บทที่ 2

แนวคิด และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อความรู้ แนวคิด ทฤษฎี จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. แนวคิดและทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญา
   - 1.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget
   - 1.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Bruner
   - 1.3 ทฤษฎีโครงสร้างทางปัญญาของ Thurstone
2. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
   - 2.1 ความหมายของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
   - 2.2 ประเภทของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
   - 2.3 ข้อแตกต่างของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย
   - 2.4 การวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย
   - 2.5 การวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย
   - 2.6 ประโยชน์และข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
   - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
3. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดประสบการณ์หรือการจัดกิจกรรม
   - 3.1 แนวทางการส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล
   - 3.2 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 3.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 3.4 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
4. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
   - 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
   - 4.2 พฤติกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
   - 4.3 ชนิดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
   - 4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. แนวคิดและทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญา

1.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget

1.1.1 การจัดระบบทางปัญญาและการปรับโครงสร้างทางปัญญา

ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญา (The Cognitive Development Theory) ของ Piaget เป็นทฤษฎีที่กล่าวถึง พัฒนาการทางปัญญาของมนุษย์ ตั้งแต่แรกเกิดถึงวัยรุ่น ในการศึกษาพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget ว่ามีแนวคิดอย่างไรต้องทำความเข้าใจกับคำต่าง ๆ (Lefrancois , 2000 : 81-82) ดังนี้

โครงสร้างทางปัญญา (Schema) คือ โครงสร้างทางสมองซึ่งเนื่องมาจากบุคคลปรับตัว และจัดระบบปัญญาให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม โครงสร้างทางปัญญา นั้นสามารถเทียบได้เหมือนกับ มโนทัศน์ (Concept)

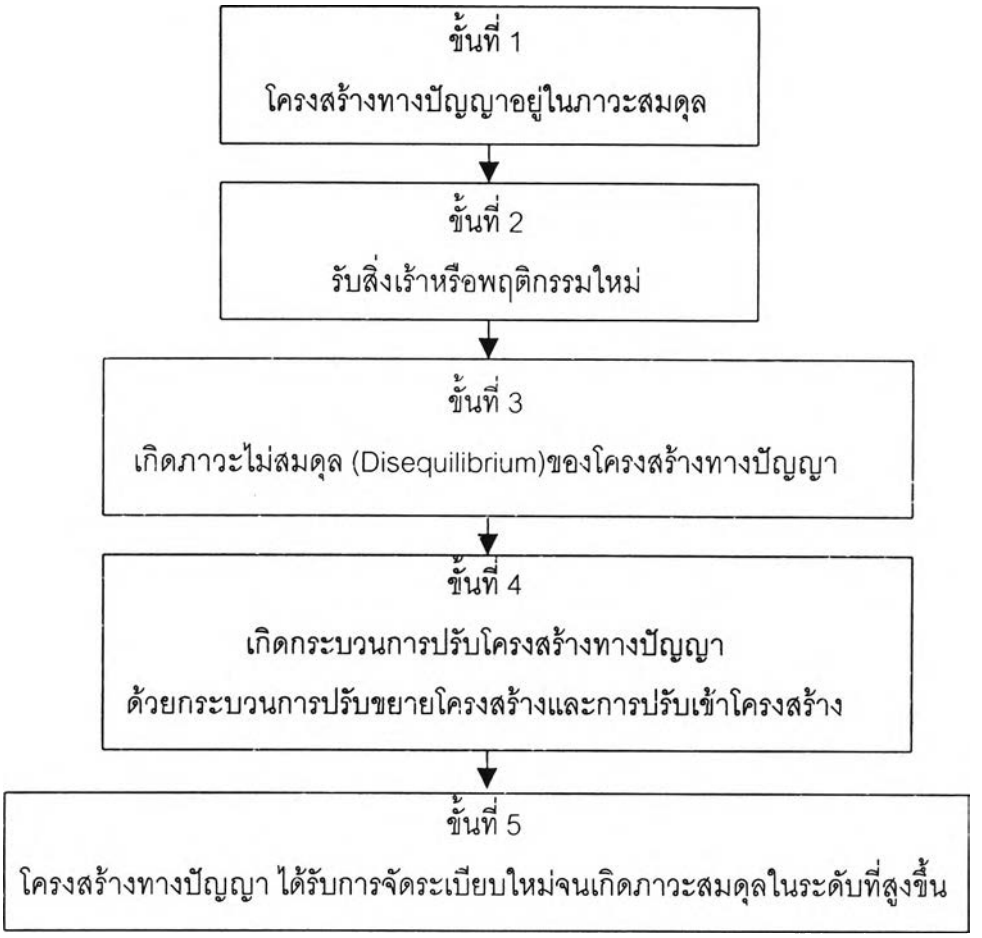
กระบวนการปรับเข้าโครงสร้าง (Assimilation) คือ กระบวนการของปัญญาที่เกี่ยวข้องกับการวางเหตุการณ์ที่เป็นสิ่งเร้าใหม่ จากโลกภายนอก ให้เข้าไปอยู่ในกลุ่มโครงสร้างทางปัญญาเดิม หรือสคีมาที่มีอยู่แล้วในสมอง

กระบวนการปรับขยายโครงสร้าง (Accommodation) คือ กระบวนการของปัญญาซึ่งอินทรีย์พยายามปรับปรุงขยายโครงสร้างที่มีอยู่เดิม ให้เข้ากับสิ่งเร้าใหม่ที่อินทรีย์ไม่เคยพบเห็นมาก่อน

การสร้างความสมดุล (Equilibration) เป็นความสมดุลระหว่างกระบวนการปรับเข้าโครงสร้างและกระบวนการปรับขยายโครงสร้าง

การจัดระบบ (Organization) เป็นการจัดระเบียบความรู้ จะอยู่ในรูปของการผสมผสานหน่วยโครงสร้างความรู้หลาย ๆ หน่วยให้เป็นกลุ่มหรือเป็นหมวดหมู่เดียวกัน

การปรับโครงสร้างทางปัญญา(Adaptation) เป็นการปรับโครงสร้างความคิดให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมซึ่งเป็นแนวโน้มที่มีมาแต่กำเนิด บุคคลมีการปรับโครงสร้างทางปัญญาเนื่องจากมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ดังแสดงในแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 ลำดับขั้นในกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Adaptation)

(Bybee and Sund, 1982 อ้างใน ประสาท อิสรปรีดา และ วีณา วิสเพ็ญ, 2534 : 13)

1.1.2 ขั้นพัฒนาการทางปัญญา

Piaget ได้กำหนดขั้นพัฒนาการทางปัญญาตามการเปลี่ยนแปลงของการคิด ซึ่งลักษณะสำคัญของขั้นในพัฒนาการทางปัญญานั้นมี 4 ประการด้วยกัน (Hunt and Sullivan, 1974 : 131– 132)

1) ขั้นพัฒนาการทางปัญญาแต่ละขั้น จะเป็นช่วงระยะของการสร้างความรู้ความคิด และจัดระเบียบความรู้ความคิดขึ้นในลักษณะที่แตกต่างไปจากขั้นอื่น ๆ

2) การบรรลุถึงขั้นของสติปัญญาขั้นหนึ่ง จะเป็นจุดเริ่มของพัฒนาการทางปัญญาในขั้นที่สูงขึ้น ฉะนั้นพัฒนาการทางสติปัญญาในแต่ละขั้น จะมีลักษณะต่อเนื่องกัน (Continuity) ตลอดทุกระยะ

3) พัฒนาการทางปัญญาแต่ละขั้น จะพัฒนาไปตามลำดับก่อน–หลัง กล่าวคือจะเริ่มจากขั้นที่ 1 ก่อนขั้นที่ 2 ขั้นที่ 2 ก่อนขั้นที่ 3 ขั้นที่ 3 ก่อนขั้นที่ 4 เสมอ จะไม่มีการ

กระโดดข้ามขั้น หรือเริ่มขั้นสูงก่อนขั้นต่ำ อย่างไรก็ตาม อายุของเด็กแต่ละคนในแต่ละขั้นนั้นอาจจะแตกต่างกันไปได้

4) กระบวนการของพัฒนาการจากขั้นต้นไปสู่ขั้นที่สูงขึ้นจะอยู่ในรูปบูรณาการอย่างกลมกลืน โครงสร้างทางปัญญาในขั้นพัฒนาการระยะต้น ๆ จะได้รับการปรับให้เป็นโครงสร้างทางปัญญาใหม่ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในขั้นพัฒนาการที่สูงขึ้นต่อ ๆ ไป

สำหรับขั้นพัฒนาการทางปัญญา Piaget ได้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น (ดวงเดือน ศาสตรภัทร ,2520, ประสาท อิสรปรีดา และ วีณา วิสเพ็ญ,2534) คือ

1) ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The Sensory – Motor Period)ขั้นนี้จะเริ่มจากแรกเกิดจนถึง 2 ปี เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวได้ด้วยการสัมผัส การเคลื่อนไหวหรือการกระทำ ในระยะแรก ๆ พฤติกรรมของเด็กจะอยู่ในรูปปฏิกิริยาสะท้อน (Reflex) ซึ่งเป็นการกระทำที่ยังไม่มีจุดมุ่งหมายและไม่ได้ตั้งใจ ในระยะต่อมา พฤติกรรมที่เด็กแสดงออกจะเป็นการกระทำสิ่งต่าง ๆ อย่างตั้งใจหรือมีจุดมุ่งหมาย เด็กในขั้นนี้จะสนใจเฉพาะสิ่งที่เขามองเห็นหรือได้ยินหรือจับต้องได้ เขาจะยังไม่มีจินตนาการ จะสามารถรับรู้ได้ว่า สิ่งของที่เขาพบเห็นนั้นมีขนาด รูปร่าง สี คงที่ เขาจะเริ่มแยกความแตกต่างและมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งของแยกความแตกต่างระหว่างคุณสมบัติของวัตถุ พฤติกรรมที่แสดงออกมีการจงใจ (Intention) โครงสร้างทางปัญญา (Schema) จะเกิดขึ้นและพัฒนาเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และสามารถนำโครงสร้างที่มีอยู่มาสัมพันธ์กันได้การพัฒนาขั้นนี้คือการคงที่ของวัตถุ ซึ่งสำหรับผู้ใหญ่การมองเห็นวัตถุในระยะต้น ๆ ทารกจะเข้าใจและพบความจริงเกี่ยวกับการย้ายที่ของวัตถุ (Displacement) รวมทั้งพบว่าวัตถุไม่ได้หายไปดังที่เข้าใจซึ่งเป็นการค้นพบความถาวรของวัตถุ ในตอนท้ายของขั้นนี้ เด็กจะสามารถคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการใหม่ ๆ จะเริ่มคิดก่อนทำ และดูเหมือนจะเริ่มสามารถเลียนแบบโดยไม่จำเป็นต้องมีตัวแบบให้เห็นในขณะนั้นได้ ซึ่งแสดงว่าเด็กมีพัฒนาการด้านความจำเพิ่มมากขึ้น จึงกล่าวได้ว่า ในขั้นนี้กิจกรรมทางปัญญาด้านการคิดของเด็กจะเกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์น้อยมากหรือเกือบไม่มีเลย พฤติกรรมส่วนใหญ่เป็นเรื่องของการเคลื่อนไหว และกิจกรรมการคิดส่วนใหญ่ยังคงเกี่ยวข้องอยู่เฉพาะสิ่งที่เขาสัมผัสได้เท่านั้น

2) ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The Period of Preoperational Thought) อายุระหว่าง 2-7 ปี ขั้นนี้พฤติกรรมเนื่องมาจากความคิดมากกว่าการกระทำ ความคิดเกิดจากการใช้สัญลักษณ์ และลำดับของพฤติกรรม จะเกิดขึ้นในสมองมากกว่าเหตุการณ์ที่จะเกิดเนื่องมาจากทางด้านร่างกาย ในขั้นนี้ เด็กจะเริ่มใช้ภาษาและภาษาจะพัฒนาอย่างรวดเร็วในช่วงอายุ 2-4 ปี พฤติกรรมในตอนระยะต้น ๆ ของขั้นนี้ ส่วนใหญ่มักจะยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentric)

นอกจากการยึดตนเองเป็นศูนย์กลางแล้ว เด็กในขั้นนี้จะมีขีดจำกัดในการรับรู้ เขาสามารถเพ่งพิจารณาหรือให้ความใส่ใจในสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้ครั้งละ 1 มิติ เท่านั้น เขาไม่สามารถเพ่งพิจารณาคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ พร้อม ๆ กัน 2 มิติได้ จากข้อจำกัดดังกล่าว มีผลให้เด็กในขั้นนี้ ไม่สามารถเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ปริมาณได้ เขาจะไม่สามารถเข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากัน แม้จะเปลี่ยนรูปร่างหรือแปรสภาพหรือเปลี่ยนที่วางนั้นจะยังคงเท่ากันอยู่ และยังไม่สามารถจะคิดแบบย้อนกลับ เนื่องจากขั้นนี้เขายังมีแนวโน้มยึดการรับรู้โดยมีลักษณะการยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง ความคิดในระหว่างขั้นนี้ ส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับการรับรู้เป็นส่วนใหญ่

3) ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (The Period of Concrete Operation) ขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 7 ถึง 11 ปี ซึ่งในขั้นนี้การให้เหตุผลของเด็กกลายมาเป็นแบบตรรกศาสตร์ เด็กจะสามารถใช้เหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์มาแก้ปัญหาที่มองเห็นจับต้องได้ เด็กในขั้นนี้จะมีความสามารถคิดเหตุและผลที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยไม่ยึดอยู่เฉพาะการรับรู้เหมือนขั้นก่อน ๆ เขาจะสามารถเข้าใจถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ที่รวมกันขึ้นเป็นส่วนรวมทั้งหมด เขาสามารถคิดย้อนกลับ (Reversibility) สามารถเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ (Conservation) สามารถจัดกลุ่มหรือประเภทของสิ่งของ (Classification) สามารถจัดเรียงอันดับของสิ่งของ (Seriation) และสามารถเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเวลา (Time) ได้

ความสามารถคิดย้อนกลับได้นั้น หมายถึงการที่เด็กสามารถคิดย้อนไปสู่จุดเดิมหรือตำแหน่งเดิมหลังจากที่เปลี่ยนแปลงมาแล้วได้ เด็กที่อยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมสามารถปฏิบัติการแบบ Reverse ได้ เขาสามารถจะคิดย้อนกลับสิ่งที่ตรงกันข้าม และสามารถใช้การนิรนัย (Deduction) ได้อย่างเหมาะสม

นอกจากความสามารถคิดย้อนกลับแล้ว เด็กในขั้นนี้ยังสามารถเข้าใจว่าเมื่อวัตถุเปลี่ยนรูปร่างไปหรือเปลี่ยนที่อยู่ สิ่งนั้นก็ยังคงมีปริมาณคงเดิมอยู่ ความสามารถในการอนุรักษ์ในขั้นนี้ เด็กจะสามารถจัดกลุ่มของสิ่งของและจัดเรียงอันดับของสิ่งของได้ ๆ เด็กที่อยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมนี้ใช้ปฏิบัติการด้วยหลักทางตรรกศาสตร์ เพื่อนำมาแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวัตถุหรือเหตุการณ์ที่สามารถมองเห็นจับต้องได้ เขาไม่สามารถแก้ไขปัญหาที่สมมุติขึ้น หรือไม่สามารถแก้ไขปัญหาที่เกี่ยวข้องกับถ้อยคำทั้งหมด และไม่สามารถแก้ไขปัญหาที่ต้องการ การปฏิบัติการที่ซับซ้อน นอกจากเขาจะบรรลุเข้าสู่ความคิดแบบนามธรรม ซึ่งจะต้องพัฒนาโครงสร้างทางปัญญาให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นกว่าในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม

4) ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม (The Period of Formal Operation) อายุประมาณ 11-15 ปี ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรมเป็นพัฒนาการขั้นสูงสุดของโครงสร้างทางปัญญา พัฒนาคุณภาพถึงขีดสูงสุดตอนอายุประมาณ 15 ปี เด็กวัยรุ่นสามารถที่จะคิดโดยใช้หลักเหตุผล

ทางตรรกศาสตร์ สามารถแก้ปัญหาที่สมมุติขึ้น สามารถแก้ไขปัญหาทั้งรูปธรรมและนามธรรมได้ ซึ่งในขั้นนี้ศักยภาพของเด็กในด้านความคิดจะพัฒนาอย่างมีคุณภาพที่สุด

พรรณี ช. เจนจิต (2538 : 133) กล่าวถึง ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาและความคิดของ Piaget ว่าเป็นทฤษฎีที่ได้ศึกษาถึงกระบวนการคิดทางปัญญาของเด็กแรกเกิดจนถึงวัยรุ่น ความคิดของเขาก็มีอิทธิพลต่อจิตวิทยาพัฒนาการอย่างมาก เขาได้กระตุ้นให้คนสนใจกับขั้นตอนของพัฒนาการ โดยเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวกับปัญญา (Cognition) Piaget มีความเชื่อว่าเป้าหมายของพัฒนาการนั้นคือ

ความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับสิ่งที่เป็นนามธรรม

ความสามารถที่จะคิดตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผล

ความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์ และการแก้ปัญหา

1.1.3 การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกเป็นกระบวนการทางความคิดซึ่ง Piaget เชื่อว่าปัญญาเกิดจากการที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหาได้ การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกเริ่มเกิดขึ้นในพัฒนาการทางสมองขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมและมีศักยภาพสูงสุดในขั้นพัฒนาการขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

Karplus (1977 : 170-171) ได้อธิบายการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกตามแนวทฤษฎีของ Piaget ดังนี้

การคิดหาเหตุผลในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (Concrete Reasoning Patterns)

C_1 (Classification) สามารถจำแนกและรวมกลุ่มสิ่งของโดยอาศัยเกณฑ์การสังเกตคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้น เช่น สามารถแยกความแตกต่างระหว่างกรดและเบสได้ โดยการสังเกตสีของกระดาษลิตมัสที่เปลี่ยนแปลง และมีความเข้าใจลักษณะที่เป็นตรรก เช่น สุนัขเป็นสัตว์ แต่สัตว์ทุกตัวไม่ใช่สุนัขทั้งหมด

C_2 (Conservation) สามารถคิดอย่างมีเหตุผลเรื่องการอนุรักษ์ โดยปริมาตรของสารคงที่เมื่อไม่มีการนำมาเพิ่ม หรือเอาออกไป เช่น เมื่อเทน้ำออกจากถ้วยลงในกระบอกตวง ปริมาณของน้ำจากถ้วยในครั้งแรกจะเท่ากับปริมาตรของน้ำในกระบอกตวง

C_3 (Serial ordering) สามารถจัดอันดับแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งของต่าง ๆ จากการสังเกตคุณสมบัติและเริ่มใช้วิธีจับคู่ (One – to – One Correspondence) ระหว่างสิ่งของสองกลุ่ม เช่น สัตว์ขนาดเล็กจะมีจังหวะการเต้นของหัวใจ เร็วกว่าสัตว์ที่มีขนาดใหญ่ที่มีการเต้นของหัวใจช้า

การคิดหาเหตุผลในขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม (Formal Reasoning Patterns)

F_1 (Theoretical Reasoning) สามารถจัดแบ่งกลุ่มที่ซับซ้อนมากขึ้น ใช้หลักตรรก ช่วยในการจัดอันดับและการคิดอย่างมีเหตุผล ไม่จำเป็นต้องอาศัยคุณสมบัติที่สังเกตได้ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้า

F_2 (Combinatorial Reasoning) สามารถใช้กฎเกณฑ์พิจารณาลักษณะผสมของความคิดในปัญหาต่างๆ เช่นสามารถเข้าใจลักษณะทางพันธุกรรมที่แสดงลักษณะปรากฏและลักษณะแฝงตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไปได้

F_3 (Functionally and Proportional Reasoning) อธิบายและตีความของลักษณะหน้าที่ในลักษณะความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์

F_4 (Control of Variables) มีความเข้าใจในความจำเป็นที่จะออกแบบการทดลอง โดยการควบคุมตัวแปรอื่น ๆ นอกจากตัวแปรที่ต้องการทดสอบเท่านั้น

F_5 (Probability and Correlation Reasoning) สามารถตีความจากการสังเกตตัวแปรอื่น ๆ ซึ่งแสดงผลที่ไม่ได้คาดหวังไว้ แต่จะตีความเฉพาะตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันเท่านั้น

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบการคิดหาเหตุผลของเด็กในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมและขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม (Karplus,1977 :171)

ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม	ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม
1) ต้องใช้การอ้างอิงจากการกระทำที่คล้ายคลึงกัน จากวัตถุและจากคุณสมบัติที่สังเกตได้	1) สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับมโนทัศน์ ความสัมพันธ์ คุณสมบัติทางนามธรรม ข้อเท็จจริง และทฤษฎี โดยใช้สัญลักษณ์แทนความคิดได้
2) สามารถให้เหตุผลตาม C_1- C_3 แต่ไม่สามารถให้เหตุผลตาม F_1- F_5	2) สามารถให้เหตุผลตาม F_1- F_5 ได้ดีพอ ๆ กับ C_1- C_3
3) ในการปฏิบัติการที่ยุ่งยาก ต้องการคำแนะนำที่เป็นลำดับขั้น	3) สามารถวางแผนเพื่อปฏิบัติการ โดยครอบคลุมถึงวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้
4) มักไม่ใช้ความคิดของตนเอง ให้ความคิดเห็นที่ไม่แน่นอน ใช้ข้อสรุปหลายประเด็น หรือบางครั้งขัดแย้งกับข้อเท็จจริง	4) มีความรู้ ความเข้าใจ และใช้ความคิดพิจารณาด้วยตนเอง ตรวจสอบทบทวนเพื่อให้เกิดความเชื่อมั่นในผลสรุป ซึ่งใช้ข้อมูลต่าง ๆ เป็นรากฐาน

1.1.4 ปัจจัยพัฒนาการทางปัญญา

Piaget เชื่อว่า ปัญญาไม่ได้เป็นสิ่งที่ติดตัวมาแต่กำเนิด หรือเป็นสิ่งที่เนื่องมาจากสิ่งแวดล้อมเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ต้องอาศัยปัจจัยทั้งสองด้าน คือ พันธุกรรมและสิ่งแวดล้อมร่วมกันได้มีการอธิบายถึงปัจจัยที่มีผลต่อพัฒนาการทางปัญญาไว้ ดังนี้คือ (Wadsworth, 1979 แปลโดย ดวงเดือน ศาสตรภัทร, 2520 : 20-22)

1) วุฒิภาวะ (Maturation) เป็นการทำงานของระบบประสาทที่ถูกต้องเหมาะสมกับระดับอายุต่าง ๆ เป็นสภาพการเปลี่ยนแปลงทางร่างกายซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคลโดยมียีนส์เป็นตัวกำหนด ทำให้เด็กสามารถทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ เช่น คลาน ยืน วิ่ง วุฒิภาวะมีผลต่อการพัฒนาปัญญาทางอ้อม กล่าวคือ วุฒิภาวะเป็นเครื่องมือของบุคคลในการที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

2) ประสบการณ์ (Experience) เป็นการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น เด็กพูดได้ต้องเคยได้ยินเสียงพูดมาก่อน Piaget กล่าวถึงประสบการณ์ว่ามีอยู่ 2 ลักษณะคือ

2.1) ประสบการณ์ทางกายภาพ (Physical Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุด้วยการกระทำต่อวัตถุ เป็นประสบการณ์ของมนุษย์ที่ได้รับการรับรู้ทางประสาทสัมผัส เช่น เด็กยอมรับว่ารูปสี่เหลี่ยมเกิดจากเส้นตรงที่วางขนานกัน 2 คู่ มาประกอบกันเข้า

2.2) ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์(Logical Mathematic Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุ โดยการไตร่ตรองจากการกระทำต่อวัตถุ เป็นประสบการณ์ได้รับโดยผ่านการปฏิบัติจริง เช่น จากการทดสอบเด็กเรื่องการอนุรักษ์จำนวน ผู้ทดสอบวางลูกปัด 2 แถว แถวละ 10 เม็ด แถวหนึ่งวางเป็นวงกลม อีกแถวหนึ่งวางเป็นเส้นตรง ผู้ทดสอบจะนับจำนวนลูกปัดทั้ง 2 แถวให้เด็กดู แล้วถามว่ามีจำนวนเท่ากันหรือไม่ จากประสบการณ์ทางกายภาพเด็กจะเห็นลูกปัดเป็นวงกลม และเป็นแถว ทำให้คิดว่า ลูกปัดไม่เท่ากันต้องใช้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการไตร่ตรองจากการนั้นจึงจะตอบได้ว่าลูกปัดมีจำนวนเท่ากัน

3) ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Interaction) เป็นการเรียนรู้จากการปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นและสิ่งแวดล้อม เช่น จากวัฒนธรรม คำสอน การอบรมเลี้ยงดู ทำให้เด็กมีการปรับตัวให้เข้ากับสังคม อย่างไรก็ตามการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคมเป็นเพียงปัจจัยหนึ่งซึ่งอาจจะเร้าให้เกิดพัฒนาการทางด้านปัญญาแต่ไม่ได้เป็นตัวกำหนด เพราะเด็กมีพัฒนาการทางด้านปัญญาตามลำดับขั้นอยู่แล้ว

4) การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุล (Equilibration) เป็นปัจจัยที่สำคัญเพราะ

เป็นการผสมผสานผลที่ได้จากปัจจัยทั้ง 3 ประการ ที่กล่าวมาแล้วมาใช้ให้เป็นประโยชน์ การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุลเป็นกระบวนการภายในร่างกายในการจัดระบบความคิดให้มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาเนื่องจากมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม การได้พบสิ่งใหม่ ๆ เด็กต้องมีการปรับเข้าโครงสร้างควบคู่กันไป ส่งผลให้เกิดสภาพสมดุล เด็กจะมีความมั่นใจและสามารถคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

1.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Bruner

Bruner (อ้างใน ประสาท อิสรปรีดา, 2523 : 133-136) ได้แบ่งพัฒนาการทางปัญญาและการคิดออกเป็น 3 ขั้นคือ

1) ขั้นแสดงออกด้วยการกระทำ (Enactive Stage) ขั้นนี้เปรียบเทียบได้กับขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimoter Stage) ของ Piaget เป็นขั้นที่เด็กเรียนรู้จากการกระทำ (Learning by Doing) มากที่สุด

2) ขั้นสร้างภาพแทนใจ (Iconic Stage) ขั้นนี้เปรียบเทียบได้กับขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Stage) ของ Piaget เด็กในวัยนี้เกี่ยวข้องกับความเป็นจริงมากขึ้น เด็กจะเกิดความคิดจากการรับรู้เป็นส่วนใหญ่อาจมีจินตนาการบ้าง แต่ยังไม่สามารถคิดได้ลึกซึ้งเหมือนขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรมของ Piaget

3) ขั้นใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) เป็นพัฒนาการขั้นสูงสุดของ Bruner เปรียบได้รับพัฒนาการขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปแบบ (Concrete Operational) ของ Piaget ขั้นนี้เด็กสามารถเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งของสามารถเกิดความคิดรวบยอดหรือสังกัปในสิ่งต่าง ๆ ที่
ซับซ้อนได้มากขึ้น

จากทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget และ Bruner สรุปได้ว่า นักเรียนในช่วงชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 10 – 11ปี ซึ่งตามทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget อยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมตอนปลาย และเริ่มเข้าสู่ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรมตอนต้น และตามทฤษฎีพัฒนาการของ Bruner อยู่ในขั้นใช้สัญลักษณ์ และจากแนวคิดของ Piaget ที่กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อพัฒนาการทางปัญญา ซึ่งประกอบด้วยพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ดังนั้นในการที่จะพัฒนาการทางการคิดให้กับนักเรียน ครูผู้สอนต้องจัดประสบการณ์หรือกิจกรรมเพื่อเป็นการส่งเสริมพัฒนาการ ซึ่งการจัดกิจกรรมให้กับนักเรียนในขั้นนี้ควรให้นักเรียนได้มีโอกาสตั้งปัญหาทดสอบปัญหาและช่วยกันค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้นๆกระตุ้นในการแก้ปัญหาโดยอาศัยการแก้ปัญหาด้วยการใช้เหตุผลต่าง ๆ เน้นการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนากระบวนการคิดจากรูปธรรมไปสู

การคิดได้ คิดเป็น ในลักษณะนามธรรมโดยอาศัยการสังเกต คิดวิเคราะห์ หาเหตุผลและลงมือปฏิบัติเป็นรายบุคคล

1.3 ทฤษฎีโครงสร้างทางปัญญาของ Thurstone

Thurstone (อ้างใน ชุมพร ยงกิตติกุล , 2539 : 38) เป็นผู้ที่ทำให้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบใช้อย่างแพร่หลายด้านการศึกษาวิจัยทางจิตวิทยา เขาได้ใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบที่เรียกว่า Centroid Method วิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์ของผลการทดสอบความสามารถด้านต่าง ๆ แล้วสรุปว่ามีกลุ่มองค์ประกอบที่สำคัญ 7 กลุ่ม ที่เรียกว่า ความสามารถปฐมภูมิทางสมอง (Primary Mental Abilities) เรียกย่อ ๆ ว่า PMA กลุ่มความสามารถทั้ง 7 มีดังนี้

1) ความเข้าใจทางภาษา (Verbal Comprehension) เป็นความสามารถทางด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายและความสัมพันธ์ของถ้อยคำ

2) ความสามารถทางตัวเลข (Number) เป็นความรวดเร็วและความแม่นยำในการคิดคำนวณปัญหาง่าย ๆ ทางเลขคณิต เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ตัวเลขง่าย ๆ

3) ความเร็วในการรับรู้ (Perceptual Speed) เป็นความเร็วและแม่นยำทางการจำรายละเอียดของสิ่งที่พบเห็นหรือได้รับรู้

4) ความสามารถทางมิติสัมพันธ์ (Spatial Relations) เป็นความสามารถในการสร้างจินตนาการเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิต เป็นการสร้างมโนภาพต่อจากสิ่งที่รับรู้ในขณะนั้น

5) ความคล่องทางถ้อยคำ (Word Fluency) เป็นความสามารถทางการใช้ถ้อยคำหลาย ๆ คำที่มีความหมายคล้ายคลึงกันหรือตรงกันข้าม

6) ความจำ (Rote Memory) เป็นความสามารถในการระลึกทันทีเกี่ยวกับสิ่งที่ท่องจำได้

7) ความสามารถทางการใช้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถทางการสรุปกฎเกณฑ์ทั่วไปจากสิ่งย่อย ๆ ไปสู่สิ่งใหม่

จากทฤษฎีโครงสร้างทางปัญญาของ Thurstone สรุปได้ว่าความสามารถปฐมภูมิทางสมองมีกลุ่มองค์ประกอบที่สำคัญ 7 กลุ่ม ทำให้ทราบถึงความสามารถของสมองด้านเหตุผลของแต่ละบุคคลมีองค์ประกอบอะไรบ้างเพื่อจะนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาการคิด

2. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก

2.1 ความหมายของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก

ในการคิดหาเหตุผลนั้นเพื่อความสมเหตุสมผล จึงต้องมีหลักการของตรรกตรรกศาสตร์ หรือตรรกวิทยา เข้ามาเกี่ยวข้องเสมอ ตรรกศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญยิ่งและเป็นรากฐานที่สำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของตรรก ตรรกศาสตร์หรือตรรกวิทยา ดังนี้

Shaner (1959 : 123) ได้กล่าวว่าการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกว่าเป็น การคิดที่ช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผลยิ่งขึ้นทั้งยังเป็นการช่วยในการตัดสินใจของมนุษย์

Mill (1979 อ้างใน นุสรา พิมพ์อาภรณ์ , 2530 : 11) ให้ความหมายของตรรก ว่าเป็นวิทยาศาสตร์ที่ว่าด้วยการใช้ความเข้าใจให้เป็นประโยชน์ต่อการประเมินค่าหลักฐานว่าด้วยทั้งกระบวนการที่ดำเนินจากความจริงที่รู้แล้วไปสู่ความจริงที่ยังไม่รู้ และการใช้ปัญญาทั้งหมดเท่าที่จะเกื้อกูลต่อกระบวนการนี้ทั้งหมด

Copi (1990 : 4) ได้กล่าวว่า ตรรกคือการศึกษาเกี่ยวกับกฎเกณฑ์และเหตุผลที่ใช้แยกแยะเหตุผลที่ถูกต้องออกจากเหตุผลที่ไม่ถูกต้อง

ปานใจ สุขสวัสดิ์ (2517 : 3)ให้นิยามของตรรกวิทยาว่าเป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักการและวิธีการของการใช้เหตุผล เพื่อให้เราใช้ความคิด ภาษาพูด ภาษาเขียน อย่างมีเหตุผล ไม่ก่อให้เกิดความสำคัญผิด ไม่เข้าใจคนอื่นผิด ๆ และรู้จักตัดสินปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

กีรติ บุญเจือ (2521 : 179) ให้นิยามของตรรกศาสตร์ คือ วิชาที่ว่าด้วยธรรมชาติ และหลักเกณฑ์การใช้เหตุผล เหตุผลเป็นสิ่งที่คิดไว้ในสมองและแสดงออกมาให้รับรู้โดยใช้ภาษา จะเป็นภาษาพูดหรือภาษาเขียนก็ได้

บุญมี แท่นแก้ว (2530 : 1)ให้นิยามของตรรกวิทยาคือวิชาที่ว่าด้วยการตรึกตรอง วิชาที่เกิดขึ้น เพราะอาศัยความคิดอย่างมีเหตุผล วิชาที่ว่าด้วยกฎเกณฑ์ การใช้เหตุผลหรือวิชาที่ว่าด้วยกฎแห่งความคิด

กล่าวโดยสรุปการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก หมายถึง ความสามารถในการสรุปผลจากเหตุหรือข้อความที่กำหนดให้หรือที่ตั้งขึ้น และผลสรุปนั้นจะต้องเกิดขึ้นอย่างสมเหตุสมผลและเป็นความจริงตามข้อความที่กำหนดให้หรือที่ตั้งขึ้น

2.2 ประเภทของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก

สำหรับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก Eysenck and others (1972 : 214) ได้แบ่งการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกเป็น 2 วิธี คือ การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

2.2.1 การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดโดยการสรุปจากตัวอย่าง ซึ่งผลสรุปต้องสมเหตุสมผล หรือ จากประโยคอ้างที่เป็นความจริงสากลไปยังข้อสรุป หรือ การคิดโดยใช้เหตุผลจากส่วนรวมไปยังส่วนย่อย

Magill and Rodriguez (1996 : 1005) ได้ให้ความหมายการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ได้จากข้อสรุปที่เป็นจริงจากประโยคอ้างที่ถูกและสมเหตุสมผลและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

กีรติ บุญเจือ (2521 : 4) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบนิรนัยว่า คือ วิธีการพิสูจน์โดยอ้างข้อความทั่วไป ที่แน่ใจได้ก่อนไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่แน่ใจได้ภายหลัง หรือสนับสนุนประสบการณ์เฉพาะหน่วยให้แน่ใจยิ่งขึ้น

จิตรา ทับแสง (2529 : 8) กล่าวว่านิรนัย เป็นการนำความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันกับอีกข้ออ้างหนึ่ง เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อย การสรุปแบบนี้ไม่อาศัยประสบการณ์ใช้ความคิด ดูธรรมชาติของความสัมพันธ์ระหว่างข้ออ้างต่าง ๆ กับข้อสรุป ว่ามีสาเหตุอ้างมาอย่างนี้ จะสรุปผลอย่างนี้ได้หรือไม่ คือ ดูความสมเหตุสมผลของข้ออ้างและการสรุป โดยไม่พิจารณาความจริงหรือเท็จของข้อสรุปแต่อย่างใด ถือว่าถ้าข้ออ้างทั้งหมดจริง ข้อสรุปก็จริงด้วย ถ้าเป็นเท็จก็เท็จด้วย

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534 : 7) ได้ให้ความหมายของตรรกวิทยาระบบนิรนัย คือ การอ้างเหตุผลที่ข้อสรุปเป็นจริง เพราะการยอมรับข้ออ้าง (ว่าเป็นจริง) ซึ่งความหมายว่า ถ้าข้ออ้างทุกข้อจากการอ้างเหตุผลเป็นจริงแล้ว ข้อสรุปก็จำเป็นต้องจริงด้วย (จะเป็นเท็จไม่ได้) หรืออาจกล่าวสั้น ๆ ว่า การอ้างเหตุผลที่ข้อสรุปเป็นจริงตามเงื่อนไขของข้ออ้าง

<u>ตัวอย่าง</u> ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

เหตุ : คนรู้ตรรกวิทยาทุกคนเป็นคนมีเหตุผล
คนมีเหตุผลทุกคนไม่เป็นคนถูกหลอกง่าย
ดังนั้น : คนรู้ตรรกวิทยาทุกคนไม่เป็นคนถูกหลอกง่าย

เหตุ : สัตว์ทั้งหมดเป็นสิ่งต้องตาย
มนุษย์เป็นสัตว์ประเภทหนึ่ง
ดังนั้น : มนุษย์เป็นสิ่งต้องตาย

2.2.2 การคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดโดยอาศัยข้อเท็จจริงบางประการและการสังเกต โดยเริ่มสังเกตจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปที่รวมส่วนย่อยเหล่านั้นเข้าไว้ หรือ การคิดโดยใช้เหตุผลจากส่วยย่อยไปหาส่วนรวม

Magill and Rodriguez (1996 : 1005) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลที่ได้จากประโยคอ้างที่เป็นจริง และสนับสนุนสำหรับข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ในข้อสรุปที่ถูกต้องนั้นไม่สามารถที่จะเป็นจริงเสมอไปได้

กีรติ บุญเจือ (2521 : 4) ได้ให้ความหมายของการคิดแบบอุปนัยว่าเป็นการพิสูจน์ โดยอ้างประสบการณ์ เฉพาะหน่วยที่แน่ใจแล้วไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่ยังไม่แน่ใจให้มีความแน่ใจมากขึ้น

จิตรา ทับแสง (2529 : 7) การนำความรู้ที่ได้จากการตัดสินใจจากประสบการณ์หลาย ๆ ครั้ง มาเป็นข้ออ้างสนับสนุน หรือพิสูจน์ข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปนี้จะได้จากการสรุปความเหมือนความสัมพันธ์ของข้ออ้าง ซึ่งได้จากประสบการณ์ส่วนย่อยบางส่วน แล้วนำมาสรุปเป็นคุณสมบัติ ความสัมพันธ์ของส่วนรวมทั้งหมด ซึ่งรวมไปถึงที่ยังไม่มีประสบการณ์ด้วย

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534 : 7) ได้ให้ความหมายของตรรกวิทยาแบบอุปนัย คือ การอ้างเหตุผลที่ข้ออ้างจริงทุกข้อ แต่ข้ออ้างสนับสนุนข้อสรุปเพียงบางส่วน ดังนั้นข้อสรุปจึงยังมีโอกาสที่จะเป็นเท็จได้ หรือ กล่าวได้ว่าถ้าข้ออ้างทุกข้อเป็นจริง ข้อสรุปจะมีโอกาสเป็นจริงสูง

<u>ตัวอย่าง</u> ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย

เหตุ : กาทุกตัวที่เคยเห็นมีสีดำ
ดังนั้น : กาทุกตัวในโลกนี้มีสีดำ

เหตุ : มนุษย์เป็นสิ่งต้องตาย
สัตว์เป็นสิ่งต้องตาย
พืชเป็นสิ่งต้องตาย
ดังนั้น : สิ่งมีชีวิตทั้งหมดเป็นสิ่งต้องตาย

2.3 ข้อแตกต่างของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย

Salmon (1974 : 14) ได้สรุปข้อแตกต่างของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ไว้ 2 ประการใหญ่ ๆ คือ

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) ถ้าประโยคอ้างทั้งหมดเป็นจริง ข้อสรุปจะต้องเป็นจริงอย่างแน่นอน	1) ถ้าประโยคอ้างเป็นจริง ข้อสรุปก็เป็นไปได้ว่าจริง แต่ก็ไม่แน่ใจว่าจะเป็นจริงเสมอไป
2) เนื้อหาความจริงทั้งหมดในข้อสรุปนั้นเป็นจริงอยู่แล้วอย่างน้อยก็ปรากฏอยู่ในประโยคอ้างที่กำหนดให้	2) ข้อสรุปนี้เนื้อหาที่กินความมากกว่าประโยคอ้างที่กำหนดได้

ส่วน สุวรรณ เพชรนิล (2521 : 50) ได้กล่าวถึงข้อแตกต่างระหว่างการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัยไว้ดังนี้

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) ประโยคเหตุต้องถือว่าถูกหรือจริง	1) ประโยคเหตุได้มาจากประสบการณ์ มิใช่เพียงถือว่าจริง
2) มุ่งความถูกต้องทางรูปแบบเป็นหลัก บทสรุปถูกต้อง สืบสาวมาจากช่วงเหตุที่ถูกต้อง	2) มุ่งความถูกต้องทั้งตามรูปแบบและเนื้อหา บทสรุปถูกต้องตามข้อเท็จจริงที่สืบสาวมาจากประสบการณ์
3) บทสรุปจะมีขอบเขตกว้างกว่าช่วงเหตุไม่ได้ แต่อาจจะสากลหรือสากลน้อยกว่าช่วงเหตุได้ จะสากลกว่าไม่ได้	3) บทสรุปมีขอบเขตกว้างกว่าช่วงเหตุเสมอ

ส่วน อมร โสภณวิเชษฐวงศ์ (2521 : 184) ก็ได้กล่าวถึงความแตกต่างระหว่างการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัยไว้ดังนี้

แบบนิรนัย	แบบอุปนัย
1) เป็นการคิดหาเหตุผลจากหลักทั่วไป ไปหาข้อเท็จจริงปลีกย่อย	1) เป็นการคิดหาเหตุผลจากข้อเท็จจริงปลีกย่อยไปหาหลักทั่วไป
2) บทสรุปที่ได้มีขอบเขตแคบกว่าประพจน์เหตุ	2) บทสรุปที่ได้มีขอบเขตกว้างกว่าประพจน์เหตุ
3) ใช้ความรู้เดิมพิสูจน์ข้อเท็จจริงให้น่ายอมรับเชื่อถือมากขึ้น	3) ก่อให้เกิดความคิดริเริ่มแปลก ๆ ใหม่ ๆ เพิ่มขึ้น

2.4 การวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย

การวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย ในการวิจัยครั้งนี้ อาศัยหลักใหญ่ ๆ 2 ประการ คือ ตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัว (The Sixteen Binary Operation) (Inhelder and Piaget 1959 : 103 – 104) และ การใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง (Syllogism) (Smiley, 1973 อ้างใน นฤมล แซ่เตีย , 2531:13) ซึ่งหลักแต่ละประการมีรายละเอียด ดังนี้

2.4.1 หลักเกี่ยวกับตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัว ซึ่ง Inhelder and Piaget (1959 : 103 – 104) ได้กล่าวถึงตัวปฏิบัติการคิด 16 ตัวที่ใช้เป็นหลักในการคิด โดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย ว่า ตัวปฏิบัติการคิดทั้ง 16 ตัวใช้เชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์เข้าด้วยกัน ผลแห่งการเชื่อมประพจน์จะได้ประพจน์ใหม่ที่ถูกต้องตามหลักตรรก ตัวปฏิบัติการเหล่านี้ได้แก่

1) ตัวรวมกลุ่ม (Disjunction) ใช้สันธาน "และ/หรือ" เป็นตัวเชื่อม เขียนเป็นสัญลักษณ์ p v q การเชื่อมประพจน์เป็นไปในลักษณะที่ว่าถ้าประพจน์ใดประพจน์หนึ่งเป็นจริงหรือเป็นจริงทั้งสองประพจน์ การเชื่อมด้วยตัวปฏิบัติการเลือกโดยใช้เหตุผลก็จะเป็นจริง

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p \vee q) = (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q) \vee (p \cdot q)$

เมื่อ p แทนประพจน์ p เป็นจริง, $\bar{p}$ แทนประพจน์ p เป็นเท็จ

q แทนประพจน์ q เป็นจริง, $\bar{q}$ แทนประพจน์ q เป็นเท็จ

ตัวอย่าง นักเรียนที่วาดเขียนเก่งหรือไม่ก็ร้องเพลงเก่ง หรือ เก่งทั้งสองอย่างจะอยู่ห้องเดียวกับเดซา สุชาติอยู่ห้องเดียวกับเดซาแต่สุชาติวาดเขียนไม่เก่ง ดังนั้นสุชาติร้องเพลงเก่ง

2) รูปนิเสธของการรวมกลุ่ม (Negation of Disjunction) แสดงรูปนิเสธของ(p v q) กล่าวคือ (p v q) ไม่เป็นจริงแล้ว เมื่อ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p \vee q) = (\bar{p} \cdot \bar{q})$

จากตัวอย่างในข้อที่ 1 ถ้ามานพไม่ได้อยู่ในห้องเดียวกับเดซา ดังนั้น มานพวาดเขียนไม่เก่ง และ เล่นกีฬาไม่เก่ง

3) ตัวร่วมกลุ่ม (Conjunction) หมายถึง p เป็นจริง และ q เป็นจริง มีความหมายตรงกับคำว่า "และ" ใช้สัญลักษณ์ (p . q)

ตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนเก่งและเล่นกีฬาเก่ง จะได้เป็นดาราของโรงเรียน สมชายเป็นดาราของโรงเรียน ดังนั้นสมชายเรียนเก่ง และเล่นกีฬาเก่ง

4) รูปนิเสธของตัวร่วมกลุ่ม (Negation of Conjunction)หมายถึง(p.q) ไม่เป็นจริง แสดงว่า p หรือ q เป็นเท็จ หรือเป็นเท็จทั้ง 2 ประพจน์

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p.q) = (p.\bar{q}) \vee (\bar{p}.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$

จากตัวอย่างข้อที่ 3 ถ้าธีระไม่ได้เป็นดาราของโรงเรียน ดังนั้นธีระเรียนไม่เก่ง หรือไม่ก็เล่นกีฬาไม่เก่ง หรือไม่เก่งทั้งสองอย่าง

5) การเป็นเหตุเป็นผลหรือตัวเงื่อนไข (Implication) ใช้สันธาน "ถ้า.....แล้ว..." เป็นตัวเชื่อมประพจน์ ถ้าประพจน์หนึ่งเป็นจริงทำให้ประพจน์หนึ่งเป็นจริงด้วย

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p \supset q) = (p . q) \vee (\bar{p} . q) \vee (\bar{p} . \bar{q})$

ตัวอย่างเช่น ใครก็ตามถ้ากินลูกอม แล้วฟันจะผุ ดวงดาวได้กินลูกอม ดังนั้น ดวงดาวฟันผุ

6) รูปนิเสธของตัวเงื่อนไข (Negation of Implication) เป็นการบอกว่าเงื่อนไขเป็นเท็จ หมายความว่า p เป็นจริง แต่ q เป็นเท็จ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p \supset q) = (p . \bar{q})$

จากตัวอย่าง ข้อ 5 ถ้าเกสรไม่ได้กินลูกอม ดังนั้นเกสรฟันไม่ผุ

7) รูปกลับของตัวเงื่อนไข (Converse Implication)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(q \supset p) = (p . q) \vee (p . \bar{q}) \vee (\bar{p} . q)$

8) รูปนิเสธของรูปกลับของตัวเงื่อนไข (Negation of Converse Implication)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(q \supset p) = (\bar{p} . q)$

9) การเท่ากัน (Equivalence) ใช้สันธาน ".....ก็ต่อเมื่อ...." เชื่อมประพจน์

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ p = q หมายถึง p เป็นจริง และ q เป็นจริง หรือ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p = q) = (p . q) \vee (\bar{p} . \bar{q})$

ตัวอย่างเช่น ทุกคนจะเป็นคนดีได้ก็ต่อเมื่อปฏิบัติตามศีล 5 ครบทุกข้อ นงนุช ปฏิบัติตามศีล 5 ครบทุกข้อ ดังนั้น นงนุชเป็นคนดี

10) รูปนิเสธของการเท่ากัน (Negation of Equivalence)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(p \vee\!\vee q) = (p . \bar{q}) \vee (p . \bar{q})$

จากตัวอย่างข้อ 9 มงคลเป็นคนไม่ดี ดังนั้น มงคลไม่ได้ปฏิบัติตามศีล 5

11) รูปความสัมพันธ์โดยอิสระ p ต่อ q (Independence of p to q)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p[q] = (p . q) \vee (p . \bar{q})$

ตัวอย่างเช่น นายแดงเป็นชาวเขาและนายดำเป็นชาวสวน หรือ นายแดงเป็นชาวนาและนายดำไม่เป็นชาวสวน ดังนั้นนายแดงเป็นชาวนา

12) รูปนิเสธของความสัมพันธ์โดยอิสระของ p ต่อ q (Negation of Independence of p to q)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\bar{p}[q] = (\bar{p}.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$

ตัวอย่างเช่น นายแดงไม่เป็นชาวนา และนายดำเป็นชาวสวน หรือนายแดงไม่เป็นชาวนาและนายดำไม่เป็นชาวสวน ดังนั้นนายแดงไม่เป็นชาวนา

13) รูปความสัมพันธ์โดยอิสระของ q ต่อ p (Independence of q to p)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $q[p] = (p \cdot q) \vee (\bar{p}.q)$

14) รูปนิเสธของความสัมพันธ์โดยอิสระของ q ต่อ p (Negation of Independence of q to p)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\bar{q}[p] = (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p}.\bar{q})$

15) สัจนิรันดร์ (Tautology)

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $p * q = (p \cdot q) \vee (p.\bar{q}) \vee (\bar{p}.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$

ตัวอย่างเช่น หยิบไพ่มาจากกองให้เป็นแต้มหนึ่งและเป็นดอกจิก หรือเป็นอย่างใดอย่างหนึ่งหรือไม่ทั้งสองอย่าง

16) ความเท็จโดยรูปแบบ (Contradiction) หมายความว่าไม่มีอะไรเลย

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ นิเสธของ $(p * q) = 0$

ตัวอย่างเช่น จากข้อ 15 ถ้าอยู่ในรูปนิเสธ คือไม่ได้หยิบไพ่มาจากกองก็จะไม่มีอะไรเลย

จากระบบปฏิบัติการ 16 ตัว มีตัวเชื่อมทั้งหมด 5 ตัวคือ

1) ตัวรวมกลุ่ม (Disjunction) มีความหมายตรงกับคำว่า " และ/หรือ "
2) ตัวร่วมกลุ่ม (Conjunction) มีความหมายตรงกับคำว่า "และ"
3) การเป็นเหตุเป็นผลหรือตัวเงื่อนไข (Implication) มีความหมายตรงกับคำว่า " ถ้า....แล้ว...."
4) การเท่ากันหรือการสมมูลกัน (Equivalence) มีความหมายตรงกับคำว่า ".....ก็ต่อเมื่อ...."
5) รูปนิเสธ (Negation) มีความหมายตรงกันข้ามกับความหมายเดิม

2.4.2 การใช้เหตุผลแบบต่อเนื่อง (Syllogism) เป็นการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย ตามแนวอริสโตเติล (Aristotle) ซึ่งเรียกว่า ซิลโลจีสซึม ก็เป็นโครงสร้างการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Smiley, 1973 อ้างใน นฤมล แซ่เตีย , 2531:13) เพราะว่าการคิดหาเหตุผลแบบซิลโลจีสซึม ก็เป็นการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้างไปยังข้อสรุป ถ้าข้ออ้างทุกข้อของการอ้างเหตุผลเป็นจริงแล้ว ข้อสรุปก็จำเป็นต้องเป็นจริงด้วย (ชัชชัย คุ้มทวีพร, 2534 : 44) เช่นเดียวกับหลักการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย ซึ่ง ซิลโลจีสซึม คือการอ้างเหตุผลที่มีโครงสร้างหรือแบบแผนตายตัว ประกอบด้วยประโยคตรรก 3 ประโยค โดยที่สองประโยคแรกเป็นข้อเสนอหรือหลักฐาน ส่วนประโยคที่สามเป็นข้อสรุปหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

2.5 การวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

Searles (1956 : 229-230) ได้กล่าวว่าการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยต้องอาศัย การสรุปรวม การอุปมาอุปไมย การจัดเข้าพวก การลำดับตัวเลขและการลำดับตัวอักษร ดังนั้น การคิดแบบอุปนัย จึงเริ่มจากสิ่งเฉพาะหลาย ๆ สิ่ง เพื่อที่จะสรุปเป็นหลักใหญ่ ดังนี้

2.5.1 การจัดหมวดหมู่ (Classification) เป็นการวัดความสามารถด้านการจำแนก การแยกสิ่งของ ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยยึดโครงสร้าง หน้าที่ รูปร่าง ลักษณะ คุณสมบัติเฉพาะ ฯลฯ เป็นหลักในการเปรียบเทียบกับกลุ่มนั้น ๆ รูปแบบของคำถามจะมี 2 ลักษณะ คือ

1) รูปแบบของคำถาม โดยโจทย์จะกำหนดคำมาให้ชุดหนึ่งซึ่งเป็นพวกเดียวกัน หรืออยู่ในประเภทเดียวกัน แล้วให้เลือกคำที่อยู่ในพวกเดียวกันกับคำที่กำหนดให้

<u>ตัวอย่าง</u>

หนังสือ สมุด ปากกา ดินสอ .....

ก. ครู ข. นักเรียน ค. ไม้บรรทัด ง. ไม้เรียว จ. กระดานดำ

2) รูปแบบของคำถาม โดยกำหนดคำมาให้ 5 คำ จะมีอยู่ 4 คำ ที่มีความหมายคล้ายกัน หรืออยู่ในประเภทเดียวกัน และจะมีอยู่คำหนึ่งที่แตกต่างออกไป ไม่เข้าพวกกับข้ออื่น ๆ โจทย์จะให้หาคำที่ไม่อยู่ในประเภทเดียวกันหรือไม่เข้าพวก

<u>ตัวอย่าง</u>

คำในข้อใดที่ไม่เข้าพวกกับคำที่กำหนดให้

ก. โทรทัศน์ ข. พัดลม ค. ตู้เย็น ง. เทป จ. ไม้กวาด

2.5.2 การอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นการวัดความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งจะต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ และ เรื่องราวต่าง ๆ แล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นหรือสถานการณ์อื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นทำนองเดียวกัน หรือลักษณะเดียวกับของเดิม ซึ่งอาจเป็นทางด้านโครงสร้างหน้าที่ หรือคุณลักษณะต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันเหมาะสมกันมากที่สุด

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดคำหรือภาพมาให้คู่หนึ่ง คำหรือภาพที่กำหนดให้นั้น จะสัมพันธ์กันในทางใดทางหนึ่ง แล้วให้หาคำหรือภาพที่มีความสัมพันธ์กับคำหรือภาพที่กำหนดให้

ตัวอย่าง

วัด : พระ :: โรงเรียน : .....

ก. นายอำเภอ ข. ตำรวจ ค. ครู ง. นางพยาบาล จ. ทหาร

2.5.3 การลำดับตัวเลข (Number Series) เป็นการวัดความสามารถในการที่จะเข้าใจ และเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน หรือปริมาณมาก น้อย

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวเลข มาให้ชุดหนึ่ง แล้วให้สังเกตตัวเลขในชุดนั้นว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎเกณฑ์ใด อย่างใด แล้วหาตัวเลขตัวถัดไปของเลขชุดนั้น

ตัวอย่าง

10, 15, 20, 25, 30, 35 ,.....

ก. 40 ข. 50 ค. 60 ง. 70 จ. 80

2.5.4 การลำดับตัวอักษร (Letter Series) เป็นการวัดความสามารถในการที่จะเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวอักษร ลำดับก่อนหลังของตัวอักษร

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวอักษรมาให้ เหมือนกับการลำดับตัวเลข แล้วให้สังเกตตัวอักษรในชุดนั้น ว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎเกณฑ์ใด อย่างใด แล้วหาตัวอักษรตัวถัดไป

ตัวอย่าง ม ก ย ก ร ก ล ก ว .....

ก. ก ข. ซ ค. ฟ ง. จ จ. ฮ

2.5.5 การจัดกลุ่มตัวอักษร (Letter Grouping) เป็นการวัดความสามารถในการจัดกลุ่มของตัวอักษร ว่าในกลุ่มของตัวอักษรที่ให้มานั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดกลุ่มตัวอักษรมาให้ 5 กลุ่ม ซึ่งจะมีอยู่ 4 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์เหมือนกัน และจะมีอยู่กลุ่มตัวอักษรหนึ่งที่แตกต่างออกไปไม่เข้าพวกกับกลุ่มอื่น

ตัวอย่าง

กลุ่มตัวอักษรกลุ่มใดแตกต่างไปจากกลุ่มที่กำหนดให้

ก. กกงจ ข. กมวก ค. สกกฟ ง. ขกตป จ. กชณก

2.5.6 การสรุปรวม (Generalization) และหลักการคิดให้เหตุผลแบบอุปนัยของ Mill (Mill's Methods of Inductive Inference) ซึ่ง Mill (อ้างใน Copi and Cohen 1990 : 383 - 399) ได้รวบรวมวิธีการสรุปผลแบบอุปนัยเอาไว้สำหรับตรวจดูความสัมพันธ์ของกรณีต่าง ๆ มีทั้งหมด 5 วิธี คือ

1) วิธีหาความสอดคล้องกัน (Method of Agreement) ในปรากฏการณ์ที่นำมาพิจารณาซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่มีข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป ข้อมูลเหล่านั้นจะมีสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์หลาย ๆ อย่างต่าง ๆ กันไป แต่มีอยู่อย่างหนึ่งที่เหมือนกัน เป็นตัวร่วมที่เกิดในทุกข้อมูล แล้วทุกข้อมูลเกิดปรากฏการณ์เหมือนกัน สรุปได้ว่าสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์ที่เหมือนกันในทุกข้อมูลนั้น เป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์นั้น เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d	X
a q r s	X
a m n o	X

จากแผนภาพจะเห็นว่า a คือสาเหตุของ X เช่น ในหอพักแห่งหนึ่ง นิสิตทุกคนท้องเสียอย่างแรง เราต้องการทราบว่าอะไรเป็นสาเหตุให้เกิดการท้องเสีย ก็เรียกนักศึกษามาสอบถามว่ารับประทานอะไรเข้าไปบ้างก่อนที่เกิดการท้องเสีย ปรากฏว่านิสิตทุกคนรับประทานอาหารต่าง ๆ กัน มีส้มตำเป็นตัวร่วมที่ทุกคนรับประทานเหมือนกัน จึงสรุปว่าตัวร่วมนั้นเป็นสาเหตุของปรากฏการณ์ คือ การรับประทานส้มตำเป็นสาเหตุที่ทำให้ท้องเสีย

2) วิธีหาความแตกต่าง (Method of Difference) ในข้อมูลหลาย ๆ ข้อมูล ที่มีสิ่งแวดล้อมซึ่งเกิดก่อนปรากฏการณ์เหมือน ๆ กัน และมีปรากฏการณ์เหมือน ๆ กันตามมา แต่มีข้อมูลหนึ่งที่มีสิ่งแวดล้อมซึ่งเกิดก่อนปรากฏการณ์ต่างออกไป และมีปรากฏการณ์ตามมาต่างออกไปด้วย สรุปได้ว่าสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์ที่แตกต่างไปนั้น เป็นสาเหตุทำให้เกิด

ปรากฏการณ์ตามมาที่ต่างออกไป คือ

เหตุ	ผล
a b c d	X
a b c d	X
p b c d	L

จากแผนภาพจะเห็นว่า p คือ สาเหตุของ L เช่น นก นิด หน่อย รับประทานอาหารร่วมกัน ปรากฏว่านิดคนเดียวเท่านั้นที่มีอาการท้องเสีย จากการสอบถามพบว่า นก นิด และหน่อย รับประทานอาหารเหมือน ๆ กัน มีอยู่อย่างเดียวที่นิดรับประทาน แต่นกกับหน่อย ไม่รับประทานคือ มะม่วงแช่อิ่ม ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า มะม่วงแช่อิ่มเป็นสาเหตุของการท้องเสีย

3) **วิธีหาความสอดคล้องและแตกต่างร่วมกัน** (Joint Method of Agreement and Difference) **คือการนำ** 2 วิธีมาผสมกันทำให้การสันนิษฐานสรุปหาสาเหตุได้แม่นยำขึ้น มากกว่าใช้วิธีใดวิธีหนึ่งตามลำพัง เพราะเป็นการช่วยกันตรวจสอบสาเหตุทั้ง 2 วิธี โดยผลสรุปออกมาตรงกัน เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d	X
a c p y	X
- b c p	X
a y d c	X

จากแผนภาพจะเห็นว่า ทุกกรณีที่มี a จะเกิดผล X แต่ที่ไม่มี a ก็ไม่เกิดผล X ส่วนประกอบอื่น ๆ นั้นกระจายอยู่แตกต่างออกไป ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า a คือสาเหตุของ X เช่น เก่ง แขก เปิ้ล นก และ หนิง เดินทางทัศนาจรร่วมกัน ตอนเย็นปรากฏว่าปวดท้องกันทุกคน แต่เปิ้ลมีอาการท้องเสียด้วย ถ้าจะหาสาเหตุของการปวดท้องและท้องเสีย จะต้องสำรวจดูว่าแต่ละคนรับประทานอาหารอะไรกันบ้าง สมมติว่าเป็นดังนี้

เก่ง	ข้าว	แกงเผ็ด	ทอดมัน	ซาลาเปา				
แขก	ข้าว	แกงเผ็ด		ซาลาเปา	มะม่วง			
เปิ้ล	ข้าว	แกงเผ็ด	ทอดมัน		มะม่วง	ก๋วยจั๊บ	ส้มตำ	
นก		แกงเผ็ด	ทอดมัน	ซาลาเปา		ก๋วยจั๊บ		ราดหน้า
หนิง		แกงเผ็ด		ซาลาเปา		ก๋วยจั๊บ		ราดหน้า

ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า สาเหตุของอาการปวดท้องน่าจะเป็นแกงเผ็ด (ความสอดคล้อง) สาเหตุของอาการท้องเสียน่าเป็นส้มตำ (ความแตกต่าง) ข้อสรุปที่ได้มานี้มีคุณค่าเพียงระดับน่าจะเป็นเท่านั้น จะยืนยันแล้วยังไม่ได้ ถ้าทดสอบได้ก็ให้ทดสอบดู เพื่อความน่าจะเป็นให้สูงและใกล้ความจริงมากขึ้น

4) วิธีหาส่วนที่เหลือ (Method of Residues) ในปรากฏการณ์เดียวกัน ถ้ามีสาเหตุที่ทำให้เกิดผลหลายอย่างร่วมกัน ถ้าเรารู้ว่าสาเหตุใดทำให้เกิดผลใด ให้เราหักออกเสียก็จะเป็นสาเหตุของผลที่เหลือ เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ A B C
ผล a b c
รู้ว่า B เป็นสาเหตุของ b
และ C เป็นสาเหตุของ c

ดังนั้นสาเหตุที่เหลือคือ A ย่อมเกิดผลที่เหลือคือ a เช่น วันหนึ่งจ่ายกับข้าวที่ตลาดไป ซื้อเนื้อหมู ผักสด น้ำปลา ขนมหวาน ส้ม รวมเป็นเงิน 150 บาท จำได้ว่าเนื้อหมูราคา 70 บาท น้ำปลาราคา 22 บาท ผักสดราคา 27 บาท ส้มราคา 18 บาท แต่จำไม่ได้ว่าขนมหวานราคาเท่าไร ก็ใช้วิธีหาส่วนที่เหลือ ทำให้ทราบว่าขนมหวานราคา 13 บาท เพราะ 13 บาทที่เหลือเป็นผลของสาเหตุที่เหลือ

ในกรณีนี้จะเห็นว่า เรารู้ว่าสาเหตุมีจำนวนจำกัดและมีอะไรบ้าง สามารถสำรวจได้ทั่วถึงทุกหน่วย ทำให้ได้ผลสรุปแน่นอน แต่ถ้ากรณีใดที่ไม่สามารถรู้จำนวนที่แน่นอนของสาเหตุหรือไม่รู้ว่าจะมีอะไรบ้างก็ต้องตั้งสมมติฐานและทดสอบ ผลสรุปที่ได้ก็จะมีระดับน่าจะเป็นไปได้เหมือนวิธีอุปนัยวิธีอื่น ๆ

5) วิธีหาความผันแปร (Method of Concomitant Variation) เป็นการสังเกตการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมที่เกิดขึ้นก่อน และปรากฏการณ์ที่เกิดตามมาว่าเกี่ยวข้องสัมพันธ์คล้อยตาม คือเพิ่มหรือลดระดับตามกันแค่ไหน จึงต้องระวังว่าสาเหตุเดียวกันมิใช่ว่าจะต้องให้ผลเดียวกันเสมอ เพราะถ้าสาเหตุมีระดับความเข้มข้นเปลี่ยนไปมาก ๆ ผลอาจจะเกิดขึ้นเป็นอย่างอื่นเลยก็ได้ เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d	X
a_1 b c d	X_1
a_2 b c d	X_2
a_3 b c d	X_3

จะเห็นว่าเมื่อ a เปลี่ยนไป X ก็จะผันแปรไปด้วย แสดงว่า a และ X เกี่ยวข้องกัน เป็นเหตุเป็นผลกัน เช่น อ๋อยรับประทานยาแก้ปวด 1 เม็ด ไม่มีผลอะไรเลย รับประทาน 2 เม็ดทำให้หายปวดศีรษะ รับประทาน 10 เม็ด ทำให้ตาย เป็นต้น

2.6 ประโยชน์และข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก

ในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกซึ่งประกอบด้วย การคิดหาเหตุผลหาเหตุผลแบบนิรนัยและการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกไว้ดังนี้

2.6.1 ประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534 : 11-12) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ตรรกวิทยาแบบนิรนัยใช้หาความจริงในกรณีที่การทดสอบหรือการสังเกตกระทำได้ยาก เราจะสามารถนิรนัยข้อสรุปจากประโยคต่าง ๆ ได้

2) ขจัดการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

3) ฝึกให้มีระบบความคิดแบบแนบนัย (Consistency)ไม่มีความขัดแย้งระหว่างข้ออ้างในการใช้เหตุผล และมีการอ้างเหตุผลอย่างถูกต้องทำให้สามารถสรุปและเสนอความคิดได้อย่างเป็นระบบถูกต้องและรวดเร็ว

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534 : 11-12) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย ว่าตรรกวิทยาอุปนัยใช้ในการขยายความรู้ไปสู่สิ่งใหม่ที่ยังไม่เคยมีประสบการณ์ เพื่อเป็นการสะดวก ประหยัดเวลา และค่าใช้จ่าย หรือในบางกรณีเราต้องการหาความรู้เกี่ยวกับเรื่องในอดีตที่จะรู้โดยตรงไม่ได้ หรือในบางครั้งการมีประสบการณ์จริงเป็นเรื่องอันตรายที่ควรหลีกเลี่ยง เช่น การทดลองทางการแพทย์หรือทางเภสัชศาสตร์ เป็นต้น

ยุพิน พิพิธกุล (2526 : 280) กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) สั้นและไม่เสียเวลาเพราะใช้กฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาล่วงหน้า

2) ทำให้จำหลัก หรือกฎเกณฑ์ได้แม่นยำจากการนำไปใช้

3) มีการฝึก และทบทวนมาก

4) รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2526 : 280) กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย พอสรุปได้ดังนี้

1) ผู้เรียนจะได้รับการฝึกฝนให้คิดอย่างมีเหตุผล เข้าใจ และจำได้นาน

2) ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง

3) ผู้เรียนมีโอกาส และมีส่วนร่วมในการค้นพบ

4) ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์ และสรุปด้วยตนเอง

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530 : 19 – 24) กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยพอสรุปได้ดังนี้ เป็นวิธีการที่ใช้ในการพิสูจน์หรือยืนยันกฎ ข้อสรุปหรือทฤษฎีบท

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530 : 19 – 24) กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย ว่าเป็นวิธีการที่ทำให้เกิดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ

2.6.2 ข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยและการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530 : 19 – 24) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) เนื่องจากเหตุผลเชิงนิรนัยเป็นกระบวนการเหตุผลที่มีเหตุใหญ่กำหนดเป็นแม่บทและมีเหตุรองเป็นปรากฏการณ์เฉพาะที่ต่อเนื่องมาจากเหตุใหญ่ แล้วจึงนำไปสู่ผลสรุป ฉะนั้นเหตุที่เป็นกลุ่มของข้อความซึ่งจัดเป็นสมมติฐานที่กำหนดไว้นั้นอาจเป็นจริงในชีวิตประจำวันหรือไม่เป็นจริงก็ได้ ถ้าข้อความที่เป็นเหตุเป็นข้อความที่เป็นเท็จ และผลสรุปก็เป็นเท็จด้วย ซึ่งประพจน์แบบนี้ยังมีค่าความจริงเป็นจริง ในกรณีนี้อาจจะเกิดข้อเสียหายแก่ผลสรุปได้ เพราะเหตุผลเชิงนิรนัยมุ่งสรุปผลตามที่มีเหตุกำหนดไว้เท่านั้น

2) เหตุผลเชิงนิรนัยไม่สามารถจะสรุปผลตามที่คาดหวังไว้ได้ ต้องสรุปผลไปตามเหตุต่าง ๆ ที่กำหนดไว้

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530 : 19 – 24) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ในการใช้กระบวนการของเหตุผลเชิงอุปนัย ข้อความที่เป็นเหตุหรือสมมติฐานเป็นตัวอย่างต่าง ๆ ที่เป็นสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริง ไม่ว่าจะมีปรากฏการณ์หรือตัวอย่างมากมายเพียงใด ก็มีตัวอย่างอยู่จำนวนจำกัดจำนวนหนึ่งยังไม่สามารถหยิบยกมาอ้างไว้เป็นเหตุจนครบได้ แต่ถ้าเกิดมีตัวอย่างที่ไม่ได้หยิบยกมาไว้ในสมมติฐานเกิดมีความขัดแย้งกับผลสรุป ก็จะเกิดความเสียหายได้

2) จากการสังเกตข้อเท็จจริงจากเหตุหรือปรากฏการณ์หรือตัวอย่างเฉพาะกรณีที่ยกมา แล้วนำมาสรุปเป็นการวางนัยทั่วไปนั้น ผลสรุปอาจไม่ถูกต้องก็ได้ ซึ่งความเสียหายเกิดเนื่องมาจากข้อ 1

ยุพิน พิพิธกุล (2536 : 279) กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ทำให้ผู้เรียนที่เริ่มต้นเรียน เข้าใจสูตรที่เป็นนามธรรมได้ยาก

2) ผู้เรียนต้องจำสูตรมาใช้ ซึ่งบางครั้งก็ไม่เข้าใจ ความจำจึงกลายมาเป็นเรื่องสำคัญ

3) ถ้าผู้เรียนลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุพิน พิพิธกุล (2536 : 279) กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะได้ผลไม่สมบูรณ์

2) ถ้าเรื่องยาวเกินไปทำให้ผู้เรียนเสียเวลา

3) ผู้สอนทุกคนอาจไม่สามารถใช้วิธีการสอนแบบนี้

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก

ได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและ การพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกโดยใช้วิธีการต่าง ๆ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

2.7.1 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการของความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกมีผู้ศึกษาไว้ดังนี้

Matulis (1969) ศึกษาความเข้าใจในด้านตรรกและคณิตศาสตร์กับเด็กอายุ 8-18 ปี จำนวน 75,000 คน ศึกษา กลุ่มของเด็กในตัวแปรด้านเชาวน์ปัญญา แบ่งเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มเด็กที่มี IQ 60-90 , 91-110 , 111-170+ ตัวแปรด้านสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคม แบ่งเป็น กลุ่ม สูง , กลาง, ต่ำ และตัวแปรด้านอายุ แบ่งเป็น ช่วง 8-10, 11-13, 14-18 โดยใช้แบบทดสอบ 2 ฉบับ จำนวน 33 ข้อ ลักษณะของข้อสอบแบบปรนัย ฉบับที่ 1 เป็นคำถามแบบถ้า....แล้ว.... ส่วนฉบับที่ 2 ทดสอบเกี่ยวกับตัวเชื่อม พบว่าอายุ , เชาวน์ปัญญาและสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมแตกต่างกัน จะมีผลต่อความเข้าใจทางตรรกแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กล่าวคือ นักเรียนที่มีอายุมากกว่า สติปัญญาสูงกว่าและสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมสูงกว่าจะมีความสามารถในการทำแบบทดสอบได้ดีกว่านักเรียนที่มีอายุน้อยกว่า เชาวน์ปัญญาต่ำกว่า และสถานภาพเศรษฐกิจและสังคมต่ำกว่าตามลำดับ และพบว่า พัฒนาการของความเข้าใจด้านตรรกสูงสุดเมื่ออายุ 14-17 ปี

O' Brien and Shapiro (1970) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกกับเด็กอายุ 6 – 13 ปี โดยใช้แบบสอบถามที่เป็นภาษาล้วน สร้างเป็นข้อความที่มีเหตุแล้วให้สรุปผลแล้วถามเด็กว่าสรุปถูกหรือผิด หรือว่ายังสรุปไม่ได้ พบว่าความสามารถทางการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก จะเกิดขึ้นอย่างชัดเจนเหนือช่วงอายุ 8 ปี ซึ่งแบ่งพัฒนาการได้ 3 ลำดับ คือ ระดับอายุ 6 - 8 ปี , ระดับอายุ 9-12 ปี, ระดับอายุ 13 ปี

Lasher (1971) ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก โดยศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลโดยให้ตอบสมมติฐานแบบนิรนัย และวัดการคิดเชิงตรรกในด้านการใช้เหตุผลแบบต่อเนื่องของเด็กนักเรียนเกรด 4-7 พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกในระหว่างขั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกสูงกว่านักเรียนที่เรียนชั้นต่ำกว่า

Opper (1971) ได้ศึกษาพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมและขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรมของเด็กไทยในเมือง และในชนบท พบว่าในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม เด็กไทยมีพัฒนาการเป็นลำดับขั้นเดียวกับเด็กในยุโรปและอเมริกา แต่ล้าหลัง 1 –2 ปี ตามสภาพแวดล้อมในเมืองและในชนบท ส่วนในขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม เด็กไทยล้าหลังกว่าเด็กสวิสหลายปี

Weybright (1972) ศึกษาพัฒนาการคิดเชิงตรรกของเด็กในเรื่องพัฒนาการในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมและขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม โดยใช้เครื่องมือของ Inhelder and Piaget 2 ชนิด คือ การทดสอบของคาน (Equal Arm Balance Task) และการรวมกันของสารเคมีมีสี และ ไม่มีสี ของนักเรียนชนบท ของรัฐอิลินอยส์ สหรัฐอเมริกา 2 ระดับ คือ นักเรียนเกรด 6 จำนวน 30 คน ชาย 15 คน หญิง 15 คน อายุเฉลี่ย 11.9 ปี และนักเรียนเกรด 9 อายุเฉลี่ย 14.8 ปี ผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนเกรด 9 มีความคิดเชิงตรรกสูงกว่านักเรียนเกรด 6 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนตัวแปรทางเพศไม่แตกต่างกัน Weybright ให้ข้อสังเกตว่ามีนักเรียนเกรด 6 เพียงประมาณร้อยละ 20-30 เท่านั้นที่มีความสามารถทางการคิดอยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

คำนึง ภูริปริญญา (2518) ได้ศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยรุ่นในกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กวัยแรกรุ่นชาย หญิง อายุ 12-16 ปี กำลังเรียนอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวมจำนวน 400 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบทดสอบการคิดแบบนิรนัย และแบบอุปนัย ผลการวิจัยพบว่า

1) ความสามารถในการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกรุ่นในแต่ละระดับอายุมีความแตกต่างกัน ยกเว้นที่ระดับอายุ 14 และ 15 ปี และมีแนวโน้มของลักษณะพัฒนาการเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรง

2) เด็กไทยวัยรุ่นชายและหญิงจากการวิเคราะห์รวม ๆ ทุกระดับอายุ พบว่าความสามารถในการคิดเชิงตรรกไม่แตกต่างกัน

วิรัช จาบถนอม (2520) ได้ทำการเปรียบเทียบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์และการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรมของนักเรียนระดับอายุ 13 และ 15 ปี ในกรุงเทพมหานครและในชนบท วัตถุประสงค์ในการวิจัยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์กับการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรม ว่ามีความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด เพื่อตรวจสอบทฤษฎีพัฒนาการทางการคิดของเพียเจท์และทฤษฎีพัฒนาการทางจริยธรรมของโคลเบอร์กในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนไทย และ เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการทางการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์และการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรมของกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับอายุต่างกันว่ามีพัฒนาการสูงขึ้นตามอายุหรือไม่ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยการทดสอบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์จากความสมดุลของคาน ซึ่งผู้วิจัยดัดแปลงมาจากวิธีการของ Inhelder and Piaget แบบทดสอบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ด้วยถ้อยคำที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และแบบทดสอบการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรม ผลการวิจัยพบว่า การคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์จากการตรวจสอบความสมดุลของคานมีความสัมพันธ์กับการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์จากการทดสอบด้วยถ้อยคำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ การคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ไม่มีความสัมพันธ์กับการคิดหาเหตุผลเชิงจริยธรรม กลุ่มตัวอย่างที่มีอายุสูงกว่าจะมีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ดีกว่ากลุ่มตัวอย่างที่มีอายุน้อยกว่า ไม่พบความแตกต่างระหว่างเพศชายและหญิง และกลุ่มตัวอย่างในกรุงเทพมหานครมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่ากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชนบท

สุรินทร์ ผลกล้วย (2524) ได้ทำการเปรียบเทียบพัฒนาการการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ในขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรมและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของเด็กไทยในเมืองและชนบท กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนระดับอายุ 11 – 16 ปี ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นเครื่องมือทดสอบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ซึ่งดัดแปลงมาจากเครื่องมือทดสอบการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาตร์ของ Inhelder and Piaget ผลการวิจัยพบว่า

1) การพัฒนาการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ทั้งเด็กในเมืองและชนบทไม่พบความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในแต่ละระดับอายุ

2) การพัฒนาการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ของเด็กในเมืองสูงกว่าเด็กในชนบทที่ระดับอายุ 11-12 ปี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของเด็กในเมืองสูงกว่าเด็กในชนบทที่ระดับอายุ 11-14 ปี และ 15-16 ปี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

4) การพัฒนาการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2.7.2 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก ได้มีงานวิจัยที่ทำการศึกษาไว้ดังนี้

Lo!a (1997) ได้ศึกษาการพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกของเด็กในระดับประถมศึกษาเพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์โดยพัฒนาเกมมาใช้ ซึ่งเกมที่เด็กเล่น คือ เกมเกี่ยวปัญหาเรื่องตัวเลข และเกมการคำนวณสำหรับเด็กเกรด 2 ขึ้นไป วิธีการเล่นเกมปัญหาเรื่องตัวเลข ผู้เล่นจะแบ่งเป็น 2 กลุ่ม มีตัวเลขตั้งแต่ 0-100 กลุ่มที่เป็นผู้ตั้งตัวเลขจะเลือกตัวเลขไว้ 1 ตัว แล้วเป็นผู้ตอบคำถามเพียง ใช่ หรือ ไม่ใช่เท่านั้น อีกกลุ่มเป็นผู้ทายโดยใช้คำถาม 5 คำถาม หรือแล้วแต่จะกำหนดกติกาขึ้นมา เช่น ผู้ตั้งเลือก เลข 72 อีกกลุ่มจะถามว่า มากกว่า 50 ใช่ไหม (ใช่) น้อยกว่า 70 ใช่ไหม (ไม่ใช่) อยู่ระหว่าง 70 และ 80 ใช่ไหม (ใช่) มันคือเลข 72 ใช่ไหม (ใช่) ถ้าผู้ถามถามไม่เกิน 5 คำถามเป็นผู้ชนะ

ส่วนเกมการคำนวณ จะใช้ผู้เล่น 2 คน ผู้เล่นคนใดบวกถึงเลข 9 ก่อนเป็นผู้ชนะ โดยใช้เลข 1 หรือ 2 เท่านั้น เช่น คนที่ 1 เลือก เลข1 , คนที่ 2 เลือกเลข 2 ก็จะบวกได้ 3 , คนที่ 1 เลือกเลข2 บวกกับ 3 ได้ 5 , คนที่ 2 เลือกเลข 2 บวกกับ 5 ได้ 7 ,คนที่ 1 เลือก 2 บวกกับ 7 ได้ 9 คนที่ 1 เป็นผู้ชนะ

บวกเลขให้ถึง 21 โดยใช้เลข 1,2,3 หรือ 4

การลบโดยเริ่มจาก 100 ถ้าลบถึง 0 ก่อนเป็นผู้ชนะ โดยใช้เลข 1,2,3,4,5,6,7,8 หรือ 9

วีรพร ตันชัชวาล (2526) ศึกษาอิทธิพลของนิทานที่มีต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของเด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน โดยใช้เวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ได้แก่ แบบสอบถามการอบรมเลี้ยงดู นิทานและแบบทดสอบการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ เป็นแบบทดสอบความสามารถในการจำแนกประเภทแบบพหุคูณ และแบบการรวมประเภท ผลการวิจัยพบว่า

1) เด็กในกลุ่มทดลอง มีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ สูงกว่าเด็กในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2) เด็กที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลมาก และแบบใช้เหตุผลน้อยจะมีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

I2C2I4C3C

3) นิทานมีผลต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกันในกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลมาก และแบบใช้เหตุผลน้อย

เพ็ญรุ่ง เพ็ชรกิจ (2539) พัฒนาโปรแกรมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง การดำเนินการวิจัยมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน 2) การสร้างโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ 3) การทดลองใช้โปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ 4) การปรับปรุงโปรแกรม โปรแกรมที่ได้มีลักษณะเป็นโปรแกรมสอนเสริมความรู้นอกเวลาเรียนปกติ ใช้เวลาเรียนทั้งหมด 5 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 5 วัน วันละ 40 นาที ก่อนเข้าเรียน เนื้อหาที่ใช้ในการสอนคือ โจทย์ปัญหาเชิงตรรกที่ใช้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยในการแก้ปัญหา

วราภรณ์ สุรัตนากร (2540) ได้ศึกษาผลของการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์ต่างกันและศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ กับการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แยกเป็นนักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ ต่ำ กลาง สูง ระดับละ 10 คน กลุ่มทดลองได้รับการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ 4 สัปดาห์ กลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึก ผลการวิจัยพบว่า

1)นักเรียนที่ได้เข้าร่วมฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์มีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญ

2)นักเรียนที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์แตกต่างกันมีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการเข้าร่วมฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกนั้นมีการนำกิจกรรมเพื่อพัฒนาหลายรูปแบบ เช่น การฝึกเล่นเกมที่เป็นปัญหาเกี่ยวกับตัวเลข การฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาในเชิงตรรกศาสตร์ ซึ่งเกมและปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยได้พบในห้องเรียนมาก่อน เป็นปัญหาที่มีความยุ่งยากสลับซับซ้อน และมีความท้าทายความสามารถของนักเรียน จากผลการวิจัยพบว่า เด็กที่ได้รับการฝึกกิจกรรมดังกล่าวสามารถที่จะพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกได้

2.7.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกกับความสามารถทางด้านต่าง ๆ ไว้ดังนี้

Lutes (1979) ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกตามแนวคิดของ Piaget กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 ของโรงเรียนรัฐบาลในรัฐวิชิตาร์ สหรัฐอเมริกา โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ISCS (Intermediate Science Curriculum Study) และความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ระดับ 5 และระดับ 6 ผลการวิจัยพบว่า ความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ระดับ 5 และระดับ 6 ไม่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก แต่นักเรียนที่สามารถทำคะแนนความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกได้ดี จะทำคะแนนแบบสอบผลสัมฤทธิ์ ISCS ได้ดีด้วย

ชัยสงคราม เครือหงส์ (2522) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์และผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงไม่แตกต่างกัน

ปนิดา สิริกุลวิเชษฐ (2523) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม) และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่จำแนกไว้เป็นกลุ่มสูง กลุ่มต่ำ ตามคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แบบนิรนัยและอุปนัย มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน

สุริยา ผลโพธิ์ (2527) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และความคิดสร้างสรรค์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์

นุสรา พิมพ์อาภรณ์ (2530) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดเชิงตรรกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ใน

กรุงเทพมหานคร และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงตรรกระหว่างนักเรียนชาย กับ หญิง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงตรรก กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และความคิดเชิงตรรกระหว่างนักเรียนชายและหญิงแตกต่างกัน

นฤมล แซ่เตีย (2531) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เขตการศึกษา 11 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวก

นิพนธ์ นิลคง (2541) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหา เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ทักษะการคำนวณในการเรียนวิชาฟิสิกส์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับทักษะการคำนวณในการเรียนวิชาฟิสิกส์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์

จากเอกสารที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการคิดเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ ตลอดจนเป็นทักษะที่จำเป็นในการดำรงชีวิตโดยเฉพาะการคิดเชิงเหตุผล ดังนั้นจึงควรส่งเสริมตั้งแต่ช่วงวัยที่เริ่มเข้าสู่การคิดขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 10-11ปี ตรงกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดประสบการณ์ให้เด็กเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมและเรียนรู้จากประสบการณ์ตรงให้เด็กได้มีโอกาสสำรวจทดลอง และลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนสามารถพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกพบว่างานวิจัยส่วนใหญ่ที่พบจะเป็นการศึกษาพัฒนาการของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและการศึกษาความสัมพันธ์ของการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกกับความสามารถในวิชาต่าง ๆ ซึ่งงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกนั้นยังมีน้อย ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าในการเรียนการสอนปัจจุบันนี้ควรจะมีการจัดกิจกรรมให้กับนักเรียนเพื่อที่จะพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก ซึ่งเป็นการคิดในขั้นพื้นฐานเพื่อจะเป็นฐานที่จะพัฒนาการคิดในขั้นสูงต่อไป

3. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดประสบการณ์หรือการจัดกิจกรรม

Bybee and Sund (1982 อ้างใน วราภรณ์ สุรัตนากร ,2540 : 25-28) กล่าวว่าในการจัดกิจกรรมให้เด็กได้รับเพื่อเป็นการพัฒนาการทางปัญญาให้เด็กรู้จักคิดและทำอย่างมีเหตุผลจำเป็นที่ผู้เกี่ยวข้องควรจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับ

1) ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้น ได้แก่

1.1) ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The Sensory – Motor Period)

1.2) ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The Period of Preoperational Thought)

1.3) ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (The Period of Concrete Operation)

1.4) ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม (The Period of Formal Operation)

2) เกี่ยวกับตัวเด็ก ผู้จัดกิจกรรมควรทราบและคำนึงถึงเด็กดังต่อไปนี้

2.1) เด็กจำเป็นต้องผ่านขั้นพัฒนาการทางปัญญาทั้ง 4 ขั้นตามลำดับ

2.2) เด็กอายุเท่ากันอาจมีพัฒนาการทางปัญญาที่แตกต่างกัน

2.3) จะตัดสินว่าเด็กมีระดับพัฒนาการอยู่ในขั้นใดจากงานพัฒนาการงานหนึ่งไม่ได้ต้องทดสอบด้วยงานพัฒนาการหลาย ๆ ด้าน

2.4) พัฒนาการของเด็กแต่ละคนเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นความสามารถของบุคคลนั้น

2.5) เด็กแต่ละคนควรจะได้รับประสบการณ์ทั้ง 2 แบบ อันได้แก่ประสบการณ์ทางกายภาพ และประสบการณ์ทางตรรกศาสตร์

2.6) เด็กแต่ละคนจะมีพัฒนาการให้เหตุผลเมื่อมีประสบการณ์ที่กระตุ้นให้เกิดการคิด

2.7) พัฒนาการทางปัญญาเป็นผลอันเนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างเด็กกับสภาพแวดล้อม

2.8) เด็กเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรมเพื่อพัฒนาปัญญาของตนเองให้เข้ากับสภาพแวดล้อม

2.9) พัฒนาการทางปัญญาเกิดขึ้นจากความสมดุล อันเนื่องมาจากการปรับตัวเองให้เข้ากับสภาพแวดล้อม

2.10) ความสมดุลสามารถทำให้เกิดขึ้นได้จากกิจกรรมซึ่งทำให้เด็กสนใจ

3) เกี่ยวกับเนื้อหาหลักสูตรที่สร้างขึ้นบนพื้นฐานทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

3.1) เน้นให้เด็กใช้ศักยภาพของตนให้มากที่สุด

3.2) จัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางปัญญาของเด็ก

3.3) จัดหาอุปกรณ์ให้สอดคล้องกับพัฒนาการของเด็ก

3.4) เสนอเนื้อหาให้นักเรียนพบกับความแปลกใหม่ เช่น เสนอปัญหาที่เหนือขั้น

พัฒนาการทางปัญญาของเด็กเพียงเล็กน้อยเพื่อให้เด็กหาหนทางที่แก้ปัญหา Piaget เชื่อว่าการเสนอปัญหาที่เหนือขั้นพัฒนาการของเด็กเพียงเล็กน้อยจะทำให้เด็กมีพัฒนาการทางสมองสูงขึ้น

3.5) เน้นการเรียนรู้ที่ต้องอาศัยกิจกรรมการค้นพบ

3.6) เน้นกิจกรรมการสำรวจและการเพิ่มขยายความคิดในระหว่างการเรียนการสอน

3.7) ให้นักเรียนที่มีพัฒนาการทางปัญญาที่แตกต่างกันทำงานกลุ่มร่วมกัน

3.8) ให้เด็กได้มีโอกาสแสดงบทบาทสมมติในการแก้ปัญหา

3.9) ใช้กิจกรรมการขัดแย้งเพื่อให้เด็กได้มีโอกาสพัฒนาการทางปัญญาของตนเอง

3.10) จัดอุปกรณ์และกิจกรรมจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม

3.11) ควรใช้กิจกรรมที่มีการสำรวจและการเพิ่มขยายความคิดประกอบกันไป

4) เกี่ยวกับตัวผู้สอนหรือผู้ดำเนินกิจกรรม

4.1) ถามคำถามมากกว่าการให้คำตอบ

4.2) พูดให้น้อยและฟังให้มาก

4.3) ให้เสรีภาพในการที่เด็กจะเลือกทำกิจกรรมต่าง ๆ

4.4) หาระดับขั้นพัฒนาการของเด็ก

4.5) เมื่อนักเรียนให้เหตุผลคิดควรจัดกิจกรรมให้เด็กใหม่

4.6) ยอมรับว่าเด็กมีพัฒนาการทางสมองแตกต่างกัน

4.7) ตระหนักว่าพัฒนาการทางปัญญาของเด็กจะควบคู่ไปกับพัฒนาการทางจริยธรรม

5) เกี่ยวกับการจัดทำกิจกรรมควรจัดให้สอดคล้องกับขั้นของพัฒนาการทางปัญญา

5.1) เด็กที่มีพัฒนาการทางปัญญาขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว

(1) จัดหาอุปกรณ์ให้เด็กได้เล่น

(2) ให้เด็กได้ประสบการณ์กับโลกของตนเองให้มากที่สุด

(3) กระตุ้นให้เด็กใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวให้มากที่สุด

(4) ปล่อยให้เด็กมีพัฒนาการตามธรรมชาติในสภาพแวดล้อม

5.2) เด็กที่มีพัฒนาการขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ

(1) ให้เด็กสามารถจัดแบ่งกลุ่มวัตถุสิ่งของต่าง ๆได้

(2) กระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น

(3) กระตุ้นให้เด็กได้มีโอกาสที่จะเรียงสิ่งของต่าง ๆ

(4) จัดกิจกรรมเพื่อให้เด็กแสวงความสามารถในการเปรียบเทียบ

(5) ให้เด็กทำกิจกรรมที่มีโอกาสได้เล่นเกมของต่าง ๆ

(6) ให้เด็กได้มีโอกาสใช้เครื่องชั่ง

(7) ให้เด็กได้มีโอกาสศึกษาวงจรชีวิตของสัตว์ และพืชต่าง ๆ เพื่อพัฒนาความสามารถในการจัดลำดับ

(8) ให้เด็กได้มีโอกาสวาดรูปจริง หรือรูปทรงเรขาคณิต

(9) ให้เด็กได้มีโอกาสเห็นภาพขวดซึ่งมีของเหลวบรรจุภายใน และเห็นระดับของเหลวในขวดว่าเป็นอย่างไรเมื่อเอียงขวดในทิศทางที่แตกต่างกัน

(10) เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเรื่องของความเร็ว ลองให้นักเรียนกลิ้งก้อนหินที่มีขนาดต่างกันตามพื้นเอียง แล้วเปรียบเทียบความเร็ว

(11) กระตุ้นให้เด็กมีการตอบคำถาม ทำไม เพื่อดูเหตุผล

5.3) เด็กที่มีขั้นพัฒนาการทางปัญญาในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม

(1) ใช้กิจกรรมขั้นการคิดก่อนปฏิบัติการ

(2) กระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นพบมโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองโดยไม่ลืมว่าการค้นพบมโนทัศน์นี้จำต้องอาศัยเวลา

(3) กระตุ้นให้เด็กได้ทำกิจกรรมในด้านการบวก ลบ คูณ หาร การจัดลำดับและการใช้ความคิดย้อนกลับ

(4) จัดกิจกรรมที่นักเรียนสามารถจัดแบ่งกลุ่ม โดยเรียงลำดับจากกลุ่มย่อยไปหากลุ่มใหญ่ และจากกลุ่มใหญ่ไปหากลุ่มย่อย

(5) จัดกิจกรรมเพื่อให้เด็กจัดอันดับ และใช้ความคิดย้อนกลับได้

(6) กระตุ้นให้เด็กใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแนวระดับ และแนวตั้ง เช่น การดูตำแหน่งของเมืองต่าง ๆ ในแผนที่

(7) ใช้คำถามที่กระตุ้นให้เด็กรู้จักจำแนก และควบคุมตัวแปรในการทดลอง

(8) การกระตุ้นให้เด็กสร้างแบบจำลองทฤษฎีขึ้นจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม เช่น อธิบายทฤษฎีโมเลกุล โดยใช้แบบจำลองของอะตอมแทนที่จะใช้สัญลักษณ์

(9) ใช้กิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับพื้นที่ ปริมาณ น้ำหนักและปริมาตรที่ถูกแทนที่

(10) ให้เด็กได้มีโอกาสตั้งปัญหา

(11) ให้เด็กได้มีโอกาสทดสอบปัญหาที่ตั้งขึ้น และช่วยกันค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้น ๆ

(12) กระตุ้นให้นักเรียนบอกเหตุผลว่าทำไมจึงตอบคำถามแบบนั้น

5.4) เมื่อเด็กพัฒนาการอยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

(1) กระตุ้นในการแก้ปัญหาโดยอาศัยการแก้ปัญหาด้วยเหตุผลต่าง ๆ มีการตั้งสมมุติฐาน

(2) พยายามผูกมัดความสนใจ และความตั้งใจเรียนของนักเรียน ถามเกี่ยว

กับสมมติฐานที่ตั้ง

(3) เริ่มจากวัฏจักรการเรียนการสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

(4) ให้เด็กได้ทำกิจกรรม และทำงานที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น

(5) ให้เด็กได้รับโอกาสสร้างเกณฑ์ในการจำแนกประเภท

(6) ให้เด็กได้รับเสรีภาพภายใต้ขอบเขตเพื่อให้เด็กมีโอกาสได้แสดงความคิดสร้างสรรค์

(7) จัดให้มีการอธิปรายโดยใช้วิธีการสังเคราะห์ และการประเมินค่า

(8) กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการใช้เหตุผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมเพื่อให้เด็กได้รับประสบการณ์ ผู้จัดหรือครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการจัดกิจกรรมโดยให้ผู้เรียนได้สามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง จัดให้สอดคล้องกับขั้นพัฒนาการ ความต้องการและความสนใจของเด็ก ให้เด็กได้มีโอกาสสัมผัสกับสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เพื่อให้เด็กได้มีโอกาสคิดอย่างมีเหตุและผล ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งมีขั้นพัฒนาการอยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมตอนปลายและเข้าสู่ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม โดยใช้กิจกรรมที่กระตุ้นความสนใจให้กับนักเรียน เพื่อเป็นการจูงใจและ ให้เกิดความสนุกสนานไม่เกิดความเบื่อหน่าย ดังนั้นกิจกรรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จึงประกอบไปด้วยการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสในการพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.1 แนวทางการส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล

นักการศึกษาส่วนใหญ่มีทัศนะว่า การสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชา พร้อมทั้งเกิดทักษะในการใช้เหตุผล เป็นสิ่งที่จำเป็นและต้องกระทำให้บรรลุเป้าหมายดังกล่าว แต่เท่าที่ผ่านมาผู้เรียนส่วนใหญ่ยังขาดทักษะในการใช้เหตุผล ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้นโดยการพยายามกำหนดทักษะการคิดที่เห็นว่าจำเป็น และรูปแบบการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่ง Nickerson (1984 อ้างใน สมเจตน์ ไวยากรณ์, 2530 : 20 - 25)ได้สรุปรูปแบบโปรแกรมการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลออกเป็น 5 กลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มมีแนวทางในการสอนแตกต่างกันออกไป แต่มีเป้าหมายที่เหมือนกัน คือ มุ่งให้ผู้เรียนมีทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล รายละเอียดของรูปแบบโปรแกรมแต่ละกลุ่มมีดังนี้

1) กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางกระบวนการคิด (Cognitive – Process Approaches) กลุ่มนี้ได้กำหนดข้อตกลงเบื้องต้นว่า ความสามารถในการคิดนั้นเป็นสิ่งที่ขึ้นอยู่กับกระบวนการคิดพื้นฐานบางประการ เช่น การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ การจำแนกประเภท การอ้างอิง และ การทำนาย กระบวนการขั้นพื้นฐานดังกล่าวนี้เป็นกระบวนการคิดอย่างมีระบบเหตุผล ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างโปรแกรมในแนวทางนี้ ได้แก่ Feuerstein's Instrumental Enrichment Program ซึ่งพัฒนาโดย Feuerstein, Rand, Hoffman และ Miller (1980) เพื่อใช้สำหรับนักเรียนที่เรียนช้าในปี 1980 ภายหลัง Feuerstein และคนอื่น ๆ ได้ทำการวิจัยจนเป็นที่ยอมรับว่าสามารถใช้ได้ในกลุ่มนักเรียนทุกระดับเชาวน์ปัญญา

Instrumental of Enrichment (Fisher, 1990 : 143-154) ได้กล่าวถึง Instrumental Enrichment หรือ เรียกชื่อสั้น ๆ ว่า ไออี (IE) เป็นชุดฝึกต่อเนื่องในลักษณะเกมที่พัฒนาความคิดและเชาวน์ปัญญา การใช้เกมชุดนี้ไม่จำเป็นต้องมีพื้นหรือภูมิหลังความรู้เรื่องหนึ่งเรื่องใดโดยเฉพาะ ซึ่งผู้สร้างมีความเชื่อว่า สมรรถภาพทางสมองของมนุษย์มีประสิทธิภาพสูงมาก แต่ไม่ได้รับการพัฒนาหรือใช้อย่างเต็มที่ การที่เขาสร้างเครื่องมือนี้ซึ่งอาจเรียกชื่อว่า "เครื่องมือสอนเสริม" เครื่องมือ (Instruments) ในที่นี้จึงมีความหมายรวมทั้งสมองมนุษย์ที่เป็นเครื่องมือสำคัญในการคิด และ เกม ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญในการฝึกคิด เป้าหมายหลักของ IE จึงเป็นการช่วยเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลที่ยังไม่ได้รับการพัฒนาให้พัฒนาได้สูงสุด เด็กที่ได้รับการฝึกฝนจากเกมชุดนี้ จะสามารถถ่ายโยงการเรียนรู้ ไปสู่ความเป็นนักคิดที่อิสระและมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล การใช้เกมแต่ละชุดในการสอน ครูจะต้องใช้คำถามสำคัญต่อไปนี้ คือ อะไรคือปัญหา, คุณใช้กลยุทธ์คิดอย่างไร, ยังมีวิธีที่ต่างจากนี้หรือไม่, วิธีคิดอย่างใดดีที่สุด

นอกจากนี้ยังมี The SOI Program ซึ่งพัฒนาโดย Meeler (1969) เป็นโปรแกรมที่เน้นเกี่ยวกับสมรรถภาพทางสมองของบุคคล โดยมุ่งส่งเสริมทักษะการคิดที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในโรงเรียนและต่องานที่ต้องใช้การคิดในเชิงวิเคราะห์วิจารณ์ และโปรแกรม The Science – A Process Approach Program : SAPA Program ซึ่งพัฒนาโดย Gagne (1967) ตลอดจนโปรแกรมทั้งหลายใน Project Intelligence Material

2) กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางกลยุทธ์การคิด มุ่งเน้นกลยุทธ์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นแนวทางที่นำไปสู่เป้าหมายที่เชื่อว่า มีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จสูง โดยเฉพาะในด้านการแก้ปัญหาหรือในงานวิจัยที่เกี่ยวกับเชาวน์ปัญญาประดิษฐ์ งานวิจัยทั้ง 2 แนวทางต่างก็มุ่งทำความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการที่ผู้เชี่ยวชาญนำมาใช้ในการแก้ปัญหาชนิดต่าง ๆ ว่ามีความแตกต่างกันไปจากวิธีการที่ผู้ที่ยังขาดประสบการณ์ใช่หรือไม่ โดยมุ่งหวังว่าถ้าค้นพบข้อแตกต่างดังกล่าวจะนำวิธีการที่ผู้เชี่ยวชาญได้ใช้มาเป็นแนวทางช่วยเหลือผู้ที่ยังขาดประสบการณ์

ต่อไปและพบว่า ผู้ที่มีความเชี่ยวชาญมักใช้เวลาสำหรับกิจกรรมการใช้แนวคิดรวบยอดเพื่อพิจารณาปัญหา การกำหนดสิ่งที่ใช้เป็นตัวแทนปัญหาหลาย ๆ ทาง ตลอดจนการวางแผนเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา มากกว่าพวกที่ยังขาดประสบการณ์ จากข้อค้นพบดังกล่าว โปรแกรมในแนวทางนี้ซึ่งมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ทำการฝึกทำกิจกรรมที่ค้นพบดังกล่าวก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล ตัวอย่างโปรแกรมในแนวนี้ได้แก่ The Productive or Thinking Program ของ Covington และคนอื่น ๆ (1974) แนวทางการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของ Schoenfeld (1980) รูปแบบการแก้ปัญหาของ Rubenstein (1975) และ Cognitive Research Trust Program : CORT Program ของ Bono (1983)

3) กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิด สร้างขึ้นตามทัศนะเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิดตามแนวของ Piaget (Formal Thinking or Stage Development) โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการคิดของตนเองจากการคิดเฉพาะด้านและลักษณะที่เป็นรูปธรรมให้สามารถคิดในแนวกว้าง และคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ ซึ่งเป็นการพัฒนาการในระดับการใช้เหตุผลเชิงตรรกวิทยาได้ โดยเฉพาะในระดับมหาวิทยาลัยได้มีการจัดโปรแกรมในรูปแบบต่าง ๆ ในการสอนที่เน้นทักษะการคิดของนักศึกษา ในขณะที่เรียนเนื้อหาวิชาตามปกติ เช่น แนวทางการสอนแบบครบวงจร (Learning Cycle Approach) ซึ่งพัฒนาโดย Karplus และคนอื่น ๆ (1974) โดยทำการจำแนกกระบวนการเรียนรู้ออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการสำรวจ (Exploration) ขั้นการคิดค้น (Invention) และขั้นการนำไปประยุกต์ใช้ (Application) โดยในขั้นแรกนักศึกษาจะทำการรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสำรวจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว โดยไม่กำหนดทิศทางหรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ อันเป็นรายละเอียดของเนื้อหาวิชา ในขั้นการคิดค้นนั้นนักศึกษาจะได้รับการกระตุ้นให้ทำการสรุปหลักการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ได้สำรวจมาในขั้นต้นและในขั้นสุดท้าย ซึ่งเป็นขั้นการนำไปประยุกต์ใช้นั้น นักศึกษาจะนำหลักการที่ได้ไปปรับใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อเป็นการขยายผลของความรู้ต่อไป

4) กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (Language and Symbol Manipulation) โปรแกรมในแนวทางนี้มีความเชื่อว่า การเรียนที่มีประสิทธิผลนั้นเป็นกิจกรรมที่มีแบบแผนที่จำเป็นต้องใช้ความสามารถในการแสดงความคิดออกมาให้แจ่มชัดและมีความต่อเนื่อง ซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมายโดยมีการแบ่งงานออกเป็นส่วน ๆ หรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลด้านการวิเคราะห์ และการสังเคราะห์ข้อความ โดยใช้การเขียนเป็นวิธีการแสดงความคิดออกมาเป็นเครื่องมือในการพัฒนา สำหรับโปรแกรมที่เน้นในทางนี้ ปัจจุบันมักจะเป็นโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะโปรแกรมที่ช่วยเสริมการเรียนทางคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเล็ก และเด็กในระดับประถมศึกษา เช่น โปรแกรมที่ใช้ภาษา LOGO ที่ Papert (1980)

ได้พัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้สอนหรือช่วยให้เด็กได้ค้นหาวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองวิธีดังกล่าวนี้จะช่วยเพิ่มพูนทักษะการเรียนรู้และทักษะในการสร้างแนวคิดให้แก่เด็ก ต่อมาโปรแกรมนี้ได้พัฒนามากขึ้น และใช้ชื่อว่า Microworld Papert เห็นว่า ลักษณะของโปรแกรมดังกล่าวนี้สามารถนำไปใช้ในแขนงวิชาอื่นได้เช่นกัน

5) กลุ่มโปรแกรมที่ยึดการคิดเป็นเนื้อหาสาระของการฝึก เป็นโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดเกี่ยวกับการคิด (Thinking About Thinking) โปรแกรมนี้เชื่อว่า การเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดของตนเองให้ดีขึ้นเพราะผู้เรียนจะรู้ตัวว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการรู้อะไร อันเป็นแนวทางที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ กลุ่มโปรแกรมที่ใช้แนวทางนี้มีความเห็นว่า งานวิจัยเกี่ยวกับการคิดที่ผ่านมานั้น ยังขาดการเน้นให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงสิ่งที่เป็นจุดเด่นและจุดด้อยของการคิดของตนเองหรือการขาดการค้นหาข้อผิดพลาดที่มักจะเกิดขึ้นในขณะที่ทำการคิดนั้น ดังนั้น กลุ่มนี้จึงมุ่งที่จะพัฒนาการคิดของผู้เรียนให้ถึงขีดสูงสุดตามศักยภาพที่ผู้เรียนมีอยู่ โดยให้ผู้เรียนได้ทำการวางแผนการคิดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้เป็นกรอบในการตรวจสอบว่า ตนเองมักมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนใด เพื่อทำการแก้ไขสิ่งที่เป็นข้อผิดพลาดดังกล่าว ตัวอย่างโปรแกรมในแนวทางนี้ ได้แก่ The Philosophy for Children Program ซึ่งพัฒนาโดย Lipman , Sharp และ Oscanyan (1980) เพื่อการส่งเสริมหรือพัฒนาความสามารถในการใช้เหตุผลของผู้เรียนในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับปรัชญา เช่น คุณธรรม ความยุติธรรม โดยฝึกให้ผู้เรียนทำการอภิปรายในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการคิด เช่น กระบวนการสืบสอบ กระบวนการคิดแก้ปัญหา การสรุปหลักการจากข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่ และกระบวนการโยงเหตุและผลเข้าด้วยกัน ทั้งนี้โดยอาศัยความอยากรู้อยากเห็นของผู้เรียนเป็นเครื่องกระตุ้นในการฝึกสำหรับทักษะการคิดที่ Lipman ได้นำมาใช้ในโปรแกรมประกอบด้วย การสรุปอ้างอิง การเปรียบเทียบ การสร้างข้อสันนิษฐานและการจำแนกประเภท

กลุ่มโปรแกรมการฝึกทั้ง 5 กลุ่มนี้ เท่าที่จัดสอนในโรงเรียนในปัจจุบันนี้จำแนกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ เป็นโปรแกรมในลักษณะเฉพาะ (Specific Program) ซึ่งเป็นโปรแกรมการสอนทักษะการคิดโดยเฉพาะ โปรแกรมในลักษณะนี้ได้แก่ กลุ่มโปรแกรมที่ใช้กระบวนการคิดเป็นแนวทางและอีกลักษณะหนึ่งเป็น โปรแกรมที่เสริมสร้างทักษะการคิดโดยใช้เนื้อหาวิชาในหลักสูตรปกติเป็นสื่อในการพัฒนาทักษะการคิด โปรแกรมในลักษณะนี้ ได้แก่ กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางกลยุทธ์การคิด กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิดตามทัศนะของ Piaget กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ และกลุ่มโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดเกี่ยวกับการคิด ซึ่งแต่ละกลุ่มต่างก็มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลทุกกลุ่ม เพียงแต่ใช้วิธีการและทักษะการคิดบางทักษะแตกต่างกันเท่านั้น

นักจิตวิทยาส่วนใหญ่เชื่อว่าการคิดสามารถฝึกได้ การคิดจึงเป็นทักษะ คนที่ได้รับการฝึกเกี่ยวกับการคิดบ่อย ๆ จะคิดได้เร็วและคิดได้ถูกต้องสมเหตุสมผลมากกว่าคนที่ไม่ได้รับการฝึกทักษะทางการคิด จะทำให้มีการพัฒนากระบวนการฝึกทักษะการคิดโดยนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายกลุ่ม สมาคม ASCD จึงได้จัดประชุมที่ Wingspread Conference Center in Racine ในรัฐ Wisconsin ประเทศสหรัฐอเมริกา เดือน พฤษภาคม 1984 ผู้เข้าร่วมประชุมเป็นนักการศึกษาทั่วโลก จำนวน 60 คนได้ข้อสรุปว่าแนวคิดในการพัฒนาคุณภาพการคิดมี 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) แนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) โดยมีรายละเอียดดังนี้ (Innotech, 1991 อ้างใน อรพรรณ พรสีมา , 2539 : 11)

1) แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) การสอนในแนวทางนี้จะประสบผลสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อครูจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เอื้อต่อการให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบซึ่งจะต้องเป็นคำตอบที่เกิดจากการวิเคราะห์ การจัดหมวดหมู่ ประมวลข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ ก่อนตอบคำถาม การสอนเพื่อให้นักเรียนคิดเป็นอาจใช้วิธีแทรกไปในบทเรียนวิชาต่าง ๆ ที่รวมไว้ในหลักสูตร

2) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) ให้เป็นวิชาหนึ่งแยกออกจากวิชาที่มีการเรียนการสอนกันตามปกติ โรงเรียนอาจสอนวิชาการคิดให้แก่นักเรียนเพื่อให้ได้หลักการและทักษะการคิด ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาต่าง ๆ ได้

3) แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) เป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ตระหนักถึงกระบวนการคิดของตนเองและบุคคลอื่น เพื่อให้เกิดทักษะทางการคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเองในอดีต สิ่งที่ตนจะต้องศึกษาเพิ่มเติมเพื่อให้ได้แนวทางแก้ปัญหาในอนาคต เป็นการสอนที่เน้นการวางแผนเกี่ยวกับการคิด การตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของความคิดของตนเอง

ทัศนะเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดดังกล่าวข้างต้น พบว่า ไม่ว่าจะเป็นแนวทางการสอนเพื่อให้คิด การสอนการคิดและการสอนเกี่ยวกับการคิด ทั้งในลักษณะที่เป็นการสอนทักษะการคิดโดยตรง หรือการสอนทักษะการคิดควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาสาระวิชาในโรงเรียน และไม่ว่าจะเป็นกลุ่มโปรแกรมตามแนวความเชื่อพื้นฐานใดก็ตาม ต่างมีความเชื่อพื้นฐานที่สอดคล้องกันทุกรูปแบบ นั่นคือ ต่างมุ่งพัฒนาคุณภาพการคิดหรือความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลด้วยกันทั้งนั้น โดยการสร้างทักษะของวิธีการคิดชนิดต่าง ๆ ตามที่นักการศึกษาแต่ละคนจะเห็นว่า วิธีการคิดใดมีความสำคัญและจำเป็นต้องฝึกฝนให้เกิดทักษะ ซึ่งวิธีการต่าง ๆ ที่นำมาฝึกทักษะการคิดนั้นคือ การฝึกพฤติกรรมการคิดที่ใช้เหตุผลในการเลือกตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่เป็นปัญหานั่นเอง

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2540 : 64-65) ได้เสนอแนวทางในการสอนเพื่อพัฒนาการคิดไว้ 3 แนวทางดังนี้

1) การสอนเพื่อพัฒนาการคิดโดยตรง โดยใช้โปรแกรมสื่อสำเร็จรูป บทเรียนสำเร็จรูป หรือกิจกรรมสำเร็จรูป

2) การสอนเนื้อหาสาระต่าง ๆ โดยใช้รูปแบบหรือกระบวนการสอนที่เน้นการพัฒนาการคิดที่ได้มีผู้พัฒนาขึ้น ซึ่งการสอนเพื่อพัฒนาการคิดในลักษณะนี้เป็นการสอนที่มุ่งสอนเนื้อหาสาระต่าง ๆ ตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตร แต่เพื่อให้การสอนนั้นเป็นการช่วยพัฒนาความสามารถทางความคิดของผู้เรียนไปในตัว ครูสามารถนำรูปแบบการสอนต่าง ๆ ที่เน้นกระบวนการคิดมาใช้เป็นกระบวนการสอน ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถพัฒนาผู้เรียนได้ทั้งด้านเนื้อหาสาระและการคิดไปพร้อม ๆ กัน

3) การสอนเนื้อหาสาระต่าง ๆ โดยพยายามส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาลักษณะการคิดแบบต่าง ๆ รวมทั้งทักษะการคิดทั้งทักษะย่อยและทักษะผสมผสานในกิจกรรมการเรียนการสอน

ส่วนโปรแกรมการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดที่จัดสอนในสถานศึกษา เท่าที่ปรากฏในปัจจุบันจำแนกออกเป็น 2 ลักษณะใหญ่ ๆ คือ โปรแกรมที่มีลักษณะเฉพาะเป็นโปรแกรมพิเศษนอกเหนือจากการเรียนรู้ปกติ เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อเสริมสร้างการคิดโดยเฉพาะ และโปรแกรมที่มีลักษณะทั่วไป ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้เนื้อหาวิชาในหลักสูตรปกติเป็นสื่อในการพัฒนาทักษะการคิด ในฐานะที่เป็นตัวเสริมวัตถุประสงค์ของหลักสูตรที่มีอยู่ โดยเชื่อมโยงกับวัตถุประสงค์ของเนื้อหาวิชา

จากที่เสนอมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การพัฒนาการคิดนั้นสามารถกระทำได้ใน 2 ลักษณะ คือ พัฒนาการคิดโดยเฉพาะโดยจัดทำเป็นโปรแกรมหรือกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดเป็นพิเศษ นอกเหนือจากการเรียนปกติ และ พัฒนาการคิดโดยการสอดแทรกในรายวิชาปกติในหลักสูตร ซึ่งการสอนทักษะการคิดโดยใช้เนื้อหาวิชาเป็นสื่อในการพัฒนาการคิด เป็นการเชื่อมโยงวัตถุประสงค์ของเนื้อหาวิชากับการพัฒนาการคิดเข้าด้วยกัน ซึ่งในการวิจัยเพื่อส่งเสริมคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ส่งเสริมการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมเสริมนอกหลักสูตรให้หลังชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นเวลาที่เหมาะสมสามารถจัดกิจกรรมให้กับนักเรียนได้อย่างเต็มที่ ไม่รบกวนเวลาในการทำกิจกรรมอื่น ๆ ของนักเรียน

3.2 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ "ปัญหาคณิตศาสตร์" ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นสำคัญที่คล้ายคลึงกันดังนี้

Anderson and Pingry (1973 : 228) ให้ความหมายปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นสถานการณ์ หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุป หรือคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

Bell (1978 : 309 – 310) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับ Handerson and Pingry ว่าสถานการณ์ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ในทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบนั้น

Cruikshank and Sheffield (1992 : 37) กล่าวว่า ปัญหาน่าจะหมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด หรือไม่สามารถทราบวิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แต่ไม่ได้หมายความว่าจะเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

มนูญ อรุณไพโรจน์ (2517 : 17) ให้ความหมายปัญหาคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงสภาพของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยจำนวนและคำห้อมล้อมที่ก่อให้เกิดปัญหาซึ่งนักเรียนต้องคิดและตัดสินใจจะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานี้

แน่งน้อย ทองธวัช (2527 : 16) ให้ความหมายปัญหาคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาณ การหาคำตอบนั้นต้องใช้การตัดสินและการรวบรวมความคิดซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ศึกษามาสามารถสรุปได้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1) เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล

2) เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3) สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

3.2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

Polya (1973 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล ,2537 : 8 - 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1) ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

1.1) สิ่งที่ต้องการหา

1.2) สิ่งที่กำหนดให้

1.3) เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ สิ่งที่เป็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ในบางปัญหาอาจไม่ได้ระบุอย่างชัดเจนในตัวปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขนี้ การแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน ดังกล่าวนี้ จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้

2) ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) ปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า "ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง" หรือ "ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ" ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

2.1) สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน

2.2) สิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป

Baroody (1987 อ้างใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533 : 73) ได้แบ่ง ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทโดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1) ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและ

เพียงพอ ในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

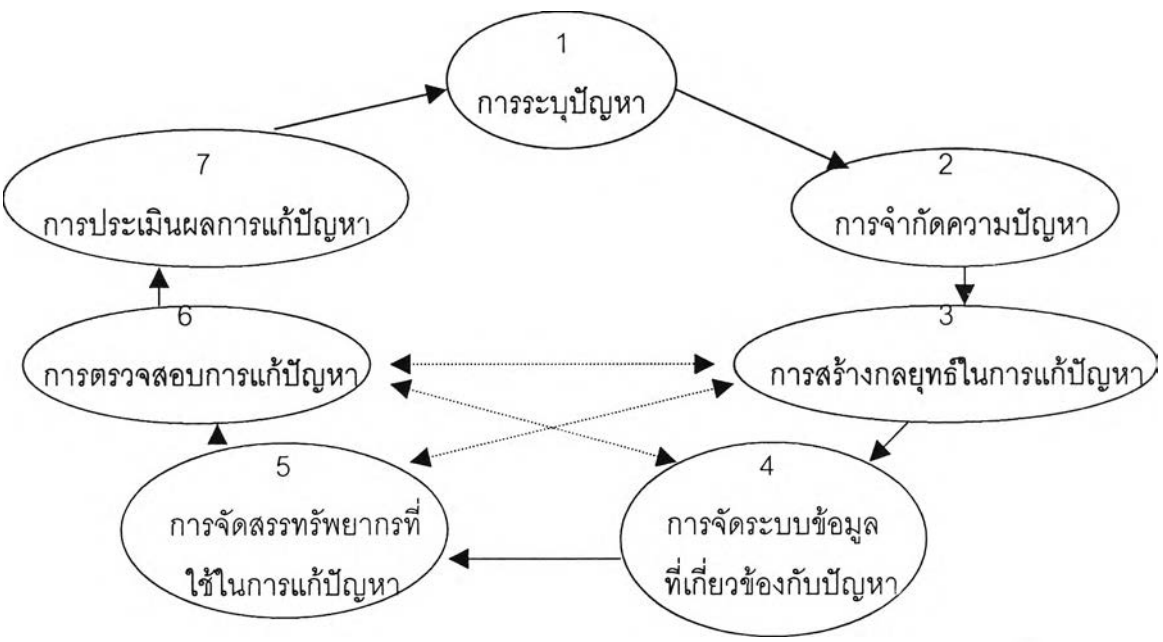
2) ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

3.3 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.3.1 กระบวนการแก้ปัญหาตามทฤษฎีการประมวลผลข้อมูล (Information Processing)

ทฤษฎีนี้ใช้การอธิบายกระบวนการด้านการคิดว่าเหมือนกับการทำงานของคอมพิวเตอร์ กล่าวคือ มีการใส่ข้อมูล (input) เข้าไป และจะมีตัวปฏิบัติการ (Processer) และการนำผลออกมา (Output) กระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่สามารถศึกษาได้จากการอ้างอิง หรือการคาดคะเนกระบวนการนั้น (Klausmeier, 1985 : 103 – 105)

Sternberg (1999 : 351 – 354) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดสั่งการ (Executive process) ซึ่งมีความสำคัญในการวางแผน การตรวจสอบ และการประเมินการแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา สามารถอธิบายเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ได้ 7 ขั้นตอน ดังนี้



แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา (Sternberg ,1999 : 351)

1) การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ควรระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน

2) การจำกัดความปัญหา (Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความปัญหา หรือ คำจำกัดความปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3) การสร้างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (Constructing a Strategy for Problem-Solving) เป็นขั้นตอนในการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือ สังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันนำมาเชื่อมโยงกัน เพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

4) การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำมาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือ การสร้างภาพในใจ (Representation) ที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5) การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Allocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาโดยอยู่ในขอบเขตของทรัพยากรที่จำกัดในด้านต่าง ๆ การแก้ปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรด้านต่าง ๆ ในปริมาณที่แตกต่างกัน เช่นปัญหาบางปัญหาต้องอาศัยระยะเวลานานในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

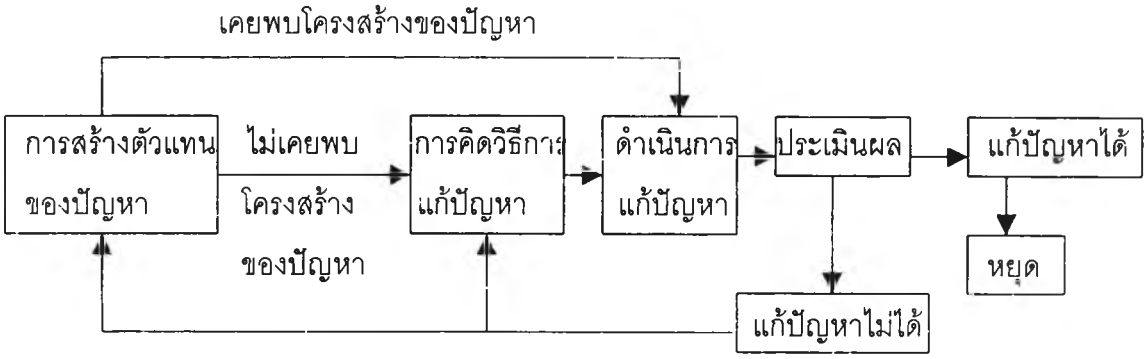
6) การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันท่วงที

7) การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง เพื่อประเมินความสำเร็จ และทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ ซึ่งบางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ทฤษฎีการประมวลผลข้อมูลนี้ การแก้ปัญหาได้เน้นกระบวนการที่สำคัญ 2 ประการ (Gick,1986 : 101) ดังนี้

1) การสร้างตัวแทนของปัญหา (Problem Representation) ผู้แก้ปัญหาพยายามทำความเข้าใจปัญหา โดยเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่ และสร้างเป็นตัวแทนของปัญหาขึ้น ในรูปแบบต่าง ๆ

2) กระบวนการแก้ปัญหา (Solution Process) เป็นการค้นหาขอบข่ายของปัญหา ซึ่งเป็นการใช้ความเข้าใจ รวมไปถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้ในปัญหานั้น และการสร้างรูปแบบในการแก้ปัญหาขึ้น



แผนภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวทฤษฎีประมวลผลข้อมูล (Gick, 1986 : 101)

จากแผนภาพอธิบายได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาเริ่มจากการสร้างตัวแทนของปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ในกรณีที่ผู้แก้ปัญหาเคยพบโครงสร้างปัญหาที่เคยแก้มาก่อนก็จะดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เคยใช้มา และจะทำการประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา ถ้าผู้แก้ปัญหายังไม่ได้คำตอบตามปัญหาที่ต้องการ จำเป็นต้องมองย้อนกลับไปพิจารณาที่วิธีการและตัวแทนของปัญหาอีกครั้งหนึ่ง ว่ามีข้อบกพร่องตรงไหนเพื่อจะได้แก้ไขให้ถูกต้องต่อไป เมื่อได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ก็ถือว่าประสบความสำเร็จ ในทางกลับกันถ้าผู้แก้ปัญหาไม่เคยพบโครงสร้างของปัญหาเช่นนี้มาก่อน หลังจากสร้างตัวแทนของปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาจะทำการคิดวิธีการเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นจะดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เลือกไว้และประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวทฤษฎีการประมวลผลข้อมูล อาจสรุปเป็นขั้นตอน ได้ดังนี้

1) การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำตาราง หรือแผนผัง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2) การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3) การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้

4) การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบ หรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

3.3.2 กระบวนการแก้ปัญหาของ Polya (1957 อ้างใน เพ็ญรุ่ง เพ็ชรกิจ : 18-19) ได้แบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the Problem) เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยมองไปที่สาระของตัวปัญหา ในขั้นตอนนี้จะต้องระบุประเภทของปัญหาให้ได้ว่าเป็นปัญหาประเภทใด พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออก โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้

2) ขั้นวางแผน (Devise a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณากำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา ในการวางแผนอาจใช้การทดลอง การลองผิดลองถูก ค้นหารูปแบบที่คล้ายกับที่เคยทำมา ขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการค้นหา ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา กำหนดเป็นวิธีการ และเทคนิค หรือเรียกกันทั่วไปว่า กลยุทธ์ (Strategy) ในการแก้ปัญหา ประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาจะช่วยเพิ่มพูนความรู้ ความสามารถของผู้แก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นการดำเนินการตามกลยุทธ์ที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกัน โดยให้เหตุผล และข้อสรุปที่เป็นของตนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้ไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ต้องค้นหาสาเหตุ และใช้ประโยชน์จากความผิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ สำหรับปัญหา ที่มีการคิดคำนวณ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นลงมือคิดคำนวณ ซึ่งความแม่นยำ ถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญ ต้องตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด สำหรับปัญหาที่เป็นการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ ต้องตรวจสอบทุกขั้นตอนว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นแบบแผน ของการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ที่ถูกต้องหรือไม่

4) ขั้นทบทวนวิธีการและคำตอบ (Look Back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์โดยการพิจารณา และสำรวจดูผลตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องรวบรวมความรู้ที่มีอยู่ และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจ และปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

3.3.3 กระบวนการแก้ปัญหาของ Yotis and Hosticka (1980 : 561) ได้เสนอลำดับขั้นในการแก้ปัญหา ดังนี้

1) เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากปัญหา

2) จัดจำแนกข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา

3) เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา

4) พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็น ข้อมูลใดที่ได้มาแล้ว และข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก

5) พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด

6) เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ

7) ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมด ในการแก้ปัญหา

8) ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

3.3.4 กระบวนการแก้ปัญหาของ Krulik (1987 อ้างใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์,2536: 37-38) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหา แบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1) การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

2) การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูปหรือ ไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

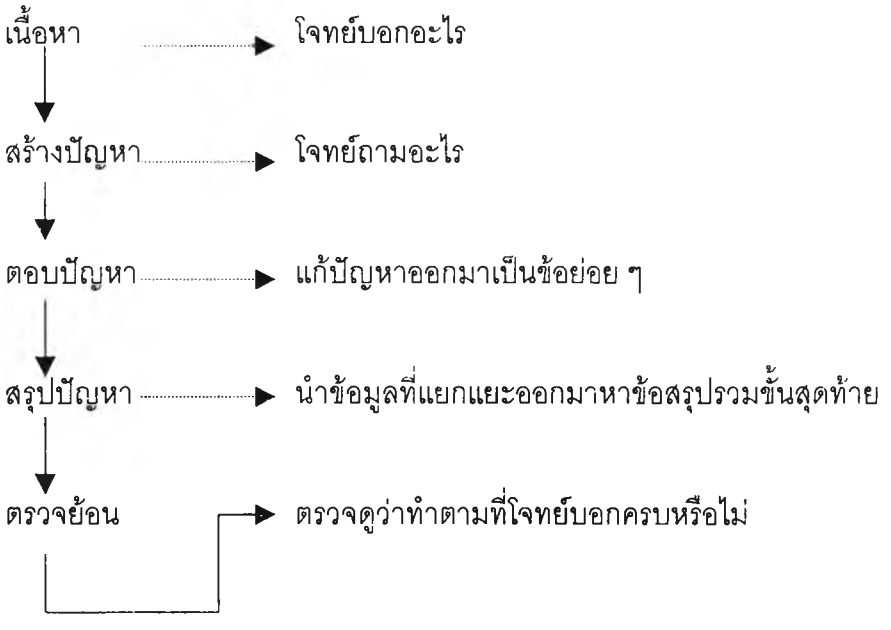
3) การเลือกวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอุปนัยทางตรรกและการแบ่งปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4) การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกเบื้องต้น

5) การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า....แล้ว (if.....then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

3.3.5 กระบวนการแก้ปัญหาของ ยุพิน พิพิธกุล

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 136) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังต่อไปนี้



จากแนวคิดของนักการศึกษาข้างต้น จะเห็นได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหามีขั้นตอนใกล้เคียงกันมาก คือ เริ่มต้นจากการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และสุดท้ายก็เป็นการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งก็คือการตรวจสอบการแก้ปัญหา

จากข้อมูลดังกล่าว สามารถสรุปตารางจำแนกลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มผู้ที่ศึกษากระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

ตารางที่ 2 ผลการสังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของนักการศึกษาต่าง ๆ จำแนกตามลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มผู้ที่ศึกษากระบวนการแก้ปัญหา

ลำดับขั้นตอน	พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา	กลุ่มผู้ที่ศึกษา
1.การทำความเข้าใจปัญหา	1) ทบทวนปัญหา 2) รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา และสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับสถานการณ์ของปัญหา 3) ระบุว่าปัญหาถามอะไร และให้ข้อมูลใดมาบ้าง 4) บอกข้อความสำคัญในปัญหา 5) ระบุข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับปัญหา 6) ระลึกว่าเคยพบปัญหาประเภทนี้มาก่อนหรือไม่ 7) จัดระบบข้อมูลใหม่	Polya 1957 Yolis and Hosticka 1980 Gick 1986 Krulick 1987 ยุพิน พิพิธกุล 2530
2.การสร้างตัวแทนปัญหา	1) สร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่าง ๆ 2) เลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 3) ใช้สัญลักษณ์วาดรูป เขียนตาราง เขียนแผนภูมิ 4) เขียนเป็นโครงสร้าง	Gick 1986 Krulick 1987 ยุพิน พิพิธกุล 2530
3.การคิดวิธีการแก้ปัญหา	1) สร้างรูปแบบในการแก้ปัญหา 2) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับสิ่งที่ต้องการหา 3) พิจารณาว่าเหมาะสมเป็นปัญหาทั่วไปหรือปัญหาเฉพาะ 4) แบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนของปัญหา 5) เลือกแนวทางในการแก้ปัญหาว่าแก้ปัญหาตามลำดับหรือย้อนกลับ 6) ตั้งสมมติฐานคาดคะเนคำตอบ	Polya 1957 Yolis and Hosticka 1980 Gick 1986 Krulick 1987 ยุพิน พิพิธกุล 2530

ลำดับขั้นตอน	พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา	กลุ่มผู้ที่ศึกษา
4) การดำเนินการแก้ปัญหา	1) ลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ 2) ใช้ทักษะในการดำเนินการ 3) ใช้ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ 4) ใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์ 5) บอกเหตุผลในการดำเนินการ 6) บอกเหตุผลในการทดสอบขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ 7) ใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ	Polya 1957 Yolis and Hosticka 1980 Gick 1986 Krulick 1987 ยุพิน พิพิธกุล 2530
5. การประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา	1) ทบทวนขั้นตอนในการแก้ปัญหา 2) ทบทวนการดำเนินการตามขั้นตอน 3) ทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคำนวณ 4) ตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่ 5) ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ 6) ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหากับวิธีการอื่น	Polya 1957 Yolis and Hosticka 1980 Gick 1986 Krulick 1987 ยุพิน พิพิธกุล 2530

จากตารางแสดงให้เห็นว่ากลุ่มผู้ศึกษาส่วนใหญ่มีลำดับขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 2 กลุ่ม คือ แบ่งกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็น 4 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา และอีกกลุ่มหนึ่ง แบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา

จากแนวคิดกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึง เลือกกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 5 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา

3.4 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.4.1 วิธีการสร้างตัวแทนของปัญหา

ในการทำความเข้าใจปัญหา จะต้องสนใจกับข้อมูลที่มีความสำคัญที่จะนำไปใช้ในการสร้างตัวแทนของปัญหา กรณีที่ปัญหานั้นเป็นนามธรรมเป็นการยากที่จะจำข้อมูล และนำข้อมูลไปใช้ในการแก้ปัญหา จึงจำเป็นต้องหาวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาจากข้อมูลนามธรรมให้เป็นรูปธรรม และสิ่งนั้นจะต้องแสดงถึงข้อมูลที่สำคัญของปัญหา ซึ่งการสร้างตัวแทนของปัญหามีหลายวิธี (Matlin, 1983 : 225-229) ดังนี้

1) การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนของปัญหาที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมาก เช่น สุนิสามีอายุ น้อยกว่าเป็น 2 เท่าของสุภัทรา อยู่ 10 ปี อีก 5 ปี ต่อมาสุนิสาจะมีอายุมากกว่าสุภัทรา 8 ปี จงหาอายุของสุนิสาและสุภัทรา ซึ่งสามารถใช้วิธีการใช้สัญลักษณ์แทนปัญหานี้ โดยให้ M แทน สุนิสา และ S แทน สุภัทรา ได้ดังนี้

$$M = 2S - 10$$

ประโยคที่ 2 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$M + 5 = S + 5 + 8$$

แทนค่าของ M ในประโยคที่ 2

$$2S - 10 + 5 = S + 5 + 8$$

คำตอบที่ได้ คือ $S = 18$, $M = 26$

2) การเขียนรายการ (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทน โดยเขียนเฉพาะข้อมูลที่สำคัญของปัญหา เป็นรายการออกมา จะทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3) การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหา ใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

4) การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟยังสามารถแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วย

5) การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหา การเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตภาพ (Visual Imagery) ซึ่ง Koestler (1964 อ้างใน Matlin , 1983) ชี้ให้เห็นว่าการใช้จินตภาพนั้นจะมีประโยชน์ในการใช้กับข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ (Irrational) และช่วยขจัดรูปแบบเก่า ๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหา นอกจากนั้นอาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจได้

อย่างไรก็ตามในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าวได้ว่าวิธีใดวิธีหนึ่งเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับบางปัญหาและบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

3.4.2 กลยุทธ์การแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Greenes (1972 อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล, 2530 : 134) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1) วิธีคาดคะเนหรือเดา ลองเดาดูเสียก่อน เพื่อจะได้หาสิ่งที่ต้องการอ้างอิงต่อไป

1) ควรทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อเขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป

3) การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น ใช้การโยนลูกเต๋า สร้างรูป วัด คำนวณ คอยสังเกตว่าผลจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลพิจารณา

4) การสร้างแผนภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่น จะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบ จะช่วยทำให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน จึงจะช่วยมองเห็นแนวทางในการคิด

5) การทำตาราง การทำตารางจะช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกัน หรือแตกต่าง เห็นรูปแบบได้ชัดเจน อันจะเป็นการนำไปสู่การสรุป การแก้ปัญหาได้

6) การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่าง ๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

3.4.3 ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 21-71) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1) กลยุทธ์เดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้ว คาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผล จากการคาดเดาครั้งแรก ๆ

2) กลยุทธ์การวาดภาพ เป็นการแสดงสภาพการณ์ ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ออกมาเป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น

3) กลยุทธ์สร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนด โดยนำมาเขียนในรูปของตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูล ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4) กลยุทธ์ใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่

เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5) กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6) กลยุทธ์แบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วก็นำมาพิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวม ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

7) กลยุทธ์การให้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

7.1) กลยุทธ์การให้เหตุผลทางตรง เป็นการแก้ปัญหาโดยผู้แก้ปัญหามักใช้ร่วมกับกลยุทธ์อื่น ๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป "ถ้า A แล้ว B" โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการใช้เหตุผลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ

7.2) กลยุทธ์การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการให้เหตุผลเพื่อแสดงว่าเงื่อนไข "A" เป็นจริงทำได้โดยสมมติว่า เงื่อนไข "not A" เป็นจริง หลังจากนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ "not A" เป็นจริง ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า "A" เป็นจริง

8) กลยุทธ์สร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งเป็นปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9) กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการสื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10) กลยุทธ์ทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ได้ง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพท์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์มองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

จากกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น จึงสรุปได้ว่าในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น มีหลายวิธี บางปัญหาอาจเหมาะกับวิธีใดวิธีหนึ่ง หรือบางปัญหาอาจเหมาะกับการใช้กลยุทธ์หลาย ๆ วิธีรวมกัน แต่ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้คัดเลือกกลยุทธ์ในการแก้

ปัญหาเพื่อนำมาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กลยุทธ์สร้างตาราง กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ กลยุทธ์การสร้างภาพ และกลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ เนื่องจากกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นขั้นพื้นฐานง่ายที่จะฝึกให้กับนักเรียนในระดับประถมศึกษา

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีงานวิจัยที่ใช้การแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาทักษะทางการเรียน และด้านการคิดไว้ ซึ่งพอสังเขปได้ดังนี้

Vega (1990) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องวิธีการสอนการคิดเชิงตรรก โดยให้กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาได้รับการฝึกการแก้ปัญหาเชิงตรรก (ถ้า...แล้ว) และการฝึกการให้เหตุผล โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนจากครู กลุ่มที่ 2 ได้รับการเรียนแบบจับคู่ กลุ่มที่ 3 เรียนด้วยตนเอง และกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการสอน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มที่ได้รับการฝึกการแก้ปัญหาจะได้ผลดีกว่า กลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึก และสิ่งที่ค้นพบได้จากการศึกษาครั้งนี้ คือ เพศหญิงผลจะดีกว่าเพศชาย โดยให้เหตุผลว่าชอบวิชาคณิตศาสตร์ และชอบความเป็นเหตุเป็นผล และการแก้ปัญหาเชิงตรรกเป็นวิชาที่น่าสนใจเพราะได้อภิปรายร่วมกัน

Zitarelli (1990) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การออกแบบการส่งเสริมและผลของการใช้หลักสูตรแก้โจทย์ปัญหาในเด็กที่มีความสามารถพิเศษชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 โดยที่นักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนโดยใช้หลักสูตรแก้โจทย์ปัญหาที่ได้รับการพัฒนา และเตรียมไว้ โดยมีการใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 5 ขั้น ร่วมกับกิจกรรมเสริม และให้สิ่งที่ท้าทายความสามารถคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่โจทย์ปัญหาธรรมดาทั่วไป ผลการวิจัยพบว่าหลักสูตรที่พัฒนาขึ้น ช่วยพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็กที่มีความสามารถพิเศษได้

Garnett (1991) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การพัฒนากลยุทธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจะใช้รูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาตามที่ครูแนะนำหรือแสดงให้เห็น โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ เช่น การคิดเสียงดัง การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่า จุดประสงค์ของการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้น และให้ความสำคัญการสอนแก้โจทย์ปัญหา และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้

Mattingly (1992) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีใช้กลยุทธ์กับที่ไม่ได้สอนวิธีใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาโดยตรง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์มีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

รัชธร กอบุญช่วย (2522) ได้ทำการศึกษาผลของเกมและปริศนาคณิตศาสตร์ที่มีต่อทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ และการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้เกมและปริศนาของเกม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ และการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ หลังการทดลองดีกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญ ผลของเกมและปริศนาคณิตศาสตร์ที่มีต่อทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ผลของเกมและปริศนาคณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ และการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำไม่แตกต่างกัน

สายพิณ สร้อยทองคำ (2536) ศึกษาเรื่องผลของการฝึกการสร้างตัวแทนปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งได้แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่มและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยกลุ่มทดลองที่1ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ แต่กลุ่มทดลองที่ 2 ใช้การสร้างตัวแทนของปัญหาแบบใดก็ได้ และกลุ่มควบคุม ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์และให้แสดงวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ในขณะแก้ปัญหาเชิงตรรก มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ และนักเรียนที่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ แต่ให้แสดงวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาแบบใดก็ได้ในขณะแก้ปัญหาเชิงตรรก มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ ส่วนนักเรียนที่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ และให้แสดงวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ในขณะแก้ปัญหาเชิงตรรก มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์แต่ให้แสดงวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาแบบใดก็ได้ในขณะแก้ปัญหาเชิงตรรก

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า ในการส่งเสริมหรือพัฒนาการคิด และความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนควรได้รับการฝึก หรือได้รับการสอน จะได้ผลดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก หรือการสอนแก้ปัญหา ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงนำกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฝึกให้กับนักเรียนเพื่อส่งเสริมการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

4. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Good (1959 : 7) กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการแสดงออกซึ่งความรู้ และทักษะที่ได้เรียนไป

Husen and Neville (1985, อ้างใน วราพร ขาวสุทธิ์ , 2542 :39) ได้ให้ความเห็นว่า ผลสัมฤทธิ์เป็นคำที่มีความหมายกว้าง ซึ่งพอจะประมวลได้ว่า เป็นผลสะท้อนของความรอบรู้และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 76) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะและความสามารถของบุคคลที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการฝึกอบรม หรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถหรือสัมฤทธิผลของบุคคลภายหลังจากได้รับการฝึกอบรม

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงออกซึ่งทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไป และสามารถวัดได้จากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.2 พฤติกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

Wilson (1971 อ้างใน วราพร ขาวสุทธิ์, 2542 : 40-43) ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาของ Bloom and others มาแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านปัญญา (Cognitive Domain) ออกเป็น 4 ระดับ ได้ดังนี้

4.2.1 ความรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นระดับที่ต่ำสุดแบ่งออกได้เป็น 3 ขั้น คือ

1) ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Sptcific Facts) ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปหรือแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว นอกจากนี้ยังรวมถึงความรู้พื้นฐาน ซึ่งผู้เรียนต้องนำมาใช้เสมอ

2) ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และบอกความหมายของคำศัพท์ นิยามต่าง ๆ ตามที่เคยได้เรียนมาแล้ว โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใดและไม่ต้องการหาความรู้อื่นมาช่วย

2) ความรู้เกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) หมายถึง ความสามารถที่จะนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตามกระบวนการ

ของการคิดคำนวณ ในขั้นนี้มิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการคิดคำนวณแบบใหม่ด้วยตนเอง

4.2.2 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึงความสามารถในการนำความรู้ที่รู้แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความและขยายความได้ การวัดพฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 6 ขั้นตอน คือ

1) ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กันโดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่ง หรืออาจจะกล่าวได้ว่ามโนทัศน์เป็นกลุ่มหรือประเภทของสิ่งที่เกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง

2) ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎและการสรุปรวม (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์และตัวปัญหาซึ่งผู้เรียนควรจะรู้หลังจากที่เรียนนั้นจบไปแล้ว คำถามในระดับนี้บางครั้งอาจเป็นการวัดพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ก็ได้ ถ้าหากคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก

3) ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) หมายถึง การถามเพื่อวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้านคณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง ส่วนใหญ่จะเป็นคำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

4) ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability of Transform Problem Elements From One Mode to Another) หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์ หรือสมการในขั้นนี้มิได้รวมถึงการคิดคำนวณหาคำตอบจากสมการนั้น

5) ความสามารถในการดำเนินตามเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) คณิตศาสตร์ส่วนมากอยู่ในรูปของการนิรนัย (Deductive Format) ดังนั้นการที่จะเข้าใจบทความหรือผลงานทางคณิตศาสตร์ จึงต้องอาศัยความสามารถในการดำเนินตามแนวเหตุผลขณะที่อ่าน

6) ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read Interpret a Mathematics Problem) หมายถึง ความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถระดับนี้รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

4.2.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นการนำความรู้ กฎหลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎี ฯลฯ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในระดับนี้ จะต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่อยู่ในแบบฝึกหัดหรือเคยทำมาแล้ว การวัดพฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 4 ขั้น ดังนี้

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมดา (Ability to Solve Routine Problem) ปัญหาธรรมดา หมายถึง ปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน โดยที่ผู้เรียนจะต้องจัดรูปของพฤติกรรมขั้นความเข้าใจและการใช้กระบวนการเพื่อที่จะแก้ปัญหา

2) ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisions) หมายถึง การถามที่คาดหวังให้ผู้เรียนนึกถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ เช่น มโนทัศน์ กฎ ศัพท์นิยามของข้อมูล 2 ชุด เพื่อค้นพบความสัมพันธ์เปรียบเทียบและนำมาสรุปในการตัดสินใจ

3) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการแยกแยะ จำแนก ปัญหาโจทย์ออกเป็นส่วนย่อย ว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการนำไปแก้ปัญหาโจทย์

4) ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorephisms and Symmetrics) พฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล ระลึกถึงความสัมพันธ์จะเป็นการถามคำถามให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่เกิดขึ้น

4..2.4 การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมในขั้นนี้ถือว่าพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในด้านปัญญา ผู้เรียนที่ตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดาหรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน โดยไม่เคยฝึกทำมาก่อน แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่าโจทย์ปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้นการแก้ปัญหานี้จึงครอบคลุมความรู้ความสามารถในสามขั้นที่กล่าวมา รวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ พฤติกรรมในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา (Ability to Solve Nonroutine Problem) หมายถึง ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งผู้เรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ สำรวจว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอน รวมทั้งการเรียนสัญลักษณ์ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาสถานการณ์ด้วย จะนำกระบวนการคิดคำนวณมาใช้โดยตรงไม่ได้ต้องพยายามหาวิธีการใหม่

2) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือนำมาเพื่อใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

3) ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) หมายถึง ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง ซึ่งไม่เหมือนกับความสามารถในการพิสูจน์ขั้นนำไปใช้โดยผู้ตอบจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่เป็นความสามารถที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

5) ความสามารถในการสร้างและแสดงสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalization) หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนการพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ ข้อคำถามจะให้แสดงความสมเหตุสมผล

4.3 ชนิดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

Brown (1983 : 232-234, 259) กล่าวถึงแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

4.3.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง (Teacher – Made Test) หมายถึง แบบสอบที่ครูเป็นผู้ออกข้อสอบ เพื่อใช้ในการวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนในห้องเรียน แบ่งย่อย ๆ เป็น 2 ประเภท คือ

1) ข้อสอบย่อย (Formative Test) เป็นแบบสอบที่ทำการวัดผลภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยที่เรียนจบ

2) ข้อสอบรวม (Summative Test) เป็นแบบสอบถามที่ทำการวัดผลภายหลังจากการเรียนการสอนแต่ละวิชาที่เรียนจบ ข้อสอบรวมนี้เน้นพฤติกรรมต่าง ๆ ตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

4.3.2 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบสอบที่มีคุณลักษณะความเป็นมาตรฐานใน 2 ประเภท คือ

1) มาตรฐานในวิธีดำเนินการสอบ และมาตรฐานการให้คะแนน ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนี้ไปใช้ ที่ไหนเมื่อไร ต้องดำเนินการสอบเหมือนกันหมด และมีเกณฑ์ปกติไว้

สำหรับใช้ในการเปรียบเทียบคะแนนอย่างชัดเจน เพื่อจะบอกได้ว่า การที่ผู้สอบได้คะแนนอย่างหนึ่งอย่างใด หมายถึง ผู้นั้นมีความสามารถเช่นไร

2) มาตรฐานในลักษณะของการสร้างเนื้อหา ข้อคำถาม มีการทดลองใช้ วิเคราะห์ และทบทวนข้อคำถามอย่างมาก

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

Jones (1972) ได้ทำการสำรวจการเปลี่ยนแปลงทักษะและเจตคติในการบวก ลบเลขของเด็กที่มีปัญหาทางอารมณ์ จำนวน 6 คน ซึ่งมีอายุระหว่าง 7-11 ปี โดยการใช้โปรแกรมการสอนเลขคณิต ซึ่งประกอบด้วย การใช้เกมต่าง ๆ การค้นหารูปแบบของงาน และการให้เด็กมีโอกาสคิดเลขจากจำนวนสิ่งของ โดยเน้นความเข้าใจในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า การท่องจำกฎ ระยะเวลาที่เด็กอยู่ในโปรแกรม คือ 38 วัน ๆ ละ 20-30 นาที ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1) เด็กที่จบจากโปรแกรม แสดงออกถึงการมีเจตคติที่ดีในการทำเลขมากกว่าตอนเริ่มแรก

2) เด็กที่จบจากโปรแกรม สามารถคิดเลขได้เร็วขึ้นกว่าที่เคยคิดแต่ก่อน

3) เด็กที่ได้รับการสอนขั้นการเรียนรู้ตามลำดับความยากของงาน จะคิดเลขได้เร็วกว่า เด็กที่ได้รับการเสนอขั้นงานที่ไม่เป็นระบบหรือแบบสุ่มขั้นงานที่มีขั้นตอนที่ดีนั้นสามารถนำไปสู่ระดับการจำตัวเลข หรือเชื่อมโยงตัวเลขได้ แต่สิ่งหนึ่งที่ได้จากขั้นงานเหล่านี้ คือ สถานการณ์ ซึ่งจะช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจในการแก้ปัญหา หรือรู้หลักการในการแก้ปัญหา

ปนิดา สิริกุลวิเชษฐ (2523) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม) และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่จำแนกไว้เป็นกลุ่มสูง กลุ่มต่ำ ตามคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แบบนิรนัยและอุปนัย มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน

สมชัย วงษ์นายะ (2524) ได้ศึกษาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถด้านจำนวน ด้านเหตุผล ด้านมิติสัมพันธ์และด้านภาษามีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และตัวพยากรณ์ที่ทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด คือ ความสามารถด้านจำนวน

สุรียา ผลโพธิ์ (2527) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก และความคิดสร้างสรรค์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์

นฤมล แซ่เตีย (2531) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เขตการศึกษา 11 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวก

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การคิดหาเหตุผลเชิงตรรก การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันสูง การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกเป็นการคิดโดยอาศัยข้อมูลที่เป็นหลักการและข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นพื้นฐานของการคิดในขั้นสูง ดังนั้นจึงควรส่งเสริมการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับเด็กในระดับประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งอยู่ในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรมตอนปลายและเริ่มเข้าสู่ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรมตอนต้น ตามทฤษฎีของ Piaget ได้กล่าวมาข้างต้น และกิจกรรมที่จัดให้กับเด็กควรเป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้เด็กเรียนรู้จากการลงมือกระทำ ค้นคว้าด้วยตนเอง จะทำให้เด็กเรียนรู้จากการค้นพบ การจัดกิจกรรมต้องให้นักเรียนได้เรียนด้วยความสนุกสนานเพลิดเพลิน รู้จริง รู้แจ้ง สนใจและตั้งใจเรียนจนทำให้สามารถสรุปความรู้ มโนทัศน์ หลักการต่าง ๆ ได้ แล้วนำไปฝึกจนเกิดทักษะและนำไปใช้ได้ ซึ่งจะส่งผลให้เด็กมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยเร้าความสนใจ ยั่วยุให้เด็กอยากร่วมกิจกรรม ทำให้เด็กประสบผลสำเร็จจะเป็นแรงเสริมให้กับเด็กในทันที ซึ่งผลของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะทำให้เด็กรู้จักแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนและส่งผลทำให้เด็กเกิดความคิดอย่างมีเหตุและผล เกิดทักษะและกระบวนการคิดขึ้นโดยอัตโนมัติ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะส่งผลต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 อย่างไร ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครู ผู้ปกครอง และผู้เกี่ยวข้องในการพัฒนาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกตลอดจนการจัดกิจกรรมได้อย่างเหมาะสม