บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปร กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง 3 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบ MK (T) ตัวสถิติทดสอบ N (T_w) และตัวสถิติทดสอบ KTT (W_0) โดยทำการศึกษาว่าตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 วิธีใดที่ให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ในการศึกษาอำนาจการทดสอบจะศึกษาเมื่อประชากรมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปร การแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร และการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปรภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10 ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับแผนการทดลอง ขั้นตอนการทดลอง และการจำลองข้อมูล

3.1 แผนการทดลอง

การวิจัยนี้มีแผนการทดลองเป็นดังนี้

3.1.1 ตัวสถิติทดสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปรที่นำมาศึกษาเปรียบเทียบในการวิจัยนี้ ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบ MK (T) ตัวสถิติทดสอบ N (T_w) และตัวสถิติทดสอบ KTT (W_0)

3.1.2 จำนวนตัวแปรที่ศึกษาเท่ากับ 2 และ 3 ตัวแปร

3.1.3 การแจกแจงของประชากรที่ทำการศึกษาความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้แก่ การแจกแจงปกติหลายตัวแปร

3.1.4 การแจกแจงของประชากรที่ทำการศึกษาอำนาจการทดสอบได้แก่ การแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปร การแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร และการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปร

3.1.5 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจง จะกำหนดตามที่ระบุในหัวข้อ 1.5 ของบทที่ 1

3.1.6 การกำหนดขนาดตัวอย่าง ในที่นี้ให้กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100

3.1.7 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปรเท่ากับ 0.05 และ 0.10

3.1.8 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินามเท่ากับ 0.05

3.1.9 การประมาณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 กำหนดจำนวนซ้ำของการตรวจสอบเท่ากับ 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

3.1.10 การหาค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทำซ้ำจำนวน 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

3.1.11 การสร้างตารางค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ N และตัวสถิติทดสอบ KTT กำหนดจำนวนซ้ำของการคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้งสอง เท่ากับ 15,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

3.2 ขั้นตอนการทดลอง

การทดลองแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.2.1 คำนวณค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

3.2.2 ทดสอบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

3.2.3 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้และเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 คำนวณค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะคำนวณภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 เป็นจริง ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

(1) กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ด้วยค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงและขนาดตัวอย่างตามที่ระบุในหัวข้อ 3.1

(2) จำลองข้อมูลให้มีลักษณะตามที่กำหนดใน (1)

(3) ประมาณค่าพารามิเตอร์ ในที่นี้คือค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน (เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ศึกษากรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์)

(4) คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว (วิธีการคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว แสดงไว้ในบทที่ 2)

(5) เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤตของตัวสถิติดังกล่าว เพื่อตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง

(6) นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

(7) ทำการคำนวณขั้นตอนที่ (2) – (6) ซ้ำจนครบ 2,000 ครั้ง

(8) ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดลอง (ค่าประมาณ) เท่ากับ จำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง (2,000 ครั้ง)

3.2.2 ทดสอบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

การทดสอบว่าตัวสถิติแต่ละตัวสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้หรือไม่จะใช้การทดสอบทวินาม ภายใต้ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ระดับ 0.05 ได้จะมีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อยู่ในช่วง $[\,0\,,0.0580\,]$ ส่วนตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ระดับ 0.10 ได้จะมีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อยู่ในช่วง $[\,0\,,0.1110\,]$

3.2.3 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบและเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้

การทดสอบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้จะคำนวณภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 ไม่เป็นจริง ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

(1) กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปร การแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร และการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปร ด้วยค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจงและขนาดตัวอย่างตามที่ระบุในหัวข้อ 3.1 โดยทดลองครั้งละหนึ่งการแจกแจง

(2) จำลองข้อมูลให้มีลักษณะตามที่กำหนดใน (1)

(3) ประมาณค่าพารามิเตอร์ ในที่นี้คือค่าเฉลี่ยและเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม

(4) คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว

(5) เปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤตของตัวสถิติดังกล่าว เพื่อตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง

(6) นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

(7) ทำการคำนวณขั้นตอนที่ (2) - (6) ซ้ำจนครบ 2,000 ครั้ง

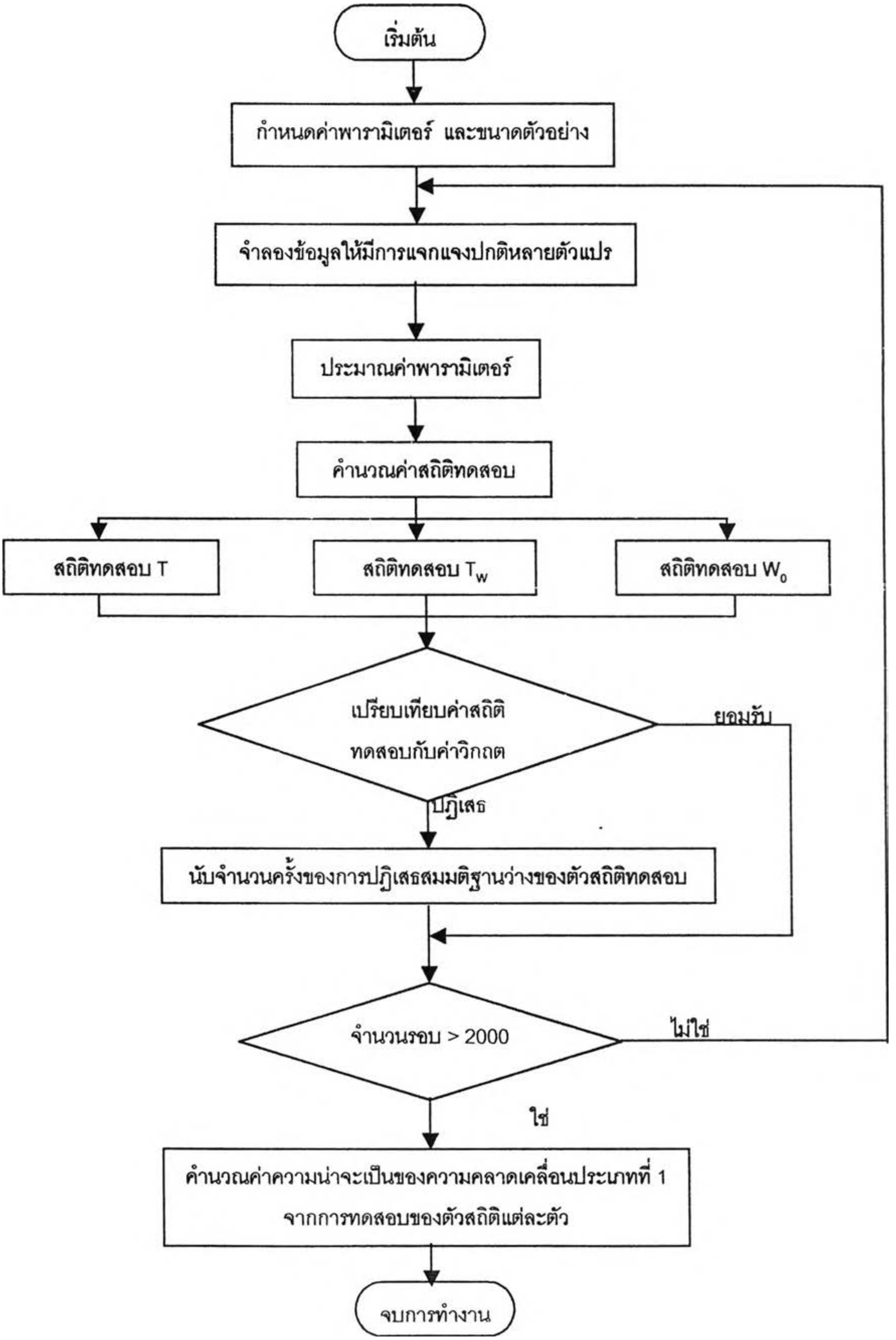
(8) ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลอง (ค่าประมาณ) เท่ากับ จำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง (2,000 ครั้ง)

(9) ทำซ้ำขั้นตอนที่ (2) – (8) จนครบทุกสถานการณ์ของทุกการแจกแจงตามข้อ(1)

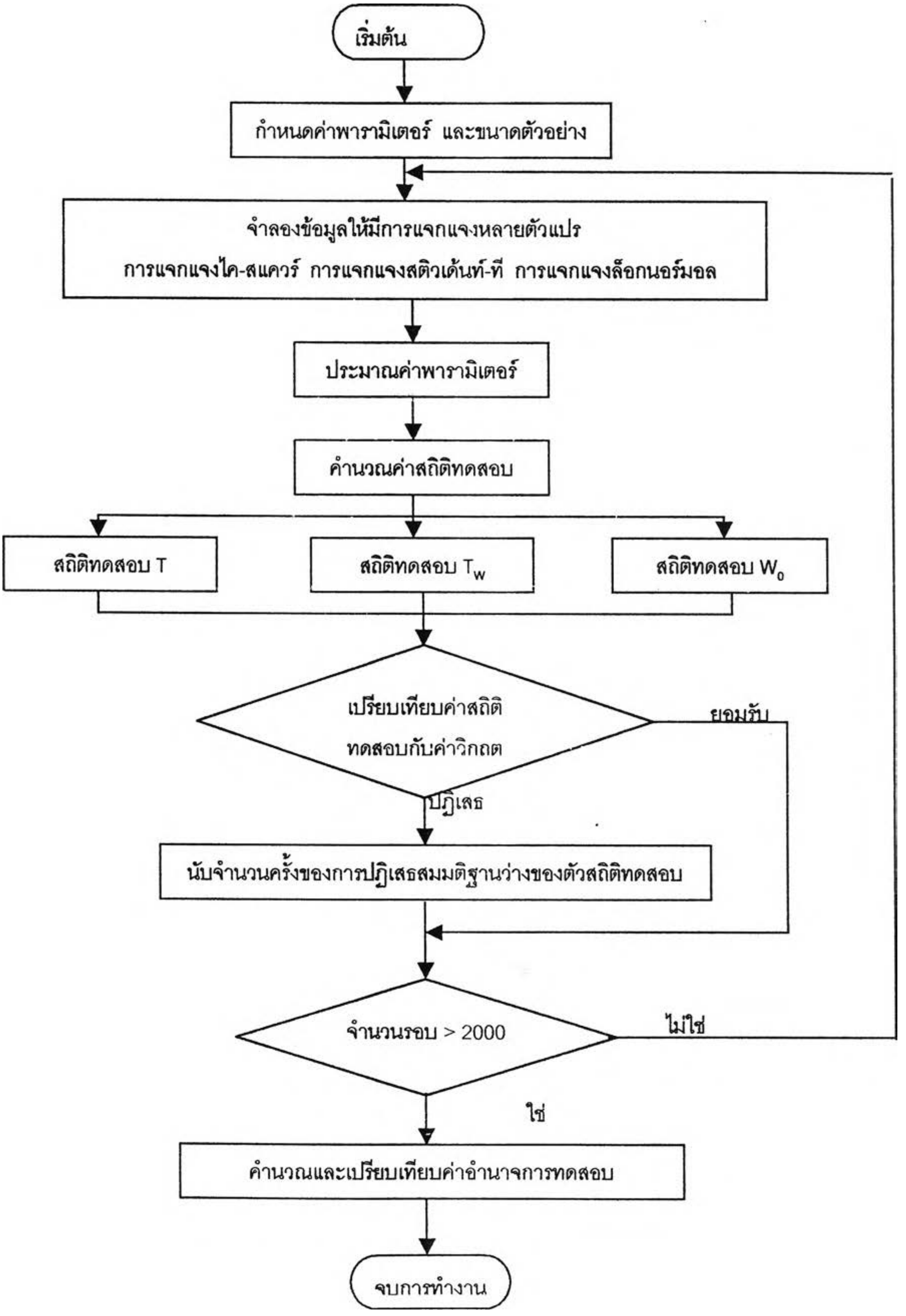
จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบที่คำนวณได้ในแต่ละสถานการณ์ โดยที่ตัวสถิติทดสอบที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดจะเป็นตัวสถิติทดสอบที่มีประสิทธิภาพในการทดสอบมากที่สุด

ผังงานแสดงขั้นตอนการคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และขั้นตอนการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว แสดงในรูปที่ 3.1 และ 3.2 ตามลำดับ

รูปที่ 3.1 ผังงานสำหรับคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว



รูปที่ 3.2 ผังงานสำหรับคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว



3.2 การจำลองข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้จำเป็นจะต้องมีการจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงตามที่กำหนดไว้ในขอบเขตการวิจัย ซึ่งในที่นี้จะต้องกล่าวถึงวิธีการผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1) การแจกแจงปกติ การแจกแจงปกติหลายตัวแปร การแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปร การแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร และการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปร แต่ละการแจกแจงมีวิธีการผลิตตัวแปรสุ่มดังนี้

3.2.1 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1)

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1) เป็นพื้นฐานในการผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบอื่นๆ เลขสุ่มที่ผลิตได้จะต้องเป็นอิสระซึ่งกันและกัน และมีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1) วิธี Multiplicative Congruential เป็นวิธีการผลิตเลขสุ่มวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1951 โดย Lehmer มีสูตรการคำนวณเป็นดังนี้

$$X_i = (a X_{i-1}) \bmod M$$

และ

$$R_i = X_i / M \qquad i = 1, 2, 3\ldots$$

โดยที่

X_0 เป็น ค่าเริ่มต้น (initial value)

X_i เป็น เลขสุ่มตัวที่ i โดยที่ $X_i = 1, 2, 3\ldots, M-1$

R_i เป็น เลขสุ่มตัวที่ i โดยที่ $0 < R_i < 1$

M เป็น ค่าคงที่

a เป็น ตัวคูณคงที่ (constant multiplier)

จากสมการ X_i คือเศษเหลือเป็นจำนวนเต็มที่ได้จากสมการหาร aX_{i-1} ด้วย M และเศษเหลือที่ได้จะใช้ในการผลิตเลขสุ่มตัวถัดไป ในการผลิตเลขสุ่มนั้นเมื่อกำหนดให้ X_0 เป็นค่าเริ่มต้นจะได้ตัวเลขสุ่ม $X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots$ เป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง $M-1$ และเป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง จากนั้นหาร X_i ด้วย M จะได้เลขสุ่มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

การกำหนดค่า M, a และ X_0 มีความสำคัญมากในการผลิตเลขสุ่ม ซึ่งการผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง 0 ถึง 1 และมีคาบของตัวเลขสุ่มยาวมากพอที่จะใช้งานได้นั้นต้องกำหนด M ให้เป็นจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุด และเป็นเลขคี่ที่สามารถคำนวณได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ นั่นคือ $M = 2^{b-1} - 1$ โดยที่ b เป็นค่าความยาว 1 คำ (word) หรือจำนวนบิต (bit) ใน 1 คำ เช่น เครื่องคอมพิวเตอร์ 32 บิต จะกำหนด M เท่ากับ $2^{31} - 1 = 2147483647$ สำหรับ

ค่า a ที่ผ่านการทดสอบแล้ว คือ $7^5 = 16807$ และ X_0 เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ M

โปรแกรมย่อยที่เขียนด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน สำหรับสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1) คือ FUNCTION RAND(IX) แสดงในภาคผนวก ค

3.2.2 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติ

ในปี ค.ศ.1958 Box และ Muller ได้เสนอวิธีการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติมาตรฐานซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ 1 พร้อมกัน 2 ค่า โดยใช้ตัวผลิต (generater) Z_1 และ Z_2 ดังนี้

$$Z_1 = (-2\ln R_1)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = (-2\ln R_1)^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi R_2)$$

โดยที่ R_1 และ R_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0 , 1)

ตัวแปรสุ่ม Z_1 และ Z_2 สามารถแปลงให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$X_1 = \mu + \sigma Z_1$$
$$X_2 = \mu + \sigma Z_2$$

จะได้ว่า X_1 และ X_2 มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

โปรแกรมย่อยที่เขียนด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ คือ FUNCTION NORMAL (DMEAN,SIGMA) ซึ่งแสดงในภาคผนวก ค

3.2.3 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร

ในปี ค.ศ. 1972 Barr และ Slesak ได้เสนอวิธีการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ซึ่งมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม Σ ดังนี้

(1) คำนวณหาเมทริกซ์ lower triangular C ที่ทำให้ $\Sigma = C'C$ โดยวิธีรากที่สอง (Square Root Method) ซึ่งสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาค่า C_{ij} เป็นดังนี้

$$C_{ij} = \frac{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{ik}C_{jk}}{\left(\sigma_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk}^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

โดยที่

$$\sum_{k=1}^{0} C_{ik}C_{jk} = 0 \qquad ; \qquad 1 \le j \le i \le p$$

(2) จำลองตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{Z} = (Z_1, Z_2, \ldots, Z_p)$ ที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน p ตัวแปรที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน

(3) แปลงตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{Z}$ ให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ได้ดังสมการต่อไปนี้ $\underset{\sim}{X} = C\underset{\sim}{Z} + \underset{\sim}{\mu}$ จะได้ว่า มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ และความแปรปรวนร่วม Σ

โปรแกรมย่อยสับรูทีนที่เขียนด้วยโปรแกรมฟอร์แทรนสำหรับสร้างเมทริกซ์ C คือ SUBROUTINE CMATRIX และโปรแกรมย่อยสับรูทีนสำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร คือ SUBROUTINE MULTIV(Z) ซึ่งแสดงในภาคผนวก ค

3.2.4 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปร*

เนื่องจากการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปรมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติหลายตัวแปร คือ ถ้า $\underset{\sim}{Y}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรด้วยพารามิเตอร์ $(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ และกำหนดให้ $\underset{\sim}{X} = \exp(\underset{\sim}{Y})$ จะได้ว่า $\underset{\sim}{X}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปรด้วยพารามิเตอร์ $(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปรจะมีขั้นตอนเป็นดังนี้

(1) จำลองตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{Y} \sim multivariate\ N(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$

(2) จะได้ $\underset{\sim}{X} = \exp(\underset{\sim}{Y})$ ซึ่ง $\underset{\sim}{X} \sim multivariate\ LN(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$

โปรแกรมที่เขียนขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอลหลายตัวแปรแสดงในภาคผนวก ค

---

* Govind S. Mudholkar .'Shapiro-wilk test of normality',Communication Statistics-Theory and Methods.,Vol 24 (1995) : 967-968

3.2.5 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร*

เนื่องจากการแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปรมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติหลายตัวแปรและการแจกแจงไคสแควร์ กล่าวคือ ถ้า $\underset{\sim}{Z}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรด้วยพารามิเตอร์ $(\underset{\sim}{0}, \Sigma)$ และ S เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยองศาความเป็นอิสระเท่ากับ υ โดยที่ $\underset{\sim}{Z}$ และ S เป็นอิสระซึ่งกันและกัน กำหนดให้ $\underset{\sim}{X} = (\sqrt{S/\upsilon})^{-1}\underset{\sim}{Z}$ จะได้ว่า $\underset{\sim}{X}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปร ด้วยองศาความเป็นอิสระเท่ากับ υ ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปรจะมีขั้นตอนเป็นดังนี้

(1) จำลองตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{Z} \sim multivariate\ N(\underset{\sim}{0}, \Sigma)$

(2) จำลองตัวแปรสุ่ม $S \sim \chi^2_{\upsilon}$

(3) จะได้ $\underset{\sim}{X} = (\sqrt{S/\upsilon})^{-1}\underset{\sim}{Z}$ ซึ่ง $\underset{\sim}{X} \sim multivariate\ t(\upsilon)$

โปรแกรมที่เขียนด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงสติวเดนท์-ทีหลายตัวแปรแสดงในภาคผนวก ค

3.2.6 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปร*

เนื่องจากการแจกแจงไคสแควร์มีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติมาตรฐาน คือ ถ้า $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน $N(0,1)$ ที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน และกำหนดให้ $X = \sum_{i=1}^{n} Y_i$ จะได้ว่า เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยองศาความเป็นอิสระเท่ากับ n ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคสแควร์จะมีขั้นตอนเป็นดังนี้

(1) จำลองตัวแปรสุ่ม $Y_1, Y_2, ..., Y_n \sim N(0,1)$ ที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน

(2) จะได้ $X = \sum_{i=1}^{n} Y_i$ ซึ่ง $X \sim \chi^2_{(n)}$

เนื่องจากการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปรสามารถสร้างมาจากการแจกแจงไคสแควร์ คือ ถ้า $V_1, V_2, ..., V_p$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์และเป็นอิสระซึ่งกันและกันด้วยองศาความเป็นอิสระ $\upsilon_1, \upsilon_2, ..., \upsilon_p$ และถ้า V เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยองศาความเป็นอิสระ υ และเป็นอิสระจาก V_i กำหนดให้ $W_i = V_i + V$ เมื่อ $i = 1, 2, ..., p$ จะได้ว่า W_i เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ p ตัวแปรด้วยองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $\upsilon_i + \upsilon$ นั่นคือ $W_1, W_2, ..., W_p \sim \chi^2_p(\upsilon_i + \upsilon)$ ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปรจะมีขั้นตอนเป็นดังนี้

---

* Govind S. Mudholkar .'Shapiro-wilk test of normality',Communication Statistics-Theory and Methods.,Vol 24 (1995) : 967-968

(1) จำลองตัวแปรสุ่ม $V_i \sim \chi^2_{\upsilon}$; $i = 1, 2, \ldots, p$

(2) จำลองตัวแปรสุ่ม $V \sim \chi^2_{\upsilon}$

(3) จะได้ $W_i = V_i + V$ ซึ่ง $W \sim \chi^2_p(\upsilon_i + \upsilon)$

โปรแกรมที่เขียนขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์หลายตัวแปร แสดงในภาคผนวก ค