

บทที่ 4

การทดสอบโปรแกรมออปติไมซ์ที่เขียนขึ้น

ในงานวิจัยนี้เขียนโปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนทั้งวิธีดีเทอร์มินิสติก และวิธีสโตแคสติก ตามที่กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 ชั้นแรกของงานวิจัยนี้จะออปติไมซ์กรณีศึกษาที่เคยมีผู้ได้ศึกษาวิจัยไว้แล้วเพื่อตรวจสอบโปรแกรมที่เขียนขึ้น การทดสอบโปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนวิธีแบบดีเทอร์มินิสติก ซึ่งให้ความไม่แน่นอนเป็นเจาะจงที่มีจำนวนจำกัด โดยเลือกใช้กรณีออกแบบท่อที่เป็นผลงานวิจัยที่ผ่านมาของ Grossmann และ Sargent (1978) ดังรูปที่ 4.1 เพื่อตรวจสอบโปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนที่เขียนขึ้นโดยอ้างอิง และเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา ส่วนวิธีการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก ซึ่งให้ความไม่แน่นอนเป็นตัวแปรเฟ้นสุ่มไม่ทราบค่าที่แน่ชัด หรือกระจายแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดยเลือกใช้กรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น (the linear retrofit design) ของ Pistikopoulos และ Ierapetritou (1995) เป็นกรณีศึกษาสำหรับตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่เขียนขึ้น เพื่อให้มั่นใจได้ว่าโปรแกรมที่เขียนขึ้น สามารถนำไปออปติไมซ์กระบวนการอื่นได้ถูกต้อง และเป็นแนวทางในการออปติไมซ์กระบวนการอื่นต่อไป

4.1 การทดสอบโปรแกรมออปติไมซ์แบบดีเทอร์มินิสติกกับกรณีศึกษา

กรณีแรกนี้จะหาขนาดท่อที่ Grossmann และ Sargent (1978) ได้เคยออกแบบไว้แล้วทั้งกรณีที่มีความไม่แน่นอน และไม่มี ความไม่แน่นอน 2 พารามิเตอร์ เพื่อศึกษาและตรวจสอบโปรแกรมการออปติไมซ์แบบดีเทอร์มินิสติก เป็นพื้นฐานในการออกแบบกระบวนการอื่นในขั้นต่อไป

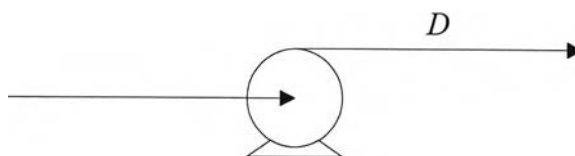
ระบบท่อที่จะออกแบบแสดงดังรูปที่ 4.1 ในการออกแบบกระบวนการนี้จะหาขนาดท่อ D ที่ทำให้ค่าใช้จ่ายรายปีต่ำสุด (The total annual cost) ซึ่งมีสมการค่าใช้จ่ายรายปีดังนี้

$$C = 196,850D + 0.84632\hat{W}^{0.86} + 0.4251W \quad (4.1)$$

เมื่อ D แทน ขนาดของท่อ

W แทน พลังงานที่ปั๊มใช้ในขณะปฏิบัติการ (the actual power of pump)

\hat{W} แทน พลังงานที่ติดตั้งของปั๊ม (the installed power of pump)



รูปที่ 4.1 ท่อพร้อมปั๊มเซนตริฟิว (Pipeline with a centrifuge pump)
โดยปั๊มนี้ต้องการใช้พลังงานในการทำงานดังนี้

$$W = \frac{994.018}{\eta} \left[\frac{P - 101,352.928}{2,394.012} + \frac{5.6608566a}{0.04D^{4.84}} \right] \quad (4.2)$$

เมื่อ P แทน ความดันขาออกจากปั๊ม (the outlet pressure of the power)

η แทน ค่าประสิทธิภาพการทำงานของปั๊ม (pump efficiency)

a แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานของท่อ (the coefficient of friction factor)

และ W แทนพลังงานที่ปั๊มจะใช้ในขณะปฏิบัติการ ซึ่งมีค่าไม่เกินพลังงานที่ติดตั้งไว้ของปั๊ม (\hat{W})
จะเป็นพลังงานสูงสุดที่ปั๊มจะรับได้

$$\hat{W} \geq W \quad (4.3)$$

จากสมการ (4.2) P ซึ่งแทนความดันขาออกปั๊ม (outlet pressure) จะต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ
1,013,529.28 N/m³ ดังสมการ

$$1,013,529.28 - P \leq 0 \quad (4.4)$$

และกำหนดขนาดของท่อ D ซึ่งเป็นตัวแปรตัดสินใจในที่นี้ ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0.508 เมตร และ
0.9144 เมตร

$$0.508 < D < 0.9144 \quad (4.5)$$

ตารางที่ 4.1 ข้อมูลของระบบท่อ

ตัวแปร	คำอธิบาย	ค่า	หน่วย
C	ค่าใช้จ่ายรายปี	-	\$
D	ขนาดของท่อ	-	m
\hat{W}	พลังงานที่ติดตั้งของปั๊ม	-	Watt
W	พลังงานของปั๊มที่ใช้ในขณะปฏิบัติการ	-	Watt
P	ความดันขาออกจากปั๊ม	1,013,529.28	N/m ²
η	ค่าประสิทธิภาพของปั๊ม	0.5	
a	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน	0.04	

การออปติไมซ์กรณีปกติ

จากสมการข้างต้นสามารถเขียนปัญหาการออกแบบกระบวนการอยู่ในรูปแบบสมการออปติไมซ์ (optimization formulation) ได้เป็น

$$\begin{aligned} \min_{D, \dot{W}, W} C &= 196,850D + 0.84632\dot{W}^{0.86} + 0.4251W \\ \text{โดยมีเงื่อนไข} \quad W &= \frac{994.018}{\eta} \left[\frac{P - 101,352.928}{2,394.012} + \frac{5.6608566a}{0.04D^{4.84}} \right] \\ \dot{W} &\geq W \\ 1,013,529.28 - P &\leq 0 \\ 0.508 < D < 0.9144 \end{aligned} \quad (4.6)$$

สำหรับผลการออปติไมซ์สมการ (4.6) เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา ซึ่งเป็นการออกแบบขนาดท่อกรณีพารามิเตอร์ต่างๆ อยู่ที่ค่าคงที่ หรือไม่มีความไม่แน่นอน จะแสดงได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการออกแบบขนาดท่อ กรณีสภาวะปกติ (Normal case)

	C (\$)	D (meter)	\dot{W} (Watt)	W (Watt)
ผลงานวิจัย	589,547	0.720640	812,434	812,434.4
บทความ	589,547	0.720641	812,437	-

การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอน

ในระบบนี้กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน (the coefficient of friction factor: a) ของสมการ (4.7) มีค่าไม่แน่นอน

$$f = a / Re^{0.16} \quad (4.7)$$

เมื่อ f คือ ความเสียดทาน, a คือ สัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน และ Re คือ เรย์โนลด์ส์ นัมเบอร์ (Reynolds Number)

นอกจากนี้ยังกำหนดให้ค่าประสิทธิภาพของปั๊ม (the efficiency of the pump: η) ในสมการ (4.2) ซึ่งเป็นสมการพลังงานของปั๊มมีความไม่แน่นอน โดยในสภาวะปกติค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจะเท่ากับ 0.04 และค่าปกติหรือค่าเฉลี่ย (mean) ของประสิทธิภาพของปั๊มจะเท่ากับ 0.5

$$a^N = 0.04 \quad (4.8)$$

$$\eta^N = 0.5 \quad (4.9)$$

การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนตามวิธีของ Grossmann และ Sargent (1978) ที่ได้ทำวิจัยผ่านมาแล้วมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นแรก จะกำหนดขอบเขตของความไม่แน่นอนดังนี้

$$0.02 \leq a \leq 0.06 \quad (4.10)$$

$$0.3 \leq \eta \leq 0.6 \quad (4.11)$$

ขั้นสอง ใช้วิธีสร้างภาพ (scenario) คือการหาสถานการณ์ของความไม่แน่นอนที่ทำให้ค่าของออปเจกทีฟฟังก์ชันมีค่าดีที่สุด (Best), ค่าปกติ (Normal) และแย่ที่สุด (Worst) สำหรับในกระบวนการนี้มีออปเจกทีฟฟังก์ชันคือฟังก์ชันค่าใช้จ่าย ตามสมการ (4.1) จะเห็นว่าค่าใช้จ่ายในสมการ (4.1) จะมีค่าสูงสุดเมื่อความไม่แน่นอนทั้งสองตัว มีค่าอยู่ที่ขอบล่างของประสิทธิภาพของระบบปั๊ม η^L และขอบบนของความเสียหาย a^U ส่วนฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจะมีค่าต่ำที่สุดเมื่อความไม่แน่นอนทั้งสองพารามิเตอร์มีค่าอยู่ที่ขอบบนของประสิทธิภาพของปั๊ม η^U และขอบล่างของสัมประสิทธิ์ความเสียหาย a^L ดังนั้น 2 จุดนี้จะเป็นสถานการณ์ที่ความไม่แน่นอนที่แย่ที่สุด และความไม่แน่นอนที่ดีที่สุด ตามลำดับ

ขั้นสุดท้าย จะใส่ความไม่แน่นอนลงในสมการออปติไมซ์ที่ (4.6) ตามวิธีของ Grossmann และ Sargent (1978) จะได้เป็นสมการออปติไมซ์ที่ (4.12) ดังนี้

$$\begin{aligned} \min_{D, \hat{W}, W^p} \quad & \bar{C} = 196,850D + 0.84632\hat{W}^{0.86} + 0.4251 \sum_{p=1}^3 \sigma^p W^p \\ \text{โดยมีเงื่อนไข} \quad & W^p = \frac{994.018}{\eta^p} \left[381.024135 + \frac{5.6608566a^p}{0.04D^{4.84}} \right] \\ & \hat{W} \geq W^p, \quad p = 1,2,3 \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$0.508 \leq D \leq 0.9144$$

$$\eta^1 = 0.5, \quad \eta^2 = 0.3, \quad \eta^3 = 0.6$$

$$a^1 = 0.04, \quad a^2 = 0.06, \quad a^3 = 0.02$$

เมื่อ σ^p แทน แฟกเตอร์น้ำหนัก สำหรับแต่ละสถานการณ์ของความไม่แน่นอนโดยให้ผลรวมของแฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอนเท่ากับ 1

W^p แทน พลังงานที่ใช้ในขณะปฏิบัติการจริงของแต่ละสถานการณ์; $p = 1,2,3$

และ \bar{C} แทน ค่าใช้จ่ายรายปีคาดหวัง (the expected total annual cost) หรือค่าใช้จ่ายเฉลี่ยตลอดทั้ง 3 สถานการณ์

ซึ่งค่าแฟกเตอร์น้ำหนัก Grossmann และ Sargent (1978) เปรียบเหมือนความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดขึ้นของความไม่แน่นอนแต่ละสถานการณ์ ดังนั้น Grossmann และ Sargent (1978) จึงได้ทดลองเปลี่ยนแฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอนให้มีค่าต่างกัน 3 กรณีดังนี้

แฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอนกรณีที่ 1

$$\text{สถานการณ์ปกติ} \quad \theta^1 = \{\eta^N, a^N\}, \quad \sigma^1 = 0.8 \quad (4.13)$$

$$\text{สถานการณ์แย่ที่สุด} \quad \theta^2 = \{\eta^L, a^U\}, \quad \sigma^2 = 0.1 \quad (4.14)$$

$$\text{สถานการณ์ดีที่สุด} \quad \theta^3 = \{\eta^U, a^L\}, \quad \sigma^3 = 0.1 \quad (4.15)$$

แฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอนกรณีที่ 2

$$\text{สถานการณ์ปกติ} \quad \theta^1 = \{\eta^N, a^N\}, \quad \sigma^1 = \frac{2}{3} \quad (4.16)$$

$$\text{สถานการณ์แย่ที่สุด} \quad \theta^2 = \{\eta^L, a^U\}, \quad \sigma^2 = \frac{1}{6} \quad (4.17)$$

$$\text{สถานการณ์ดีที่สุด} \quad \theta^3 = \{\eta^U, a^L\}, \quad \sigma^3 = \frac{1}{6} \quad (4.18)$$

แฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอนกรณีที่ 3

$$\text{สถานการณ์ปกติ} \quad \theta^1 = \{\eta^N, a^N\}, \quad \sigma^1 = \frac{1}{3} \quad (4.19)$$

$$\text{สถานการณ์แย่ที่สุด} \quad \theta^2 = \{\eta^L, a^U\}, \quad \sigma^2 = \frac{1}{3} \quad (4.20)$$

$$\text{สถานการณ์ดีที่สุด} \quad \theta^3 = \{\eta^U, a^L\}, \quad \sigma^3 = \frac{1}{3} \quad (4.21)$$

เมื่อแทนแต่ละสถานการณ์ของความไม่แน่นอน และแฟกเตอร์น้ำหนักลงสมการ (4.12) สมการออปติไมซ์ในปัญหาการออกแบบกระบวนการนี้จะกลายเป็นปัญหาออปติไมซ์ที่มีตัวแปรตัดสินใจหรือตัวแปรไม่ทราบค่า 5 ตัว และมีข้อจำกัดทั้งหมด 7 ข้อจำกัด ซึ่งในจำนวนนี้แบ่งเป็นข้อจำกัดที่เป็นสมการ 3 ข้อจำกัด และข้อจำกัดที่เป็นอสมการ 4 ข้อจำกัด ทำให้เกิดเป็นปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นจากสมการเดิม (4.6) ซึ่งเป็นการออปติไมซ์ที่ไม่คำนึงถึงผลของความไม่แน่นอนในสมการ ให้พารามิเตอร์ต่าง ๆ มีค่าคงที่อยู่ที่ค่าปกติ หรือค่าเฉลี่ย ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใด

สำหรับผลการออปติไมซ์ระบบท่อ จะแสดงได้ดังตารางที่ 4.3 ซึ่งเป็นผลการออกแบบขนาดท่อกรณีมีความไม่แน่นอน เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมาของ Grossmann และ Sargent (1978)

ตารางที่ 4.3 ผลการออกแบบขนาดท่อ กรณีมีความไม่แน่นอน

ตัวแปร ตัดสินใจ	แฟกเตอร์น้ำหนัก					
	$\sigma^1=0.8, \sigma^2=0.1, \sigma^3=0.1$		$\sigma^1=2/3, \sigma^2=1/6, \sigma^3=1/6$		$\sigma^1=1/3, \sigma^2=1/3, \sigma^3=1/3$	
	ผลงานวิจัย	บทความ	ผลงานวิจัย	บทความ	ผลงานวิจัย	บทความ
\bar{C} (\$)	667,658	667,662	679,494	679,497	708,950	708,950
D (meter)	0.757851	0.757851	0.762506	0.762506	0.773573	0.773573
\hat{W} (watt)	1,370,129	1,370,140	1,367,005	1,357,000	1,359,959	1,359,960
W^1 (Watt)	1,370,129	-	1,367,005	-	1,359,959	-
W^2 (Watt)	800,548	-	799,296	-	796,490	-
W^3 (Watt)	649,183	-	664,866	-	647,490	-

วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากผลการออกแบบท่อในกรณีปกติ ดังตารางที่ 4.2 และผลการออกแบบท่อกรณีมีความไม่แน่นอน ตามตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าการออกแบบท่อภายใต้ความไม่แน่นอนจะให้ขนาดของท่อที่แตกต่างกัน จากการออกแบบท่อกรณีปกติคือ ผลการออกแบบท่อปกติจะได้ขนาดของท่อที่เหมาะสมเท่ากับ $D = 0.720630$ เมตร ในส่วนกรณีการออกแบบท่อภายใต้ความไม่แน่นอนของระบบนี้จะได้ขนาดท่อ $D = 0.757851$ เมตร (กรณีแฟกเตอร์น้ำหนักเท่ากับ $\sigma^1 = 0.8, \sigma^2 = 0.1, \sigma^3 = 0.1$) การออกแบบท่อภายใต้ความไม่แน่นอนวิธีนี้ดีกว่าวิธีดั้งเดิม คือวิธีโอเวอร์ดีไซน์ซึ่งถ้าใช้หาขนาดของท่อในกระบวนการนี้โดยคุณแฟกเตอร์ 1.2 จะได้ $D = 0.864756$ พบว่าผลที่ได้จากวิธีนี้จะดีกว่าผลที่ได้จากวิธีโอเวอร์ดีไซน์ซึ่งทำให้ต้องเสียค่าใช้จ่ายมากในการสร้างท่อให้มีขนาดใหญ่ขึ้น และเป็นวิธีที่ไม่มีเหตุผล ดังนั้นการออกแบบท่อภายใต้ความไม่แน่นอนเป็นการการออกแบบท่อที่คำนึงถึงสถานการณ์จริงที่จะมีความไม่แน่นอนเกิดขึ้น โดยใช้วิธีของ Grossmann และ Sargent (1978) สามารถช่วยหาขนาดท่อที่สามารถปฏิบัติงาน และช่วยหาค่าใช้จ่ายรายปีที่คาดหวังของกระบวนการเมื่อมีความไม่แน่นอนอยู่ในกระบวนการได้

จากการเปรียบเทียบผลการออกแบบท่อจากงานวิจัยนี้กับบทความที่ผ่านมาของ Grossmann และ Sargent (1978) จะเห็นได้ว่ามีความใกล้เคียงกัน ขนาดท่อที่ได้มีค่าเท่ากัน แสดงว่าโปรแกรมออกแบบท่อแบบดีเทอร์มินิสติก กรณีที่มีความไม่แน่นอนแบบมีค่าเฉพาะเจาะจง มีจำนวนจำกัด ที่ใช้วิธีสร้างภาพตาม Grossmann และ Sargent (1987) นั้นมีความถูกต้องแล้ว สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับกระบวนการอื่นต่อไปได้

นอกจากนี้การออกแบบขนาดท่อนี้ยังได้ลองเปลี่ยนแฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอน เช่นเดียวกับงานวิจัยของ Grossmann และ Sargent (1987) จะเห็นว่าการเปลี่ยนแฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอน หรือเท่ากับเปลี่ยนลักษณะการกระจายของความไม่แน่นอน ส่งผลทำให้ค่าออกแบบเปลี่ยนไป จึงสามารถสรุปได้ว่า เมื่อแฟกเตอร์น้ำหนักเปลี่ยนไปค่าออกแบบที่ได้จะเปลี่ยนไปด้วย และจากการเปรียบเทียบผลงานวิจัยนี้ในการเปลี่ยนแฟกเตอร์น้ำหนัก กับงานวิจัยที่ผ่านมาของ Grossmann และ Sargent (1978) จะพบว่าได้ผลใกล้เคียงกัน จึงแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของโปรแกรมออปติไมซ์แบบดีเทอร์มินิสติกที่เขียนขึ้นในงานวิจัยนี้

4.2 การทดสอบโปรแกรมออปติไมซ์แบบสโตแคสติกกับกรณีศึกษา

การออปติไมซ์แบบสโตแคสติกจะใส่ความไม่แน่นอน ลงในสมการออปติไมซ์แบบสโตแคสติก กล่าวคือจะให้ความไม่แน่นอนเป็นตัวแปรเพิ่มสุ่ม ไม่มีค่าที่แน่ชัด กระจายแบบฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็นอย่างต่อเนื่อง ต่างกับแบบดีเทอร์มินิสติกที่จะกำหนดขอบเขตของตัวแปรไม่แน่นอน และใส่ความไม่แน่นอนลงสมการออปติไมซ์เป็นแบบคิสทริท เป็นค่าที่เฉพาะเจาะจงมีจำนวนจำกัด (finite number)

กรณีศึกษาที่ 2 นี้ จะออปติไมซ์แบบสโตแคสติก โดยเลือกใช้กระบวนการที่เคยมีผู้เสนอวิจัยไว้แล้ว เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมออปติไมซ์แบบสโตแคสติกของงานวิจัยนี้ ซึ่งในที่นี้จะเลือกกรณีการออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น (the linear retrofit design) ของ Pistikopoulos และ Ierapetritou (1995) มาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมออปติไมซ์แบบสโตแคสติกที่เขียนขึ้นในงานวิจัยนี้

สำหรับกรณีศึกษาที่ 2 นี้เป็นการออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วยอสมการข้อจำกัดที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้น (linear inequality constraints) ดังนี้

$$z - \theta_1 + 0.5\theta_2 + d_1 - 3d_2 \leq 0 \quad (4.22)$$

$$-z - \theta_1 / 3 - \theta_2 + d_2 + 1 / 3 \leq 0 \quad (4.23)$$

$$z + \theta_1 - \theta_2 - d_1 - 1 \leq 0 \quad (4.24)$$

โดยที่อสมการข้อจำกัดนี้ประกอบด้วย z ซึ่งเป็นตัวแปรควบคุม; d_1, d_2 เป็นตัวแปรออกแบบ และ θ_1, θ_2 คือตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนซึ่งมีการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution) แบบการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution) หรือการกระจายแบบเกาส์เซียน (Gaussian Distribution) ซึ่งมีค่าเฉลี่ย (mean) อยู่ที่ 2 และ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เท่ากับ 2 สามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $N(2,4)$ และกำหนดระดับความเชื่อมั่น (level of

confidence) ไว้ถึง 70 % ซึ่งจะหมายถึงความไม่แน่นอนนี้จะมีโอกาสที่จะแปรปรวนอยู่ช่วงที่ความไม่แน่นอนที่บวกลบ 1 เท่าของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน นำมาเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ $\pm \sigma$ เมื่อ σ แทนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นความคลาดเคลื่อน (deviation) ของความไม่แน่นอนทั้งสองตัวในระบบนี้จะเท่ากับ 2

$$\Delta\theta_1^+ = \Delta\theta_1^- = \Delta\theta_2^+ = \Delta\theta_2^- = 2 \quad (4.25)$$

สำหรับค่าตัวแปรออกแบบที่มีอยู่ขณะนี้ (the existing design) มีค่าเท่ากับ $d_1^E = 3$ และ $d_2^E = 1$ และการปรับเปลี่ยนระบบนี้ต้องเสียค่าใช้จ่ายในการลงทุน (the investment cost) ดังนี้

$$C(\Delta d) = 10\Delta d_1 + 10\Delta d_2 \quad (4.26)$$

เมื่อ $\Delta d_1, \Delta d_2$ คือ ค่าออกแบบปรับเปลี่ยน (redesign) ของ d_1 และ d_2 ตามลำดับ ส่วนฟังก์ชันรายได้ (revenue function) ที่จะได้จากการปรับเปลี่ยนครั้งนี้ มีสมการดังนี้

$$r(z) = 10z \quad (4.27)$$

เมื่อนำสมการ (4.27) ลบสมการ (4.26) จะได้ฟังก์ชันกำไร ซึ่งจะนำมาเป็นอุปเจกทีฟฟังก์ชันสำหรับการออกแบบปรับเปลี่ยนระบบนี้

$$P = 10z - 10\Delta d_1 - 10\Delta d_2 \quad (4.28)$$

จากสมการข้างต้นสามารถเขียนในรูปสมการออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \max_{\Delta d_1, \Delta d_2, z} P &= E_{\theta_1, \theta_2} \{ \max_z 10z \} - 10\Delta d_1 - 10\Delta d_2 \\ \text{โดยมีเงื่อนไข} \quad d_1 &= d_1^E + \Delta d_1 \\ d_2 &= d_2^E + \Delta d_2 \\ z - \theta_1 + 0.5\theta_2 + d_1 - 3d_2 &\leq 0 \\ -z - \theta_1 / 3 - \theta_2 + d_2 + 1/3 &\leq 0 \\ z + \theta_1 - \theta_2 - d_1 - 1 &\leq 0 \\ 0 \leq \Delta d_1 &\leq 4, \quad 0 \leq \Delta d_2 \leq 4 \\ \theta_1 &= N(2,4), \quad \theta_2 = N(2,4) \end{aligned} \quad (4.29)$$

ขั้นตอนการออปติไมซ์

สำหรับการออปติไมซ์สมการ (4.29) จะใช้วิธีตามที่กล่าวในบทที่ 3 ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบทั้ง 2 ตัว $\Delta d_1 = 1.5$, $\Delta d_2 = 3.5$; ค่ากำไรที่คาดหวังเริ่มต้น $\bar{P}^0 = \infty$; ค่าผิดพลาด (error) ของการคำนวณซ้ำ (iteration) $\varepsilon = 0.1$ และให้เป็นการคำนวณซ้ำครั้งที่ 1 $K = 1$

ขั้นที่ 2 หาขอบเขตดำเนินการของตัวแปรไม่แน่นอนตัวที่ 1 θ_1 โดยการแก้สมการ (3.16) จะได้ขอบเขตดำเนินการของความไม่แน่นอน θ_1 อยู่ช่วงระหว่าง 0 ถึง 4: $0 \leq \theta_1 \leq 4$

ขั้นที่ 3 จำนวนจุดควอดราเจอร์อยู่ช่วงที่ได้จากขั้นที่ 2 สำหรับ θ_1 ตามสมการ (3.17) ในที่นี้เลือกใช้สูตรอินทิกรัลของเกาส์เซียน (Gaussian Integral) แบบ 5 จุดควอดราเจอร์ ดังนั้นต้องหา 5 จุดควอดราเจอร์ของ θ_1 ที่อยู่ในช่วง $0 \leq \theta_1 \leq 4$ โดยใช้วิธีตามสมการ (3.17)

$$\begin{aligned}\theta_1^{q_1} &= 0.5(\theta_1^U - \theta_1^L)v_1^{q_1} + 0.5(\theta_1^U + \theta_1^L) \\ &= 0.5[\theta_1^U(1 + v_1^{q_1}) + \theta_1^L(1 - v_1^{q_1})]\end{aligned}\quad (4.30)$$

เมื่อ q_1 แทน ตำแหน่งจุดควอดราเจอร์ : $q_1 = 1, 2, 3, 4, 5$

θ_1^U แทน ขอบบนของตัวแปรไม่แน่นอนตัวที่ 1 ซึ่งได้มาจากการคำนวณในขั้นที่ 2

θ_1^L แทน ขอบล่างของตัวแปรไม่แน่นอนตัวที่ 1 ซึ่งได้มาจากการคำนวณในขั้นที่ 2

$v_1^{q_1}$ แทน จุดคิสคริตที่อยู่ในช่วง -1 ถึง 1 มีค่าตามตารางที่ 4.4 มาจากสูตรของเกาส์เซียน

ตารางที่ 4.4 จุดควอดราเจอร์ในช่วง [-1,1] และน้ำหนักของจุดควอดราเจอร์ตามวิธีอินทิกรัลของเกาส์เซียนควอดราเจอร์

จุดควอดราเจอร์ที่ (q_1)	จุด $v_1^{q_1}$ อยู่ในช่วง [-1,1]	น้ำหนักในการอินทิกรัล ($w_1^{q_1}$)
1	-0.90618	0.23693
2	-0.53847	0.47863
3	0.0000	0.56889
4	0.53847	0.47863
5	0.90618	0.23693

เมื่อแทน $\theta_1^L = 0$ และ $\theta_1^U = 4$ ลงในสมการ (4.30) จะได้จุดควอดราเจอร์ของความไม่แน่นอนเท่ากับ

$$\begin{aligned}\theta_1^{q_1} &= 0.5[4(1 + v_1^{q_1}) + 0(1 - v_1^{q_1})] \\ &= 2(1 + v_1^{q_1})\end{aligned}\quad (4.31)$$

นำ $v_1^{q_1}$ จากตารางที่ 4.4 แทนในสมการ (4.31) จะได้ผลดังตามตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 แสดงผลการหาจุดควอดราเจอร์ของความไม่แน่นอนตัวที่ 1 ในกรณีการออกแบบ
ปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น

ลำดับจุดควอดราเจอร์ที่ (q_1)	$\theta_1^{q_1}$
1	0.188
2	0.923
3	2.000
4	3.077
5	3.812

ขั้นที่ 4 หาขอบเขตดำเนินการของความไม่แน่นอน θ_2 ตามสมการ (3.20) เมื่อแทนแต่ละจุดของ
ควอดราเจอร์ของความไม่แน่นอนตัวที่ 1 ($\theta_1^{q_1}$) จะได้ผลตามตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 ขอบเขตของ θ_2 ที่ $\theta_1^{q_1}$ ของค่าออกแบบกระบวนการปรับเปลี่ยนที่จุดเริ่มต้น

q_1	1	2	3	4	5
$\theta_1^{q_1}$	0.188	0.923	2.000	3.077	3.812
$\theta_2^{L_{q_1}}$	0.000	0.000	0.333	0.692	0.937
$\theta_2^{U_{q_1}}$	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000

ขั้นที่ 5 ใช้วิธีเดียวกับขั้นที่ 2 นำขอบเขตของความไม่แน่นอนตัวที่ 2 มาหาจุดควอดราเจอร์ 5 จุด
ของแต่ละ $\theta_1^{q_1}$ เมื่อสิ้นสุดขั้นนี้จะได้แผนผังการกระจายของความไม่แน่นอนทั้ง 2 ตัว

ขั้นที่ 6 จากจุดควอดราเจอร์ที่ได้สามารถอปติไมซ์หากำไรที่คาดหวัง (the expected profit: \bar{P})
ตามสมการอปติไมซ์ (3.23) จะได้ค่ากำไรที่คาดหวัง $\bar{P}^1 = 3.8344$ ซึ่งแสดงขั้นตอนการคำนวณได้
ตามตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 การคำนวณหาค่ากำไรคาดหวังของกรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น a) ผลรวมชั้นใน (inner summation)

จุด	q_1	$q_1 q_2$	$\theta_1^{q_1}$	$\theta_2^{q_1 q_2}$	$J(\theta_1^{q_1}, \theta_2^{q_1 q_2})$	$r(z^{q_1 q_2})$	$W_2^{q_2}$	$W_2^{q_2} rJ$	$\sum_{q_2=1}^{Q_2} W_2^{q_2} rJ$
1	1	1	0.1876	0.1876	0.01750	15.7781	0.2369	0.0654	
2	1	2	0.1876	0.9231	0.02283	12.1010	0.4786	0.1322	
3	1	3	0.1876	2.0000	0.02639	6.7163	0.5689	0.1008	
4	1	4	0.1876	3.0769	0.02283	1.3316	0.4786	0.0145	
5	1	5	0.1876	3.8124	0.01750	-2.3455	0.2369	-0.0097	0.30329
6	2	1	0.9231	0.1876	0.02283	23.1323	0.2369	0.1251	
7	2	2	0.9231	0.9231	0.02977	19.4552	0.4786	0.2772	
8	2	3	0.9231	2.0000	0.03442	14.0705	0.5689	0.2755	
9	2	4	0.9231	3.0769	0.02977	8.6858	0.4786	0.1238	
10	2	5	0.9231	3.8124	0.02283	5.0087	0.2369	0.0271	0.82872
11	3	1	2.0000	0.5053	0.03009	25.0534	0.2369	0.1786	
12	3	2	2.0000	1.1795	0.03658	28.9425	0.4786	0.5067	
13	3	3	2.0000	2.1667	0.03965	24.0066	0.5689	0.5415	
14	3	4	2.0000	3.1539	0.03369	19.0706	0.4786	0.3075	
15	3	5	2.0000	3.8280	0.02620	15.6999	0.2369	0.0975	1.63174
16	4	1	3.0769	0.8475	0.02915	17.7054	0.2369	0.1223	
17	4	2	3.0769	1.4556	0.03317	23.7867	0.4786	0.3776	
18	4	3	3.0769	2.3462	0.03391	32.6922	0.5689	0.6306	
19	4	4	3.0769	3.2367	0.02843	29.4258	0.4786	0.4004	
20	4	5	3.0769	3.8448	0.02249	26.3851	0.2369	0.1406	1.67149
21	5	1	3.8124	1.0811	0.02375	12.6876	0.2369	0.0714	
22	5	2	3.8124	1.6442	0.02598	18.3182	0.4786	0.2277	
23	5	3	3.8124	2.4687	0.02568	26.5637	0.5689	0.3880	
24	5	4	3.8124	3.2933	0.02141	34.8091	0.4786	0.3567	
25	5	5	3.8124	3.8563	0.01715	33.6818	0.2369	0.1369	1.18081

ตารางที่ 4.7 การคำนวณหาค่ากำไรคาดหวังของกรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น b) ผลรวมชั้นนอก (outer summation)

$\sum_{q_2=1}^{Q_2} W_2^{q_2} rJ$	$\frac{\theta_2^{Uq_1} - \theta_2^{Lq_1}}{2}$	$W_1^{q_1}$	ผลรวม
0.30329	2.0000	0.2369	0.1437
0.82872	2.0000	0.4786	0.7933
1.63174	1.8333	0.5689	1.7018
1.67149	1.6538	0.4786	1.323
1.18069	1.5313	0.2369	0.4283
			4.3901

$$\begin{aligned} \bar{P}^1 &= \frac{\theta_1^U - \theta_1^L}{2} \sum_{q_2=1}^{Q_2} w_1^{q_1} \frac{\theta_2^{Uq_1} - \theta_2^{Lq_1}}{2} \sum_{q_2=1}^{Q_2} w_2^{q_2} r(d, z^{q_1q_2}, \theta_1^{q_1}, \theta_2^{q_2}) J(\theta_1^{q_1}, \theta_2^{q_1q_2}) - (10\Delta d_1 + 10\Delta d_2) \\ &= \frac{(4-2)}{2} \times 4.3901 - [10(0) + 10(0.49466)] \\ &= 3.8344 \text{ หน่วย} \end{aligned} \quad (4.32)$$

ขั้นที่ 7 จำนวนหาค่าผิดพลาดของการคำนวณซ้ำจะได้ $|\bar{P}^1 - \bar{P}^0| = \infty$ มากกว่า 0.1 ซึ่งเป็นค่าความผิดพลาดของการคำนวณซ้ำที่ยอมรับได้ตามที่กำหนดไว้ในขั้นที่ 1 ฉะนั้นจึงกลับไปคำนวณซ้ำในขั้นตอนที่ 2 ใหม่ โดยให้ $\Delta d_1 = 0$, $\Delta d_2 = 0.4947$ และเพิ่มค่าการคำนวณซ้ำ $K = K + 1$ แล้วกลับไปขั้นที่ 2

วิเคราะห์ผลการทดลอง

การทำออปติไมซ์ปัญหาออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้นตามวิธีข้างต้น จะใช้ทั้งหมด 3 การคำนวณซ้ำ (iteration) จึงจะถึงจุดที่เหมาะสม ภายในความผิดพลาดของการคำนวณซ้ำ $\varepsilon = 0.01$ โดยจะได้ตัวแปรออกแบบที่ต้องปรับเปลี่ยนคือ $\Delta d_1 = 0$ และ $\Delta d_2 = 0.462$ ได้ผลกำไรที่คาดหวังเท่ากับ 4.28 หน่วย ดังตารางที่ 4.8 ภายใต้ออบเขตดำเนินการสำหรับ θ_1 ที่มีช่วงระหว่าง 0 ถึง 4 และขอบเขตการดำเนินการของ θ_2 สำหรับแต่ละจุดควอดราเจอร์ $\theta_1^{q_1}$ ตามตารางที่ 4.9 ดังนั้นวิธีออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก สามารถช่วยออกแบบหาขนาดตัวแปรออกแบบของระบบปรับเปลี่ยนได้ และช่วยประเมินผลของค่ากำไรที่คาดหวังที่จะได้จากการปรับเปลี่ยน นอกจากนี้ยังทราบช่วงของความไม่แน่นอนที่ระบบจะอยู่ในสถานะคงที่

และสอดคล้องกับข้อจำกัดต่าง ๆ ของระบบได้ ถ้าความไม่แน่นอนของระบบอยู่ภายในช่วงที่แสดงดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.8 เปรียบเทียบผลออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้นกับบทความ

ตัวแปร	งานวิจัย	บทความ
\bar{C} (หน่วย)	4.285	4.28
Δd_1	0	0
Δd_2	0.462	0.462
z	1.673	-
z^L	-0.342	-
z^U	3.303	-

ตารางที่ 4.9 ขอบเขตของ θ_2 ที่ $\theta_1^{q_1}$ ของจุดที่เหมาะสมของระบบปรับเปลี่ยนเชิงเส้น

จุดควอดราเจอร์ (q_1)	$\theta_1^{q_1}$		$\theta_2^{Lq_1}$		$\theta_2^{Uq_1}$	
	งานวิจัย	บทความ	งานวิจัย	บทความ	งานวิจัย	บทความ
1	0.188	0.188	0.320	0.290	4.000	4.000
2	0.923	0.923	0.000	0.000	4.000	4.000
3	2.000	2.000	0.000	0.000	4.000	4.000
4	3.077	3.077	0.000	0.000	4.000	4.000
5	3.812	3.812	0.168	0.172	4.000	4.000

จากการอุปติไมซ์กรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น ซึ่งเป็นวิธีการอุปติไมซ์แบบสโตแคสติก เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่าผลที่ได้มีความใกล้เคียงกันกับผลงานวิจัยที่ผ่านของ Pistikopoulos และ Ierapetritou (1995) แสดงให้เห็นความถูกต้องของโปรแกรมที่เขียนขึ้นในที่นี้ ดังนั้นขั้นตอนต่อไปของงานวิจัยนี้จะนำโปรแกรมอุปติไมซ์แบบสโตแคสติกที่เขียนขึ้นนี้ไปออกแบบระบบเครื่องปฏิกรณ์เคมีแบบต่อเนื่อง แบบมีปฏิริยาย้อนกลับไม่ได้และแบบมีปฏิริยาย้อนกลับได้ ที่คำนึงถึงความไม่แน่นอนแบบต่อเนื่องที่จะเกิดขึ้นในกระบวนการ

4.3 บทสรุป

จากการทดสอบโปรแกรมที่เขียนขึ้นในงานวิจัยนี้ กับกรณีศึกษาที่เคยมีผู้ได้ทำการเสนอไว้แล้ว โดยเลือกกรณีออกแบบท่อที่เคยเสนอของ Grossmann และ Sargent (1978) เป็นกรณีเปรียบเทียบ และตรวจสอบโปรแกรมออปติไมซ์แบบดิเทอร์มินิสติกที่เขียนขึ้น ส่วนการทดสอบโปรแกรมการออปติไมซ์แบบสโตแคสติกเลือกใช้กรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้นของ Pistikopoulos และ Ierapetritou (1995) เป็นกรณีตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมออปติไมซ์แบบสโตแคสติกที่เขียนขึ้น

จากผลการเปรียบเทียบการออปติไมซ์จากงานวิจัยนี้กับผลงานวิจัยที่ผ่านมาของทั้ง 2 กรณีศึกษา จะเห็นได้ว่าโปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนทั้งวิธีแบบดิเทอร์มินิสติกและวิธีสโตแคสติกที่เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์แม่ทแลบ (MATLAB) มีความถูกต้องสามารถนำโปรแกรมที่เขียนขึ้นไปออปติไมซ์ เพื่อช่วยออกแบบกระบวนการอื่นในขั้นตอนต่อไป