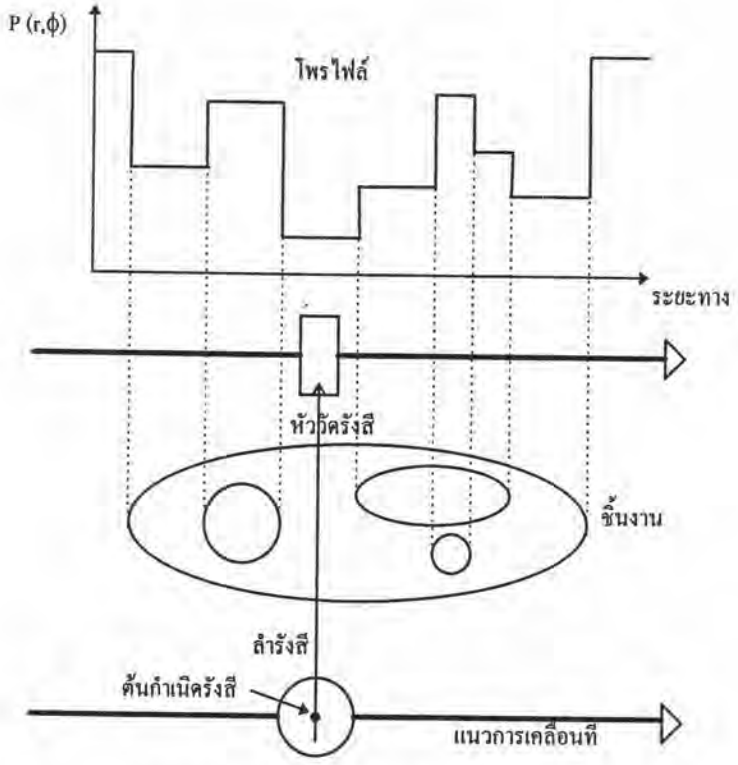
# บทที่ 2

# ทฤษฎี

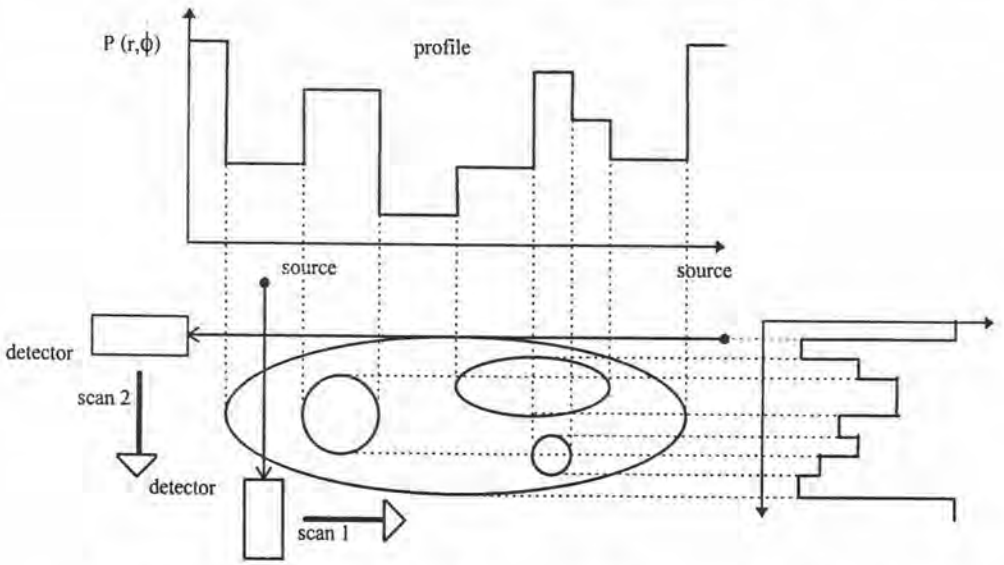
## 2.1 หลักการของการสร้างภาพโทโมกราฟี

แนวความคิดในการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีโดยการสแกนด้วยรังสีมีจุดเริ่มต้นมาจากผลงานของ Radon[2] ซึ่งได้พิสูจน์ให้เห็นว่าการฉายรังสีผ่านแนว (projection) หลายๆ ครั้งตามแนวที่กำหนดจะทำให้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับตำแหน่ง สามารถอธิบายให้เห็นภาพโดยง่ายได้ดังนี้ พิจารณาระบบที่ประกอบด้วยต้นกำเนิดรังสีที่ให้กำเนิดลำรังสีแบบแคบหนึ่งลำ และหัววัดรังสีที่อยู่ฝั่งตรงข้ามคอยวัดความเข้มรังสี (Intensity) ที่ผ่านชิ้นงาน ดังรูปที่ 2.1 การเคลื่อนที่ต้นกำเนิดรังสีและหัววัดไปพร้อมๆ กันในแนวแส้นตรง ให้ลำรังสีตัดผ่านชิ้นงานไปเป็นระนาบ ข้อมูลจากหัววัดในแต่ละจุดเมื่อนำมาแสดงตามระยะทางที่เคลื่อนที่ไป เรียกว่า ข้อมูล 1 โพรไฟล์ (profile) หรือโพรเจกชัน (projection)



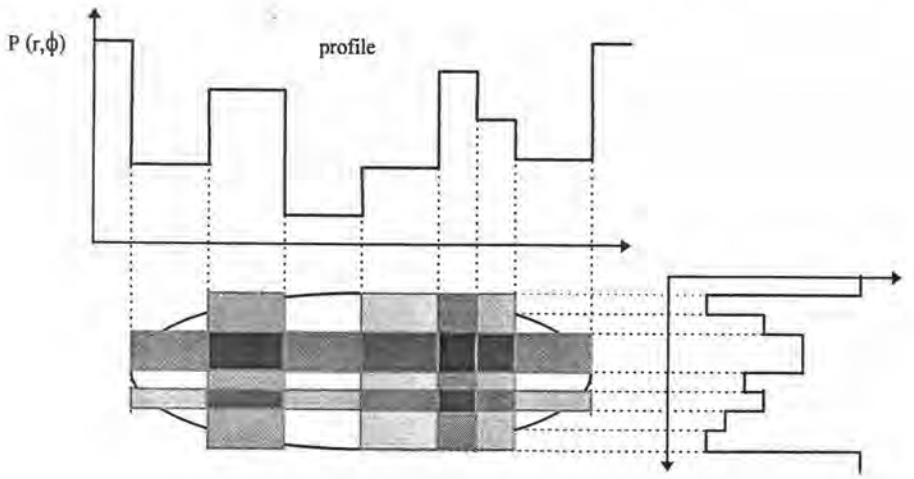

รูปที่ 2.1 การเคลื่อนลำรังสีตัดผ่านชิ้นงานไปเป็นระนาบในแนวเส้นตรง ทำให้ได้ข้อมูล 1 โพรไฟล์

เมื่อนำต้นกำเนิดรังสี และหัววัด เคลื่อนตัดชิ้นงานในระนาบเดิม ที่แนวเส้นตรงในมุมอื่น ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ปรับแนวการวัดรังสี ครั้งละ 90 องศา ทำการเก็บข้อมูลจนได้ข้อมูลครบ 2 โพรไฟล์ เท่ากับได้ทำการสแกนครบ 180 องศาแล้ว ดังแสดงในรูปที่ 2.2




รูปที่ 2.2 การเคลื่อนลำรังสีตัดผ่านชิ้นงาน 2 ครั้ง โดยแนวการเก็บข้อมูลทำมุม 90 องศา ทำให้ได้ข้อมูล 2 โพรไฟล์

เมื่อนำโพรไฟล์ที่ได้มาทำการแบ็กโพรเจกชัน (back projection) คือนำโพรไฟล์ที่ได้ตั้ง แล้วลากแนวย้อนกลับจะทำให้เกิดภาพตัดขวางของวัตถุ ดังแสดงวิธีการแบ็กโพรเจกชันในรูปที่ 2.3




รูปที่ 2.3 แสดงวิธีการแบ็กโพรเจกชันจากข้อมูลจำนวน 2 โพรไฟล์

ภาพตัดขวางของวัตถุที่ได้จากการทำแบ็กโพรเจกชัน กับโพรไฟล์ของความเข้มรังสีจะให้ภาพในลักษณะเดียวกับภาพบนฟิล์ม คือกลับขาวเป็นดำ เช่นส่วนที่เป็นช่องว่างของวัตถุจะปรากฏเป็นสีดำทึบ ดังนั้นจึงควรมีการนำค่าความเข้มรังสีไปผ่านขั้นตอนการปรับแก้ข้อมูลเสียก่อน จึงจะนำไปคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟี เพื่อให้ได้ภาพตัดขวางที่เสมือนจริงของชิ้นงาน

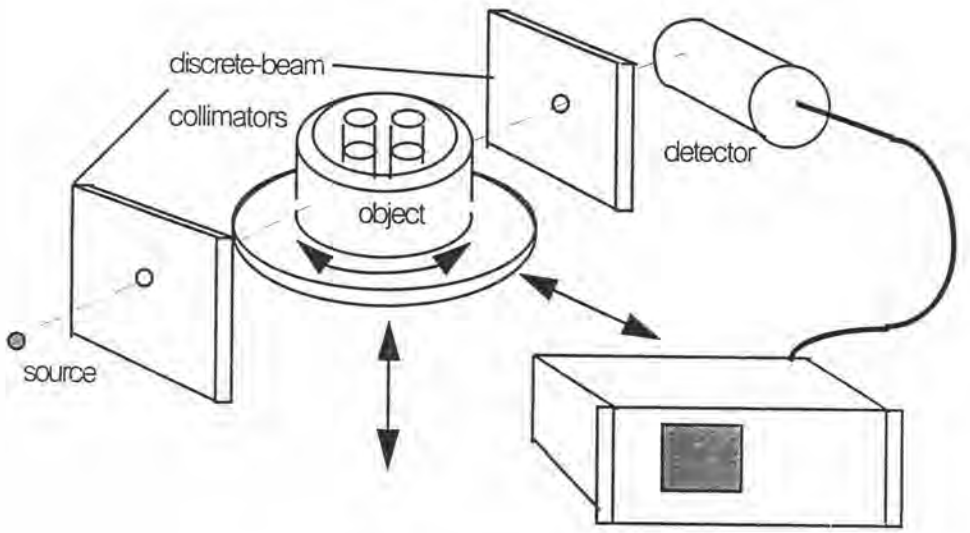
กล่าวโดยสรุปได้ว่าหลักการของการสร้างภาพโทโมกราฟีคือ การฉายรังสีผ่านชิ้นงานหลายๆ ครั้ง ตามแนวที่กำหนด ความเข้มรังสี (Intensity) ที่ผ่านชิ้นงานจะถูกลดทอนลง ดังนั้นเมื่อนำค่าความเข้มรังสีที่วัดได้ทั้งหมดมาทำการคำนวณสร้างภาพ จะทำให้ได้ภาพโทโมกราฟี ซึ่งก็คือภาพตัดขวางของชิ้นงานในส่วนที่ถูกรังสีทะลุผ่านนั้นเอง

แนวความคิดนี้ได้มีการพัฒนาเพื่อใช้ในด้านการแพทย์เป็นงานแรก โดยมีการสร้างอุปกรณ์ที่เรียกว่า CAT (computerised axial tomography) ซึ่งมีใช้ในโรงพยาบาลตั้งแต่ปี ค.ศ.1972 แต่อุปกรณ์ CAT ที่ใช้ในการแพทย์นี้ เหมาะสมกับชิ้นงานที่มีความหนาแน่นต่ำ เพราะออกแบบมาสำหรับใช้กับเนื้อเยื่อมนุษย์ ดังนั้นการนำมาใช้กับชิ้นส่วนในงานอุตสาหกรรมจะต้องเปลี่ยนต้นกำเนิดรังสีให้เหมาะสม เพื่อให้ใช้กับวัสดุที่มีความหนาแน่นสูง หรือชิ้นงานที่มีขนาดใหญ่ได้ เช่น ใช้เครื่องกำเนิดรังสีเอกซ์สำหรับงานอุตสาหกรรม รังสีแกมมา และนิวตรอน เป็นต้น แต่การประยุกต์ใช้ในงานด้านอุตสาหกรรมนั้น ยังไม่เป็นที่แพร่หลายมากนักในปัจจุบัน ระบบเก็บข้อมูลเพื่อการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีที่นิยมใช้กัน แบ่งได้เป็น 3 ระบบ[3] ได้แก่

2.1.1 ระบบสแกนแบบรังสีลำแคบ (discrete beam)

เป็นระบบสแกนที่มีลักษณะการทำงานง่ายที่สุด โดยการใช้ลำรังสีแบบแคบหนึ่งลำตัดผ่านชิ้นงานไปเป็นระนาบในแนวเส้นตรง และใช้หัววัดรังสี 1 หัววัดในการวัดความเข้มรังสีที่ทะลุผ่านชิ้นงานทีละจุด เพื่อนำไปใช้คำนวณสร้างภาพโทโมกราฟี การทำงานของระบบสแกนชนิดนี้ยังแบ่งย่อยได้เป็น 3 แบบ กล่าวคือ แบบแรกระบบจะขับเคลื่อนให้ชิ้นงานเคลื่อนที่ตัดลำรังสีในแนวเส้นตรงที่ละสเต็ป (step) แล้วทำการเก็บข้อมูลไปที่ละจุด เรียกว่า "การสแกน" ซึ่งโดยปกติระยะสเต็ปจะเท่ากับขนาดของลำรังสี เพื่อให้ความเข้มรังสีที่วัดได้แสดงค่าครอบคลุมช่วงย่อยนั้นๆ โดยเป็นอิสระจากข้อมูลข้างเคียง เมื่อสิ้นสุดการสแกนหนึ่งโพรไฟล์ ระบบจะหมุนชิ้นงานไปหนึ่งสเต็ปแองเกิล (step angle) เพื่อทำการสแกนโพรไฟล์ต่อไป จนได้โพรไฟล์ที่เก็บจากมุมต่างๆ ซึ่งเรียงตัวทำมุมรวมกันอย่างน้อย 180 องศา ส่วนแบบที่สองจะมีการทำงานเช่นเดียวกับระบบแรก แต่จะแตกต่างกันที่ชิ้นงานจะอยู่กับที่ ระบบจะทำการขับเคลื่อนต้นกำเนิดรังสีไปพร้อมๆ กับหัววัดรังสี ทั้งการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง และการหมุน ซึ่งจะมีข้อดีกว่าแบบแรกตรงที่สามารถใช้กับชิ้นงานที่มีขนาดใหญ่มาก หรือ ชิ้นงานที่ติดอยู่กับที่ เช่นเสาคอนกรีตของอาคาร ดังนั้นชุดอุปกรณ์

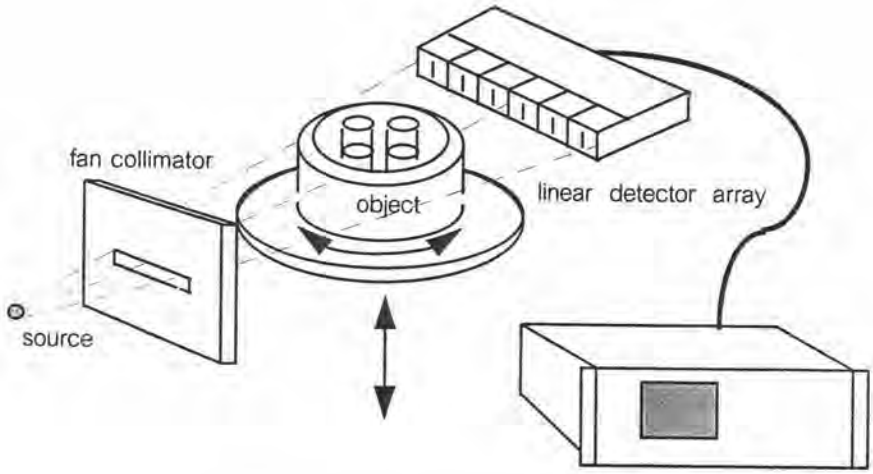
สำหรับเก็บข้อมูลเพื่อการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีแบบเคลื่อนที่ ซึ่งออกแบบมาสำหรับการทดสอบเสาคอนกรีต จึงเลือกการทำงานแบบระบบสแกนนี้ ซึ่งเมื่อนำมาใช้ทดสอบชิ้นงานตัวอย่างจากงานอุตสาหกรรม จะทำให้สามารถทดสอบชิ้นงานได้โดยไม่มีข้อจำกัดในเรื่องน้ำหนัก มีเพียงข้อจำกัดของขนาดด้วยระยะห่างระหว่างต้นกำเนิดรังสี กับหัววัดรังสีคงที่ และแบบสุดท้ายคือมีการขับเคลื่อนทั้งชิ้นงาน และต้นกำเนิดรังสีกับหัววัดรังสี เช่น เพิ่มการขับเคลื่อนชิ้นงานในแนวดิ่งให้กับระบบสแกนแบบที่สอง ซึ่งจะทำให้สามารถสร้างภาพโทโมกราฟีแบบ 3 มิติได้




รูปที่ 2.4 การทำงานของระบบสแกนแบบรังสีลำแคบ

2.1.2 ระบบสแกนแบบลำรังสีรูปพัด (fan beam)

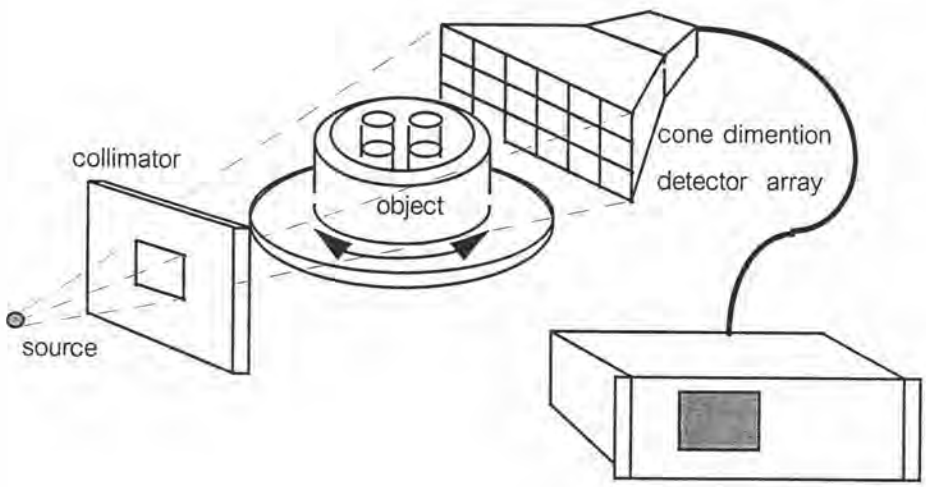
เป็นระบบสแกนที่พัฒนาขึ้นจากระบบสแกนรังสีแบบรังสีลำแคบที่ใช้เวลาเก็บข้อมูลนาน เนื่องจากต้องทำการสแกนในแต่ละจุดตลอดโพรไฟล์ โดยการใช้หัววัดรังสีแบบ linear detector array ซึ่งทำหน้าที่วัดความเข้มรังสีของลำรังสีรูปพัด (fan beam) ที่เข้าสู่หัววัดรังสีในแต่ละจุดได้พร้อมๆ กัน ทำให้ได้โพรไฟล์ในการวัดรังสีเพียงครั้งเดียว จึงทำให้ลดเวลาในการเก็บข้อมูลได้มาก ทั้งยังทำให้สามารถตัดการขับเคลื่อนในแนวเส้นตรงทิ้งไปได้ คงเหลือเพียงการขับเคลื่อนหมุน และการขับเคลื่อนในแนวดิ่ง ซึ่งการออกแบบสามารถเลือกให้ทำการหมุนชิ้นงาน หรือหมุนต้นกำเนิดรังสีกับหัววัดรังสี ไปพร้อมกันก็ได้ และหากมีการขับเคลื่อนแนวดิ่งจะทำให้สามารถสร้างภาพโทโมกราฟีแบบ 3 มิติได้




รูปที่ 2.5 การทำงานของระบบสแกนแบบลำรังสีรูปพัด

2.1.3 ระบบสแกนแบบลำรังสีรูปกรวย (cone beam)

ระบบสแกนนี้พัฒนาขึ้นโดยใช้หัววัดรังสีที่ใช้สำหรับลำรังสีรูปโคน (cone dimension detector array) ซึ่งสามารถรับข้อมูลได้สองระนาบ คือในแนวนอนและในแนวตั้ง เพราะประกอบด้วยหัววัดรังสี linear detector array มากกว่า 1 แถว นำมาจัดเรียงซ้อนกัน หรืออาจใช้แผ่นเรืองรังสีรับรังสีแล้วใช้กล้องโทรทัศน์จับภาพการเรืองแสง จึงอาจเรียกระบบนี้ว่า "ระบบโทรทัศน์" โดยระบบสแกนแบบนี้ออกแบบมาสำหรับการสร้างภาพโทโมกราฟีแบบ 3 มิติ ซึ่งจะใช้เวลาในการเก็บข้อมูลน้อยกว่าการเก็บข้อมูลโดยสองระบบแรกมาก เนื่องจากการหมุนหนึ่งครั้งจะสามารถเก็บข้อมูลโพรไฟล์ของทุกๆ ระนาบ โดยไม่ต้องทำการขับเคลื่อนในแนวดิ่ง แต่ขั้นตอนการเก็บข้อมูลโพรไฟล์นั้นต้องใช้เทคนิคทางอิเล็กทรอนิกค่อนข้างสูง จึงจะได้ข้อมูลที่ให้ความละเอียดชัดเจนพอ




รูปที่ 2.6 การทำงานของระบบสแกนแบบลำรังสีรูปกรวย

## 2.2 ทฤษฎีการสร้างภาพโทโมกราฟี

จากหลักการทำงานของอุปกรณ์ CT คือการฉายรังสีผ่านชิ้นงาน แล้วเกิดการลดทอนรังสี เมื่อนำความเข้มของรังสีที่ผ่านชิ้นงานในแต่ละจุด จากแต่ละมุมมาคำนวณ จะทำให้ได้ภาพโทโมกราฟี ดังนั้นทฤษฎีการสร้างภาพโทโมกราฟี จึงต้องเริ่มต้นจากการคำนวณเกี่ยวกับการลดทอนของรังสี ซึ่งขึ้นกับองค์ประกอบภายในชิ้นงานที่รังสีเคลื่อนที่ผ่าน จากนั้นจะต้องทำความเข้าใจถึงนิยามของเรย์ซัม อันเป็นทฤษฎีหลักของการคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟี ซึ่งก็คือ "ภาพตัดขวาง" ของชิ้นงานในระนาบที่ถูกรังสีทะลุผ่าน ที่ได้จากการคำนวณความเข้มของรังสีที่ผ่านชิ้นงานนั้นๆ

### 2.2.1 การลดทอนของรังสีแกมมา

รังสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าชนิดหนึ่งที่มีความถี่สูง ซึ่งหมายถึงมีพลังงานสูง จึงมีความสามารถทะลุผ่านสูง โดยในขณะที่รังสีแกมมาเดินทางผ่านในตัวกลางใดก็ตาม จะเกิดอันตรกิริยา (interaction) กับตัวกลางนั้นเสมอ โดยเกิดจากปรากฏการณ์ 3 อย่างคือ ปรากฏการณ์โฟโตอิเลกตริก (photoelectric) ปรากฏการณ์คอมพ์ตัน (compton effect) และจากปรากฏการณ์แพร์โพรดักชัน (pair production) ซึ่งปรากฏการณ์ทั้ง 3 นี้ มีผลทำให้รังสีแกมมาที่เกิดอันตรกิริยาลดจำนวนลง หรือสูญเสียพลังงานไป ทำให้รังสีแกมมาที่เดินทางผ่านตัวกลางนั้นๆ ออกมา จะมีความเข้มรังสีลดลง ซึ่งจะเป็นไปตามสมการที่ 2.1

$$I = I_0 e^{-\mu x} \tag{2.1}$$

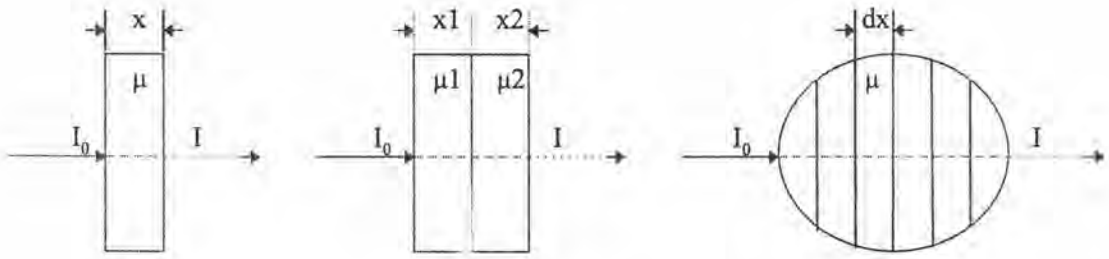
เมื่อ I คือ ความเข้มของรังสีแกมมาหลังผ่านตัวกลาง

$I_0$ คือ ความเข้มของรังสีแกมมาก่อนผ่านตัวกลาง

$\mu$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น (linear attenuation coefficient)

x คือ ความหนาของตัวกลาง

จากสมการจะเห็นได้ว่า ความเข้มของรังสีแกมมาที่ผ่านตัวกลางออกมา จะขึ้นอยู่กับความเข้มของรังสีที่ตกกระทบ ความหนา และค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของตัวกลาง ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์นี้จะขึ้นอยู่กับพลังงานของรังสีแกมมา และชนิดของตัวกลาง ดังนั้นหากตัวกลางประกอบด้วยวัตถุหลายชนิด หรือไม่เป็นเนื้อเดียวกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.7 จะทำให้สมการที่ 2.1 ไม่สามารถนำมาใช้คำนวณได้




ก. ข. ค.

รูปที่ 2.7 แสดงเรขาคณิตของลำรังสีแกมมาที่เดินทางผ่านตัวกลาง 3 แบบ
ก. ตัวกลางที่มีเนื้อเดียวตลอด
ข. ตัวกลางที่มีเนื้อต่างกันสองชนิด
ค. ตัวกลางที่มีเนื้อต่างกันหลายชนิด

กรณีที่ตัวกลางประกอบด้วยวัตถุสองชนิดซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น $\mu 1$ และ $\mu 2$ ตามลำดับ โดยมีความหนา x1 และ x2 ดังแสดงในรูปที่ 2.7 (ข) จะปรับสมการ 2.1 ได้เป็น

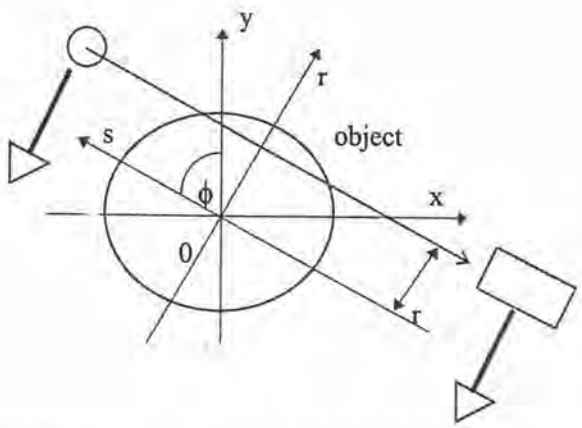
$$I = I_0 . e^{-\mu 1 - \mu 2} \tag{2.2}$$

แต่ถ้าตัวกลางประกอบด้วยวัตถุหลายชนิด การคำนวณต้องแบ่งตัวกลางออกเป็นช่วงเล็กๆ ขนาดความหนา dx เท่าๆ กันจำนวนมากดังรูปที่ 2.7 (ค) ซึ่งภายในช่วงเล็กๆ นั้นถือได้ว่าเป็นวัตถุชนิดเดียวกันโดยตลอด ซึ่งจะทำให้ปรับสมการ 2.1 ได้เป็น

$$I = I_0 . \exp[-\int \mu . dx] \tag{2.3}$$

2.2.2 นิยามของเรย์ซัม (ray-sum)

สมการที่ 2.3 เป็นสมการที่อธิบายความเข้มของรังสีแกมมาที่ผ่านตัวกลางซึ่งประกอบด้วยวัตถุหลายชนิด หรือวัตถุมีความไม่สม่ำเสมอ ดังนั้นเทอมที่แสดงการลดทอนของรังสีแกมมาจึงเปลี่ยนจากการรวมกันแบบธรรมดาตามสมการที่ 2.2 มาเป็นการอินทิเกรตตามเส้นทาง (line integration) ที่รังสีแกมมาเคลื่อนที่ผ่าน ดังสมการที่ 2.3 ซึ่งจะเป็นจริงเฉพาะรังสีแกมมาที่มีพลังงานเดียวเท่านั้น และเพื่อความสะดวกจะกำหนดโคออร์ดิเนต (coordinate) ดังแสดงในรูปที่ 2.8




รูปที่ 2.8 แผนภาพของการสร้างภาพโทโมกราฟี

จากรูปที่ 2.8 ทุกจุดบนเส้นระนาบนี้อธิบายด้วยโคออดิเนต (x,y) รังสีลำแคบพุ่งออกทำมุม $\phi$ กับแกน y โดยให้ลำรังสีแทนด้วยโคออร์ดิเนต (r,s) แต่ละลำรังสีแทนด้วยโคออร์ดิเนต $(r,\phi)$ ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะลำรังสีแกมมาลำแคบหนึ่งๆ เท่านั้น สมการที่สามารถอธิบายความเข้มรังสีที่ผ่านออกมาจะเปลี่ยนเป็น

$$I = I_0 . \exp[- \int_{r,\phi} \mu(x, y). dx] \tag{2.4}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างโคออร์ดิเนต (x,y) และ $(r,\phi)$ คือ

$r = x.\cos\phi + y.\sin\phi$ (a) $\qquad x = r.\cos\phi - s.\sin\phi$ (b)

$s = -x.\sin\phi + y.\cos\phi$ (c) $\qquad y = r.\sin\phi + s.\cos\phi$ (d) (2.5)

จากสมการ 2.4 เมื่อใช้การแปลงฟูเรียร์ (Fourier transform) และทฤษฎีการคอนโวลูชัน (Convolution theorem) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mu(x, y) = {}^{1}\!/_{\pi} \int_{0}^{\pi} P(x. \cos\phi + y. \sin\phi, \phi)\, d\phi \tag{2.6}$$

$$P(x. \cos\phi + y. \sin\phi, \phi) = {}^{1}\!/_{2} \int_{-\infty}^{\infty} P(r, \phi) * h(r - r')\, dr' \tag{2.7}$$

เมื่อ h(r) คือ filter function ซึ่งในที่นี้สามารถเลือกใช้ทั้ง Shepp-logan และ Ram-lak filter function

ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนของรังสีแกมมา $\mu(x,y)$ ที่สามารถคำนวณได้ จะเป็นค่าที่แสดงถึงความหนาแน่นของตัวกลางตรงจุด (x,y) ในระนาบที่รังสีผ่าน ถ้า $\mu(x,y)$ มีค่าสูงแสดงว่า ณ จุดนั้นตัวกลางสามารถลดทอนรังสีแกมมาได้มาก นั้นคือมีความหนาแน่นสูง ตรงข้ามถ้าจุดใด $\mu(x,y)$ มีค่าต่ำแสดงว่า ณ จุดนั้นตัวกลางสามารถลดทอนรังสีแกมมาได้น้อย นั้นคือมีค่ามีค่าความหนาแน่นต่ำ ดังนั้นเมื่อสามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนของรังสีแกมมาบนทุกจุดของระนาบนั้นได้ ก็สามารถสร้างภาพด้วยการแสดงค่า $\mu(x,y)$ ลงบนตำแหน่งของภาพที่แทนจุดนั้นๆ ทฤษฎีการสร้างภาพจึงมุ่งหาคำตอบของสมการ

$$P(r,\phi) = -\ln(I/I_0) = \int_{r,\phi} \mu(x,y)\, ds \qquad (2.8)$$

$P(r,\phi)$ คือข้อมูลโปรเจกชัน (projection) เป็นเทอมที่ประกอบไปด้วยเรย์ซัมหลายๆ เรย์ซัม โดยแต่ละเรย์ซัมนิยามว่าเป็นการอินทิเกรต $\mu(x,y)$ ตามเส้นทางของรังสีแกมมา

## 2.3 อิทธิพลจากพลังงานของรังสีแกมมาต่อภาพโทโมกราฟี

เนื่องจากการทะลุผ่านของรังสีแกมมาขึ้นกับปัจจัยหลายอย่าง ได้แก่ พลังงาน ความเข้มของรังสี ชนิด และความหนาของชิ้นงาน ดังนั้นการเลือกปัจจัยเหล่านี้จึงต้องพิจารณาอย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ดีที่สุดในการสร้างภาพโทโมกราฟี ยกตัวอย่างเช่น ถ้ามีชิ้นงานตัวอย่างที่ประกอบไปด้วยวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นทั้งสูง และต่ำ ถ้าหากนำรังสีแกมมาพลังงานสูงมาสแกนผ่านชิ้นงานนี้ รังสีแกมมาจะทะลุผ่านวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นสูงได้พอสมควร และทะลุผ่านวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นต่ำได้มาก หรืออาจทะลุผ่านทั้งหมดก็ได้ เมื่อสร้างภาพโทโมกราฟีแล้วจะไม่สามารถเห็นรายละเอียดของวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นต่ำได้ จะสังเกตเห็นได้ก็แต่วัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นสูงเท่านั้น และในอีกทางหนึ่ง ถ้าใช้รังสีแกมมาที่มีพลังงานต่ำ ข้อมูลโพรไฟล์ที่ได้ก็อาจใช้ได้ดี ถ้ารังสีแกมมามีพลังงานเพียงพอที่จะทะลุผ่านวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นสูงได้พอสมควร แต่ถ้าทะลุผ่านได้น้อย หรือไม่ทะลุผ่านเลย ข้อมูลโพรไฟล์ที่ได้จะไม่สมบูรณ์พอที่จะใช้สร้างภาพโทโมกราฟีได้ ดังนั้นการเลือกชิ้นงานตัวอย่างจึงต้องพิจารณาถึงพลังงานที่เหมาะสมของรังสีแกมมาด้วย โดยดูจากความเข้มรังสีที่ผ่านส่วนวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นสูงที่หนามากที่สุดในชิ้นงานตัวอย่าง ซึ่งจะต้องมีค่าไม่ต่ำจนเกินไป ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของวัตถุต่างๆ ที่รังสีแกมมาแต่ละพลังงาน มีแสดงในภาคผนวก ข