รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์ ประจำปีงบประมาณ 2546
โครงการวิจัยย่อยลำดับที่ 18 เรื่อง
ซอฟท์แวร์คำนวณวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและโฟโตนิกส์

1. ผู้รับผิดชอบโครงการ

ผศ. ดร.ทับทิม อ่างแก้ว

2. เนื้อหา

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของโครงการวิจัย

การสื่อสารด้วยคลื่นไมโครเวฟเป็นเทคโนโลยีที่สำคัญอย่างหนึ่งในปัจจุบัน เนื่องจากความต้องการในด้านสื่อสารไร้สายได้เพิ่มขึ้นตามลำดับ ท่อนำคลื่นเป็นอุปกรณ์พื้นฐานสำหรับการแพร่กระจายคลื่นไปตามเส้นทางที่กำหนดซึ่งอาจหมายถึงเส้นทางในวงจรหรือเส้นทางที่เชื่อมระหว่างจุดที่อยู่ห่างกัน การวิเคราะห์ลักษณะการแพร่กระจายคลื่นไมโครเวฟไปตามระบบท่อนำคลื่นจำเป็นต้องอาศัยการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้สมการแมกซ์เวลล์ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ไม่สามารถทำได้โดยง่าย ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยการคำนวณเชิงเลขเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา การใช้วิธีเชิงเลขจะช่วยให้การพัฒนาต้นแบบของชิ้นส่วนท่อนำคลื่นสามารถทำได้อย่างรวดเร็ว ช่วยลดเวลาในการสร้างต้นแบบ ช่วยประหยัดเงินในการพัฒนาผลิตภัณฑ์ ทำให้ต้นทุนในการพัฒนาผลิตภัณฑ์ลดลงและสามารถแข่งขันได้

วิธีเชิงเลขที่นิยมใช้กันวิธีหนึ่งคือระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ในช่วง 10 ปีที่ผ่านมาระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ได้พัฒนาไปมากโดยเฉพาะการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นและระบบท่อนำคลื่น แต่ยังอยู่ในระดับของการทำวิจัย ต่อมาภายหลังได้มีผู้นำระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มาประดิษฐ์เป็นโปรแกรมช่วยออกแบบเพื่อจำหน่ายสำหรับงานออกแบบชิ้นส่วนท่อนำคลื่น แต่ราคายังสูงอยู่มาก ด้วยประเทศไทยยังไม่มีผู้สนใจทำวิจัยทางด้านการพัฒนาวิธีคำนวณวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และการประดิษฐ์เป็นโปรแกรมช่วยออกแบบกันมากนัก ผู้วิจัยได้เล็งเห็นว่าการวิจัยทางด้านวิธีวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระบบท่อนำคลื่นไมโครเวฟและการพัฒนาโปรแกรมช่วยออกแบบเป็นจุดที่จะเชื่อมโยงระหว่างงานวิจัยไปสู่งานอุตสาหกรรมได้ และได้เลือกหัวข้อของการออกแบบท่อนำคลื่นและข้อต่อท่อนำคลื่นเป็นอันดับแรกในงานวิจัย ในปีที่ 2 ของการวิจัยผู้วิจัยได้ศึกษาและวิจัยวิธีการคำนวณวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและพารามิเตอร์การกระเจิงของชิ้นส่วนท่อนำคลื่นและได้พัฒนาโปรแกรมต้นแบบที่เขียนขึ้นตามระเบียบวิธีวิเคราะห์ที่นำเสนอเพื่อให้ผู้สนใจนำไปพัฒนาต่อซึ่งอาจเป็นบริษัทเอกชนหรือหน่วยงานของรัฐ รายงานวิจัยฉบับนี้ประกอบด้วย 3 บท กล่าวคือ

บทที่ 2 จะกล่าวถึงการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แพร่กระจายในท่อนำคลื่นตรงและยาวเป็นอนันต์ เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานของท่อนำคลื่นก่อนการออกแบบ ในงานวิจัยนี้ได้ปรับปรุงวิธีการให้ดีกว่าวิธีมาตรฐานที่ใช้กันทั่วไปในกรณีที่ท่อนำคลื่นมีมุมสัน

บทที่ 3 จะกล่าวถึงการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แพร่กระจายเข้าออกจากข้อต่อท่อนำคลื่น ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่ถูกออกแบบมาเพื่อทำหน้าที่ควบคุมทิศทางการแพร่กระจายคลื่นหรือทำหน้าที่พิเศษบางอย่าง ในงานวิจัยนี้ได้จำกัดรูปแบบเฉพาะข้อต่อของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม เพื่อเป็นการศึกษาปัญหาในเบื้องต้นก่อนที่ขยายไปสู่การวิเคราะห์ในรูปแบบใดๆ

ขั้นตอนการคำนวณตามที่กล่าวในบทที่ 2 และบทที่ 3 ได้ถูกนำมาเขียนขึ้นเป็นโปรแกรมต้นแบบเพื่อให้ผู้สนใจนำไปศึกษาอัลกอริทึมการคำนวณตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ได้ในภายหลัง โปรแกรมนี้คือโปรแกรม EMRL-FEM

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อศึกษาและวิจัยปรับปรุงระเบียบวิธีการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในวงจรไมโครเวฟและ วงจรโฟโตนิกส์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ และการพัฒนาโปรแกรมต้นแบบเพื่อการนำไปสู่การพัฒนาในระดับอุตสาหกรรมร่วมกับเอกชน

1.3 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาและวิจัยเพื่อให้แก้ปัญหาทางด้านการคำนวณโมดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในท่อนำคลื่นเพื่อให้ได้วิธีการที่ประหยัดทรัพยากรในการคำนวณ

2. ศึกษาและวิจัยเพื่อให้แก้ปัญหาทางด้านการคำนวณการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในการวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นซึ่งเป็นปัญหา 2 มิติ เพื่อให้ได้วิธีการที่ประหยัดทรัพยากรในการคำนวณ

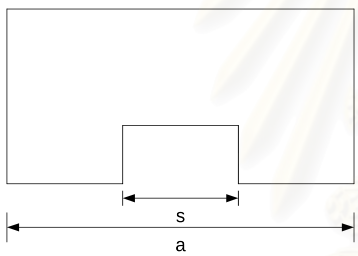
3. เขียนโปรแกรมต้นแบบและทดสอบผลการปรับปรุง

บทที่ 2

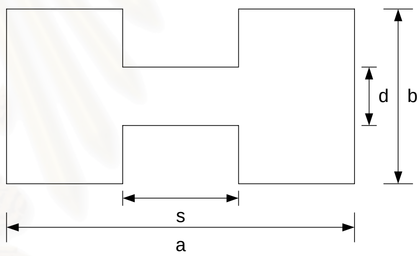
การปรับปรุงวิธีวิเคราะห์โมดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในท่อนำคลื่นโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

2.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

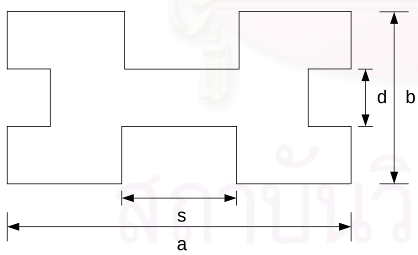
การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอ (uniform waveguide) มีความสำคัญต่อการออกแบบระบบการส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในวงจร เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์จะทำให้ทราบถึงช่วงความถี่ที่ใช้งานได้, การเกิดดิสเพอชัน, และลักษณะการกระจายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น นอกจากนี้การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นในระบบท่อนำคลื่นยังต้องอาศัยผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าทุกโมดที่เป็นไปได้ของท่อนำคลื่น วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เป็นวิธีหนึ่งที่ได้รับการยอมรับมานานกว่า 10 ปีในการวิเคราะห์โมดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในท่อนำคลื่นที่มีหน้าตัดรูปร่างแบบใด ๆ เนื่องจากมีความสามารถในการนำมาเขียนเป็นโปรแกรมคำนวณบนคอมพิวเตอร์ได้อย่างเป็นระบบ อย่างไรก็ตามการพัฒนาวิธีการคำนวณให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น เพื่อลดเวลาและหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ให้ลดลงกว่าเดิม ยังคงเป็นจุดสนใจอยู่ในปัจจุบัน ตัวอย่างเช่นกรณีของท่อนำคลื่นมีสัน (ridge waveguide) ที่มีลักษณะทางกายภาพคือ มีการเว้าของผนังตัวนำเข้าไป หรือมีการใส่สันตัวนำเข้าไปในท่อนำคลื่น และอาจมีรูปร่างแตกต่างกันได้หลายแบบดังในรูปที่ 2.1



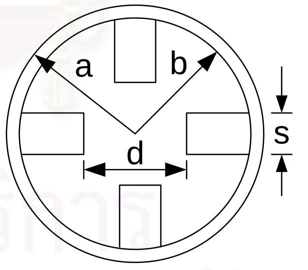
(ก) สันเดี่ยว (single ridge)



(ข) สันคู่ (double ridge)



(ค) สันสี่ (quadruple ridge)

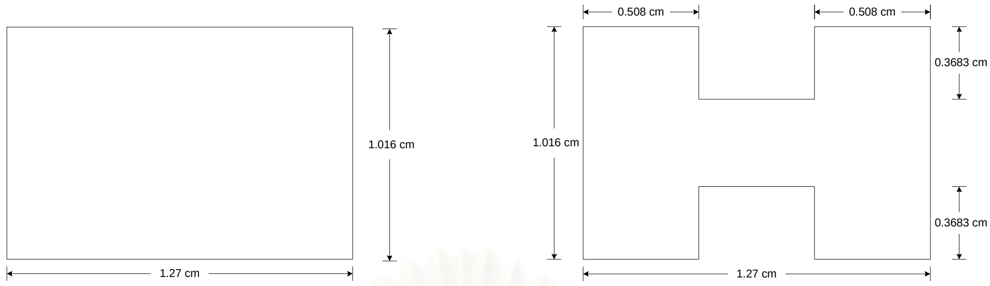


(ง) วงกลมสันสี่ (quadruple ridge circular)

รูปที่ 2.1 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันชนิดต่างๆ

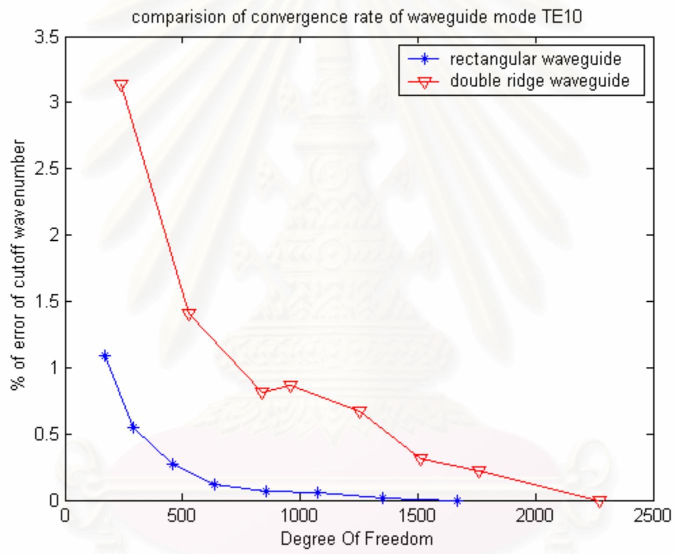
ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นมีสันด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (Finite Element Method : FEM) พบว่าอัตราการลู่เข้า (convergence rate) ของผลเฉลยไม่ดีนัก เมื่อเปรียบเทียบกับท่อนำคลื่นทั่วๆ ไป ตัวอย่างเช่นท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม (rectangular waveguide) กับท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่ (double ridge waveguide) ดังในรูปที่ 2.2 หากคำนวณโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มาตรฐาน พบว่าอัตราการลู่เข้าของค่าผิดพลาดของเลขคลื่นตัด (cutoff wavenumber) ในโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นทั้งสองแตกต่างกันดังกราฟในรูปที่ 2.3 ในที่นี้แกนนอนของกราฟคือ

จำนวนพารามิเตอร์ที่หาหรือที่เรียกว่าระดับขั้นความเสรี (Degree Of Freedom : DOF) และแกนตั้งของกราฟคือเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด (% of error) ของเลขคลื่นตัด



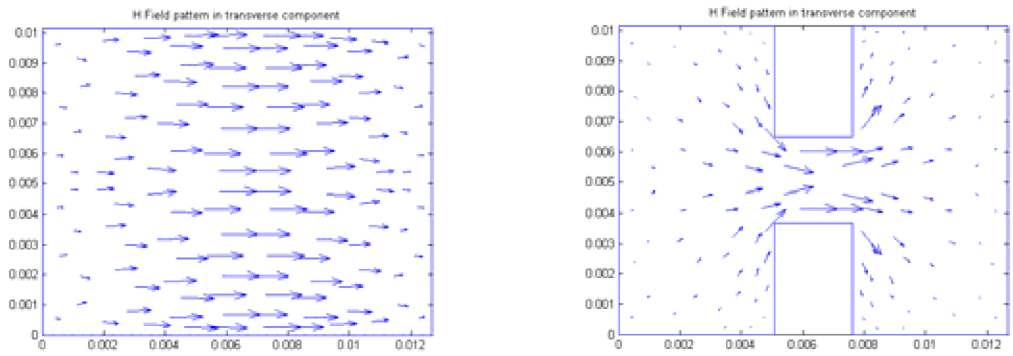
ก. ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ข. ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

รูปที่ 2.2 ลักษณะโครงสร้างของท่อนำคลื่น 2 ชนิด



รูปที่ 2.3 เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของเลขคลื่นตัดของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมกับท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

ผลการทดลองคำนวณทำให้เห็นว่าการที่ท่อนำคลื่นมีสันเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้การคำนวณต้องใช้เวลามากขึ้น เมื่อพิจารณาตามทฤษฎีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแล้ว สามารถหาเหตุผลมาอธิบายได้ว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตรงบริเวณสันของตัวนำมีการเปลี่ยนแปลงแบบจุดเอกฐาน (field singularity) ดังแสดงผลการคำนวณในรูปที่ 2.4 วิธีแก้ไขวิธีหนึ่งที่นิยมใช้คือการแบ่งพื้นที่บริเวณใกล้มุมสันให้มีจำนวนอีลีเมนต์มากเพียงพอ การแก้ไขเช่นนี้ทำให้ต้องใช้พารามิเตอร์มากขึ้นกว่าเดิมจึงเป็นเหตุให้คอมพิวเตอร์ต้องคำนวณนานและเพิ่มหน่วยความจำ ผู้วิจัยได้สำรวจผลงานวิจัยที่ผ่านมา [1] – [5] พบปัญหาที่ตรงกันคือการคำนวณในกรณีท่อนำคลื่นมีสันหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งท่อนำคลื่นที่มีผลเฉลยเป็นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งมีจุดเอกฐานโดยใช้วิธีมาตรฐานทำให้การคำนวณมีอัตราการลู่เข้าของคำตอบช้าลง (slow convergence) ด้วยเหตุดังกล่าวจึงเกิดเป็นปัญหาวิจัย เพื่อเสนอวิธีปรับปรุงให้สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีจุดเอกฐานได้อย่างประหยัดกว่าเดิม



ก. ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม ข. ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

รูปที่ 2.4 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่น 2 ชนิด

ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอแนวทางในการปรับปรุงความถูกต้องผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ให้ดียิ่งขึ้นคือ การใช้ฟังก์ชันพิเศษที่เรียกว่าฟังก์ชันรูปร่างแบบเอกฐาน (singular element) จากงานวิจัยที่ได้มีผู้นำเสนอไว้แล้วในการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเอกฐานทางด้านวิศวกรรมโยธา แต่ในงานวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั้นยังไม่มีผู้ทำวิจัยเกี่ยวกับการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเอกฐานมากนัก ได้มีผู้ที่นำเสนอฟังก์ชันรูปร่างเอกฐานที่เป็นเวกเตอร์และเข้ากันได้กับฟังก์ชันรูปร่างแบบอีลีเมนต์ขอบ คือ P. Tanner et al [4] โดยได้เสนอการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบเอกฐานแบบ Linear-Tangential/Quadratic-Normal : LT/QN และ Gil และ Webb [5] ได้เสนอฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบเอกฐานแบบกำลังสอง จากการศึกษางานวิจัยทั้งสองทำให้ผู้วิจัยได้เล็งเห็นว่ายังไม่มีผู้วิจัยใดได้นำเสนอฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน (constant singular edge element shape function) เลย เนื่องจากว่าในการสร้างให้มีความสอดคล้องกับฟังก์ชันรูปร่างแบบปกตินั้นอาจทำได้ยาก และอาจเกิดผลเฉลยปลอมเทียมได้ (spurious solution) ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงนำเสนอการใช้อีลีเมนต์พิเศษที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างเอกฐานและสามารถเข้ากันได้ดีกับอีลีเมนต์มาตรฐานแบบ CT/LN (Constant Tangential/Linear Normal) เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวณโมดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีจุดเอกฐานภายในท่อนำคลื่นสม่ำเสมอ

2.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

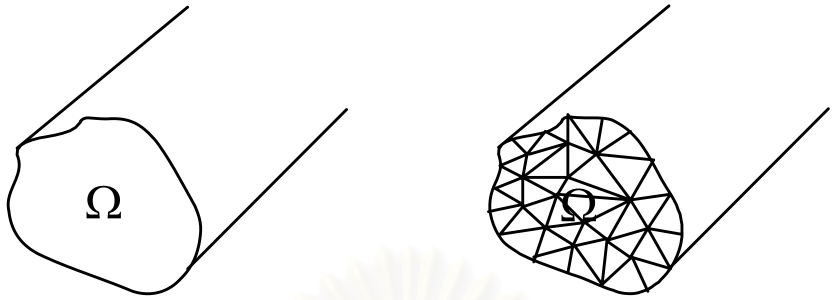
เพื่อเสนอฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบเอกฐานที่เข้ากันได้กับฟังก์ชันรูปร่างของอีลีเมนต์ของแบบ CT/LN ซึ่งเป็นฟังก์ชันมาตรฐานที่ใช้กันในโปรแกรมทั่วไป เพื่อประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณมุมสันให้สอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามแบบเอกฐาน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ยังผลให้ไม่ต้องแบ่งอีลีเมนต์บริเวณมุมสันเป็นอีลีเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมาก

2.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับการวิเคราะห์โมดในท่อนำคลื่น

2.3.1 สมการคลื่นในท่อนำคลื่น

การวิเคราะห์โมดในท่อนำคลื่นคือการหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นที่แพร่กระจายในทิศทางตามแกนของท่อนำคลื่น กำหนดให้แกนของท่อนำคลื่นคือแกน z และหน้าตัดของท่อนำคลื่นอยู่บนระนาบ x-y ดังแสดงในรูปที่ 2.5 หน้าตัดของท่อนำคลื่นมีรูปร่างใดๆ ภายในท่อบรรจุด้วยวัสดุที่จัดอยู่

ในประเภทตัวกลางไอโซทรอปิกที่ไร้การสูญเสีย (lossless isotropic) การวิเคราะห์จะพิจารณาในกรณีที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงตามเวลาแบบฮาร์มอนิกด้วยตัวประกอบ $e^{j\omega t}$ โดยที่ □ คือความถี่เชิงมุม



รูปที่ 2.5 ภาคตัดขวางท่อนำคลื่นรูปร่างใดๆ

เริ่มต้นจากสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) ในบริเวณไร้แหล่งกำเนิด (source free region)

$$\nabla \times \overline{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\overline{H} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \overline{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\overline{E} \tag{2.2}$$

เมื่อจัดรูปสมการ (2.1) และ (22.2) ได้สมการคลื่นในรูปของสนามแม่เหล็กดังนี้

$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r}\nabla \times \overline{H} - k_0^2\mu_r\overline{H} = 0 \tag{2.3}$$

โดยที่ k_0 คือ เลขคลื่นของคลื่นในอวกาศว่าง (free-space wavenumber)

ε คือ สภาพยอม (permittivity) ของตัวกลาง

μ คือ ความซาบซึมได้ (permeability) ของตัวกลาง

ผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ายังต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ดังนี้

$\overline{n} \times \overline{E} = 0$ บนผนังไฟฟ้า (electric wall)

$\overline{n} \times \nabla \times \overline{E} = 0$ บนผนังแม่เหล็ก (magnetic wall)

$$\left.\begin{aligned} \overline{n} \times \overline{E} &= continuous \quad function \\ \overline{n} \times \overline{H} &= continuous \quad function \end{aligned}\right\}$$ บริเวณรอยต่อระหว่างตัวกลาง 2 ชนิด

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แพร่กระจายไปในทิศทางตามแกน z สามารถแสดงในรูปของผลคูณตัวประกอบ $e^{-\gamma z}$ กับผลเฉลยของแบบแผนคลื่น เพื่อให้การคำนวณเข้าใจง่ายขึ้นจึงแยกองค์ประกอบสนามแม่เหล็ก และตัวดำเนินการเดล (del operator) ออกเป็น 2 องค์ประกอบคือ องค์ประกอบของสนามแม่เหล็กตามขวาง (transverse magnetic component) และองค์ประกอบของสนามแม่เหล็กตามยาว (longitudinal magnetic component) ดังนี้

$$\overline{H} = \overline{H}_t + H_z\overline{a}_z \tag{2.4}$$

และตัวดำเนินการเดล (del operator) สามารถแสดงได้เป็นดังนี้

$$\nabla = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z}\overline{a}_z \tag{2.5}$$

เมื่อแทนความเข้มสนามแม่เหล็กและตัวดำเนินการเดลลงในสมการ (2.1) และ (2.2) แล้ว ก็สามารถแสดงเป็นสมการเวกเตอร์ที่มีทิศทางบนระนาบหน้าตัดหรือระนาบขวางจำนวน 2 สมการดังต่อไปนี้

$$\nabla_t \times \varepsilon_r^{-1}\nabla_t \times \overline{H}_t - \gamma\varepsilon_r^{-1}\nabla_t H_z - \left(k_0^2\mu_r + \gamma^2\varepsilon_r^{-1}\right)\overline{H}_t = 0 \tag{2.6}$$

$$\nabla_t \cdot \varepsilon_r^{-1}\nabla_t H_z + \gamma\nabla_t \cdot \varepsilon_r^{-1}\overline{H}_t + k_0^2\mu_r H_z = 0 \tag{2.7}$$

2.3.2 วิธีหาผลเฉลยของตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

การสร้างระบบสมการเพื่อหาผลเฉลยของความเข้มสนามแม่เหล็กตามระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ใช้วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างแบบกาเลอกิน โดยใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบบเวกเตอร์ซึ่งมีทิศทางอยู่บนระนาบขวาง คือ $\overline{w}_t$ มาสร้างผลคูณเชิงสเกลาร์ (dot product) ในสมการ (2.6) และนำฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบบสเกลาร์ w_z มาคูณในสมการ (2.7) ต่อจากนั้นนำผลคูณที่ได้มาอินทิเกรตตลอดบริเวณภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น ยังผลให้ได้ชุดสมการต่อไปนี้

$$\int_\Omega \left[\overline{w}_t \cdot \nabla_t \times \varepsilon_r^{-1}\nabla_t \times \overline{H}_t - \overline{w}_t \cdot \gamma\varepsilon_r^{-1}\nabla_t H_z - \overline{w}_t \cdot \left(k_0^2\mu_r + \gamma^2\varepsilon_r^{-1}\right)\overline{H}_t\right] d\Omega = 0 \tag{2.15}$$

$$\int_\Omega \left[w_z\nabla_t \cdot \varepsilon_r^{-1}\nabla_t H_z + w_z\gamma\nabla_t \cdot \varepsilon_r^{-1}\overline{H}_t + w_z k_0^2\mu_r H_z\right] d\Omega = 0 \tag{2.16}$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขต จะสามารถจัดรูปสมการได้เป็น

$$\int_\Omega \left[\left(\nabla \times \overline{w}_t\right) \cdot \varepsilon_r^{-1}\left(\nabla_t \times \overline{H}_t\right) - \left(k_0^2\mu_r + \gamma^2\varepsilon_r^{-1}\right)\overline{w}_t \cdot \overline{H}_t - \gamma\varepsilon_r^{-1}\overline{w}_t \cdot \nabla_t H_z\right] d\Omega = 0 \tag{2.17}$$

$$\int_\Omega \left[\nabla_t w_z \cdot \varepsilon_r^{-1}\nabla_t \overline{H}_z + \gamma\nabla_t w_z \cdot \varepsilon_r^{-1}\overline{H}_t - k_0^2\mu_r w_z H_z\right] d\Omega = 0 \tag{2.18}$$

ฟังก์ชันความเข้มสนามแม่เหล็กบนหน้าตัดจะถูกประมาณให้เป็นผลรวมของฟังก์ชันความเข้มสนามแม่เหล็กในบริเวณย่อยหรืออีลีเมนต์ ถ้าแบ่งบริเวณภาคตัดขวางท่อนำคลื่นออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม และประมาณความเข้มสนามแม่เหล็กในอีลีเมนต์สามเหลี่ยมให้อยู่ในรูปตัวแปรไม่ทราบค่าของฟังก์ชันรูปร่างแบบอีลีเมนต์ของกับตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนี้

$$\overline{H}_t^e = \sum_{i=1}^{n} \overline{N}_i^e \; H_{ti}^e \tag{2.19}$$

$$H_z^e = \sum_{i=1}^{n} N_i^e \; H_{zi}^e \tag{2.20}$$

โดยที่ n คือ จำนวนตัวไม่ทราบค่าในแต่ละอีลีเมนต์

$\overline{N}_i^e$ คือ ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบ

N_i^e คือ ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์โนด

ตามวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างแบบกาเลอกิน แทนฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักด้วย $\overline{w}_t = \overline{N}$ และ $w_z = N$ ลงในสมการ (2.17) และ (2.18) แล้วจัดระบบสมการ ผลที่ได้เป็นดังนี้

$$[A][h_t] - k_0^2[B][h_t] - \gamma[C][h_z] - \gamma^2[D][h_t] = 0 \tag{2.21}$$

$$[E][h_z] - k_0^2[F][h_z] + \gamma[C]^T[h_t] = 0 \tag{2.22}$$

เนื่องจากสมการที่ (2.21) และ (2.22) ไม่อยู่ในรูประบบสมการเจาะจงแบบทั่วไป (generalized eigensystem equation) ดังนั้นจึงปรับรูปสมการ โดยให้ $[h_z'] = \dfrac{[h_z]}{\gamma}$ แล้วนำ γ คูณในสมการ (2.22) จะได้ระบบสมการใหม่อยู่ในระบบสมการเจาะจงแบบทั่วไป $[A][X] = \lambda[B][X]$ ดังนี้

$$[A][h_t] - k_0^2[B][h_t] - \gamma^2\left\{[C][h_z'] + [D][h_t]\right\} = 0 \tag{2.23}$$

$$\gamma^2\left\{[E][h_z'] - k_0^2[F][h_z'] + [C]^T[h_t]\right\} = 0 \tag{2.24}$$

หรือจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A]-k_0^2[B] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_t \\ h_z' \end{bmatrix} = \gamma^2 \begin{bmatrix} [D] & [C] \\ [C]^T & [E]-k_0^2[F] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_t \\ h_z' \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

โดยที่

$$[A] = \varepsilon_r^{-1}\int_\Omega \left(\nabla_t \times \overline{N}_m\right)\cdot\left(\nabla_t \times \overline{N}_n\right) d\Omega \tag{2.26}$$

$$[B] = \mu_r \int_\Omega \left(\overline{N}_m \cdot \overline{N}_n\right) d\Omega \tag{2.27}$$

$$[C] = \varepsilon_r^{-1}\int_\Omega \left(\overline{N}_m \cdot \overline{N}_n\right) d\Omega \tag{2.28}$$

$$[D] = \varepsilon_r^{-1}\int_\Omega \left(\overline{N}_m \cdot \nabla_t L_n\right) d\Omega \tag{2.29}$$

$$[E] = \varepsilon_r^{-1}\int_\Omega \left(\nabla_t L_m \cdot \nabla_t L_n\right) d\Omega \tag{2.30}$$

$$[F] = \mu_r \int_\Omega \left(L_m L_n\right) d\Omega \tag{2.31}$$

จากสมการ (2.25) ถึง (2.31) สามารถจัดรูปให้ดูง่ายขึ้นเป็น

$$\begin{bmatrix} A_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_t \\ h_z' \end{bmatrix} = \gamma^2 \begin{bmatrix} B_{tt} & B_{tz} \\ B_{zt} & B_{zz} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_t \\ h_z' \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

หรือสามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปของสนามแม่เหล็กตามขวางเพียงอย่างเดียวจะได้ดังสมการ

$$[A_{tt}][h_t] = \gamma^2\left\{[B_{tt}] - [B_{tz}][B_{zz}]^{-1}[B_{zt}]\right\}[h_t] \tag{2.33}$$

โดยที่

$$[A_{tt}]=[A]-k_0^2[B] \quad (2.34)$$

$$[B_{tt}]=[D] \quad (2.35)$$

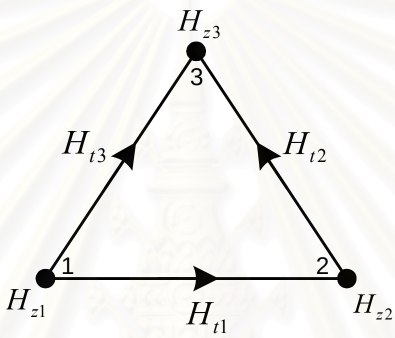
$$[B_{tz}]=[C] \quad (2.36)$$

$$[B_{zt}]=[C]^T \quad (2.37)$$

$$[B_{zz}]=[E]-k_0^2[F] \quad (2.38)$$

2.3.3 ฟังกชันรูปร่างแบบอีลีเมนต์ขอบ

ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบ CT/LN $\overline{N}_i^e$ และฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์โนด N_i^e ที่ใช้ในกันทั่วไปสามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 2.6 พารามิเตอร์บนอีลีเมนต์ขอบคงที่

การประมาณองค์ประกอบของความเข้มสนามแม่เหล็กตามยาวในอีลีเมนต์สามเหลี่ยมแสดงให้อยู่ในรูปของผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างโนดกับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าทั้ง 3 จุด ดังนี้

$$H_z^e=\sum_{i=1}^{3} N_i^e \, H_{zi}^e \quad (2.39)$$

$$N_i^e=L_i^e \quad (2.40)$$

โดยที่

$$L_i^e=\frac{1}{2A_e}(a_i+b_i x+c_i y) \qquad i=1,2,3 \quad (2.41)$$

$$a_i=x_j y_k-x_k y_j \quad (2.42)$$

$$b_i=y_j-y_k \quad (2.43)$$

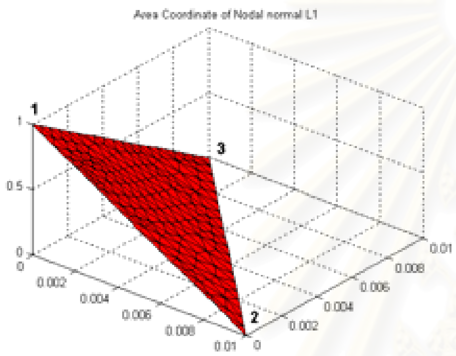
$$c_i=x_k-x_j \quad (2.44)$$

$$A_e = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \tag{2.45}$$

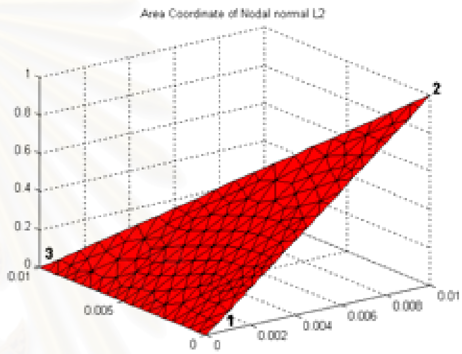
$$L_i^e = \begin{cases} 1, & at\ node\ \ i \\ 0, & at\ node\ \ j,k \end{cases} \tag{2.46}$$

$$\sum_{i=1}^{3} L_i^e(x,y) = 1 \tag{2.47}$$

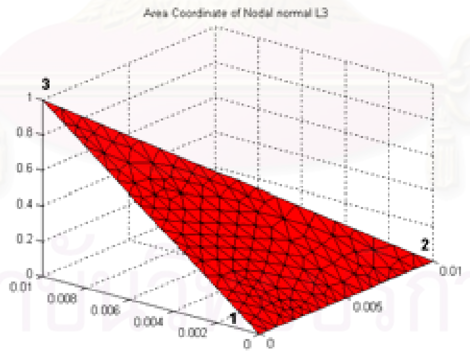
ในที่นีรหัสเวียนเป็น $(i, j, k) = \{\ (1,2,3), (2,3,1), (3,1,2)\ \}$



ก. ฟังก์ชันรูปร่างโนด N_1^e



ข. ฟังก์ชันรูปร่างโนด N_2^e



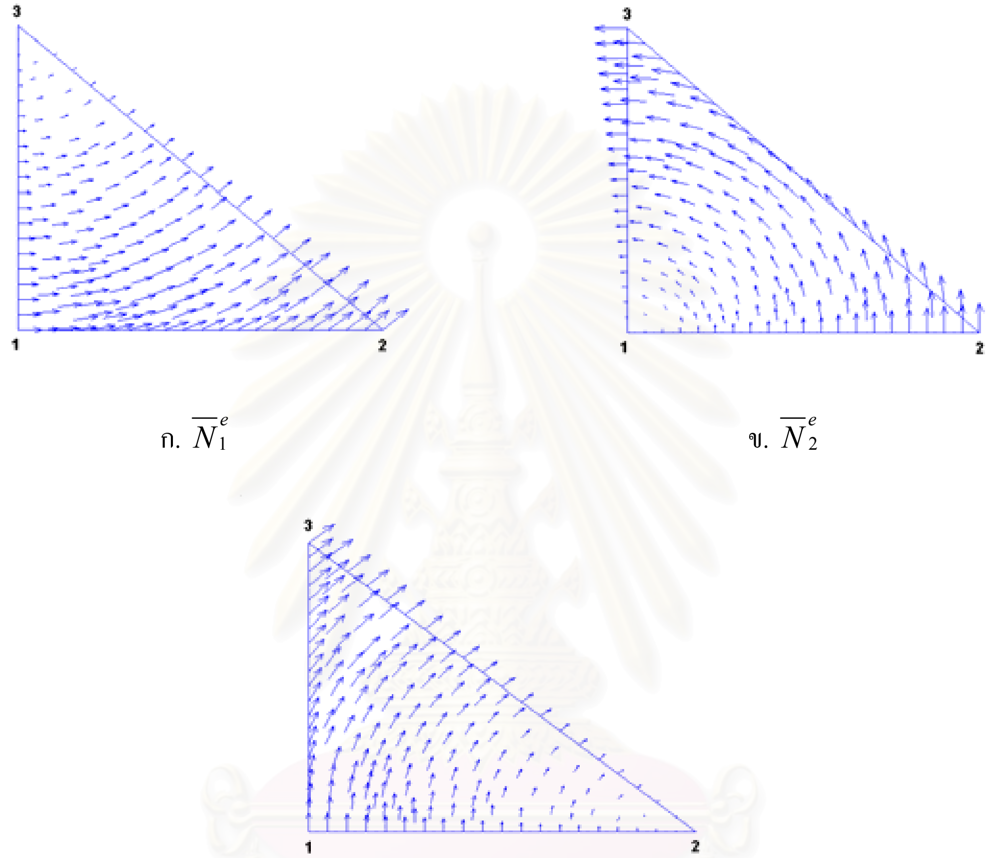
ค. ฟังก์ชันรูปร่างโนด N_3^e

รูปที่ 2.7 ฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้น

การประมาณองค์ประกอบของความเข้มสนามแม่เหล็กตามขวางแสดงให้อยู่ในรูปของผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างกับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ทั้ง 3 ด้าน ดังสมการ

$$H_t^e = \sum_{i=1}^{3} \overline{N}_i^e\ H_{ti}^e \tag{2.48}$$

โดยพารามิเตอร์เป็นเวกเตอร์อยู่บนด้านมีคุณสมบัติคือ เปลี่ยนแปลงในแนวสัมผัสแบบคงที่ตลอดด้าน และเปลี่ยนแปลงในแนวตั้งฉากแบบเชิงเส้น (Constant Tangential / Linear Normal : CT/LN) ดังรูปที่ 2.8 ยกตัวอย่างเช่น ฟังก์ชัน $\overline{N}_1^e$ พิจารณาด้าน 1-2 มีเวกเตอร์อยู่ในแนวสัมผัส ส่วนด้าน 2-3 และด้าน 3-1 มีเฉพาะเวกเตอร์ในแนวตั้งฉากเท่านั้น เงื่อนไขขอบเขตระหว่างอีลีเมนต์หรือเคิร์ลคอนฟอร์มมิง (curl conforming) คือสนามต่อเนื่องในองค์ประกอบแนวสัมผัส และสนามไม่ต่อเนื่องในองค์ประกอบแนวตั้งฉากระหว่างอีลีเมนต์



ก. $\overline{N}_1^e$ ข. $\overline{N}_2^e$

ค. $\overline{N}_3^e$

รูปที่ 2.4 แบบรูปของฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่ แสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\overline{N}_i = l_i\left(L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i\right) \tag{2.49}$$

ซึ่งมีรหัสเวียน (cyclic code) เป็น $(i, j, k) = \{\, (1,2,3), (2,3,1), (3,1,2) \,\}$

นำสมการ (2.40) แทนลงในสมการ (2.49) จะได้ดังสมการ

$$\overline{N}_1 = \frac{l_1}{2A_e}\left[(y_3 - y)\overline{a}_x + (x - x_3)\overline{a}_y\right] \tag{2.50}$$

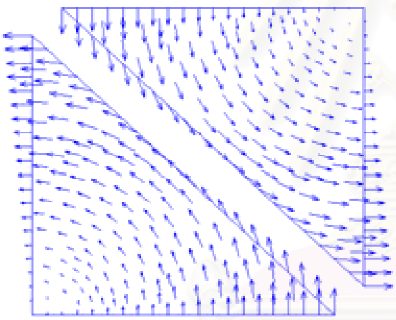
$$\overline{N}_2 = \frac{l_2}{2A_e}\left[(y_1 - y)\overline{a}_x + (x - x_1)\overline{a}_y\right] \quad (2.51)$$

$$\overline{N}_3 = \frac{l_3}{2A_e}\left[(y_2 - y)\overline{a}_x + (x - x_2)\overline{a}_y\right] \quad (2.52)$$

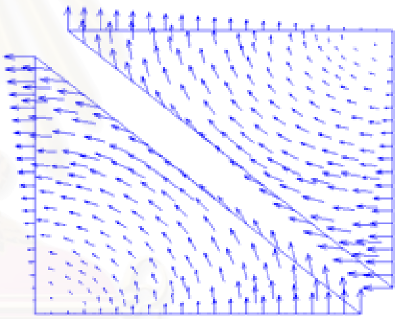
โดยที่ l_i คือ ความยาวด้านของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม $i = 1,2,3$

$$l_i = \begin{cases} \sqrt{b_k^2 + c_k^2}, & b_k < 0 \; or \; b_k = 0, c_m > 0 \\ -\sqrt{b_k^2 + c_k^2}, & b_k > 0 \; or \; b_k = 0, c_m < 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

โดยทั่วไปจุดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมใดๆ จะกำหนดหมุนวนในทิศทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นเมื่อพิจารณาอีลีเมนต์ 2 อีลีเมนต์ติดกัน จะพบว่าสนามที่หมุนในทิศทวนเข็มนั้นมีทิศสวนทางกัน ทำให้สนามที่ได้หักล้างกัน ดังนั้น l_i จึงจำเป็นต้องกำหนดทิศทางของสนามหมุนให้อยู่ในทิศทางเดียวกัน เพื่อทำให้สนามที่หมุนนั้นเสริมกัน ดังรูปที่ 2.5 โดยพิจารณาที่ตำแหน่งของพิกัดของจุดในอีลีเมนต์แต่ละอีลีเมนต์ที่ติดกันตามสมการ (2.53) นั่นคือ ตำแหน่งจุดของอีลีเมนต์ใดอยู่สูงกว่ากำหนดให้เป็นบวก และถ้าตำแหน่งจุดของอีลีเมนต์ใดอยู่ต่ำกว่าก็กำหนดให้เป็นลบ



ก. ไม่ได้กำหนดทิศทาง



ข. กำหนดทิศทาง

รูปที่ 2.5 การหมุนวนของสนาม 2 อีลีเมนต์ติดกัน เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

คุณสมบัติฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

1. $\nabla \cdot \overline{N}_i^e = \nabla \cdot \left(L_i^e \nabla L_j^e\right) - \nabla \cdot \left(L_j^e \nabla L_i^e\right) = 0$ (2.54)

2. $\nabla \times \overline{N}_i^e = 2\left(\nabla L_i^e \times \nabla L_j^e\right)$ (2.55)

3. $\hat{a}_i \cdot \overline{N}_i^e = 1$ บนด้าน $i - j$ (2.56)

$\hat{a}_i \cdot \overline{N}_j^e = 0$ บนด้าน $i - j$ (2.57)

$\hat{a}_i \cdot \overline{N}_k^e = 0$ บนด้าน $i - j$ (2.58)

รหัสเวียนเป็น $(i, j, k) = \{ (1,2,3), (2,3,1), (3,1,2) \}$

2.4 ฟังก์ชันรูปร่างแบบเอกฐาน

จากการศึกษางานวิจัยของ Gil et al. [6] และBladel และ Meixner [7] พบว่าที่บริเวณมุมสันหรือบริเวณใดๆ ที่มีการหักมุมของตัวนำ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว และมีความหนาแน่นประจุไฟฟ้าสูงใกล้บริเวณมุมสัน โดย Gil et al ได้เสนอไว้ว่าสนามแม่เหล็กแปรผันตามระยะรัศมีจากมุมสัน r ตามสมการที่ (2.59) ถึง (2.60) และดังรูปที่ 2.10

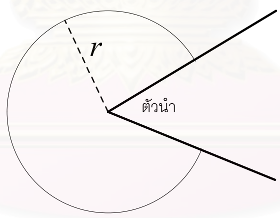
$$H_t \rightarrow r^{\rho-1} \tag{2.59}$$

$$H_z \rightarrow r^{\rho} \tag{2.60}$$

โดยที่ ρ คือ อันดับของสภาวะเอกฐาน (order of the singularity) ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างทางเรขาคณิต และคุณสมบัติของวัสดุ (material properties) $0 < \rho < 1$

r คือ รัศมีของมุมสัน

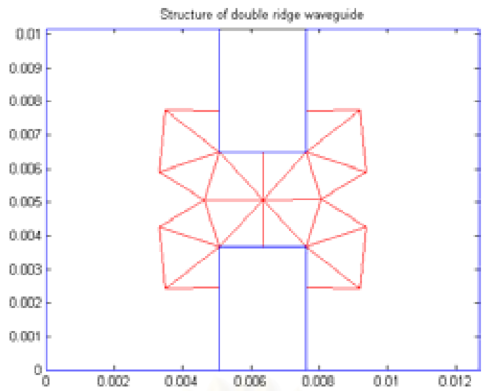
จากสมการที่ (2.59) สังเกตได้ว่าสนามแม่เหล็กองค์ประกอบตามขวางแปรผันตามระยะ r ยกกำลังค่าติดลบ เนื่องจาก $0 < \rho < 1$ แสดงว่าสนามแม่เหล็กองค์ประกอบตามขวางมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วคล้ายคลึงกับเอกซ์โพเนนเชียล และสมการที่ (2.60) แสดงว่าองค์ประกอบสนามแม่เหล็กตามยาวมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเช่นเดียวกันตามระยะ r



รูปที่ 2.10 บริเวณมุมสันของตัวนำ

ในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ผู้วิจัยได้นำฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบเอกฐานมาประมาณลักษณะของการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ณ บริเวณมุมสัน ดังแสดงในกรณีตัวอย่างท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่ ในรูปที่ 2.11 ส่วนบริเวณนอกเหนืออีลีเมนต์สามเหลี่ยมชุดนี้ ใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบปกติมาประมาณความเข้มสนามแม่เหล็กเช่นเดียวกัน

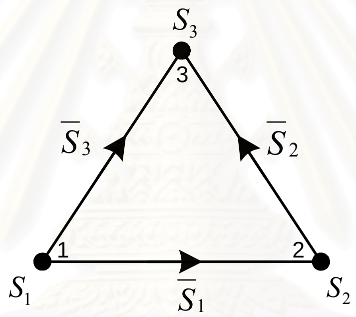
ในงานวิจัยนี้จะประมาณความเข้มสนามแม่เหล็กในอีลีเมนต์ที่เรียกว่าอีลีเมนต์เอกฐานโดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบเอกฐานดังนี้



รูปที่ 2.11 อีลีเมนต์สามเหลี่ยมบริเวณมุมสันของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

$$H_z^e = \sum_{i=1}^{3} S_i^e \ H_{zi}^e \tag{2.61}$$

$$H_t^e = \sum_{i=1}^{3} \overline{S}_i^e \ H_{ti}^e \tag{2.62}$$



รูปที่ 2.12 พารามิเตอร์บนอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน

ฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้นแบบเอกฐาน ที่ผู้วิจัยได้นำมาใช้เป็นของ Akin,J.E. (1976) โดยสามารถแสดงอยู่ในรูปของฟังก์ชันพิกัดพื้นที่ อ้างอิงจากฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้นแบบปกติ ดังสมการ

$$S_1 = 1-(1-L_1)^{1-\rho} \tag{2.63}$$

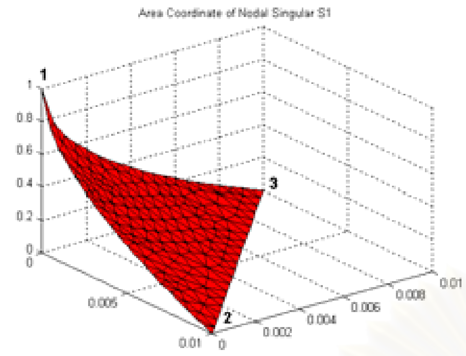
$$S_2 = \frac{L_2}{(1-L_1)^{\rho}} \tag{2.64}$$

$$S_3 = \frac{L_3}{(1-L_1)^{\rho}} \tag{2.65}$$

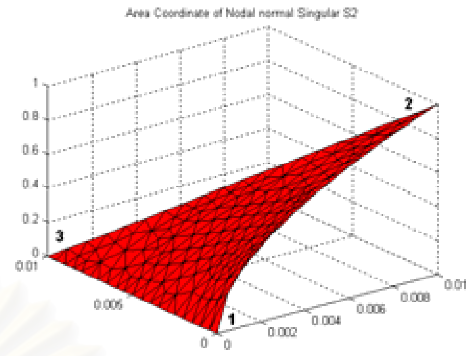
คุณสมบัติของฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้นแบบเอกฐาน มีลักษณะคล้ายคลึงกับฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้นแบบปกติ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.13 กล่าวคือ

$$S_i = \begin{cases} 1, & at \ node \ \ i \\ 0, & at \ node \ j,k \end{cases} \tag{2.66}$$

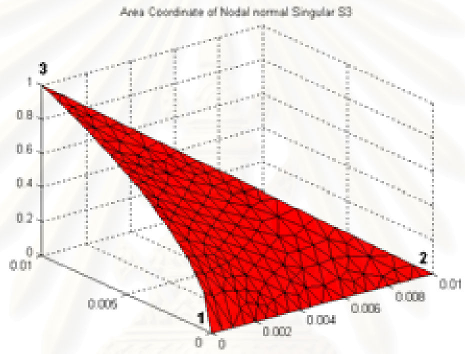
$$\sum_{i=1}^{3} S_i(x, y) = 1 \tag{2.67}$$



ก. ฟังก์ชันรูปร่างโนด S_1^e



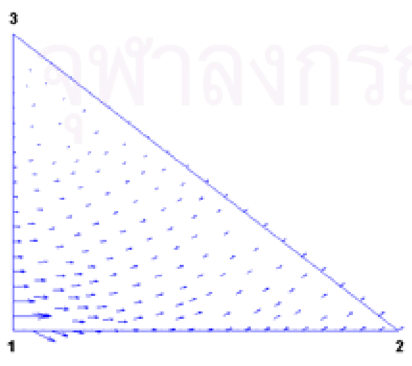
ข. ฟังก์ชันรูปร่างโนด S_2^e



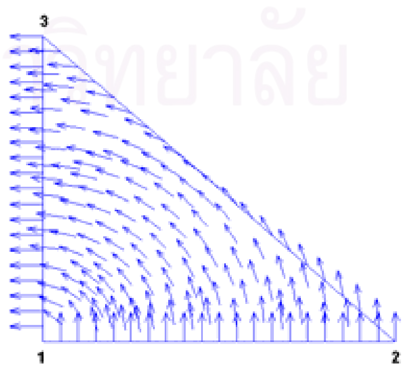
ค. ฟังก์ชันรูปร่างโนด S_3^e

รูปที่ 2.13 ฟังก์ชันรูปร่างโนดเชิงเส้นแบบเอกฐาน

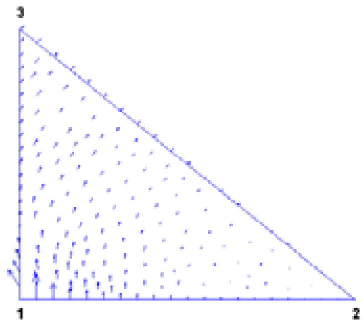
ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ สามารถแสดงดังรูปที่ 2.12 คือมีพารามิเตอร์เป็นเวกเตอร์อยู่บนด้านคงที่ตลอดด้าน และเวกเตอร์เปลี่ยนแปลงในแนวสัมผัสแบบคงที่ตลอดด้าน และเวกเตอร์เปลี่ยนแปลงในแนวตั้งฉากแบบเชิงเส้น



ก. $\overline{S}_1^e$



ข. $\overline{S}_2^e$



ค. $\overline{S}_3^e$

รูปที่ 2.14 แบบรูปของฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน

ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน แสดงเป็นสมการดังนี้

$$\overline{S}_i = l_i\left(S_i \nabla S_j - S_j \nabla S_i\right) \tag{2.68}$$

ซึ่งมีรหัสเวียน (cyclic code) เป็น $(i, j, k) = \{\, (1,2,3), (2,3,1), (3,1,2) \,\}$

เมื่อนำสมการที่ (2.63) ถึง (2.65) แทนลงในสมการ (2.68) จะได้ฟังก์ชันรูปร่างขอบแบบเอกฐานทั้ง 3 ด้านดังสมการ (2.69) ถึง (2.71) โดยพารามิเตอร์อ้างอิงจากฟังก์ชันรูปร่างขอบแบบปกติ

$$\begin{aligned}\overline{S}_1 = {} & \frac{l_1}{2A_e(1-L_1)^{2\rho}}\left\{ b_1\left[\rho L_2(1-L_1)^{\rho-1} - L_2\right] + b_2\left[(1-L_1)^{\rho} - (1-L_1)\right]\right\}\overline{a}_x \\ & + \frac{l_1}{2A_e(1-L_1)^{2\rho}}\left\{ c_1\left[\rho L_2(1-L_1)^{\rho-1} - L_2\right] + c_2\left[(1-L_1)^{\rho} - (1-L_1)\right]\right\}\overline{a}_y\end{aligned} \tag{2.69}$$

$$\overline{S}_2 = \frac{l_2}{2A_e(1-L_1)^{2\rho}}\left\{ (b_3L_2 - b_2L_3)\,\overline{a}_x + (c_3L_2 - c_2L_3)\,\overline{a}_y \right\} \tag{2.70}$$

$$\begin{aligned}\overline{S}_3 = {} & \frac{l_3}{2A_e(1-L_1)^{2\rho}}\left\{ b_1\left[L_3 - \rho L_3(1-L_1)^{\rho-1}\right] + b_3\left[(1-L_1) - (1-L_1)^{\rho}\right]\right\}\overline{a}_x \\ & + \frac{l_3}{2A_e(1-L_1)^{2\rho}}\left\{ c_1\left[L_3 - \rho L_3(1-L_1)^{\rho-1}\right] + c_3\left[(1-L_1) - (1-L_1)^{\rho}\right]\right\}\overline{a}_y\end{aligned} \tag{2.71}$$

การปรับทิศทางของสนามที่มีทิศสวนทางกัน ก็ใช้หลักการเดียวกับในการปรับสนามหมุนของฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบปกติ ตามสมการ (2.53)

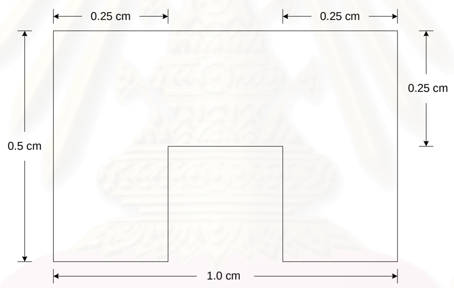
2.5 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

เพื่อทดสอบความถูกต้องและประสิทธิภาพในการใช้อีลีเมนต์เอกฐาน ผู้วิจัยจึงได้เขียนโปรแกรมไฟไนต์อีลีเมนต์ตามระเบียบวิธีดังที่กล่าวในข้างต้น แล้วทดสอบโปรแกรมกับตัวอย่างท่อนำคลื่นที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีจุดเอกฐานทั้งหมด 6 ตัวอย่าง นอกจากนี้ยังได้ทดสอบผลของการเปลี่ยน ρ ซึ่งอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ใน

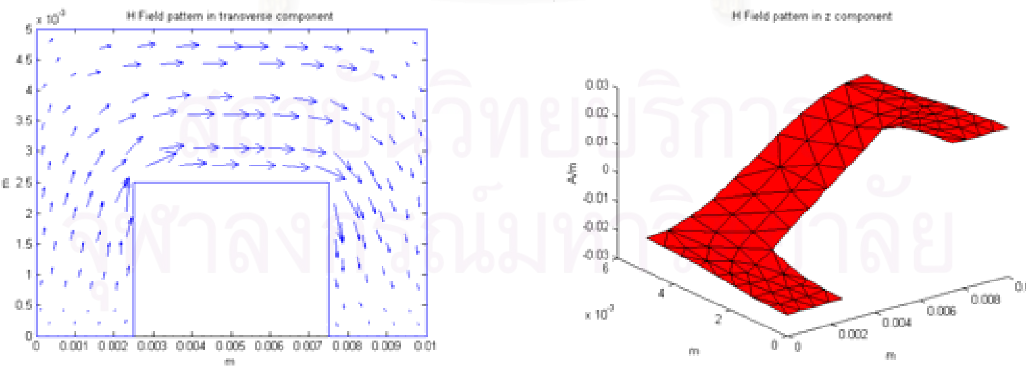
กรณีตัวอย่างทั้ง 6 นี้ ผู้วิจัยได้คำนวณอัตราลู่เข้าของเลขคลื่นตัด (cutoff wavenumber) และความถี่ตัด (cutoff frequency) ของท่อนำคลื่นในตัวอย่างแต่ละตัวอย่าง ของ 2 โมดแรกเท่านั้น เนื่องจากในการใช้งานนั้น จะพิจารณาเฉพาะช่วงความถี่ที่นำไปใช้งาน ซึ่งก็คือระยะห่างระหว่างการเกิดความถี่ตัดของโมดที่ 1 และโมดที่ 2 ซึ่งในกรณีตัวอย่างทั้งหมดนี้ยกเว้นกรณีท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน ผู้วิจัยได้เลือกนำมาคำนวณ เนื่องจากมีการนำเสนอไว้ในบทความอ้างอิงหลายๆ บทความ เพื่อจะนำมาเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับผลในบทความอ้างอิง และเพื่อแสดงได้ว่าผลที่ได้จากการคำนวณนี้ถูกต้อง

2.5.1 ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว

ตัวอย่างที่ 1 เป็นท่อนำคลื่นแบบสันเดี่ยว (single ridge waveguide) โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว มีลักษณะหน้าตัดดังรูปที่ 2.15 เหตุผลในการเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณเนื่องจากโครงสร้างมีการหักมุม 2 มุม ทำให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีลักษณะเอกฐานได้เป็นอย่างดี ผลการคำนวณลักษณะการเปลี่ยนแปลงส่วนประกอบความเข้มสนามแม่เหล็กตามขวางของโมดแรกแสดงดังในรูปที่ 2.16 จากผลที่ได้ในกราฟแสดงให้เห็นถึงการมีจุดเอกฐานของสนามมเหล็กที่ตรงมุมสันของท่อนำคลื่น ซึ่งเมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างเอกฐานตามที่นำเสนอในงานวิจัยนี้จะช่วยให้อัตราลู่เข้าของคำตอบดีขึ้น



รูปที่ 2.15 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว

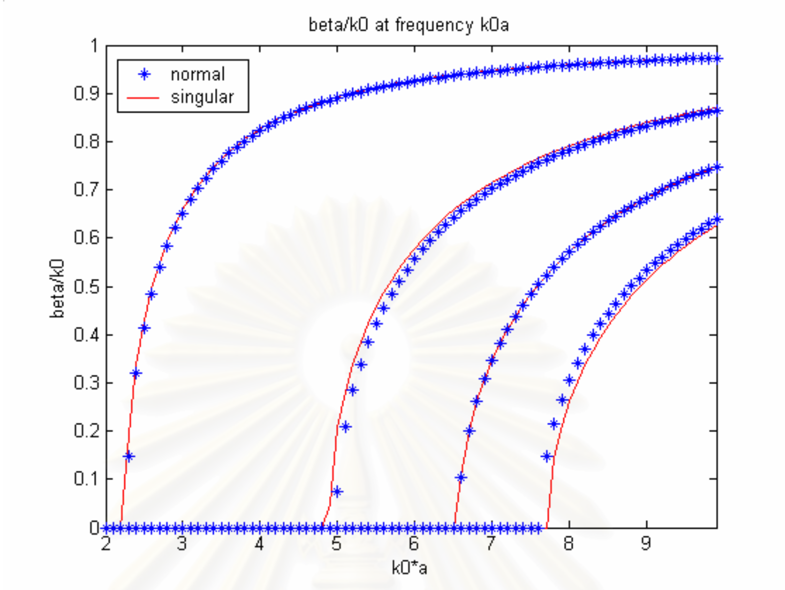


ก. สนามแม่เหล็กตามขวางของโมด TE_{10} ข. สนามแม่เหล็กตามแกน z ของโมด TE_{10}

ค. โมด TE_{01} ตามขวาง ง. โมด TE_{01} ตามยาว

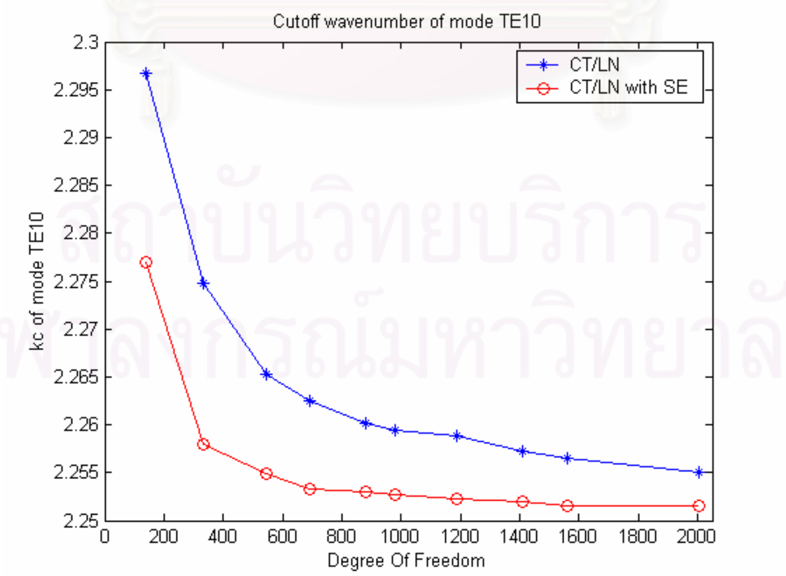
รูปที่ 2.16 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่ จำนวน 142 อีลีเมนต์

ผลการคำนวณกราฟดิสเพอชันดังแสดงในรูปที่ 2.17 ซึ่งแสดงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างแบบมาตรฐานกับแบบเอกฐานที่เสนอในงานวิจัยนี้ ผลจากกราฟแสดงให้เห็นถึงการให้ผลที่แตกต่างในช่วงคัทออฟของท่อนำคลื่น

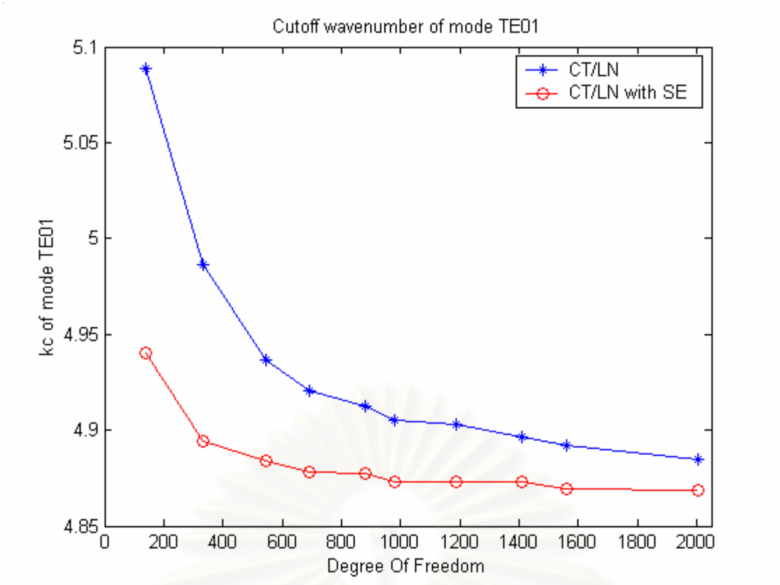


รูปที่ 2.17 กราฟดิสเพอชันของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

ผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณเลขคลื่นตัดของโมด TE_{10} และโมด TE_{01} ระหว่างวิธีที่ใช้อีลี-เมนต์เอกฐานกับวิธีที่ไม่ใช้อีลีเมนต์เอกฐาน แสดงในกราฟรูปที่ 2.18 และ 2.19 ตามลำดับ ซึ่งผลการคำนวณที่ได้แสดงว่าการนำฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมาใช้ ทำให้อัตราการลู่เข้าดีกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติเพียงอย่างเดียว

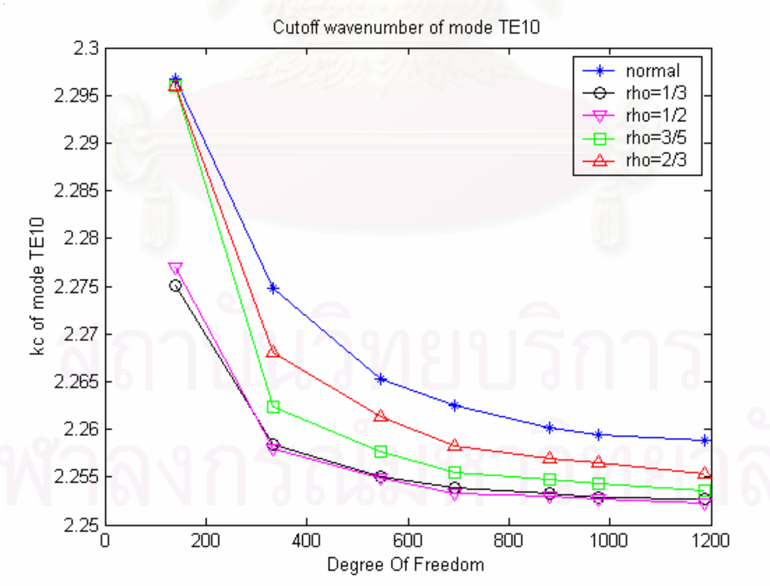


รูปที่ 2.18 เลขคลื่นตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่



รูปที่ 2.19 เลขคลื่นตัดโมด TE_{01} ของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

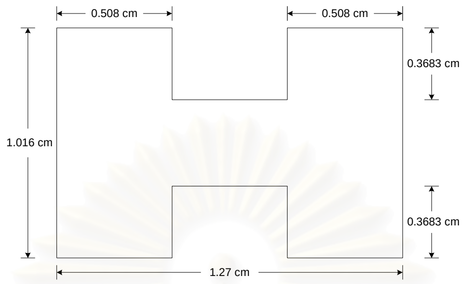
เนื่องจากการประมาณในอีลีเมนต์ขอบแบบเอกฐานต้องกำหนดค่า ρ ซึ่งค่า ρ อยู่ในช่วง $0 < \rho < 1$ ผู้วิจัยจึงคำนวณผลการเปรียบเทียบค่า ρ ว่ามีผลต่อการลู่เข้าของคำตอบอย่างไรได้ ผลที่ได้แสดงในกราฟรูปที่ 2.20 ผลที่ได้จากกราฟพบว่าค่า ρ ที่อยู่ในช่วง $0 < \rho < 1$ ยังคงให้ผลเฉลยที่ได้ดีกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ และเพื่อให้สะดวกต่อการอินทีเกรต จึงเลือกใช้ค่า $\rho = \dfrac{1}{2}$



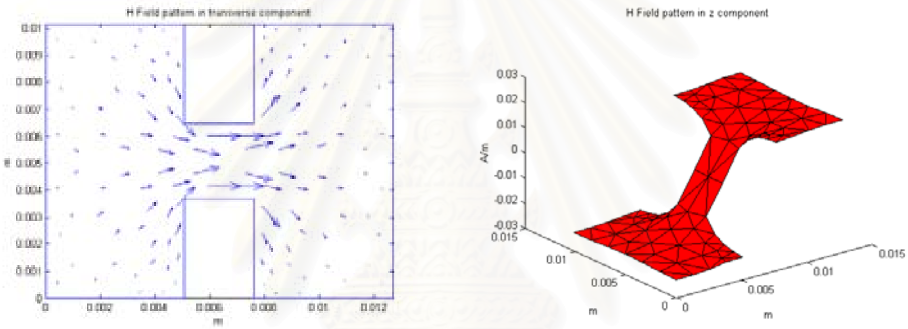
รูปที่ 2.16 เลขคลื่นตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ย เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่ โดยเปลี่ยนแปลงค่า ρ

2.5.2 ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

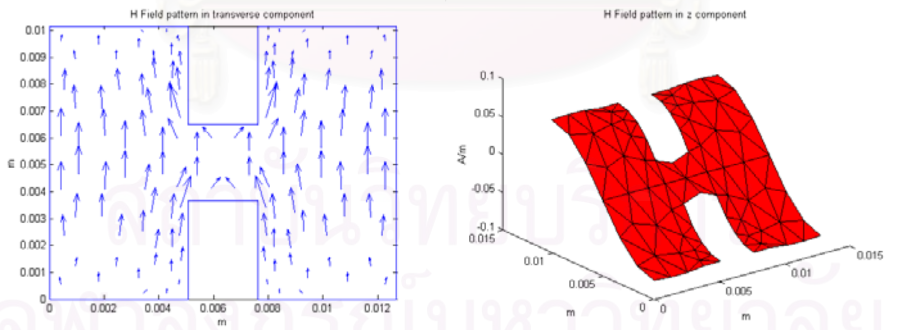
ตัวอย่างที่ 2 เป็นท่อนำคลื่นมีสันคู่ซึ่งโครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่ มีลักษณะหน้า ดังรูปที่ 2.21 การเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณ เนื่องจากเป็นที่นิยมนำมาใช้ในทางปฏิบัติ มีความสมมาตรทุกแกน



รูปที่ 2.17 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่



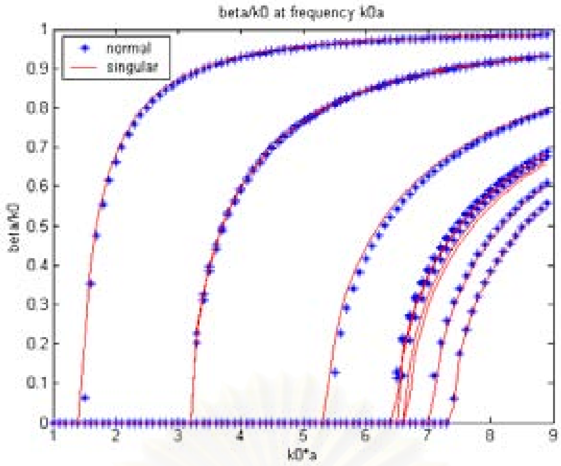
ก. โมด TE_{10} ตามขวาง ข. โมด TE_{10} ตามยาว



ค. โมด TE_{01} ตามขวาง ง. โมด TE_{01} ตามยาว

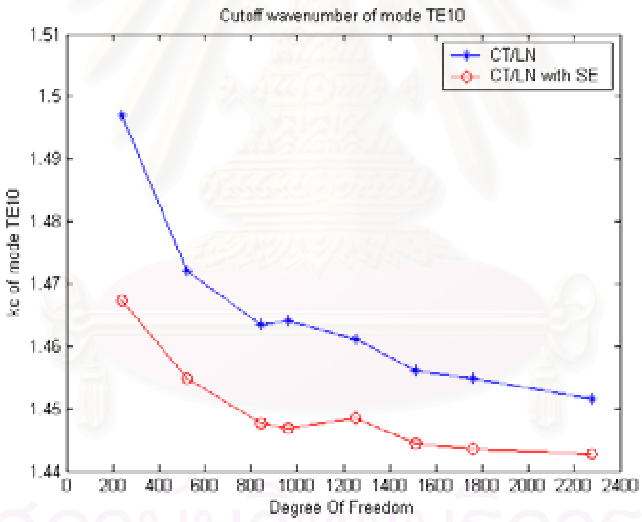
รูปที่ 2.18 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นมีสัน เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่ 100 อีลีเมนต์

แบบรูปของสนามแม่เหล็กแสดงไว้ในรูปที่ 2.18 เพื่อแสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กในท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ณ บริเวณมุมสัน ทั้ง 2 โมด และกราฟการกระจายตามความถี่ที่คำนวณด้วยอีลีเมนต์จำนวน 100 อีลีเมนต์อยู่ในรูปที่ 2.19 เพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวเฟสกับความถี่

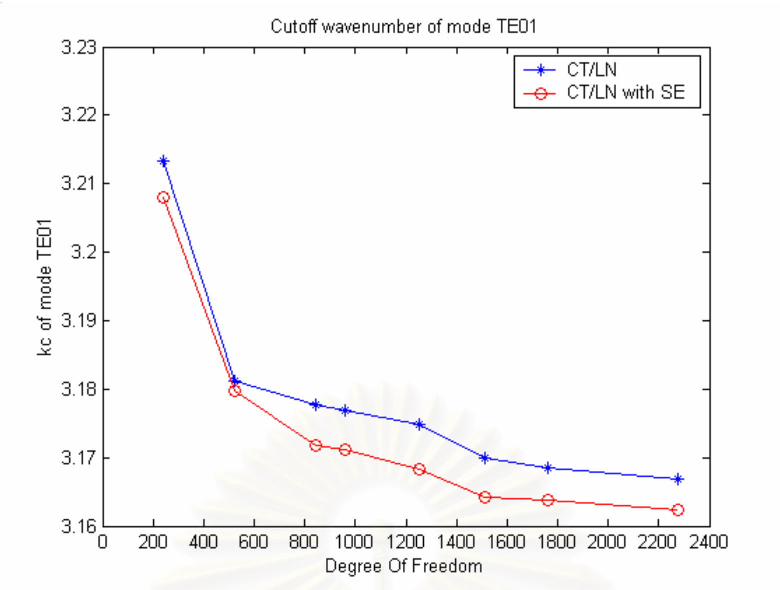


รูปที่ 2.19 กราฟการกระจายตามความถี่ของท่อนำคลื่นแบบสันคู่ เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่

เมื่อศึกษาอัตราการลู่เข้าของคำตอบในกรณีตัวอย่างที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 2.20 พบว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน ส่งผลให้อัตราการลู่เข้าดีกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่เพียงอย่างเดียว



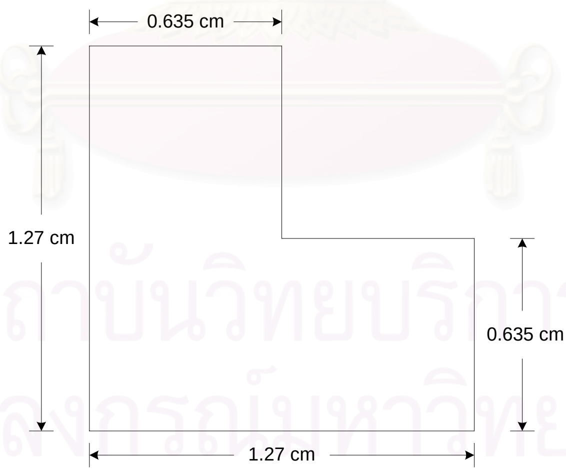
รูปที่ 2.20 อัตราการลู่เข้าของเลขคลื่นตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นแบบสันคู่



รูปที่ 2.21 เลขคลื่นตัดโมด TE_{01} ของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่

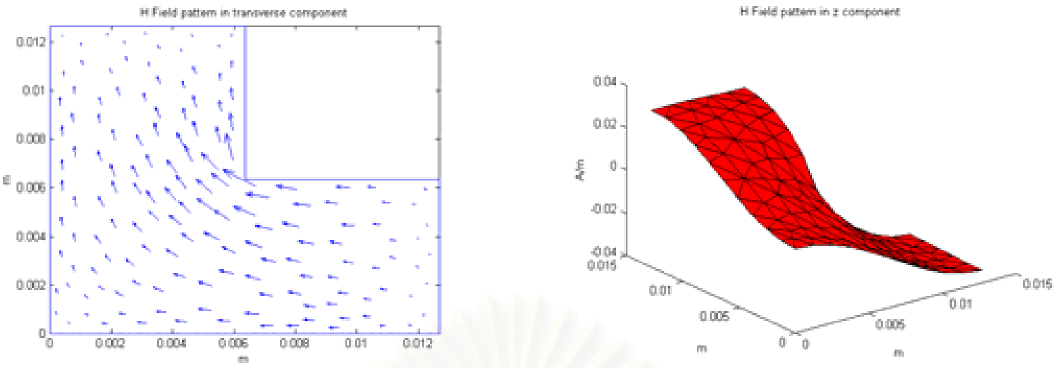
2.5.3 ท่อนำคลื่นรูปร่าง L

ตัวอย่างที่ 3 เป็นท่อนำคลื่นรูปตัว L ซึ่งมีโครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่น มีลักษณะทางกายภาพคือ รูปร่างของท่อนำคลื่นเหมือนรูปตัว L ความยาวด้านแนวตั้งและแนวนอนมีขนาดเท่ากัน ดังรูปที่ 2.22 โดยในการเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณ เนื่องจากโครงสร้างของท่อนำคลื่นรูปร่าง L เปลี่ยนแปลงทั้ง 2 ด้านในมุมสันเดียว ทำให้เห็นแบบรูปสนามแม่เหล็กในท่อนำคลื่นรูปร่าง L ต่างจากท่อนำคลื่นในตัวอย่างก่อน



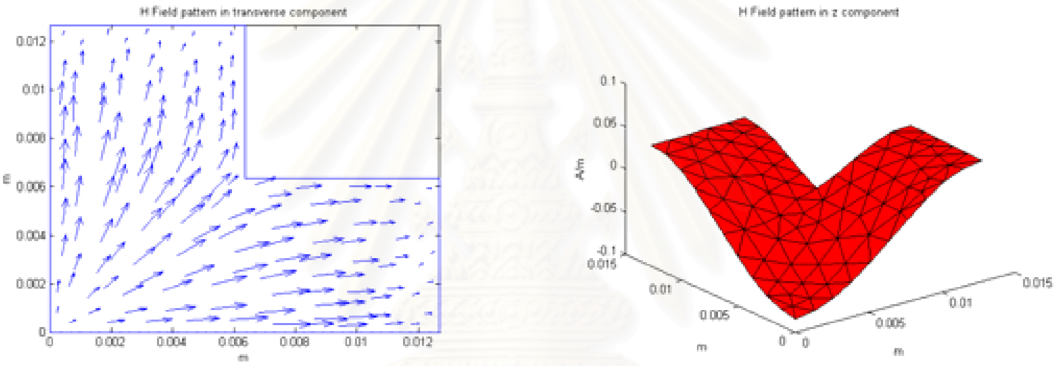
รูปที่ 2.22 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบรูปร่าง L

ผลการคำนวณสนามแม่เหล็กของโมดที่หนึ่งและโมดที่สองแสดงได้ในรูปที่ 2.23 เมื่อพิจารณารูปที่ 2.23 พบว่าสนามแม่เหล็กของโมด TE_{10} มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วที่บริเวณมุมสัน แต่สนามแม่เหล็กของโมด TE_{01} ไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วบริเวณมุมสัน การใช้อีลีเมนต์แบบเอกฐานจะส่งผลให้การคำนวณที่ได้จากการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมีค่าผิดพลาดกว่าฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่



ก. สนามแม่เหล็กตามขวางของโมด TE_{10} ข. สนามแม่เหล็กตามแกน z ของโมด TE_{10}

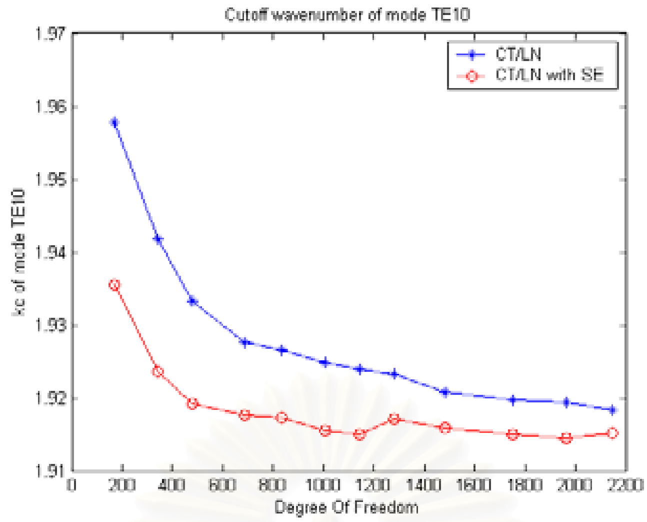
รูปที่ 2.23 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นรูปร่าง L เมื่อใช้ 150 อีลีเมนต์



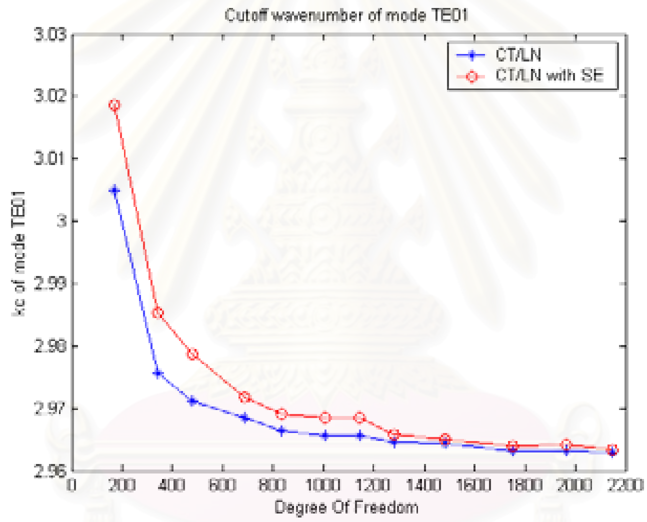
ค. สนามแม่เหล็กตามขวางของโมด TE_{01} ง. สนามแม่เหล็กตามแกน z ของโมด TE_{01}

รูปที่ 2.23 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นรูปร่าง L เมื่อใช้ 150 อีลีเมนต์

ผลการคำนวณอัตราการลู่เข้าของเลขคลื่นตัดของโมด TE_{10} และโมด TE_{01} แสดงในรูปที่ 2.24 และ 2.25 ตามลำดับ ผลการเปรียบเทียบพบว่าผลการคำนวณในโมด TE_{10} เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมีค่าผิดพลาดน้อยกว่าฟังก์ชัน รูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ แต่ในโมด TE_{01} ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมีค่าผิดพลาดมากกว่า เนื่องจากแบบรูปของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กที่บริเวณมุมสัน



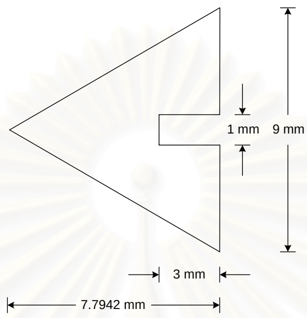
รูปที่ 2.24 อัตราการลู่เข้าของเลขคลื่นตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นรูปร่าง L



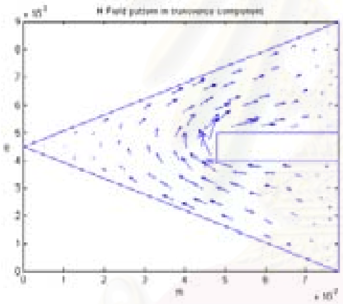
รูปที่ 2.25 อัตราการลู่เข้าของเลขคลื่นตัดโมด TE_{01} ของท่อนำคลื่นรูปร่าง L

2.5.4 ท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน

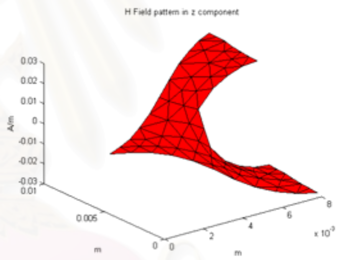
โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน มีลักษณะทางกายภาพคือ รูปร่างของท่อนำคลื่นเป็นโครงสร้างสามเหลี่ยม โดยมีสันเป็นแท่งสี่เหลี่ยมอยู่ด้านใน ดังรูปที่ 2.26 โดยในการเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณ เนื่องจากเป็นโครงสร้างรูปแบบใหม่ ซึ่งอาจมีการใช้งานในด้านสายอากาศแบบร่องเปิด ผลการคำนวณสนามแม่เหล็กของโมด 2 อันดับแรกแสดงอยู่ในรูปที่ 2.27



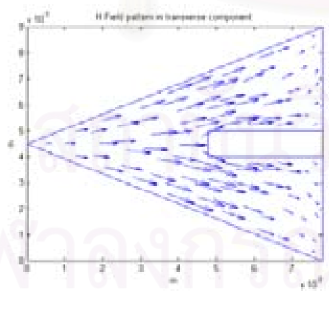
รูปที่ 2.26 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน



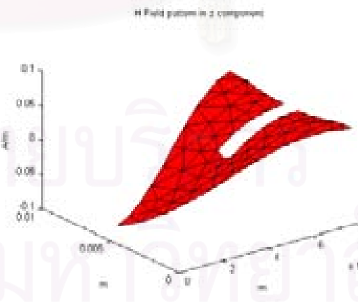
ก. โมด TE_{10} ตามขวาง



ข. โมด TE_{10} ตามยาว



ค. โมด TE_{01} ตามขวาง

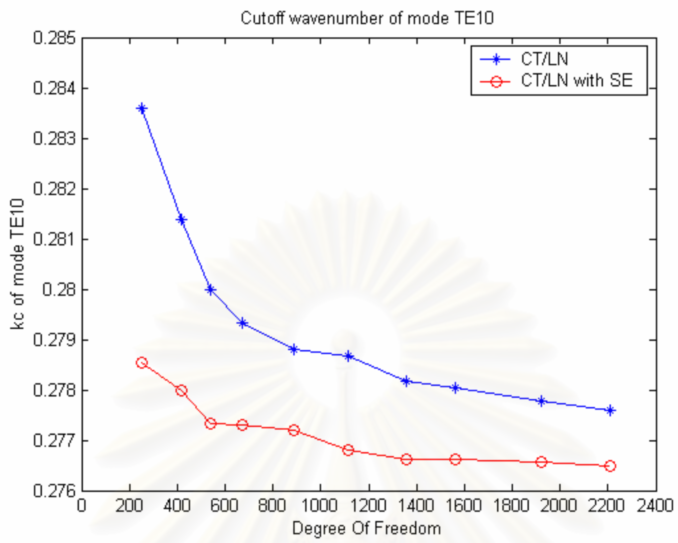


ง. โมด TE_{01} ตามยาว

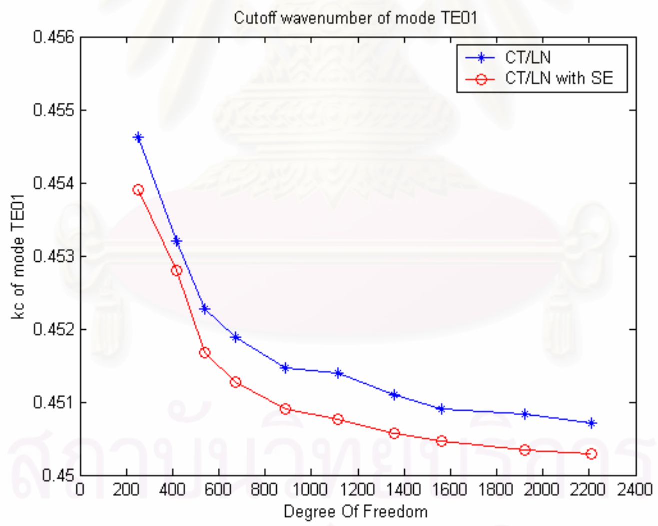
รูปที่ 2.27 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน

เมื่อพิจารณาแบบรูปของสนามแม่เหล็กแสดงในรูปที่ 2.27 พบว่าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กบริเวณมุมสัน มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ทั้ง 2 โมด ผลการคำนวณเลขคลื่นตัดของโมด TE_{10} และโมด TE_{01} ในรูปที่ 2.28 และ 2.29 ตามลำดับ เพื่อเปรียบเทียบระหว่างการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์

ขอบคงที่แบบปกติ กับการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน ผลที่ได้พบว่าผลมีความสอดคล้องกันตามตัวอย่างที่ 1 และ 2 นั่นคือฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานช่วยให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าผิดพลาดที่น้อยกว่า



รูปที่ 2.28 เลขคลื่นตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน

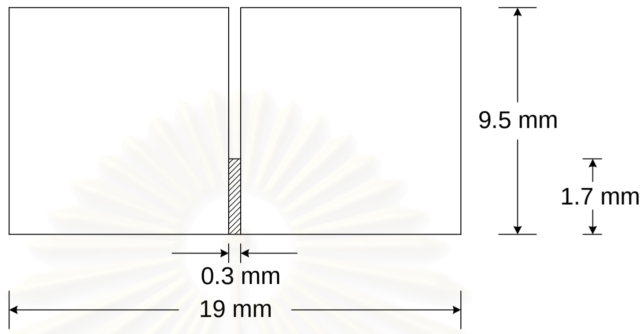


รูปที่ 2.29 เลขคลื่นตัดโมด TE_{01} ของท่อนำคลื่นสามเหลี่ยมมีสัน

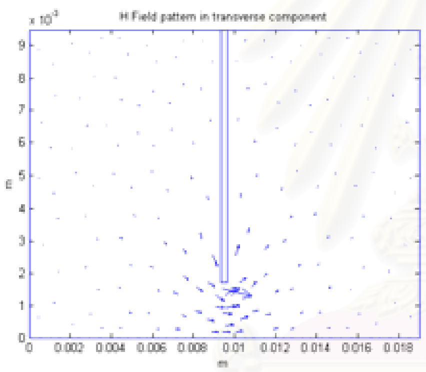
2.5.5 ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

ตัวอย่างที่ 5 เป็นโครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก มีลักษณะทางกายภาพคือ รูปร่างของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว มีสันตัวนำเป็นแท่งสี่เหลี่ยม และสันตัวกลางชนิดไดอิเล็กทริกเป็นแท่งสี่เหลี่ยมอยู่ภายในท่อนำคลื่น ดังรูปที่ 2.30 โดยในการเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณ

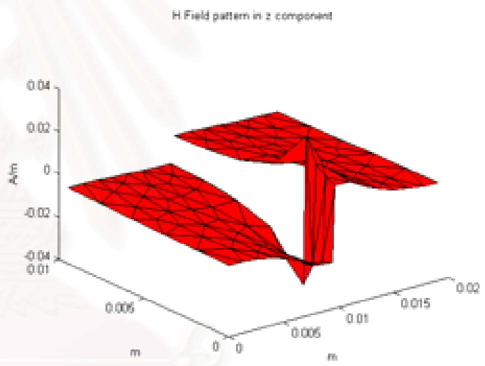
เนื่องจากมีสารไดอิเล็กทริกประกอบอยู่ภายในท่อนำคลื่นชนิดนี้ และสันมีขนาดที่แคบมากๆ ทำให้แบบรูปของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วดังแสดงในรูปที่ 2.31 แบบรูปของสนามแม่เหล็กแสดงไว้ในรูปที่ 2.31 พบว่าการกระจายตัวของสนามแม่เหล็กในโมด TE_{10} หนาแน่นบริเวณมุมสัน แต่ในโมด TE_{01} สนามแม่เหล็กไม่หนาแน่นบริเวณมุมสันเลย ซึ่งจะส่งผลให้การคำนวณที่ใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานมีค่าผิดพลาดกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ



รูปที่ 2.30 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

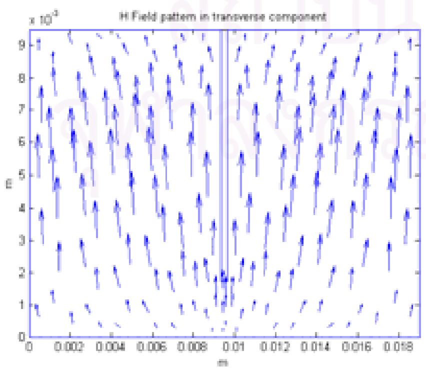


ก. สนามแม่เหล็กตามขวางของโมด TE_{10}

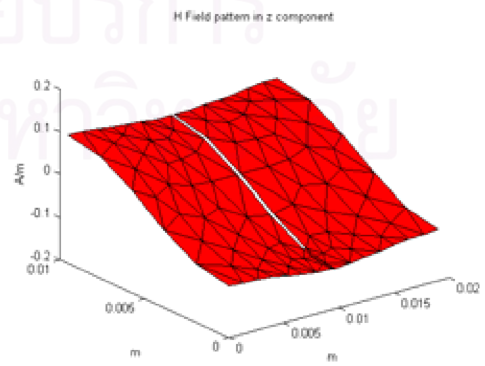


ข. สนามแม่เหล็กตามแกน z ของโมด TE_{10}

รูปที่ 2.31 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก



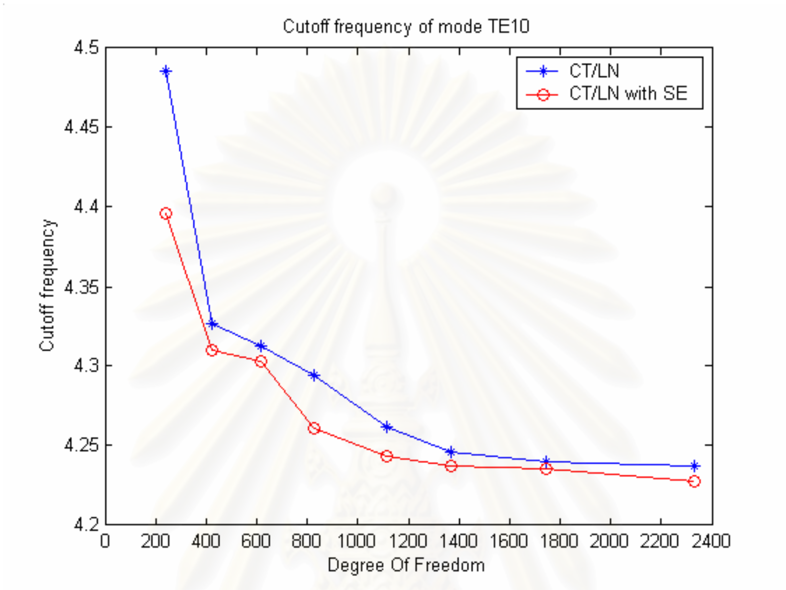
ค. สนามแม่เหล็กตามขวางของโมด TE_{01} ตามขวาง



ง. สนามแม่เหล็กตามแกน z ของโมด TE_{01}

รูปที่ 2.31 (ต่อ) แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

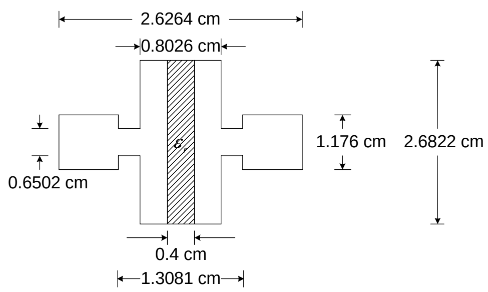
ผลการคำนวณความถี่ตัดของโมด TE_{10} และโมด TE_{01} อยู่ในรูปที่ 2.32 และ 2.33 ตามลำดับ ผลการเปรียบเทียบอัตราการลู่เข้าของความถี่ตัดเมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานในโมด TE_{10} ส่งผลให้ความถี่ตัดมีค่าดีกว่า แต่ในโมด TE_{01} เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน ทำให้ผลการคำนวณมีค่าผิดพลาดมากกว่า เนื่องจากแบบรูปของสนามแม่เหล็กในโมด TE_{10} มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว จึงทำให้ผลการคำนวณที่ได้ดีกว่า แต่ในโมด TE_{01} แบบรูปของสนามแม่เหล็กไม่มีการเปลี่ยนแปลงบริเวณมุมสันเลย จึงทำให้ผลที่ได้ผิดพลาดมากกว่า



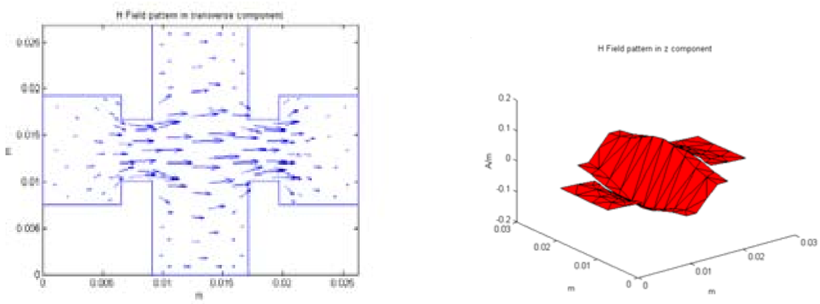
รูปที่ 2.32 ความถี่ตัดโมด TE_{10} ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริก

2.5.6 ท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก

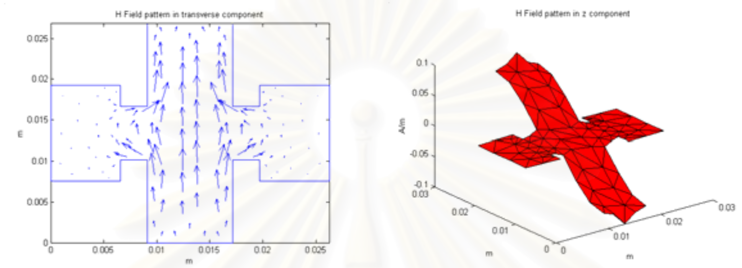
ตัวอย่างที่ 6 เป็นท่อนำคลื่นที่เป็นท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก มีลักษณะทางกายภาพคือ รูปร่างของท่อนำคลื่นมีสัน มีแท่งไดอิเล็กทริกสอดอยู่กลางภายในท่อนำคลื่น ดังรูปที่ 2.34 โดยในการเลือกตัวอย่างนี้นำมาคำนวณ เนื่องจากมีสารไดอิเล็กทริกประกอบภายใน ท่อนำคลื่นชนิดนี้ และโครงสร้างค่อนข้างมีมุมสันหลายสัน



รูปที่ 2.34 โครงสร้างภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก



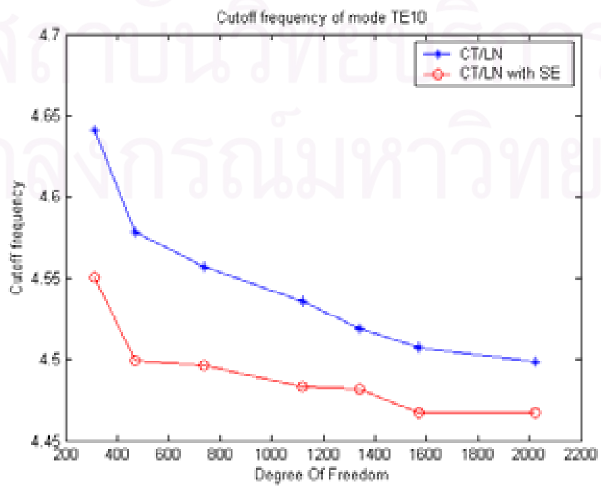
ก. โมด TE_{10} ตามขวาง ข. โมด TE_{10} ตามยาว



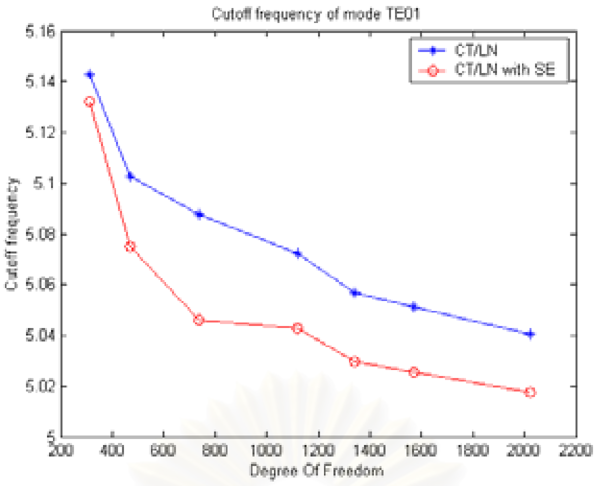
ค. โมด TE_{01} ตามขวาง ง. โมด TE_{01} ตามยาว

รูปที่ 2.35 แบบรูปสนามแม่เหล็กของท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก เมื่อใช้ 132 อีลีเมนต์

แบบรูปของสนามแม่เหล็กแสดงไว้ในรูปที่ 2.39 เพื่อให้ทราบว่าสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว บริเวณมุมสัน ทั้ง 2 โมด ผลการคำนวณความถี่ตัดของโมด TE_{10} และโมด TE_{01} อยู่ในรูปที่ 2.36 และ 2.37 ตามลำดับ เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณความถี่ตัดได้โดยง่าย ซึ่งผลที่ได้นั้นมีความสอดคล้องกันกับกรณีตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างเช่น ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยว ท่อนำคลื่นมีสันแบบสันคู่ เป็นต้น นั่นคือในการคำนวณทั้ง 2 โมด เมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานส่งผลให้ความถี่มีค่าผิดพลาดน้อยกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่าง อีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติเพียงอย่างเดียว เนื่องจากสนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วบริเวณมุมสัน



รูปที่ 2.36 ความถี่ตัดโมด TE_{10} ของท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก



รูปที่ 2.37 ความถี่ตัดโมด TE_{01} ของท่อนำคลื่นมีสันบรรจุด้วยแท่งไดอิเล็กทริก

2.6 สรุปผลการคำนวณ

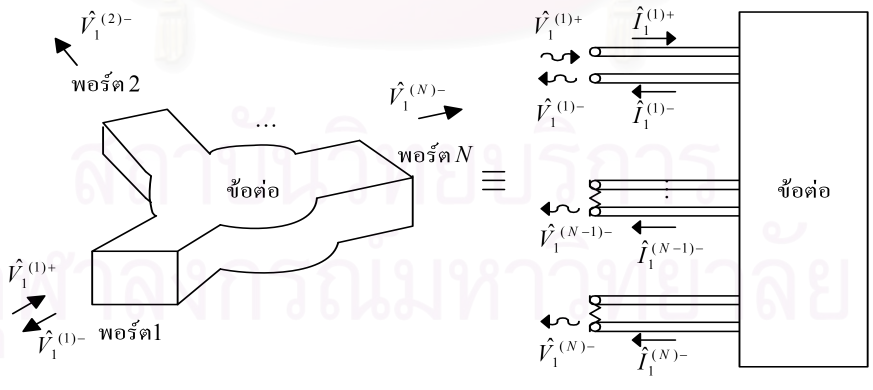
ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการปรับปรุงระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีจุดเอกฐาน โดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน เพื่อให้คำนวณได้รวดเร็วกว่าการใช้วิธีมาตรฐาน ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐาน ถูกเสนอขึ้นเพื่อประมาณฟังก์ชันของสนามบริเวณมุมสัน ให้มีความสอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามบริเวณนั้น ร่วมกับการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ โดยใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบเอกฐานกับอีลีเมนต์สามเหลี่ยมบริเวณมุมสันและใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบแบบปกติกับอีลีเมนต์สามเหลี่ยม ณ บริเวณอื่นๆ นอกเหนือมุมสัน ผลการคำนวณเมื่อเปรียบเทียบการใช้ฟังก์ชันรูปแบบทั้ง 2 ฟังก์ชันแสดงให้เห็นว่า ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามบริเวณมุมสันนั้นส่งผลให้การคำนวณด้วยฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติเพียงอย่างเดียวมีค่าผิดพลาดมากกว่าการคำนวณด้วยฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบผสม ซึ่งเมื่อใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานเข้าไปช่วยประมาณสนาม ทำให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าถูกต้องมากยิ่งขึ้น จึงไม่จำเป็นต้องแบ่งอีลีเมนต์เป็นจำนวนมากๆ ดังตัวอย่างผลการคำนวณที่ได้นำเสนอไปข้างต้น แต่ในบางโมดสนามไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงบริเวณมุมสันเลย ซึ่งก็คือกรณีตัวอย่างของท่อนำคลื่นรูปร่าง L และท่อนำคลื่นมีสันแบบสันเดี่ยวบรรจุด้วยไดอิเล็กทริกในโมด TE_{01} ผลการคำนวณของฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบเอกฐานก็จะส่งผลให้คำตอบที่ได้มีค่าผิดพลาดเล็กน้อยกว่าการใช้ฟังก์ชันรูปร่างอีลีเมนต์ขอบคงที่แบบปกติ ดังนั้นเมื่อพิจารณาการใช้ฟังก์ชันรูปร่างควรคำนึงถึงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของสนามที่เกิดขึ้นในท่อนำคลื่น เพื่อทำให้การใช้ฟังก์ชันรูปร่างเหมาะสมกับลักษณะของสนามที่เกิดขึ้น ส่วนในการเลือกใช้ค่า ρ นั้นเลือกใช้อยู่ในช่วง 0 ถึง 1

บทที่ 3
การปรับปรุงวิธีวิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นแบบระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ข้อต่อท่อนำคลื่นเป็นตัวแปลงกำลัง (transducer) ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากโมดหนึ่งของท่อนำคลื่นหนึ่งไปยังอีกโมดหนึ่งของอีกท่อนำคลื่นหนึ่งในระบบวงจรไมโครเวฟที่อาศัยความไม่ต่อเนื่องของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยการเปลี่ยนแปลงลักษณะหน้าตัด การงอ และการใส่วัสดุต่างๆ ซึ่งจะทำให้เกิดการกระเจิงของคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่น อีกทั้งยังมีบทบาทสำคัญในการทำหน้าที่ต่างๆในระบบวงจรไมโครเวฟ ตัวอย่างของข้อต่อท่อนำคลื่น ได้แก่ ข้องอ ท่อนำคลื่น (bend waveguide) ตัวเลื่อนเฟส (phase shifter) ตัวแมตช์โหลด (matched load) ตัวปรับโพลาไรเซชัน (polarizer) ตัวลดทอนกำลังคลื่น (attenuator) ตัวแยกเดี่ยว (isolator) ตัวหมุนเวียน (circulator) คัปเปลอร์แบบมีทิศทาง (directional coupler) ตัวแบ่งกำลังคลื่น (power devider) และตัวกรองความถี่ (filter) การวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นแบ่งได้เป็นสองแนวทางคือ วิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical method) และวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) การวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นด้วยวิธีเชิงตัวเลขสามารถใช้วิเคราะห์ข้อต่อท่อนำคลื่นที่มีรูปร่างต่างๆได้ดีด้วยวิธีเดียวกัน

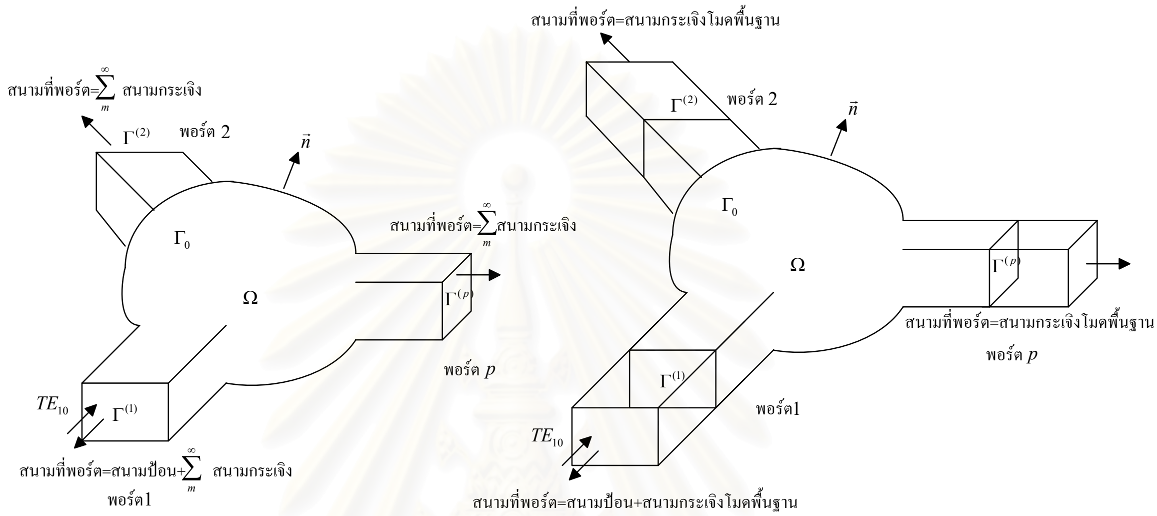
วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง เป็นวิธีแทนสนามที่เกิดขึ้นภายในท่อ นำคลื่นยาวอนันต์ที่ต่อกับข้อต่อด้วยผลบวกระหว่างสนามที่ป้อนกับสนามกระเจิงในรูปการแผ่ขยายโมด (mode expansion) หรือผลบวกของสนามกระเจิงในโมดต่างๆ วิธีโมดแมตช์ชิงมีข้อจำกัดคือต้องพิจารณาจำนวน โมดของสนามกระเจิงจำนวนมาก เพื่อให้การคำนวณพารามิเตอร์การกระเจิงมีความถูกต้องและเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนโมดของสนามกระเจิง นอกจากนี้การคำนวณค่าการส่งผ่านของโมดอันดับสูงให้มีความถูกต้อง จำเป็นต้องแบ่ง อีลีเมนต์ที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นให้มากพอ ซึ่งมีผลให้จำนวนอีลีเมนต์ที่ต้องแบ่งภายในข้อต่อมีมากขึ้นด้วย มีผลให้ประสิทธิภาพในการคำนวณลดลงได้ ดังรูปที่ 3.1 (ก)



(ก) (ข)

รูปที่ 3.1 การหาพารามิเตอร์การกระเจิง $S_{11},...,S_{N1}$ ของข้อต่อรูปร่างใดๆหลายพอร์ต
(ก) ข้อต่อหลายพอร์ต (ข) แรงดันสมมูลและกระแสสมมูล

จากการศึกษาพบว่าแนวทางในการลดจำนวนโมดของสนามกระเจิงให้เหลือเพียงโมดพื้นฐานนั้น ทำได้โดยการขยายบริเวณข้อต่อไปยังบริเวณท่อนำคลื่น และอาศัยคุณสมบัติสนามกระเจิงในโมดอันดับสูงจะมีแอมพลิจูดลดลง เมื่อเคลื่อนที่ห่างออกจากข้อต่อไปตามท่อนำคลื่น ในขณะที่สนามกระเจิงในโมดพื้นฐานจะมีแอมพลิจูดคงที่ เมื่อเคลื่อนที่ห่างออกจากข้อต่อ ไปตามท่อนำคลื่น ดังนั้นที่พอร์ตที่ไกลจากข้อต่อ จึงเหลือเพียงสนามกระเจิงในโมดพื้นฐานเท่านั้น การขยายข้อต่อไปยังบริเวณท่อนำคลื่นนั้น มีผลให้การวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มี ตัวแปรไม่ทราบค่า (unknown) เพิ่มขึ้น ทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณเพิ่มขึ้นด้วย ดังรูปที่ 3.2 (ข)

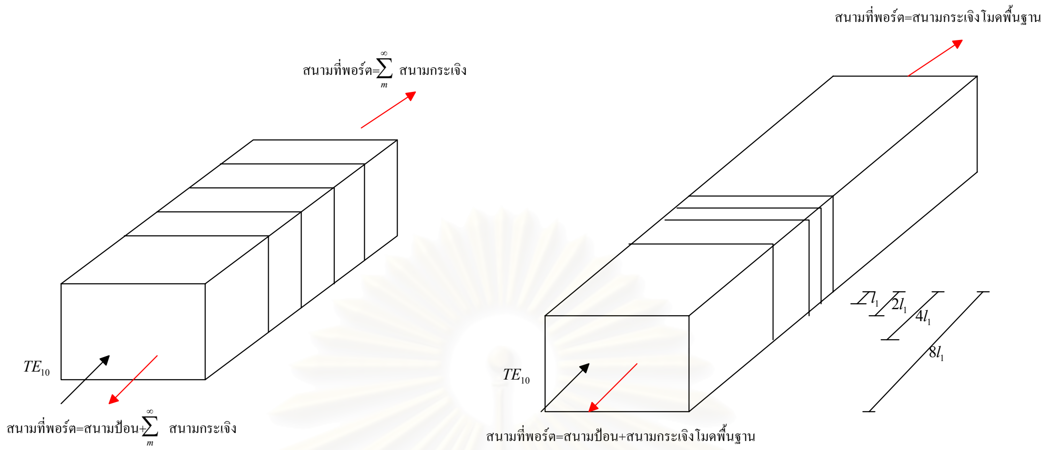


(ก) (ข)

รูปที่ 3.2 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใดๆ

(ก) วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง (ข) การลดจำนวนโมดที่แทนสนามกระเจิง

วิธีลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นนั้นมีอยู่สองวิธี คือ วิธีแบ่งโครงสร้างย่อย (substructure method) หลักการคือแบ่งบริเวณท่อนำคลื่นออกเป็นบริเวณย่อยที่มีปริมาตรเท่าๆกัน และให้มีตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่หน้าตัดของบริเวณย่อย เมื่อรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ และกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสอง และวนรอบซ้ำของการรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณและกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อย สุดท้ายจะเหลือตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่พอร์ตของท่อนำคลื่น อีกวิธีในการลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นคือ วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง เสนอโดย S.L. Foo and P.P. Silvester [ ] หลักการคือแบ่งบริเวณท่อนำคลื่นออกเป็นบริเวณย่อยในลักษณะทวิคูณ 2^R หรือมีขนาดบริเวณย่อยถัดไปใหญ่ขึ้นเป็นสองเท่าของบริเวณก่อนหน้า และให้มีตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่หน้าตัดของบริเวณย่อย เมื่อรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ และกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสอง เช่นเดียวกับวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย และวนรอบซ้ำของการรวมบริเวณย่อยทีละสองบริเวณ โดย R คือจำนวนครั้งของการรวมบริเวณย่อย และกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าระหว่างบริเวณย่อยทั้งสอง สุดท้ายจะเหลือตัวแปรไม่ทราบค่าเฉพาะที่พอร์ตของท่อนำคลื่น ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าการใช้วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงในการลดตัวแปรไม่ทราบค่าในบริเวณท่อนำคลื่นนั้น เหมาะสมกว่าวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย เนื่องจากวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงสามารถกำจัดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่นได้เร็วกว่าวิธีแบ่งโครงสร้างย่อย ดังรูปที่ 3.3



(ก) (ข)

รูปที่ 3.3 วิธีลดตัวแปรไม่ทราบค่าภายในท่อนำคลื่น

(ก) วิธีแบ่งโครงสร้างย่อย (ข) วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

อย่างไรก็ตามงานวิจัยของ S.L. Foo and P.P. Silvester นั้นวิเคราะห์ปัญหาความไม่ต่อเนื่องภายในท่อนำคลื่น ที่เป็นปัญหาข้อต่อท่อนำคลื่นสองพอร์ตเท่านั้น ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีแนวความคิดที่จะขยายวิธีดังกล่าวให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นภายในข้อต่อท่อนำคลื่นรูปร่างใดๆแบบสองมิติระนาบ E และระนาบ H และข้อต่อท่อนำคลื่น รูปร่างใดๆแบบสามมิติที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ภายในบริเวณข้อต่อ และขยายบริเวณข้อต่อท่อนำคลื่นออกไปยังบริเวณท่อนำคลื่นเพื่อลดจำนวนโมดของสนามกระเจิงให้เหลือเพียงโมดพื้นฐาน และใช้วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงเพื่อลดจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าในบริเวณท่อนำคลื่น เพื่อเพิ่มความเร็วและความถูกต้องในการคำนวณเมื่อเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง

3.2 นิยามของพารามิเตอร์การกระเจิง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงนิยามของพารามิเตอร์การกระเจิงที่ใช้กับข้อต่อรูปร่างใดๆ ในการส่งผ่านคลื่นตามท่อนำคลื่นนั้น หากเปรียบเทียบกับการส่งผ่านในสายโคแอกเซียลและสายคู่ขนาน จะพบว่ากรณีสายโคแอกเซียลและสายคู่ขนานจะมีการส่งผ่านคลื่นในรูปของโมด TEM ซึ่งสามารถนิยามคลื่นแรงดัน และคลื่นกระแสทางกายภาพที่ชัดเจน จากการวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าเกิดขึ้นระหว่างตัวนำสองตัวนำ ในขณะที่กรณีท่อนำคลื่นนั้นคลื่นส่งผ่านจะเกิดในรูปของโมด TE และโมด TM ซึ่งไม่สามารถหาค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าได้โดยวิธีอินทิเกรตสนามไฟฟ้าตามเส้นโค้งเชื่อมโยงระหว่างสองจุดได้ ดังนั้นการนิยามพารามิเตอร์ที่ใช้อธิบายข้อต่อรูปร่างใดๆที่เชื่อมระหว่างท่อนำคลื่นด้วยสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีความเหมาะสมมากกว่า และจะต้องสมมูลกับคลื่นแรงดัน และคลื่นกระแสที่เกิดขึ้นในสายโคแอกเซียลและสายคู่ขนานด้วย เรียกคลื่นแรงดัน และคลื่นกระแสที่ไม่เกิดขึ้นจริงทางกายภาพของท่อนำคลื่นว่า คลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูล

การเชื่อมโยงกันระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กับคลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูลนั้นจะอาศัยคุณลักษณะที่สอดคล้องกันดังนี้

1. กำลังคลื่นที่ส่งผ่านตามท่อนำคลื่นหาได้จากสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กแนวขวางเท่านั้นโดยกำลังคลื่นแต่ละโมดจะเป็นอิสระจากกันเนื่องจากคุณสมบัติเชิงตั้งฉากระหว่างคลื่นแต่ละโมด

2. คลื่นที่ส่งผ่านตามท่อนำคลื่นจะเปลี่ยนแปลงไปตามแนวแกนเคลื่อนที่ z ในรูปของฟังก์ชัน $e^{-j\beta z}$ สำหรับกรณีไม่มีการสูญเสีย

3. ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก และสนามไฟฟ้าแนวขวางเขียนได้ดังนี้

$$\vec{h}_m = Y_{wm}\left(\vec{a}_z \times \vec{e}_m\right) \tag{3.1}$$

โดยที่ $\vec{e}_m$ $\vec{h}_m$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กโมด m

Y_{wm} คือค่าแอตมิตแตนซ์คลื่นโมด m

จากคุณลักษณะดังกล่าวจะแสดงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแนวขวาง คลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูลได้ดังนี้

$$\vec{E} = \sum_m \left(C_m^+ e^{-j\beta_m z} + C_m^- e^{j\beta_m z}\right)\vec{e}_m \tag{3.2}$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(C_m^+ e^{-j\beta_m z} - C_m^- e^{j\beta_m z}\right)\vec{h}_m \tag{3.3}$$

และ

$$V = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} + V_m^- e^{j\beta_m z}\right) \tag{3.4}$$

$$I = \sum_m \left(I_m^+ e^{-j\beta_m z} - I_m^- e^{j\beta_m z}\right) \tag{3.5}$$

โดยที่ V และ I คือคลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูล

C_m^+ และ C_m^- คือแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

V_m^+ และ V_m^- คือแอมพลิจูดของคลื่นแรงดันสมมูลโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

I_m^+ และ I_m^- คือแอมพลิจูดของคลื่นกระแสสมมูลโมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

β_m คือค่าคงที่การแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโมด m

กำหนดให้การเชื่อมโยงกันระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กับคลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูลเป็นไปตามสมการดังนี้ M.P. David (1998)

$$V_m^+ = k_{Vm} C_m^+ \tag{3.6}$$

$$V_m^- = k_{Vm} C_m^- \tag{3.7}$$

$$I_m^+ = k_{\text{Im}} C_m^+ \tag{3.8}$$

$$I_m^+ = k_{\text{Im}} C_m^+ \tag{3.9}$$

โดยที่ k_{Vm} และ k_{Im} คือค่าคงที่ที่จะกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กกับคลื่นกระแสสมมูล และสนามไฟฟ้ากับคลื่นแรงดันสมมูล

การกำหนดค่าคงที่ k_{Vm} และ k_{Im} นั้นจะพิจารณาจากเงื่อนไขหลักๆ 2 ประการคือกำลังคลื่นที่หาจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะต้องเท่ากับกำลังคลื่นที่หาจากคลื่นแรงดันสมมูล และคลื่นกระแสสมมูลดังนี้

$$\frac{1}{2}\int \left(\vec{E}\times\vec{H}^*\right)\cdot\vec{a}_z ds = \frac{1}{2}VI^* \tag{3.10}$$

หรือ

$$k_{Vm}k_{\text{Im}} = \int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot\vec{a}_z ds \tag{3.11}$$

โดยที่ * คือสังยุคเชิงซ้อน

$\int_S ds$ คืออินทิเกรตพื้นที่บนหน้าตัดพอร์ต

เงื่อนไขที่สองคือค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (characteristic impedance) ที่หาจากอัตราส่วนแรงดันสมมูลกับกระแสสมมูลต้องเท่ากับอิมพีแดนซ์คลื่นของท่อนำคลื่นดังนี้

$$Z_{cm} = Z_{wm} = \frac{\mathrm{V}_\mathrm{m}^+}{\mathrm{I}_\mathrm{m}^+} = \frac{|\,\vec{a}_z \times C_m^+\vec{e}_m\,|}{|\,C_m^+\vec{h}_m\,|} \tag{3.12}$$

หรือ

$$\frac{k_{Vm}}{k_{\text{Im}}} = Z_{wm} \tag{3.13}$$

โดยที่ Z_{wm} คือค่าอิมพีแดนซ์คลื่นโมด m

Z_{cm} คือค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะคลื่นโมด m

จากสมการ (2.11) ร่วมกับสมการ (2.13) ทำให้เราหาค่า k_{Vm} และ k_{Im} ได้ดังนี้

$$k_{Vm} = \sqrt{Z_{wm}\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot\vec{a}_z ds} \tag{3.14}$$

$$k_{\text{Im}} = \sqrt{\frac{1}{Z_{wm}}\int_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^*\right)\cdot\vec{a}_z ds} \tag{3.15}$$

เมื่อแทนสมการ (2.6)-(2.7) และ (2.14) ลงในสมการ (2.2)-(2.3) จะได้สมการความสัมพันธ์กันระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแรงดันสมมูลดังนี้

$$\vec{E} = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} + V_m^- e^{j\beta_m z} \right) \frac{1}{\sqrt{Z_{wm}}} \hat{\vec{e}}_m \qquad (3.16)$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(V_m^+ e^{-j\beta_m z} - V_m^- e^{j\beta_m z} \right) \frac{1}{\sqrt{Z_{wm}}} \hat{\vec{h}}_m \qquad (3.17)$$

หรือ

$$\vec{E} = \sum_m \left(\hat{V}_m^+ e^{-j\beta_m z} + \hat{V}_m^- e^{j\beta_m z} \right) \hat{\vec{e}}_m \qquad (3.18)$$

$$\vec{H} = \sum_m \left(\hat{V}_m^+ e^{-j\beta_m z} - \hat{V}_m^- e^{j\beta_m z} \right) \hat{\vec{h}}_m \qquad (3.19)$$

โดยที่ $\hat{\vec{e}}_m$ และ $\hat{\vec{h}}_m$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ที่มีค่าดังนี้

$$\hat{\vec{e}}_m = \frac{\vec{e}_m}{\sqrt{\iint_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^* \right) \cdot \vec{a}_z ds}}$$

$$\hat{\vec{h}}_m = \frac{\vec{h}_m}{\sqrt{\iint_S \left(\vec{e}_m \times \vec{h}_m^* \right) \cdot \vec{a}_z ds}}$$

$\hat{V}_m^+$ และ $\hat{V}_m^-$ คือแอมพลิจูดของคลื่นแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์โมด m ที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $\pm z$ ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาข้อต่อรูปร่างใดๆที่มีโมดการส่งผ่านในโมดพื้นฐานเพียงโมดเดียวจำนวน N พอร์ต สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่พอร์ต k เขียนในรูปของแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ได้ดังนี้

$$\vec{E}^{(k)} = \left(\hat{V}_1^{(k)+} e^{-j\beta_1^{(k)} z} + \hat{V}_1^{(k)-} e^{j\beta_1^{(k)} z} \right) \hat{\vec{e}}_1^{(k)} \qquad (3.20)$$

$$\vec{H}^{(k)} = \left(\hat{V}_1^{(k)+} e^{-j\beta_1^{(k)} z} - \hat{V}_1^{(k)-} e^{j\beta_1^{(k)} z} \right) \hat{\vec{h}}_1^{(k)} \qquad (3.21)$$

โดยที่ $\vec{E}^{(k)}, \vec{H}^{(k)}$ คือสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กแนวขวางที่พอร์ต k

$\hat{V}_1^{(k)+}, \hat{V}_1^{(k)-}$ คือแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาเข้าและขาออกข้อต่อท่อนำคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ต k

$\beta_1^{(k)}$ คือค่าคงที่การแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในโมดพื้นฐานที่พอร์ต k

$\hat{\vec{e}}_m^{(k)}$ $\hat{\vec{h}}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์ และสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์ในโมด พื้นฐานที่พอร์ต k

เรานิยามความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาออกกับแรงดันสมมูลนอร์แมลไลซ์ขาเข้าในโมดพื้นฐานดังนี้

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)-} \\ \vdots \\ \hat{V}_1^{(N)-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)+} \\ \vdots \\ \hat{V}_1^{(N)+} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

โดยที่ S_{ij} คือพารามิเตอร์การกระเจิง ij

จากนิยามดังกล่าวสามารถหาพารามิเตอร์การกระเจิง S_{jj} และ S_{kj} โดย $k \neq j$ ได้โดยการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ต j $(\hat{V}_1^{(j)+})$ และแมตช์โหลดในพอร์ตที่เหลือไม่ให้มีการสะท้อนของคลื่นกลับเข้ามายังข้อต่อ $\left(\hat{V}_1^{(k)+} = 0\right)$ เรียก S_{jj} และ S_{kj} ว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านตามลำดับ เช่น การหาพารามิเตอร์การกระเจิง $S_{11},\ldots,S_{N1}$ หาได้โดยการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐานที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่อ $\left(\hat{V}_1^{(1)+}\right)$ และแมตช์โหลดในพอร์ต $2,\ldots,N$ $\left(\hat{V}_1^{(2)+},\ldots,\hat{V}_1^{(N)+} = 0\right)$ ดังรูปที่ 2.1

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)-} \\ \hat{V}_1^{(2)-} \\ \vdots \\ \hat{V}_1^{(N)-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & \ddots & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1^{(1)+} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

3.3 สมการพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E และข้อต่อระนาบ H

ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H เป็นข้อต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีหน้าตัด คงที่ในแนวระนาบสนามไฟฟ้า (ระนาบ yz) และระนาบสนามแม่เหล็ก (ระนาบ xz) ของโมดพื้นฐาน TE_{10} ตามลำดับ ดังรูปที่ 3.2 โดยข้อต่อประเภทนี้นิยมใช้มากในระบบวงจรไมโครเวฟ เช่น ตัวกำหนดทิศทาง ตัวแบ่งกำลัง ตัวรวมกำลัง ตัวเลื่อนเฟส ตัวกรองความถี่ และข้อต่องอ เป็นต้น

3.3.1 ข้อต่อระนาบ E

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าฮาร์มอนิกเชิงเวลา (Time hamonic electromagnetic field) หรือสนามที่ขึ้นกับเวลาในรูปของฟังก์ชัน $e^{j\omega t}$ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อจะต้องสอดคล้องตามสมการแมกซ์เวลล์ในโดเมนความถี่ดังนี้

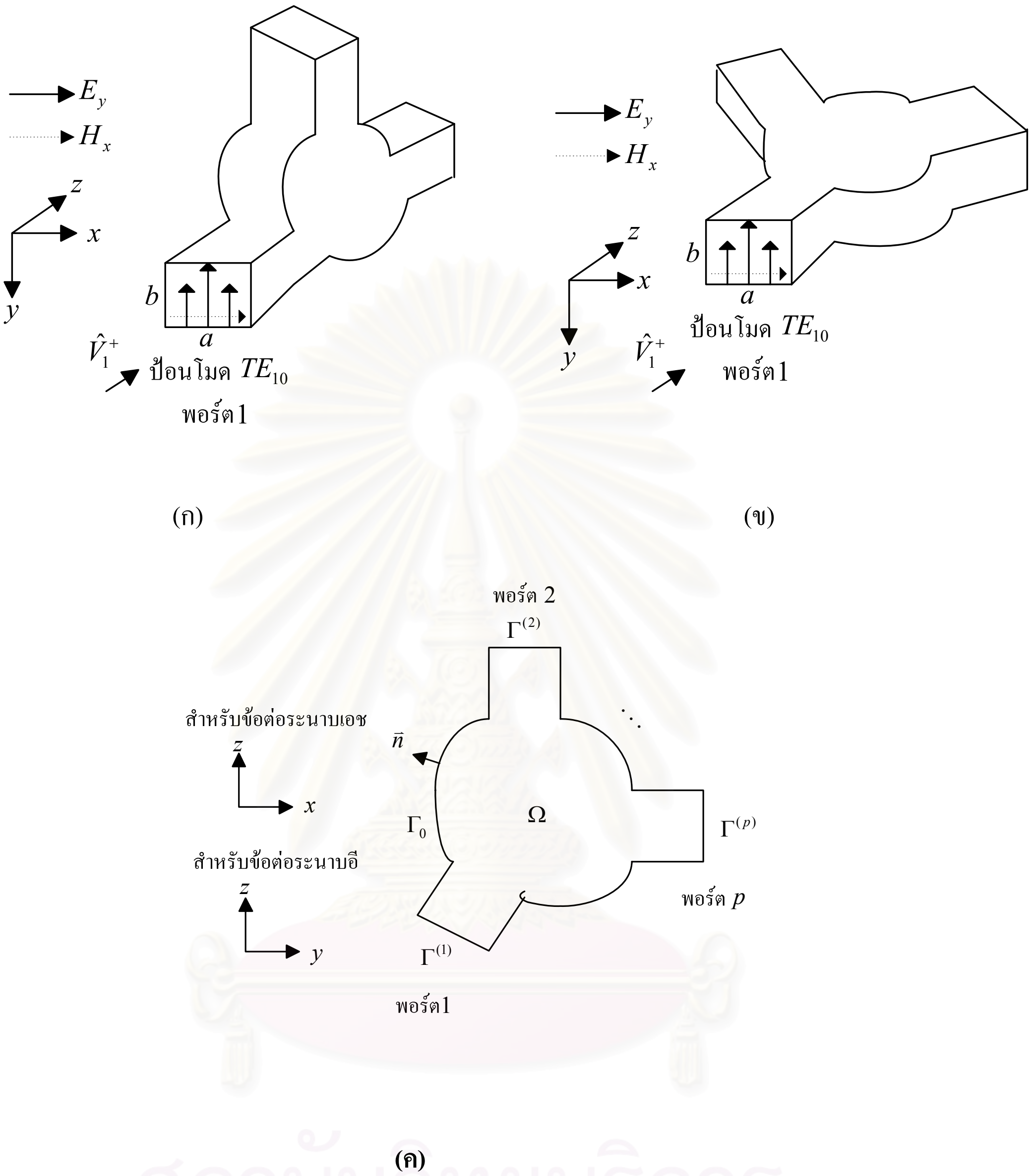
$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \tag{3.24}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\vec{H} \tag{3.25}$$

โดยที่ ω คือความถี่เชิงมุมของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

ε_0 และ μ_0 คือสภาพยอมทางไฟฟ้า และความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กในอวกาศว่าง

ε_r และ μ_r คือสภาพยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์ และความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กสัมพัทธ์



รูปที่ 3.2 โครงสร้างของข้อต่อระนาบ E และระนาบ H

เนื่องจากโครงสร้างของข้อต่อระนาบ E ประกอบด้วยระนาบตัวนำคู่ขนานในแนวระนาบสนามไฟฟ้าของโมด TE_{10} (ระนาบ yz) ดังนั้นสนามไฟฟ้าแนวสัมผัสผนังระนาบตัวนำคู่ขนานจะอยู่ในรูปของคลื่นนิ่งดังนี้

$$E_y = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_y(y,z) \tag{3.26}$$

$$E_z = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_z(y,z) \tag{3.27}$$

และสนามส่วนประกอบต่างๆ จะต้องสอดคล้องตามสมการ (3.21) และ (3.22) ดังนี้

$$E_x = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)E_x(y,z) \tag{3.28}$$

$$H_x = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_x(y,z) \tag{3.29}$$

$$H_y = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_y(y,z) \tag{3.30}$$

$$H_z = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)H_z(y,z) \tag{3.31}$$

จากสมการ (2.26)-(2.31) พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ละส่วนประกอบมีฟังก์ชันไม่ทราบค่าขึ้นกับตำแหน่ง y,z เท่านั้น จากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่า การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E ให้มีความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับจำนวนของส่วนประกอบที่ใช้ในการวิเคราะห์ด้วย ในกรณีของข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ จะใช้สนาม แม่เหล็ก H_x เพียงส่วนประกอบเดียวก็เพียงพอในการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E แต่สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดไม่เอกพันธุ์นั้น จำเป็นต้องใช้สนามอย่างน้อยสองส่วนประกอบ (E_x, H_x) ในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้อง

ทั้งนี้เนื่องจากข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ เมื่อป้อนสนามในโมดพื้นฐาน TE_{10} ซึ่งไม่มีสนามไฟฟ้าในส่วนประกอบ E_x ประกอบกับโครงสร้างที่สม่ำเสมอในแนว x และตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ ทำให้ไม่เกิดการเชื่อมร่วม (coupling) ระหว่างสนามแม่เหล็ก H_x กับสนามไฟฟ้า E_x ภายในข้อต่อ กล่าวโดยสรุปได้ว่า สนามที่เกิดขึ้นภายในข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์จะไม่เกิดสนามในส่วนประกอบ E_x หรือมีเฉพาะสนามในโมด TE_{1m}^{x} เท่านั้น โดยที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในส่วนประกอบต่างๆ จะหาได้จากสนามแม่เหล็กส่วนประกอบ H_x เพียงส่วนประกอบเดียว แต่สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางไม่ชนิดเอกพันธุ์ จะเกิดการเชื่อมร่วมระหว่างสนามแม่เหล็ก H_x กับสนามไฟฟ้า E_x ภายในข้อต่อ ดังนั้นในการหาสนามส่วนประกอบต่างๆ จำเป็นต้องใช้สนามอย่างน้อยสองส่วนประกอบ (E_x, H_x) ในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้อง

สำหรับข้อต่อระนาบ E ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์ เมื่อแทนสมการ (3.26) - (3.31) ลงในสมการ (3.24) และ (3.25) แล้วจัดรูปสมการจะได้สมการคลื่นในรูปสมการสเกลาร์ของเฮลมโฮลตซ์ในรูปสนามแม่เหล็ก H_x ดังนี้

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_x(y,z) + k_t^2 H_x(y,z) = 0 \tag{3.32}$$

และเงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์

$$\frac{\partial H_x(y,z)}{\partial n} = 0 \tag{3.33}$$

โดยที่ $k_t^2 = k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$

k_0 คือเลขคลื่นในอวกาศว่างมีค่าเท่ากับ $\omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$

$\frac{\partial}{\partial n}$ คืออนุพันธ์เทียบกับแนวตั้งฉากชี้ออกจากบริเวณปิดล้อมข้อต่อ

3.3.2 ข้อต่อระนาบ H

เนื่องจากโครงสร้างของข้อต่อระนาบ H ประกอบด้วยระนาบตัวนำคู่ขนานในแนวระนาบสนามแม่เหล็กของโมด TE_{10} (ระนาบ xz) ดังนั้นสนามไฟฟ้าแนวสัมผัสผนังระนาบตัวนำคู่ขนานจะอยู่ในรูปของคลื่นนิ่งดังนี้

$$E_x = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_y(x,z) \tag{3.34}$$

$$E_z = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_z(x,z) \tag{3.35}$$

และสนามส่วนประกอบต่างๆ จะต้องสอดคล้องตามสมการ (2.21) และ (2.22) ดังนี้

$$E_y = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)E_y(x,z) \tag{3.36}$$

$$H_x = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_x(x,z) \tag{3.37}$$

$$H_y = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_y(x,z) \tag{3.38}$$

$$H_z = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)H_z(x,z) \tag{3.39}$$

จากสมการ (3.34)-(3.39) พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ละส่วนประกอบมีฟังก์ชันไม่ทราบค่าขึ้นกับตำแหน่ง x, z เท่านั้น จากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่า การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ที่มีตัวกลางภายในชนิดเอกพันธุ์และชนิดไม่เอกพันธุ์ จะใช้สนามไฟฟ้า E_y เพียงส่วนประกอบเดียวก็เพียงพอในการวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ทั้งนี้เนื่องจากสนามที่ป้อนในโมดพื้นฐาน TE_{10} มีสนามไฟฟ้าในส่วนประกอบ E_y เท่านั้น ประกอบกับโครงสร้างที่สม่ำเสมอในแนว y ทำให้สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในข้อต่อระนาบ H จะมีเพียงสนามส่วนประกอบ E_y เท่านั้น หรือมีเฉพาะสนามในโมด TE_{m0} เท่านั้น โดยที่สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในส่วนประกอบต่างๆจะหาได้จากสนามไฟฟ้าส่วนประกอบ E_y เพียงส่วนประกอบเดียว

เมื่อแทนสมการ (3.34)-(3.39) ลงในสมการ (3.24) และ (3.25) แล้วจัดรูปสมการจะได้สมการคลื่นในรูปสมการสเกลาร์ของเฮลมโฮลตซ์ในรูปสนามแม่ไฟฟ้า E_y ดังนี้

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_y(x,z)+k_t^2E_y(x,z)=0 \tag{3.40}$$

และเงื่อนไขสนามบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์

$$E_y(x,z)=0 \tag{3.41}$$

โดยที่ $k_t^2 = k_0^2\mu_r\varepsilon_r$

3.4 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

3.4.1 ข้อต่อระนาบ E

กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของข้อต่อตามแนวระนาบสนามไฟฟ้าของโมด พื้นฐาน TE_{10} สำหรับข้อต่อระนาบ E และมีผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ $\Gamma^{(k)}$ เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ต k ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม จำนวน p พอร์ต $k = 1,2,...p$ ที่มีขนาดความกว้าง $a^{(k)}$ และความสูง $b^{(k)}$ และกำหนดให้มีการป้อนสนามในโมด พื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่อและแมตช์โหลดในพอร์ตที่เหลือ

การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ E ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นจะเริ่มจากการแบ่งบริเวณ Ω ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยมจำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งหมด N_n โนด และโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด ดังรูปที่ 2.3 จากนั้นประมาณฟังก์ชันสนามแม่เหล็ก H_x ภายในอีลีเมนต์ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบโนด กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ที่เป็นค่าของสนามแม่เหล็กที่โนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมดังรูปที่ 2.4 ซึ่งเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$H_x^e(y,z) \approx \left\{N_j^e\right\}^T \left\{H_x^e\right\} = \sum_{j=1}^{3} N_j^e H_{xj}^e \qquad j = 1,2,3 \tag{3.42}$$

โดยที่ $\left\{N_j^e\right\}^T = \left\{N_1^e \quad N_2^e \quad N_3^e\right\}$ คือฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

H_x^e คือความเข้มสนามแม่เหล็กภายในอีลีเมนต์ e

$\left\{H_x^e\right\} = \begin{Bmatrix} H_{x1}^e \\ H_{x2}^e \\ H_{x3}^e \end{Bmatrix}$ คือค่าสนามแม่เหล็กที่โนดของสามเหลี่ยม

^{T} คือ ทรานสโพส

$N_i^e = \dfrac{a_i + b_i y + c_i z}{2A_e}$

$a_i = y_j z_k - y_k z_j$

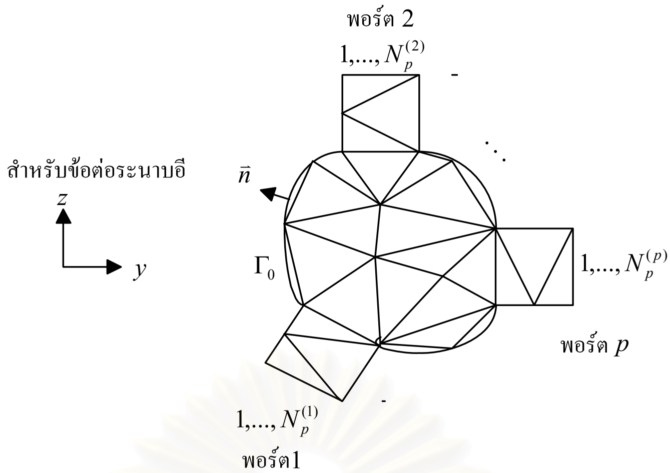
$b_i = z_j - z_k$

$c_i = y_k - y_j$

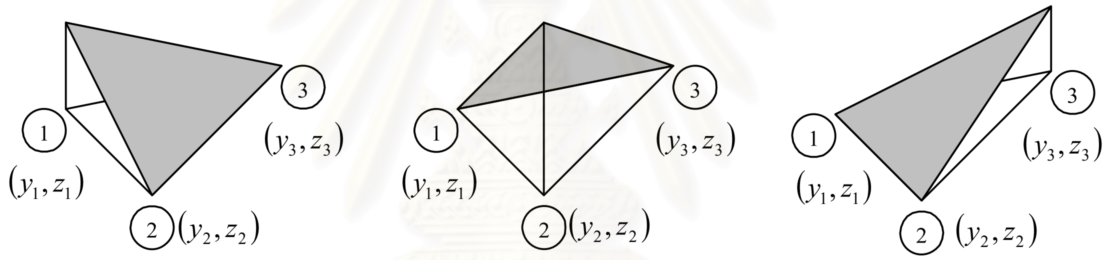
(i, j, k) เรียงลำดับในลักษณะมอดุโล 3

เมื่อแทนฟังก์ชัน H_x^e ตามสมการ (3.42) ในสมการ (3.32) จะได้ว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left\{N_j^e\right\}^T \left\{H_x^e\right\} + k_t^2 \left\{N_j^e\right\}^T \left\{H_x^e\right\} = 0 \tag{3.43}$$



รูปที่ 3.3 การแบ่งอีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใดๆแบบสองมิติระนาบ E



(ก) (ข) (ค)

รูปที่ 2.4 อีลีเมนต์สามเหลี่ยม และฟังก์ชันรูปร่างแบบโนด (ก) N_1^e (ข) N_2^e (ค) N_3^e

ตามหลักการของวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighted residual) ตามวิธีของ กาเลอคิน (Galerkin's method) จะคูณสมการ (3.43) ด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นฟังก์ชันเดียวกับฟังก์ชันรูปร่าง แล้วอินทิเกรตตลอดบริเวณอีลีเมนต์ และใช้วิธีอินทิเกรตบายพาร์ท (bypart) และทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ (divergence theorem) และรวมผลของอีลีเมนต์ทุกตัวเข้าด้วยกันจะได้ชุด สมการดังนี้

$$[A]\{H_x^e\} = \sum_{e=1}^{N}\int \{N_i^e\}\frac{\partial H_x^e}{\partial n}\,d\Gamma \qquad i = 1,2,3 \tag{3.44}$$

โดยที่ $[A]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_n \times N_n$ มีค่าดังนี้

$$[A] = \sum_{e=1}^{N}\int\left(\frac{\partial\{N_i^e\}}{\partial x}\frac{\partial\{N_j^e\}^T}{\partial x} + \frac{\partial\{N_i^e\}}{\partial z}\frac{\partial\{N_j^e\}^T}{\partial z} - k_t^2\{N_i^e\}\{N_j^e\}^T\right)d\Omega^e$$

$\Gamma = \Gamma_0 + \sum_{k=1}^{P}\Gamma^{(k)}$ คือผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อ Ω

เมื่อใช้เงื่อนไขสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ตามสมการ (3.33) ในสมการ (3.44) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{H_x^e\} = \sum_{k=1}^{P}\sum_{e=1}^{N}\int \{N_i^e\}\frac{\partial H_x^e}{\partial n}d\Gamma^{(k)} \qquad (3.45)$$

โดยที่ $\int_{\Gamma^{(k)}} d\Gamma^{(k)}$ คืออินทิเกรตเชิงเส้นบนพอร์ต k

3.4.1 ข้อต่อระนาบ H

กำหนดให้บริเวณ Ω เป็นบริเวณของข้อต่อตามแนวระนาบสนามแม่เหล็กของโมด พื้นฐาน TE_{10} สำหรับข้อต่อระนาบ H และมีผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อที่ประกอบด้วย Γ_0 เป็นผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ $\Gamma^{(k)}$ เป็นระนาบอ้างอิงที่พอร์ต k ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม จำนวน p พอร์ต $k = 1,2,...p$ ที่มีขนาดความกว้าง $a^{(k)}$ และความสูง $b^{(k)}$ และกำหนดให้มีการป้อนสนามในโมด พื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่อและแมตช์โหลดในพอร์ตที่เหลือ

การวิเคราะห์ข้อต่อระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นจะเริ่มจากการแบ่งบริเวณ Ω ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยมจำนวน N อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยมทั้งหมด N_n โนด และโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนด ดังรูปที่ 2.5 จากนั้นประมาณฟังก์ชันสนามไฟฟ้า E_y ภายในอีลีเมนต์ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างแบบโนด กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า ที่เป็นค่าของสนามไฟฟ้าที่โนดบนจุดยอดของสามเหลี่ยม ซึ่งเขียนในรูป เมทริกซ์ได้ดังนี้

$$E_y^e(x,z) \approx \{N_j^e\}^T\{E_y^e\} = \sum_{j=1}^{3} N_j^e E_{yj}^e \qquad j = 1,2,3 \qquad (3.46)$$

โดยที่ $\{N_j^e\}^T = \{N_1^e \quad N_2^e \quad N_3^e\}$ คือฟังก์ชันรูปร่างแบบโนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยม

E_y^e คือความเข้มสนามไฟฟ้าภายในอีลีเมนต์ e

$\{E_y\} = \begin{Bmatrix} E_{y1}^e \\ E_{y2}^e \\ E_{y3}^e \end{Bmatrix}$ คือค่าสนามแม่ไฟฟ้าที่โนดของสามเหลี่ยม

^{T} คือ ทรานสโพส

$$N_i^e = \frac{a_i + b_i x + c_i z}{2A_e}$$

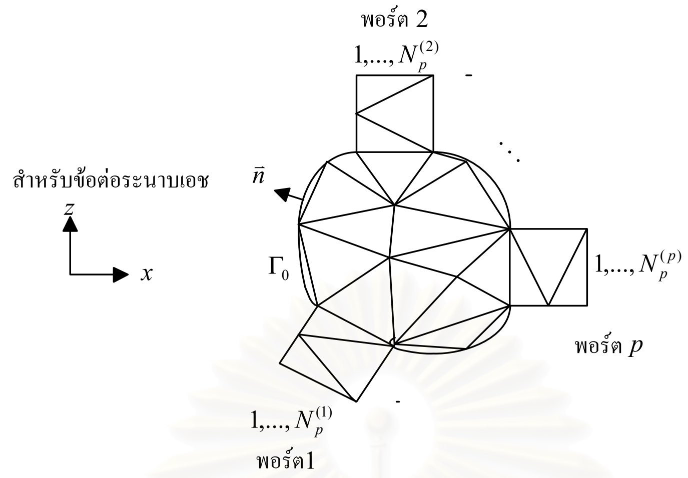
$$a_i = x_j z_k - x_k z_j$$

$$b_i = z_j - z_k$$

$$c_i = x_k - x_j$$

(i, j, k) เรียงลำดับในลักษณะมอดุโล 3

รูปที่ 3.5 การแบ่งอีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ข้อต่อรูปร่างใดๆแบบสองมิติระนาบ H



เมื่อแทนฟังก์ชัน E_y^e ตามสมการ (2.46) ในสมการ (2.40) จะได้ว่า

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\{N_j^e\}^T\{E_y^e\}+k_t^2\{N_j^e\}^T\{E_y^e\}=0 \qquad (3.47)$$

ตามหลักการของวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง ตามวิธีของกาเลอคิน จะคูณสมการ (3.31) ด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นฟังก์ชันเดียวกับฟังก์ชันรูปร่าง แล้วอินทิเกรตตลอดบริเวณ อีลีเมนต์ และใช้วิธีอินทิเกรตบายพาร์ท และทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ เมื่อรวมผลของอีลีเมนต์ทุกตัวเข้าด้วยกันจะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{E_y^e\}=\sum_{e=1}^{N}\int \{N_i^e\}\frac{\partial E_y^e}{\partial n}d\Gamma \quad i=1,2,3 \qquad (3.48)$$

โดยที่ $[A]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_n \times N_n$ มีค่าดังนี้

$$[A]=\sum_{e=1}^{N}\int\left(\frac{\partial\{N_i^e\}}{\partial x}\frac{\partial\{N_j^e\}^T}{\partial x}+\frac{\partial\{N_i^e\}}{\partial z}\frac{\partial\{N_j^e\}^T}{\partial z}-k_t^2\{N_i^e\}\{N_j^e\}^T\right)d\Omega^e$$

$\Gamma=\Gamma_0+\sum_{k=1}^{P}\Gamma^{(k)}$ คือผิวปิดล้อมบริเวณข้อต่อ Ω

เมื่อใช้เงื่อนไขสนามแม่เหล็กไฟฟ้าบนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ตามสมการ (3.41) ในสมการ (3.48) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$[A]\{E_y^e\}=\sum_{k=1}^{P}\sum_{e=1}^{N}\int \{N_i^e\}\frac{\partial E_y^e}{\partial n}d\Gamma^{(k)} \qquad (3.49)$$

โดยที่ $\int_{\Gamma^{(k)}} d\Gamma^{(k)}$ คืออินทิเกรตเชิงเส้นบนพอร์ต k

การแก้ปัญหาข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ตามสมการ (3.45) และ(3.49) จะต้องทราบเงื่อนไขอนุพันธ์ของสนามบนพอร์ตต่างๆของข้อต่อที่เชื่อมต่อกับท่อนำคลื่นยาวอนันต์เสมือนว่าข้อต่อเป็นบริเวณเปิด

3.5 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีโมดแมตช์ชิง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการจำกัดบริเวณด้วยการกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตโดยแทนสนามที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดหรือผลบวกของสนามในโมดต่างๆ ที่เรียกว่าวิธีโมดแมตช์ชิง โดยในที่นี้จะพิจารณาข้อต่อที่มีพอร์ตเพียงสองพอร์ต และมีแนวแกนของท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในแนว z และมีการป้อนคลื่นในโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งและแมตช์โหลดที่พอร์ตสอง

3.5.1 ข้อต่อระนาบ E

แทนสนามที่เกิดขึ้นภายในบริเวณท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดโดยสมมุติให้สนามที่กระเจิงออกจากข้อต่ออยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมดดังนี้

ที่พอร์ตหนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$H_x^{(1)} = \hat{h}_0^{(1)} e^{-j\beta_0^{(1)} z} - \sum_{m=0}^{M-1} R_m \hat{h}_m^{(1)} e^{j\beta_m^{(1)} z} \tag{3.50}$$

ที่พอร์ตสอง (พอร์ตที่มีการแมตช์โหลด)

$$H_x^{(2)} = \sum_{m=0}^{M-1} T_m \hat{h}_m^{(2)} e^{-j\beta_m^{(2)} z} \tag{3.51}$$

โดยที่ $\hat{h}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามแม่เหล็กนอร์แมลไลซ์โมด TE_{1m}^x ที่พอร์ต k มีค่าดังนี้

$$\hat{h}_m^{(k)} = L_m \cos\left(\frac{m\pi y}{b^{(k)}}\right)$$

$$L_m = \sqrt{\frac{2\nu_m k_0 z_0}{ab\beta_m k_t^2}}$$

$$\nu_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$$

$\beta_m^{(k)}$ คือค่าคงที่การแพร่กระจายในแนวการเคลื่อนที่ของคลื่นโมด TE_{1m}^x มีค่าดังนี้

$$\beta_m^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2} & for\ k_0 \geq \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \\ -j\sqrt{\left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 - k_0^2} & for\ k_0 < \left(\frac{\pi}{a^{(k)}}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b^{(k)}}\right)^2 \end{cases}$$

เมื่อหาอนุพันธ์ $\frac{\partial}{\partial z}$ ของสมการ (3.50)-(3.51) แล้วแทนในสมการ (3.45) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} [A]\{H_x\} = & \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(1)} \int \{N_i^e\} \hat{h}_m^{(1)} d\Gamma^{(1)} R_m \\ & - \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(2)} \int \{N_i^e\} \hat{h}_m^{(2)} d\Gamma^{(2)} T_m \end{aligned}$$

$$+\sum_{e=1}^{N} j\beta_0^{(1)} \int \{N_i^e\} \hat{h}_0^{(1)} d\Gamma^{(1)} \tag{3.52}$$

จากชุดสมการ (3.52) พบว่ามีพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจำนวน $N_n + 2M$ ตัว ประกอบด้วย $\{H_x\},\{R_m\},\{T_m\}$ ในขณะที่มีสมการเพียง N_n สมการ ดังนั้นจึงต้องหาชุดสมการเพิ่มอีกจำนวน $2M$ สมการ ซึ่งหาได้จากการคูณสมการ (3.50)-(3.51) ด้วยฟังก์ชัน $\cos(m\pi y/b)$ โดยที่ $m = 0,1,2,\ldots M-1$ แล้วอินทิเกรตเชิงเส้นตามแนว $\Gamma^{(k)}$ จะได้ว่า

ที่พอร์ตหนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$R_m = -\frac{\nu_m}{bL_m}\int \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) H_x d\Gamma^{(1)} + \delta_{m1} \tag{3.53}$$

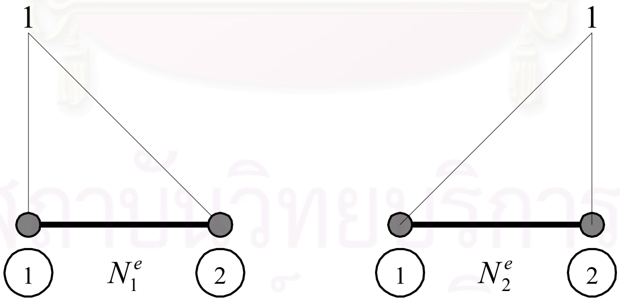
ที่พอร์ตสอง (พอร์ตที่มีการแมตช์โหลด)

$$T_m = \frac{\nu_m}{bL_m}\int \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) H_x d\Gamma^{(2)} \tag{3.54}$$

โดยที่ $\delta_{m1} = \begin{cases} 0 & m \neq 1 \\ 1 & m = 1 \end{cases}$

และประมาณฟังก์ชัน $\cos(m\pi y/b)$ ด้วยผลบวกของผลคูณของฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ ดังรูปที่ 3.5 จำนวน $N^{(k)}$ อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนดดังนี้

$$\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \approx \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \{N_i\}^T \{h_m\} \qquad i = 1,2 \tag{3.55}$$



โดยที่ $h_{mi} = \cos\left(\dfrac{m\pi y_i}{b}\right) \qquad i = 1,2$

(ก) (ข)

รูปที่ 3.6 อีลีเมนต์และฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติ (ก) N_1^e (ข) N_2^e

เมื่อแทนสมการ (3.53)-(3.55) ลงในสมการ (3.52) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[P^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}]+[P^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \{H_2\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \qquad (3.56)$$

โดยที่ $[P^{(k)}]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(k)} \times N_p^{(k)}$ และ $\{Q^{(1)}\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(1)} \times 1$

$$\left[P^{(k)}\right] = \sum_{m=0}^{M-1} \left[P_m^{(k)}\right]$$

$$\left[P_m^{(k)}\right] = \sum_{e=1}^{N^{(k)}} \frac{j\beta_m \nu_m}{b} \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(k)}\right] \{h_m\}\{h_m\}^T \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(k)}\right]$$

$$\left\{Q^{(1)}\right\} = \sum_{e=1}^{N^{(k)}} 2j\beta_0^{(1)} L_0 \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(1)}\right] \{h_0\}$$

สามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}]+[P^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}]+[P^{(p)}] & [A_{p,in}] \\ [A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H_1\} \\ \vdots \\ \{H_p\} \\ \{H_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \qquad (3.57)$$

เมื่อแก้สมการ (3.57) จะทราบสนามแม่เหล็กที่พอร์ตต่างๆ โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้โดยใช้สมการ (3.53) และ (3.54) ตามลำดับ

3.5.2 ข้อต่อระนาบ H

แทนสนามที่เกิดขึ้นภายในบริเวณท่อนำคลื่นที่มาต่อกับข้อต่อในรูปการแผ่ขยายโมดโดยกำหนดให้สนามที่กระเจิงออกจากข้อต่ออยู่ในรูปผลบวกของสนามจำนวน M โมดดังนี้

ที่พอร์ตหนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$E_y^{(1)} = \hat{e}_1^{(1)} e^{-j\beta_1^{(1)} z} + \sum_{m=1}^{M} R_m \hat{e}_m^{(1)} e^{j\beta_m^{(1)} z} \qquad (3.58)$$

ที่พอร์ตสอง (พอร์ตที่มีการแมตช์โหลด)

$$E_y^{(2)} = \sum_{m=1}^{M} T_m \hat{e}_m^{(2)} e^{-j\beta_m^{(2)} z} \qquad (3.59)$$

โดยที่ $\hat{e}_m^{(k)}$ คือแบบรูปสนามไฟฟ้านอร์แมลไลซ์โมด TE_{m0} ที่พอร์ต k มีค่าดังนี้

$$\hat{e}_{m0}^{(k)} = L_m \sin\left(\frac{m\pi x}{a^{(k)}}\right)$$

$$L_m = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{\frac{k_0 z_0}{\beta_{m0}^{(k)}}}$$

z_0 คือค่าอิมพีแดนซ์คลื่นในอวกาศว่าง

$\beta_m^{(k)}$ คือค่าคงที่การแพร่กระจายในแนวการเคลื่อนที่ของคลื่นโมด TE_{m0} ที่พอร์ต k มีค่าดังนี้

$$\beta_m^{(k)} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2} & for\ k_0 \geq \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right) \\ -j\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right)^2 - k_0^2} & for\ k_0 < \left(\frac{m\pi}{a^{(k)}}\right) \end{cases}$$

M คือจำนวนโมดที่ใช้ในการแทนสนามกระเจิงที่ออกจากข้อต่อในบริเวณท่อนำคลื่น

R_m คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่นโมด m

T_m คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของคลื่นโมด m

เมื่อหาอนุพันธ์ $\frac{\partial}{\partial z}$ ของสมการ (3.58)-(3.59) แล้วแทนในสมการ 3.49) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} [A]\{E_y\} = & -\sum_{m=1}^{M}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(1)} \int \{N_i^e\}\hat{e}_m^{(1)} d\Gamma^{(1)} R_m \\ & -\sum_{m=1}^{M}\sum_{e=1}^{N} j\beta_m^{(2)} \int \{N_i^e\}\hat{e}_m^{(2)} d\Gamma^{(2)} T_m \\ & +\sum_{e=1}^{N} j\beta_1^{(1)} \int \{N_i^e\}\hat{e}_1^{(1)} d\Gamma^{(1)} \end{aligned} \tag{3.60}$$

จากชุดสมการ (3.60) พบว่ามีพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจำนวน $N_n + 2M$ ตัว ประกอบด้วย $\{E_y\}, \{R_m\}, \{T_m\}$ ในขณะที่มีสมการเพียง N_n สมการ ดังนั้นจึงต้องหาชุดสมการเพิ่มอีกจำนวน $2M$ สมการ ซึ่งหาได้จากการคูณสมการ(3.58)-(3.59) ด้วยฟังก์ชัน $\sin(m\pi x / a)$ โดยที่ $m = 1,2,...M$ แล้วอินทิเกรตเชิงเส้นตามแนว $\Gamma^{(k)}$ จะได้ว่า

ที่พอร์ตหนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$R_m = \frac{2}{aL_m}\int \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) E_y d\Gamma^{(1)} - \delta_{m1} \tag{3.61}$$

ที่พอร์ตสอง (พอร์ตที่มีการแมตช์โหลด)

$$T_m = \frac{2}{aL_m}\int \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) E_y d\Gamma^{(2)} \tag{3.62}$$

โดยที่ $\delta_{m1} = \begin{cases} 0 & m \neq 1 \\ 1 & m = 1 \end{cases}$

และประมาณฟังก์ชัน $\sin(m\pi x / a)$ ด้วยผลบวกของผลคูณระหว่างฟังก์ชันรูปร่างหนึ่งมิติจำนวน $N^{(k)}$ อีลีเมนต์ที่ประกอบด้วยโนดบนพอร์ต k จำนวน $N_p^{(k)}$ โนดดังนี้

$$\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \approx \sum_{e=1}^{N_p^{(k)}} \{N_i^e\}^T \{e_m\} \qquad i = 1,2 \tag{3.63}$$

โดยที่ $e_{mi} = \sin\left(\frac{m\pi x_i}{a}\right) \qquad i = 1,2$

เมื่อแทนสมการ (3.61)-(3.63) ลงในสมการ (3.60) จะได้ชุดสมการดังนี้

$$
\begin{bmatrix}
[A_{1,1}]+[P^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\
[A_{2,1}] & [A_{2,2}]+[P^{(2)}] & [A_{2,in}] \\
[A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\{E_1\} \\ \{E_2\} \\ \{E_{in}\}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\}
\end{bmatrix}
\tag{3.64}
$$

ทั้งนี้ต้องสอดคล้องตามเงื่อนไขสนามไฟฟ้าบนผนังตัวนำสมบูรณ์ $\{E_y\}$ เท่ากับศูนย์

โดยที่ $[P^{(k)}]$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(k)} \times N_p^{(k)}$ และ $\{Q^{(1)}\}$ คือเมทริกซ์ขนาด $N_p^{(1)} \times 1$

$$
[P^{(k)}] = \sum_{m=1}^{M} [P_m^{(k)}]
$$

$$
[P_m^{(k)}] = \sum_{e=1}^{N} \frac{2j\beta_m}{a} \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right] \{e_m\}\{e_m\}^T \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(k)} \right]
$$

$$
\{Q^{(1)}\} = \sum_{e=1}^{N} 2j\beta_1^{(1)} L_1 \left[\int \{N_i^e\}\{N_j^e\}^T d\Gamma^{(1)} \right] \{e_1\}
$$

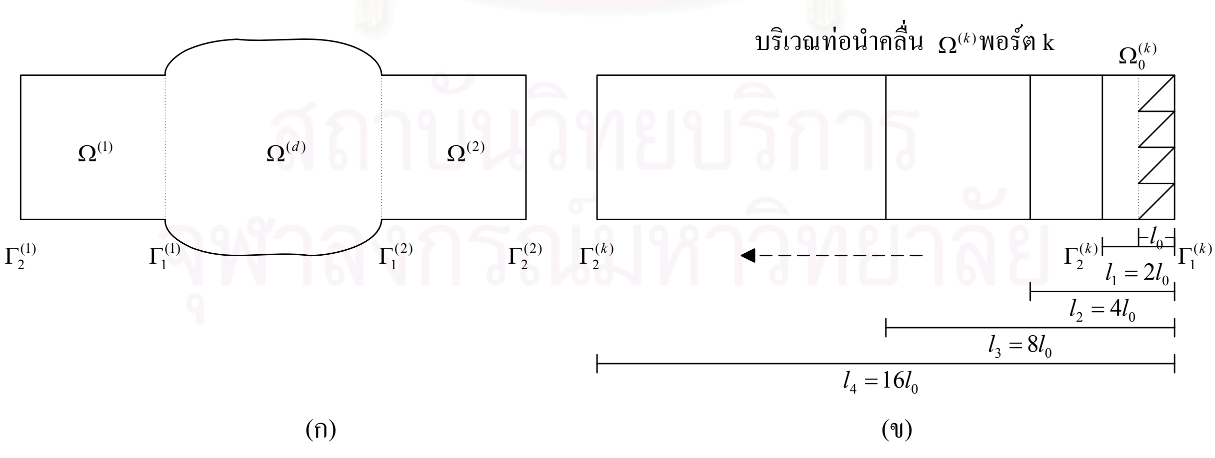
สามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$
\begin{bmatrix}
[A_{1,1}]+[P^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}] \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
[A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}]+[P^{(p)}] & [A_{p,in}] \\
[A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\{E_1\} \\ \vdots \\ \{E_p\} \\ \{E_{in}\}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\{Q^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\}
\end{bmatrix}
\tag{3.65}
$$

เมื่อแก้สมการ (3.65) จะทราบสนามไฟฟ้าที่พอร์ตต่างๆ โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้โดยใช้สมการ (3.61) และ (3.62) ตามลำดับ

3.6 การกำหนดเงื่อนไขที่พอร์ตด้วยวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

การวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่อระนาบ E และระนาบ H เริ่มจากการแบ่งบริเวณข้อต่อออกเป็นสามบริเวณ ที่ประกอบด้วยบริเวณท่อนำคลื่นพอร์ต k $\Omega^{(k)}$ $k = 1,2$ และบริเวณไม่ต่อเนื่องของข้อต่อ $\Omega^{(d)}$ ดังรูปที่ 3.7



(ก) (ข)

รูปที่ 3.7 กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง

(ก) บริเวณข้อต่อ Ω (ข) การเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$

2.6.1 กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง

กระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิง เป็นกระบวนการในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(k)}$ ในบริเวณท่อนำคลื่นพอร์ต k $\Omega^{(k)}$ โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ในบริเวณท่อนำคลื่นพอร์ต k เริ่มต้นกำหนดให้สนามที่ระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(k)}$ และสนามที่ระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(k)}$ อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน เมื่อเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ให้ห่างออกจากระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ เป็นระยะทาง l_1 จะเกิดบริเวณ $\Omega_0^{(k)}$ ที่มี $\Gamma_1^{(k)},\Gamma_2^{(k)}$ และผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ $\Gamma_0^{(k)}$ ปิดล้อมอยู่ ตามวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เมื่อประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายใน $\Omega_0^{(k)}$ ด้วยฟังก์ชันรูปร่างสามเหลี่ยมแบบโนดจะได้ชุดสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A]_{11} & [A]_{1i} & [A]_{12} \\ [A]_{i1} & [A]_{ii} & [A]_{i2} \\ [A]_{21} & [A]_{2i} & [A]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_i^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \{0\} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \qquad (3.66)$$

โดยที่ $\{\phi\}_1^{(k)},\{\phi\}_2^{(k)},\{\phi\}_i^{(k)}$ คือค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดของอีลีเมนต์สามเหลี่ยมบนระนาบ $\Gamma_1^{(k)},\Gamma_2^{(k)}$ และที่อยู่ระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ ตามลำดับ

$\{\phi\}=\{H_x\}$ สำหรับข้อต่อระนาบ E และ $\{\phi\}=\{E_y\}$ สำหรับข้อต่อระนาบ H

$[A]_{pq}$ คือเมทริกซ์ย่อยของเมทริกซ์ $[A]$ ในบริเวณท่อนำคลื่น ตามสมการ (2.44) สำหรับข้อต่อระนาบ E และ ตามสมการ (3.48) สำหรับข้อต่อระนาบ H

เมื่อกำจัดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ จะได้เมทริกซ์ใหม่ที่หนาแน่นขึ้น (condensed element) ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_0]_{11} & [M_0]_{12} \\ [M_0]_{21} & [M_0]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \qquad (3.67)$$

โดยที่ $[M_0]_{11} = [A]_{11} - [A]_{1i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i1}$

$[M_0]_{12} = [A]_{12} - [A]_{1i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i2}$

$[M_0]_{21} = [A]_{21} - [A]_{2i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i1}$

$[M_0]_{22} = [A]_{22} - [A]_{2i}[A]_{ii}^{-1}[A]_{i2}$

สมการ (3.67) ที่ได้นั้นอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน l_1

ขั้นที่ 2 เมื่อเลื่อนระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ให้ห่างออกไปอีกเป็นระยะ l_1 ซึ่งทำให้ระยะห่างระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับ $\Gamma_2^{(k)}$ เท่ากับ $2l_1$ จะเกิดบริเวณเพิ่มขึ้นอีก $\Omega_0^{(k)}$ สนามที่เกิดขึ้นภายในบริเวณที่เพิ่มขึ้นเมื่อใช้

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จะได้เมทริกซ์ $\left[M_0\right]$ เช่นเดียวกับสมการ (3.67) เมื่อรวมบริเวณที่เพิ่มขึ้นกับบริเวณเดิม และใช้เงื่อนไขความต่อเนื่องของสนามที่รอยต่อระหว่างบริเวณทั้งสองจะได้ชุดสมการใหม่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_0]_{11} & [M_0]_{12} & [0] \\ [M_0]_{21} & [M_0]_{11}+[M_0]_{22} & [M_0]_{12} \\ [0] & [M_0]_{21} & [M_0]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_i^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \{0\} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \tag{3.68}$$

เมื่อกำจัดค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่โนดระหว่างระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ จะได้เมทริกซ์ใหม่ที่หนาแน่นขึ้นตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_1]_{11} & [M_1]_{12} \\ [M_1]_{21} & [M_1]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \tag{3.69}$$

สมการ (3.69) ที่ได้นั้นอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2l_1$

ขั้นที่ 3 เมื่อวนรอบซ้ำตามขั้นที่ 2 จำนวน n ครั้ง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2^n l_1$ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\}_1^{(k)} \\ \{\phi\}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_1^{(k)} \\ \sum_{e=1}^{N_p} \int \{N\} \frac{\partial \phi^e}{\partial n} d\Gamma_2^{(k)} \end{bmatrix} \tag{3.70}$$

โดยที่ เมทริกซ์ $[M_n]$ หาได้ในรูปของการวนซ้ำดังนี้

$$[M_{r+1}]_{11} = [M_r]_{11} - [M_r]_{12}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{21}$$
$$[M_{r+1}]_{12} = -[M_r]_{12}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{12}$$
$$[M_{r+1}]_{21} = -[M_r]_{21}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{21}$$
$$[M_{r+1}]_{22} = [M_r]_{22} - [M_r]_{21}[M_r]_{ii}^{-1}[M_r]_{12}$$
$$[M_r]_{ii} = [M_r]_{11} + [M_r]_{22}$$
$$r = 1,2,\ldots,n-1$$

3.6.2 วิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงในการวิเคราะห์ข้อต่อ

จากกระบวนการบาวน์ดารีมาร์ชชิงข้างต้น จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่ระนาบ $\Gamma_1^{(k)}$ กับสนามที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ที่มีระยะห่างกัน $2^n l_1$ ซึ่งมากพอที่จะแทนสนามกระเจิงที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ ด้วยโมดพื้นฐานเพียงโมดเดียว เนื่องจากสนามกระเจิงในโมดอันดับสูงจะมีการลดทอนเมื่อห่างออก

จากบริเวณข้อต่อจนเหลือแอมพลิจูดน้อยมากที่ระนาบ $\Gamma_2^{(k)}$ เมื่อเทียบกับโมดพื้นฐาน เราสร้างระบบสมการภายในบริเวณท่อนำคลื่น $\Omega^{(k)}$ ได้ดังนี้

ที่พอร์ตหนึ่ง (พอร์ตที่มีการป้อนคลื่น)

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1^{(1)}\} \\ \{\phi_2^{(1)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N^{(1)}} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} d\Gamma_1^{(1)} \\ -[P_1^{(1)}]\{\phi_2^{(1)}\} + \{Q_1^{(1)}\} e^{j\beta_1 d} \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

ที่พอร์ตสอง (พอร์ตที่มีการแมตช์โหลด)

$$\begin{bmatrix} [M_n]_{11} & [M_n]_{12} \\ [M_n]_{21} & [M_n]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1^{(2)}\} \\ \{\phi_2^{(2)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{e=1}^{N^{(1)}} \int \{N\} \dfrac{\partial \phi_1^{(2)}}{\partial z} d\Gamma_1^{(2)} \\ -[P_1^{(2)}]\{\phi_2^{(2)}\} \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

โดยที่ d คือระยะห่างระหว่างระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(1)}$ กับระนาบไกลข้อต่อ $\Gamma_2^{(1)}$

จากสมการ (3.71) และ (3.72) เมื่อจัดพจน์ที่มีการอินทิเกรตสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\Gamma_1^{(1)}$ และ $\Gamma_1^{(2)}$ ให้อยู่ในรูปสนามบนระนาบใกล้ข้อต่อ $\{\phi_1^{(1)}\}$และ $\{\phi_1^{(2)}\}$ ตามลำดับ แล้วแทนในระบบสมการของบริเวณข้อต่อ $\Omega^{(d)}$ ตามสมการ (2.45) สำหรับข้อต่อระนาบ E และ ตาม สมการ (3.49) สำหรับข้อต่อระนาบ H จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}] + [\widetilde{P}^{(1)}] & [A_{1,2}] & [A_{1,in}] \\ [A_{2,1}] & [A_{2,2}] + [\widetilde{P}^{(2)}] & [A_{2,in}] \\ [A_{in,1}] & [A_{in,2}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1\} \\ \{\phi_2\} \\ \{\phi_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\widetilde{Q}^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

โดยที่ $[\widetilde{P}^{(1)}] = [M_n]_{11} - [M_n]_{12}([M_n]_{22} + [P_1^{(k)}])^{-1}[M_n]_{21}\ k = 1,2$

$$\{\widetilde{Q}^{(1)}\} = [M_n]_{12}([M_n]_{22} + [P_1^{(1)}])^{-1}\{Q_1^{(1)}\}e^{j\beta_1 d}$$

สามารถขยายวิธีดังกล่าวไปใช้กับข้อต่อจำนวน p พอร์ตได้ตามสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} [A_{1,1}] + [\widetilde{P}^{(1)}] & \cdots & [A_{1,p}] & [A_{1,in}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [A_{p,1}] & \cdots & [A_{p,p}] + [\widetilde{P}^{(p)}] & [A_{p,in}] \\ [A_{in,1}] & \cdots & [A_{in,p}] & [A_{in,in}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_1\} \\ \vdots \\ \{\phi_p\} \\ \{\phi_{in}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\widetilde{Q}^{(1)}\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

3.7 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

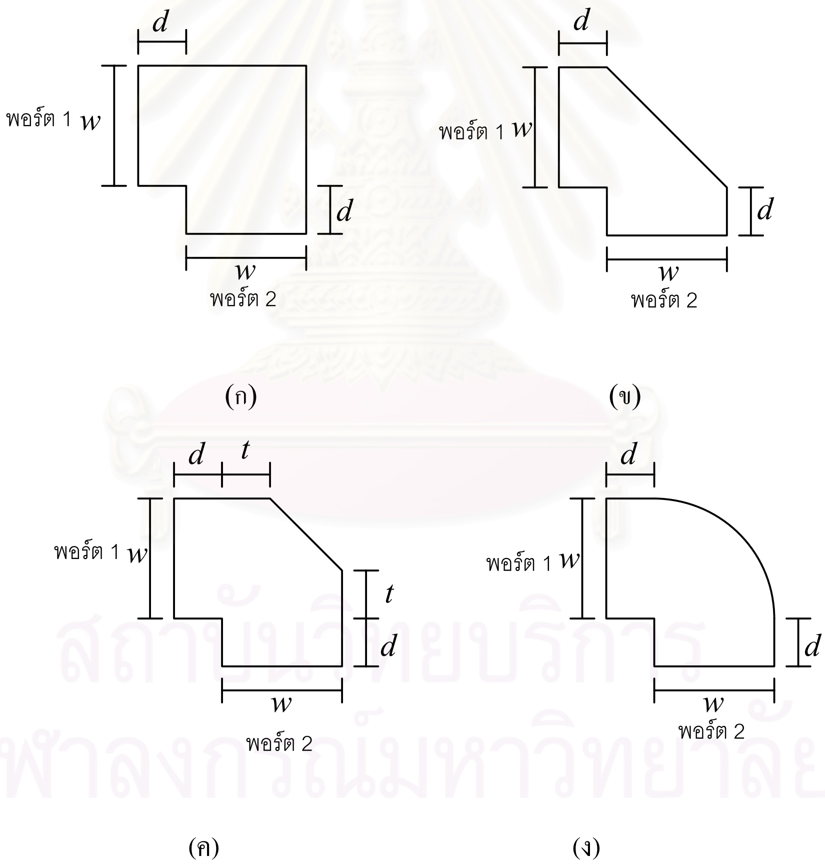
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงผลการคำนวณในกรณีตัวอย่างต่างๆของการวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นในข้อต่อแบบระนาบ E และข้อต่อแบบระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง และวิเคราะห์เปรียบเทียบผลการคำนวณทั้งสองวิธีกับกรณีตัวอย่างต่างๆดังนี้

1. ข้อต่องอ 90° (bend junction) ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบต่างๆ
2. ข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ
3. ข้อต่อตัวที (Tee junction) ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

และเปรียบเทียบผลของการเพิ่มจำนวนโมดในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์ อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และเปรียบเทียบผลของการเพิ่มจำนวนรอบการวนซ้ำ ในการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวนดารีมาร์ชชิงของท่อนำคลื่นที่มีแผ่นกั้นภายใน

3.7.1 ข้อต่องอ 90° ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบต่างๆ

พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และระนาบ H ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR75$ (ย่านความถี่ใช้งาน $10-15\,GHz$) ที่มีความกว้าง $a=18.35\,mm$ และความสูง $b=9.175\,mm$ ที่มีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ คือแบบสี่เหลี่ยม (square bend) แบบบากเต็ม (fully mittered bend) แบบบากบางส่วน (partially mittered bend) และแบบบากโค้ง (circular bend) และกำหนดให้ $d=2\ mm$ และ $t=3mm$ สำหรับข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบบางส่วน ดังรูปที่ 3.8

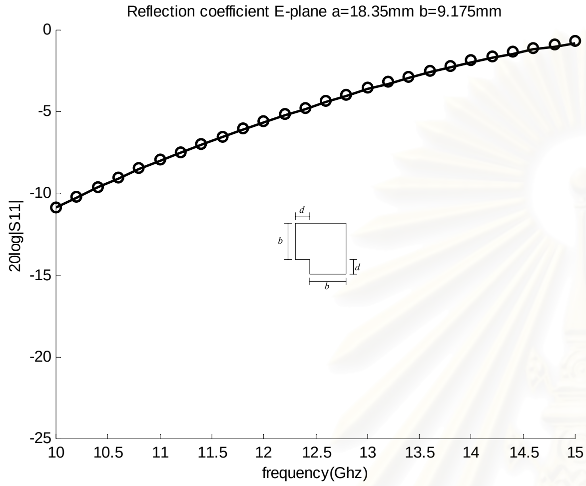


รูปที่ 3.8 ข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมรูปร่างต่างๆ

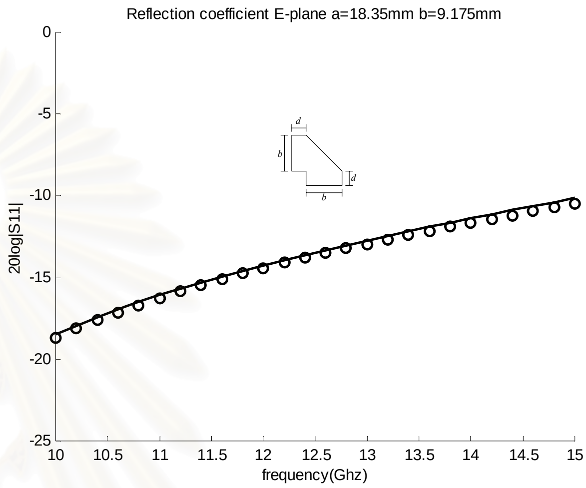
โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม (ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

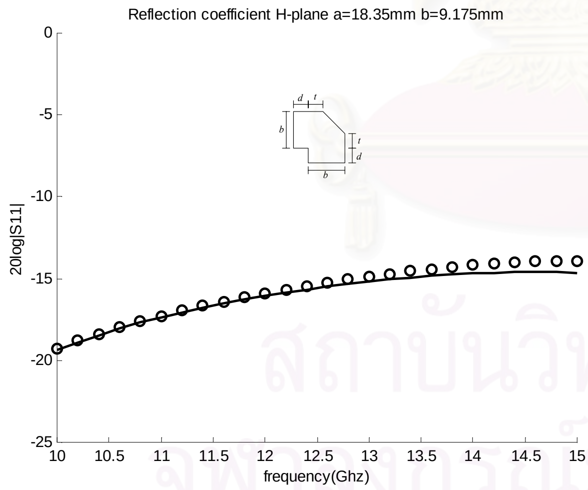
เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ พบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.9-3.12 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ดังตารางที่ 3.1



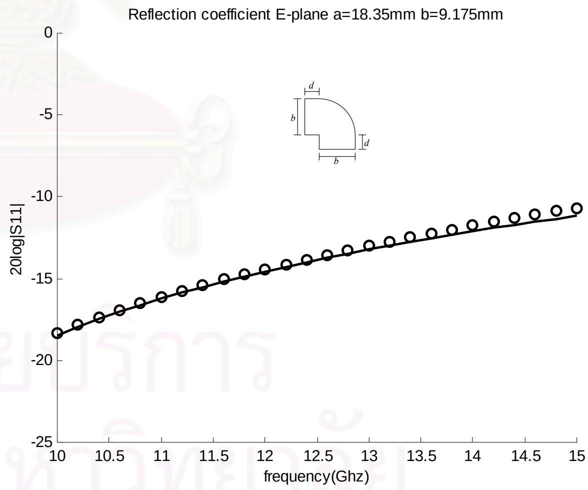
(ก)



(ข)



(ค)



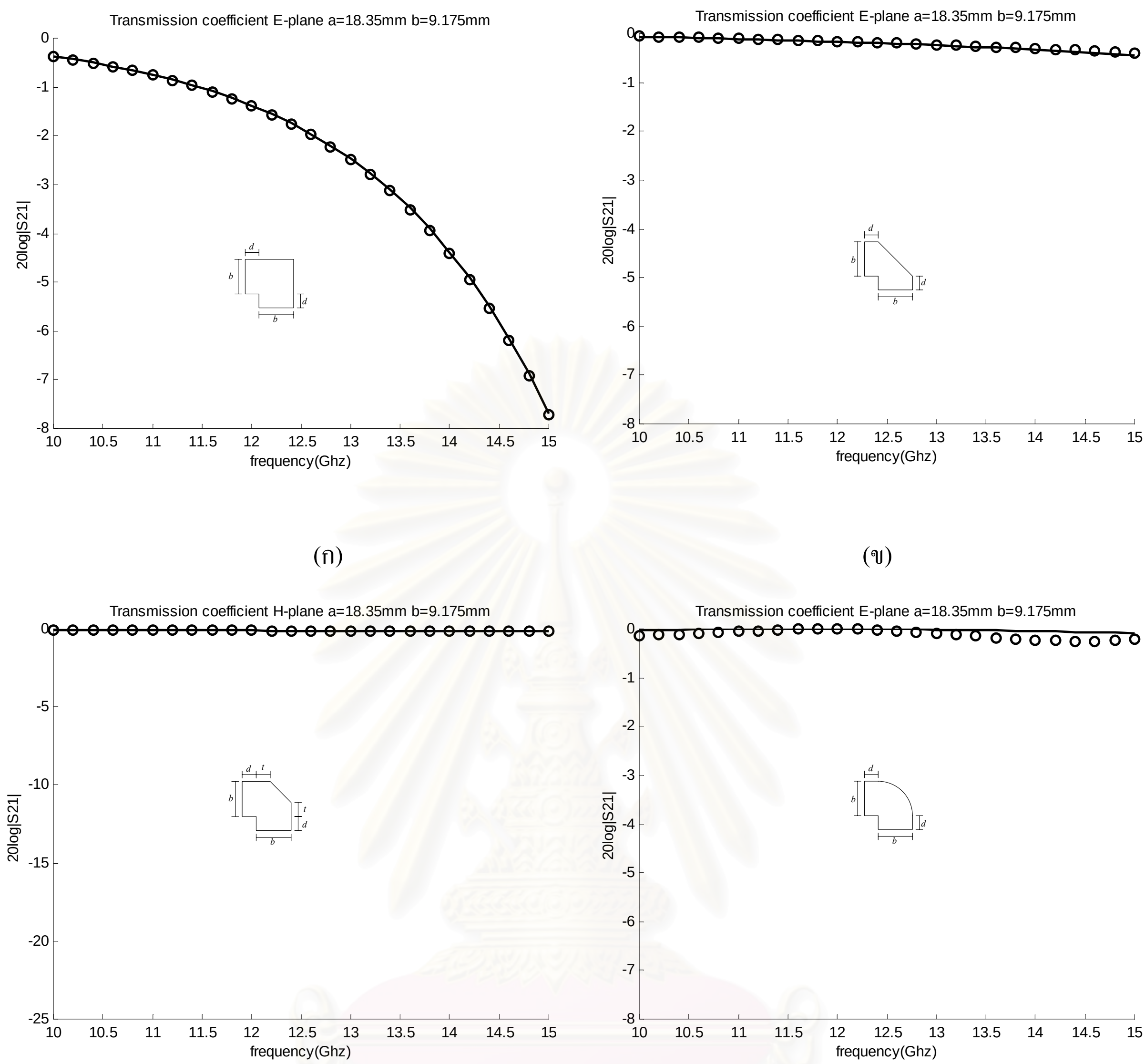
(ง)

รูปที่ 3.9 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90° ระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง



(ก) (ข)

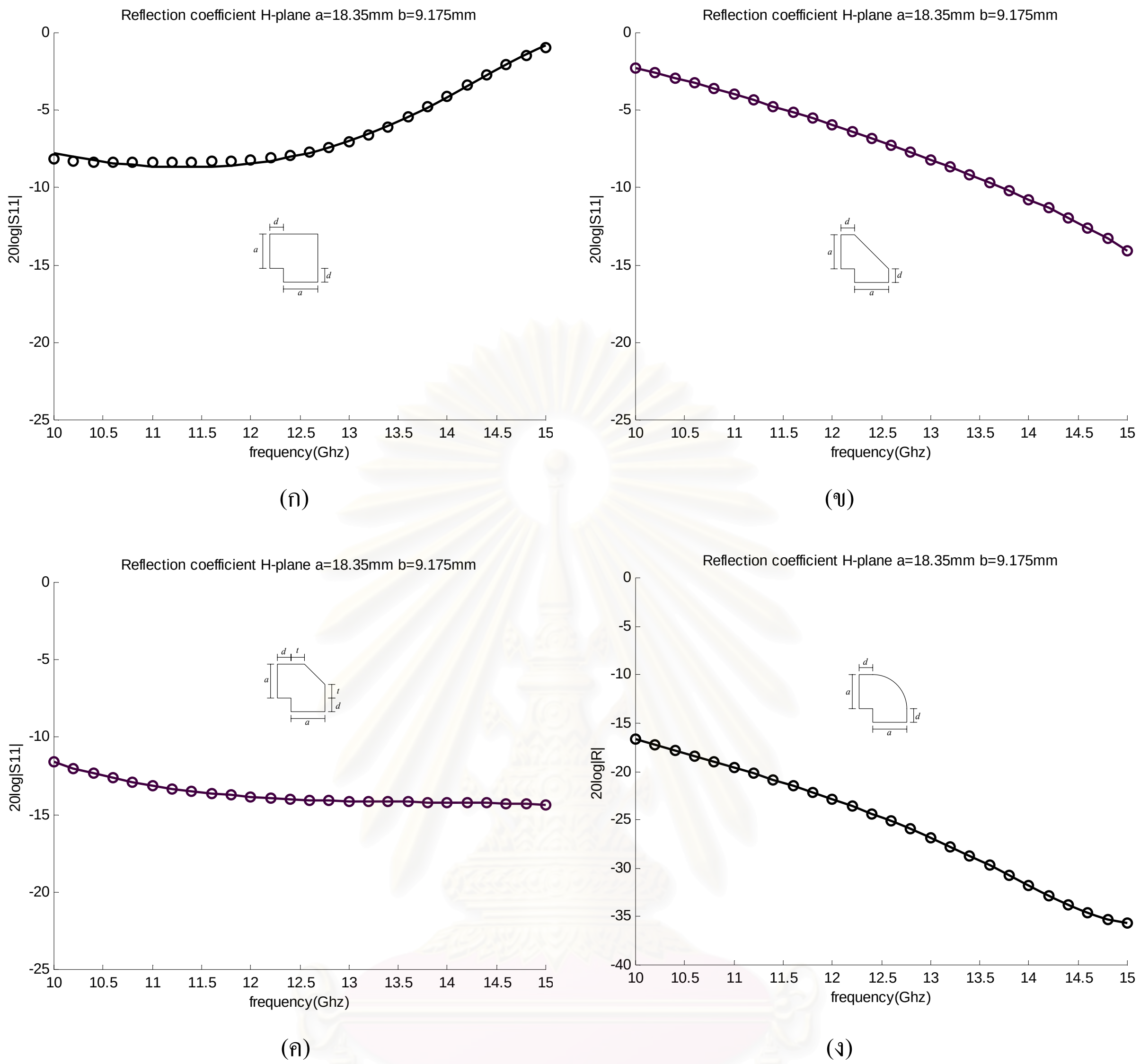
(ค) (ง)

รูปที่ 3.10 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่องอ 90° ระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

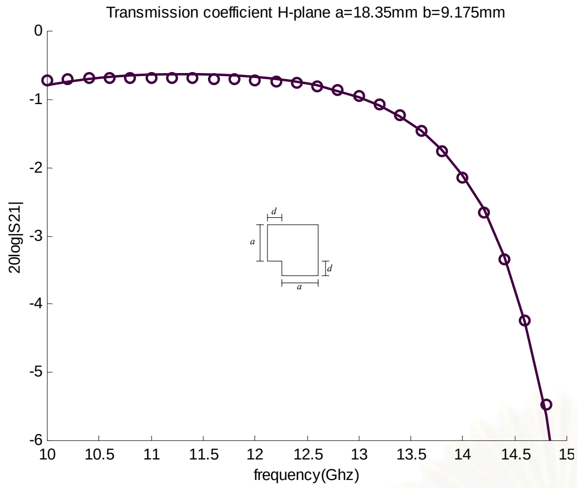


รูปที่ 3.11 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90° ระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ

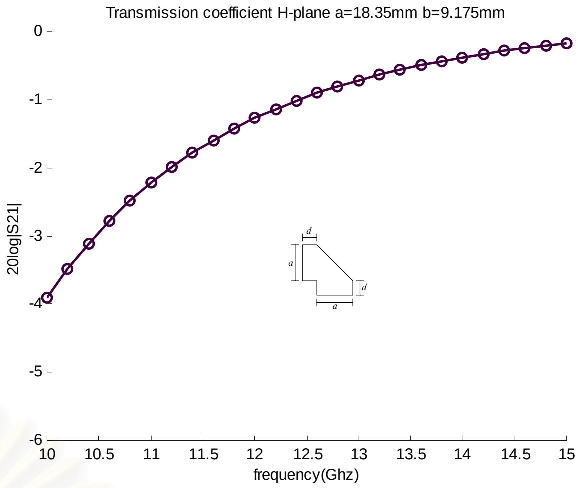
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม

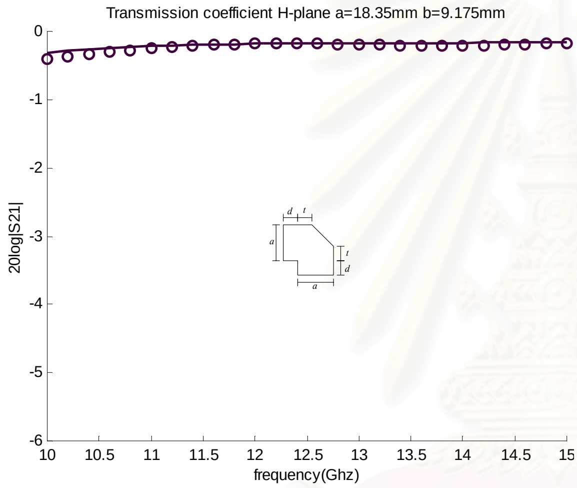
(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง



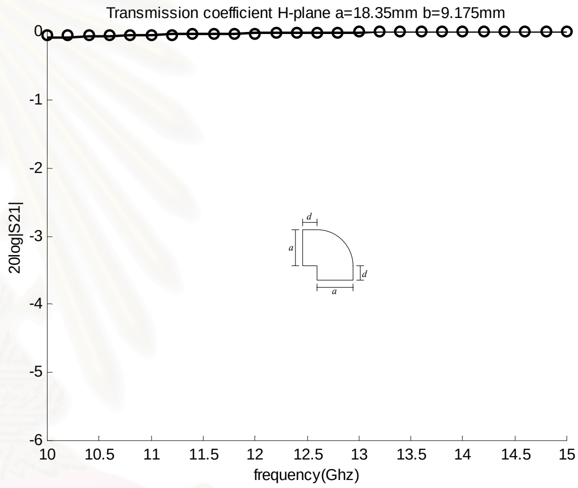
(ก)



(ข)



(ค)



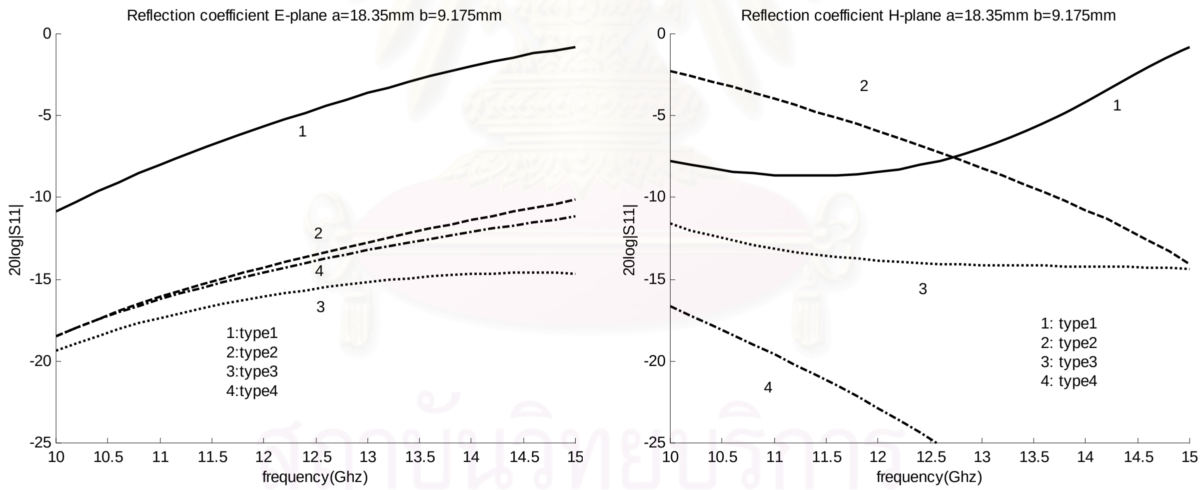
(ง)

รูปที่ 3.12 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของข้อต่องอ 90° ระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ○ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)
(ก) แบบสี่เหลี่ยม (ข) แบบบากเต็ม
(ค) แบบบากบางส่วน (ง) แบบบากโค้ง

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และระนาบ H ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ พบว่าข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E ที่มีรูปร่างการบากมุมแบบ สี่เหลี่ยมให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุดและรูปร่างการบากมุมแบบบางส่วนให้ ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยที่สุด สำหรับข้อต่องอ 90° แบบระนาบ H ในช่วงความถี่ 10-12.5 GHz รูปร่างการบากมุมแบบบากเต็มให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุด และในช่วงความถี่ 12.5-15 GHz รูปร่างการบากมุมแบบสี่เหลี่ยมให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนมากที่สุด และรูปร่างการบากมุมแบบโค้งให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยที่สุด ดังรูปที่ 3.13

ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ

ประเภทข้อต่อ	รูปร่างการบากมุม	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	แบบสี่เหลี่ยม	131	218	17.0240	11.7370
	แบบบากเต็ม	99	157	6.8800	4.6970
	แบบบากบางส่วน	128	214	14.8210	9.3830
	แบบบากโค้ง	116	191	10.2450	6.8800
ข้อต่องอแบบระนาบ H	แบบสี่เหลี่ยม	127	210	14.0810	4.3960
	แบบบากเต็ม	95	149	5.7990	2.8840
	แบบบากบางส่วน	113	183	8.9430	3.4750
	แบบบากโค้ง	111	181	8.4920	3.4250

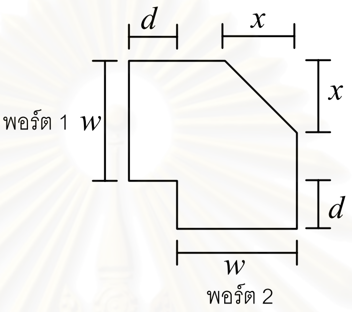


(ก) (ข)

รูปที่ 3.13 สัมประสิทธิ์การสะท้อนของข้อต่องอ 90° ระนาบ H และข้อต่อระนาบ E ที่มีการบากมุมแบบต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง (ก) ข้อต่อระนาบ E (ข) ข้อต่อระนาบ H (type1 คือแบบสี่เหลี่ยม type2 คือแบบบากเต็ม type3 คือแบบบากบางส่วน type4 คือแบบบากโค้ง)

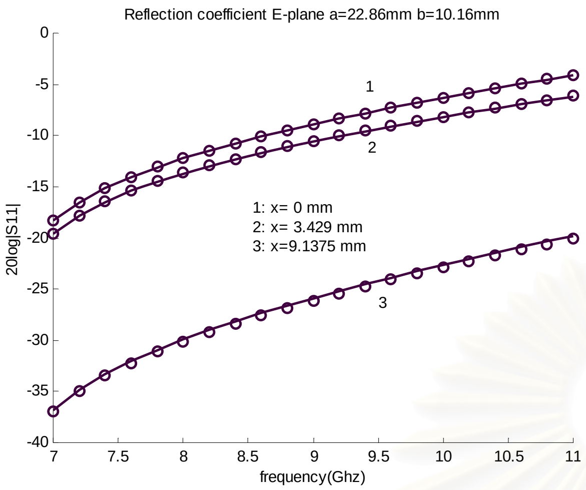
3.7.2 ข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และระนาบ H ที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR90$ (ย่านความถี่ใช้งาน $8.2-12.42\,GHz$) ที่มีความกว้าง $a = 22.86\,mm$ และความสูง $b = 10.16\,mm$ มีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกของการบากมุม $x = 0, 6.858, 18.275\,mm$ สำหรับข้อต่องอ 90° แบบระนาบ H และ $x = 0, 3.429, 9.1375\,mm$ สำหรับข้อต่องอ 90° แบบระนาบ E และ $d = 2\ mm$ ดังรูปที่ 3.14

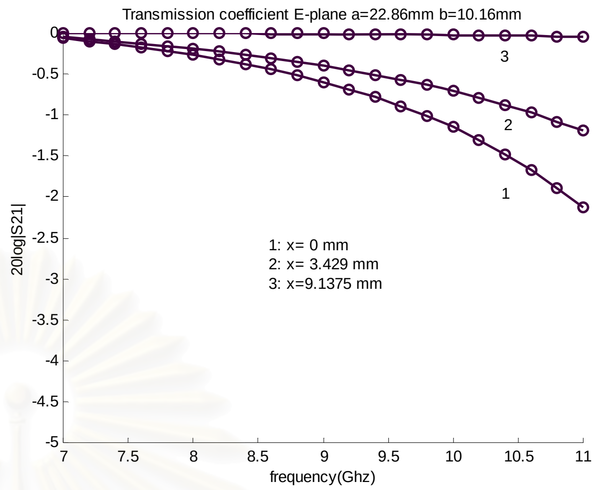


รูปที่ 3.14 ข้อต่องอ 90° ที่มีการบากมุม
โดยที่ $w = b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w = a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H

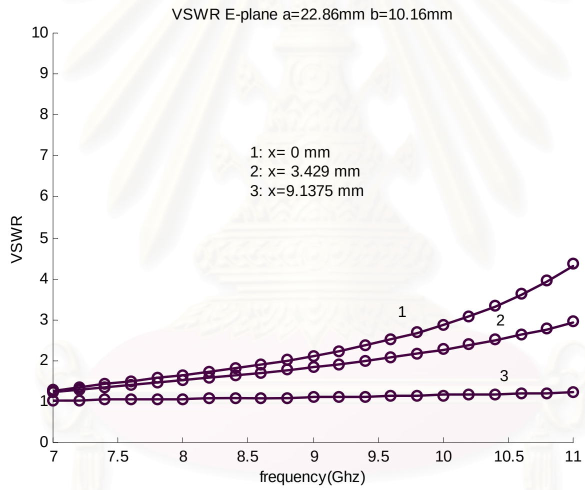
เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารี-มาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ พบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.15-3.16 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ดังตารางที่ 3.2



(ก)



(ข)

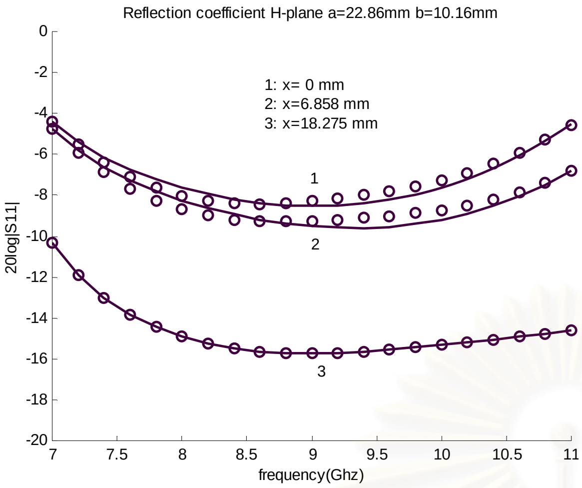


(ค)

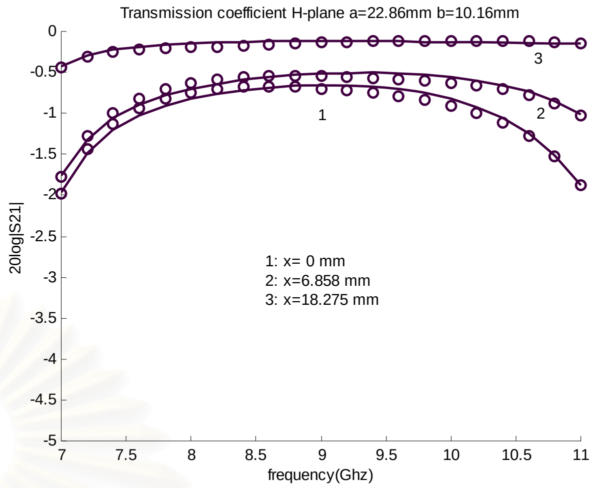
รูปที่ 3.15 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่านและค่า VSWR ของข้อต่องอ 90° ระนาบ E ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

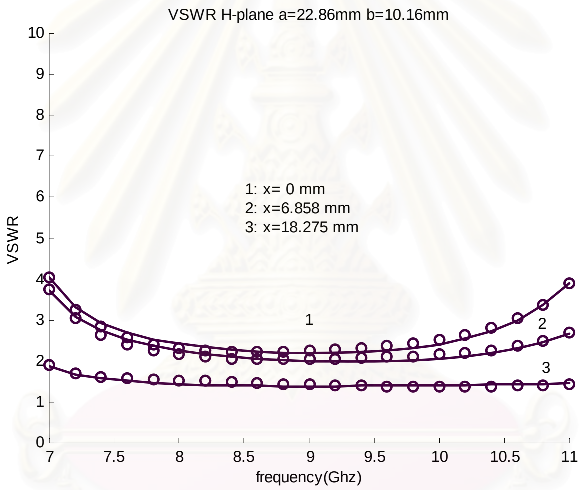
(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (ค) ค่า VSWR



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 3.16 สัมประสิทธิ์การสะท้อน และการส่งผ่านและค่า VSWR ของข้อต่องอ 90° แบบระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) สัมประสิทธิ์การสะท้อน (ข) สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (ค) ค่า VSWR

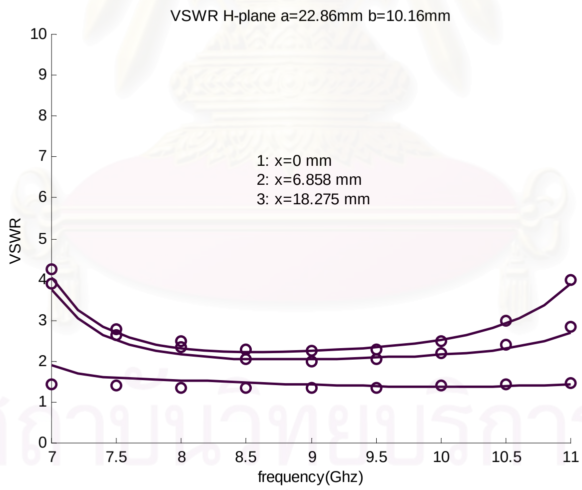
เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของ ข้อต่องอ 90° ระนาบ E และระนาบ H ที่มีความลึกของการบากมุมต่างๆ พบว่าข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกของการบากมุมมากขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลงตามลำดับ

ตารางที่ 3.2 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่องอ 90° ที่มีความลึกของการบากมุมต่างๆ

ประเภทข้อต่อ	ความลึกของการบากมุม (mm)	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธี FE+Mode matching	วิธี FE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x=0$	179	306	43.4720	22.6830
	$x=3.429$	175	299	37.2130	21.4310
	$x=9.1375$	115	186	8.1120	5.2970
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x=0$	174	296	36.0720	5.5180
	$x=6.888$	167	283	29.0120	5.0570
	$x=18.275$	99	154	6.2480	2.5730

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่องอระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง กับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ พบว่าค่า VSWR มีค่าสอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.17 โดยที่ค่า VSWR หาได้ดังนี้

$$VSWR = \frac{1+|R|}{1-|R|} \tag{3.59}$$



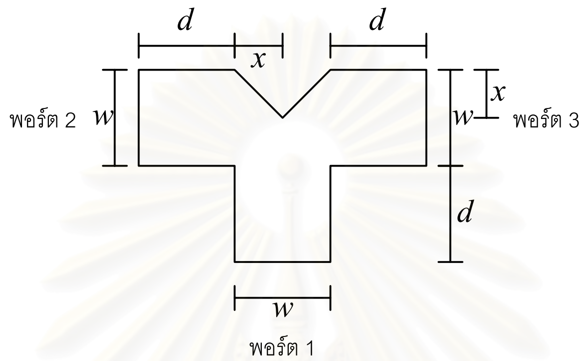
รูปที่ 3.17 ค่า VSWR ของข้อต่องอ 90° แบบระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ∘ วิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์

W. Young and D.Yaogen, (1999))

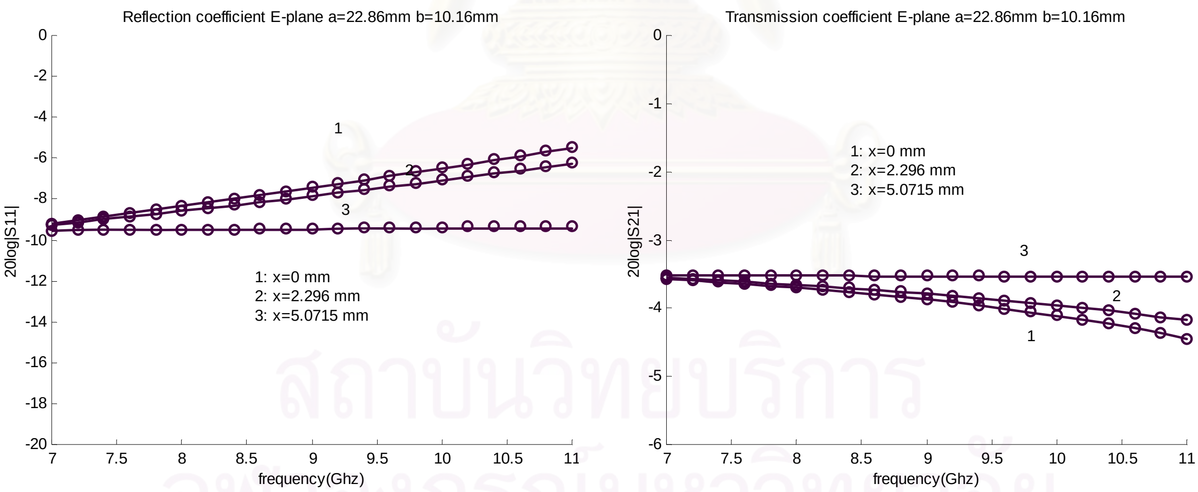
3.7.3 ข้อต่อตัวที ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

พิจารณาปัญหาการกระเจิงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อตัวที แบบระนาบ E และระนาบ Hที่เชื่อมต่อระหว่างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม $WR90$ (ย่านความถี่ใช้งาน $8.2-12.4\,GHz$) ที่มีความกว้าง $a=22.86\,mm$ และความสูง $b=10.16\,mm$ มีการป้อนคลื่นโมดพื้นฐาน TE_{10} ที่พอร์ตหนึ่งของข้อต่อตัวที ที่มีความลึกของการบากมุม $x=0,4.592,10.143\,mm$ สำหรับข้อต่อตัวทีแบบระนาบ H และ $x=0,2.296,5.0715\,mm$ สำหรับข้อต่อตัวทีแบบระนาบ E และ $d=2\ mm$ ดังรูปที่3.18



รูปที่ 3.18 ข้อต่อตัวที ที่มีการบากมุม

โดยที่ $w=b$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ E และ $w=a$ สำหรับข้อต่อแบบระนาบ H



(ก) (ข)

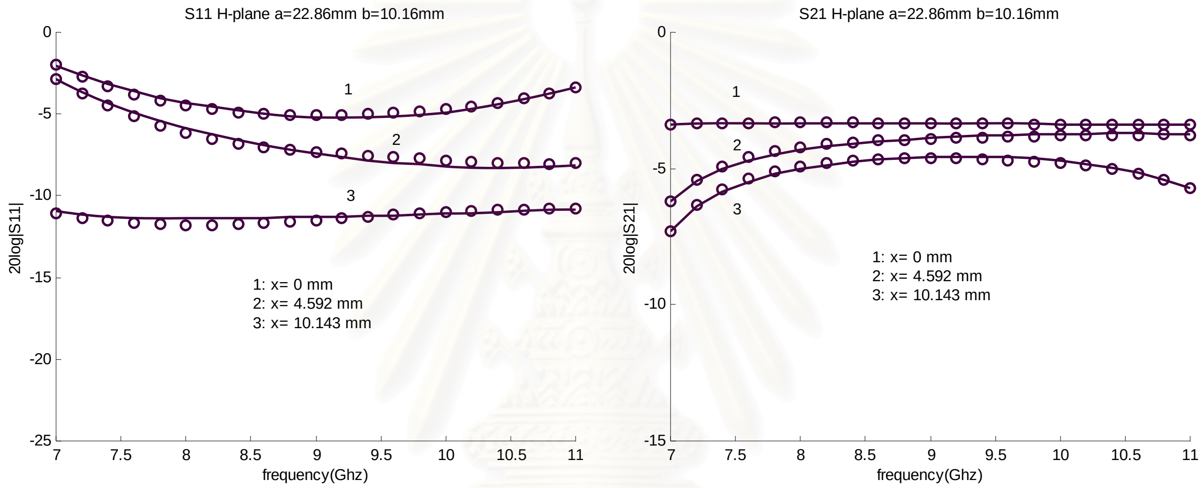
รูปที่ 3.19 พารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อตัวที ระนาบ E ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) S_{11} (ข) S_{21}

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ที่พิจารณาจำนวนโมดของสนามกระเจิงจำนวน 5 โมด กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่ใช้จำนวนการวนรอบซ้ำของการสร้างระบบสมการในท่อนำคลื่นจำนวน 5 รอบ และมีการเลื่อนพอร์ตครั้งแรกเป็นระยะทาง $l_1 = 1mm$ พบว่าทั้งสองวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่สอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.19 - 3.20 และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธี บาวน์ดารีมาร์ชชิง จะใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ดังตารางที่ 3.3

เมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของ ข้อต่อตัวทีแบบระนาบ E และระนาบ H ที่มีความลึกของการบากมุมต่างๆ พบว่าข้อต่อตัวที ที่มีความลึกของการบากมุมมากขึ้น จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนน้อยลงตามลำดับ



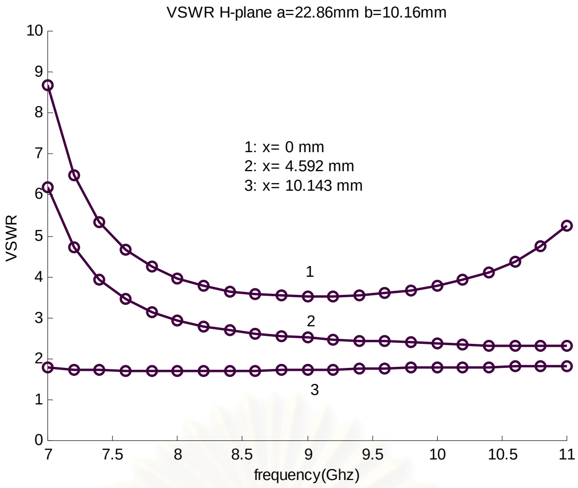
ก) (ข)

รูปที่ 3.20 พารามิเตอร์การกระเจิงของข้อต่อตัวที ระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ

(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง ∘ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง)

(ก) S_{11} (ข) S_{21}

เมื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อต่อตัวทีระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง กับวิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์ พบว่าค่า VSWR มีค่าสอดคล้องกัน ดังรูปที่ 3.21



รูปที่ 3.21 ค่า VSWR ของข้อต่อตัวทีระนาบ H ที่มีความลึกการบากมุมต่างๆ
(- วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง o วิธีบาวน์ดารีอีลีเมนต์)

ตารางที่ 3.3 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงของข้อต่อตัวที ที่มีความลึกของการบากมุมต่างๆ

ประเภทข้อต่อ	ความลึกของการบากมุม	จำนวนโนด	จำนวนอีลีเมนต์	เวลาที่ใช้ในการคำนวณ(วินาที)	
				วิธีFE+Mode matching	วิธีFE+Boundary marching
ข้อต่องอแบบระนาบ E	$x = 0$	198	340	104.0400	42.2100
	$x = 2.296$	222	383	142.5350	57.0420
	$x = 5.0715$	181	299	66.7860	33.5980
ข้อต่องอแบบระนาบ H	$x = 0$	186	316	74.8980	8.1120
	$x = 4.592$	204	347	110.2080	9.1530
	$x = 10.143$	207	351	115.0750	9.1840

3.8 ผลสรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอวิธีวิเคราะห์ปัญหาการกระเจิงคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายในข้อต่อรูปร่างใดๆ แบบสองมิติ ซึ่งได้แก่ ข้อต่อระนาบ E และระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเฮลมโฮตซ์แบบสเกลาร์ และทดสอบการคำนวณทั้งสองวิธีกับกรณีตัวอย่างข้อต่อสองมิติแบบระนาบ E และระนาบ H แบบต่างๆ ได้แก่ ข้อต่องอ 90° ข้อต่อตัวที พบว่าการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิงใช้เวลาในการคำนวณที่เร็วกว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และพบว่าพารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนโมดในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีโมดแมตช์ชิง และพารามิเตอร์การกระเจิงจะลู่เข้า เมื่อเพิ่มจำนวนการวนรอบซ้ำในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

เอกสารอ้างอิง

[1] Akin, J.E. The generation of elements with singularities. International Journal for Numerical Method in Engineering. Vol.10, (1976): 1249-1259.

[2] Dillon, B. M., and Webb, J. P. A comparison of formulations for the vector finite element analysis of waveguides. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.42, No.2, (February 1994): 308-316.

[3] Pantic-Tanner, Z., Scott Savage, J., Tanner, D.R., and Peterson, A.F. Two-dimensional singular vector elements for finite-element analysis. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.46, No.2 (February 1998): 178-184.

[4] Pantic-Tanner, Z., Scott Savage, J., Tanner, D.R., and Peterson, A.F. Two-dimensional singular vector elements for finite-element analysis. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.46, No.2 (February 1998): 178-184.

[5] Dillon, B. M., and Webb, J. P. A comparison of formulations for the vector finite element analysis of waveguides. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.42, No.2, (February 1994): 308-316.

[6] Gil, J.M., and Zapata, J. Efficient singular element for finite element analysis of quasi-TEM transmission lines and waveguides with sharp metal edges. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol.42, No.1 (January 1994): 92-98

[7] Meixner, J. The behavior of electromagnetic fields at edges. IEEE Antennas and Propagation Magazine. Vol.20, No.4 (July 1972): 442-446.

[8] Foo, S.L., and Selvester, P.P., Boundary-marching method for discontinuity analysis in waveguide of arbitrary cross section. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 40, 10 (October 1992): 1889-1893.

[9] Edlinger, R.D., Bardi, I., Biro, O., Preis, K., and Richter, R., A deterministic approach to the Analysis of three-dimensional waveguide configuration by finite elements and mode matching. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 28, 2 (March 1992): 1235-1238.

[10] David, M.K., Basic theory of waveguide junctions and introductory microwave network analysis. Volumn 13. London:Pregamon Press,1967.

[11] Foo, S.L., and Selvester, P.P., Finite element analysis of inductive strips in unilateral finlines. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 41, 2 (February 1993): 298-304.

[12] Ise, K., and Koshiba, M., Numerical analysis of H-plane waveguide junctions by combination of finite and boundary elements. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 36, 9 (September 1988): 1343-1351.

[13] Kanellopoulos, V.N., and Webb, J.P., A complete E-plane analysis of waveguide junctions using the finite element method. IEEE Transaction on Microwave Theory and Technique 38, 3 (March 1990): 290-295.

[14] Reiter, J.M., and Arndt, F., A boundary contour mode-matching method for the rigorous analysis of cascaded arbitrarily shaped H-plane discontinuities in rectangular waveguides. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique 2, 10 (October 1992): 405-403.

ภาคผนวก

โปรแกรมคำนวณวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโมดในท่อนำคลื่นและข้อต่อท่อนำคลื่น

โปรแกรม EMRL_FEM เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดยกลุ่มคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อใช้ในการคำนวณปัญหาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากรณีต่างๆ เช่น การวิเคราะห์หาโมดการส่งผ่านและแบบแผ่นคลื่นในท่อนำคลื่น ,การวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติระนาบ E และระนาบ H รูปร่างใดๆและการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติรูปร่างใดๆ เป็นต้น โดยวิธีที่ใช้ในการคำนวณของโปรแกรมนี้ จะใช้วิธีวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เป็นหลัก และในบางหัวข้อ จะมีผลเฉลยที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ด้วย ในคู่มือฉบับนี้จะกล่าวถึงวิธีการใช้โปรแกรม EMRL_FEM ดังนี้

<u>วิธีใช้โปรแกรม EMRL_FEM แบ่งเป็นสามขั้นตอนดังนี้</u>

1. เตรียมข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณ
2. เปิดโปรแกรม EMRL_FEM และการเลือกหัวข้อในการคำนวณ
3. โปรแกรมการวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในกรณีต่างๆ

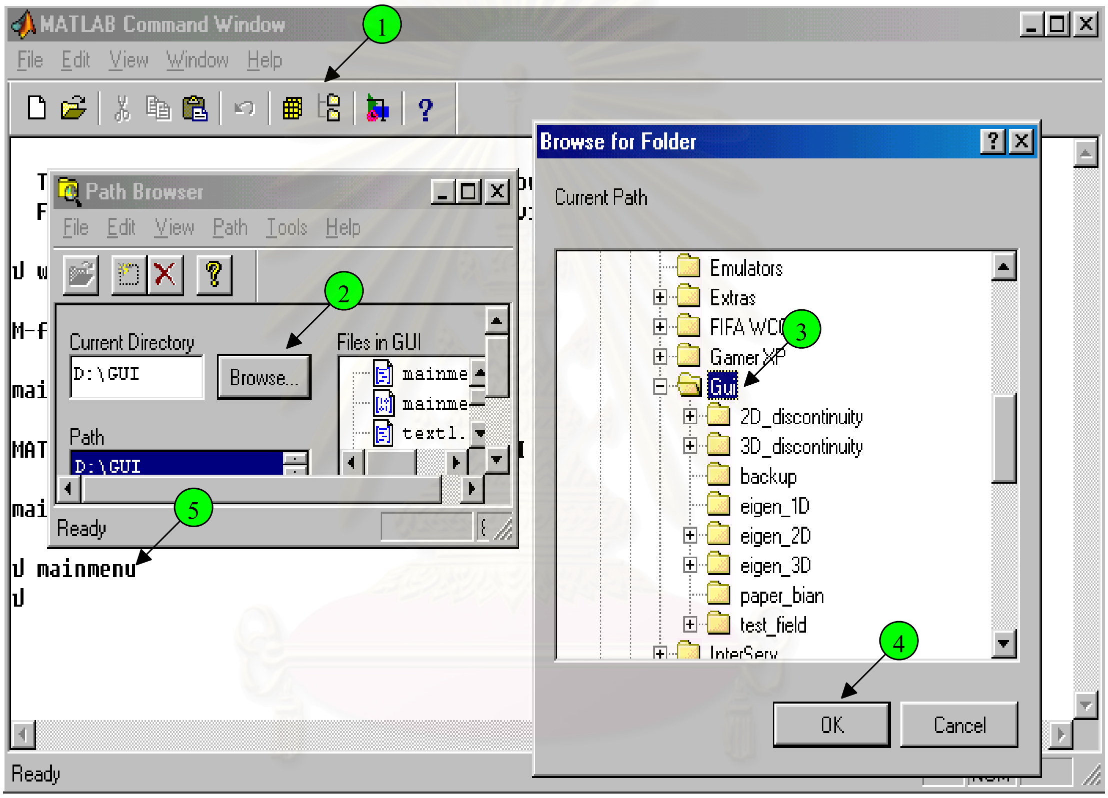
1. เตรียมข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเตรียมข้อมูลของเมช ที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ในที่นี้ผู้เขียนได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่มีชื่อว่า โปรแกรม Nastran ในการสร้างเมชที่จะใช้ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ซึ่งหาอ่านได้จากเอกสารคู่มือการใช้โปรแกรม Nastran สำหรับโปรแกรม EMRL_FEM ผู้เขียนได้สร้างกลุ่มตัวอย่างข้อมูลที่สร้างจากโปรแกรม Nastran ไว้ใน directory ที่นำหน้าด้วยชื่อ data_ ในแต่ละหัวข้อของปัญหาการวิเคราะห์ เช่น การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมขนาดกว้าง 2 เซนติเมตร และสูง 1 เซ.นติเมตร เพื่อหาโมดการส่งผ่านและแบบแผ่นคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ที่ใช้อีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม แบบขอบคงตัว (constanst edge) ข้อมูลของเมชที่จะใช้ในการคำนวณนั้นจะอยู่ใน directory ที่ชื่อว่า D:\GUI\eigen_2D\data_2dtriangular\data_rectangular\data2dnode25n_32e2_1 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีการแบ่งเมชประกอบด้วยจำนวนอีลีเมนต์ 32 อีลีเมนต์ จะต้อง copy file ทั้งหมดที่อยู่ภายใน directory ดังกล่าวลงใน directory ที่ชื่อว่า D:\GUI\eigen_2D\2dtriangular_edge_contant_xy เป็นอันเสร็จสิ้นขบวนการเตรียมข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณ

2. เปิดโปรแกรม EMRL_FEM และการเลือกหัวข้อในการคำนวณ

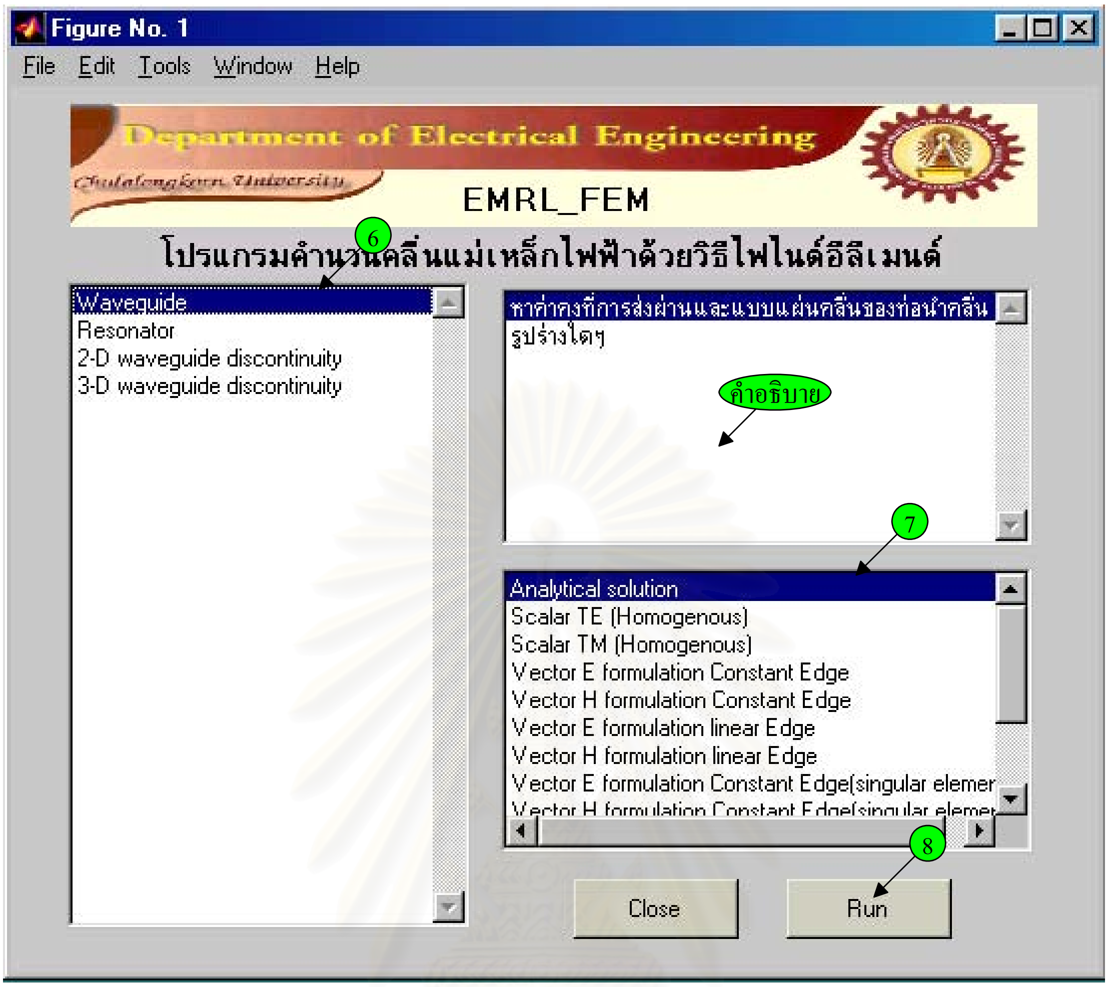
ขั้นตอนนี้จะเป็นการเรียกเปิดโปรแกรม EMRL_FEM ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ run บนโปรแกรม Matlab มีขั้นตอนดังนี้

1. เปิดโปรแกรม Matlab ขึ้นมาและ กดปุ่ม path browser จะปรากฏหน้าต่าง path browser ดังรูปที่ 1
2. กดปุ่ม browse…
3. เลือกไปที่ pathที่ลงโปแกรม ในที่นี้คือ D:\GUI
4. กดปุ่ม OK
5. พิมพ์ข้อความในบรรทัดคำสั่งโปรแกรม Matlab ว่า mainmenu เพื่อ run โปรแกรม EMRL_FEM จะขึ้นหน้าต่างของโปรแกรม EMRL_FEM ดังรูปที่ 2



รูปที่ 1 การเปิดโปรแกรม EMRL_FEM ด้วยโปรแกรม Matlab

6. เลือกหัวข้อหลักที่จะคำนวณซึ่งประกอบด้วย Waveguide ,Resonator ,2-D discontinuity และ 3-D discontinuity เป็นต้น ในที่นี้หากจะวิเคราะห์ปัญหาท่อนำคลื่นให้เลือก Waveguide เป็นต้น
7. เลือกวิธีที่จะใช้วิเคราะห์ในกรณีที่วิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ให้เลือกที่หัวข้อ Analytical solution ซึ่งจะมีคำอธิบายประกอบที่ช่องข้อความมุมบนด้านขวา
8. กดปุ่ม run เพื่อเปิดหน้าต่างส่วนโปรแกรมการวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป



3. โปรแกรมการวิเคราะห์คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในกรณีต่างๆ

ในโปรแกรม EMRL_FEM ประกอบด้วยการวิเคราะห์ปัญหาต่างๆดังนี้

3.1.1 Waveguide โปรแกรมในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่น ประกอบด้วยวิธีวิเคราะห์ดังนี้

3.1.2 Analytical solution วิธีเชิงวิเคราะห์

3.1.3 Scalar TE homogenous วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์โนด จากสมการคลื่นแบบสเกลล่าของ TE

3.1.4 Scalar TM homogenous วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์โนด จากสมการคลื่นแบบสเกลล่าของ TM

3.1.5 Vector E formulation constant edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า

3.1.6 Vector H formulation constant edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก

3.1.7 Vector E formulation linear edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบเชิงเส้น จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า

3.1.8 Vector H formulation linear edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบเชิงเส้น จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก

3.1.9 Vector E formulation constant edge (singular element) วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า ที่ใช้อีลีเมนต์เอกฐานบริเวณมุมสัน

3.1.10 Vector H formulation constant edge (singular element)วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก ที่ใช้อีลีเมนต์เอกฐานบริเวณมุมสัน

3.1.11 Vector E formulation linear edge (singular element) วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบเชิงเส้น จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า ที่ใช้อีลีเมนต์เอกฐานบริเวณมุมสัน

3.1.12 Vector H formulation linear edge (singular element) วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบเชิงเส้น จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก ที่ใช้อีลีเมนต์เอกฐานบริเวณมุมสัน

3.2 Resonator โปรแกรมในการวิเคราะห์เรโซเนเตอร์ ประกอบด้วยวิธีวิเคราะห์ดังนี้

3.2.1 Analytical solution วิธีเชิงวิเคราะห์

3.2.2 Vector E formulation tetahedral edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์ทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า

3.2.3 Vector H formulation tetahedral edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์ทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก

3.2.4 Vector E formulation prism edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์ทรงปริซึมสามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า

3.2.5 Vector H formulation prism edge วิธีไฟไนตอีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์ทรงปริซึมสามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นแบบเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก

3.3 2-D waveguide discontinuity โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติ ประกอบด้วยวิธีวิเคราะห์ดังนี้

3.3.1 E-plane junction (mode matching method) วิเคราะห์ข้อต่อแบบระนาบ E ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบโนด และวิธีโมดแมตช์ชิง

3.3.2 H-plane junction (mode matching method) วิเคราะห์ข้อต่อแบบระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบโนด และวิธีโมดแมตช์ชิง

3.3.3 E-plane junction (Boundary marching method) วิเคราะห์ข้อต่อแบบระนาบ E ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบโนด และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.3.4 H-plane junction (Boundary marching method) วิเคราะห์ข้อต่อแบบระนาบ H ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบโนด และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.4 3-D waveguide discontinuity โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ ประกอบด้วยวิธีวิเคราะห์ดังนี้

3.4.1 E-formulation (mode matching method) วิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ โดยเริ่มจากสูตรสนามไฟฟ้า ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว และวิธีโมดแมตช์ชิง

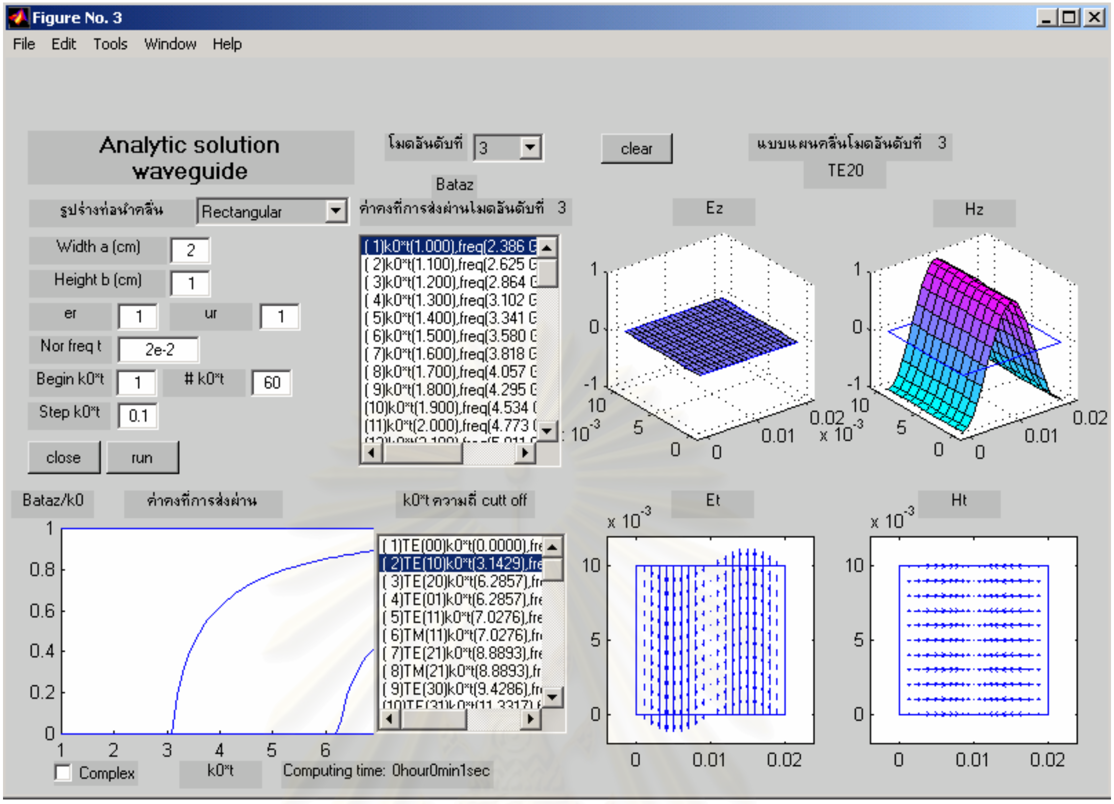
3.4.2 H-formulation (mode matching method) วิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ โดยเริ่มจากสูตรสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว และวิธีโมดแมตช์ชิง

3.4.3 E-formulation (Boundary marching method) วิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ โดยเริ่มจากสูตรสนามไฟฟ้า ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.4.4 H-formulation (Boundary marching method) วิเคราะห์ข้อต่อสามมิติ โดยเริ่มจากสูตรสนามแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง

3.1.1 วิเคราะห์ท่อนำคลื่นด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (รูปที่ 3)

1. กดปุ่ม clear เพื่อลบข้อมูลเก่าและรูปภราฟ
2. เลือกรูปร่างของท่อนำคลื่น rectangular (สี่เหลี่ยม) หรือ circular (วงกลม) สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยการป้อนขนาด และ design_rectan (ออกแบบสี่เหลี่ยม) ,design_circular (ออกแบบวงกลม) สำหรับการออกแบบขนาด ด้วยการป้อนค่าความถี่คัตออฟของโมดที่ 1 และโมดที่ 2 ในที่นี้เลือก rectangular
3. ป้อนค่าขนาดความกว้าง width a (cm) หน่วยเซนติเมตร
4. ป้อนค่าขนาดความสูง height (cm) หน่วยเซนติเมตร
5. ป้อนค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ er และ สภาพซึมซาบได้สัมพัทธ์ ur
6. ป้อนค่านอร์มอลไลซ์แกนความถี่ t (Nor freq t)
7. ป้อนค่าความถี่เริ่มต้น k0*t (Begin K0*t)
8. ป้อนจำนวนความถี่ที่จะคำนวณ (#k0*t)
9. ป้อนช่วงห่างของแต่ละความถี่ (Step k0*t)
10. กดปุ่ม run



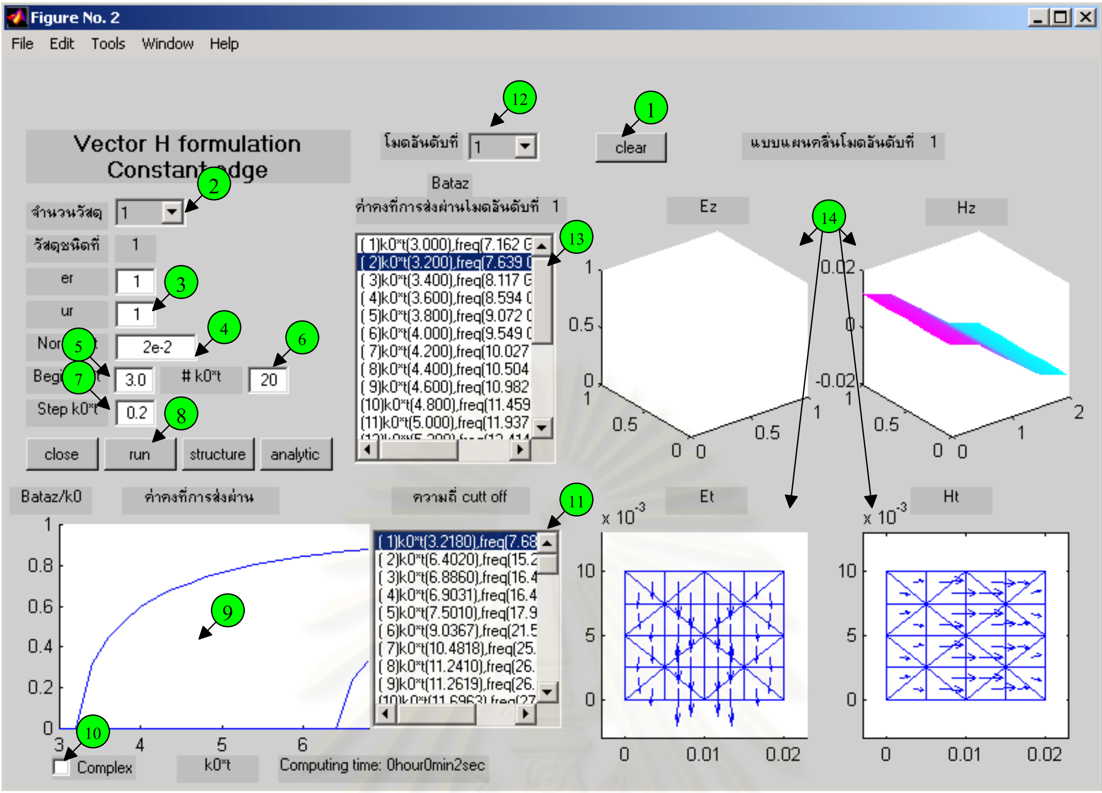
รูปที่ 3 วิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์

11. แสดงกราฟค่าคงที่การส่งผ่าน $\dfrac{\gamma}{k_0}$ และแกนความถี่ k0*t
12. หากต้องการให้กราฟค่าคงที่การส่งผ่านแสดงค่าการลดทอนคลื่นด้วย ($\gamma = \beta - j\alpha$) ให้เลือกเครื่องหมายถูกที่ ช่อง complex โดยแกนลบคือค่าของ α และแกนบวกคือค่าของ β
13. แสดงค่าความถี่คัตออฟของโมดต่างๆ
14. เลือกค่าโมดที่จะแสดงค่าคงที่การส่งผ่านในรายการหัวข้อ 15 และกราฟในหัวข้อ 16
15. แสดงค่าคงที่การส่งผ่านของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 14
16. แสดงกราฟแบบแผ่นคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแนวยาว Ez และ Hz และแบบแผ่นคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแนวขวาง Et,Ht ของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 14

3.1.2-3.1.11 วิเคราะห์ท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (รูปที่ 4)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ซึ่งมีหลายวิธีขึ้นกับการสมการเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณและอีลีเมนต์ที่ใช้ ในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะกรณีวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นของสนามแม่เหล็ก ดังนี้

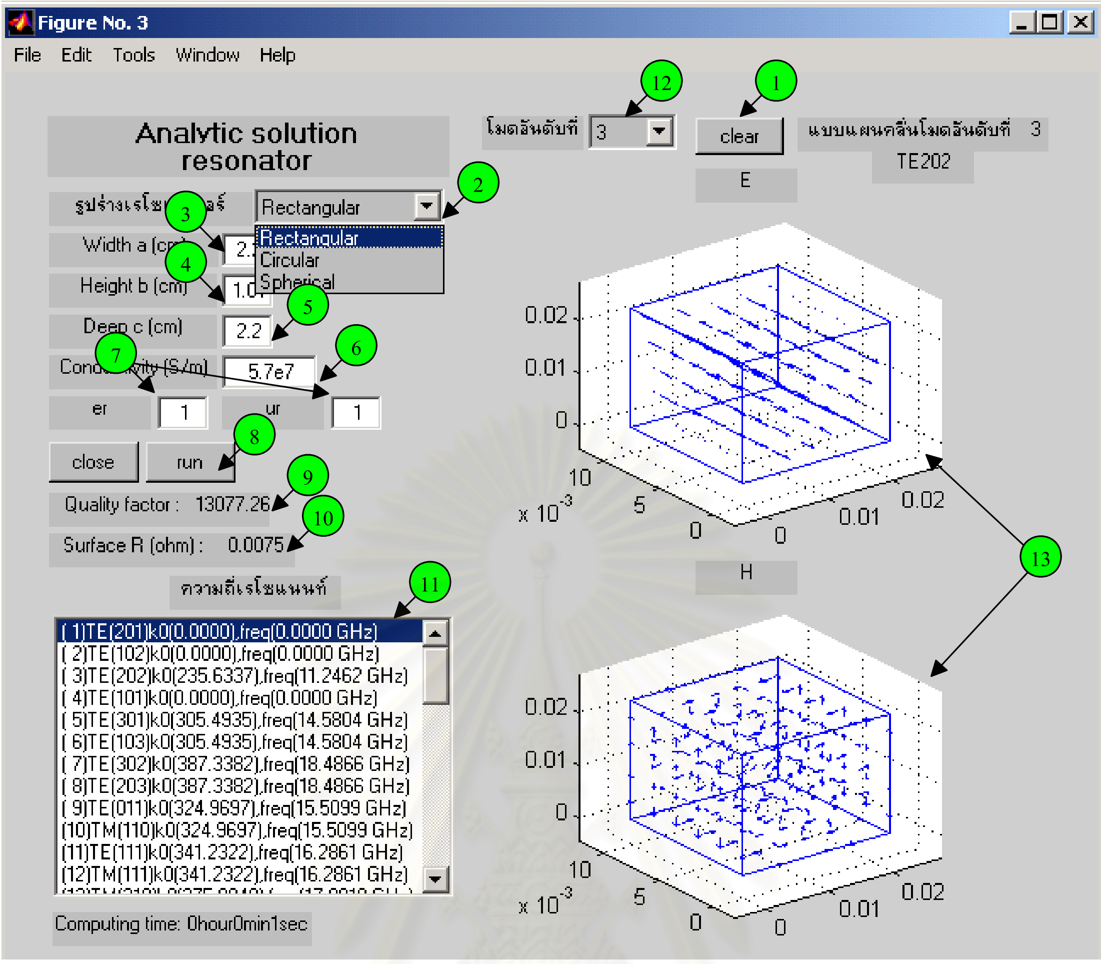
1. กดปุ่ม clear เพื่อลบข้อมูลเก่าและรูปภราฟ
2. ป้อนจำนวนวัสดุที่อยู่ภายในท่อนำคลื่น ในที่นี้เลือก 1 สำหรับกรณีที่มีวัสดุภายในตัวกลางเดียว (homogeneous)
3. ป้อนค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ er และ สภาพซึมซาบได้สัมพัทธ์ ur
4. ป้อนค่านอร์มอลไลซ์แกนความถี่ t (Nor freq t)
5. ป้อนค่าความถี่เริ่มต้น k0*t (Begin K0*t)
6. ป้อนจำนวนความถี่ที่จะคำนวณ (#k0*t)
7. ป้อนช่วงห่างของแต่ละความถี่ (Step k0*t)
8. กดปุ่ม run
9. แสดงกราฟค่าคงที่การส่งผ่าน $\dfrac{\gamma}{k_0}$ และแกนความถี่ k0*t
10. หากต้องการให้กราฟค่าคงที่การส่งผ่านแสดงค่าการลดทอนคลื่นด้วย ($\gamma = \beta - j\alpha$) ให้เลือกเครื่องหมายถูกที่ ช่อง complex โดยแกนลบคือค่าของ α และแกนบวกคือค่าของ β
11. แสดงค่าความถี่คัตออฟของโมดต่างๆ
12. เลือกค่าโมดที่จะแสดงค่าคงที่การส่งผ่านในรายการหัวข้อ 13 และกราฟในหัวข้อ 16
13. แสดงค่าคงที่การส่งผ่านของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 12
14. แสดงกราฟแบบแผ่นคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแนวยาว Ez และ Hz และแบบแผ่นคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแนวขวาง Et,Ht ของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 12



รูปที่ 4 การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

3.2.1 วิเคราะห์เรโซเนเตอร์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (รูปที่ 5)

1. กดปุ่ม clear เพื่อลบข้อมูลเก่าและรูปภาพ
2. เลือกรูปร่างของเรโซเนเตอร์ rectangular (ทรงสี่เหลี่ยม) หรือ circular (ทรงกระบอก) หรือ spherical (ทรงกลม) ในที่นี้เลือก rectangular
3. ป้อนค่าขนาดความกว้าง width a (cm) หน่วยเซนติเมตร
4. ป้อนค่าขนาดความสูง height (cm) หน่วยเซนติเมตร
5. ป้อนค่าขนาดความลึก deep (cm) หน่วยเซนติเมตร
6. ป้อนค่าสภาพนำไฟฟ้า conductivity (S/m) ของผนังตัวนำไฟฟ้าบนโครงสร้างเรโซเนเตอร์
7. ป้อนค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ er และ สภาพซึมซาบได้สัมพัทธ์ ur
8. กดปุ่ม run
9. แสดงค่าอัตราคุณภาพ (Quality factor)
10. แสดงค่าความสภาพต้านทานที่ผิวตัวนำรอบเรโซเนเตอร์ Surface R (Ohm)
11. แสดงค่าความถี่เรโซแนนซ์แต่ละโมด
12. เลือกค่าโมดที่จะแสดงและกราฟแบบแผ่นคลื่นในหัวข้อ 13
13. แสดงกราฟแบบแผ่นคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้า E และ H ของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 12

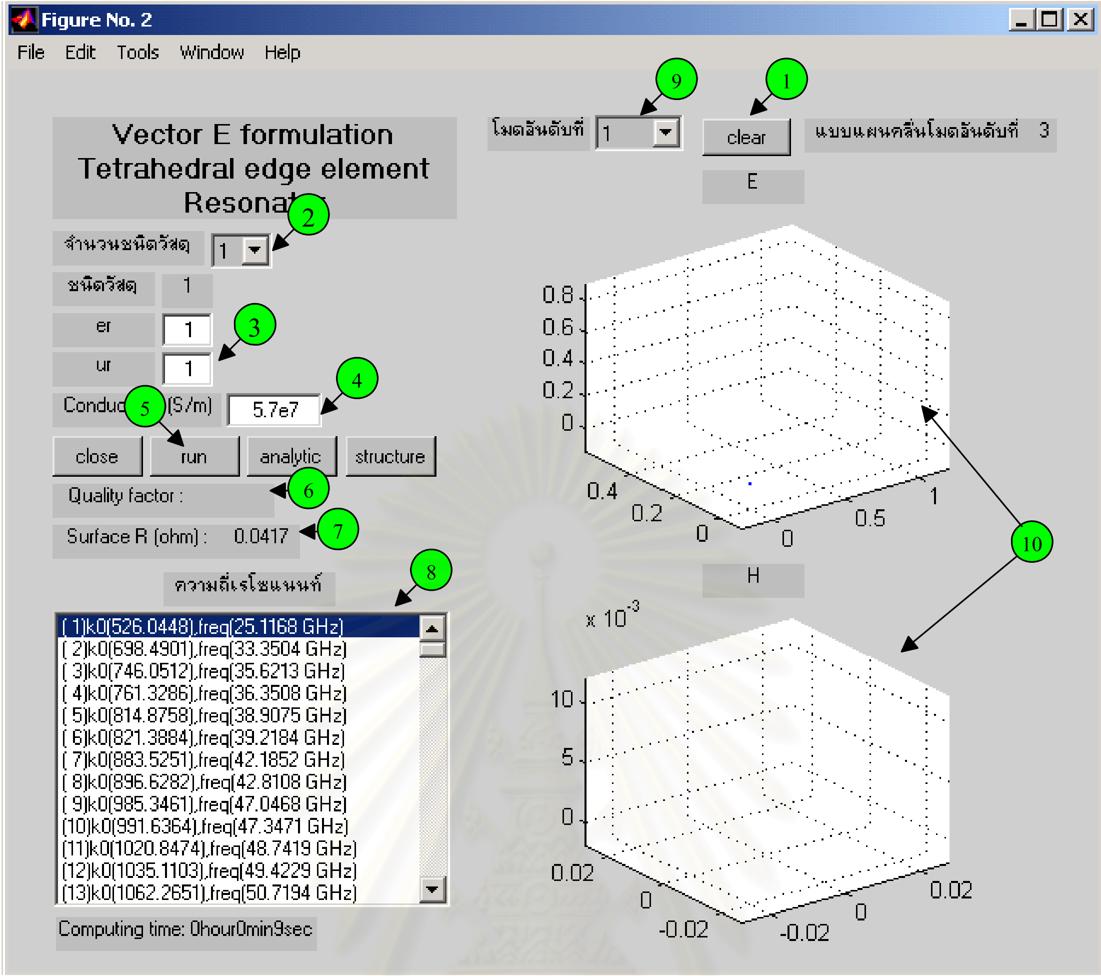


รูปที่ 5 วิเคราะห์เรโซเนเตอร์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์

3.2.2-3.2.5 วิเคราะห์เรโซเนเตอร์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (รูปที่ 6)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีวิเคราะห์เรโซเนเตอร์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ซึ่งมีหลายวิธีขึ้นกับการสมการเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณและอีลีเมนต์ที่ใช้ ในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะกรณีวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้อีลีเมนต์ทรงสามเหลี่ยมสี่หน้าแบบขอบคงตัว จากสมการคลื่นของสนามไฟฟ้า ดังนี้

1. กดปุ่ม clear เพื่อลบข้อมูลเก่าและรูปกราฟ
2. เลือกจำนวนชนิดวัสดุที่มีอยู่ภายในเรโซเนเตอร์ ในที่นี้เลือก 1
3. ป้อนค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ er และ สภาพซึมซาบได้สัมพัทธ์ ur ของชนิดวัสดุต่างๆ
4. ป้อนค่าสภาพนำไฟฟ้า conductivity (S/m) ของผนังตัวนำไฟฟ้าบนโครงสร้างเรโซเนเตอร์
5. กดปุ่ม run
6. แสดงค่าอัตราคุณภาพ (Quality factor)
7. แสดงค่าความสภาพต้านทานที่ผิวตัวนำรอบเรโซเนเตอร์ Surface R (Ohm)
8. แสดงค่าความถี่เรโซเนนซ์แต่ละโมด
9. เลือกค่าโมดที่จะแสดงและกราฟแบบแผ่นคลื่นในหัวข้อ 10
10. แสดงกราฟแบบแผ่นคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้า E และ H ของโมดอันดับ m โดย m คือค่าโมดที่เลือกจากหัวข้อ 9

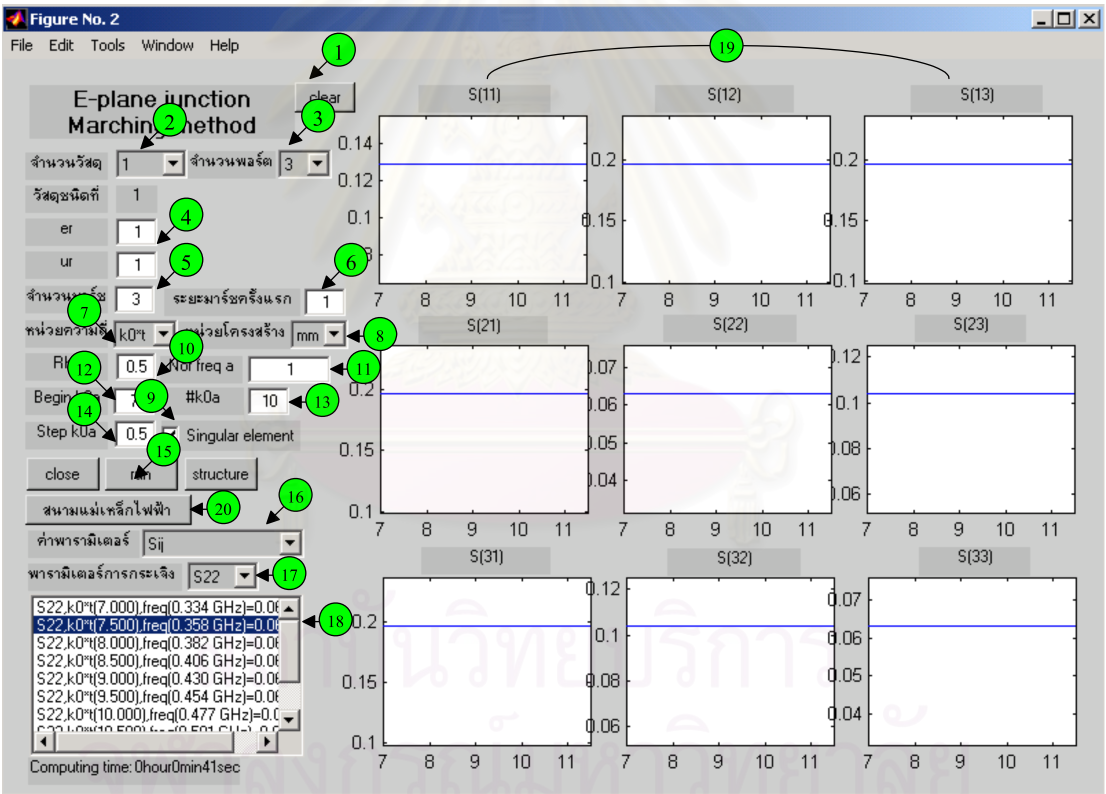


3.3.1-3.3.4 วิเคราะห์ข้อต่อสองมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ซึ่งมีสองวิธีคือวิธีโมดแมตช์ชิง และวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะกรณีวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ร่วมกับวิธีบาวน์ดารีมาร์ชชิง ที่ใช้อีลีเมนต์สามเหลี่ยมแบบโนด ของโครงสร้างข้อต่อระนาบ E ดังนี้

1. กดปุ่ม clear เพื่อลบข้อมูลเก่าและรูปกราฟ ดังรูปที่ 7
2. ป้อนจำนวนวัสดุที่อยู่ภายในท่อนำคลื่น ในที่นี้เลือก 1 สำหรับกรณีที่มีวัสดุภายในตัวกลางเดียว (homogeneous)
3. ป้อนจำนวนพอร์ตของข้อต่อที่จะคำนวณ
4. ป้อนค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ er และค่าสภาพซึมซาบได้สัมพัทธ์ ur
5. ป้อนจำนวนครั้งการมาร์ช
6. ป้อนระยะการมาร์ช
7. เลือกลักษณะความถี่ที่จะใช้ในการคำนวณแบบ Ghz หรือ K0*a ในที่นี้เลือกแบบ K0*a
8. เลือกหน่วยของโครงสร้างที่จะใช้ในการคำนวณ ในที่นี้เลือก mm (มิลลิเมตร)
9. กรณีที่ประมาณอีลีเมนต์บริเวณมุมสันด้วยอีลีเมนต์เอกฐานให้ click เครื่องหมายถูกที่ข้อความ Singular element
10. ป้อนค่า Rho ค่าคงตัวคุณลักษณะเอกฐาน

11. ป้อนค่านอร์มอลไลซ์แกนความถี่ a (Nor freq a)
12. ป้อนค่าความถี่เริ่มต้น k0*a (Begin K0*a)
13. ป้อนจำนวนความถี่ที่จะคำนวณ (#k0*a)
14. ป้อนช่วงห่างของแต่ละความถี่ (Step k0*a)
15. กดปุ่ม run
16. เลือกแบบพารามิเตอร์ที่จะแสดงค่าพารามิเตอร์ในรายการหัวข้อ 18 และกราฟในหัวข้อ 19 ในที่นี้เลือกเป็น Sij
17. เลือกค่าพารามิเตอร์การกระเจิงที่จะแสดงค่าพารามิเตอร์ในรายการหัวข้อ 18
18. แสดงค่าพารามิเตอร์การกระเจิงที่เลือกจากหัวข้อ 18
19. แสดงกราฟพารามิเตอร์การกระเจิงต่างๆ โดยแบบค่าแนวแกนตั้งของพารามิเตอร์ขึ้นกับการเลือกในหัวข้อ 16 และแบบค่าแนวแกนนอน ขึ้นกับการเลือกในหัวข้อ 7
20. กดปุ่ม สนามแม่เหล็กไฟฟ้า จะแสดงหน้าต่างการแสดงสนามดังรูปที่ 8



รูปที่ 7 การวิเคราะห์ข้อต่อสองมิติด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

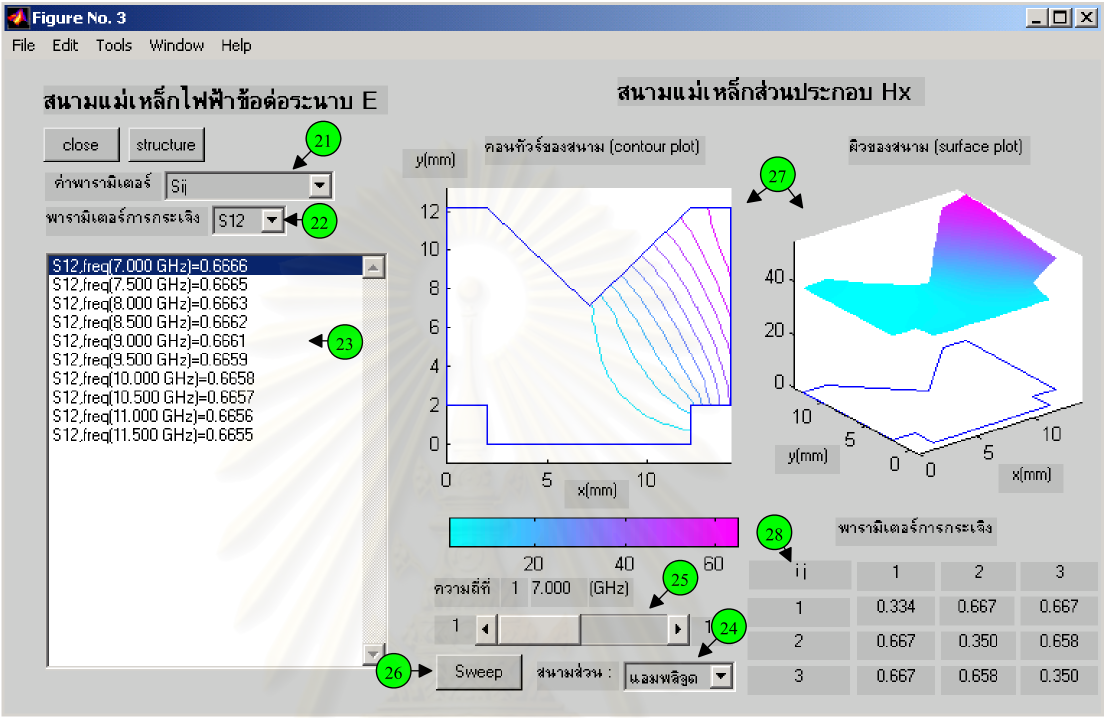
21. เลือกแบบพารามิเตอร์ที่จะแสดงค่าพารามิเตอร์ในรายการหัวข้อ 23 และรายการหัวข้อ 28
22. เลือกค่าพารามิเตอร์การกระเจิงที่จะแสดงค่าพารามิเตอร์ในรายการหัวข้อ 23
23. แสดงค่าพารามิเตอร์การกระเจิงที่เลือกจากหัวข้อ 22 ที่ความถี่ต่างๆ
24. เลือกแบบค่าที่จะแสดงในกราฟสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในหัวข้อ 27 ในที่นี้เลือกเป็นแบบ amplitude ของสนาม

25. เลือกค่าความถี่ที่จะแสดงในกราฟสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในหัวข้อ 27

26. กดปุ่ม sweep เพื่อแสดงกราฟสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในหัวข้อ 27 ที่ความถี่ต่างๆแบบกวาดความถี่

27. แสดงกราฟสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบที่เลือกในหัวข้อ 24

28. แสดงค่าพารามิเตอร์การกระเจิงที่เลือกจากหัวข้อ 28 ที่ความถี่ที่เลือกจากหัวข้อ 23 หรือหัวข้อ 25



รูปที่ 8 หน้าต่างแสดงสนามแม่เหล็กภายในข้อต่อสองมิติ