บทที่ 2

ผลงานวิจัยที่ผ่านมา และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึง การจำลอง/การซิมูเลตกระบวนการ การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล การออปติไมซ์ ส่วนประกอบของการออปติไมซ์ และแพคเกจการจำลองกระบวนการ รวมทั้งประวัติ และผลงานวิจัยที่ผ่านมาทางด้านการสร้างแบบจำลอง การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล และการออปติไมซ์ เพื่อความเข้าใจพื้นฐานที่จะนำไปสู่การสร้างแบบจำลอง การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล และการออปติไมซ์ของระบบทำความเย็นด้วยโพรพิลีน ส่วนรายละเอียดเกี่ยวกับระบบทำความเย็นด้วยโพรพิลีนจะกล่าวในบทถัดไป

2.1 การสร้างแบบจำลอง / การเลียนแบบกระบวนการ (Process Modeling / Simulation)

ในปัจจุบันการเลียนแบบกระบวนการกลายเป็นส่วนหนึ่งของงานประจำของวิศวกรในอุตสาหกรรมกระบวนการเคมี (Chemical Process Industries, CPI) การสร้างแบบจำลองกระบวนการใช้ในการออกแบบโฟลวชีต และระบุรายละเอียดพารามิเตอร์ที่สำคัญของหน่วยการผลิตเท่านั้น เช่นจำนวนเทรย์ในหอกลั่น และเส้นผ่านศูนย์กลางของหอกลั่น ในระหว่างนั้นการประยุกต์ใช้ด้านอื่นๆ ได้เพิ่มความสำคัญกระจายไปทุกช่วงของกระบวนการผลิตภายในวงจรของกระบวนการ (Life Cycle) จากการสังเคราะห์กระบวนการ (Synthesis) ไปยังการออกแบบ การก่อสร้าง (Construction) การทำงานเมื่อเริ่มต้น (Startup) การแก้ไขปรับปรุง (Modification) จนกระทั่งถึงการปลดระวาง (Retirement) การเลียนแบบกระบวนการใช้แทนที่การทดลอง (Pilot-Scale Experiments) ในหลายๆ งาน แต่สำหรับบางกระบวนการ การสร้างชุดการทดลองยังอาจยังคงมีความจำเป็นอยู่ แต่การเลียนแบบกระบวนการก็ยังใช้เป็นส่วนสำคัญในการวางแบบแผนของการทดลอง

วัตถุประสงค์ทั่วๆ ไปของการสร้างแบบจำลองกระบวนการที่สภาวะคงตัว คือเพื่อเป็นตัวทำนายที่ดีให้ของค่าตัวแปรไม่อิสระ (Dependent Variables) และโดยทั่วไปแล้วแบบจำลองกระบวนการประกอบด้วยสมรรถนะที่สำคัญๆ ดังต่อไปนี้ (Fatora, Gochenour และ Kelly; 1992)

1. แบบจำลองอ้างอิงกระบวนการจริง และสมการทางกลศาสตร์ ดังนั้นผลสามารถอธิบายได้ด้วยหลักการทางวิศวกรรม และการดำเนินการของแบบจำลองโดยตรง

2. แบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถปรับปรุงเพื่อปฏิบัติตามข้อมูลของโรงงาน และการประยุกต์พารามิเตอร์เพื่ออัปเดท (Update) สมรรถนะของอุปกรณ์

3. แบบจำลองที่สร้างขึ้นมีความแม่นยำ (Robust) มีประสิทธิภาพ และหาคำตอบถูกต้องตรงกัน ในสภาพการโอบล้อมของเงื่อนไขที่เปลี่ยนแปลงหลายกรณีอย่างบ่อยครั้ง และการวัดที่บกพร่อง

การใช้คอมพิวเตอร์ในการสร้างแบบจำลองหรือการเลียนแบบกระบวนการของอุตสาหกรรมต่างๆ ได้เพิ่มมากขึ้นด้วยเหตุผลของความจำเป็น 2 ข้อหลักๆ ดังนี้

1. เพื่อได้รับความเข้าใจในกระบวนการที่สนใจมากขึ้น

2. เพื่อทดแทนงานด้านการทดลองที่ต้องการสำหรับการพัฒนากระบวนการ

เมื่อผู้ใช้ต้องการสร้างแบบจำลองกระบวนการ ผู้ใช้ต้องสามารถกำหนดสมการเพื่อครอบคลุมพฤติกรรมของระบบ ซึ่งนำไปสู่ผลด้านความคิดที่รวบรวมทั้งความเข้าใจที่ชัดเจนของระบบเกี่ยวกับด้านฟิสิกส์ เคมี ตัวแปรที่เกี่ยวข้อง หน่วยกระบวนการ และสมมติฐานที่ทำให้ชัดเจนซึ่งเป็นไปได้ เป็นต้น การเลียนแบบด้วยคอมพิวเตอร์ทำให้ลดเวลา และค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองกระบวนการ ซึ่งถ้าใช้วิธีการด้วยชุดทดลองที่เหมือนจริงจะเสียค่าใช้จ่ายที่สูงมาก

อุตสาหกรรมการกลั่นและปิโตรเคมีเริ่มนำคอมพิวเตอร์เข้ามาใช้ในการคำนวณทางกระบวนการ เมื่อกลางทศวรรษ 1950 ด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องแม่นยำ ซึ่งเป็นการโปรแกรมแบบเชิงเส้น (Linear Programming) เพื่อผลผลิตที่เพิ่มขึ้น และประโยชน์ทางด้านเศรษฐศาสตร์ ต่อมาปลายทศวรรษ 1950 มีการให้ความสำคัญกับการใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อการวางแผน ออกแบบและจำลองกระบวนการ (Symonds; 1955 และ Garvin และคณะ; 1957) จากการศึกษานี้นำมาซึ่งการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาจนปัจจุบัน

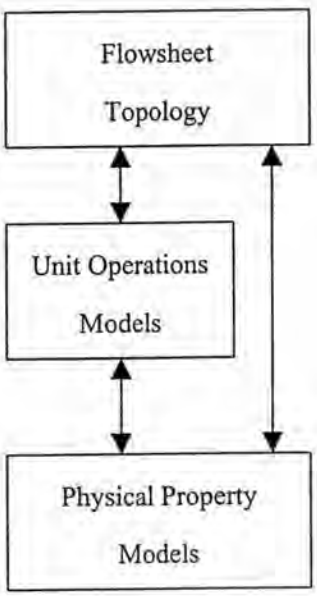
2.1.1 แพคเกจการจำลองกระบวนการ (Modeling Package)

ปัจจุบันนี้มีวิธีการเลียนแบบกระบวนการหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้เป็น 2 แบบได้แก่ วิธีการคำนวณอย่างเป็นลำดับ (Sequential Modular) และวิธีการคำนวณแบบพร้อมกัน (Equation-Oriented)

1) วิธีการคำนวณอย่างเป็นลำดับ (Sequential Modular)

สำหรับวิธีซีเควนเชียลมอดูลาร์มีประวัติการพัฒนายาวนานกว่า และเป็นวิธีที่นิยมกว่าสำหรับงานออกแบบ วิธีนี้สร้างแบบจำลองกระบวนการง่ายกว่าวิธี Equation-Oriented โดยกำหนดให้กลุ่มสมการไม่เป็นเชิงเส้นแทนด้วยหน่วยกระบวนการ และซิมูเลเตอร์ค่อนข้างไม่ยืดหยุ่นสำหรับลักษณะที่แตกต่างของการกำหนดเฉพาะโดยผู้ใช้ และมีลักษณะการคำนวณเป็น ดังนี้ (ดูลักษณะการคำนวณได้ในรูป 2.1)

1. ลูปการลู่เข้าหาคำตอบภายในหลายระดับ
2. การกำหนดระบุปัญหา ผู้ใช้ต้องระบุแบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกซ์ และหน่วยกระบวนการเองตามโปรแกรมย่อยหรือวิธีปฏิบัติ
3. การคำนวณขึ้นอยู่กับลำดับการจำลอง

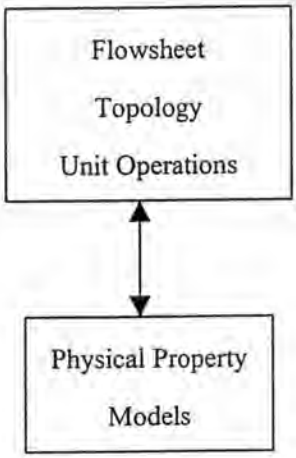


รูป 2.1 ลักษณะของซิมูเลเตอร์แบบมอดูลาร์

2) วิธีการคำนวณแบบพร้อมกัน (Equation-Oriented)

วิธีนี้ยืดหยุ่นกว่าวิธีซีเควนเชียลมอดูลาร์ เพราะผู้ใช้สามารถใส่สมการของตัวเอง เพื่อกำหนดระบบ แล้วระบบจะแก้สมการและมินิไมซ์ฟังก์ชันวัตถุประสงค์พร้อมกัน ซึ่งมีลักษณะการคำนวณเป็นดังนี้ (ลักษณะการคำนวณแสดงในรูป 2.2)

1. ลู่เข้าหาคำตอบโดยทันที สมการกระบวนการได้แก่ แบบจำลองทางเทอร์โมไดนามิกซ์ หน่วยกระบวนการ การต่อเนื่องของสายกระบวนการ ถูกรวม และแก้ปัญหาพร้อมกัน
2. การกำหนดปัญหาอย่างอิสระ
3. ไม่ขึ้นกับลำดับการจำลอง
4. ระยะเวลาในการหาคำตอบรวดเร็วกว่า



รูป 2.2 ลักษณะของตัวเลียนแบบ Equation-Oriented

เครื่องมือของการเลียนแบบกระบวนการมีการพัฒนาที่น่าสนใจเป็นระยะเวลาเกือบ 40 ปี ในช่วงทศวรรษ 1950s แบบจำลองได้พัฒนาสำหรับหน่วยกระบวนการแต่ละอัน โดยคำนวณหน่วยกระบวนอย่างเป็นลำดับตามโปรแกรมย่อย หน่วยกระบวนการหรือโมดูล (Modules) ที่คำนวณอย่างเป็นลำดับเกิดเป็นโฟลชีทร่วมกับการคำนวณซ้ำแก่สายรีไซเคิลหรือสายตัด (Tear Streams) นี้คือวิธี ซีเควนเชียลมอดูลาร์ ครั้งแรกในปี 1958 มีความพยายามที่จะพัฒนาโฟลชีทที่ยืดหยุ่นได้ที่บริษัท M.W. Kellogg Corp. และในช่วงทศวรรษ 1960s มีการพัฒนาแพคเกจทางด้านโฟลชีทดิ้งแบบ ซีเควนเชียลมอดูลาร์ ภายในหน่วยงานของบริษัททางด้านปิโตรเคมี เพื่อการพัฒนาและการซ่อมบำรุง อีกฝ่ายหนึ่งนักวิจัยทางสถาบันการศึกษาหลายคนได้พัฒนาวิธีที่ลึกล้ำกว่าสำหรับซิมูเลเตอร์แบบ Equation-Oriented ซึ่งเป็นวิธีสร้างโฟลชีทและแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่นกว่าแบบ ซีเควนเชียลมอดูลาร์ ตลอดระยะเวลา 10 ปีที่ผ่านมาแนวคิดการสร้างซิมูเลเตอร์กระบวนการตายตัว และวิธีจำนวนมากที่ด้อยกว่าถูกพิสูจน์ และเลิกใช้ไป

ในช่วงทศวรรษ 1970s วิธีที่รุดหน้ากว่าได้พัฒนาเพื่อสร้าง และหาคำตอบสำหรับโฟลชีทแบบมอดูลาร์ (Modular) โดยอัลกอริทึมของหน่วยกระบวนการดีกว่า และแบบจำลองโดยทั่วๆ

ไปมีการคำนวณที่ดีกว่า ซึ่งพัฒนาโดยโครงการ ASPEN ที่สถาบันแมซซาชูเซตส์ (Massachusetts Institute of Technology) สำหรับช่วงทศวรรษ 1980s และ 1990s มีการพัฒนาวิธี Equation-Oriented ในอุตสาหกรรมค่อนข้างมาก โดยเฉพาะการสร้างแบบจำลอง และออปติไมซ์แบบออนไลน์ และมีแนวคิดทางวิศวกรรมของซอฟแวร์สมัยใหม่นำไปสู่การพัฒนาส่วนติดต่อ (Interfaces) ที่ให้ความช่วยเหลือผู้ใช้ และอัลกอริทึมที่มีกำลังมากกว่า รวมทั้งมีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็วของฮาร์ดแวร์ (Hardware) คอมพิวเตอร์เพื่อลักษณะที่หลากหลาย และกลุ่มผู้ใช้ที่กว้างขึ้น ของเครื่องมือการเลียนแบบ การพัฒนาซิมูเลเตอร์เพื่อให้ได้มาตรฐานการผลิตทางเคมี ทำให้ปัจจุบันมีแพคเกจการเลียนแบบกระบวนการ 2 - 3 ชุด ซึ่งซิมูเลเตอร์แบบมอดูลาร์ (Modular) นี้เป็นที่นิยมที่สุด ได้แก่ ASPEN/PLUS จาก Aspen Technology, Inc. HYSIM และ HYSYS จาก Hyprotech, Ltd. และ PRO/II จาก Simulations Sciences, Inc. สำหรับซิมูเลเตอร์แบบ Equation-Oriented ได้แก่ SPEEDUP จาก Aspen Technologies ซึ่งเหมือนกับแพคเกจที่เกี่ยวกับการสร้างแบบจำลอง และออปติไมซ์แบบเรียลไทม์ (Real-Time) ได้แก่ DMO และ RTOPT จาก Aspen Technology และ NOVA จาก DOT Products, Inc.

2.2 การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล (Data Reconciliation)

การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล เป็นวิธีการปรับค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง เพื่อลดความผิดพลาด (Error) ของข้อมูล และอีกแง่หนึ่งเป็นปัญหาเกี่ยวกับตัวแปรที่ไม่สามารถวัดได้ จึงต้องทำการประมาณ (Estimation) ค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองเพื่อให้สอดคล้องกับกระบวนการจริง เพื่อให้เป็นไปตามดุลมวลสาร และพลังงาน รวมทั้งข้อจำกัดของกระบวนการ และความปลอดภัย ในรูปแบบของปัญหาออปติไมเซชัน ด้วยวิธีการมิมิไมซ์กำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าตัวแปรที่วัดได้จากกระบวนการจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลองกระบวนการโดยกำหนดแฟคเตอร์ให้น้ำหนัก (Weighting Factor)ด้วย

ในโรงงานมักพบว่าข้อมูลการผลิตที่ได้จากการวัดมักจะไม่สอดคล้องกัน ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะเครื่องมือวัดให้ค่าไม่ถูกต้อง เราสามารถนำเทคนิคการออปติไมซ์มาหาค่าที่ไม่ถูกต้องของข้อมูลเหล่านี้ โดยวิธีที่เรียกว่า การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล ลักษณะเฉพาะที่สำคัญของปัญหาข้อมูลทางกระบวนการมีดังต่อไปนี้ (Naysmith และ Douglas, 1994)

1. ความผิดพลาดของระบบการวัด ได้แก่ความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Error) และความผิดพลาดแบบรวม (Gross Error) ซึ่งความผิดพลาดแบบรวมมีสาเหตุมาจากเหตุการณ์ที่ไม่เป็นไปด้วยความบังเอิญ (Non-Random) เช่น ความเอนเอียงของเครื่องมือวัด เครื่องมือวัดที่ทำงาน

ไม่เป็นปกติ แบบจำลองของกระบวนการไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์ และการรั่วไหลของกระบวนการ

2. ตัวแปรของกระบวนการไม่ได้วัดทั้งหมด เนื่องจากเหตุผลเกี่ยวกับค่าใช้จ่าย ความไม่สะดวก หรือความเป็นไปไม่ได้ด้านเทคนิค

3. การมีมากเกินไปของข้อมูล (Data Redundancy) ซึ่งการวัดหรือข้อมูลวัดมีมากเกินกว่าที่จำเป็น ถ้าข้อมูลวัดไม่มีความผิดพลาดจากการวัด นี้เป็นการกล่าวถึงการมีมากเกินไปที่เกี่ยวกับระยะห่างของการวัด (Spatial Redundancy)

4. ความถี่ในการวัดของกระบวนการที่มีความต่อเนื่องและสม่ำเสมอ ถ้าเงื่อนไขของกระบวนการอยู่ที่สภาวะคงตัวแน่นอน การมีมากเกินไปของข้อมูลวัดนี้เป็นการมีมากเกินไปที่เกี่ยวกับเวลา (Temporal Redundancy)

การปรับตัวแปรที่วัดได้เนื่องจากความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random) และการประมาณตัวแปรที่ไม่ได้วัด เพื่อแก้ปัญหาข้อจำกัดแห่งดุลมวลสารและพลังงาน นี้คือปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล และการตรวจหาความคลาดเคลื่อน ถ้าข้อมูลมีความผิดพลาดแบบรวม จะมีการตรวจหา และดำเนินการแก้ไขอย่างเหมาะสม เพื่อขจัดความผิดพลาดนั้น สำหรับข้อมูลวัดจากกระบวนการจะนำไปใช้กำหนดพฤติกรรมของกระบวนการ ซึ่งความผิดพลาดของข้อมูลวัดจะทำให้เกิดการเข้าใจผิด หรือบทสรุปที่ไม่ถูกต้อง Crowe (1983) กล่าวว่าข้อมูลวัดจากกระบวนการตามความเป็นจริงแล้วอาจประกอบด้วย ความผิดพลาดแบบสุ่ม และแบบรวม ดังนั้นข้อมูลวัดนี้อาจไม่สอดคล้องกับกฎการอนุรักษ์มวล และพลังงาน ดังนั้นข้อมูลต้องได้รับการปรับเพื่อให้ค่าที่ปรับได้เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ และถ่วงน้ำหนักโดยประมาณแก่ตัวแปรที่วัดได้เพื่อมินิไมซ์ตัวแปรทั้งหมดของการปรับ

การวิเคราะห์พฤติกรรมการดำเนินการของโรงงานได้พิจารณาครั้งแรกโดย Kuehn และ Davidson เมื่อปี 1961 ต่อมา Britt และ Leucke (1973) และ Knepper และ Gorman (1980) จัดหาอัลกอริทึมซึ่งสามารถใช้เพื่อปรับข้อมูลของโรงงานให้สอดคล้องกับข้อจำกัด 10ปีต่อมาได้มีการพัฒนาซึ่งวิธีที่จะจัดการกับโฟลชีทที่ใหญ่มาก ดูได้จากงานวิจัยของ Hlavacek (1977) และ Mah (1981) เมื่อปี 1986 Crowe ได้บรรยายวิธีที่สมบูรณ์ของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล และตระหนักถึงความผิดพลาดแบบรวม

2.2.1 การกำหนดสูตรปัญหาการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล (Data Reconciliation Problem Formulation)

ปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลมี 2 กรณีคือ แบบเชิงเส้น และแบบไม่เป็นเชิงเส้น กรณีแบบเชิงเส้นตั้งอยู่บนสมมติฐานว่า สายกระบวนการใดๆ มีการวัดความเข้มข้น หรืออุณหภูมิ จะมีการวัดอัตราการไหลด้วย (Crowe; 1983) กรณีไม่เป็นเชิงเส้นเกี่ยวข้องกับการละเลยสมมติฐานนี้ ดังนั้นวางผลของตัวแปรที่ไม่ได้วัดในสมการแห่งดุล และแก้ปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นนี้ (Crowe; 1986) ทั้ง 2 กรณี การปรับให้สอดคล้องของข้อมูลวัดเกี่ยวข้องกับการสร้างของเมตริกซ์ซึ่งเป็นตัวแทนของโฟลชีทกระบวนการ Crowe (1986) เสนอเกณฑ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของการประเมินเมตริกซ์ เพื่อย้ายตัวแปรที่ไม่ได้วัดทั้งหมดจากเมตริกซ์ของกระบวนการนี้ วิธีการแก้ปัญหาของเวคเตอร์ที่แสดงผลลัพธ์ของทั้ง 2 กรณีเกี่ยวข้องกับเมตริกซ์ของกระบวนการ และตัวคูณลากรังก์ ให้เป็นไปตามข้อจำกัดของการอนุรักษ์ กรณีไม่เป็นเชิงเส้นต้องการการแก้ปัญหาที่มีการคำนวณซ้ำ นอกจากนี้การแก้ปัญหากรณีไม่เป็นเชิงเส้นยังมีวิธีอื่นอีกซึ่งส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแบบจำลองกระบวนการซึ่งมีรายละเอียดมาก ผู้ที่เคยเสนองานวิจัยวิธีนี้ได้แก่ Takiyama และคณะ (1991), MacDonald และ Howat (1988), Liebman และคณะ (1992), Tjoa และ Biegler (1991)

1) ปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลแบบเชิงเส้น สามารถเขียนตามปัญหากำลังสองน้อยสุดที่มีการถ่วงน้ำหนักดังนี้

$$\begin{aligned} &\text{เลือก} && x \\ &\text{เพื่อมินิไมซ์} && [(y-x)^T Q^{-1} (y-x) = a^T Q^{-1} a] \\ &\text{จนกระทั่ง} && Ax = 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

โดย y คือเวคเตอร์ของค่าที่ได้จากการวัด

x คือเวคเตอร์ของค่าที่ได้จากการปรับ

Q คือเมตริกซ์การถ่วงน้ำหนัก ปกติจะเป็นส่วนกลับของความแปรปรวน (Variance)ของตัวแปรวัด (กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน Standard Deviation)

A คือตัวอย่างเมตริกซ์เหตุการณ์ของระบบ

a คือเวคเตอร์ของตัวปรับ, $a = (y-x)$

จากการแก้ปัญหาของสมการ (2.1) ได้ผลตามสมการดังนี้ (Crowe; 1983)

$$x = y - QA^{T}(AQA^{T})^{-1}Ay \tag{2.2}$$

2) ปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลแบบไม่เชิงเส้น กำหนดสูตรได้ดังนี้

เลือก x

เพื่อมินิไมซ์ $[(y-x)^{T}Q^{-1}(y-x)]$ (2.3)

จนกระทั่ง $h(x) = 0$ และ $g(x) \geq 0$

โดย $h(x)$ คือชุดของข้อจำกัดที่เป็นสมการ ซึ่งแทนด้วยแบบจำลองกระบวนการ

$g(x)$ คือข้อจำกัดที่เป็นอสมการต่างๆ ซึ่งแนะนำภายในกระบวนการ

การปรับให้สอดคล้องของข้อมูลแบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยทั่วไปแล้ว $h(x)$ และ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้น $h(x)$ หมายถึงแบบจำลองกระบวนการ โดยทั่วไปเป็นฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นที่ซับซ้อนมาก เกี่ยวข้องกับสมการดุลมวล และความร้อน ความสมดุล สมการปฏิกิริยาทางเคมี และเทอร์โมไดนามิกซ์

การแก้ปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลด้วยเครื่องมือเลียนแบบกระบวนการ ผู้ใช้ต้องทำตามวิธีการตามขั้นตอน ขั้นแรกทำการสร้างแบบจำลองกระบวนการด้วยซิมูเลเตอร์เพื่อแทนข้อจำกัดที่เป็นสมการ $h(x) = 0$ การหาคำตอบเป็นผลสำเร็จเมื่อลูปของการออปติไมซ์แก้ปัญหาการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล และสอดคล้องกับข้อจำกัดที่เป็นอสมการต่างๆ $g(x) \geq 0$

2.2.2 ขั้นตอนการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลด้วยซิมูเลเตอร์แบบซีเควนเชียลมอดูลาร์ (Sequential Modular)

1) ขั้นแรก การสร้างแบบจำลองของกระบวนการด้วยการสร้างโฟลชีท (Flowsheet) กำหนดหน่วยกระบวนการ และตัวแปรของสายอินพุท (Input) ได้แก่ อัตราการไหล องค์ประกอบ อุณหภูมิ ความดัน เป็นต้น เลือกแพคเกจทางเทอร์โมไดนามิกซ์ และจัดหาแบบจำลองเพิ่มเติมที่จำเป็นแก่กระบวนการ นั่นเป็นการแสดงข้อจำกัดที่เป็นสมการ (Equality Constraints)

2) ขั้นที่สอง ปัญหาของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลต้องกำหนดในรูปแบบของปัญหาออปติไมเซชัน ผู้ใช้ต้องระบุตัวแปรตัดสินใจ เพื่อใช้ในการปรับค่าให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์น่าพอใจที่สุด ตัวแปรทั้งหมดไม่สามารถใช้เป็นตัวแปรปรับได้ทุกตัวในตัวจำลองแบบซีเควนเชียลมอดูลาร์ นั่นคือตัวแปรเอาท์พุท (Output) ไม่สามารถใช้เป็นตัวแปรปรับได้โดยตรง จึงต้องทำการปรับตัวแปรขาเข้า หรือตัวแปรหน่วยกระบวนการ เพื่อส่งผลแก่ตัวแปรขาออก ยกตัวอย่างถ้าต้องการปรับอัตราการไหลตัวแปรปรับก็คืออัตราการไหลขาเข้านั่นเองซึ่งจะส่งผลให้ระบบเกิดดุลมวล ในการเลือกตัวแปรของหน่วยกระบวนการเป็นตัวแปรตัดสินใจ จะส่งผลกระทบกับตัวแปรของกระบวนการมากที่สุด ผู้ใช้ต้องระบุขอบเขตบนและล่าง (Upper-Lower Limits) แก่ตัวแปรตัดสินใจ โดยพิจารณาจากข้อจำกัดของอุปกรณ์และความรู้ทางกระบวนการ

3) ขั้นที่สาม การสร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในฟอร์แทรนบล็อกซ์ (Fortran Block) โดยเขียนสมการผลบวกของกำลังสองถ่วงน้ำหนัก (Weighted Sum of Squares) ของความแตกต่างระหว่างตัวแปรที่วัดได้จากกระบวนการกับตัวแปรที่คำนวณจากแบบจำลอง การให้น้ำหนักโดยปกติเป็นส่วนกลับของความแปรปรวนในระบบการวัดที่สภาวะคงตัว โดยตัวแปรที่มีความแม่นยำกว่าจะให้น้ำหนักมากกว่าโดยการคูณเทอมฟังก์ชันวัตถุประสงค์ด้วยค่าคงที่ที่มากกว่า 1 เมื่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์สมบูรณ์แล้ว ทำการมินิไมซ์ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยผู้ใช้ต้องใส่พารามิเตอร์ของการออปติไมซ์ ได้แก่ ช่วงกว้างของการลู่เข้าหาคำตอบ (Convergence Tolerances), ขอบเขตของตัวแปรปรับ, จำนวนสูงสุดของการคำนวณซ้ำ (Iterations) เป็นต้น สำหรับปัญหาที่ซับซ้อนซึ่งระบบไม่เป็นเชิงเส้นสูงมาก ต้องทำการลองผิดลองถูก (Trial & Error) และอาศัยประสบการณ์ในการปรับด้วย

การปฏิบัติตามขั้นตอนนี้ ผู้ใช้จะต้องทำการออปติไมซ์เพื่อมินิไมซ์ผลบวกของกำลังสองถ่วงน้ำหนักระหว่างตัวแปรที่วัดได้ กับตัวแปรปรับ เหมือนกับการวางปัญหาการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลในสมการ (2.2)

สมมติฐานของการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลมีดังต่อไปนี้

1) กระบวนการอยู่ที่สภาวะคงตัว (Steady State)
2) ระบบการวัดไม่มีความผิดพลาดแบบรวม (Gross Errors) ถ้ามีความผิดพลาดแบบรวมต้องกำจัด และต้องไม่ใส่ไว้ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์
3) ความแปรปรวน (Variance) ของตัวแปรที่วัดได้แต่ละตัว
4) ความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Errors) เป็นอิสระ

Piccolo, Douglas และ Lee (1996) อธิบายเทคนิควิธีการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลและการประมาณพารามิเตอร์ โดยแสดงตัวอย่างการแก้ปัญหาแบบต่างๆ ด้วยซิมูเลเตอร์แบบซีเควนเชียลมอดูลาร์ ได้แก่ Aspen Plus เปรียบเทียบกับผลการคำนวณของโปรแกรมการออปติไมซ์แบบรูปเปิดได้แก่ GAMS

Stephenson และ Shewchuk (1986) ใช้โปรแกรมการเลียนแบบกระบวนการแบบ EQUATION-ORIENTED คือ MASSBAL แก้ปัญหาการปรับให้สอดคล้องของข้อมูลแก่ระบบการร่อนและการคลีนของโรงงานบดเยื่อไม้ที่ใช้สำหรับทำกระดาษ

MacDonald และ Howat (1988) แสดงการแก้ปัญหาโดยการรวมวิธีการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล กับการประมาณพารามิเตอร์ของกระบวนการ ในการประยุกต์ใช้ที่เกี่ยวข้องกับถังแฟลชขั้นเดียว และประสิทธิภาพของถังแฟลช ได้ผลการปรับที่แม่นยำ ดีขึ้น และการแก้ปัญหาพร้อมกันนี้จะเร็วกว่า วิธีการที่ใช้การปรับให้สอดคล้องของข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาดุลมวลและพลังงาน แล้วจึงทำการประมาณพารามิเตอร์

2.3 การออปติไมซ์

การออปติไมซ์คือ วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดแก่กระบวนการภายใต้ข้อจำกัดของระบบหรือกระบวนการนั้นๆ โดยมีฟังชันวัตถุประสงค์เป็นตัวบ่งชี้เชิงตัวเลขของคำว่า "คำตอบที่ดีที่สุด" ฟังชันที่พิจารณาอาจเป็นต้นทุน ค่าใช้จ่ายด้านการดำเนินงาน ผลผลิต กำไรสุทธิ และอื่นๆ ค่าของฟังชันวัตถุประสงค์หาได้โดยการปรับตัวแปรตัดสินใจ (ตัวแปรปรับ) ของกระบวนการ ตัวแปรเหล่านี้อาจเป็นขนาดของอุปกรณ์ และสภาวะการปฏิบัติการของกระบวนการได้แก่ ความดัน อุณหภูมิ และอัตราการไหล ซึ่งการปรับต้องพิจารณาภายใต้ข้อจำกัดในการปฏิบัติการของกระบวนการ ได้แก่ ความบริสุทธิ์ของผลิตภัณฑ์ ความเป็นไปได้ของแบบจำลอง และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

หน้าที่ของวิศวกรคือ การปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงวิธีการและเงื่อนไขทางด้านการผลิต การออกแบบอุปกรณ์ และการดำเนินงานของโรงงาน เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ซึ่งปัจจัยของกระบวนการผลิตที่เกี่ยวกับผลประโยชน์ของการออปติไมซ์อาจจำแนกได้ตามหัวข้อต่างๆ ดังนี้

1) แรงจูงใจด้านเศรษฐศาสตร์ (Economic Incentives) ได้แก่

- กำไรสูงที่สุด
- ค่าใช้จ่ายต่ำสุดทั้งค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการใช้พลังงานและค่าใช้จ่ายในการปฏิบัติการ

- การใช้ทรัพยากรอย่างคุ้มค่ามากที่สุด
- กำลังของเครื่องจักรต่ำที่สุด

2) แรงจูงใจเกี่ยวกับเทคนิค (Technical Incentives) ได้แก่

- วิธีการดำเนินงานทางกระบวนการที่ดีที่สุด
- ปริมาณผลผลิตที่เพิ่มสูงขึ้น และ/หรือการเพิ่มคุณภาพของผลิตภัณฑ์
- การเลือกสรรที่น่าพอใจที่สุด
- การหยุดชะงักของเครื่องจักร หรือการปฏิบัติการของกระบวนการมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยที่สุด

3) หน้าที่โดยรวมของการออกแบบ และการปฏิบัติการ (Integral Part of Design and Operation)

- การออปติไมซ์ของการสังเคราะห์กระบวนการ
- การออปติไมซ์ของการดำเนินงาน
- เกี่ยวกับด้านเทคนิคและเศรษฐศาสตร์
- การควบคุมกระบวนการ

การแก้ปัญหาออปติไมเซชันคือ การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ การหาคำตอบเชิงตัวเลขของปัญหา ดังนั้นการฟอร์มูเลตปัญหาออปติไมซ์จะต้องใช้สมการคณิตศาสตร์ นั่นแสดงว่าการออปติไมซ์จะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อสามารถแปลงปัญหาเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ โดยปัญหาออปติไมซ์เหล่านี้จะมีโครงสร้างคล้ายคลึงกัน ทำให้การศึกษา และพัฒนาเทคนิคการออปติไมซ์ทำได้รวดเร็วขึ้นในระยะเวลาไม่กี่ปีที่ผ่านมา โครงสร้างคล้ายคลึงกันนี้จะมีเฟรมเวิร์กหรือวิธีการเหมือน ๆ กัน หัวข้อถัดไปจะอธิบายถึง ส่วนประกอบที่สำคัญในการทำออปติไมซ์

2.4 ส่วนประกอบของการออปติไมซ์

สิ่งจำเป็นที่สำคัญ 4 อย่างก่อนการออปติไมซ์กระบวนการ ประกอบด้วย

1. แบบจำลองกระบวนการ (Process Model)
2. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)
3. ข้อจำกัด (Constraint)
4. ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable)

2.4.1 แบบจำลองกระบวนการ

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือ เพื่อหาคำตอบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และตำแหน่งของข้อจำกัด แบบจำลองกระบวนการที่ดีเป็นสิ่งที่สำคัญของการคำนวณทางวิศวกรรมกระบวนการ ซึ่งแบบจำลองอาจจำแนกได้เป็น 2 กรณีใหญ่ๆ

1) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)

วิธีการธรรมดาที่สุดคือ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ เพื่อใช้แบบจำลองในการทำออปติไมซ์เพื่อหาสภาวะที่ดีที่สุดของแบบจำลองกระบวนการ และข้อมูลกระบวนการได้แก่

- ที่ได้จากกระบวนการจริง (Phenomenological)
- ที่ได้จากการทดลอง (Empirical)
- ที่ได้จากการทดสอบ (Response Surface)

2) กระบวนการจริง (Actual Process)

วิธีใช้กระบวนการจริงหาสภาวะที่ดีที่สุด ปรากฏเป็นจริงกว่าวิธีสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ แต่จะยุ่งยากกว่า ซึ่งต้องมีการวัดของกระบวนการออนไลน์ที่ดี (On-line Process Measurements) และสามารถปรับพารามิเตอร์เพื่อหาสภาวะที่ดีที่สุดได้

2.4.2 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์หมายถึงสมการหรือกลุ่มสมการที่สร้างขึ้น เพื่อใช้คำนวณตามวัตถุประสงค์ที่สร้างขึ้น ซึ่งมีทั้งการคำนวณแบบเพื่อหาค่าต่ำสุด และแบบเพื่อหาค่าสูงสุด ซึ่งฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการออปติไมซ์กระบวนการมีหลายรูปแบบด้วยกันตามวัตถุประสงค์ของงาน ยกตัวอย่างเช่น

1) งานทางด้านเศรษฐศาสตร์ ฟังชันวัตถุประสงค์อาจเป็น

- ค่าใช้จ่ายรายปี
- กำไรสุทธิ
- ผลตอบแทนของการลงทุนได้แก่ เงินที่ได้และ เวลาที่เสียไป
- รายได้

2) งานทางด้านการพัฒนาเกี่ยวกับเทคโนโลยีทางการผลิต ฟังก์ชันวัตถุประสงค์สำหรับออปติไมซ์กระบวนการอาจเป็น

- การใช้เวลาในการผลิตน้อยสุด
- การใช้พลังงานต่ำสุด
- อัตราการผลิตสูงสุด

2.4.3 ข้อจำกัด (Constraint)

การออปติไมซ์จะมีข้อจำกัดในแต่ละกระบวนการเสมอ เพื่อหาคำตอบภายในช่วงขอบเขตดำเนินการ (Feasible Region) ของตัวแปรตัดสินใจ หรือพื้นที่ของตัวแปรตัดสินใจที่เป็นไปได้ถูกกำหนดขอบเขตโดยข้อจำกัด ข้อจำกัดเกิดขึ้นจากแหล่งที่มาต่างๆ ดังนี้

1) ข้อจำกัดภายนอก
   - ถูกต้องตามกฎหมาย และพระราชบัญญัติ
   - กฎทางธรรมชาติได้แก่ ดุลมวลและพลังงาน และผลรวมของสัดส่วนโมล
   - สภาพความต้องการสินค้า
2) ข้อจำกัดภายใน
   - กำหนดโดยผู้ออกแบบกระบวนการ
   - เหมาะสมกับความสัมพันธ์ที่กำหนด
   - เกิดจากการออกแบบของอุปกรณ์
   - สมบัติของสาร ได้แก่อุณหภูมิ และความดัน
   - การไหลที่เชื่อถือได้
   - ความสามารถที่จะรับได้ต่ำสุด หรือสูงสุด
   - กฎเกณฑ์ที่เคร่งครัด ได้แก่การท่วมของเทรย์ในหอกลั่น

เงื่อนไขทางธรรมชาติของระบบด้านการผลิตทางกายภาพ จะกำหนดพื้นที่ หรือขอบเขตที่เป็นไปได้ (Feasible Region) และคำตอบที่ต้องการจะอยู่ภายในขอบเขตที่เป็นไปได้นี้ ซึ่งข้อจำกัดมีอยู่ 2 แบบได้แก่

1. ข้อจำกัดที่เป็นสมการ (Equality Constraints) เป็นข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย = ในสมการ ซึ่งเป็นสมการที่แสดงข้อกำหนดของแบบจำลองกระบวนการ และผลิตภัณฑ์ เช่นสมการดุลมวลสาร และพลังงาน สมการผลรวมของเศษส่วนโมล และความบริสุทธิ์ของผลิตภัณฑ์

2. ข้อจำกัดที่เป็นอสมการ (Inequality Constraints) เป็นข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย $<, >, \leq, \geq$ หรือ $\neq$ ในสมการซึ่งเป็นสมการที่แสดงข้อจำกัดของการออกแบบ และข้อจำกัดต่างๆ เช่นเศษส่วนโมล และค่าอัตราการไหลควรมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์, ค่าสูงสุดของความดันของระบบ, ค่าสูงสุดของปริมาตรของสารที่เครื่องปฏิกรณ์รับได้ และค่าต่ำสุดของอัตราการผลิต หรือความบริสุทธิ์ของผลิตภัณฑ์

2.4.4 ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable)

ตัวแปรตัดสินใจเป็นตัวแปรที่ใช้ปรับ เพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และส่งผลกระทบต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ยกตัวอย่างเช่น อุณหภูมิ ความดัน อัตราการไหล ความเข้มข้น จำนวนเทรย์ และขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ เป็นต้น สำหรับในการปฏิบัติงานของโรงงาน ตัวแปรตัดสินใจนี้จะเป็นเซตพอยท์ในระบบการควบคุมกระบวนการ

2.5 อัลกอริธึมของการออปติไมซ์ (Optimization Algorithm)

อัลกอริทึมที่ใช้สำหรับการออปติไมซ์ จะใช้แบบจำลองของกระบวนการ และฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการหาเซทพอยท์ที่เหมาะสมใหม่ของกระบวนการ รูปแบบทั่วๆ ไปของการแก้ปัญหาสมการไม่เป็นเชิงเส้นด้วยการเลียนแบบกระบวนการ ณ สภาวะคงตัว สำหรับการออปติไมซ์ของโฟล์วชีทกระบวนการสามารถเขียนในรูปของสมการเป็น

การแก้ปัญหาการหาค่าต่ำสุด $\quad \text{Min } f(x); \quad x \in Rn \qquad (2.4)$

โดยมีเงื่อนไข $\quad h_k(x) = 0$

$$g_j(x) \leq 0$$

$$x_i^{\,l} \leq x_i \leq x_i^{\,u}$$

สำหรับปัญหาการหาค่าสูงสุดสามารถแทนด้วย $\quad \max f(x) = -\min\left(-f(x)\right)$

เมื่อ $f(x)$ แทน ออปเจคทีฟฟังก์ชัน

$h_k(x)$ แทน ข้อจำกัดที่เป็นสมการ

$g_j(x)$ แทน ข้อจำกัดที่เป็นอสมการ

x_i แทน ตัวแปรอิสระ

l แทน ขอบเขตล่าง

u แทน ขอบเขตบน

Rn แทน จำนวนจริง

Gallier และ Kisala (1987) ได้ใช้แพคเกจแบบ ซีเควนเชียลมอดูลาร์ คือ ASPEN ในการศึกษาการออปติไมซ์แบบเรียลไทม์ ซึ่งเป็นการรวมรวมทั้ง 2 วิธี คือซิมูเลเตอร์คำนวณเป็น Black-Box และใช้วิธี SQP ในการออปติไมซ์แบบ Infeasible Path

Macchietto และคณะ (1989) ได้ใช้แพคเกจการเลียนแบบกระบวนการแบบ EQUATION-ORIENTED คือ SPEEDUP เพื่อสร้างแบบจำลอง และการปรับให้สอดคล้องของข้อมูล การตรวจสอบ Gross Error และการออปติไมซ์

Shewchuk และ Morton (1994) สรุปการใช้แพคเกจการเลียนแบบกระบวนการของ SACD's MASSBAL เช่นเดียวกับแบบจำลองในแพคเกจ OPTIMIZER แพคเกจนี้สามารถใช้ได้กับทั้งการออปติไมซ์ที่สภาวะคงตัว (Steady State) และไดนามิกซ์ (Dynamic)

Pierucci, Brandani, Ranzi และ Sogaro (1996) ใช้แพคเกจ ORO (On-line Reconciliation and Optimization) ในโรงงานโอเลฟินส์สำหรับการสร้างแบบจำลอง ข้อจำกัด การวัดของโรงงาน การปรับให้สอดคล้องของข้อมูล การออปติไมซ์ วิธีเกี่ยวกับตัวเลข และผลของคำตอบ เป้าหมายเพื่อลดต้นทุน และเพิ่มกำไร พร้อมด้วยความปลอดภัยของการดำเนินงานของโรงงาน

2.5.1 การออปติไมซ์กระบวนการด้วยซิมูเลเตอร์

1) ซิมูเลเตอร์แบบซีเควนเชียลมอดูลาร์ (Sequential Modular Simulator)

วิธีนี้มีความยุ่งยากน้อยกว่าวิธี Equation-Oriented มีวิธีการแก้ปัญหาการออปติไมซ์ดังต่อไปนี้ เริ่มด้วยการทายค่าแรกของตัวแปรตัดสินใจ ซิมูเลเตอร์ของกระบวนการระบุให้ตัวแปรพวกนี้เป็นตัวแปรอิสระ และแก้ปัญหาโฟลชีทสำหรับตัวแปรที่เหลือ (Dependent Variable) ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรสายเอาท์พุท (Output) และระหว่างกลาง (Intermediate) กระบวนการนี้อาจเกี่ยวข้องกับสายรีไซเคิล และ/หรือการคำนวณซ้ำอื่นๆ โฟลชีทกระบวนการอาจต้องคำนวณซ้ำหลายครั้งเพื่อลู่เข้าหาคำตอบ และคำนวณหาตัวแปรที่เหลือ เมื่อตัวแปรตัดสินใจเข้าสู่คำตอบที่ดีที่สุดแล้ว หยุดการคำนวณ แต่ถ้าไม่เข้าสู่คำตอบที่ดีที่สุดแพคเกจการออปติไมซ์จะสร้างค่าตัวแปรตัดสินใจใหม่ และคำนวณกระบวนการซ้ำ เป็นผลให้ซิมูเลเตอร์ต้องคำนวณหลายครั้งเพื่อ (ดูรูป2.3)

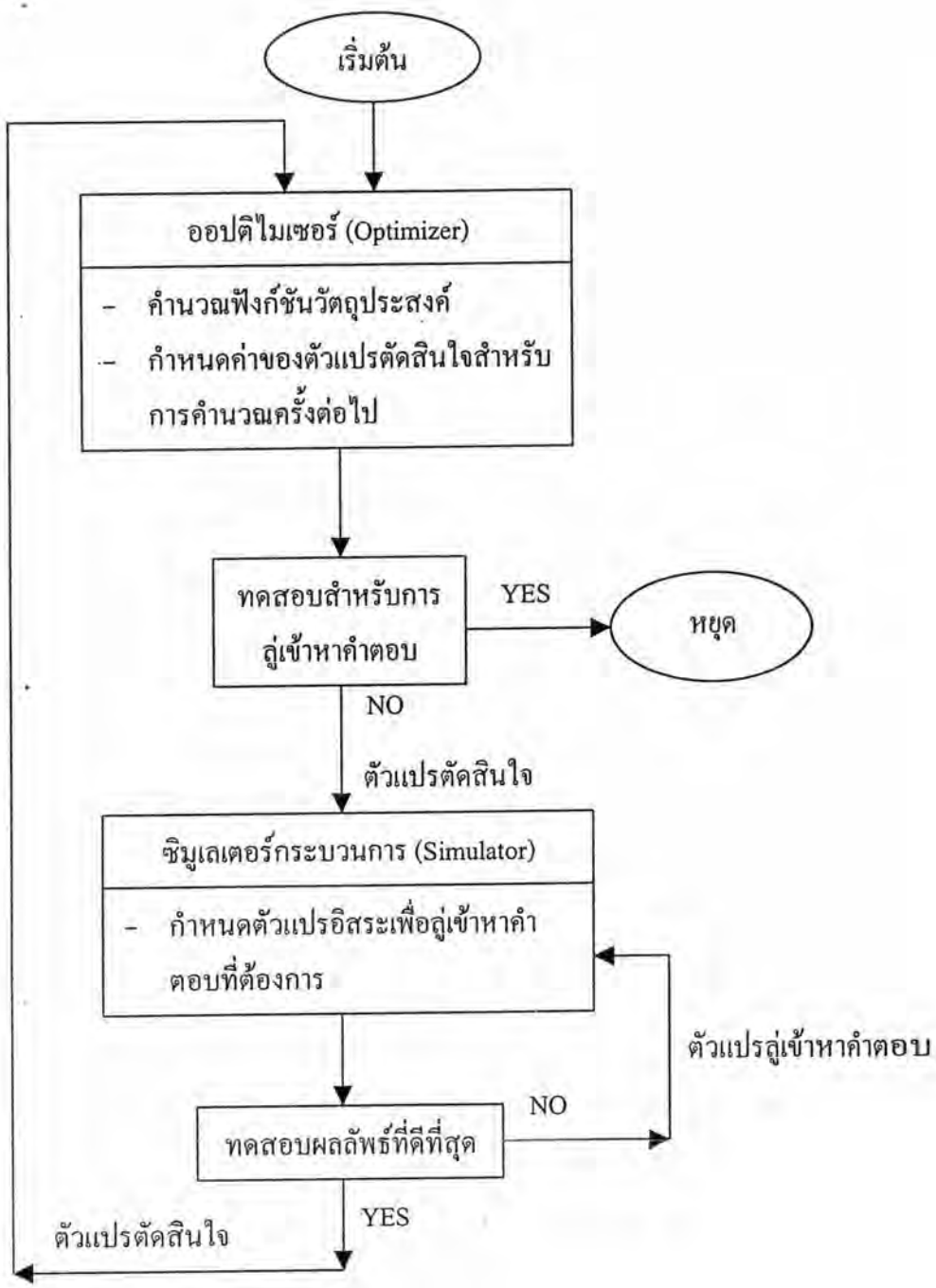
- โฟลชีทลู่เข้าหาคำตอบ
- คำนวณอนุพันธ์เพื่อทดสอบจุดออปติไมซ์
- สร้างจุดทดสอบใหม่

เป็นเรื่องปกติสำหรับโฟลชีทที่จะถูกคำนวณมากกว่า 100 ครั้งในการศึกษาออปติไมเซชัน วิธีนี้เรียกว่าแนวทางในช่วงขอบเขตดำเนินการ (Feasible Path) ซึ่งการเลียนแบบกระบวนการต้องกำหนดระบุช่วงกว้างการยอมรับได้ (Tolerance) ในการคำนวณ

2) แบบ Equation-Oriented

และอีกวิธีหนึ่งเรียกว่าแนวทางที่ไม่ใช่ขอบเขตดำเนินการ (Infeasible Path) กรณีนี้คำตอบที่ถูกต้องไม่ต้องการผ่านตัวออปติไมซ์ วิธีนี้โฟลชีทและตัวออปติไมซ์ลู่เข้าหาคำตอบพร้อมกัน ซึ่งก็คือกรณีของวิธี Equation-Oriented ข้อดีของ Infeasible Path คือการลดเวลาในการคำนวณโดยคอมพิวเตอร์ และการคำนวณซ้ำ ข้อเสียคือ ถ้าตัวออปติไมซ์ไม่ได้ผล คำตอบที่ได้จะไม่ใช่คำตอบที่อยู่ในช่วงดำเนินการของโฟลชีท

วิธี Equation-Oriented นี้มีการพัฒนาอย่างพิจารณาเกิน 10 ปีที่ผ่านมาด้วยแนวคิดทางวิศวกรรมของซอฟแวร์ การประยุกต์ระยะแรกๆ สำหรับวิธีนี้เพื่อการสร้างแบบจำลอง และออปติไมซ์แบบออนไลน์ (On-Line)



รูป 2.3 การแก้ปัญหาของซิมูเลเตอร์และออปติไมเซอร์แบบซีเควนเชียลมอดูลาร์

2.5.2 การโปรแกรมควอดราติคอย่างเป็นลำดับ (Successive Quadratic Programming)

การหาคำตอบของโปรแกรมไม่เป็นเชิงเส้น (NLP) โดยการใช้วิธีการโปรแกรมควอดราติคอย่างเป็นลำดับ เพื่อแก้ปัญหาการออปติไมซ์กระบวนการ โดยใช้หลักการประมาณฟังชันวัตถุประสงค์ให้อยู่ในรูปฟังชันควอดราติก (Quadratic Function) จากนั้นจึงแก้ปัญหาแบบการโปรแกรมควอดราติก (Quadratic Programming Problem) โดยที่ฟังชันวัตถุประสงค์จะถูกประมาณใหม่ทุกครั้งที่ได้คำตอบ การโปรแกรมควอดราติคอย่างเป็นลำดับเป็นวิธีแบบแนวทางอินฟีซิเบิล (Infeasible Path) กล่าวคือ ข้อจำกัดที่เป็นสมการหรือที่เป็นอสมการไม่จำเป็นต้องลู่เข้าสู่ค่าที่กำหนดไว้ในแต่ละรอบของการคำนวณ แต่จะลู่เข้าสู่ค่าที่กำหนดเมื่อฟังชันวัตถุประสงค์ลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะสม

การโปรแกรมควอดราติคอย่างเป็นลำดับสำหรับการออปติไมซ์ด้วยโฟลชีท สามารถใช้เพื่อลู่เข้าหาคำตอบทันทีสำหรับปัญหาการออปติไมซ์ด้วยข้อจำกัดที่เป็นสมการหรือที่เป็นอสมการ และ/หรือสายตัด (Tear Stream) โดยปกติอัลกอริทึมปฏิบัติตามแนวทางอินฟีซิเบิล กล่าวคือข้อจำกัด และสายตัดจะลู่เข้าหาคำตอบโดยทันทีกับปัญหาการออปติไมซ์) แต่สามารถปรับเพื่อปฏิบัติตามแนวทางขอบเขต (Feasible Path) ได้กล่าวคือ สายตัดจะลู่เข้าหาคำตอบที่แต่ละรอบการคำนวณซ้ำของการออปติไมซ์)