ
a_f	ความยาวรอยร้าวสุดท้ายของชั้นทดสอบ
B	ขนาดมิติของความหนาชั้นทดสอบ
[B]	เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าเคลื่อนตัว
C	ค่าคงตัวในสมการของปารีส
[C]	เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด
da/dN	อัตราการเติบโตของรอยร้าว
E	ค่าคงที่ของการยืดหยุ่น
e	ค่าความผิดพลาด
F	ตัวประกอบเรขาคณิต แรงวัตถุ
f	ตัวประกอบเรขาคณิต
f_{ij}	ฟังก์ชันไร้หน่วยของมุม θ
$\{F_o\}$	โพลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากความเค้นเริ่มต้น
$\{F_B\}$	โพลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากแรงวัตถุ
$\{F_T\}$	โพลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากแรงที่ผิว
G	ค่าโมดูลัสของการเฉือน
$g_{ij}^{(m)}$	ฟังก์ชันไร้หน่วยของมุม θ
H	ขนาดมิติความสูงของชั้นทดสอบ
h	ขนาดโดยเฉลี่ยของเอลิเมนต์
i	หมายเลขจุดต่อบนเอลิเมนต์
[J]	เมตริกซ์แบบยาโคบี
K	ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น
[K]	เอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง
K_I	ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นภายใต้ภาวะรูปแบบที่ 1
K_{II}	ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นภายใต้ภาวะรูปแบบที่ 2
K_C	ค่าความต้านทานการแตกร้าวของวัสดุ
K_{IC}	ค่าความต้านทานการแตกร้าวของวัสดุในสภาวะความ เครียดระนาบ
K_{th}	ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นที่ขีดเริ่ม

m	ค่าเลขยกกำลังในสมการของปารีส
\max	ค่าสูงสุด
\min	ค่าต่ำสุด
N	จำนวนรอบของภาระที่มากกระทำต่อชิ้นงาน
$[N]$	เมตริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับการเคลื่อนตัว
N_i	รอบของภาระที่กระทำ ณ ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น
N_f	รอบของภาระที่กระทำ ณ ความยาวรอยร้าวสุดท้าย
N_{if}	จำนวนรอบของภาระที่มากกระทำตั้งแต่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นจนถึงความยาวรอยร้าวสุดท้าย
\hat{n}	เวกเตอร์ตั้งฉากกับพื้นผิว
P	ภาระที่มากกระทำต่อชิ้นงาน
R	อัตราส่วนภาระ อัตราส่วนความเค้น อัตราส่วนตัวประกอบความเข้มของความเค้น ค่าเศษตกค้างในวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างของกัลเลอร์คิน
T	อุณหภูมิ
T_0	อุณหภูมิที่วัสดุนั้นไม่มีความเค้น
T_x	แรงที่ขอบนอกในทิศทางแกน x
T_y	แรงที่ขอบนอกในทิศทางแกน y
$[TR]$	เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นบนจุดของเกาส์และความเค้นบนจุดต่อต่างๆ ของเอลิเมนต์
u	ระยะการเคลื่อนตัวในแนวแกน x
v	ระยะการเคลื่อนตัวในแนวแกน y
W	ขนาดมิติความกว้างของชั้นทดสอบ ฟังก์ชันน้ำหนัก น้ำหนัก
x	ระยะในแนวแกนราบ
y	ระยะในแนวแกนตั้ง
$Z(z)$	ฟังก์ชันความเค้นเชิงซ้อน
$\overline{Z(z)}$	อินทิกรัลอันดับที่หนึ่งของ $Z(z)$
$\overline{\overline{Z(z)}}$	อินทิกรัลอันดับที่สองของ $Z(z)$
$Z'(z)$	อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ $Z(z)$
α	ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวของความร้อน

γ	ความเครียดเฉือน
ε	ความเครียดในแนวตั้งฉาก
η	ระยะในแนวแกน η ของระบบพิกัดธรรมชาติ
θ	มุมในระบบพิกัดเชิงขั้ว
λ	ตัวแปรในการปรับขนาดของเอลิเมนต์
ν	อัตราส่วนปัวส์ซอง
ξ	ระยะในแนวแกน ξ ของระบบพิกัดธรรมชาติ
σ	ความเค้นในแนวตั้งฉาก
σ_a	แอมพลิจูดความเค้น
σ_m	ความเค้นเฉลี่ย
τ	ความเค้นเฉือน
ϕ	ฟังก์ชันความเค้นของ Westergaard
Φ	ฟังก์ชันคำตอบของปัญหา
Δ	ค่าพิสัย