บทที่ 2
ทฤษฎีและระบบการทำความเย็น

2.1 ระบบการทำความเย็นด้วยน้ำเย็นหมุนเวียน

สำหรับระบบการทำความเย็นด้วยน้ำเย็นหมุนเวียนนั้นจะประกอบด้วยส่วนประกอบที่สำคัญดังนี้ คอมเพรสเซอร์, คอนเดนเซอร์, อีวาโปเรเตอร์, ระบบปั๊มน้ำ และ หอทำความเย็น โดยระบบจะทำการผลิตน้ำเย็นที่ใช้สำหรับเป็นตัวกลางในการแลกเปลี่ยนความร้อนกับอากาศในบริเวณที่ต้องการการทำความเย็น ซึ่งจะมีผลทำให้ อุณหภูมิของอากาศที่อยู่ในบริเวณดังกล่าวลดลง, อุณหภูมิของน้ำเย็นเพิ่มสูงขึ้น และ ทำให้เกิดการควบแน่นของความชื้นในอากาศซึ่งจะมีผลทำให้ความชื้นในอากาศลดลง

หลังจากนั้นน้ำเย็นที่ถูกแลกเปลี่ยนความร้อนไปแล้วจะไหลวนกลับเข้ามาในระบบ ซึ่งจะมีอุณหภูมิสูงกว่าน้ำเย็นที่จะจ่ายออกจากระบบในตอนแรก และระบบก็จะทำการลดอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามาให้ลดต่ำลงอีกครั้ง แล้วจ่ายน้ำเย็นดังกล่าวออกไปยังบริเวณที่ต้องการการทำความเย็นอีกครั้ง เป็นอันครบวงจรของระบบการทำความเย็นด้วยน้ำเย็นหมุนเวียน

สำหรับการทำให้น้ำเย็นที่กลับเข้ามาในระบบมีอุณหภูมิลดลงนั้นจะทำได้โดยที่น้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามาจะถ่ายเทความร้อนไปสู่สารทำความเย็นที่ไหลอยู่ภายในระบบ ซึ่งวัฏจักรของสารทำความเย็นในระบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.1 [4] ซึ่งใน 1 รอบการทำงานจะประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

ขั้น 4 – 1 : กระบวนการระเหย

สารทำความเย็นรับความร้อนจากน้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามา ซึ่งจะทำให้น้ำเย็นมีอุณหภูมิลดลง และถูกจ่ายกลับเข้าไปในบริเวณที่จะทำการปรับอากาศ และสำหรับ สารทำความเย็นจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น แต่ความดันค่อนข้างจะยังคงที่อยู่

ขั้น 1 – 2 : กระบวนการอัดตัว

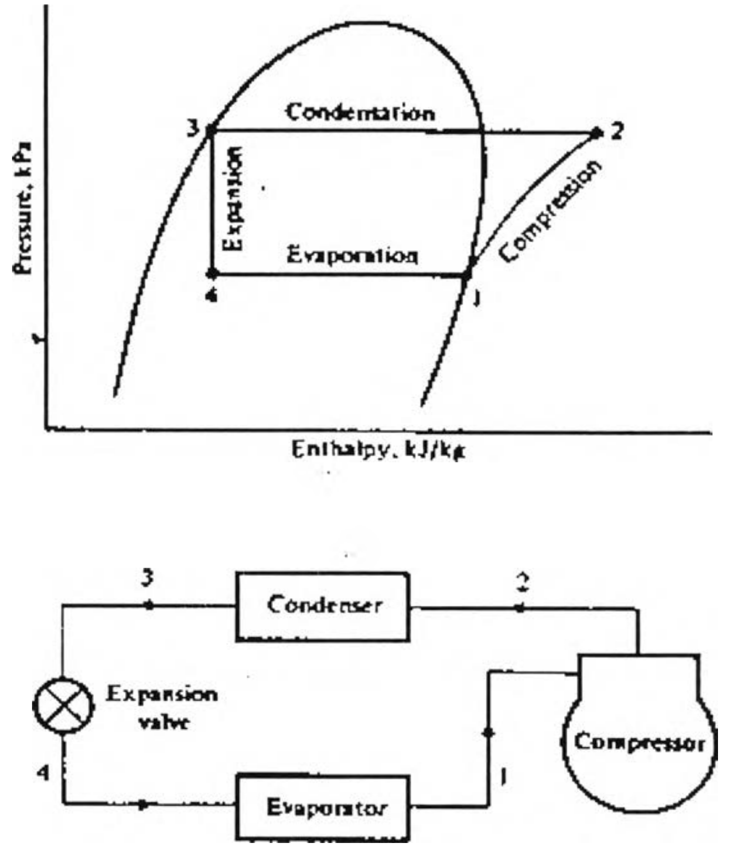
สารทำความเย็นถูกอัดที่คอมเพรสเซอร์ ซึ่งจะมีผลทำให้อุณหภูมิและความดันของสารทำความเย็น

ขั้น 2 – 3 : กระบวนการควบแน่น

สารทำความเย็นจะมีอุณหภูมิลดลง เนื่องจากสารทำความเย็นจะทำการถ่ายเทความร้อนให้กับน้ำในคอนเดนเซอร์ ซึ่ง คอนเดนเซอร์จะรับน้ำดังกล่าวมาจากหอกลั่นตัวซึ่งในขั้นนี้ความดันก็ยังคงค่อนข้างคงที่

ขั้น 3 – 4 : กระบวนการขยายตัว

สารทำความเย็นถูกขับดันผ่าน วาล์วขยายตัว (Expansion Valve) ซึ่งจะทำให้ความดันของสารทำความเย็นลดต่ำลงกว่าความดันบรรยากาศ และมีผลทำให้สารทำความเย็นบางส่วนเกิดการระเหยขึ้น ซึ่งจะทำให้ที่ขั้นตอนนี้สารทำความเย็นจะอยู่ในสภาวะผสมนอกจากนั้นขั้นนี้จะทำให้อุณหภูมิของสารทำความเย็นลดต่ำลงอีกด้วย



รูปที่ 2.1 วัฏจักรการทำความเย็นของสารทำความเย็น

2.2 กระบวนการทางพลังงานภายในระบบการทำความเย็นด้วยน้ำเย็นหมุนเวียน

การพิจารณาถึงกระบวนการทางพลังงานภายในระบบทำความเย็นด้วยน้ำเย็นหมุนเวียน จะประกอบด้วยกระบวนการต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- การแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างอากาศในบริเวณการปรับอากาศกับน้ำเย็น
- การแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างน้ำเย็นกับสารทำความเย็นในอีวาโปเรเตอร์
- การใช้พลังงานของคอมเพรสเซอร์

- การแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างน้ำร้อนกับสารทำความเย็นใน คอนเดนเซอร์
- การแลกเปลี่ยนความร้อนที่เกิดขึ้นในหอทำความเย็น
- การแลกเปลี่ยนความร้อนที่เกิดขึ้นภายในท่อ ข้อต่อต่างๆ และวาล์ว ทั้งหมดที่มีอยู่ในระบบ

แต่ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาเพียงแต่เฉพาะ การแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างน้ำเย็นกับสารทำความเย็นในอีวาโปเรเตอร์, การแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างน้ำร้อนกับสารทำความเย็นใน คอนเดนเซอร์ และการใช้พลังงานในคอมเพรสเซอร์ เท่านั้น

2.3 สมดุลพลังงานที่สำคัญที่เกิดขึ้นภายในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน

สำหรับสมดุลพลังงานที่สำคัญที่เกิดขึ้นภายในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจะแสดงได้ดังนี้

$$Q_{CH} = \dot{m}_c C_p (CHWTR - CHWTS) \quad \text{------------------------ (2.1)}$$

$$Q_E = UA\ (LMTD) \quad \text{------------------------ (2.2)}$$

$$Q_R = \dot{m}_r \Delta h \quad \text{------------------------ (2.3)}$$

$$Q_C = \dot{m}_h C_p\ (LCDWT - ECDWT) \quad \text{------------------------ (2.4)}$$

เมื่อ Q_{CH} = ความร้อนที่น้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามาถ่ายเทให้กับสารทำความเย็น

Q_E = ความร้อนที่สารทำความเย็นรับมาจากน้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามา

Q_R = ความร้อนของการเปลี่ยนแปลงสถานะของสารทำความเย็น

Q_C = ความร้อนที่น้ำในคอนเดนเซอร์รับมาจากสารทำความเย็น

$\dot{m}_c$ = อัตราการไหลของน้ำเย็น

$\dot{m}_h$ = อัตราการไหลของน้ำร้อน

$\dot{m}_r$ = อัตราการไหลของสารทำความเย็น

C_p = ความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ

U = สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวม

A = พื้นที่ของการถ่ายเทความร้อน

LMTD = LOG MEAN TEMPERATURE DIFFERENCE (°C)

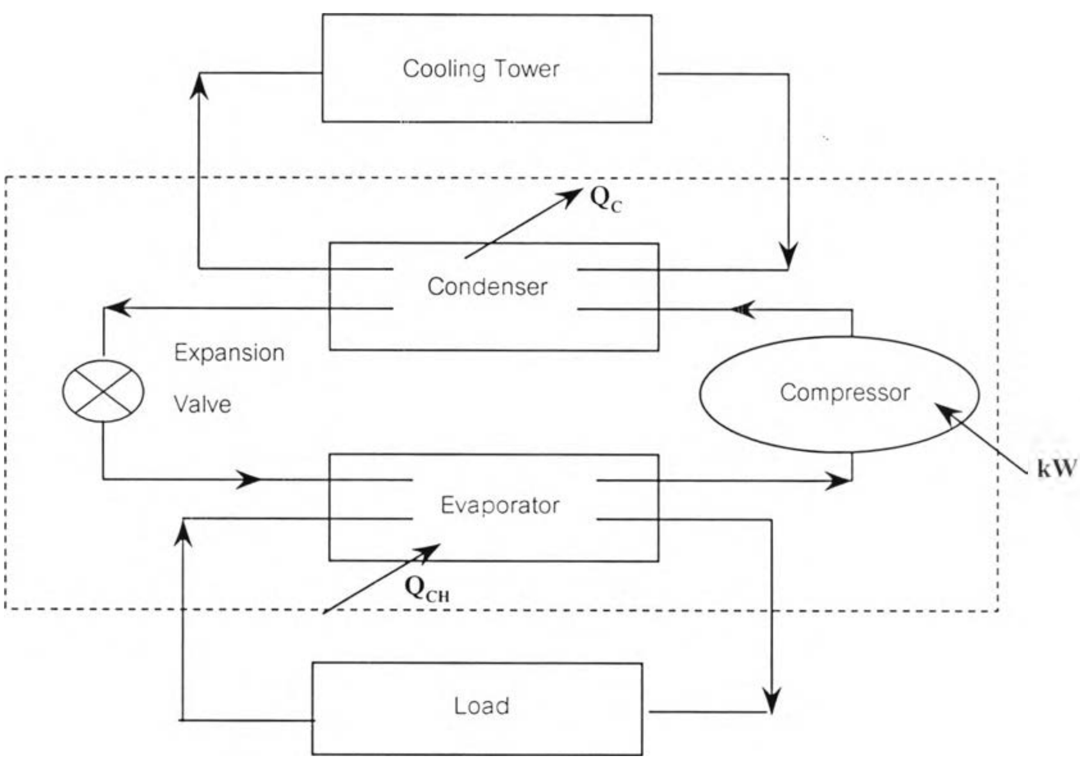
Δh = ผลต่างของเอนโทปีของสารทำความเย็นในการเปลี่ยนสถานะ

เมื่อค่าของอัตราการไหลของน้ำเย็นและความจุความร้อนจำเพาะของน้ำคงที่จะได้ว่า Q_{CH} จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลกลับเข้ามา (CHWTR)และจ่ายออกไป(CHWTS) จากอีวาโปเรเตอร์. ส่วน Q_E นั้นเมื่อ สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมและพื้นที่ของการถ่ายเทความร้อนคงที่ ก็จะแปร

ผันตาม ค่าความแตกต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยเชิงล็อค (LMTD) **[5]** ซึ่งได้แสดงสมการของความสัมพันธ์ดังกล่าวในสมการที่ (2.1) และ (2.2) และเมื่อ อัตราการไหลของสารทำความเย็นคงที่จะได้ว่า Q_R จะขึ้นอยู่กับค่าเอนโทปีของสารทำความเย็น ส่วน Q_C นั้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำร้อนและความจุความร้อนจำเพาะของน้ำคงที่จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของน้ำร้อนที่ไหลเข้ามา (ECDWT) และไหลออกไป(LCDWT) จากคอนเดนเซอร์ ซึ่งได้แสดงสมการความสัมพันธ์ดังกล่าวในสมการที่ (2.3) และ (2.4)

2.4 สมดุลพลังงานที่เกิดขึ้นในระบบการทำความเย็น

จากความสัมพันธ์ระหว่าง การถ่ายเทความร้อนภายในอีวาโปเรเตอร์ (Q_{CH}) และคอนเดนเซอร์(Q_C) กับ กำลังงานที่ต้องใช้ในคอมเพรสเซอร์ (kW) ที่เกิดขึ้นภายในวัฏจักรการทำความเย็นดังรูปที่ 2.2 นั้นจะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณทั้ง 3 ได้ดังสมการที่ (2.5)



รูปที่ 2.2 แสดงสมดุลพลังงานที่เกิดขึ้นในระบบการทำความเย็น

$$Q_C = Q_{CH} + kW \qquad \text{-------------- (2.5)}$$

จากสมการที่ (2.5) จะเห็นได้ว่า กำลังงานที่ใช้ในคอมเพรสเซอร์ นั้นจะขึ้นกับทั้ง Q_C และ Q_{CH} ซึ่งปริมาณทั้งสองนั้นได้ถูกนำเสนอมาแล้วในรูปของสมการที่ (2.1) และ (2.4) นอกจากนั้นกำลังงานที่ใช้ในคอมเพรสเซอร์ ยังสามารถที่จะแสดงสมการความสัมพันธ์ กับภาระการทำความเย็น (TON) และ

อุณหภูมิของน้ำร้อนที่ไหลกลับเข้ามายังคอนเดนเซอร์ของ เครื่องทำน้ำเย็น (ECDWT) โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์กันในทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ [3]

$$kW = c_1 + c_2 ECDWT + c_3 TON + c_4 ECDWT^2 + c_5 TON^2 + c_6 (ECDWT * TON) \text{------ (2.6)}$$

โดยที่ค่าคงที่ c_1 ถึง c_6 สามารถหาได้ด้วยวิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method)

2.5 วิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method)

วิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีการประดิษฐ์เส้นโค้งที่เป็นมาตรฐานสำหรับข้อมูลที่มีอยู่ โดยข้อมูลที่ถูกนำมาใช้นั้นส่วนมากจะเป็นข้อมูลที่ได้มาจากการทดลอง โดยฟังก์ชันที่ประดิษฐ์ขึ้นมานั้นจำเป็นต้องสอดคล้องกับลักษณะการกระจายของข้อมูล ดังรูปแบบที่จะนำเสนอในงานวิจัยดังกล่าวนี้มีลักษณะการกระจายของข้อมูลไม่เป็นเชิงเส้นแต่จะเป็นฟังก์ชันแบบพหุนามซึ่งเรียกว่า การถดถอยแบบพหุนาม (Polynomial Regression)

การถดถอยแบบพหุนาม เป็นรูปแบบการถดถอยที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบหนึ่ง กล่าวคือจำนวนตัวแปรจะมีมากกว่าสองตัวขึ้นไป ตัวอย่างเช่น งานวิจัยดังกล่าวนี้ จะพบว่าจากสมการที่ (2.6) กำลังงาน (P) ของ คอมเพรสเซอร์นั้นจะแปรเปลี่ยนไปตามภาระการทำความเย็น (TON) และอุณหภูมิของน้ำร้อนที่ไหลเข้ามายังคอนเดนเซอร์ ในลักษณะที่เป็นฟังก์ชันพหุนาม และสำหรับค่าคงที่ c_1 ถึง c_6 ก็จะสามารถหาได้ด้วยวิธี Least Square Method กล่าวคือ เริ่มจากการเขียนสมการของความเบี่ยงเบนของข้อมูล n ข้อมูล ที่เบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชัน kW ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n} \left[kW_i - k\hat{W}_i \right]^2 \rightarrow \text{Min.} \qquad \text{---------------------- (2.7a)}$$

โดยที่ $k\hat{W}_i = c_1 + c_2 ECDWT + c_3 TON + c_4 ECDWT^2 + c_5 TON^2 + c_6 (ECDWT * TON)$ ----(2.7b)

ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n} \left[kW_i - \left(c_1 + c_2 ECDWT + \ldots + c_5 TON^2 + c_6 (ECDWT * TON) \right) \right]^2 \rightarrow \text{Min.}$ ---(2.7c)

หลังจากนั้นทำการหาอนุพันธ์เทียบกับค่าคงที่ตั้งแต่ c_1 ถึง c_6 จะทำให้เกิดระบบสมการ 6 สมการย่อยดังสมการที่ (2.8) และผลลัพธ์จากสมการ (2.8) ในข้างต้นสามารถจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.9) โดยเมตริกซ์จัตุรัสขนาด (6x6) ทางด้านซ้ายของระบบสมการนี้นั้นเป็นเมตริกซ์สมมาตรที่ทราบค่า และเมตริกซ์ขนาด 6x6 ทางด้านขวาสุดของระบบสมการนี้ก็จะทราบค่าเช่นเดียวกัน ดังนั้นแล้วค่าคงที่ c_1 ถึง c_6 ก็จะสามารถหาค่าได้โดยใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian Elimination) แก้ระบบสมการดังกล่าวออกมาได้ และเมื่อนำค่าที่ได้กลับไปแทนค่าลงในสมการ (2.6) ก็จะทำให้เกิดฟังก์ชันของ kW ที่เหมาะสมที่สุดจากข้อมูลที่มีอยู่

ลำดับขั้นตอนการจัดรูปแบบของระบบสมการด้วยวิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด ซึ่งเริ่มต้นจากสมการ (2.7a) จนถึงสมการ (2.10) นั้นสามารถประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไว้ในรูปของโปรแกรมย่อย [GAUSSIAN] ซึ่งจะได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ค.

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_1}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8a)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_2}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8b)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_3}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8c)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_4}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8d)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_5}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8e)$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left[kW_i-\left(c_1+c_2 ECDWT+\ldots+c_5 TON^2+c_6(ECDWT*TON)\right)\right]^2}{\partial c_6}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8f)$$

*** เมื่อ T = TON และ E = ECDWT

$$\begin{bmatrix} n & \sum E & \sum T & \cdots \sum E*T \\ \sum E & \sum E^2 & \sum E*T \cdots & \sum E^2*T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum E*T & \sum E^2*T & \sum E*T^2 \cdots & \sum E^2*T^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum kW_i \\ \sum E*kW_i \\ \vdots \\ \sum E*T*kW_i \end{bmatrix} \quad \text{----------- (2.9)}$$

2.6 ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian Elimination)

ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ จัดได้ว่าเป็นระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการที่ได้รับความนิยมมากระเบียบวิธีหนึ่ง เป็นระเบียบวิธีโดยปกตินิยมใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ ซึ่งระเบียบวิธีนี้สามารถ แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนด้วยกันซึ่งจะทำได้ดังนี้

หากเราพิจารณาระบบสมการที่ประกอบด้วย n สมการย่อยในรูปแบบดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad \text{------------- (2.10a)}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots\dots\dots + a_{2n}x_n = b_2 \quad \text{------------- (2.10b)}$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots\dots\dots + a_{3n}x_n = b_3 \quad \text{------------- (2.10c)}$$

....

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots\dots\dots + a_{nn}x_n = b_n \quad \text{------------ (2.10n)}$$

2.6.1 <u>การกำจัดไปข้างหน้า</u>

โดยทำการหารสมการ (2.10a) นี้ด้วยสัมประสิทธิ์ของ x_1

$$x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_2 + \dots.. + \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_2 = \frac{b_1}{a_{11}}$$

จากนั้นจึงคูณสมการที่ได้นี้ด้วยสัมประสิทธิ์ของ x_1 ของสมการ(2.9b)

$$a_{21}x_1 + a_{21}\frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + a_{21}\frac{a_{13}}{a_{11}}x_2 + \dots.. + a_{21}\frac{a_{1n}}{a_{11}}x_2 = a_{21}\frac{b_1}{a_{11}}$$

แล้วจึงนำสมการที่ได้นี้ลบออกจากสมการ (2.10a) เดิม และสามารถเขียนใหม่เป็นสมการ (2.11b)แล้วทำเช่นเดียวกันกับสมการที่ (2.10c)ไปจนถึง(2.10n)ทำให้ระบบสมการเดิมเปลี่ยนมาอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad \text{------------- (2.10a)}$$

$$a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \dots\dots\dots + a'_{2n}x_n = b'_2 \quad \text{------------- (2.11b)}$$

$$a'_{32}x_2 + a'_{33}x_3 + \dots\dots\dots + a'_{3n}x_n = b'_3 \quad \text{------------- (2.11c)}$$

....

$$a'_{n2}x_2 + a'_{n3}x_3 + \dots\dots\dots + a'_{nn}x_n = b'_n \quad \text{------------ (2.11n)}$$

จะเห็นได้ว่า จากวิธีการกำจัดไปข้างหน้าหนึ่งรอบแรก ทุกๆค่าในแนวแถวตั้งแรกของระบบสมการ(2.10) ยกเว้นในสมการแรกนั้นต่างมีค่าเท่ากับศูนย์

ดังนั้นจะต้องทำการกำจัดไปข้างหน้าซ้ำอีกเป็นรอบที่สอง แต่คราวนี้จะเริ่มจากสมการ (2.11b) ซึ่งเป็นสมการที่สอง โดยหารสมการนี้ด้วย a'_{22} แล้วคูณด้วยสัมประสิทธิ์ a'_{32} ของ x_2 จากสมการ (2.11c) แล้วเอาผลลัพธ์ที่ได้ไปลบออกจากสมการ(2.11c) ก็จะทำให้ได้สมการ (2.12c) ที่ไม่ประกอบด้วยพจน์ x_1 และ x_2 เลย จากนั้นก็ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนถึงสมการ (2.11n) สุดท้าย กระบวนการดังกล่าว ทำให้ระบบสมการ (2.11) เปลี่ยนเป็นดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2+a_{13}x_3+\dots\dots\dots+a_{1n}x_n= b_1 \qquad \text{-------------} (2.10a)$$

$$a'_{22}x_2+a'_{23}x_3+\dots\dots\dots+a'_{2n}x_n = b'_2 \qquad \text{-------------} (2.11b)$$

$$a''_{33}x_3+\dots\dots\dots+a''_{3n}x_n= b''_3 \qquad \text{-------------} (2.12c)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots \qquad \dots\dots\dots\dots\dots$$

$$a''_{n3}x_3+\dots\dots\dots+a''_{nn}x_n= b''_n \qquad \text{------------} (2.12n)$$

จากนั้นก็ทำการกำจัดอีกเป็นรอบที่สาม สี่ ห้า เรื่อยไป จนถึงรอบที่ n-1 ซึ่งจะก่อให้เกิดระบบสมการในรูปแบบที่พร้อมจะแทนค่าย้อนกลับเพื่อหาผลลัพธ์ดังนี้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2+a_{13}x_3+\dots\dots\dots+a_{1n}x_n= b_1 \qquad \text{-------------} (2.10a)$$

$$a'_{22}x_2+a'_{23}x_3+\dots\dots\dots+a'_{2n}x_n = b'_2 \qquad \text{------------} (2.11b)$$

$$a''_{33}x_3+\dots\dots\dots+a''_{3n}x_n= b''_3 \qquad \text{-------------} (2.12c)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots \qquad \dots\dots\dots\dots\dots$$

$$a_{nn}^{(n-1)}x_n= b_n^{(n-1)} \qquad \text{-------------} (2.12n)$$

***โดยจำนวนขีดเครื่องหมายดัชนีบนแสดงจำนวนรอบของการกำจัดไปข้างหน้า

2.6.2 <u>การแทนค่าย้อนกลับ</u>

จากสมการ (2.12) ค่าของ x_n สามารถคำนวณได้โดยตรงจากสมการสุดท้าย (2.12n) นั่นคือ

$$x_n = \frac{b_n^{(n-1)}}{a_{nn}^{(n-1)}} \qquad \text{-------------} (2.12n)$$

และจากนั้นก็สามารถหาค่าของ x_n , x_{n-1} , … , x_2 , x_1 โดยการแทนค่าย้อนกลับไปทีละสมการ

ลำดับขั้นตอนของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ โดยเริ่มต้นจากสมการ (2.10) จนถึงสมการ (2.12) นั้นสามารถประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไว้ในรูปของโปรแกรมย่อย [GAUSSIAN] ซึ่งจะได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ค.

2.7 การหาสภาวะที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชัน (Optimization technique)

กรรมวิธีการหาผลลัพธ์ (Solution technique) เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งแยกออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การโปรแกรมเชิงเส้นตรง (linear programming) และการโปรแกรมนอนลิเนียร์ (Nonlinear programming) กรรมวิธีการหาผลลัพธ์ของปัญหาแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน แต่วิธีที่ดีที่สุดและนิยมใช้กันมากอย่างแพร่หลายก็คือวิธีซิมเพลค (Simplex Method) ส่วนปัญหาแบบการโปรแกรมนอนลิเนียร์นั้นยังไม่มีกรรมวิธีใดที่ดีที่สุดที่จะใช้หาผลลัพธ์ของทุก ๆ ปัญหาได้ การโปรแกรมแบบสุ่มที่จะนำเสนอในงานวิจัยนี้ก็เป็นหนึ่งในกรรมวิธีที่ใช้หาผลลัพธ์แบบหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในหารแก้ปัญหาชนิดนอนลิเนียร์ ซึ่งลักษณะของรูปแบบปัญหาลิเนียร์และนอนลิเนียร์โดยทั่วไปหลัก ๆ จะประกอบด้วย [6]

ก) มีสมการกำหนดเป้าหมาย (Objective function) คือ สมการแสดงความสัมพันธ์ของต้นทุน กำไรฯลฯ เพื่อให้กำหนดเป้าหมายสูงสุดหรือต่ำสุด เช่นวัตถุประสงค์ต้องการที่จะทำให้ กำไรสูงสุด

ข) จะต้องมีตัวแปรตัดสินใจ โดยใช้สัญลักษณ์ x_1 , x_2 , x_3 ,..., x_n ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและต้องการหาค่าของตัวแปรเหล่านี้จะเป็นผลลัพธ์ที่ต้องการ

ค) มีสมการแสดงเงื่อนไขบังคับ (constraints) ซึ่งแสดงความจำกัดของปัจจัยหรือทรัพยากรที่มีอยู่ในรูปสมการหรืออสมการ

ง) ตัวแปรทุกตัวต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

จากรูปแบบของปัญหาดังกล่าวนี้ จะเห็นได้ว่าตัวค่าวัดผลการดำเนินงาน (meature of effectiveness) จะได้จากสมการกำหนดเป้าหมาย ซึ่งเราจะต้องพยายามหาค่าที่เป็นไปตามเป้าหมายโดยเทคนิคที่มีอยู่ ตัวแปรต่าง ๆ จะเป็นตัวแทนจำนวนปริมาณหรือค่าของปัจจัยที่มีอยู่จำกัดโดยการกำหนดของสมการหรืออสมการในขอบข่ายของปัญหา ผลการวิเคราะห์จะได้เป็นค่าของตัวแปรที่จะนำไปตัดสินใจเพื่อดำเนินการให้ได้ตามเป้าหมาย การกำหนดขอบข่ายของปัญหาด้วยสมการหรืออสมการนั้นเรากำหนดขึ้นตามความเป็นจริง ซึ่งจะมีโอกาสอยู่ในแบบอสมการมากกว่า

2.8 การแก้สมการนอนลิเนียร์ด้วยวิธีสุ่มค่า (Sequential search technique)

เนื่องจากในปัจจุบันยังไม่มีวิธีเฉพาะที่จะสามารถใช้แก้ปัญหานอนลิเนียร์ทุกชนิดได้และยังไม่มีทฤษฎีที่จะสามารถประกันความเป็นค่าต่ำสุดหรือสูงสุด ของผลลัพธ์จากปัญหานอนลิเนียร์ใด ๆ เหตุผลสำคัญเนื่องมาจากความแตกต่างของรูปแบบปัญหาซึ่งมีอยู่มากมายหลายลักษณะจนไม่มีวิธีใดซึ่งจะสามารถใช้ได้กับทุกรูปแบบปัญหา ไม่เหมือนกับรูปแบบปัญหาเชิงเส้นตรง ซึ่งวิธี ซิมเพลค สามารถใช้แก้ปัญหาได้ทุกปัญหา สำหรับในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงการโปรแกรมนอนลิเนียร์เฉพาะรูปแบบปัญหาที่มีสมการขอบข่ายอยู่ในรูปที่เป็นค่าคงที่ ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 3

หลักการในเบื้องต้นของกรรมวิธีหาค่าสูงสุดกับปัญหาชนิดนอนลิเนียร์และมีอสมการขอบข่ายที่อยู่ในงานวิจัยนี้นั้นจะสามารถจะกระทำได้หลาย ๆ วิธี ซึ่งแบ่งออกได้เป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 2 ประเภท ตามลักษณะความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมายที่มีอยู่ คือ วิธีแรกที่ต้องการดิฟเฟอร์เรนเชียลแคลคูลัสมาช่วยโดยที่วิธีนี้จะเหมาะกับปัญหาที่ฟังก์ชันเป้าหมายมีความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจที่อยู่ในรูปแบบที่เอื้ออำนวยต่อการหาอนุพันธ์ได้สะดวกและต้องเป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่องของตัวแปร วิธีดังกล่าวนี้ได้มีผู้ทำการพัฒนาและนำเสนอไว้หลายท่าน แต่ละวิธีมีลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ มีฟังก์ชันเป้าหมายที่เอื้ออำนวยต่อการหาอนุพันธ์ได้สะดวก และมีข้อแตกต่างกันเล็กน้อยตรงที่วิธีการปรับทิศทาง และระยะในการค้นหาเป้าหมาย สำหรับวิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลายนั้นเป็นวิธีที่นำเสนอโดย Rosenbrock [7] วิธีดังกล่าวนี้จะหาผลของการลู่สู่คำตอบในเฉพาะทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางก่อนหน้านั้นเท่านั้น จึงทำให้ไม่คล่องตัวในการหาผลคำตอบเพราะใช้เวลาค่อนข้างมาก แต่ก็นับว่าวิธีดังกล่าวเป็นวิธีการในเบื้องต้นที่เหมาะจะศึกษาและนำไปปรับใช้กับวิธีอื่น ๆ ที่มีประสิทธิภาพต่อไป

สำหรับอีกวิธีหนึ่ง คือวิธีการสืบค้นโดยตรง ซึ่งไม่ต้องหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมาย และเหมาะสำหรับฟังก์ชันที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรไม่ต่อเนื่อง และมี Contour เป็นแบบ Nonconvex สำหรับวิธีการที่นำมาปรับปรุงและพัฒนาใช้ในงานวิจัยดังกล่าวนี้นั้นเป็นรูปแบบหนึ่งของวิธีสืบค้นดังกล่าว จะแตกต่างกันที่วิธีที่นำเสนอนี้นั้นจะทำการสืบค้นจากชุดตัวแปรสุ่มที่ทำเลือกมาซึ่งจะกระจายอยู่บริเวณภายในขอบเขตของตัวแปรตัดสินใจวิธีการนี้ Box [8] เคยนำเสนอโดยนำไปใช้กับปัญหาชนิดเชิงเส้นและมีอสมการขอบข่ายแบบไม่เป็นเชิงเส้น

ขั้นตอนของวิธีนี้จะเริ่มด้วยการกำหนดช่วงของตัวแปรตัดสินใจขึ้นมาจำนวน 1 ช่วง จากนั้นแทนค่าทั้งหมดเพื่อคำนวณหาค่าของฟังก์ชันเป้าหมาย แล้วเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันเป้าหมายสูงสุดกับค่าฟังก์ชันเป้าหมายต่ำสุด จนกระทั่งค่าทั้งสองนั้นมีค่าอยู่ในพิกัดตามเกณฑ์ที่กำหนด จึงสิ้นสุดการทำงาน

ข้อดีของวิธีดังกล่าวนี้ คือมีความสะดวกในการประดิษฐ์เป็นโปรแกรมถึงแม้ว่าต้องใช้หน่วยความจำสำหรับในการคำนวณค่อนข้างมาก แต่เนื่องจากว่าในปัจจุบันนี้วิทยาการของคอมพิวเตอร์ได้พัฒนาไปอย่างรวดเร็วเพียงพอที่จะรองรับปัญหาดังกล่าวได้เป็นอย่างดีวิธีนี้จึงมีความเหมาะสมแก่การนำมาประยุกต์ใช้กับงานวิจัยดังกล่าว