

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการเปรียบเทียบวิธีการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไร้ศูนย์กลางโดยวิธีการคำนวณของแพ็คเนคซึ่งใช้ได้ในกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเป็นค่าใด ๆ (วิธีที่ 1) วิธีการคำนวณของแอสฮอวาร์และแอ็บบเดล-ซาแมคซึ่งใช้ได้ในกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเป็นค่าใด ๆ (วิธีที่ 2) วิธีการคำนวณของแอสฮอวาร์และแอ็บบเดล-ซาแมคซึ่งใช้ได้ในกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเป็นเลขคี่ (วิธีที่ 3) และวิธีการคำนวณของรูเบ็น เบิกและโกวินดาราจูลูซึ่งใช้ได้ในการกรณีค่าองศาความเป็นอิสระเป็นเลขคี่ (วิธีที่ 4) ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณากรณีองศาความเป็นอิสระมีค่า 10 ค่า คือ 1, 3, 5, 9, 15, 21, 25, 35, 49 และ 99 และค่า δ ใช้การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ โดยใช้ค่าเริ่มต้นเป็นเลขจำนวนเฉพาะคือ 17923 และทำการสุ่มค่า 10 ค่าให้กับค่าองศาความเป็นอิสระ โดยค่าที่สุ่มได้คือ 15, 56, 70, 29, 98, 54, 50, 92, 87 และ 66 ในแต่ละองศาความเป็นอิสระจะทดสอบค่า δ 10 ค่า โดยให้มีช่วงความห่างเท่ากันคือ 10 เช่น องศาความเป็นอิสระ = 1 สุ่มได้ δ เป็น 15 ดังนั้นค่า δ ที่ใช้ทดสอบคือ 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 และ 5 ส่วนค่าตัวแปรสุ่ม x ใช้การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอเช่นเดียวกันโดยใช้ค่าเริ่มต้นเป็นเลขจำนวนเฉพาะดังนี้ 89317, 47417, 91373, 13711, 79153, 14731, 37951, 79153, 53197 และ 29137 เช่น กรณีองศาความเป็นอิสระ = 1 ใช้ค่าเริ่มต้นคือ 89317 เมื่อค่า x เริ่มต้น = 1 ค่า x สิ้นสุด = 30 และค่า x ที่สุ่มได้คือ 21 ซึ่งค่าที่สุ่มได้ค่าอื่น ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 4.1 แล้ว

จากผลการวิจัยของวิธีการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไร้ศูนย์กลาง เราอาจสรุปผลที่สำคัญได้เป็นลักษณะดังนี้

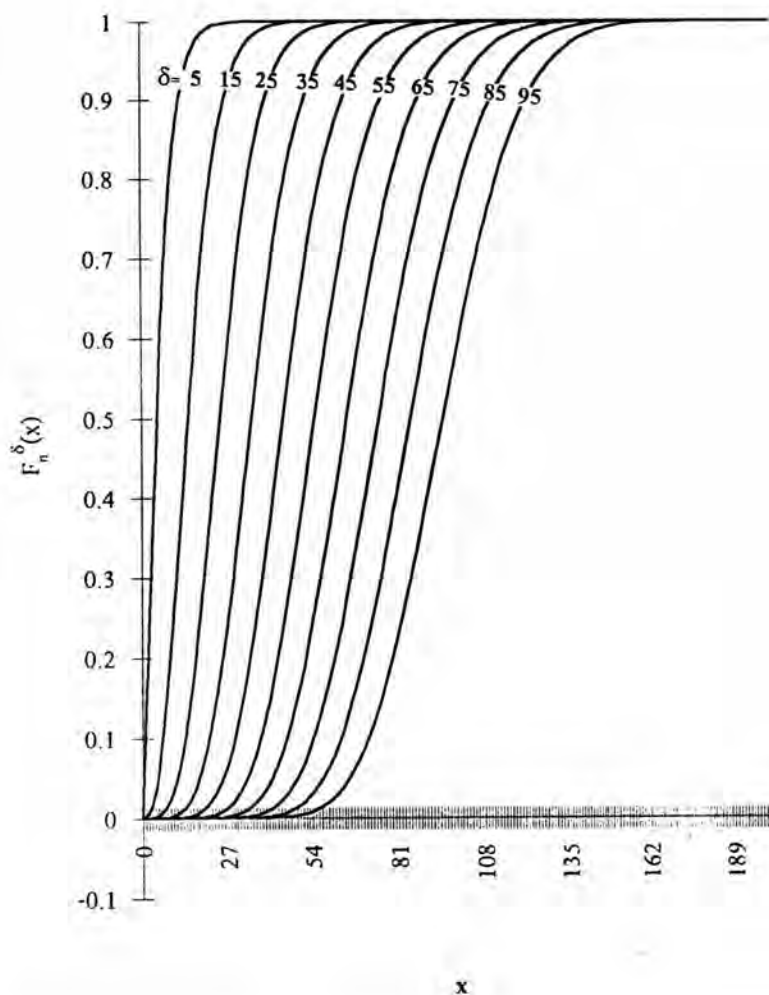
1. เมื่อเพิ่มค่า x จากตารางที่ 4.2 - ตารางที่ 4.21 เราจะเห็นได้ว่า วิธีที่ 2 (กรณี δ มีค่าน้อย ๆ) และวิธีที่ 3 ค่าส่วนใหญ่มีแนวโน้มใกล้ค่าจริงเพิ่มขึ้น (RE ลดลง) แต่วิธีที่ 2 (กรณี δ มีค่ามากขึ้น) การเพิ่มค่า x ถึงค่าหนึ่งจะทำให้ RE (วิธีที่ 2) คงที่ เนื่องจากขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการคำนวณวิธีที่ 2 และวิธีที่ 3 สามารถกำหนดขอบเขตของค่าความคลาดเคลื่อนได้ (ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้มีความคลาดเคลื่อนได้ไม่เกิน 10^{-5}) แต่การเพิ่มค่า x มีผลทำให้ค่า $F_{\delta}^s(x)$ มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

ทำให้การพิจารณาค่า RE ลดลงหรืออาจกล่าวได้ว่าเมื่อเพิ่มค่า x มีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ ของวิธีที่ 2 และวิธีที่ 3 มีแนวโน้มใกล้ค่าจริงเพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธีที่ 4 เมื่อเพิ่มค่า x ค่าส่วนใหญ่มีแนวโน้มใกล้เคียงค่าจริงน้อยลง (RE เพิ่มขึ้น) เนื่องจากขั้นตอนวิธีในการคำนวณวิธีที่ 4 ไม่มีการกำหนดขอบเขตของค่าความคลาดเคลื่อน การเพิ่มค่า x ทำให้ค่าประมาณที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นด้วย แต่อย่างไรก็ตาม กรณีของค่าความเป็นอิสระ = 99 วิธีที่ 4 (กรณี δ มีค่ามาก ๆ) เมื่อเพิ่มค่า x ค่าส่วนใหญ่ก็ยังคงมีแนวโน้มใกล้เคียงค่าจริงน้อยลง (RE เพิ่มขึ้น) แต่วิธีที่ 4 (กรณี δ มีค่าน้อย ๆ) เมื่อเพิ่มค่า x ค่าส่วนใหญ่มีแนวโน้มใกล้เคียงค่าจริงมากขึ้น (RE ลดลง) เนื่องจากกรณีที่ x และ δ มีค่าน้อย ๆ ขั้นตอนวิธีในการคำนวณวิธีที่ 4 มีผลทำให้ค่าที่ใช้ในการคำนวณน้อยผิดปกติและค่าประมาณ $F_n^\delta(x)$ ไม่คู่เข้าค่าจริง

2. เมื่อเพิ่มค่า δ จากตารางที่ 4.2 - ตารางที่ 4.21 เราจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 3 เมื่อเพิ่มค่า δ ค่าส่วนใหญ่มีแนวโน้มใกล้เคียงค่าจริงน้อยลง (RE เพิ่มขึ้น) เนื่องจากการคำนวณวิธีที่ 3 เรียกใช้งานฟังก์ชัน `gammds` ซึ่งฟังก์ชันนี้มีการวนรอบขึ้นอยู่ค่า δ และในการวนรอบแต่ละครั้งค่าที่ได้เป็นค่าประมาณของฟังก์ชันแกมมา เมื่อ δ มีค่ามากขึ้นทำให้ฟังก์ชันนี้วนรอบมากขึ้นและมีความคลาดเคลื่อนสูง ในขณะที่วิธีที่ 2 และวิธีที่ 4 ค่าส่วนใหญ่มีแนวโน้มใกล้ค่าจริงเพิ่มขึ้น (RE ลดลง) เนื่องจากวิธีที่ 2 เรียกใช้งานฟังก์ชัน `chi1` และวิธีที่ 4 เรียกใช้งานฟังก์ชัน `alnorm` ซึ่งฟังก์ชันทั้งสองไม่ใช้ค่า δ ในการวนรอบ

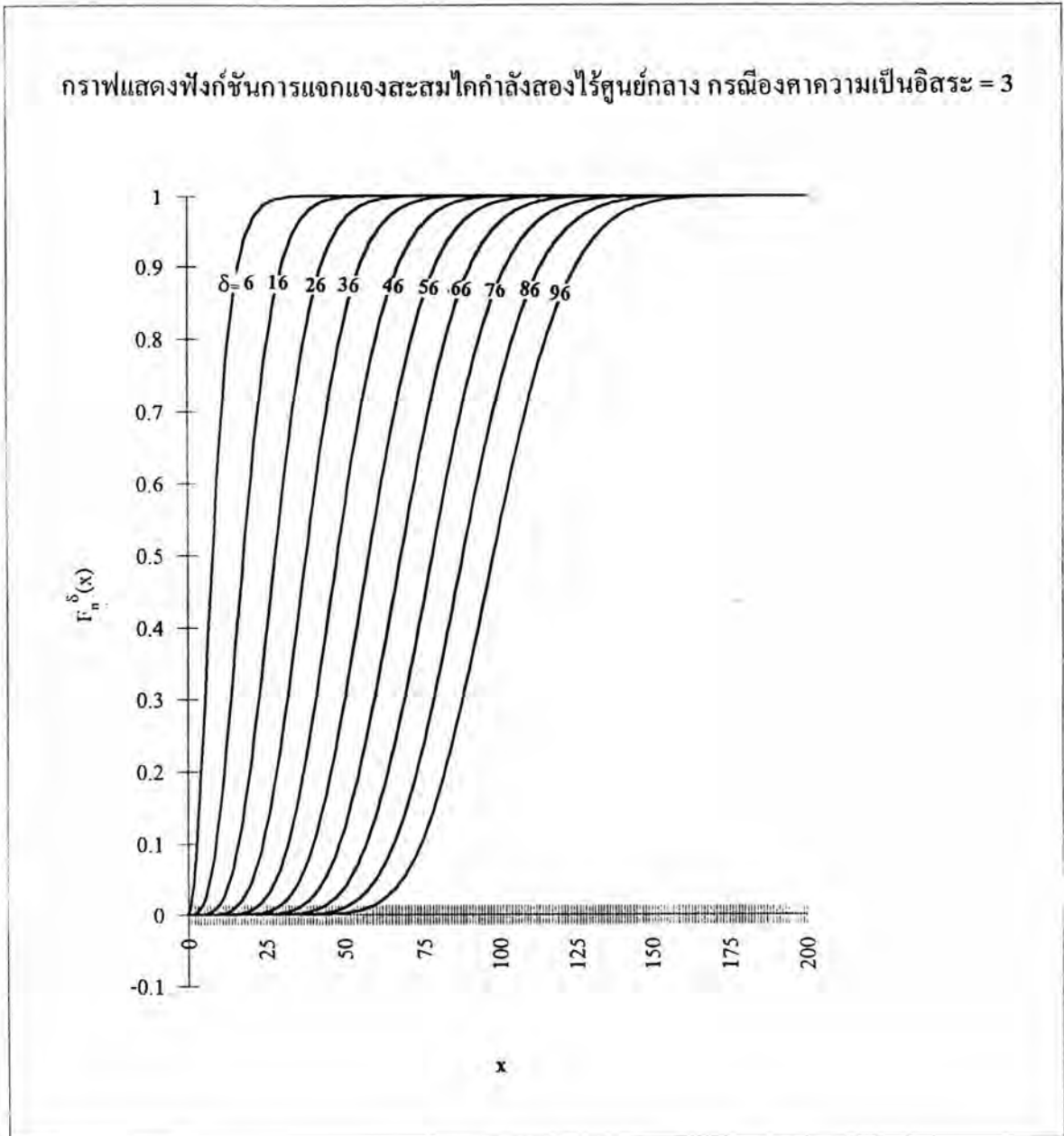
3. เมื่อพิจารณาภาพรวม จากตารางที่ 4.2 - ตารางที่ 4.21 เราจะเห็นได้ว่าค่า $F_n^\delta(x)$ แปรผันตามค่า x แต่แปรผกผันกับค่า δ นั่นคือจากตารางเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x เพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าลดลง ซึ่งเราอาจแสดงการพล็อตค่า $F_n^\delta(x)$ กับค่า x และ δ ได้ดังรูปภาพที่ 5.1 - รูปภาพที่ 5.10

กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไว้ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 1



รูปภาพที่ 5.1

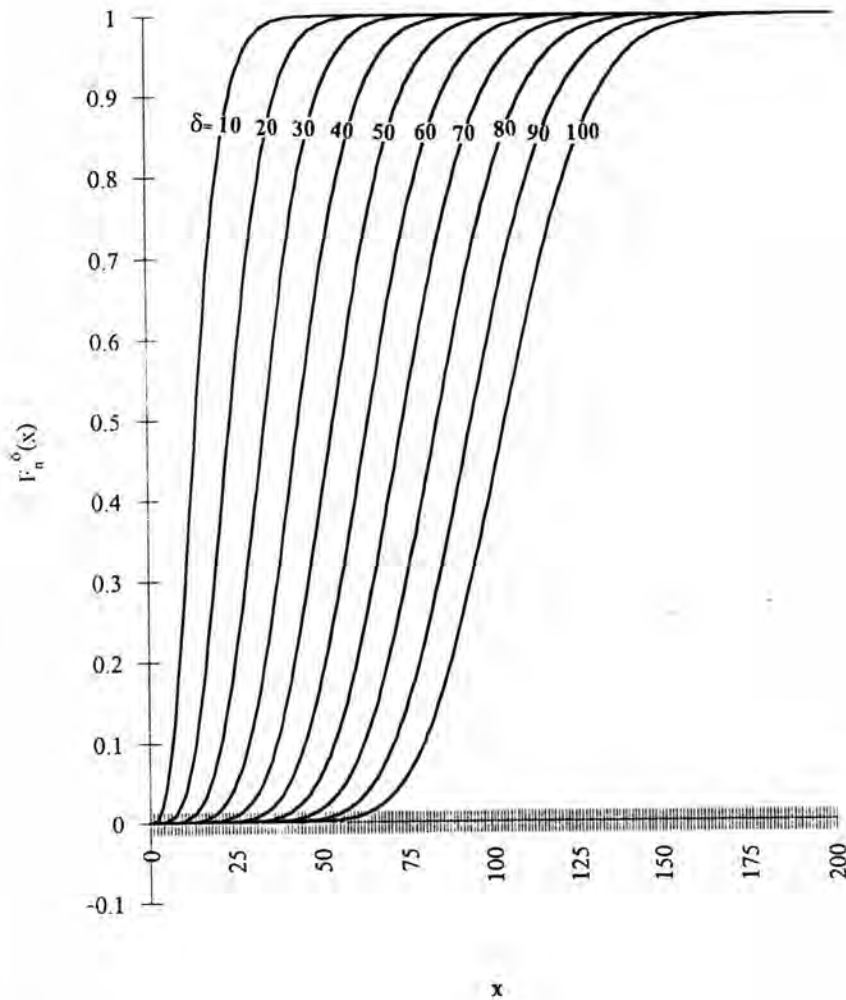
จากรูปภาพที่ 5.1 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไว้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 1 โดยพิจารณาว่า x ตั้งแต่ 0 ถึง 170 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า



รูปภาพที่ 5.2

จากรูปภาพที่ 5.2 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกกำลังสองไร้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 3 โดยพิจารณาว่า x ตั้งแต่ 0 ถึง 170 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

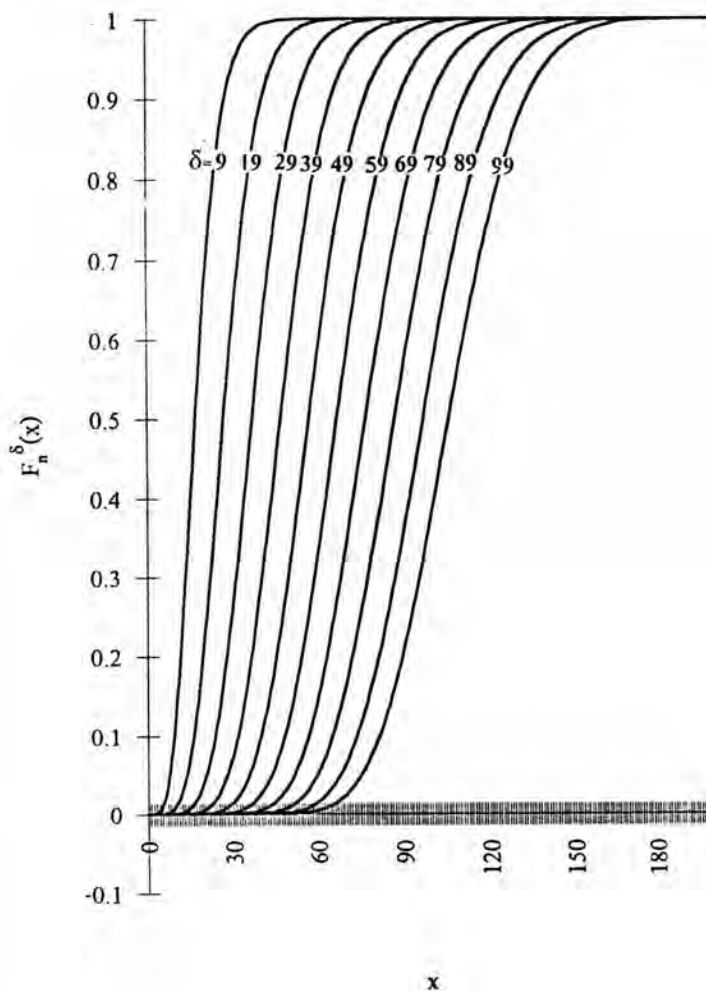
กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไร่ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 5



รูปภาพที่ 5.3

จากรูปภาพที่ 5.3 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไร่ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 5 โดยพิจารณาว่า x ตั้งแต่ 0 ถึง 175 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

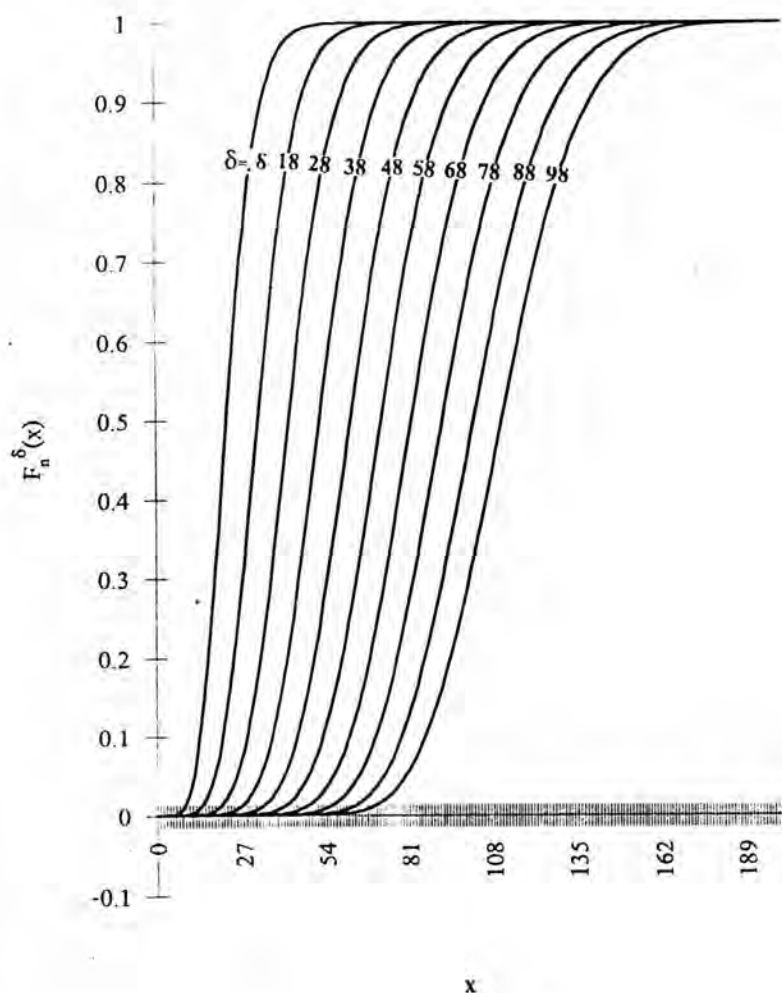
กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกกำลังสองไร้ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 9



รูปภาพที่ 5.4

จากรูปภาพที่ 5.4 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกกำลังสองไร้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 9 โดยพิจารณาค่า x ตั้งแต่ 0 ถึง 175 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

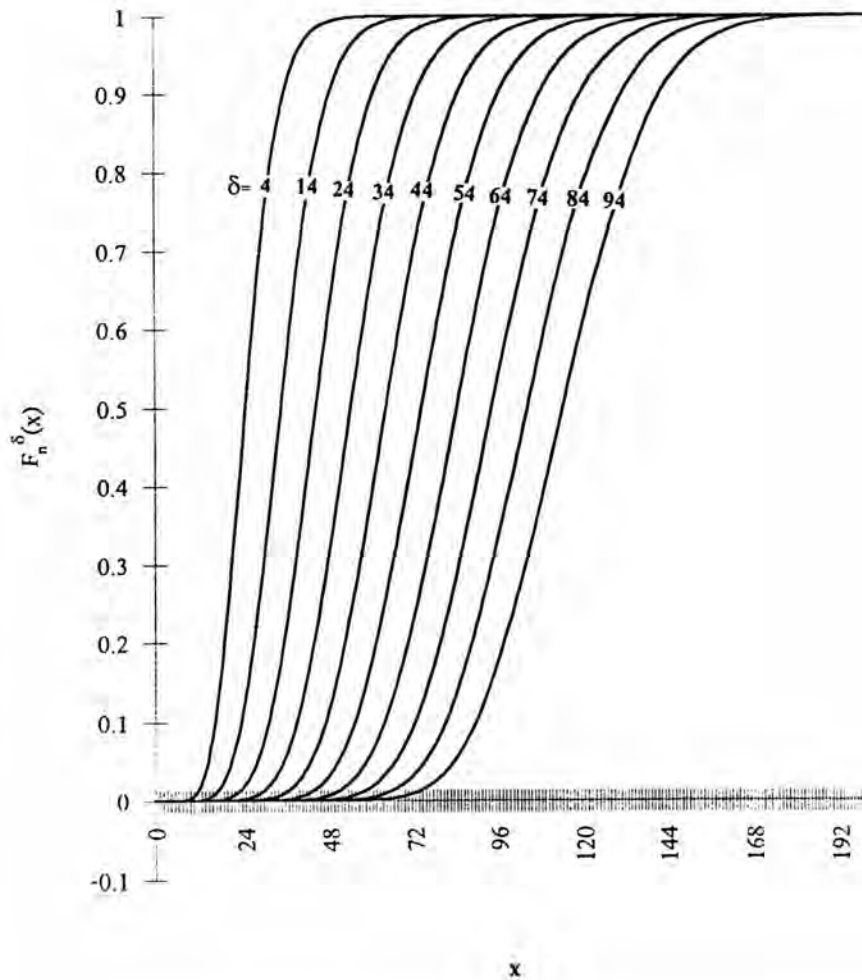
กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไร่ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 15



รูปภาพที่ 5.5

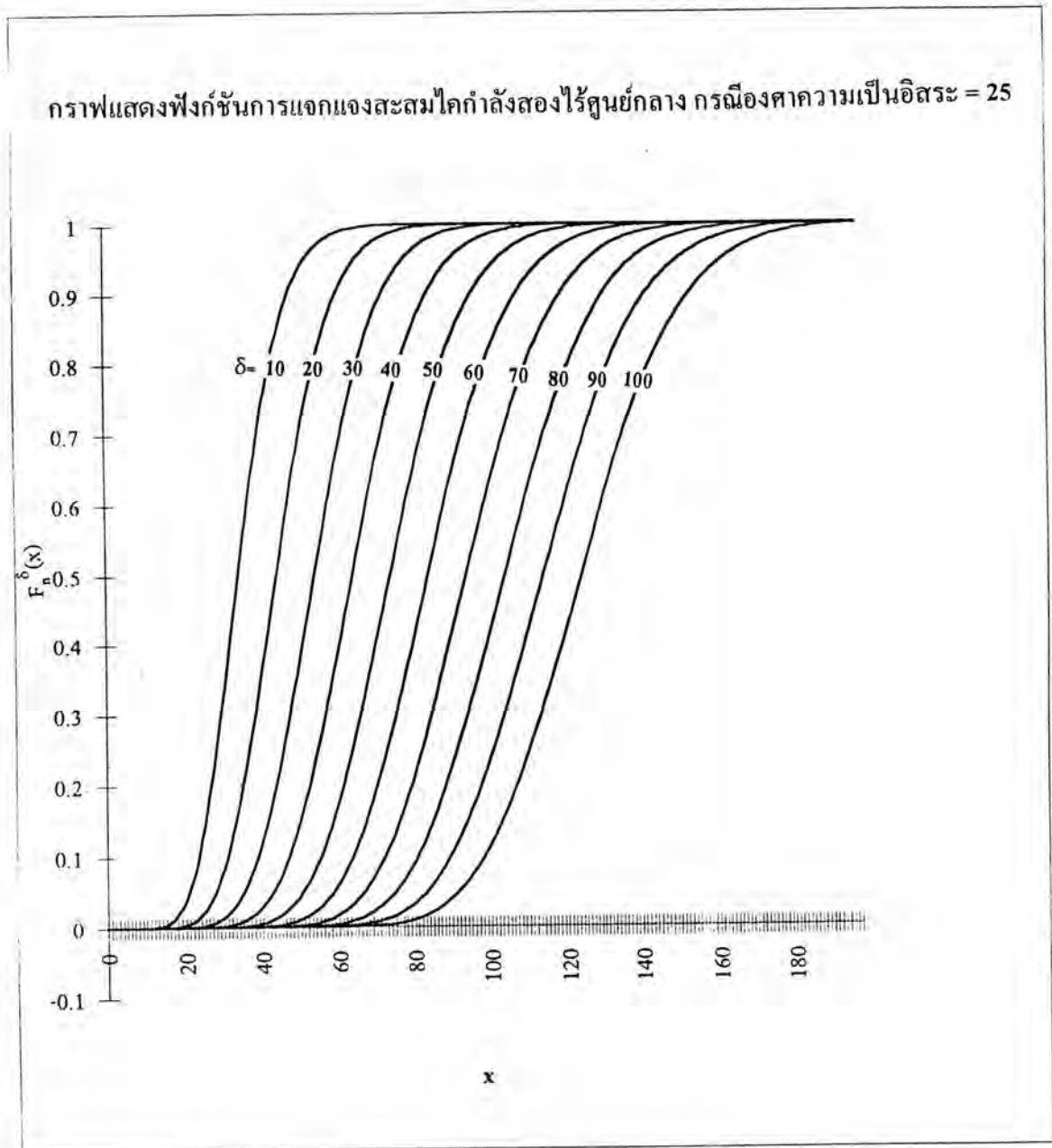
จากรูปภาพที่ 5.5 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าถึงสองไร่ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 15 โดยพิจารณาค่า x ตั้งแต่ 0 ถึง 187 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไร้ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 21



รูปภาพที่ 5.6

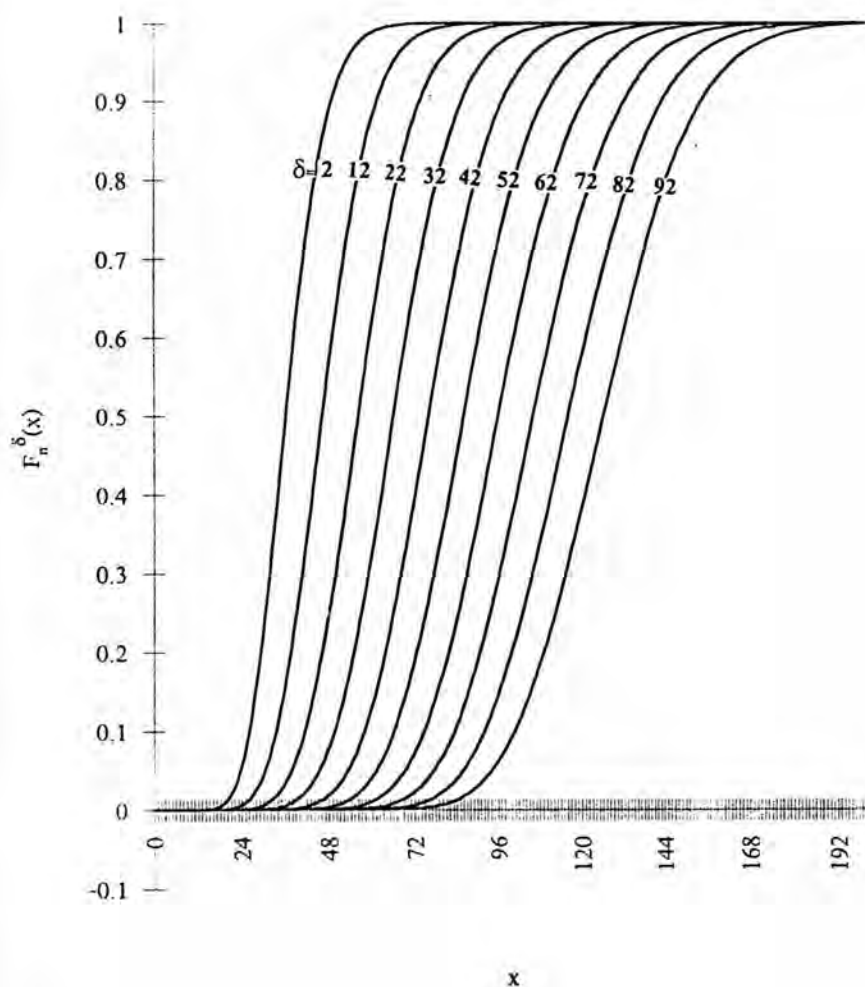
จากรูปภาพที่ 5.6 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไร้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 21 โดยพิจารณา x ตั้งแต่ 4 ถึง 187 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า



รูปภาพที่ 5.7

จากรูปภาพที่ 5.7 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโตกำลังสองไร้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีของความน่าจะเป็นอิสระ = 25 โดยพิจารณา x ตั้งแต่ 11 ถึง 196 และเราจะเห็นได้ว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่า จะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

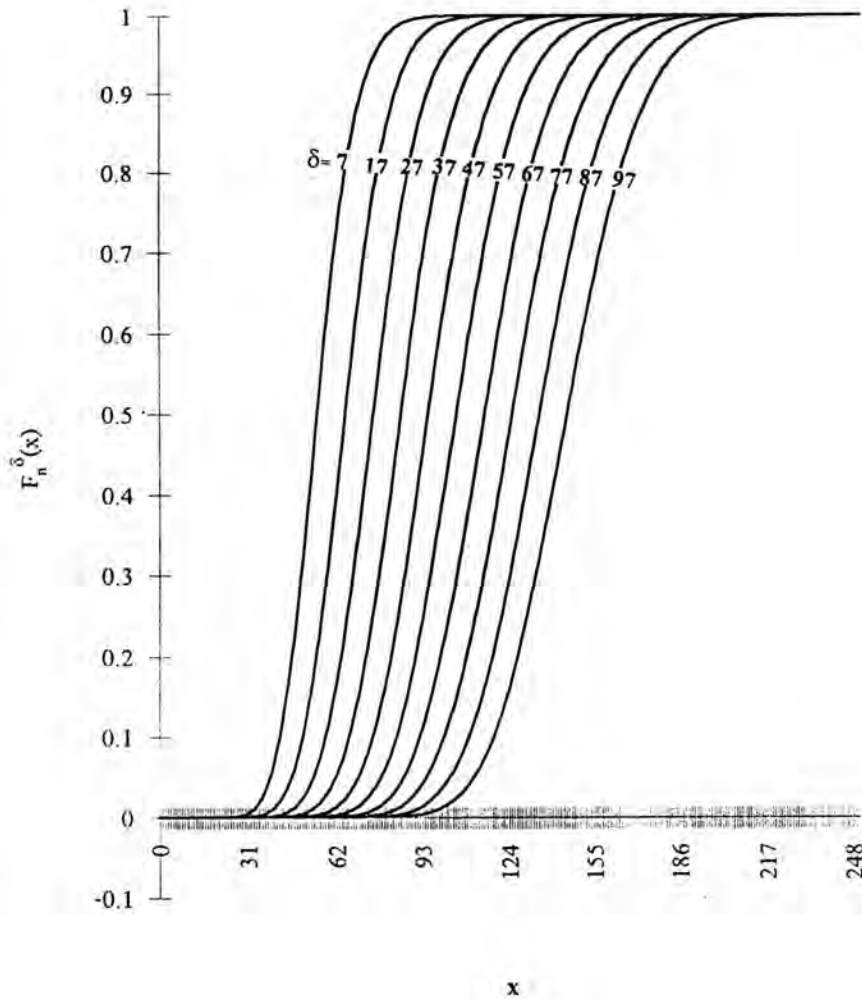
กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลึงสองไว้ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 35



รูปภาพที่ 5.8

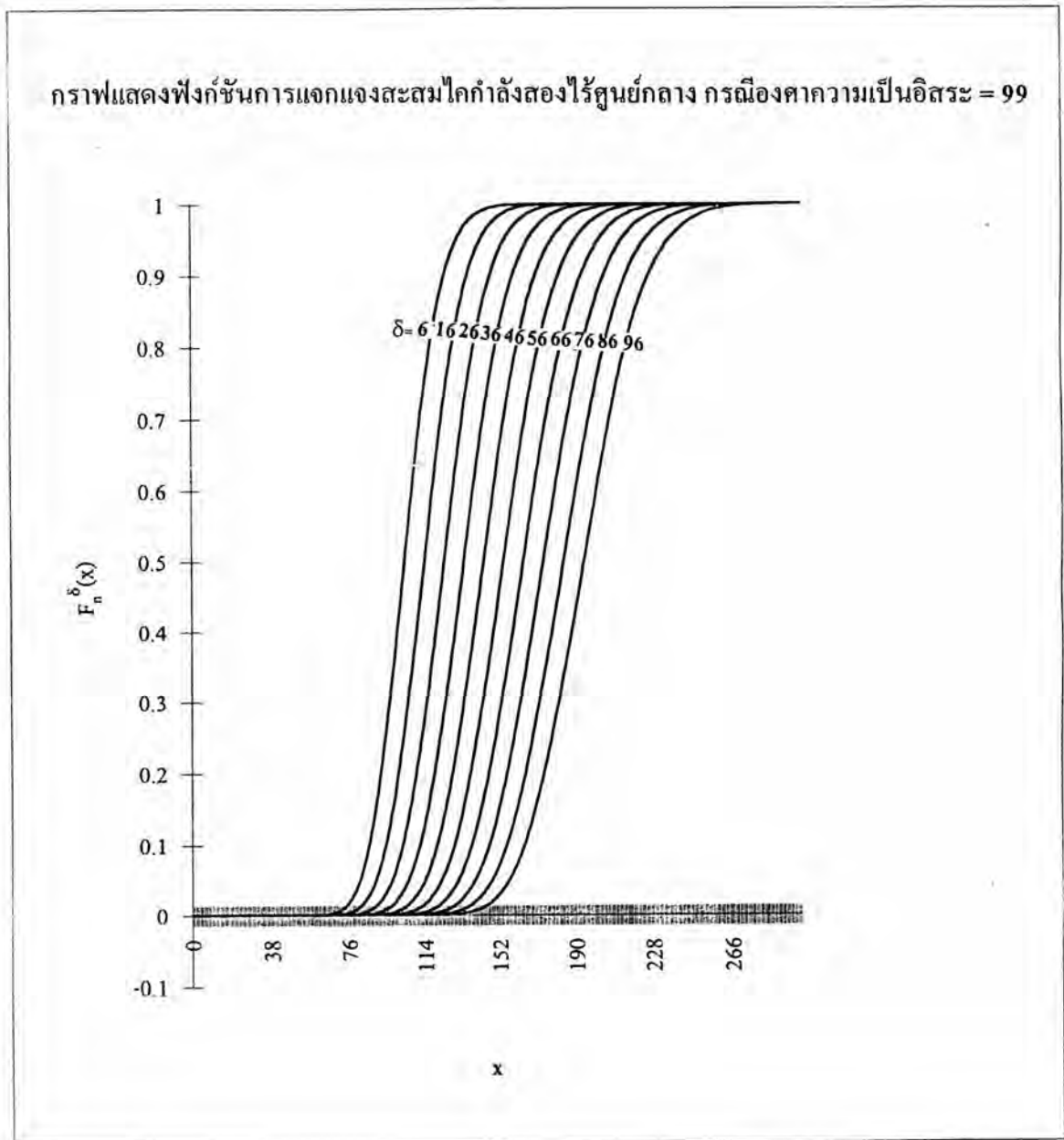
จากรูปภาพที่ 5.8 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลึงสองไว้ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 35 โดยพิจารณาค่า x ตั้งแต่ 11 ถึง 200 และเราจะเห็นได้ว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่า จะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก้าลึงสองไร่ศูนย์กลาง กรณีองศาความเป็นอิสระ = 49



รูปภาพที่ 5.9

จากรูปภาพที่ 5.9 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก้าลึงสองไร่ศูนย์กลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 49 โดยพิจารณาว่า x ตั้งแต่ 21 ถึง 220 และเราจะเห็นได้ว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่า จะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า



รูปภาพที่ 5.10

จากรูปภาพที่ 5.10 ซึ่งเป็นกราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลึงสองไร่ศูนย์กกลาง ($F_n^\delta(x)$) กรณีองศาความเป็นอิสระ = 99 โดยพิจารณาค่า x ตั้งแต่ 58 ถึง 277 และเราจะเห็นได้ว่าเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นค่า $F_n^\delta(x)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยเนื่องจากเป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม แต่เมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้นมีผลทำให้ค่า $F_n^\delta(x)$ มีค่าลดลงเนื่องจากที่ x จุดเดียวกัน $F_n^\delta(x)$ ของค่า δ ที่มีค่าน้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าค่า δ ที่มีค่ามากกว่า

4. เมื่อพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย จากตารางที่ 4.12 - ตารางที่ 4.21 ซึ่งเป็นตารางแสดงค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์และค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย เราจะเห็นได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยเมื่อพิจารณาแต่ละองศาความเป็นอิสระคือ เมื่อองศาความเป็นอิสระ มีค่าเพิ่มขึ้นค่า ARE(วิธีที่ 2) และ ARE(วิธีที่ 4) มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นด้วยซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธีที่ 2 และ วิธีที่ 4 มีความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นเมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้น และค่า ARE(วิธีที่ 3) มีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างใกล้เคียงกันในแต่ละองศาความเป็นอิสระ หรืออาจกล่าวได้ว่าวิธีที่ 2 จะให้ความแม่นยำเมื่อองศาความเป็นอิสระมีค่าน้อย ๆ แต่เมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้นวิธีนี้จะมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธีที่ 3 ในการพิจารณาแต่ละองศาความเป็นอิสระจะให้ความแม่นยำที่ใกล้เคียงกัน และวิธีที่ 4 จะให้ความแม่นยำเมื่อองศาความเป็นอิสระมีค่าน้อย ๆ เมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้นวิธีนี้จะมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกับวิธีที่ 2 แต่อย่างไรก็ตามเราจะเห็นได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยแยกตามองศาความเป็นอิสระทุกกรณีให้ผลที่สอดคล้องกัน และเมื่อพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยของวิธีที่ 2 มีค่า 0.001404798 วิธีที่ 3 มีค่า 0.149598054 และวิธีที่ 4 มีค่า 31.85429835 ทำให้เราสามารถสรุปได้ว่าวิธีที่ใกล้เคียงค่าจริง(วิธีที่ 1)มากที่สุดคือวิธีที่ 2 รองลงมาคือวิธีที่ 3 ส่วนวิธีที่ 4 ให้ค่าใกล้เคียงค่าจริงน้อยที่สุด

5. เมื่อพิจารณาเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จากตารางที่ 4.23 ซึ่งเป็นตารางแสดงเวลา(มิลลิวินาที) ที่ใช้ในการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลังสองไร่ศูนย์กลาง และตารางที่ 4.24 ซึ่งเป็นตารางแสดง RT ที่ใช้ในการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลังสองไร่ศูนย์กลาง ผลที่ได้จากตารางที่ 4.21 เราจะเห็นได้ว่าวิธีที่สามารถทำการคำนวณได้เร็วที่สุดคือวิธีที่ 4 รองลงมาคือ วิธีที่ 2 วิธีที่ 1 และวิธีที่ 3 ตามลำดับ ในการพิจารณาเวลาในการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลังสองไร่ศูนย์กลางทำให้สามารถคำนวณหาเวลาเฉลี่ย(คำนวณจาก 10,360 ค่า)ที่ใช้ในการคำนวณของแต่ละวิธีได้ดังนี้คือ เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการคำนวณวิธีที่ 1 ใช้เวลา 21.44 มิลลิวินาที วิธีที่ 2 ใช้เวลา 16.98 มิลลิวินาที วิธีที่ 3 ใช้เวลา 74.25 มิลลิวินาที และวิธีที่ 4 ใช้เวลา 1.09 มิลลิวินาที และเมื่อพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคก่าลังสองไร่ศูนย์กลาง กรณีที่องศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้น วิธีที่ 1, 2, 3 และ 4 จะใช้เวลาในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นด้วย เนื่องจากการวนรอบขึ้นกับค่าองศาความเป็นอิสระ (พิจารณาจากฟังก์ชัน gammuds ฟังก์ชัน gamma และ โปรแกรมย่อย ruben) กรณีที่องศาความเป็นอิสระคงที่ เมื่อ δ เพิ่มขึ้น เราจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 1, 2 และ 3 จะใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้น เนื่องจากการวนรอบขึ้นกับค่า δ และจากตารางจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 3 (พิจารณาจากโปรแกรมย่อย oddash) ใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าวิธีอื่นทั้งนี้เนื่องจากการวนรอบของวิธีนี้ขึ้นกับค่า δ และค่า x ทำให้ต้องมีการวนรอบมากกว่าวิธีอื่น ในขณะที่

ที่วิธีที่ 4 จะใช้เวลาใกล้เคียงกัน(โดยเฉพาะกรณีที่ต้องหาความเป็นอิสระ = 1 วิธีที่ 4 ทำงานได้เร็วมาก เนื่องจากกรณีนี้ไม่ต้องวนรอบ) เมื่อพิจารณาค่า RT จะเห็นได้ว่า จะเห็นว่าค่า RT ที่ทุกองศาความเป็นอิสระให้ผลที่สอดคล้องกันทุกกรณี กล่าวคือ วิธีที่ใช้เวลาน้อยที่สุดคือ วิธีที่ 4 รองลงมาคือ วิธีที่ 2 วิธีที่ 1 และวิธีที่ 3 ตามลำดับ ส่วนค่า ART(วิธีที่ 1) = 4.83 ART(วิธีที่ 2) = 3.83 และ ART(วิธีที่ 3) = 14.13 ซึ่งให้ผลที่สอดคล้องกับค่า RT จากการพิจารณาเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 4 มีความเร็วสูงมากเมื่อเทียบกับวิธีอื่น ๆ ที่กล่าวมาข้างต้นโดยใช้เวลาโดยเฉลี่ยประมาณ 1 มิลลิวินาทีต่อการคำนวณค่า 1 ค่า ซึ่งจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 3 ทำงานช้ากว่าวิธีอื่นเนื่องมาจากการวนรอบที่มากกว่าวิธีอื่น เช่น กรณีองศาความเป็นอิสระ = 35 $\delta = 35$ และ $x = 75$ วิธีที่ 3 ใช้การวนรอบมากถึง 50 รอบ ในขณะที่วิธีที่ 1, 2 ใช้การวนรอบ 30 รอบ และวิธีที่ 4 ใช้การวนรอบ 17 (ซึ่งคำนวณได้จาก $(35-1)/2$) รอบ และเราจะเห็นได้ว่าการวนรอบของวิธีที่ 3 ขึ้นกับค่า δ และค่า x การคำนวณค่ากรณีที่ δ มีค่าสูงซึ่งค่า x จะสูงด้วยจะทำให้วิธีนี้ทำงานได้ช้ามาก และเมื่อพิจารณาถึงแฟ้มภาษาเครื่อง (object file) ซึ่งเป็นขนาดของโปรแกรมหรือชุดคำสั่งที่แปลเป็นภาษาเครื่องแล้วโดยการแปลนี้จะทำได้โดยอาศัยตัวแปล (translator) ซึ่งมีเก็บไว้ในชุดคำสั่งระบบ (system software) โดยปกติผู้เขียนโปรแกรมมักจะเขียนโปรแกรมหรือชุดคำสั่งของตนเป็นภาษาระดับสูง (high level language) ซึ่งในที่นี้คือภาษาซีเพราะเขียนได้ง่ายกว่าแต่เครื่องจะไม่เข้าใจจึงต้องมีการแปลเป็นโปรแกรมภาษาเครื่อง (object program) และจะเห็นได้ว่าขนาดของแฟ้มภาษาเครื่องของวิธีที่ 3 มีขนาดใหญ่ที่สุด (9,587 ไบต์) รองลงมาคือวิธีที่ 2 (9,320 ไบต์) วิธีที่ 1 (9,310 ไบต์) และวิธีที่ 4 มีแฟ้มภาษาเครื่องขนาดเล็กที่สุด (9,015 ไบต์)

แต่อย่างไรก็ตามจากการพิจารณาตารางที่ 4.2 - ตารางที่ 4.24 ซึ่งเราจะเห็นได้ว่าวิธีที่ 4 มีเวลาในการคำนวณน้อยมากแต่ความคลาดเคลื่อนก็สูงที่สุด ในขณะที่วิธีที่ 2 ใช้เวลาในการคำนวณน้อยเป็นอันดับที่ 2 แต่การประมาณค่าก็มีความถูกต้องมากที่สุด และวิธีที่ 3 ใช้เวลาในการคำนวณสูงที่สุดและการประมาณค่ามีความถูกต้องเป็นอันดับที่ 2

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการนำวิธีการคำนวณแต่ละวิธีมาใช้งานนั้นมีความสำคัญมากเนื่องจากการเลือกใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมจะทำให้สามารถใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดได้เหมาะสมคือสามารถใช้ทรัพยากรได้อย่างประหยัดทั้งด้านเวลา พลังงานและค่าใช้จ่าย ซึ่งในการเลือกใช้งานวิธีการคำนวณทั้ง 4 วิธีสามารถสรุปได้ดังนี้ ในการประยุกต์ใช้งานจะเห็นได้ว่า หากต้องการนำวิธีการคำนวณ

ที่มีความถูกต้องมาก ๆ การประมาณค่าด้วยวิธีที่ 2 เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากมีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ต่ำที่สุดและใช้เวลาในการคำนวณโดยวัดจากเวลาสัมพัทธ์เป็นอันดับที่ 2 (รองจากวิธีที่ 4) แต่ถ้านำไปใช้งานต้องการให้มีความถูกต้องน้อยลงมาจากวิธีที่ 2 และค่าองศาความเป็นอิสระ เป็นเลขคี่ที่มีค่าไม่มากนักหรือองศาความเป็นอิสระเป็นเลขคี่มีค่ามากแต่ค่า δ มีค่าสูงพอสมควรการประมาณค่าด้วยวิธีที่ 4 จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดเนื่องจากเป็นวิธีที่จะให้ผลลัพธ์ที่รวดเร็วที่สุดและวิธีนี้ให้ผลลัพธ์ที่เร็วกว่าวิธีอื่น ๆ มากเมื่อพิจารณาจากค่าเวลาสัมพัทธ์เฉลี่ยวิธีนี้ให้ผลลัพธ์ที่เร็วมาก ส่วนวิธีที่ 3 ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณของแอสซาวร์และแอบเบล-ชาแมคซึ่งคิดขึ้นในปี ค.ศ. 1990 ได้พยายามแก้ไขการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไว้ศูนย์กลางของรูเบน เบิก และโกวินดาราจูล และสามารถแก้ไขกรณีที่องศาความเป็นอิสระเป็นเลขคี่มีค่ามากแต่ค่า δ มีค่าน้อยได้แต่ใช้เวลาในการคำนวณสูงมาก ดังนั้นแอสซาวร์และแอบเบล-ชาแมคจึงได้นำเสนอวิธีที่ 2 ซึ่งเป็นการคำนวณค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมโคกำลังสองไว้ศูนย์กลางโดยตัดแปลงการคำนวณจากค่าจริงให้มีประสิทธิภาพด้านความเร็วมากขึ้นและความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ต่ำที่สุดด้วย

รูปภาพที่ 5.11 แสดงแผนผังการพิจารณาเลือกใช้วิธีการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงสะสมไว้ศูนย์กลาง

