

## ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลา

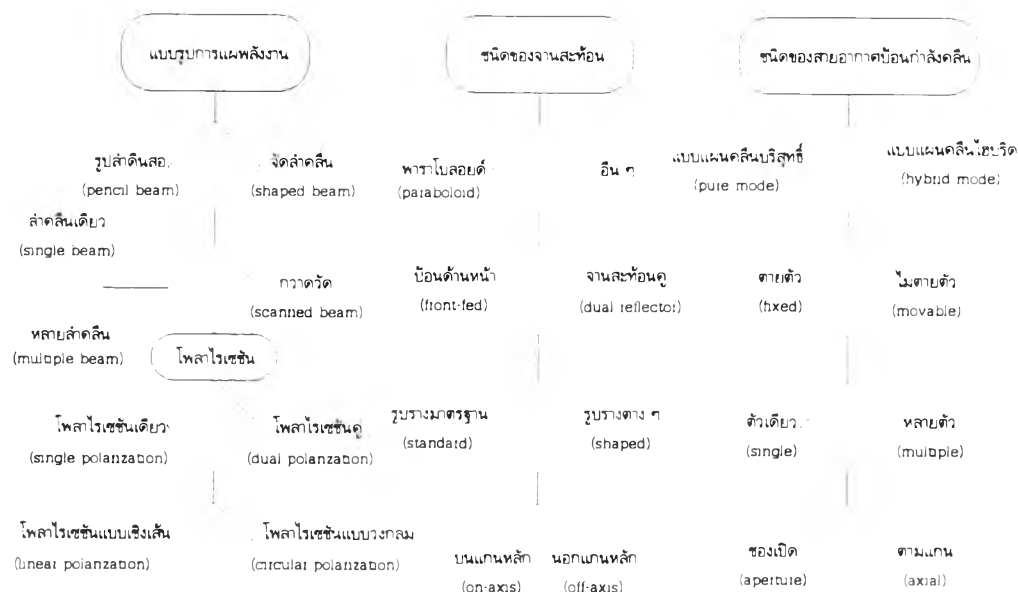
### ความนำ

สายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นได้รับการพัฒนาและนำมาใช้งานอย่างกว้างขวาง สำหรับสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นที่ใช้งานกันอยู่ในปัจจุบันมีลักษณะโครงสร้างแตกต่างกันและมีมากมายหลายชนิดขึ้นอยู่กับการทำงานประยุกต์ใช้งาน เช่น สายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยว สายอากาศชนิดจานสะท้อนคู่ สายอากาศชนิดจานสะท้อนแบบสมมาตร สายอากาศชนิดจานสะท้อนแบบไม่สมมาตร สายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นแบบลำคลื่นเฉพาะจุด สายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นแบบจัดลำคลื่น เป็นต้น ดังนั้นเพื่อแสดงให้เห็นหลักการ โครงสร้างพื้นฐาน และการประยุกต์ใช้งานของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น ในบทนี้จะกล่าวถึงการแบ่งชนิด โครงสร้าง คุณสมบัติทางเรขาคณิต และการประยุกต์ใช้งานของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น โดยมุ่งสนใจระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลาเป็นหลัก ซึ่งแบ่งออกเป็นหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้คือ ในหัวข้อแรกกล่าวถึงองค์ประกอบ และการประยุกต์ใช้งานของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นชนิดต่าง ๆ ที่นำมาใช้งานอย่างกว้างขวางในระบบสื่อสารด้วยคลื่นไมโครเวฟ และการเกิดปรากฏการณ์เลียเวนในระบบสายอากาศชนิดนี้ ส่วนในหัวข้อที่สองกล่าวถึงระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลา โดยแบ่งออกเป็นหัวข้อย่อยคือ คุณสมบัติทางเรขาคณิตและค่าปัจจัยต่าง ๆ ที่กำหนดโครงสร้างของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลา ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวรูปพาราโบลา ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลาแบบสมมาตร และค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลาแบบไม่สมมาตร ซึ่งค่าปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้เป็นค่าปัจจัยที่จำเป็นที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์หาขีดจำกัดเกี่ยวกับสมรรถนะของระบบสายอากาศชนิดนี้ในบทที่ 3 ต่อไป

### ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น

ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นเป็นระบบสายอากาศที่มีโครงสร้างง่าย ๆ เนื่องจากใช้หลักการด้านแสงหรือคุณสมบัติทางเรขาคณิตในการออกแบบ ดังนั้นโครงสร้างของสายอากาศจึงมีลักษณะเป็นรูปทรงเรขาคณิตเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งโดยทั่วไปมักออกแบบให้จานสะท้อนมีรูปทรงเรขาคณิตที่ทำให้คลื่นทรงกลมที่แผ่พลังงานออกมาจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นมาตกกระทบพื้นผิวจานสะท้อนแล้วถูกดัดหน้าคลื่นให้เป็นคลื่นระนาบ นอกจากนี้มีโครงสร้างที่ง่ายแล้ว ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นยังเป็นระบบสายอากาศที่นำมาใช้งานอย่างกว้างขวางในการสื่อสารดาวเทียมและการสื่อสารด้วยคลื่นไมโครเวฟ เนื่องจากระบบสายอากาศชนิดนี้มีคุณลักษณะหลายประการที่เหมาะสมต่อการใช้งานดังกล่าว เช่น มีอัตราขยายที่สูง มีระดับฟูซิงที่ต่ำ มีระดับโพลาไรเซชันไขว้ที่ต่ำ และได้รับผลกระทบจากสภาวะแวดล้อมไม่มากนักเพราะวัสดุที่ใช้ทำเป็นตัวนำสมบูรณ์ซึ่งมีคุณสมบัติไม่ค่อยแปรเปลี่ยนตามสภาวะแวดล้อมที่เปลี่ยนไป และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานอื่น ๆ อีกมากมาย เช่น ใช้เป็นสายอากาศในการสังเคราะห์คลื่นระนาบเพื่อใช้ทดสอบสายอากาศในย่านทดสอบแบบกะชับ (compact antenna test range, CATR) ใช้เป็นสายอากาศในงานเรดาร์ หรือใช้ในการศึกษาดาราศาสตร์ด้วยคลื่นวิทยุ เป็นต้น

ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นสามารถจำแนกออกเป็น 3 หมวดใหญ่ ๆ (P. J. B. Clamcoats and G. T. Poulton, 1977) ตามแบบรูปการแผ่พลังงาน ชนิดของจานสะท้อน และชนิดของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นได้ดังรูป 2.1



รูป 2.1 การจำแนกชนิดของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น

จากรูป 2.1 ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นได้ถูกแยกประเภทไว้มากมาย แต่ปกติแล้วองค์ประกอบหลัก ๆ ของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นประกอบด้วย

1. สายอากาศป้อนกำลังคลื่น (feed) ซึ่งมีหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดคลื่นชั้นปฐมภูมิไปตกกระทบพื้นผิวจานสะท้อนเมื่อทำหน้าที่เป็นสายอากาศส่งสัญญาณ และในทางกลับกันก็เป็นตัวรับคลื่นจากพื้นผิวจานสะท้อนเมื่อทำหน้าที่เป็นสายอากาศรับสัญญาณ โดยชนิดของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้แบบรูปการแผ่พลังงานและสมรรถนะโดยรวมของระบบสายอากาศเปลี่ยนไป

2. จานสะท้อนคลื่น (reflector) เป็นพื้นผิวดำนำสมบรูณ์ที่เกิดจากการหมุนแกนของรูปพาราโบลา (parabola) ไฮเพอร์โบลา (hyperba) วงกลม (circle) วงรี (ellipse) หรือเป็นเพียงส่วนหนึ่งของการหมุนรอบแกนของรูปต่าง ๆ ข้างต้นก็ได้ โดยมีหน้าที่ในการรวบรวมพลังงานที่มาจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นให้มีทิศทางพุ่งไปในทิศทางด้านหน้าของจานสะท้อน ซึ่งเป็นการทำให้อัตราขยายของระบบสายอากาศเพิ่มขึ้น และในทางกลับกันก็จะทำหน้าที่รวบรวมพลังงานให้แก่สายอากาศป้อนกำลังคลื่นเมื่อใช้งานเป็นสายอากาศรับสัญญาณ นอกจากนี้จานสะท้อนที่เกิดจากการหมุนแกนของรูปพาราโบลายังสามารถใช้เป็นอุปกรณ์ที่ทำการตัดหน้าคลื่นของคลื่นทรงกลมที่แผ่กระจายออกมาจากจุดโฟกัสให้เป็นคลื่นระนาบบนระนาบหน้าจานใด ๆ ได้ด้วย

ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นอาจจะประกอบด้วยสายอากาศป้อนกำลังคลื่นเพียงตัวเดียวสำหรับการผลิตลำคลื่นเฉพาะจุด (spot beam) หรืออาจประกอบเป็นกลุ่มของสายอากาศป้อนกำลังคลื่นในการผลิตลำคลื่นแบบจัดลำคลื่น (shaped beam) ก็ได้ ขึ้นอยู่กับการนำไปประยุกต์ใช้งาน และอาจประกอบด้วยจานสะท้อนเพียงตัวเดียวหรือประกอบกันเป็นจานสะท้อนหลายตัว

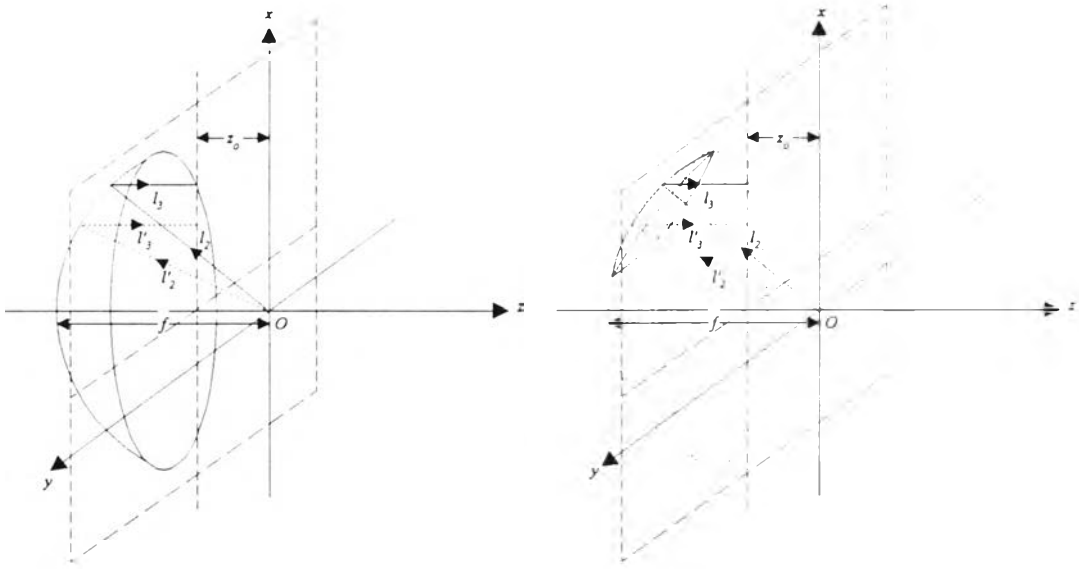
สำหรับระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นที่นำมาใช้งานอย่างกว้างขวางในระบบสื่อสารด้วยคลื่นไมโครเวฟนั้น ส่วนใหญ่เกิดจากการหมุนรอบแกนของรูปพาราโบลา ไฮเพอร์โบลา และวงรี โดยมีการจัดวางจานสะท้อนและรูปร่างเป็นดังรูป

2.2 มีรายละเอียดดังนี้

1. สายอากาศชนิดพาราโบลอยด์ (paraboloid antenna) หรือสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตร เป็นสายอากาศที่ประกอบด้วยจานสะท้อนเป็นผิวโค้งรูปพาราโบลอยด์ และสายอากาศป้อนกำลังคลื่นวางอยู่ที่จุดโฟกัส

ของพาราโบลอยด์ดังรูป 2.2ก สายอากาศชนิดนี้มีคุณสมบัติคือ เมื่อกลื่นทรงกลมจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นตกกระทบจากสะท้อนก็จะทำให้อื่นทรงกลมที่ตกกระทบถูกตัดหน้าคลื่นเป็นคลื่นระนาบเนื่องจากเมื่อพิจารณาคลื่นในลักษณะของรังสี ระยะทางที่คลื่นที่จากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นมาตกกระทบที่จุดใด ๆ บนจานสะท้อนแล้วสะท้อนมายังจุดระนาบนั้นมีระยะทางการเคลื่อนที่ของคลื่นเท่ากัน ซึ่งจากรูป 2.2ก  $l_2' + l_3' = 2f - z_0$  และ  $l_2 + l_3 = 2f - z_0$  ดังนั้นเฟสของคลื่นบนระนาบ  $z = -z_0$  จึงมีค่าเท่ากัน สายอากาศชนิดนี้มีที่ใช้งานอย่างมากไม่ว่าจะเป็นงานสื่อสารไมโครเวฟภาคพื้นดิน หรือใช้รับสัญญาณจากดาวเทียม หรือในการศึกษาดาราศาสตร์ด้วยคลื่นวิทยุ (radioastronomy) เนื่องจากเป็นสายอากาศที่มีโครงสร้างที่ง่าย มีอัตราขยายที่สูง มีโพลาริเซชันไขว้ต่ำ ราคาถูก และสะดวกในการติดตั้ง แต่สายอากาศชนิดนี้ก็มีข้อเสียคือ ความยาวของสายส่งหรือท่อนำคลื่นที่ใช้ในการป้อนกำลังให้สายอากาศป้อนกำลังคลื่นต้องมีความยาวเพียงพอซึ่งทำให้เกิดการสูญเสีย

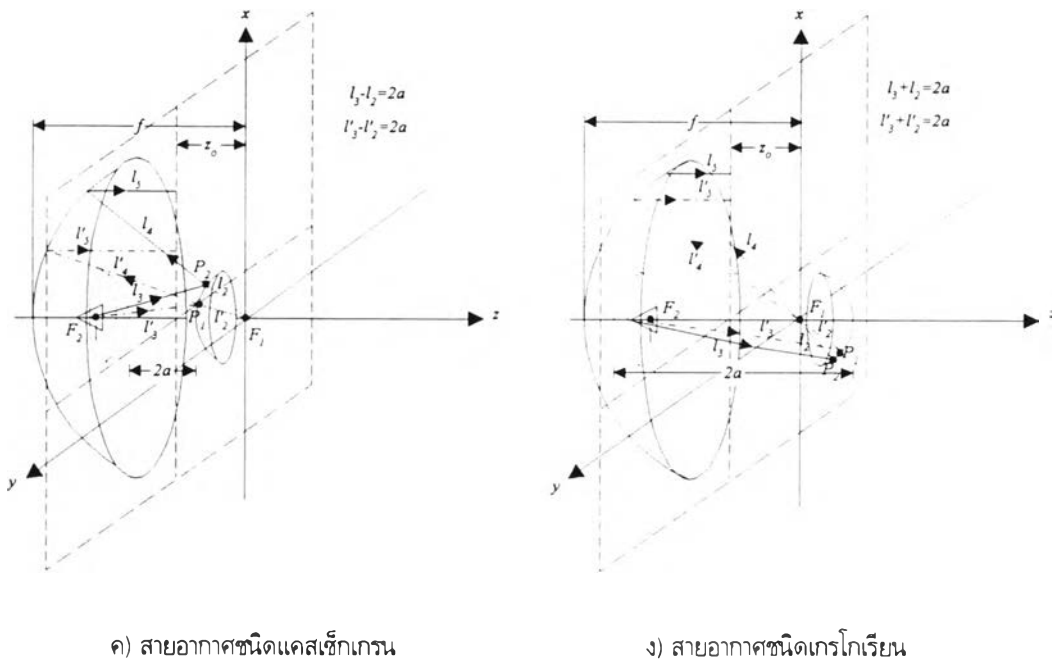
2. สายอากาศชนิดออฟเซตพาราโบลอยด์ (offset paraboloid antenna) หรือสายอากาศจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตร เป็นสายอากาศที่เกิดจากนำระนาบมาตัดรูปพาราโบลอยด์ดังรูป 2.2ข ซึ่งการออกแบบในลักษณะเช่นนี้ก็เพื่อไม่ให้มีส่วนหนึ่งส่วนใดของสายอากาศมาบังเส้นทางผ่านของคลื่น ทำให้พื้นที่ประสิทธิภาพค่อนข้างสูง และเนื่องจากเป็นส่วนหนึ่งของรูปพาราโบลอยด์ สายอากาศชนิดนี้จึงมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับสายอากาศจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรคือ สามารถตัดหน้าคลื่นทรงกลมที่มาจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นให้เป็นคลื่นระนาบ แต่เนื่องจากโครงสร้างของสายอากาศมีลักษณะไม่สมมาตรจึงทำให้โพลาริเซชันไขว้มีระดับสูงขึ้น สายอากาศชนิดนี้มีการนำประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวาง เช่น ใช้เป็นระบบสายอากาศบนดาวเทียม ใช้เป็นสายอากาศของสถานีภาคพื้นดินดาวเทียม และใช้เป็นสายอากาศในการสังเคราะห์คลื่นระนาบเพื่อทดสอบสายอากาศในย่านทดสอบแบบกระชั้น



ก) สายอากาศชนิดพาราโบลอยด์

ข) สายอากาศชนิดออฟเซตพาราโบลอยด์

รูป 2.2 ระบบสายอากาศจานสะท้อนคลื่นที่นำมาใช้งานอย่างกว้างขวางในระบบสื่อสารด้วยไมโครเวฟ



ค) สายอากาศชนิดแคสซีกรีน

ง) สายอากาศชนิดเกรโกเรียน

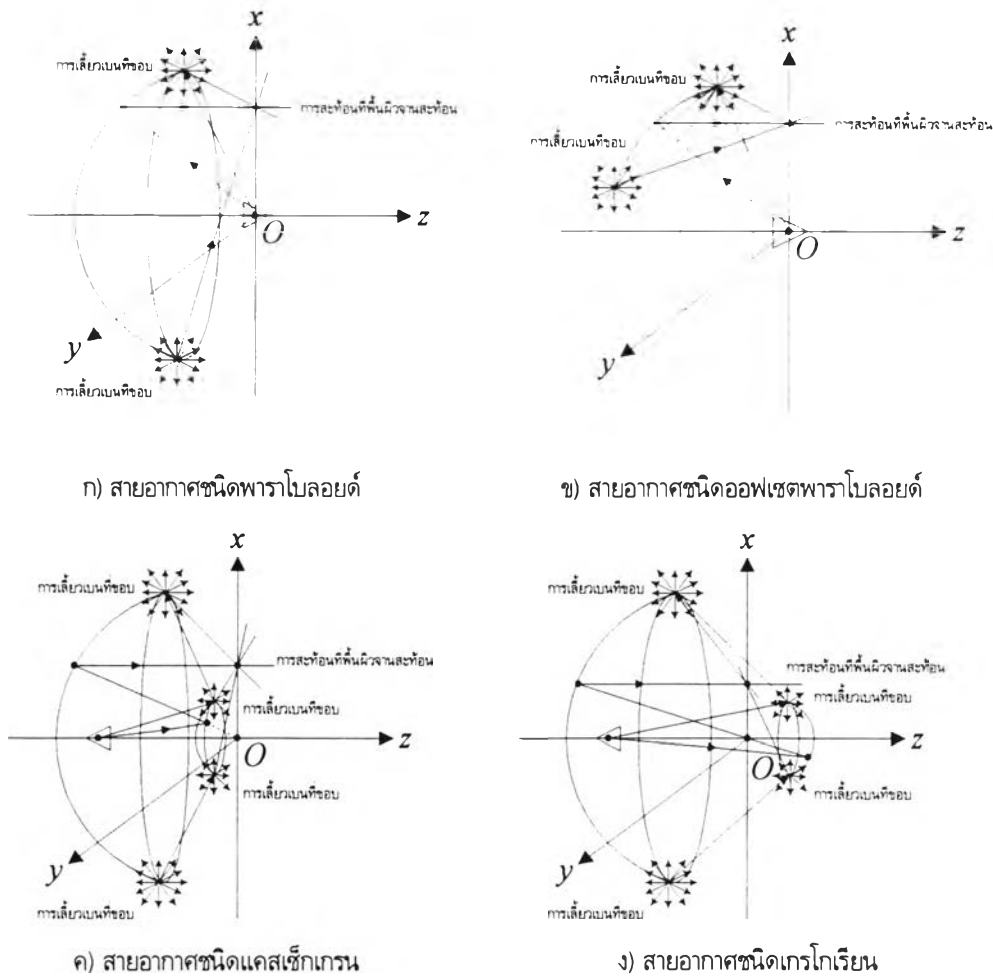
รูป 2.2 (ต่อ) ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นที่นำมาใช้งานอย่างกว้างขวางในระบบสื่อสารด้วยคลื่นไมโครเวฟ

3. สายอากาศชนิดแคสซีกรีน (Cassegrain antenna) เป็นสายอากาศที่ประกอบด้วย จานสะท้อนสองตัว (dual reflector) โดยที่จานสะท้อนหลัก (main reflector) เป็นรูปพาราโบลอยด์ และจานสะท้อนรอง (subreflector) เป็นรูปไฮเพอร์โบลอยด์ และจานสะท้อนทั้งสองนี้มีจุดโฟกัสร่วมกันที่จุด  $F_1$  ดังรูป 2.2ค เมื่อคลื่นทรงกลมจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นที่วางอยู่ที่จุดโฟกัสอีกจุดหนึ่ง  $F_2$  ของไฮเพอร์โบลอยด์ตกกระทบที่จานสะท้อนรองดังรูป 2.2ค พบว่า คลื่นที่จุด  $P_1$  และ  $P_2$  บนจานสะท้อนรองมีเฟสต่างกัน  $l_3 - l'_3$  และเมื่อพิจารณาคลื่นทรงกลมที่มาจากจุดโฟกัสร่วมกัน  $F_1$  มายังจุด  $P_1$  และ  $P_2$  บนจานสะท้อนรองก็พบว่า มีเฟสต่างกัน  $l_2 - l'_2$  และจากคุณสมบัติทางเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลอยด์  $l'_3 - l'_2 = 2a$  และ  $l_3 - l_2 = 2a$  ทำให้  $l_3 - l'_3 = l_2 - l'_2$  ดังนั้นจึงเสมือนกับว่ามีคลื่นทรงกลมแผ่กระจายออกมาจากจุดโฟกัสร่วมกัน  $F_1$  ไปตกกระทบจานสะท้อนหลักรูปพาราโบลอยด์ ซึ่งก็ถูกตัดหน้าคลื่นเป็นคลื่นระนาบ เพราะว่าจากคุณสมบัติทางเรขาคณิตของพาราโบลอยด์  $l'_2 + l'_4 + l'_3 = 2f - z_0$  และ  $l_2 + l_4 + l_3 = 2f - z_0$  ทำให้เฟสของคลื่นบนระนาบ  $z = -z_0$  นั้นมีค่าเท่ากับสายอากาศชนิดแคสซีกรีนเป็นสายอากาศแบบสมมาตร ข้อดีของโครงสร้างสายอากาศแบบนี้ทำให้สามารถวางอุปกรณ์รับส่งคลื่นไว้ด้านหลังจานสะท้อนหลัก และไม่ต้องเดินท่อนำคลื่นเป็นระยะทางยาว จึงสามารถลดปัญหาการสูญเสียเนื่องจากท่อนำคลื่น สะดวกในการติดตั้ง และมีการสูญเสียเนื่องจากการล้นจานต่ำ สายอากาศชนิดนี้เป็นที่นิยมใช้อย่างกว้างขวางในสายอากาศภาคพื้นดินของดาวเทียม

4. สายอากาศชนิดเกรโกเรียน (Gregorian antenna) เป็นสายอากาศที่ประกอบด้วยจานสะท้อนสองตัวเช่นเดียวกับสายอากาศชนิดแคสซีกรีน แต่มีจานสะท้อนหลักเป็นผิวโค้งรูปพาราโบลอยด์ และจานสะท้อนรองเป็นผิวโค้งรูปอิลิปซอยด์ ซึ่งมีจุดโฟกัสร่วมกันที่  $F_1$  และสายอากาศป้อนกำลังคลื่นซึ่งวางอยู่ที่จุดโฟกัสอีกจุดหนึ่ง  $F_2$  ของอิลิปซอยด์ ดังรูป 2.2ง เมื่อคลื่นทรงกลมจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นซึ่งวางอยู่ที่จุดโฟกัส  $F_2$  ตกกระทบที่จานสะท้อนรองก็สะท้อนออกมาถึงจุดโฟกัส  $F_1$  และจากคุณสมบัติทางเรขาคณิตของอิลิปซอยด์  $l'_3 + l'_2 = 2a$  และ  $l_3 + l_2 = 2a$  ดังนั้นคลื่นที่สะท้อนออกมาเป็นคลื่นทรงกลมและมีเฟสตรงกันที่จุดโฟกัส  $F_1$  และเมื่อไปตกกระทบจานสะท้อนหลักรูปพาราโบลอยด์ก็ถูกตัดหน้าคลื่นให้เป็น

คลื่นระนาบเนื่องจากตามคุณสมบัติทางเรขาคณิตของพาราโบลอยด์คือ  $l_2' + l_4' + l_5' = 2f - z_0$  และ  $l_2 + l_4 + l_5 = 2f - z_0$  ซึ่งทำให้เฟสของคลื่นบนระนาบ  $z = -z_0$  นั้นมีค่าเท่ากัน สายอากาศชนิดนี้มีข้อดีเช่นเดียวกับสายอากาศชนิดแคสซีกรีน แต่มีโครงสร้างที่ยู่ยากกว่าทำให้ยากในการติดตั้งและมีราคาแพงจึงไม่เป็นที่นิยมใช้กันมากนัก

เมื่อพิจารณาลักษณะของพื้นผิวจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นในรูป 2.2 พบว่า พื้นผิวจานสะท้อนประกอบด้วยพื้นผิวต่อเนื่องและบริเวณที่เป็นขอบ ดังนั้นเมื่อคลื่นจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นตกกระทบพื้นผิวจานสะท้อน พื้นผิวจานสะท้อนจะรับพลังงานแล้วแผ่พลังงานออกมา โดยพลังงานที่แผ่ออกมานั้นเกิดจากพฤติกรรมของคลื่น 2 อย่างคือ การสะท้อนจากพื้นผิวต่อเนื่อง และการเลี้ยวเบนจากบริเวณที่เป็นขอบดังรูป 2.3



รูป 2.3 ปรากฏการณ์เลี้ยวเบนที่เกิดขึ้นที่ขอบของจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น

พฤติกรรมการเลี้ยวเบนที่เกิดขึ้นในระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่นดังรูป 2.3 นี้เป็นปัญหาหนึ่งที่ทำให้สมรรถนะของระบบสายอากาศด้อยลง สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาผลกระทบจากปรากฏการณ์เลี้ยวเบนที่ขอบที่มีต่อสมรรถนะของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรและไม่สมมาตร โดยการวิเคราะห์พฤติกรรมของคลื่นที่เกิดขึ้นนั้นได้ใช้แนวความคิดเกี่ยวกับรังสีมาอธิบาย เนื่องจากสามารถทำให้เห็นถึงกลไกของการแผ่พลังงานและง่ายต่อการทำความเข้าใจ

การศึกษาพฤติกรรมของคลื่นที่เกิดขึ้นโดยใช้กรรมวิธีเชิงรังสีนั้น สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กมีความสัมพันธ์กับค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของลำรังสี พื้นผิวและขอบที่ลำรังสีตกกระทบ ดังนั้นค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวสะท้อนรูปพาราโบลิก เช่น รัศมีความโค้งหลัก (principal radu) และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลัก (principal direction) ของพื้นผิว และค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนเป็นค่าปัจจัยสำคัญที่ต้องคำนวณหา ซึ่งรายละเอียดในการหาค่าปัจจัยดังกล่าวที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ได้กล่าวไว้ในหัวข้อถัดไป

### ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิก

ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกเป็นระบบสายอากาศที่มีการใช้งานอย่างกว้างขวางดังได้กล่าวไว้ข้างต้น และจากข้างต้นระบบสายอากาศชนิดนี้สามารถแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรกับระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวแบบไม่สมมาตร สำหรับการวิเคราะห์ระบบสายอากาศทั้งสองชนิดนี้ คุณสมบัติและค่าปัจจัยต่าง ๆ ของระบบสายอากาศ เช่น คุณสมบัติทางเรขาคณิต ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิว ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบ เป็นสิ่งสำคัญที่นำมาใช้หาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่แผ่กระจายออกมาจากระบบสายอากาศชนิดนี้ ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้ว ซึ่งรายละเอียดในการหาคุณสมบัติและค่าปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้สามารถหาดังต่อไปนี้

#### 1. คุณสมบัติทางเรขาคณิตและค่าปัจจัยที่กำหนดโครงสร้างของพื้นผิวสะท้อนรูปพาราโบลิก

พื้นผิวของจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกเกิดจากการหมุนแกนของรูปพาราโบลาลดรูป 2.4 ซึ่งเมื่อพิจารณาคุณสมบัติทางเรขาคณิตของพื้นผิวจานสะท้อนชนิดนี้พบว่า

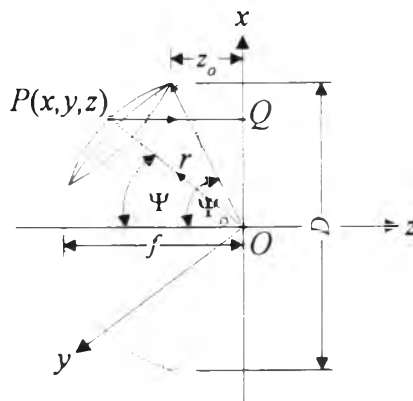
$$\overline{OP} + \overline{PQ} = 2f \quad (2.1)$$

โดยที่  $f$  คือ ระยะโฟกัสของจานสะท้อนรูปพาราโบลิก จากรูป 2.4  $\overline{OP} = r$  และ  $\overline{PQ} = r \cos \Psi$  ดังนั้นเมื่อแทนลงในสมการ (2.1) จะได้

$$r + r \cos \Psi = 2f \quad (2.2a)$$

หรือ

$$r = \frac{2f}{1 + \cos \Psi} = \frac{f}{\cos^2(\Psi/2)} \quad (2.2b)$$



รูป 2.4 คุณสมบัติทางเรขาคณิตของพื้นผิวสะท้อนรูปพาราโบลิก

ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน  $xyz$   $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  และ  $r \cos \Psi = r \cos(\pi - \theta) = -z$  ดังนั้นสมการ (2.2) สามารถเขียนในพจน์ของระบบคาร์ทีเซียนได้เป็น

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - z = 2f \quad (2.3ก)$$

หรือ

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4f} - f \quad (2.3ข)$$

สำหรับในระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรนั้น มีค่าปัจจัยที่สำคัญสองอย่างที่ใช้กำหนดโครงสร้างของระบบสายอากาศคือ ค่าอัตราส่วนระหว่างระยะโฟกัสกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของจานสะท้อน  $f/D$  และมุมกว้างของจานสะท้อน (subtended angle)  $\Psi_o$  จากรูป 2.4

$$\Psi_o = \tan^{-1} \left( \frac{D/2}{z_o} \right) \quad (2.4)$$

โดยที่  $z_o$  คือ ระยะทางตามแนวแกนของจานสะท้อนจากจุดโฟกัสถึงขอบของจานสะท้อนดังรูป 2.4 จากสมการ (2.3ข) จะได้

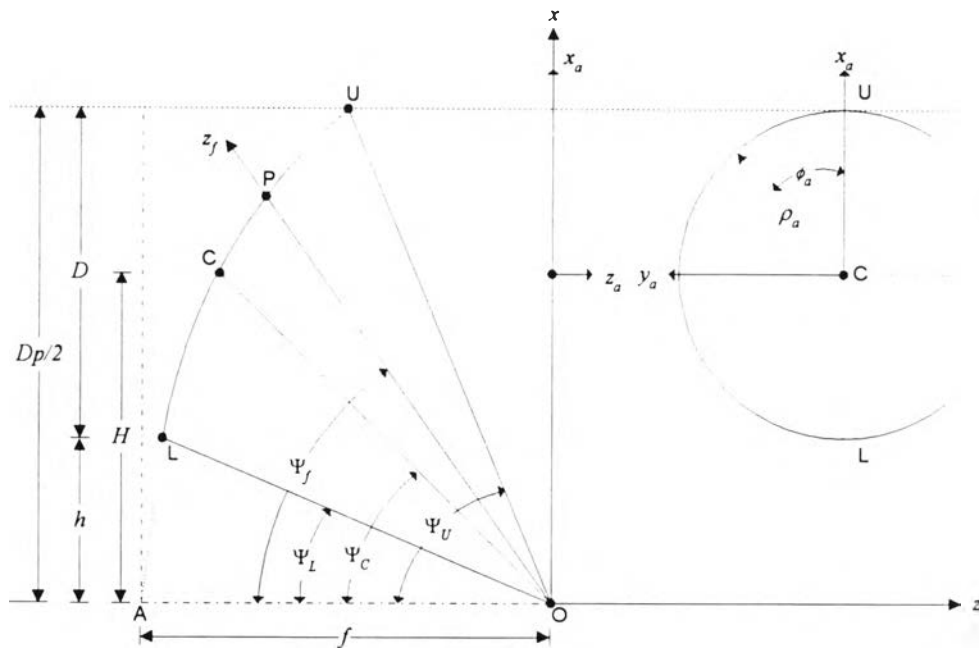
$$z_o = \left| \frac{(D/2)^2}{4f} - f \right| = \left| \frac{D^2}{16f} - f \right| \quad (2.5)$$

เมื่อแทนสมการ (2.5) ลงในสมการ (2.4) จะได้

$$\Psi_o = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{D}{2}}{\left| \frac{D^2}{16f} - f \right|} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{f}{D} \right)}{\left| \frac{1}{16} - \left( \frac{f}{D} \right)^2 \right|} \right) \quad (2.6)$$

ทำนองเดียวกันในระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตร ก็มีค่าปัจจัยที่สำคัญที่ใช้กำหนดโครงสร้างของระบบสายอากาศ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตรที่ใช้มีค่าปัจจัยต่าง ๆ แสดงอยู่ในระนาบออฟเซต (offset plane) ซึ่งในที่นี้กำหนดโดยระนาบ  $xz$  ดังแสดงในรูป 2.5

จากรูป 2.5 ค่าปัจจัยที่ใช้กำหนดโครงสร้างของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตรประกอบด้วย ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของภาพฉายของจานสะท้อน ( $D$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของภาพฉายของจานสะท้อนรูปพาราโบลิกเดิมก่อนถูกตัดด้วยระนาบ ( $D_p$ ) ระยะโฟกัสของจานสะท้อนรูปพาราโบลิกเดิมก่อนถูกตัดด้วยระนาบ ( $f$ ) ระยะออฟเซต (offset distance,  $h$ ) มุมกว้างของขอบบน (upper angle,  $\Psi_u$ ) มุมกว้างของขอบล่าง (lower angle,  $\Psi_L$ ) มุมเล็งของสายอากาศป้อนกำลังคลื่น (feed angle,  $\Psi_f$ ) และมุมเล็งที่ศูนย์กลางของภาพฉายของจานสะท้อน ( $\Psi_C$ )



รูป 2.5 ค่าปัจจัยต่าง ๆ ของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตร

ค่าปัจจัยต่าง ๆ ของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตรที่กล่าวไว้ข้างต้นสามารถหาได้ดังนี้

$$\Psi_U = \tan^{-1} \left( \frac{D+h}{\left| \frac{(D+h)^2}{(4f)} - f \right|} \right)$$

$$\Psi_L = \tan^{-1} \left( \frac{h}{\left| \frac{h^2}{(4f)} - f \right|} \right)$$

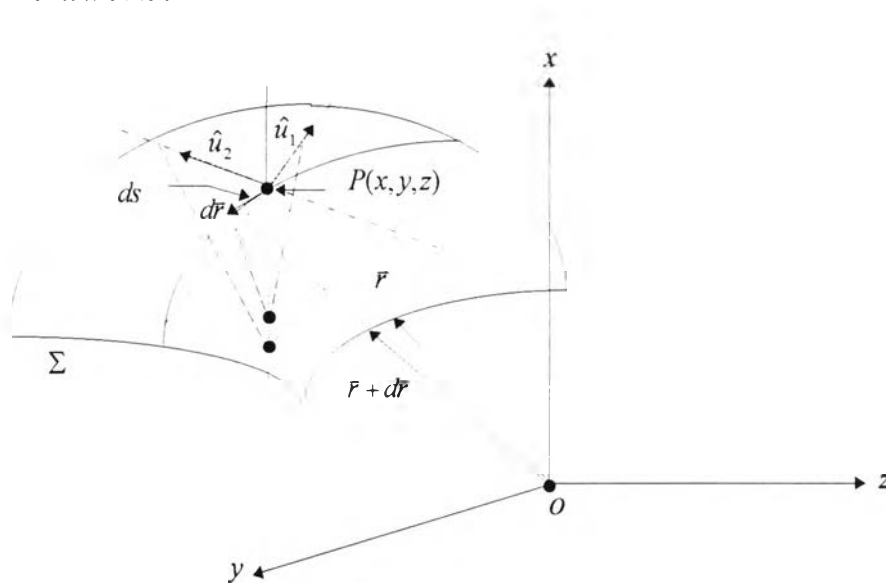
$$\Psi_C = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{D}{2} + h}{\left| \frac{\left(\frac{D}{2} + h\right)^2}{(4f)} - f \right|} \right)$$

จากข้างต้นเป็นการนำเอาคุณสมบัติทางเรขาคณิตของรูปพาราโบลอยด์มาคำนวณหาค่าปัจจัยต่าง ๆ ที่ใช้ในการกำหนดโครงสร้างของสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิก สมการต่าง ๆ ข้างต้นมีความสำคัญสำหรับการวิเคราะห์ระบบสายอากาศชนิดนี้



2. ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวสะท้อนรูปพาราโบลิก

การหาค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวโค้ง  $z = w(x, y)$  ใด ๆ สามารถหาได้โดยใช้เรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ (differential geometry) (D. J. Struik, 1961) จากเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวโค้งใด ๆ เช่น รัศมีความโค้งหลักและเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลักมีความสัมพันธ์กับรูปแบบหลักมูลลำดับที่หนึ่ง (first fundamental form) และรูปแบบหลักมูลลำดับที่สอง (second fundamental form) สำหรับรูปแบบหลักมูลลำดับที่หนึ่งเป็นรูปแบบที่กำหนดขึ้นจากการพิจารณาระยะระหว่างจุดสองจุดบนเส้นโค้งที่อยู่บนพื้นผิวโค้ง  $\Sigma$  ดังรูป 2.6 ซึ่งในการหารูปแบบหลักมูลลำดับที่หนึ่งสามารถหาได้ดังนี้



รูป 2.6 ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวโค้งใด ๆ

สำหรับในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน  $xyz$  เวกเตอร์บอกตำแหน่งบนพื้นผิวที่จุด  $P$  ใด ๆ  $\vec{r}(x, y)$  ดังรูป 2.6 สามารถกำหนดเป็น

$$\vec{r}(x, y) = x\vec{a}_x + y\vec{a}_y + w(x, y)\vec{a}_z \tag{2.7}$$

เมื่อเขียนในรูปอิงตัวแปรเสริม  $x = x(t)$  และ  $y = y(t)$  เวกเตอร์ที่สัมผัสเส้นโค้งและพื้นผิวในทิศทาง  $\frac{dy}{dx}$  ที่จุด  $P$  สามารถหาได้จากการเปลี่ยนแปลงเล็ก ๆ ของเวกเตอร์บอกตำแหน่งบนพื้นผิวที่จุด  $P$  ดังสมการ (2.8)

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} \frac{dy}{dt} \tag{2.8}$$

สมการ (2.8) สามารถเขียนอยู่ในรูปที่ไม่ขึ้นอยู่กับตัวแปรเสริมได้เป็น

$$d\vec{r} = \vec{r}_x dx + \vec{r}_y dy \tag{2.9}$$

โดยที่  $\vec{r}_x = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x} = \vec{a}_x + \frac{\partial w}{\partial x} \vec{a}_z$  และ  $\vec{r}_y = \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} = \vec{a}_y + \frac{\partial w}{\partial y} \vec{a}_z$  เป็นเวกเตอร์ที่วางตัวบนระนาบที่สัมผัสพื้นผิวที่จุด  $P$  และเนื่องจาก  $d\vec{r}$  คือ การเปลี่ยนแปลงเล็ก ๆ ของเวกเตอร์บอกตำแหน่งบนเส้นโค้งที่อยู่บนพื้นผิว  $\Sigma$  ที่จุด  $P$  ดังรูป 2.6 ดังนั้นระยะระหว่างจุด  $P$  กับจุด  $Q$  เท่ากับขนาดของ  $d\vec{r}$  ดังสมการ (2.10)

$$|d\vec{r}|^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = ds^2 \quad (2.10)$$

โดยที่  $s$  คือ ระยะทางตามเส้นโค้งบนพื้นผิว  $\Sigma$  และเมื่อแทนสมการ (2.9) ลงในสมการ (2.10) จะได้

$$ds^2 = (\vec{r}_x dx + \vec{r}_y dy) \cdot (\vec{r}_x dx + \vec{r}_y dy) = E dx^2 + 2F dx dy + G dy^2 \quad (2.11)$$

โดยที่  $E' = \vec{r}_x \cdot \vec{r}_x = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2$ ,  $F' = \vec{r}_x \cdot \vec{r}_y = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$  และ  $G' = \vec{r}_y \cdot \vec{r}_y = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2$  สมการ (2.11) เรียกว่า รูปแบบหลักมูลลำดับที่หนึ่ง และเนื่องจาก  $\vec{r}_x$  และ  $\vec{r}_y$  เป็นเวกเตอร์ที่วางตัวบนระนาบที่สัมผัสพื้นผิวที่จุด  $P$  ดังนั้นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับระนาบที่สัมผัสพื้นผิวที่จุด  $P$  เป็น

$$\hat{N} = S' \frac{\vec{r}_x \times \vec{r}_y}{|\vec{r}_x \times \vec{r}_y|} = S' \frac{\left[ -\frac{\partial w}{\partial x} \vec{a}_x - \frac{\partial w}{\partial y} \vec{a}_y + \vec{a}_z \right]}{\sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 1}} \quad (2.12)$$

โดยที่  $S'$  เป็นตัวกำหนดทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับพื้นผิวมีค่าเป็น +1 หรือ -1 สำหรับรูปแบบหลักมูลลำดับที่สองสามารถหาได้โดยพิจารณาเส้นโค้งบนพื้นผิวที่ผ่านจุด  $P$  กับเวกเตอร์ความโค้งของเส้นโค้งที่จุด  $P$  และถ้าให้  $\vec{t}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสัมผัสเส้นโค้งที่จุด  $P$  เวกเตอร์ความโค้ง (curvature vector)  $\vec{k} = \frac{d\vec{t}}{ds}$  ซึ่งจะประกอบด้วยสององค์ประกอบดังสมการ (2.13)

$$\vec{k} = \frac{d\vec{t}}{ds} = \vec{k}_n + \vec{k}_g \quad (2.13)$$

โดย  $\vec{k}_n$  เรียกว่า เวกเตอร์ความโค้งในแนวตั้งฉาก (normal curvature vector) ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  ได้เป็น

$$\vec{k}_n = k_n \hat{N} \quad (2.14)$$

โดยที่  $k_n$  คือ ความโค้งในแนวตั้งฉาก (normal curvature) ของเส้นโค้งบนพื้นผิวซึ่งมีค่าเป็นบวกหรือลบก็ได้ขึ้นอยู่กับทิศทางของ  $\hat{N}$  และ  $\hat{k}_g$  เรียกว่า เวกเตอร์ความโค้งในแนวสัมผัส (gedesic or tangential curvature vector) และเนื่องจาก  $\hat{N} \cdot \hat{t} = 0$  ดังนั้นเมื่อทำการหาอนุพันธ์ตามเส้นทางบนเส้นโค้งจะได้

$$\hat{N} \cdot \frac{d\hat{t}}{ds} + \hat{t} \cdot \frac{d\hat{N}}{ds} = 0 \quad (2.15ก)$$

หรือ

$$\frac{d\hat{t}}{ds} \cdot \hat{N} = -\hat{t} \cdot \frac{d\hat{N}}{ds} = -\frac{d\hat{r}}{ds} \cdot \frac{d\hat{N}}{ds} = -\frac{d\hat{r} \cdot d\hat{N}}{ds^2} \quad (2.15ข)$$

เนื่องจาก  $\hat{N}$  เป็นฟังก์ชันของ  $x, y$  ดังนั้น

$$d\hat{N} = \hat{N}_x dx + \hat{N}_y dy \quad (2.16)$$

โดยที่  $\hat{N}_x = \frac{\partial \hat{N}}{\partial x}$  และ  $\hat{N}_y = \frac{\partial \hat{N}}{\partial y}$  และเมื่อแทนสมการ (2.9) (2.11) (2.14) และ (2.16) ลงในสมการ (2.15ข) จะได้

$$k_n = \frac{e' dx^2 + 2f' dx dy + g' y^2}{E' dx^2 + 2F' dx dy + G' dy^2} \quad (2.17)$$

โดยที่  $e' = -\bar{r}_x \cdot \hat{N}_x$ ,  $2f' = -(\bar{r}_x \cdot \hat{N}_y + \bar{r}_y \cdot \hat{N}_x)$  และ  $g' = -\bar{r}_y \cdot \hat{N}_y$  และ  $e' dx^2 + 2f' dx dy + g' y^2$  เรียกว่า รูปแบบหลักมูลลำดับที่สอง และเนื่องจาก  $\bar{r}_x \cdot \hat{N} = 0$  และ  $\bar{r}_y \cdot \hat{N} = 0$  ดังนั้นเมื่อทำการหาอนุพันธ์เทียบกับ  $x$  และ  $y$  จะได้

$$\bar{r}_x \cdot \hat{N}_x + \hat{N} \cdot \bar{r}_{xx} = 0 \quad (2.18ก)$$

$$\bar{r}_x \cdot \hat{N}_y + \hat{N} \cdot \bar{r}_{xy} = 0 \quad (2.18ข)$$

$$\bar{r}_y \cdot \hat{N}_x + \hat{N} \cdot \bar{r}_{yx} = 0 \quad (2.18ค)$$

$$\bar{r}_y \cdot \hat{N}_y + \hat{N} \cdot \bar{r}_{yy} = 0 \quad (2.18ง)$$

จากสมการ (2.18ก-ง) พบว่า  $e' = -\bar{r}_x \cdot \hat{N}_x = \hat{N} \cdot \bar{r}_{xx} = \Delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ ,  $f' = -\frac{\bar{r}_x \cdot \hat{N}_y + \bar{r}_y \cdot \hat{N}_x}{2} = \hat{N} \cdot \bar{r}_{xy} = \Delta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ ,

$$g' = -\bar{r}_y \cdot \hat{N}_y = \hat{N} \cdot \bar{r}_{yy} = \Delta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \Delta = \frac{S'}{\sqrt{D}} \quad \text{และ} \quad D = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2$$

เนื่องจากความโค้งหลักของพื้นผิวที่จุดใด ๆ ถูกกำหนดด้วยความโค้งที่มีค่ามากที่สุดและมีค่าน้อยที่สุดของเส้นโค้งบนพื้นผิวที่จุดนั้น ดังนั้นในการหาความโค้งหลักของพื้นผิวที่จุด  $P$  สามารถหาได้จากความโค้งในแนวตั้งฉากในแต่ละทิศทาง

ของเวกเตอร์สัมผัสกับเส้นโค้งที่จุด  $P$  ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุด และจากสมการ (2.17) ความโค้งในแนวตั้งฉากในทิศทาง  $\frac{dy}{dx}$  ที่จุด  $P$  เป็น

$$\kappa = \frac{e' dx^2 + 2f' dx dy + g' y^2}{E' dx^2 + 2F' dx dy + G' dy^2} = \frac{e' + 2f' \lambda + g' \lambda^2}{E' + 2F' \lambda + G' \lambda^2} \quad (2.19)$$

โดยที่  $\lambda = \frac{dy}{dx}$  ค่าความโค้งหลักที่มากที่สุดและน้อยที่สุดเกิดขึ้นในทิศทาง  $\frac{dy}{dx}$  ที่สอดคล้องกับ  $\frac{d\kappa}{d\lambda} = 0$  ดังนั้น

$$(E' + 2F' \lambda + G' \lambda^2)(f' + g' \lambda) - (e' + 2f' \lambda + g' \lambda^2)(F' + G' \lambda) = 0 \quad (2.20ก)$$

หรือ

$$\frac{e' + 2f' \lambda + g' \lambda^2}{E' + 2F' \lambda + G' \lambda^2} = \frac{f' + g' \lambda}{F' + G' \lambda} \quad (2.20ข)$$

เนื่องจาก  $E' + 2F' \lambda + G' \lambda^2 = (E' + F' \lambda) + \lambda(F' + G' \lambda)$  และ  $e' + 2f' \lambda + g' \lambda^2 = (e' + f' \lambda) + \lambda(f' + g' \lambda)$  เมื่อแทนลงในสมการ (2.20ก) จะได้

$$(E' + F' \lambda)(f' + g' \lambda) - (e' + f' \lambda)(F' + G' \lambda) = 0 \quad (2.21ก)$$

หรือ

$$\frac{f' + g' \lambda}{F' + G' \lambda} = \frac{e' + f' \lambda}{E' + F' \lambda} \quad (2.21ข)$$

จากสมการ (2.21ก) ค่าของ  $\lambda$  ที่สอดคล้องเกิดจากแก้สมการกำลังสองซึ่งทำให้ได้รากสองรากนั้นหมายความว่ามีความเป็นไปได้ที่จะเกิดความโค้งหลักมากที่สุดและอีกรากหนึ่งทำให้เกิดความโค้งน้อยที่สุด และเมื่อแทนสมการ (2.21ข) ลงในสมการ (2.19) จะได้ว่า

$$\kappa = \frac{e' + 2f' \lambda + g' \lambda^2}{E' + 2F' \lambda + G' \lambda^2} = \frac{f' + g' \lambda}{F' + G' \lambda} = \frac{e' + f' \lambda}{E' + F' \lambda} \quad (2.22)$$

สมการ (2.22) สามารถเขียนอยู่ในรูปใหม่เป็น

$$(f' - \kappa F') dx + (g' - \kappa G') dy = 0 \quad (2.23ก)$$

$$(e' - \kappa E') dx + (f' - \kappa F') dy = 0 \quad (2.23ข)$$

จากสมการ (2.23ก-ข) ทำให้ได้ทิศทางหลัก (principal direction) เป็น

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e' - \kappa E'}{\kappa F' - f'} = \frac{f' - \kappa F'}{\kappa G' - g'} \quad (2.24)$$

สมการ (2.23ก-ข) เป็นจริงก็ต่อเมื่อ

$$\begin{vmatrix} e' - \kappa E' & f' - \kappa F' \\ f' - \kappa F' & g' - \kappa G' \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{หรือ} \quad (E'G - F'^2)\kappa^2 - (E'g' - 2f'F' + e'G')\kappa + (e'g' - f'^2) = 0 \quad (2.25)$$

เนื่องจากสมการ (2.25) เป็นสมการกำลังสอง ดังนั้นรากของสมการมีอยู่สองรากซึ่งรากหนึ่งจะให้ความโค้งที่มีค่ามากที่สุด ส่วนอีกรากหนึ่งก็จะให้ความโค้งที่มีค่าน้อยที่สุด และถ้ากำหนดให้  $\kappa_1, \kappa_2$  เป็นรากของสมการ ผลบวกของรากและผลคูณของรากจะเป็น

$$\kappa_1 + \kappa_2 = \frac{E'g' - 2f'F' + e'G'}{E'G' - F'^2}$$

$$\kappa_1 \kappa_2 = \frac{e'g' - f'^2}{E'G' - F'^2}$$

และถ้าให้  $M = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}$  ซึ่งเรียกว่า ความโค้งเฉลี่ย (mean curvature) และ  $K = \kappa_1 \kappa_2$  ซึ่งเรียกว่า ความโค้งแบบเกาส์ (gaussian curvature) ดังนั้นรากของสมการ (2.25) สามารถเขียนอยู่ในรูปของความโค้งเฉลี่ยและความโค้งแบบเกาส์ได้เป็น

$$\kappa_{1,2} = M \pm \sqrt{M^2 - K} \quad (2.26)$$

ซึ่งเมื่อแทน  $\kappa_1, \kappa_2$  ลงในสมการ (2.24) ก็จะได้ทิศทางหลักเป็น

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \frac{e' - \kappa_1 E'}{\kappa_1 F' - f'} = \frac{f' - \kappa_1 F'}{\kappa_1 G' - g'} \quad (2.27ก)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_2 = \frac{e' - \kappa_2 E'}{\kappa_2 F' - f'} = \frac{f' - \kappa_2 F'}{\kappa_2 G' - g'} \quad (2.27ข)$$

จากสมการ (2.9) เวกเตอร์สัมผัสกับพื้นผิวในทิศทางหลักเป็น

$$\vec{u}'_1 = (d\vec{r})_1 = \vec{r}'_x(dx)_1 + \vec{r}'_y(dy)_1 \quad (2.28ก)$$

$$\vec{u}'_2 = (d\vec{r})_2 = \vec{r}_x(dx)_2 + \vec{r}_y(dy)_2 \quad (2.28ข)$$

เนื่องจาก  $dx$  และ  $dy$  เป็นขนาดของการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์บอกตำแหน่งเมื่อเทียบกับ  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ ดังนั้นทิศทางของเวกเตอร์สัมพันธ์กับพื้นผิวในทิศทางหลัก  $\vec{u}'_1, \vec{u}'_2$  ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อทำการปรับขนาดของ  $\vec{u}'_1, \vec{u}'_2$  ด้วย  $\frac{1}{dx}$  ทำให้เวกเตอร์ในทิศทางหลักของพื้นผิวคู่นี้ใหม่เป็น

$$\vec{u}_1 = \vec{r}_x + \vec{r}_y \left( \frac{dy}{dx} \right)_1 = \vec{a}_x + \left( \frac{dy}{dx} \right)_1 \vec{a}_y + \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \left( \frac{dy}{dx} \right)_1 \right] \vec{a}_z \quad (2.29ก)$$

$$\vec{u}_2 = \vec{r}_x + \vec{r}_y \left( \frac{dy}{dx} \right)_2 = \vec{a}_x + \left( \frac{dy}{dx} \right)_2 \vec{a}_y + \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \left( \frac{dy}{dx} \right)_2 \right] \vec{a}_z \quad (2.29ข)$$

ดังนั้นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลักของพื้นผิวเป็น

$$\hat{u}_1 = \frac{\vec{u}_1}{|\vec{u}_1|} \quad (2.30ก)$$

$$\hat{u}_2 = \frac{\vec{u}_2}{|\vec{u}_2|} \quad (2.30ข)$$

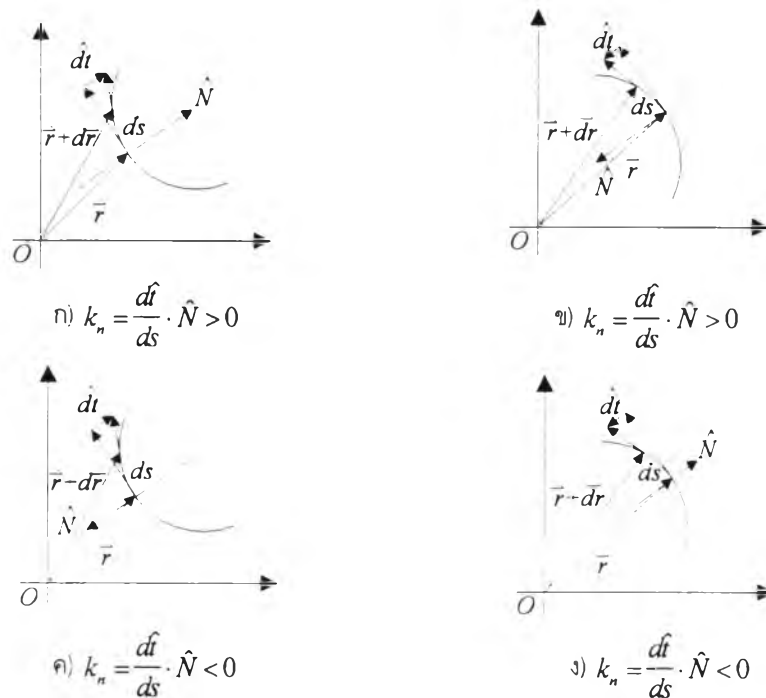
และเนื่องจากความโค้งหลักกับรัศมีความโค้งหลักของพื้นผิวเป็นส่วนกลับกัน ดังนั้นรัศมีความโค้งหลักของพื้นผิวเป็น

$$R_{1,2} = \frac{1}{\kappa_{1,2}} = \frac{1}{M \pm \sqrt{M^2 - K}} \quad (2.31)$$

ค่าความโค้งหลักของพื้นผิวที่คำนวณได้จากสมการ (2.26) มีค่าเป็นลบหรือบวกก็ได้ขึ้นอยู่กับทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  ที่จุดนั้น เมื่อพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  ในกรณีต่าง ๆ ดังรูป 2.7 พบว่า ความโค้งหลักของพื้นผิวมีค่าเป็นลบเมื่อเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  มีทิศพุ่งออกจากศูนย์กลางความโค้งของขอบ และมีค่าเป็นบวกเมื่อเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  มีทิศพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของขอบ

สำหรับในการหารัศมีความโค้งหลักของรังสีสะท้อนดังแสดงในภาคผนวก ข. นั้น กำหนดให้ความโค้งหลักของพื้นผิวเป็นบวกเมื่อเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิวมีทิศพุ่งออกจากศูนย์กลางความโค้งของพื้นผิวและพุ่งเข้าหารังสีตกกระทบ และเป็นลบเมื่อเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิวมีทิศพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของพื้นผิวและพุ่งเข้าหารังสีตกกระทบ ซึ่งตรงกันข้ามกับที่พิจารณาโดยเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ข้างต้น ดังนั้นในการนำค่าความโค้งหลักที่ได้จากสมการ (2.26) ไปใช้หารัศมีความโค้งหลักของรังสีสะท้อน รัศมีความโค้งหลักของพื้นผิว  $R_1, R_2$  ที่ปรากฏในสมการ (2.31) ต้องถูกกลับเครื่องหมายเป็นตรงกันข้ามเพื่อให้สอดคล้องกับข้อกำหนด ดังนั้น

$$R_{1,2} = -\frac{1}{\kappa_{1,2}} = -\frac{1}{M \pm \sqrt{M^2 - K}} \quad (2.32)$$



รูป 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความโค้งหลักของพื้นผิวกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิว

จากข้างต้นเป็นการหาค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวโค้งใด ๆ ที่กำหนดด้วยสมการ  $z = w(x, y)$  ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับพื้นผิวรูปพาราโบลิกซึ่งกำหนดด้วยสมการ (2.3ข) คือ  $z = w(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4f} - f$  ได้โดยกำหนดให้เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิวมีทิศทางเข้าสู่ทรงกลมตามที่กำหนดไว้ในการหาค่าความโค้งหลักของรังสีสะท้อนซึ่งในที่นี้ก็คือมีทิศทางจากจุดกำเนิด (ในทิศทาง  $+z$ ) เนื่องจากสายอากาศป้อนกำลังคลื่นวางอยู่ที่จุดนั้นเป็นดังสมการ (2.33)

$$\hat{n}_e = \frac{\nabla[z - w(x, y)]}{|\nabla[z - w(x, y)]|} = \frac{-\frac{x}{2f}\hat{a}_x - \frac{y}{2f}\hat{a}_y + \hat{a}_z}{\sqrt{\frac{x^2}{4f^2} + \frac{y^2}{4f^2} + 1}} = \frac{-x\hat{a}_x - y\hat{a}_y + 2f\hat{a}_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4f^2}} \quad (2.33)$$

และจากสมการ (2.12) เวกเตอร์ตั้งฉากกับพื้นผิว  $\hat{N}$  เป็น

$$\hat{N} = S' \frac{-\frac{x}{2f}\hat{a}_x - \frac{y}{2f}\hat{a}_y + \hat{a}_z}{\sqrt{\frac{x^2}{4f^2} + \frac{y^2}{4f^2} + 1}} = S' \frac{-x\hat{a}_x - y\hat{a}_y + 2f\hat{a}_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4f^2}} \quad (2.34)$$

เมื่อเทียบสมการ (2.33) กับสมการ (2.34) พบว่า  $S'=1$  ดังนั้นความโค้งเฉลี่ยและความโค้งแบบเกาส์ที่จุด  $(x, y, z)$  ใด ๆ บนพื้นผิวรูปพาราโบลิกเป็น

$$M = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} = \frac{E'g' - 2f'F + e'G'}{2(E'G' - F'^2)} = \frac{E'g' - 2f'F + e'G'}{2D} \quad (2.35ก)$$

$$\kappa_1 \kappa_2 = \frac{e'g' - f'^2}{E'G' - F'^2} = \frac{e'g' - f'^2}{D} \quad (2.35ข)$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ของรูปแบบหลักมูลลำดับที่หนึ่งเป็นดังนี้

$$E' = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = 1 + \frac{x^2}{4f^2} \quad (2.36ก)$$

$$F' = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) = \frac{xy}{4f^2} \quad (2.36ข)$$

$$G' = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = 1 + \frac{y^2}{4f^2} \quad (2.36ค)$$

และค่าสัมประสิทธิ์ของรูปแบบหลักมูลลำดับที่สองเป็นดังนี้

$$e' = \Delta' \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\Delta'}{2f} \quad (2.37ก)$$

$$f' = \Delta' \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.37ข)$$

$$g' = \Delta' \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\Delta'}{2f} \quad (2.37ค)$$

$$D = 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = 1 + \frac{x^2 + y^2}{4f^2} \quad (2.37ง)$$

$$\Delta' = \frac{S'}{\sqrt{D}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{4f^2}}} \quad (2.37จ)$$

เมื่อแทนสมการ (2.35ก-ข) ลงในสมการ (2.26) จะได้



$$\begin{aligned}\kappa_1 &= M + \sqrt{M^2 - K} = \frac{1+D'}{4f D'^{3/2}} + \sqrt{\left(\frac{1+D'}{4f D'^{3/2}}\right)^2 - \frac{1}{4f^2 D'^2}} \\ &= \frac{1+D'}{4f D'^{3/2}} + \frac{D'-1}{4f D'^{3/2}} = \frac{1}{2f D'^{1/2}}\end{aligned}\quad (2.38\text{ก})$$

$$\begin{aligned}\kappa_2 &= M - \sqrt{M^2 - K} = \frac{1+D'}{4f D'^{3/2}} - \sqrt{\left(\frac{1+D'}{4f D'^{3/2}}\right)^2 - \frac{1}{4f^2 D'^2}} \\ &= \frac{1+D'}{4f D'^{3/2}} - \frac{D'-1}{4f D'^{3/2}} = \frac{1}{2f D'^{3/2}}\end{aligned}\quad (2.38\text{ข})$$

ซึ่งเมื่อแทนสมการ (2.38ก-ข) ลงในสมการ (2.32) จะได้รัศมีความโค้งหลักของพื้นผิวรูปพาราโบลิกที่จุด  $(x, y, z)$  ใด ๆ เป็น

$$R_1 = -\frac{1}{\kappa_1} = -2f D'^{1/2} = -2f \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{4f^2}\right)^{1/2} \quad (2.39\text{ก})$$

$$R_2 = -\frac{1}{\kappa_2} = -2f D'^{3/2} = -2f \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{4f^2}\right)^{3/2} \quad (2.39\text{ข})$$

และเมื่อแทนสมการ (2.36) และ (2.37) ลงในสมการ (2.29ก-ข) เวกเตอร์ในทิศทางหลักเป็น

$$\bar{u}_1 = \bar{a}_x + \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 \bar{a}_y + \left[ \frac{x}{2f} + \frac{y}{2f} \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 \right] \bar{a}_z \quad (2.40\text{ก})$$

$$\bar{u}_2 = \bar{a}_x + \left(\frac{dy}{dx}\right)_2 \bar{a}_y + \left[ \frac{x}{2f} + \frac{y}{2f} \left(\frac{dy}{dx}\right)_2 \right] \bar{a}_z \quad (2.40\text{ข})$$

โดยที่

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1 = \frac{f' - \kappa_1 F'}{\kappa_1 G' - g'} = \frac{-\frac{1}{2f D'^{1/2}} \frac{xy}{4f^2}}{\frac{1}{2f D'^{1/2}} \left(1 + \frac{y^2}{4f^2}\right) - \frac{1}{2f D'^{1/2}}} = -\frac{x}{y} \quad (2.41\text{ก})$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_2 = \frac{f' - \kappa_2 F'}{\kappa_2 G' - g'} = \frac{-\frac{1}{2f D'^{3/2}} \frac{xy}{4f^2}}{\frac{1}{2f D'^{3/2}} \left(1 + \frac{y^2}{4f^2}\right) - \frac{1}{2f D'^{1/2}}} = \frac{y}{x} \quad (2.41\text{ข})$$

และเมื่อแทนสมการ (2.40ก-ข) ลงในสมการ (2.30ก-ข) จะได้เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลักของพื้นผิวรูปพาราโบลิกที่จุด  $(x, y, z)$  ใด ๆ เป็น

$$\hat{u}_1 = \frac{\hat{u}_1}{|\hat{u}_1|} = \frac{\bar{a}_x - \frac{x}{y}\bar{a}_y + \left[\frac{x}{2f} - \frac{y}{2f}\frac{x}{y}\right]\bar{a}_z}{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2}} = \frac{y\bar{a}_x - x\bar{a}_y}{\sqrt{y^2 + x^2}} \quad (2.42ก)$$

$$\hat{u}_2 = \frac{\hat{u}_2}{|\hat{u}_2|} = \frac{\bar{a}_x + \frac{y}{x}\bar{a}_y + \left[\frac{x}{2f} + \frac{y}{2f}\frac{y}{x}\right]\bar{a}_z}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{1}{x^2}\left(\frac{x^2}{2f} + \frac{y^2}{2f}\right)^2}} = \frac{x\bar{a}_x + y\bar{a}_y + \left(\frac{x^2}{2f} + \frac{y^2}{2f}\right)\bar{a}_z}{\sqrt{y^2 + x^2 + \left(\frac{x^2}{2f} + \frac{y^2}{2f}\right)^2}} \quad (2.42ข)$$

จากสมการ (2.33) และ (2.42ก-ข) พบว่า เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลักของพื้นผิวรูปพาราโบลิกและเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิวที่มีทิศพุ่งเข้าหารังสีตกกระทบเป็นดังสมการ (2.43)

$$\hat{u}_1 \times \hat{u}_2 = \hat{n}_3 \quad (2.43)$$

จากข้างต้นเป็นการหาค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวรูปพาราโบลิกคือ รัศมีความโค้งหลัก และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางหลักที่จุดใด ๆ บนพื้นผิว ค่าปัจจัยดังกล่าวเหล่านี้เป็นค่าปัจจัยที่จำเป็นสำหรับการหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สะท้อนจากพื้นผิวด้วยกรรมวิธีเชิงรังสีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งนำไปใช้ได้ทั้งกับระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรและแบบไม่สมมาตร และยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับพื้นผิวจานสะท้อนซึ่งเป็นผิวโค้งใด ๆ ก็ได้

### 3. ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตร

นอกเหนือจากค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวรูปพาราโบลิกที่ใช้ในการหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่สะท้อนจากพื้นผิวจานสะท้อนแล้ว ในการวิเคราะห์หาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เลี้ยวเบนจากขอบของจานสะท้อน ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนซึ่งประกอบด้วย เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับขอบ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบ มีทิศพุ่งออกจากศูนย์กลางความโค้ง รัศมีความโค้งของขอบ เป็นค่าปัจจัยที่จำเป็นอีกอย่างที่น่ามาใช้ ซึ่งการหาค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบดังกล่าวของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรดังรูป 2.8 สามารถทำได้ดังนี้

จากรูป 2.8 สำหรับในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน  $(xyz)$  ของระบบพิกัดของจานสะท้อน เส้นโค้งขอบของจานสะท้อนรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรสามารถกำหนดโดยสมการอิงตัวแปรเสริมคือ

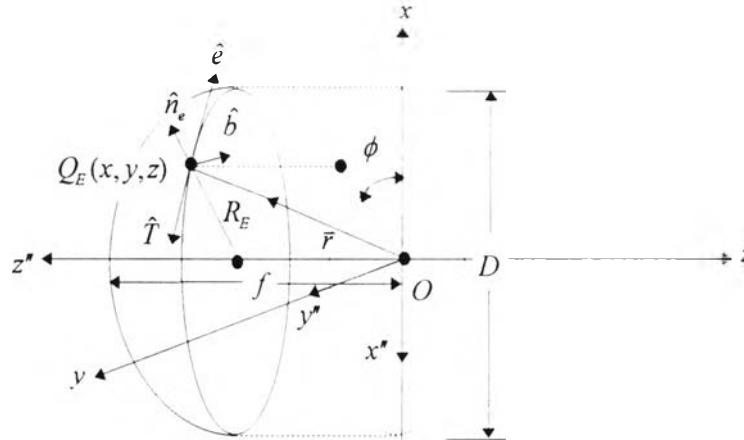
$$x = \frac{D}{2} \cos \phi$$

$$y = \frac{D}{2} \sin \phi$$

และ

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4f} - f = \frac{(D/2)^2}{4f} - f$$

โดยที่  $f$  คือ ระยะโฟกัสของจานสะท้อนรูปพาราโบลิก



รูป 2.8 ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรและค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อน

สมการอิงตัวแปรเสริมข้างต้นสามารถเขียนในรูปเวกเตอร์บอกตำแหน่งบนเส้นโค้งขอบที่จุดขอบได้เป็น

$$\vec{r}(\phi) = \frac{D}{2} \cos \phi \vec{a}_x + \frac{D}{2} \sin \phi \vec{a}_y + \left[ \frac{(D/2)^2}{4f} - f \right] \vec{a}_z \quad (2.44)$$

จากแคลคูลัส เวกเตอร์หนึ่งหน่วยสัมผัส (unit tangent vector) กับขอบที่จุดขอบสามารถหาได้ดังสมการ (2.45)

$$\hat{T} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = -\sin \phi \vec{a}_x + \cos \phi \vec{a}_y \quad (2.45)$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากคู่ (unit binormal vector) กับขอบเป็น

$$\hat{b} = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|} \quad (2.46)$$

และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉาก (unit normal vector) กับขอบเป็น

$$\hat{N} = \frac{\hat{T}}{|\hat{T}|} = \hat{b} \times \hat{T} \quad (2.47)$$

เมื่อพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบ  $\hat{N}$  พบว่า มีทิศทางพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของขอบ เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงเล็ก ๆ ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสัมผัสตามเส้นโค้งขอบมีทิศทางพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของขอบ และรัศมีความโค้งหลักของขอบเป็น

$$R_E = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3} \tag{2.48}$$

สำหรับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับขอบที่จุดขอบในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดเป็นดังสมการ (2.49)

$$\hat{e} = -\hat{T} = -\frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = \sin \phi \hat{a}_x - \cos \phi \hat{a}_y \tag{2.49}$$

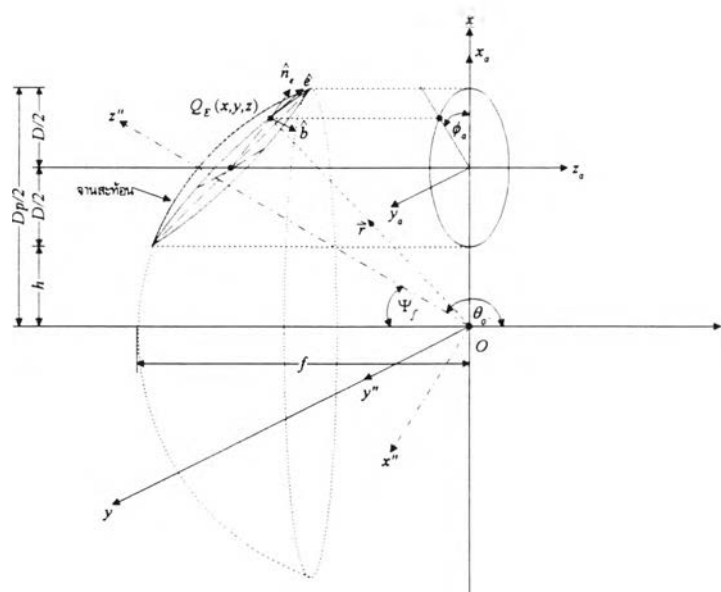
ทำให้ได้เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบที่จุดขอบและมีทิศพุ่งออกจากจุดศูนย์กลางความโค้งเป็น

$$\hat{n}_e = -\hat{N} = \hat{b} \times \hat{e} \tag{2.50}$$

สมการ (2.46) (2.48) (2.49) และ (2.50) เป็นค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนรูปพาราโบลิกแบบสมมาตร ซึ่งนำไปใช้ในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าเนื่องจากการเลี้ยวเบนที่ขอบตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต โดยทิศทางของเวกเตอร์เหล่านั้นแสดงได้ดังรูป 2.8

4. ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตร

ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตรสามารถหาได้ในทำนองเดียวกับระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบสมมาตรข้างต้น



รูป 2.9 ระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตรและค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อน

จากรูป 2.9 ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน  $(xyz)$  ของระบบพิกัดของจานสะท้อน เส้นโค้งขอบของจานสะท้อนรูปพาราโบลาแบบไม่สมมาตรสามารถกำหนดโดยสมการอิงตัวแปรเสริมคือ

$$x = \frac{D}{2} + h + \frac{D}{2} \cos \phi_a$$

$$y = \frac{D}{2} \sin \phi_a$$

และ

$$z = \frac{x^2 + y^2}{4f} - f = \frac{\left(\frac{D}{2} \cos \phi_a + \frac{D}{2} + h\right)^2 + \left(\frac{D}{2} \sin \phi_a\right)^2}{4f} - f$$

โดยที่  $f$  คือ ระยะโฟกัสของจานสะท้อนรูปพาราโบลา สมการอิงตัวแปรเสริมข้างต้นสามารถเขียนอยู่ในรูปเวกเตอร์บอกตำแหน่งบนเส้นโค้งขอบที่จุดขอบได้เป็น

$$\vec{r}(\phi_a) = \left(\frac{D}{2} + h + \frac{D}{2} \cos \phi_a\right) \vec{a}_x + \frac{D}{2} \sin \phi_a \vec{a}_y + \left[ \frac{\left(\frac{D}{2} + h + \frac{D}{2} \cos \phi_a\right)^2 + \left(\frac{D}{2} \sin \phi_a\right)^2}{4f} - f \right] \vec{a}_z \quad (2.51)$$

จากแคลคูลัส เวกเตอร์หนึ่งหน่วยสัมผัสกับขอบที่จุดขอบสามารถหาได้ดังสมการ (2.52)

$$\hat{T} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = \frac{-\frac{D}{2} \sin \phi_a \vec{a}_x + \frac{D}{2} \cos \phi_a \vec{a}_y - D \left(\frac{D}{2} + h\right) \sin \phi_a \vec{a}_z}{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + D^2 \left(\frac{D}{2} + h\right)^2 \sin^2 \phi_a}} \quad (2.52)$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบเป็น

$$\hat{b} = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|} \quad (2.53)$$

และเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบเป็น

$$\hat{N} = \frac{\hat{T}}{|\hat{T}|} = \hat{b} \times \hat{T} \quad (2.54)$$

เมื่อพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับขอบ  $\hat{N}$  พบว่า มีทิศทางพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของขอบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงเล็ก ๆ ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสัมผัสตามเส้นโค้งขอบมีทิศทางพุ่งเข้าหาศูนย์กลางความโค้งของขอบ และรัศมีความโค้งหลักของขอบเป็น

$$R_E = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3} \quad (2.55)$$

สำหรับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางสัมผัสกับขอบที่จุดขอบในวิทยานิพนธ์นี้ถูกกำหนดเป็น

$$\hat{e} = -\hat{T} = -\frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = \frac{\frac{D}{2} \sin \phi_a \vec{a}_x - \frac{D}{2} \cos \phi_a \vec{a}_y + D \left( \frac{D}{2} + h \right) \sin \phi_a \vec{a}_z}{\sqrt{\left( \frac{D}{2} \right)^2 + D^2 \left( \frac{D}{2} + h \right)^2 \sin^2 \phi_a}} \quad (2.56)$$

ทำให้ได้เวกเตอร์ตั้งฉากกับขอบที่จุดขอบและมีทิศทางพุ่งออกจากจุดศูนย์กลางความโค้งเป็น

$$\hat{n}_e = -\hat{N} = \hat{b} \times \hat{e} \quad (2.57)$$

สมการ (2.53) (2.55) (2.56) และ (2.57) เป็นค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนรูปพาราโบลิกแบบไม่สมมาตร ซึ่งนำไปใช้ในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าเนื่องจากการเลี้ยวเบนที่ขอบตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต โดยทิศทางของเวกเตอร์เหล่านั้นแสดงได้ดังรูป 2.9

จากข้างต้นได้กล่าวถึงหลักการ โครงสร้าง คุณสมบัติทางเรขาคณิต การประยุกต์ใช้งาน พฤติกรรมการเลี้ยวเบนที่เกิดขึ้นที่ขอบของจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนคลื่น และทำการหาค่าปัจจัยทางเรขาคณิตของพื้นผิวรูปพาราโบลิก ค่าปัจจัยทางเรขาคณิตที่ขอบของจานสะท้อนของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิก ซึ่งเป็นค่าปัจจัยที่จำเป็นเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาขีดจำกัดเกี่ยวกับสมรรถนะของระบบสายอากาศชนิดจานสะท้อนเดี่ยวรูปพาราโบลิกในบทที่ 3 ต่อไป