

บทที่ 2

กลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น

ในการใช้งานของชิ้นส่วนต่างๆ ทางวิศวกรรมส่วนใหญ่จะรับภาระที่กระทำกับชิ้นส่วน เหล่านั้นในลักษณะของแรงกระทำซ้ำ ซึ่งภาระเช่นนี้จะก่อให้เกิดความล้าบนชิ้นส่วนและทำให้ ชิ้นส่วนดังกล่าวเกิดรอยร้าวขึ้น โดยทั่วไปนั้นรอยร้าว (Crack) หรือตำหนิ (Flaw) ต่างๆ ที่เกิด ขึ้นในชิ้นงานนั้น จะมีผลกระทบต่อความแข็งแรงของชิ้นงานนั้น จึงได้มีผู้ทำการศึกษาและ ค้นคว้าถึงผลกระทบดังกล่าว ในปี ค.ศ. 1913 Inglis [20] ได้ค้นพบตัวแปรเชิงปริมาณที่แสดง ถึงผลของรอยร้าวต่อความแข็งแรงของวัสดุ โดยเปรียบเทียบรอยร้าวทำหน้าที่เป็นตัวเพิ่มความเค้น (Stress raisers) ซึ่งพิจารณาจากแผ่นแบนขนาดใหญ่ (Infinite plate) ที่มีรูเจาะเป็น รูปวงรี และถูกกระทำด้วยภาระความเค้นตั้งฉากกับแนวแกนหลักของวงรี เขาได้หาสมการ ที่ใช้ในการคำนวณความเค้นในรูปของรัศมีความโค้งที่จุดปลายแกนหลัก (Major axis) ของ รูเจาะรูปวงรีดังกล่าวออกมา แต่สำหรับในกรณีที่รัศมีความโค้งมีค่าเข้าสู่ศูนย์ (Sharp crack) ค่าความเค้นที่ได้จากสมการของ Inglis จะมีค่าเข้าสู่อนันต์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง เนื่องจากเมื่อความเค้นที่บริเวณปลายรอยร้าวมีค่าเพิ่มขึ้นถึงความเค้นคราก (Yield stress) แล้ว บริเวณดังกล่าวจะเกิดการเสียรูปแบบพลาสติก (Plastic zone) ดังนั้นความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณ ปลายรอยร้าวจะมีค่าจำกัดอยู่ที่ค่าหนึ่ง แสดงว่าสมการของ Inglis นี้ไม่สามารถที่จะอธิบาย พฤติกรรมของชิ้นงานที่เกิดรอยร้าวขึ้นได้ จึงได้มีผู้พัฒนาทฤษฎีขึ้นมาเพื่ออธิบายพฤติกรรม ดังกล่าวโดยในปี ค.ศ. 1920 Griffith [21] ได้ทำการประยุกต์ใช้กฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์ เพื่อหาความสัมพันธ์ของการเติบโตของรอยร้าวขึ้นภายใต้ความสมดุลของพลังงาน โดย กล่าวว่ “รอยร้าวจะมีการขยายตัวเพิ่มขึ้น เมื่อพลังงานความเครียดยืดหยุ่นมีค่ามากกว่า พลังงานที่วัสดุต้องการเพื่อสร้างผิวใหม่ของรอยร้าว” แต่จากความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ยังคง ใช้งานได้กับเฉพาะวัสดุเปราะเท่านั้น ซึ่งต่อมาในปี ค.ศ. 1948 Irwin [22] และ Orowan [23] ได้ทำการพัฒนารูปแบบความสัมพันธ์ของ Griffith ขึ้น เพื่อให้สามารถนำรูปแบบความสัมพันธ์ นี้ไปใช้งานได้กับวัสดุเหนียวด้วย โดยได้เพิ่มผลของพลาสติกเข้าไปในรูปแบบความสัมพันธ์ และในปี ค.ศ. 1956 Irwin [25] ได้เสนอวิธีการทางพลังงานสำหรับการแตกหัก โดยได้กำหนด ปริมาณอัตราการปลดปล่อยพลังงานของความเครียด (Energy release rate) ขึ้นมา ซึ่งเป็น พลังงานที่ใช้ในการขยายตัวของรอยร้าวหนึ่งหน่วยต่อความหนาหนึ่งหน่วย โดยปริมาณนี้จะ เป็นปริมาณที่แสดงถึงภาพรวมของการขยายตัวของรอยร้าว และมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (Stress intensity factor) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์หลักที่เป็น ตัวควบคุมพฤติกรรมของรอยร้าวที่เกิดขึ้น

2.1 สมมุติฐานของกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น

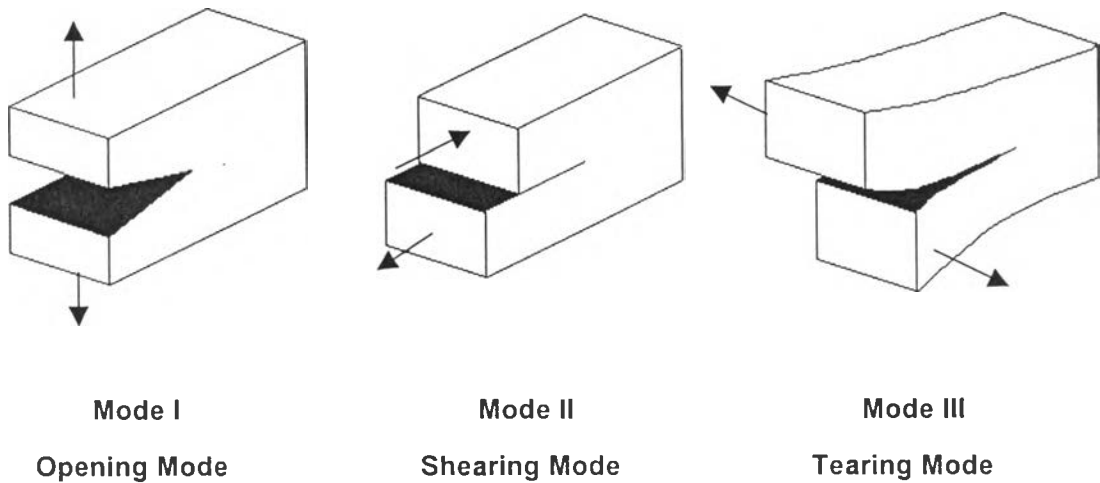
เนื่องจากทฤษฎีของกลศาสตร์การยืดหยุ่นเชิงเส้นเป็นทฤษฎีที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของการประยุกต์ทฤษฎีของอีลาสติคิตี (Theory of elasticity) บนชิ้นงานที่มีรอยร้าวหรือตำหนิอยู่ ดังนั้นข้อสมมุติฐานต่างๆ ในทฤษฎีการยืดหยุ่นเชิงเส้นจะมีลักษณะเช่นเดียวกับทฤษฎีของอีลาสติคิตี กล่าวคือ

- มีระยะเคลื่อนตัวน้อย (Small displacements) โดยข้อกำหนดนี้ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นไปในลักษณะแบบเชิงเส้น
- วัสดุมีคุณสมบัติเหมือนกันในทุกทิศทาง (Isotropic material)
- วัสดุมีความเป็นเนื้อเดียวกัน และมีคุณสมบัติเหมือนกันในทุกๆ ตำแหน่ง (Homogeneous material)

2.2 ลักษณะของภาวะที่กระทำต่อรอยร้าว

ลักษณะของภาวะโดยทั่วไปที่กระทำต่อรอยร้าวสามารถแยกออกได้เป็น 3 ลักษณะ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ซึ่งจะแบ่งตามความแตกต่างของการเคลื่อนตัวของผิวหน้ารอยร้าวได้ดังต่อไปนี้

1. **แบบเปิด (Opening mode)** มีลักษณะคือ ภาวะที่มากกระทำจะตั้งฉากกับระนาบของรอยร้าวซึ่งทำให้ผิวหน้ารอยร้าวเปิดแยกออกจากกัน โดยทั่วไปทางวิศวกรรมจะพบว่า ลักษณะภาวะในรูปแบบนี้จะเป็นรูปแบบที่นำไปสู่ความเสียหายต่อชิ้นงานที่มีรอยร้าวมากกว่าภาวะในรูปแบบอื่นๆ
2. **แบบเฉือน (Shearing mode)** มีลักษณะคือ ภาวะจะกระทำในลักษณะที่ทำให้ผิวหน้าของรอยร้าวไถลสัมผัสกันไปในทิศทางตั้งฉากกับขอบหน้า (Leading edge) ของรอยร้าว
3. **แบบฉีก (Tearing mode)** มีลักษณะคือ ภาวะจะกระทำในลักษณะที่ทำให้ผิวหน้าของรอยร้าวไถลสัมผัสกันไปในทิศทางขนานกันกับขอบหน้าของรอยร้าว



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะของภาวะที่กระทำต่อรอยร้าวแบบต่างๆ

2.3 การวิเคราะห์ความเค้นในชิ้นงานที่มีรอยร้าว

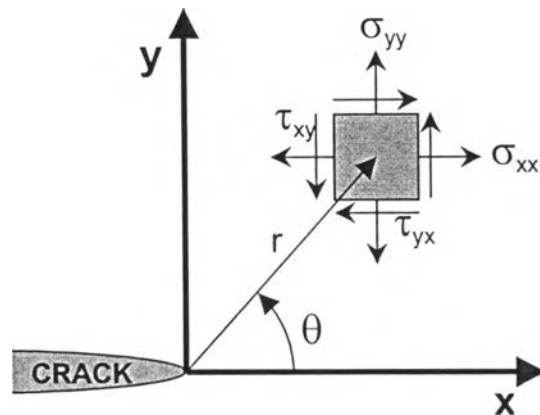
สำหรับชิ้นงานที่มีรอยร้าวที่ถูกกระทำด้วยภาวะภายนอกนั้น สามารถทำการวิเคราะห์หาความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณรอยร้าวภายใต้เงื่อนไขของการแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้นได้หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งได้มีผู้ทำการวิจัยและศึกษาหาผลเฉลยแม่นยำตรงของความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นที่มีรอยร้าว โดยการศึกษาความเค้นดังกล่าวนี้ถูกจำกัดสำหรับวัตถุที่มีขนาดใหญ่ (Infinite body), รูปร่าง และเงื่อนไขขอบเขตไม่ซับซ้อนมาก โดยสามารถเขียนรูปแบบทั่วไปของสนามความเค้นในวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นที่มีรอยร้าวในพิกัดเชิงขั้ว [25] ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.2 ได้ดังนี้

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) \cdot f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) + \dots \quad (2.1)$$

โดยที่ σ_{ij} แทนองค์ประกอบของความเค้น ณ ตำแหน่งใดๆ (Stress tensor)

A_m, k แทนค่าคงตัว

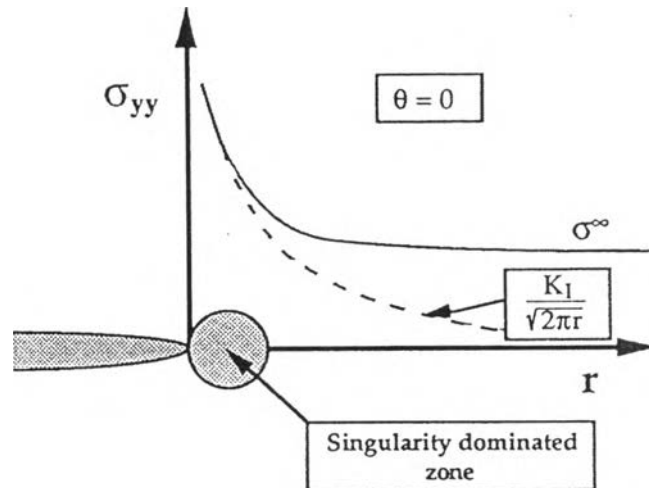
และ $f_{ij}, g_{ij}^{(m)}$ แทนฟังก์ชันไร้หน่วยของมุม θ



รูปที่ 2.2 แสดงระบบพิกัดที่ปลายรอยร้าว

ในพจน์อันดับสูงของสมการ (2.1) จะขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุ แต่จะพบว่าในรูปร่างของวัตถุทุกรูปแบบนั้นจะมีพจน์แรกของสมการ (2.2) อยู่ด้วย ซึ่งพจน์แรกนี้จะแปรผันตาม $\frac{1}{\sqrt{r}}$ นั่นคือ ที่ตำแหน่งปลายรอยร้าว หรือที่ระยะ r เข้าใกล้ศูนย์ ความเค้นที่เกิดขึ้นจะเข้าสู่อนันต์ก่อให้เกิดความเค้นแบบซิงกูลาริตี (Singularity stress) ขึ้น ซึ่งสมการดังกล่าวนี้เป็นการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้น แต่ในความเป็นจริงแล้ววัสดุจะเกิดการเสียรูปแบบพลาสติกขึ้น เมื่อความเค้นที่เกิดขึ้นที่บริเวณปลายรอยร้าวมีค่าถึงความเค้นครากของวัสดุ โดยวัสดุนั้นจะเกิดการเสียรูปแบบพลาสติก (Plastic zone) ที่บริเวณปลายรอยร้าว แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้นนั้น ยังคงใช้งานได้เป็นอย่างดี ในการวิเคราะห์ปัญหาที่ขนาดของบริเวณการเสียรูปแบบพลาสติกมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับขนาดความยาวของรอยร้าว และขนาดมิติโดยรวมของวัตถุ

Suresh [26] ได้กล่าวว่า เพียงพจน์แรกของสมการที่ (2.1) ก็เพียงพอต่อการแสดงถึงค่าความเค้นที่บริเวณใกล้ๆ ปลายรอยร้าวได้ เนื่องจากว่าในบริเวณดังกล่าวนี้พจน์แรกของสมการมีค่าสูงกว่าพจน์อันดับที่สูงขึ้นที่เหลืออยู่มาก เมื่อค่า r มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งบริเวณที่พจน์แรกของสมการนี้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมสนามความเค้นนี้ว่า Singularity dominated zone



รูปที่ 2.3 แสดง Singularity dominated zone

2.4 การวิเคราะห์ความเค้นของ Westergaard

Westergaard [2] ได้ทำการวิเคราะห์หาความเค้นในวัตถุยืดหยุ่นได้เชิงเส้นที่มีรอยร้าว ด้วยฟังก์ชันความเค้นที่อยู่ในรูปแบบของตัวแปรเชิงซ้อน โดย Westergaard ได้ใช้แนวทางในการวิเคราะห์เช่นเดียวกับฟังก์ชันความเค้น (Stress function) ของ Airy [29] และฟังก์ชันความเค้นของ Westergaard คือ

$$\phi = \text{Re}(\bar{Z}) + y \cdot \text{Im}(\bar{Z}) \quad (2.2)$$

โดยที่ $Z(z)$ แทนฟังก์ชันความเค้นเชิงซ้อน ซึ่ง $z = x + iy$ และ $i = \sqrt{-1}$

$\bar{Z}(z)$ แทนอินทิกรัลอันดับที่หนึ่งของ $Z(z)$ เทียบกับ z หรือ $\bar{Z}(z) = \int Z(z) dz$

$\overline{\bar{Z}}(z)$ แทนอินทิกรัลอันดับที่สองของ $Z(z)$ เทียบกับ z หรือ $\overline{\bar{Z}}(z) = \int (\int Z(z) dz) dz$

โดยฟังก์ชันความเค้นของ Westergaard จะต้องสอดคล้องกับสมการแสดงความสมดุลในรูปแบบของฟังก์ชันความเค้น คือ

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \quad (2.3)$$

จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับฟังก์ชันความเค้นของ Westergaard ดังนี้

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \operatorname{Re}(Z) - y \cdot \operatorname{Im}(Z') \quad (2.4ก)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \operatorname{Re}(Z) + y \cdot \operatorname{Im}(Z') \quad (2.4ข)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = -y \cdot \operatorname{Re}(Z) \quad (2.4ค)$$

โดยที่ σ_{xx} และ σ_{yy} แทนความเค้นหลักในแนวแกน x และ y ตามลำดับ

τ_{xy} แทนความเค้นเฉือนบนระนาบ xy

$Z'(z)$ แทนอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ $Z(z)$ เทียบกับ z หรือ $Z'(z) = \frac{dZ(z)}{dz}$

2.5 การวิเคราะห์ความเค้นสำหรับภาวะแบบที่ 1

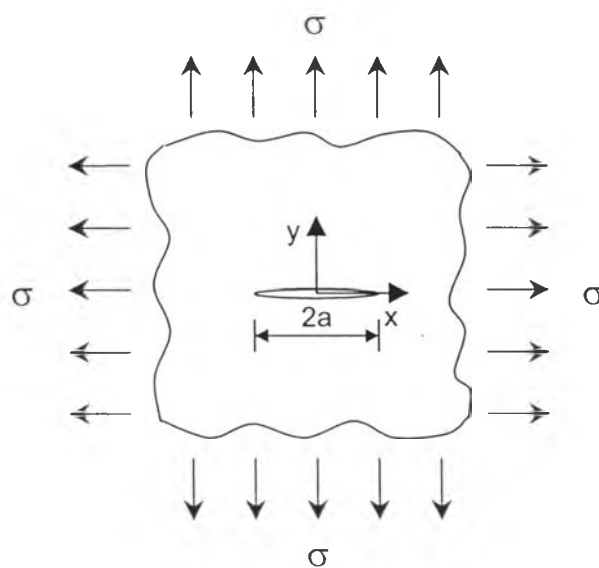
พิจารณาแผ่นแบนที่มีขนาดใหญ่มาก (Infinite plate) ซึ่งมีรอยร้าวขนาด $2a$ ถูกกระทำด้วยภาวะความเค้นดังรูปที่ 2.4 โดยสามารถเขียนในลักษณะของเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาได้ดังนี้

$$\sigma_{yy} = 0 \quad \text{เมื่อ } -a < x < a \quad (2.5ก)$$

$$\sigma_{yy} = \infty \quad \text{เมื่อ } x = \pm a \quad (2.5ข)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma \quad \text{เมื่อ } y \text{ เข้าใกล้อนันต์} \quad (2.5ค)$$

และ $\sigma_{xx} = \sigma \quad \text{เมื่อ } x \text{ เข้าใกล้อนันต์} \quad (2.5ง)$



รูปที่ 2.4 แสดงแผ่นแบนขนาดใหญ่ที่มีรอยร้าวขนาด $2a$ และรับภาวะความเค้นที่ระยะไกลๆ เท่ากับ σ

จากสมการ (2.3), (2.4) และเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (2.5) จะได้ฟังก์ชันความเค้นเชิงซ้อนสำหรับฟังก์ชันความเค้นของ Westergaard คือ

$$Z(z) = \frac{\sigma \cdot z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (2.6)$$

เพื่อความสะดวกในการทำความเข้าใจ จึงได้ทำการกำหนดระบบพิกัดขึ้นใหม่ โดยให้จุดปลายรอยร้าวเป็นจุดกำเนิดของพิกัดใหม่ (ξ) ดังนั้น

$$\xi = z - a = r \cdot e^{i\theta} \quad (2.7)$$

จะได้

$$Z(\xi) = \frac{\sigma \cdot (a + \xi)}{\sqrt{(a + \xi)^2 - a^2}} \quad (2.8)$$

เมื่อ $\xi \ll a$ จะสามารถเขียนสมการ (2.8) ใหม่ คือ

$$Z(\xi) = \frac{\sigma \cdot a}{\sqrt{2 \cdot a \cdot \xi}} \quad (2.9)$$

แทนสมการ (2.7) ลงในสมการ (2.9) จะได้

$$Z(\xi) = \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot e^{-\frac{i\theta}{2}} \quad (2.10)$$

จากนั้นทำการแทนสมการ (2.10) นี้ ลงในสมการ (2.4) จะได้สมการแสดงสนามความเค้นที่บริเวณปลายรอยร้าวดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \begin{Bmatrix} 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

และในกรณีความเค้นระนาบ $\sigma_{zz} = 0$ (2.12ก)

กรณีความเค้นเครียดระนาบ $\sigma_{zz} = \nu \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ (2.12ข)

โดยที่ σ_{xx} , σ_{yy} และ σ_{zz} แทนความเค้นหลักในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ
 τ_{xy} แทนความเค้นเฉือนบนระนาบ xy
 K_I แทนพารามิเตอร์ตัวประกอบความเข้มของความเค้นภายใต้การระบุแบบที่ 1
 ν แทนค่าอัตราส่วนปัวซองส์ (Poisson's ratio)

จากสมการ (2.11) พิจารณาที่ $\theta = 0^\circ$ จะได้

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \quad (2.13)$$

เมื่อพิจารณารูปที่ 2.3 จะพบว่า ความเค้นหลักในแนวแกน x และ y ในสมการ (2.13) นั้น สามารถใช้ได้เพียงบริเวณใกล้ปลายรอยร้าวเท่านั้น ส่วนความเค้นในบริเวณที่ห่างออกไปไกลๆ นั้น จะถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งหากว่าวัตถุที่มีรอยร้าวนี้ถูกกระทำด้วยความเค้นสม่ำเสมอ (σ^∞) จะได้ว่า ความเค้นในแนวแกน y ที่ระยะห่างไกลจากปลายรอยร้าว นั้น จะมีค่าเป็น σ^∞ นั่นคือ สมการ (2.13) จะสามารถใช้งานได้จริงในบริเวณใกล้ๆ ปลายรอยร้าวเท่านั้น ซึ่งบริเวณนี้จะเรียกว่า Singularity dominated zone หรืออาจเรียกได้อีกอย่างว่า K-dominated zone เนื่องจากบริเวณนี้จะถูกควบคุมด้วยพารามิเตอร์ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (K_I) ดังแสดงในสมการ (2.13)

จากทฤษฎีของอีลาสติกซิตี้อะไรจะให้ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนตัวและฟังก์ชันความเค้นในรูปแบบของตัวแปรเชิงซ้อน [27] ดังนี้

$$u = \frac{1}{2\mu} [(1 - 2\nu) \cdot \text{Re}(\bar{Z}) - y \cdot \text{Im}(Z)] \quad (2.14ก)$$

$$v = \frac{1}{2\mu} [2(1 - \nu) \cdot \text{Im}(\bar{Z}) - y \cdot \text{Re}(Z)] \quad (2.14ข)$$

เมื่อแทนสมการ (2.10) ลงในสมการ (2.14) จะได้ค่าการเคลื่อนตัวของวัตถุที่บริเวณปลายรอยร้าวคือ

$$u = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [\kappa - 1 + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)] \quad (2.15ก)$$

$$v = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [\kappa + 1 - 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)] \quad (2.15ข)$$

โดยที่ $\kappa = 3 - 4\nu$ ในกรณีความเค้นระนาบ
 $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ ในกรณีความเค้นระนาบ
 u, v แทนค่าการเคลื่อนตัวในทิศทางแกน x และ y ตามลำดับ
 G แทนค่าโมดูลัสของการเฉือน

และสมการแสดงเคลื่อนตัวที่ในสมการ (2.14) นี้ จะสามารถใช้ได้ในบริเวณใกล้ๆ ปลายรอยร้าว เท่านั้นเช่นเดียวกัน

2.6 ตัวประกอบความเข้มของความเค้น

พารามิเตอร์ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (Stress intensity factor) สามารถเขียนในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$K_I = \lim_{\theta, r \rightarrow 0} (\sigma_{yy} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}) \quad (2.16)$$

โดยที่ ตัวห้อย I แสดงถึงการรับภาระในรูปแบบที่ 1

ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (K) เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงขนาดของความเค้นที่เกิดขึ้นที่บริเวณใกล้ๆ ปลายรอยร้าว หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงระดับความรุนแรงของสภาวะที่ปลายรอยร้าว นั้น ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปแบบภาระที่มากกระทำ, ขนาดของรอยร้าว, รูปร่างของรอยร้าว และรูปร่างขอบเขตของวัตถุที่มีรอยร้าว นั้น โดยสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$K = F \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (2.17)$$

โดยที่ σ แทนภาระความเค้นที่มากกระทำกับชิ้นงาน
 a แทนความยาวรอยร้าว

F แทนตัวประกอบเรขาคณิต (Geometry factor) ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของชิ้นงาน และรอยร้าวนั้น

สำหรับทางด้านการทดลองนั้น ได้มีการกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบความเข้มของความเค้นกับขนาดของภาระที่มากกระทำ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ โดยเขียนอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$K_I = \frac{P}{B \cdot \sqrt{W}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.18)$$

โดยที่ P แทนขนาดของภาระที่มากกระทำต่อชิ้นงานทดสอบ

B แทนขนาดของมิติที่แสดงถึงความหนาของชิ้นงานทดสอบ

W แทนขนาดของมิติที่แสดงถึงความกว้างของชิ้นงานทดสอบ

$f\left(\frac{a}{W}\right)$ แทนตัวประกอบเรขาคณิต (Geometry factor)

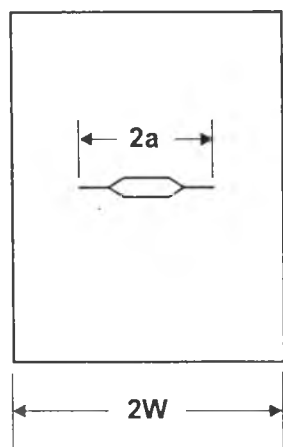
โดยทั่วไปรูปแบบของชิ้นงานมาตรฐานสำหรับการทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวที่นิยมใช้ คือ ชิ้นงานทดสอบมาตรฐานแบบ MT และแบบ CT ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งมีรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นในชิ้นทดสอบมาตรฐานทั้งสองได้มีการกำหนดอยู่ในมาตรฐาน ASTM E647-95a [28] ดังนี้

สำหรับชิ้นทดสอบมาตรฐานแบบ MT (สำหรับช่วง $2a/W < 0.95$)

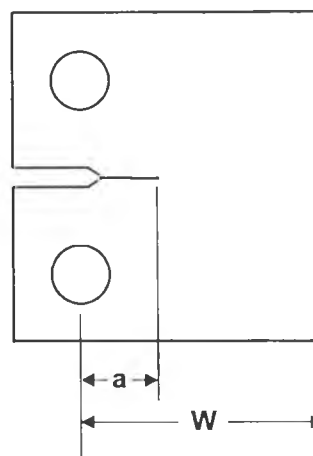
$$K_I = \frac{P}{B\sqrt{W}} \cdot \sqrt{\frac{\pi a}{4W} \sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \quad (2.19)$$

สำหรับชิ้นทดสอบมาตรฐานแบบ CT (สำหรับช่วง $a/W \geq 0.2$)

$$K_I = \frac{P}{B\sqrt{W}} \cdot \frac{2 + a/W}{(1 - a/W)^{3/2}} \cdot [0.886 + 4.64(a/W) - 13.32(a/W)^2 + 14.72(a/W)^3 - 5.60(a/W)^4] \quad (2.20)$$



Middle Tension Specimen (MT)



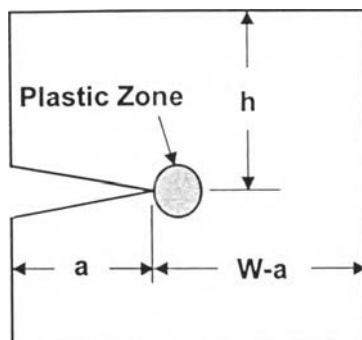
Compact Tension Specimen (CT)

รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะชิ้นงานทดสอบมาตรฐานแบบ MT และ แบบ CT สำหรับทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากความล้า

โดยทั่วไปในการทดสอบส่วนมากจะใช้ลักษณะชิ้นงานมาตรฐานแบบ CT ซึ่งเป็นชิ้นงานที่อยู่ในลักษณะของความเครียดระนาบ (Plane strain condition) และชิ้นงานทดสอบมาตรฐานนี้จะเป็นตัวแทนของชิ้นงานที่อยู่ภายใต้ภาวะจริง โดยจะทำการจำลองลักษณะในสภาวะจริงที่อยู่ในสภาวะแบบความเครียดระนาบมาสู่ชิ้นงานทดสอบ (ซึ่งลักษณะโดยทั่วไปของชิ้นงานจริงที่แสดงสภาวะดังกล่าว คือ รอยร้าวที่เกิดขึ้นมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับขนาดมิติของชิ้นงาน) และเนื่องจากทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์หาค่าความเข้มของความเค้นนี้เป็นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีของการแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้น ดังนั้นจึงทำให้มีข้อจำกัดในการใช้งาน คือ บริเวณการเสียรูปแบบพลาสติกจะต้องมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับขนาดของชิ้นงาน และเพื่อให้ชิ้นทดสอบอยู่ภายในข้อจำกัดนี้จึงมีการกำหนดมิติของขนาดโดยประมาณ [29] ดังนี้

$$a, (W - a), h \geq \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (2.21)$$

โดยที่ a แทนความยาวของรอยร้าว
 W - a แทนความยาวของส่วนที่ไม่มีรอยร้าว
 h แทนความสูงของชิ้นงาน



รูปที่ 2.6 แสดงมิติของชิ้นงานทดสอบภายใต้เงื่อนไขการประยุกต์ใช้งาน
กลศาสตร์การแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้น

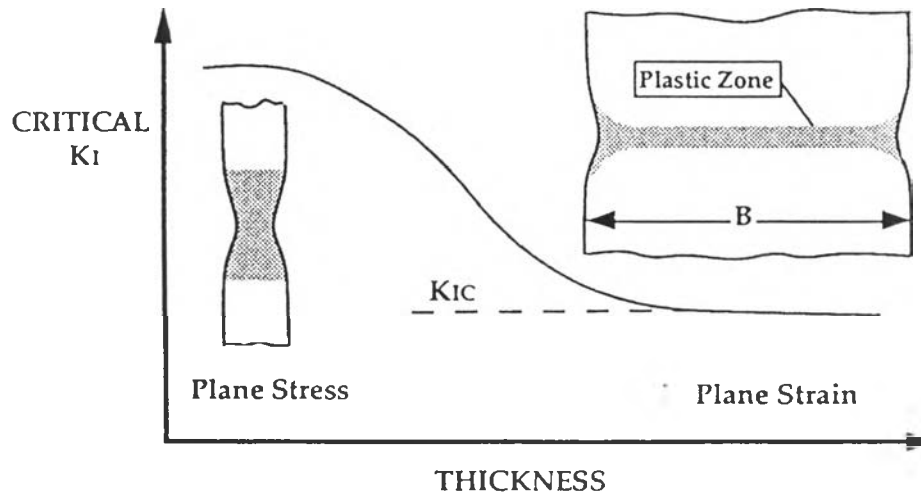
2.7 ความต้านทานการแตกร้าว

เมื่อค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นถึงค่าวิกฤต (K_C) จะก่อให้เกิดความไม่เสถียรของการแตกหัก ค่าวิกฤตของค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นนี้เรียกว่า ค่าความต้านทานการแตกร้าวของวัสดุ (Fracture toughness) โดยความต้านทานการแตกร้าวจะแสดงถึงความสามารถในการรับภาระของชิ้นงานที่มีรอยร้าวตามทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักยึดหยุ่นเชิงเส้น ความต้านทานการแตกร้าวสามารถพิจารณาเป็นขีดจำกัดในการออกแบบของค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นสำหรับวัสดุที่มีรอยร้าวในลักษณะเช่นเดียวกับการพิจารณาความเค้นครากเป็นขีดจำกัดของความเค้นในการออกแบบสำหรับวัสดุภายใต้ภาระสถิตย์ (Static load)

ค่าความต้านทานการแตกร้าวนี้ มีความสัมพันธ์กับขนาดของความยาวรอยร้าวและภาระความเค้นที่มากระทำ กล่าวคือ เมื่อความยาวรอยร้าวในชิ้นงานมีค่ามากขึ้น จะทำให้ความสามารถในการรับภาระของชิ้นงานลดน้อยลง และเมื่อรอยร้าวนั้นมีความยาวถึงความยาวรอยร้าววิกฤต (Critical crack length) ภายใต้ภาระในขณะนั้น จะทำให้ชิ้นงานนั้นไม่สามารถที่จะรับภาระได้อีกต่อไป โดยก่อให้เกิดการเสียหายของชิ้นงานทันที และเมื่อภาระความเค้นที่มากระทำต่อชิ้นงานมีค่ามาก จะมีโอกาสทำให้ชิ้นงานเกิดความแตกร้าวได้มากกว่าชิ้นงานที่อยู่ภายใต้ภาระที่ต่ำกว่า

สำหรับชิ้นงานที่มีมิติความกว้าง ความสูง และความยาวเท่ากัน เมื่อความหนาของชิ้นงานเปลี่ยนแปลงไป ค่าความต้านทานการแตกร้าวจะแตกต่างกันออกไป โดยหากทำการทดลองในชิ้นงานที่มีความหนาจากน้อยไปมาก จะพบว่าเมื่อชิ้นงานมีขนาดบาง ค่าความ

ด้านทานการแตกร้าจะมีค่าลดลงเมื่อความหนาของชิ้นงานเพิ่มขึ้น แต่เมื่อชิ้นงานมีความหนา มากขึ้นจนกระทั่งเกิดสภาวะความเครียดระนาบ (K_{IC}) แล้ว ค่าความต้านทานการแตกร้าจะมี ค่าคงที่แม้ว่าจะเพิ่มความหนาแก่ชิ้นงานอีก ดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยความต้านทาน การแตกร้าภายใต้สภาวะความเครียดระนาบนี้จะไม่ขึ้นกับรูปร่างของชิ้นงาน ซึ่งสามารถทำ การทดสอบเพื่อหาค่าความต้านทานการแตกร้าภายใต้สภาวะความเครียดระนาบของโลหะ ตามมาตรฐาน ASTM E-399 [30]



รูปที่ 2.7 แสดงผลของการเพิ่มขนาดของชิ้นงานต่อความต้านทานการแตกร้า ภายใต้ภาวะแบบที่ 1