

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม
ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล



นางสาวนิตดา ลิ้มมัน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4404-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

VARIANCE-COMPONENT ESTIMATION FOR TWO-WAY CROSSED
CLASSIFICATION MODEL WITH MAXIMUM LIKELIHOOD AND
MONTE CARLO MAXIMUM LIKELIHOOD METHODS

Miss Wanida Limmun

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-4404-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2
ปัจจัยเชิงสุ่ม ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็น
สูงสุดแบบมอนติคาร์โล

โดย

นางสาววนิดา ลิ้มมัน

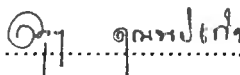
สาขาวิชา

สถิติ

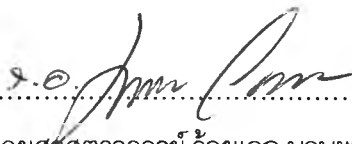
อาจารย์ที่ปรึกษา

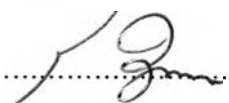
รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา


คณะแพทยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

 คณบดีคณะแพทยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

 ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วรารักษ์ดี)

 อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

 กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ)

วนิดา ลิ้มมัน : การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม
ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล.
(VARIANCE-COMPONENT ESTIMATION FOR TWO-WAY CROSSED CLASSIFICATION
MODEL WITH MAXIMUM LIKELIHOOD AND MONTE CARLO MAXIMUM LIKELIHOOD
METHODS) อ.ที่ปรึกษา : รศ. ดร.สุพล ตุงศ์วัฒนา, 156 หน้า
ISBN 974-17-4404-8

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าองค์ประกอบความ
แปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม 2 วิธีคือวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็น
สูงสุดแบบมอนติคาร์โล โดยสามารถเขียนตัวแบบได้ดังนี้

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \text{ เมื่อ } i=1, \dots, a; j=1, \dots, b; k=1, \dots, n$$

Y_{ijk} แทนค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B, μ แทนค่าเฉลี่ยรวม, α_i แทนผลกระทบระดับที่ i ของปัจจัย A, β_j แทนผลกระทบระดับที่ j ของปัจจัย B, γ_{ij} แทนผลกระทบร่วม
ระดับที่ i ของปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B, ε_{ijk} แทนความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตที่ k ระดับที่ i ของ
ปัจจัย A และระดับที่ j ของปัจจัย B และมีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระซึ่งกันและกัน โดยมีค่าเฉลี่ย 0 และ
ความแปรปรวน $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\gamma^2$ และ σ_ε^2 ตามลำดับ, a แทนจำนวนระดับของปัจจัย A, b แทนจำนวนระดับ
ของปัจจัย B, n แทนจำนวนค่าสังเกตในแต่ละวิธีการทดลองผสม, โดย $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\gamma^2$ และ σ_ε^2 เป็น
พารามิเตอร์องค์ประกอบความแปรปรวนที่ต้องการประมาณ

ข้อมูลที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000
โดยศึกษาภายใต้ความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติ ศึกษาภายใต้สถานการณ์ต่างๆดังนี้ a=b=2,
n=2,3,4 a=b=3, n=2,3,4 a=b=4, n=2,3,4 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน(C.V.)คือ 10%, 50% และ 90%
เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธีคือระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยระหว่างเวกเตอร์ของ
ค่าประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนกับค่าจริงขององค์ประกอบความแปรปรวน

ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ในการศึกษาและเปรียบเทียบไม่มีวิธีใดให้ค่าระยะทางมาหาลาโนบิสต่ำกว่าใน
ทุกสถานการณ์ ดังนั้นในการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม
สามารถเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งได้เป็นกรณี ๆ ไป

ภาควิชา สถิติ
สาขาวิชา สถิติ
ปีการศึกษา 2546

ลายมือชื่อนิสิต..... วิหิตา ลิ้มมัน
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

4482378226 : MAJOR STATISTICS

KEYWORD : VARIANCE COMPONENTS / MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD/ MONTE CARLO
MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD / TWO-WAY CROSSED CLASSIFICATION MODEL

WANIDA LIMMUN : (VARIANCE-COMPONENT ESTIMATION FOR TWO-WAY CROSSED
CLASSIFICATION MODEL WITH MAXIMUM LIKELIHOOD AND MONTE CARLO MAXIMUM
LIKELIHOOD METHODS. THESIS ADVISOR : ASSOCIATE PROFESSOR. SUPOL
DURONGWATANA , Ph.D. 156 pp.
ISBN 974-17-4404-8

The objective of this study is to compare two methods of variance-component estimation for two-way crossed classification model ; maximum likelihood method and Monte Carlo maximum likelihood method. The model for two-way crossed classification design is as follows :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad ; \quad i=1,\dots,a ; j=1,\dots,b ; k=1,\dots,n$$

Y_{ijk} is the k^{th} observation for the i^{th} level of factor A and j^{th} level of factor B ; μ is the grand mean ; α_i is the i^{th} random effect of factor A ; β_j is the j^{th} random effect of factor B ; γ_{ij} is random effect for interaction for the i^{th} level of factor A and j^{th} level of factor B ; ε_{ijk} is the random effect the k^{th} observation for the i^{th} level of factor A and j^{th} level of factor B and $\alpha_i, \beta_j, \gamma_{ij}$ and ε_{ijk} are mutually , independently and normally distributed with mean 0 and variance $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\gamma^2$ and σ_ε^2 respectively where a is number of levels for factor A ; b is number of levels for factor B and n is number of replication for each treatment combination. The parameter $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\gamma^2$ and σ_ε^2 are variance components for the model.

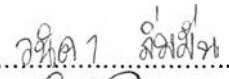
In this study , Monte Carlo simulation technique is done through S-PLUS 2000 code. The random error is generated as normally distributed variable. The simulation is specified at a=b=2, n=2,3,4 ; at a=b=3, n=2,3,4 ; and at a=b=4, n=2,3,4 , the coefficient of variation (C.V.) is specified at 10% , 50% and 90% respectively. The average of Mahalanobis distance between the vector of variance component estimates and the vector of true values is measure for comparison between both methods.

The results of the study show that there is no significant of average Mahalanobis distance for all situations from one of both methods. Then both methods can be interchangeably for variance-component estimation for the model.

Department Statistics

Field of study Statistics

Academic year 2003

Student's signature.....

Advisor's signature.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความพยายามและความมุ่งมั่น รวมทั้งความกรุณาของรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดียิ่ง จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอพระคุณด้วยความรู้สึกซาบซึ้งและสำนึกในพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วรภักดิ์ และรองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ ในฐานะประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และขอกราบขอพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้โอกาสทางการศึกษาและประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอพระคุณ บิดา มารดา และญาติพี่น้อง ซึ่งให้การสนับสนุนด้านการเงิน และให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา และขอขอพระคุณเพื่อน ๆ และ พี่ ๆ นิสิตปริญญาโทสาขาสถิติทุกท่านที่ให้กำลังใจและการสนับสนุนในการทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดีตลอดมา และเนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ได้รับการอุดหนุนจากทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูปภาพ.....	ท
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 สมมติฐานของการวิจัย.....	2
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น.....	2
1.5 ขอบเขตของการวิจัย.....	5
1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	7
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	7
1.8 วิธีดำเนินการวิจัย.....	8
2 แนวคิดและทฤษฎี.....	9
2.1 ข้อสมมติของตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม.....	9
2.2 การกำหนดค่าสมมติเบื้องต้นสำหรับค่าองค์ประกอบความแปรปรวน.....	11
2.3 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีความ ควรจะเป็นสูงสุด.....	12
2.4 การประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีความ ควรจะเป็น สูงสุดแบบมอนติคาร์โล.....	17
2.5 การประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์ องค์ประกอบความแปรปรวน.....	21
2.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี.....	24

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย..... 26
3.1	การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล..... 26
3.2	แผนการดำเนินการวิจัย..... 27
3.3	ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย..... 28
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 35
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 129
5.1	สรุปผลการวิจัย..... 129
5.2	อภิปรายผลการวิจัย..... 130
5.3	ข้อเสนอแนะ..... 133
รายการอ้างอิง.....	135
ภาคผนวก.....	137
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	156

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับตัวแบบข้ามกลุ่ม 2 ปัจจัยเชิงสุ่ม.....	4
2.1 แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์ $\hat{\sigma}_\alpha^2, \hat{\sigma}_\beta^2, \hat{\sigma}_\gamma^2, \hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ของการกระทำซ้ำ 400 ครั้ง.....	18
4.1 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=2, b=2, n=2.....	38
4.2 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=2, b=2, n=3.....	40
4.3 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=2, b=2, n=4.....	42
4.4 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=3, b=3, n=2.....	44
4.5 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=3, b=3, n=3.....	46
4.6 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=3, b=3, n=4.....	48
4.7 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=4, b=, n=2.....	50
4.8 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=4, b=4, n=2.....	52
4.9 การเปรียบเทียบค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเฉลี่ยที่คำนวณได้ จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุดและวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับค่าคงที่ h ต่างๆ เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ a=4, b=4, n=4.....	54

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.37 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 10%.....	115
4.38 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 50%.....	117
4.39 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 90%.....	119
4.40 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 10%.....	121
4.41 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 50%.....	123
4.42 การเปรียบเทียบระยะทางมาหาลาโนบิสเนลล์ระหว่างวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าเท่ากับ 90%.....	125
5.1 แสดงวิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่เหมาะสมที่สุด จำแนกตามระดับปัจจัย ขนาดของหน่วยทดลอง สัมประสิทธิ์ความแปรผัน และค่าคงที่ h	131

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	แผนผังขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวประมาณพารามิเตอร์องค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดแบบมอนติคาร์โล.....	20
3.1	แผนผังแสดงขั้นตอนวิธี Newton-Raphson.....	31
3.2	แผนผังในการทำงานของโปรแกรม.....	33
4.1	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=2$	39
4.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=3$	41
4.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=4$	43
4.4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=3, b=3, n=2$	45
4.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=3, b=3, n=3$	47
4.6	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=3, b=3, n=4$	49
4.7	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=4, b=4, n=2$	51
4.8	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=4, b=4, n=3$	53
4.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าคงที่ h เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=4, b=4, n=4$	55
4.10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=2$	58
4.11	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=3$	60
4.12	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเชลล์กับค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน เมื่อระดับปัจจัยและขนาดหน่วยทดลองคือ $a=2, b=2, n=4$	62

สารบัญรูปร่าง (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50% และค่าคงที่ $h = 1$	93
4.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90% และค่าคงที่ $h = 1$	95
4.28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10% และค่าคงที่ $h = 2$	97
4.29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50% และค่าคงที่ $h = 2$	99
4.30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90% และค่าคงที่ $h = 2$	101
4.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10% และค่าคงที่ $h = 3$	103
4.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50% และค่าคงที่ $h = 3$	105
4.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ขนาดหน่วย ทดลองที่ใช้ต่าง ๆ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90% และค่าคงที่ $h = 3$	107
4.34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ระดับปัจจัยที่ เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 1$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10%	110
4.35 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจเลีย ณ ระดับปัจจัยที่ เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 1$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50%	112

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.36 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 1$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90%	114
4.37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10%	116
4.38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50%	118
4.39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 2$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90%	120
4.40 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10%	122
4.41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 50%	124
4.42 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าระยะทางมาหาลาโนบิสเจสีย ณ ระดับปัจจัยที่เท่ากันต่าง ๆ เมื่อค่าคงที่ $h = 3$ และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 90%	126