

โครงการวิจัยย่อยลำดับที่ 10

เรื่อง การประเมินประสิทธิภาพสำหรับโครงข่าย TCP/IP ผ่านดาวเทียม ปีที่ 5

เรื่อง การศึกษาการแปลง wavelet และการประยุกต์, ธรรมชาติของการควบคุมเสียงและการได้ยิน, ระบบควบคุมตัวการเคลื่อนตัวของดาวเทียมอัจฉริยะ, การเข้ารหัสแบบ ciphers และการนำมาประยุกต์

1. ผู้รับผิดชอบโครงการ รองศาสตราจารย์ ดร. ประสิทธิ์ ทีฆพุดมิ

2. วัตถุประสงค์ของโครงการ

- 1 ศึกษาการแปลง wavelet เพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับระบบสื่อสารผ่านดาวเทียม
- 2 ศึกษาธรรมชาติระบบควบคุมเสียงและแบบจำลองการฟัง
- 3 ศึกษากระบวนการควบคุมดาวเทียมอัจฉริยะ ในส่วนระบบควบคุมวงโคจรของดาวเทียม
- 4 การเข้ารหัสแบบ ciphers และการประยุกต์

3. ขอบเขตหรือเป้าหมายของโครงการ

- 1 จำลองการแปลงเวฟเล็ตโดยการเขียนโปรแกรม
- 2 ศึกษาจำลองระบบควบคุมเสียงและแบบจำลองการได้ยิน
- 3 ศึกษากระบวนการควบคุมดาวเทียมอัจฉริยะ
- 4 ศึกษาการเข้ารหัสแบบ ciphers

4. ส่วนงานที่ได้ดำเนินการไปแล้ว

- 1 ศึกษาทฤษฎีที่จะนำมาใช้ ในการแปลง Wavelet
- 2 จำลองและวิเคราะห์ระบบควบคุมเสียงและการฟัง
- 3 ศึกษาในส่วนทฤษฎีของระบบควบคุมดาวเทียมอัจฉริยะ
- 4 ศึกษาการเข้ารหัสแบบ ciphers

5. ส่วนงานที่จะดำเนินการต่อไป

- 1 ศึกษาส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารผ่านดาวเทียมต่อไป
- 2 ศึกษาและลองประยุกต์ใช้โปรแกรมในการทดลองและประมวลผลการวิจัยต่อไป

จากที่ผ่านมาเราได้ศึกษาตัวอย่าง wavelet แม่ชนิดต่างๆ ที่นิยมใช้เป็นต้นแบบ ในการแปลง wavelet ต่อไปนี้เราจะศึกษา model ทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นในการแปลง wavelet

ทั้งทาง discrete และ continuous

การแปลง Wavelet ในทาง continuous

$$\psi_x^w(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \times \psi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt$$

โดย $\psi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right)$ คือ สัญญาณของ Mother wavelet ชนิดที่เราเลือก

$x(t)$ คือ ฟังก์ชันที่เราต้องการแปลง wavelet

s คือ ปริมาณ scale ที่มีไว้เพื่อปรับลดพลังงานของ wavelet ลูกมีค่าเท่า wavelet แม่ เท่านั้น

ถ้าฟังก์ชันที่เราต้องการแปลงมีมากกว่า 1 มิติ คือ $f(t) = L^2(R^n)$ $n =$ จำนวนมิติ

Mother Wavelet ก็ต้องมี n มิติด้วย โดย ถ้า mother wavelet คือ $\psi(t)$

เราจะขยาย Mother wavelet เป็น

$$\psi(t) = \psi_s(t_1) \times \psi_s(t_2) \dots \psi_s(t_n)$$

เราจะได้ Mother wavelet เป็น

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|^n}} \times \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

โดย a,b เป็นค่าคงที่

การแปลง wavelet ชนิด discrete

การแปลง Wavelet ชนิด discrete นั้นเหมือนหนึ่งการแปลง wavelet แบบ continuous แต่มีค่าคงที่ๆ เปรียบเสมือนการถ่วงจุดเพิ่มขึ้น คือ a^m, b_0 และทำให้ได้สูตร

Mother wavelet ดังนี้

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \times \psi\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right)$$

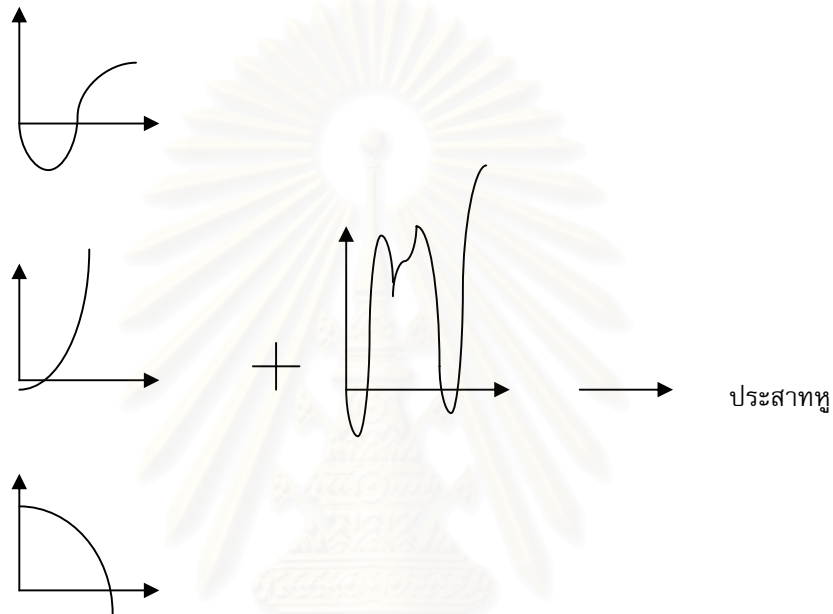
และมีสูตรการแปลง Wavelet คือ

$$CTWS_{\psi} f(m,n) = \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \int f(t) \times \psi\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right) dt$$

ระบบการฟังและการได้ยินและการจำลอง model ทางคณิตศาสตร์

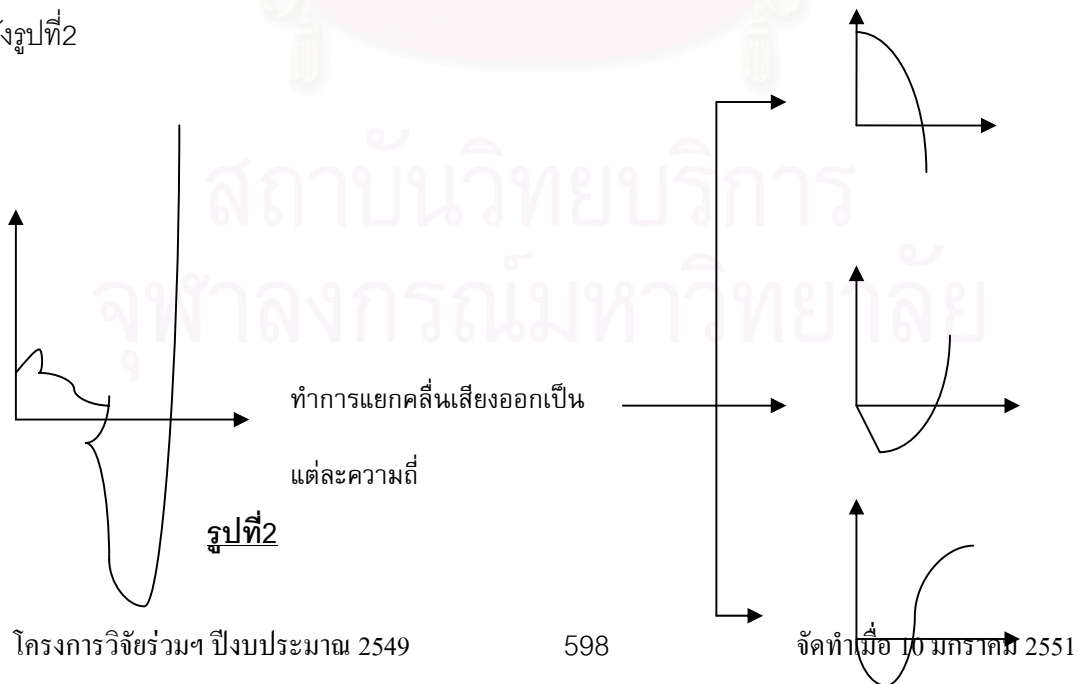
ลักษณะโดยธรรมชาติของหู

โดยปกติเสียงที่เราได้ยินนั้นจะมีลักษณะเป็นคลื่นรูป Sinusoid มีหลากหลายความถี่ แล้วจึงรวมตัวกันเคลื่อนที่เข้ากระทบ อวัยวะภายในหู ดังรูป



รูปที่ 1

ประสาทหูจะทำการแยกคลื่นเสียงแต่ละความถี่ออกจากกันแล้วจึงส่งไปประมวลผลที่สมอง ดังรูปที่ 2



แสดงว่า เราสามารถที่จะทำการกระจายฟังก์ชันสัญญาณเสียง ออกเป็นอนุกรมฟูเรียร์
แล้วพิจารณาได้ ดังนี้ คือ

โดยฟังก์ชันสัญญาณเสียงเมื่อรวมทุกคลื่นเสียงแล้วส่งเข้าปราสาทหู มีลักษณะ ดังนี้

$$p(t) = A + \frac{2At}{T}$$

เมื่อ A = amplitude ของสัญญาณเสียง

T = คาบของสัญญาณเสียง

และเราพบว่า model ทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันของเสียงที่จะถูกส่งเข้า

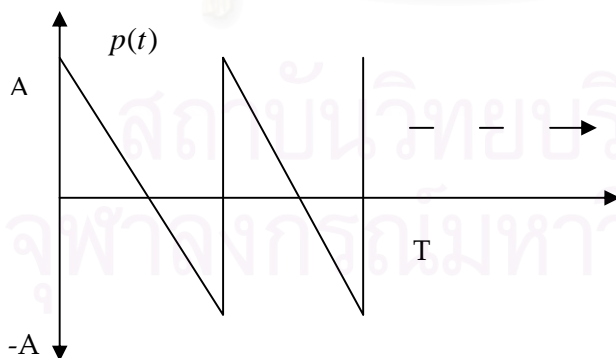
กระทบประสาทหูว่ามีลักษณะเป็น

$$p(t) = A - \frac{2At}{T}$$

โดย A =amplitude, T =คาบของสัญญาณ

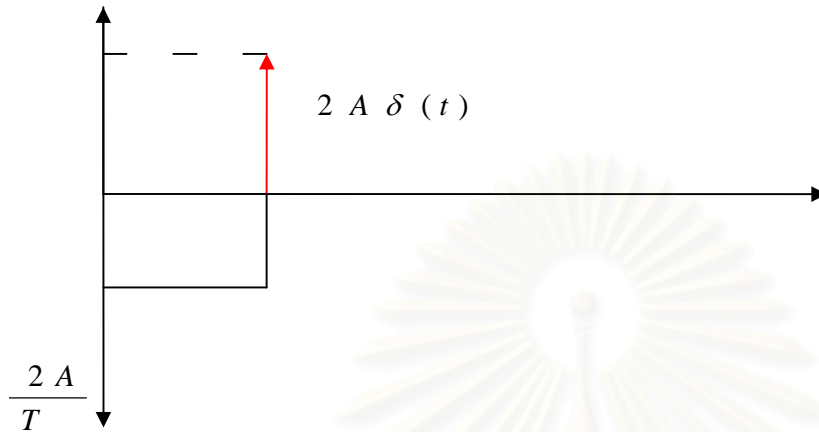
เราจะทำการวิเคราะห์สัญญาณเสียง $p(t)$ โดย อนุกรมฟูเรียร์

ลักษณะ $P(t)$ ใน 1คาบ คือ



โดยเราจะทำการวิเคราะห์หาอนุกรมฟูเรียร์ ดังนี้

อนุพันธ์ของสัญญาณ $p(t)$ ได้ ลักษณะดังนี้



และ Complex ฟูรีเยร์มีลักษณะ คือ

$$C_n = \frac{1}{T} \left(\int_0^T \frac{-2A}{T} e^{-j\omega t} dt + 2A(e^{-j\omega T}) \downarrow_{t=T} \right)$$

$$C_n = \frac{2A}{j\omega T^2} (e^{-j\omega T} - 1) + \frac{2A}{T} e^{-j\omega T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2A}{T}$$

เพราะฉะนั้น สัมประสิทธิ์ complex ฟูรีเยร์ ของ $p(t)$ คือ

$$C_{n,p(t)} = \frac{\frac{2A}{T}}{jk \frac{2\pi}{T}} = \frac{-Aj}{k\pi}$$

เพราะฉะนั้น สัมประสิทธิ์ sinusoid ฟูรีเยร์ ของ $p(t)$ คือ

$$B_{n,p(t)} = \frac{2A}{k\pi}$$

ดังนั้นสัญญาณเสียง $p(t)$ จะกระจายได้เป็น

$$p(t) = \left(\frac{2A}{\pi}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)$$

โดยส่วนใหญ่ คาบ(T) จะมีค่า ประมาณ 0.0002 วินาที

ถ้าเรา plot กราฟ p(t) โดยประมาณ n=4 ค่า amplitude = 1 จะได้กราฟประมาณที่เกิดขึ้น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ระบบควบคุมดาวเทียมอัจฉริยะ

ในการปรับมุมของการเคลื่อนตัวของดาวเทียมนั้น นอกจากจะใช้ระบบควบคุมทั่วไป แล้วนั้นในปัจจุบันได้มีการพัฒนา “ระบบควบคุมอัจฉริยะ” ซึ่งทำหน้าที่ ตรวจสอบการเคลื่อนตัวของดาวเทียมว่าเคลื่อนที่ ตรงกับวงโคจรการเคลื่อนตัวของดวงดาวที่โคจรอยู่หรือไม่ ซึ่งเราจะศึกษาถึง

การประยุกต์ใช้ linear algebra ในส่วนการรายงานการเคลื่อนตัวของดาวเทียม

การเคลื่อนตัวของดาวเทียม นั้นนอกจากจะใช้จุดศูนย์กลางวงรีเคลื่อนตัวตามวงโคจร ดัง

สมการ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ แล้วเราจะพบว่ามุมการโคจรอาจจะเบี่ยงเบนด้วยซึ่งจะมีการประยุกต์ใช้

Linear algebra ดังนี้

ทฤษฎีการหมุนแกน

รูปสมการ $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดย A, B, C, D, E, F เป็น

สมาชิกของ Real Number

มุมเบี่ยงเบน $\cot 2\theta = \frac{A - B}{C}$

แทนค่าแกนเดิมด้วย $x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$
 $y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$

ตัวอย่าง สมการวงโคจรเป็น $73x^2 - 72xy + 52y^2 + 100x - 200y + 100 = 0$

เราจะทำการหามุมเบี่ยง

$$\cot 2\theta = \frac{A - C}{B} = \frac{73 - 52}{-72} = -\frac{7}{24}, \quad \cos 2\theta = -\frac{7}{25}$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta}{2}} = \frac{4}{5}, \quad \cos \theta = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad x = \frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y', \quad y = \frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y'$$

แทนค่าในสมการวงโคจร แล้วจัดรูป

$$(x')^2 + 4(y')^2 - 4x' - 8y' + 4 = 0$$

$$\frac{(x'-2)^2}{4} + \frac{(y'-1)^2}{1} = 1$$

นำไป plot กราฟได้

$$\text{มุมเบี่ยงเบนจากแนวเดิม } \theta = \text{arc cot}\left(\frac{-7}{24}\right)/2 = \arccos\left(\frac{-7}{25}\right)/2 = 0.6435\text{rad}$$

ตัวอย่าง ตัวจับสัญญาณจับการเคลื่อนที่ของดาวเทียมได้ดังสมการ

$$6x^2 + 24xy - y^2 - 12x + 26y + 11 = 0 \text{ เทียบกับดาวที่มันโคจรอยู่}$$

$$\cot 2\theta = \frac{A-C}{B}, \cot 2\theta = \frac{6+1}{24} = \frac{7}{24}$$

$$\text{ทำให้ได้ค่า } \cos 2\theta = \frac{7}{25}$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta}{2}} = \frac{3}{5}, \cos \theta = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta}{2}} = \frac{4}{5}$$

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta = \frac{4x' - 3y'}{5}, \quad y = x' \sin \theta + y' \cos \theta = \frac{3x' + 4y'}{5}$$

แทนค่า x,y ลงในสมการวงโคจรแล้วจัดรูป

จะได้ว่า

$$\frac{(y'-7/5)^2}{3} - \frac{(x'+1/5)^2}{2} = 1$$

สมการออกมามีรูปร่างเป็น ไฮเพอร์โบลา จึงไม่ใช่สมการการเคลื่อนที่

ของวงโคจรแต่เป็นการเคลื่อนที่บางส่วนของวงโคจรวงรี(เพราะการเคลื่อนที่ของดาวเทียม

ต้องเป็นวงรีเสมอตาม 'กฎของเคปเลอร์')

นำสมการที่ได้มา plot กราฟ โดย

$$\text{กราฟที่ได้จะมี มุมเบี่ยงเบนจากแกนเดิม } \theta = \frac{\arccos\left(\frac{7}{25}\right)}{2} = 0.6435 \text{ rad}$$

การเข้ารหัส ciphers

การเข้ารหัสนั้นมีความสำคัญมากในปัจจุบันและสิ่งหนึ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในงาน ไม่ว่าจะเป็นการพิมพ์ หรือ เขียน บันทึกข้อความหรือส่งข้อมูลก็ คือ การเคาะเว้นวรรค และการเว้นวรรค

ข้อความก็ทำให้ต้องเพิ่มหน่วยความจำ เราจึงจะศึกษาการเข้ารหัส โดยไม่ต้องเก็บหน่วยความจำ

ช่องว่าง

วิธีการแบบ ciphers

กำหนดอักษรที่จะเข้ารหัสโดย set

$$\{A,B,C,\dots,Y,Z\} = \{1,2,3,\dots,25,0\}$$

เลือก matrix กำหนด เช่น

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

สมมติว่าเราต้องการพิมพ์ประโยคว่า I AM HIDING.

เราจะแยกออกเป็นทีละ 2 คำตาม ขนาด matrix กำหนดในที่นี้ เป็น 2 IA MH ID IN GG

ทำการสร้าง Matrix โดยใส่รหัสตามที่กำหนดไว้ข้างต้น

$$[9,1]^T \quad [13,8]^T \quad [9,4]^T \quad [9,14]^T \quad [7,7]^T$$

ทำการคูณ matrix กำเนิดกับ matrix รหัสที่สร้างไว้

$$IA: \underline{A}[9\ 1]^T = [11\ 3]^T$$

$$MH: \underline{A}[13,8]^T = [29\ 24]^T$$

ในกรณีนี้ 29 เกินรหัสอักษรที่เรากำหนดไว้ คือ {0-24} แก้ปัญหา โดย

ทำการ Modular (หารเอาเศษ) 29 ด้วย 26 (เพราะ อักษรมี 26 ตัว) ทำให้

$$[29\ 24]^T = [3\ 24]^T$$

$$ID: \underline{A}[9,4]^T = [17\ 12]^T$$

$$IN: \underline{A}[9\ 14]^T = [37\ 42]^T = [11\ 16]^T$$

$$GG: \underline{A}[7\ 7]^T = [21\ 21]^T$$

แต่ละ Matrix รหัสจะได้รหัสใหม่ตามตารางที่กำหนด คือ KC CX QL KP UU

เราสามารถนำรหัสเหล่านี้มา เชื่อมต่อกันทำให้ได้รหัสใหม่ ที่ไม่มีช่องไฟ คือ

KCCXQLKPUU

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย