การวิเคราะห์การคำนวณเมคสแปนสำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

นายวันเฉลิม โฮชิน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2560

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

MAKESPAN CALCULATION ANALYSIS FOR JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM

Mister Vanchaloem Hochin

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Applied Mathematics and Computational Science

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2017

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์การคำนวณเมคสแปนสำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง
โดย	นายวันเฉลิม โฮชิน
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. พลกฤษณ์ แสงวณิช)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. อนุสรณ์ ชนวีระยุทธ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร. ระวี สุวรรณเดโชไชย)

วันเฉลิม โฮชิน : การวิเคราะห์การคำนวณเมคสแปนสำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง. (MAKESPAN CALCULATION ANALYSIS FOR JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา, 204 หน้า.

เมคสแปนในปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่งเป็นค่าที่สำคัญในการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของการค้นหาแบบทาบู อย่างไรก็ตามขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงเป็นส่วนที่ใช้เวลาประมวลผลนานที่สุด วิทยานิพนธ์เล่มนี้ทำการปรับปรุงเทคนิคการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปนที่ถูกเสนอโดย Nowicki และ Smutnicki (2005) และเปรียบเทียบความซับซ้อนของเวลาของวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง ระหว่างวิธีการของ Nowicki และ Smutnicki และวิธีการที่ได้ปรับปรุงขึ้น ความแตกต่างที่สำคัญของทั้งสองวิธีการคือการหาตำแหน่งสำคัญบางตำแหน่งบนลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ทั้งสองวิธีการใช้ปัญหามาตรฐานที่มีจำนวนโอเปอเรชันไม่เกิน 400 โอเปอเรชัน ในการทดสอบ ผลการทดลองพบว่าขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูที่ใช้ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยวิธีการที่ได้ปรับปรุงขึ้น ใช้เวลาประมวลผลน้อยกว่าวิธีการค้นหาแบบทาบูที่ใช้ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยวิธีการของ Nowicki และ Smutnicki

ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	ลายมือชื่อนิสิต .....
		ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา	
ปีการศึกษา	2560	

5872052623 : MAJOR APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTATIONAL SCIENCE
KEYWORDS : JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM / TABU SEARCH / MOVE EVALUATION

VANCHALOEM HOCHIN : MAKESPAN CALCULATION ANALYSIS FOR JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM. ADVISOR : ASSOCIATE PROFESSOR PHANTIPA THIPWIWATPOTJANA, Ph.D., 204 pp.

Makespan in a job shop scheduling problem is a significant value for evaluating a neighborhood solution in the move evaluation strategy of a standard tabu search method. However, the move evaluation is the most time-consuming part of the algorithm. In this work, we improve the move evaluation complexity of the approach by Nowicki and Smutnicki (2005) and compare the move evaluation complexity of the approach by Nowicki and Smutnicki and our approach. The main difference in both approaches is the way to evaluate some specific positions in a topological order of a seed solution. Both algorithms are tested on standard benchmarks with the size at most 400 operations. The results show that the computation time of using our move evaluation in a tabu search algorithm is smaller than the Nowicki and Smutnicki's move evaluation.

Department : Mathematics and Computer Science
Field of Study : Applied Mathematics and Computational Science
Academic Year : 2017

Student's Signature .....
Advisor's Signature .....

กิตติกรรมประกาศ

เนื่องด้วยความช่วยเหลือจากหลายๆ ส่วนจึงทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. อนุสรณ์ ชนวีระยุทธ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ กรรมการ อาจารย์ ดร. ระวี สุวรรณเดโชไชย กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย ตลอดจนคณาจารย์ ครอบครัว เพื่อน และบุคคลท่านอื่นที่มิได้เอ่ยนาม ล้วนเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่งยวดอันจะขาดส่วนหนึ่งส่วนใดไปมิได้

สารบัญ

หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย . . . . . ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ . . . . . จ
กิตติกรรมประกาศ . . . . . ฉ
สารบัญ . . . . . ช
สารบัญตาราง . . . . . ฌ
สารบัญภาพ . . . . . ญ
บทที่
1 บทนำ 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย 2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย 3
1.4 ลำดับการนำเสนอวิทยานิพนธ์ 3
1.5 สัญลักษณ์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์ 4
2 ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง 7
2.1 ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง 7
2.2 กราฟดีสจังทีฟ 10
2.3 บล็อค 13
3 วิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง 15
4 วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์สำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง 20
4.1 ขั้นตอนการทำงานของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ 22
5 วิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง 25
5.1 ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น 25
5.2 โครงสร้างบริเวณใกล้เคียง 26
5.3 การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง 30
5.4 รายการทาบู 32
5.5 การเลือกผลเฉลยใกล้เคียง 33
5.6 เกณฑ์สำหรับหยุดการทำงาน 34
5.7 รหัสเทียมของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู 35
6 การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Nowicki และ Smutnicki 39
6.1 การคำนวณ $Cmax(\tau)$ ของกราฟ $G(\tau)$ 39
6.1.1 การลดและเพิ่มเส้นเชื่อม 40
6.1.2 สูตรการคำนวณ $Cmax(\tau)$ ของ Nowicki และ Smutnicki [11] 42
6.2 การคำนวณค่า $D[P_\tau(x \vee y)]$ และ $D[P_\pi(\overline{x})]$ 46
6.2.1 ค่า $D[P_\tau(x \vee y)]$ 46
6.2.2 ค่า $D[P_\pi(\overline{x})]$ 49
6.3 การปรับปรุงลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^π และค่า q_a^π เมื่อ $a \in O$ 57

บทที่ หน้า
7 การปรับปรุงการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง 60
7.1 ค่า $D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ 78
7.2 ค่า $D[P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]$ 80
8 ผลการทดลอง 92
8.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ 92
8.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ . 95
8.3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่มีผลต่อวิธีการค้นหาแบบทาบู 98
8.4 การเปรียบเทียบเวลาในการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงระหว่างวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7 101
9 สรุปผลการวิจัย 103
รายการอ้างอิง 105
ภาคผนวก 109
ภาคผนวก ก ข้อมูลของปัญหามาตรฐาน 110
ภาคผนวก ข ผลเฉลยจากการผลการทดลอง 133
ข.1 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.1 133
ข.2 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.2 135
ข.2.1 MRW 135
ข.2.2 SPT 141
ข.2.3 MRW/SPT 147
ข.3 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.3 153
ข.3.1 MRW 153
ข.3.2 SPT 159
ข.3.3 MRW/SPT 165
ข.4 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.4 171
ภาคผนวก ค รหัสต้นฉบับ 175
ค.1 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ 176
ค.2 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki 178
ค.3 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีที่ปรับปรุงขึ้น . . 192
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 204

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในในงานวิทยานิพนธ์ 4
2.1 ปัญหา JSSP ขนาด 3×3 8
4.1 ผลการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์โดยใช้เกณฑ์ MWR/SPT 24
5.1 การสร้างผลเฉลยใกล้เคียง 30
5.2 การแก้ปัญหา JSSP ด้วยวิธีการค้นหาแบบทาบู 38
7.1 ลิสต์ H_I^π 65
7.2 ความสัมพันธ์ของค่า $h^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$, $h^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $r^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}$ 66
7.3 ความสัมพันธ์ของค่า $h^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I-1)$ และ $r^\pi_{PJ^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ 67
7.4 ความสัมพันธ์ของค่า $h^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I-1)$ และ $r^\pi_{PM^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ 67
7.5 ความสัมพันธ์ของค่า $h^\pi_W(I)$ และ $h^\pi_W(I-1)$ 70
7.6 ลิสต์ T_I^π 72
7.7 ความสัมพันธ์ของค่า $t^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$, $t^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $q^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}$ 73
7.8 ความสัมพันธ์ของค่า $t^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ และ $q^\pi_{SJ^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ 74
7.9 ความสัมพันธ์ของค่า $t^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ และ $q^\pi_{SM^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ 74
7.10 ความสัมพันธ์ของค่าความสัมพันธ์ของค่า $t^\pi_W(I)$ และ $t^\pi_W(I+1)$ 77
7.11 การเปรียบเทียบความซับซ้อนของเวลา 91
8.1 ตารางเปรียบเทียบเวลาและค่าเมคสแปนของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ 93
8.2 การเปรียบเทียบเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ 96
8.3 ผลลัพธ์ของวิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับการใช้วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยเกณฑ์สำรองแบบต่างๆ 99
8.4 เวลาการประมวลผลของวิธีการค้นหาแบบทาบูที่ใช้โดยการหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7 102

สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	แผนภูมิแกนต์แสดงการจัดตารางการผลิตรูปแบบที่ 1	9
2.2	แผนภูมิแกนต์แสดงการจัดตารางการผลิตรูปแบบที่ 2	9
2.3	เส้นเชื่อมคอนจังทีฟ	10
2.4	เส้นเชื่อมดีสจังทีฟ	11
2.5	กราฟดีสจังทีฟ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$	12
2.6	กราฟดีสจังทีฟ $G(\tau) = (V, C \cup E(\tau))$	12
2.7	กราฟดีสจังทีฟที่เป็นผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปไม่ได้	13
4.1	รูปภาพแสดงปัญหาในตัวอย่างที่ 1	20
4.2	โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 1 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์	21
4.3	โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 2 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์	21
4.4	โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 3 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์	22
5.1	เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Van Laarhoven และคณะ [17]	27
5.2	เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Nowicki และ Smutnicki [20]	28
5.3	เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Balas และ Vazacopoulos [21]	28
5.4	เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Zhang และคณะ [3]	29
5.5	ผลเฉลยใกล้เคียงที่เกิดจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน u และ v	33
5.6	ผังงานของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับแก้ปัญหา JSSP	37
6.1	การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่มีทั้ง PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$	40
6.2	การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่มี PM_x^π แต่ไม่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$	40
6.3	การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่ไม่มี PM_x^π แต่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$	41
6.4	การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีไม่มีทั้ง PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$	41
6.5	(ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$ (ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$	43
6.6	(ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ สำหรับกรณีที่ไม่มี SM_y^π อยู่บน u (ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(x \vee y)$ สำหรับกรณีที่ไม่มี SM_y^π อยู่บน u	45
6.7	(ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ สำหรับกรณีที่มี SM_y^π อยู่บน u (ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(x \vee y)$ สำหรับกรณีที่มี SM_y^π อยู่บน u	45
6.8	กราฟแสดงตำแหน่งของโหนดที่เกี่ยวข้องกับเส้นทางที่ผ่าน x หรือ y	47
6.9	เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $f_\pi(v_j) < f_\pi(x) < f_\pi(v_{j+1})$ และ $(v_j, v_{j+1}) \in C \cup E(\pi)$	51
6.10	เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $f_\pi(v_k) < f_\pi(x)$ และ v_k เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย	52
6.11	เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_k = PJ_x^\pi$ หรือ $v_k = PM_x^\pi$	53

6.12 เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $f_\pi(x) < f_\pi(v_1)$ และ v_1 เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก 54
6.13 เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_1 = SJ_x^\pi$ หรือ $v_1 = SM_x^\pi$ 55
6.14 แผนผังการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Nowicki และ Smutnicki [11] 58
7.1 กราฟ $G(\pi)$ 62
7.2 แผนภูมิแกนต์แสดงค่า r_a^π ของกราฟ $G(\pi)$ 63
7.3 แผนภูมิแกนต์แสดงค่า q_a^π ของกราฟ $G(\pi)$ 63
7.4 การแจกแจงเวลาการทำงานของโอเปอเรชันบนลิสต์ $\mathbf{F}_\pi$ ที่มีตำแหน่งไม่เกิน 3 . . 64
7.5 การแจกแจงเวลาการทำงานของโอเปอเรชันบนลิสต์ $\mathbf{F}_\pi$ ที่มีตำแหน่งไม่ต่ำกว่า 3 64
7.6 แผนผังของวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยการปรับปรุง r_a^π , q_a^π เป็น H_I^π, T_I^π 91

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง (Job shop scheduling problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการจัดตารางการผลิตตามเงื่อนไขที่ถูกกำหนด มีลักษณะเป็นการผลิตในระยะสั้น ตารางการผลิตจะเปลี่ยนแปลงไปตามข้อจำกัดหรือใบสั่งสินค้า (Order) โดยการแก้ปัญหามีวัตถุประสงค์เพื่อจัดลำดับการผลิตให้ใช้เวลาผลิตน้อย ซึ่งจะช่วยลดต้นทุนการผลิต หรือช่วยให้การผลิตสินค้าเสร็จทันกำหนดส่ง

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่งเป็นปัญหาประเภทเอ็นพีฮาร์ด (NP-hard problem) กล่าวคือ ไม่สามารถค้นหารูปแบบของการจัดลำดับการผลิตที่ใช้เวลาสั้นที่สุดได้อย่างแน่นอนภายในเวลาที่เป็นพหุนาม (Polynomial time) ในรูปทั่วไปปัญหาจะมีองค์ประกอบหลัก 2 ส่วน ได้แก่ งาน (Jobs) และเครื่องจักร (Machines) หากสมมติให้ปัญหามีจำนวนงาน n งาน และมีจำนวนเครื่องจักร m เครื่อง แล้วรูปแบบของการจัดลำดับการผลิตที่เป็นไปได้จะไม่เกิน $(n!)^m$ รูปแบบ แม้ว่าวิธีแม่นตรง (Exact methods) อาทิ วิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer linear programming) [1] จะสามารถค้นหารูปแบบของลำดับการผลิตที่ใช้เวลาสั้นที่สุด แต่ในทางปฏิบัติวิธีแม่นตรงจะใช้เวลาประมวลผลเป็นเวลานาน ในขณะที่การแก้ปัญหาด้วยการใช้วิธีฮิวริสติก (Heuristic methods) จะใช้เวลาประมวลผลรวดเร็วกว่า

ปัจจุบันมีวิธีฮิวริสติกหลายวิธีที่ถูกเสนอสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง อาทิ วิธีแตกกิ่งและกำหนดขอบเขต (Branch and bound) [2], วิธีการค้นหาแบบทาบู (Tabu search) [3, 4], วิธีชิพติ้งบอททอลเนค (Shifting bottleneck) [5], วิธีการจำลองการอบเหนียว (Simulated annealing) [6], วิธีกฎการจ่ายงาน (Dispatching rules) [7], ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm) [8], ขั้นตอนวิธีหิ่งห้อย (Firefly algorithm) [9] และวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (Particle swarm optimization) [10] โดยวิธีการค้นหาแบบทาบูเป็นที่มีประสิทธิภาพและได้รับความนิยมในการใช้แก้ปัญหาการจัดตาราง

การผลิตแบบตามสั่ง และได้มีการนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีฮิวริสติกอื่นๆ ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง อาทิ การใช้วิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับวิธีพาทรีลิงกิ้ง (Path relinking) ในขั้นตอนวิธี i-TSAB (i-TSAB algorithm) [11] และขั้นตอนวิธี TS/PR (TS/PR algorithm) [12] การใช้วิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับวิธีการจำลองการอบเหนียวในขั้นตอนวิธี TS/SA (TS/SA algorithm) [13] และการใช้วิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมในขั้นตอนวิธี HIMGA (HIMGA algorithm) [14] เป็นต้น

ขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู (Tabu search algorithm) ถูกเสนอโดย Glover [15] และถูกใช้ครั้งแรกสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่งโดย Taillard [16] ภายในขั้นตอนวิธีของวิธีการค้นหาแบบทาบูมีสององค์ประกอบที่มีอิทธิพลสูงต่อคุณภาพคำตอบและเวลาการประมวลผล ได้แก่ โครงสร้างบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood structure) และการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation) งานวิจัยที่มีชื่อเสียงในการปรับปรุงโครงสร้างบริเวณใกล้เคียงได้ถูกเสนอโดย Van Laarhoven และคณะ [17], Matsuo และคณะ [18], Dell'Amico และ Trubian [19], Nowicki และ Smutnicki [20], Balas และ Vazacopoulos [21] และ Zhang และคณะ [3] ส่วนการปรับปรุงการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง Taillard [16] รวมทั้ง Balas และ Vazacopoulos [21] ได้นำเสนอเทคนิคการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงที่รวดเร็ว ในขณะที่ Nowicki และ Smutnicki [11] ได้นำเสนอเทคนิคที่ช่วยลดเวลาในการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปน (Makespan)

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ เราได้ทำการปรับปรุงเทคนิคการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปนของ Nowicki และ Smutnicki [11]

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ต้องการนำเสนอการปรับปรุงความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) ของขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปน ซึ่งเป็นขั้นตอนหนึ่งที่อยู่ในขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง เพื่อลดเวลาการประมวลผลในขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

ศึกษาวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง โดยเขียนโปรแกรมขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู เพื่อเปรียบเทียบวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการหาค่าผลเฉลยที่ได้ทำการปรับปรุงขึ้น โดยทำการวิเคราะห์กับปัญหามาตรฐาน (Benchmark) ขนาดไม่เกิน 400 โอเปเรชัน (Operation)

1.4 ลำดับการนำเสนอวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์เล่มนี้แบ่งลำดับการนำเสนอ ดังนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงพื้นฐานของปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

บทที่ 3 อธิบายวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer linear programming) ที่ใช้แก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

บทที่ 4 อธิบายขั้นตอนวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ (Nondelay scheduling scheme method) ที่ใช้แก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู

บทที่ 5 อธิบายองค์ประกอบของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู ได้แก่ ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial feasible solution), โครงสร้างบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood structure), การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation), รายการทาบู (Tabu list), การเลือกผลเฉลยใกล้เคียง (Move selection) และเกณฑ์สำหรับหยุดการทำงาน (Terminal criterion)

บทที่ 6 อธิบายวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation) ที่เสนอโดย Nowicki และ Smutnicki

บทที่ 7 นำเสนอวิธีการปรับปรุงการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation) โดยได้มีการกำหนดนิยามและทำการพิสูจน์ทฤษฎีบท รวมทั้งเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างวิธีการหาค่าที่ได้ปรับปรุงขึ้นกับวิธีการหาค่าของ Nowicki และ Smutnicki

บทที่ 8 แสดงผลการทดลอง ดังนี้ การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิง-เส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่มีผลต่อวิธีการค้นหาแบบทาบู และการเปรียบเทียบเวลาในการหาค่าเมคสแปนของผล-

เฉลยใกล้เคียงระหว่างวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7

บทที่ 9 สรุปผลการวิจัย

1.5 สัญลักษณ์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์

เนื่องจากในงานวิทยานิพนธ์นี้มีพารามิเตอร์มากมาย ผู้เขียนจึงขอสรุปรวมสัญลักษณ์ต่างๆ ไว้ในตารางที่ 1.1 เพื่อให้ง่ายต่อการอ่านทำความเข้าใจ

ตารางที่ 1.1**:** สัญลักษณ์ที่ใช้ในในงานวิทยานิพนธ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน้า
π หรือ τ หรือ σ	การจัดลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักร	9,133
B_i	บล็อคลำดับที่ i ของลิส c^π	13
$c^\pi = (c_1^\pi, \ldots, c_s^\pi)$	ลิสต์ของโอเปอเรชันทั้งหมดที่อยู่บนเส้นทางวิกฤตของการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π	13
C	เซตของเส้นเชื่อมคอนจังทีฟ	10
$Cmax$	เวลาปิดงานของระบบ หรือ เมคสแปน	7
$Cmax(\pi)$	เมคสแปนของการจัดลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักรแบบ π	12
$D[\Omega]$	ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต Ω	43
$E(\pi)$	เซตของเส้นเชื่อมดีสจังทีฟที่แสดงรูปแบบการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π	10
F_π	ลิสต์ของลำดับโทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ (สำหรับใช้ในงานของ Nowicki และ Smutnicki [11])	49
$F_\pi(I)$	โอเปอเรชัน/โหนดลำดับที่ I บนลำดับโทโพโลยี F_π เมื่อ $I \in \{1, \ldots, o\}$	49
$f_\pi(a)$	ตำแหน่งของโอเปอเรชัน/โหนด a เมื่อ $a = F_\pi(I)$ และ $\exists I \in \{1, \ldots, o\}$	49
$\mathbf{F}_\pi$	ลิสต์ของลำดับโทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ (สำหรับใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้)	61
$\mathbf{F}_\pi(I)$	โอเปอเรชัน/โหนดลำดับที่ I บนลำดับโทโพโลยี $\mathbf{F}_\pi$ เมื่อ $I \in \{0, \ldots, o+1\}$	61
$\mathbf{f}_\pi(a)$	ตำแหน่งของโอเปอเรชัน/โหนด a เมื่อ $a = \mathbf{F}_\pi(I)$ $\exists I \in \{0, \ldots, o+1\}$	61
$G(\pi)$	กราฟดีสจังทีฟที่แสดงรูปแบบการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π	10
H_I^π	ลิสต์ของลำดับของ $h_W^\pi(I)$ ของแต่ละงานและเครื่องจักรทั้งหมด นั่นคือ $H_I^\pi = (h_{J_1}^\pi(I), \ldots, h_{J_n}^\pi(I), h_{M_1}^\pi(I), \ldots, h_{M_m}^\pi(I))$	61
$h_W^\pi(I)$	$h_W^\pi(I) = \lvert P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e))\rvert + p(\mathbf{F}_\pi(e))$ โดยที่ $e = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I\}$	61
(i, j)	เส้นเชื่อมคอนจังทีฟ หรือ เส้นเชื่อมดีสจังทีฟ จากโหนด i ไป j ซึ่งมีความยาวเท่ากับ $p(i)$	10
I	ตำแหน่งที่ I ของโอเปอเรชันที่อยู่บนลำดับโทโพโลยี	49
j'	ตำแหน่งของโอเปอเรชัน x บนลำดับโทโพโลยี $(F_\pi(1), \ldots, F_\pi(j-1), Z', F_\pi(k+1), \ldots, F_\pi(o))$ ของกราฟ $G(\pi)$	59
J	เซตของงาน J_i เมื่อ $i = 1, \ldots, n$	8
J_i	งานที่ i เมื่อ $i \in \{1, \ldots, n\}$	7
$\ddot{J}_i$	เซตของโอเปเรชันทั้งหมดของงาน J_i	8

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน้า
$J(a)$	งานของโอเปอเรชัน a กล่าวคือ $J(a) = J_i \ \exists i \in \{1, \ldots, n\}$	65
$\ddot{J(a)}$	เซตของโอเปเรชันทั้งหมดของงาน $J(a)$	65
LB	ค่าขอบเขตล่าง (Lower bound) ที่ใช้ในงานวิจัยของ Taillard [16]	30
LB^T	ค่าขอบเขตล่างที่ใช้ในงานวิจัยของ Nowicki และ Smutnicki [11] โดยการปรับสมการใหม่ กล่าวคือ $LB^T = LB$	46
LB^{NS}	ค่าขอบเขตล่างที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ โดยการปรับสมการใหม่ กล่าวคือ $LB^{NS} = LB^T = LB$	80
m	จำนวนเครื่องจักรทั้งหมดในปัญหา	7
m_k	จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k	26
M	เซตของเครื่องจักร M_k เมื่อ $k = 1, \ldots, m$	8
M_k	เครื่องจักรที่ k เมื่อ $k \in \{1, \ldots, m\}$	7
$\ddot{M_k}$	เซตของโอเปเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k	8
$\mu(a)$	เครื่องจักรที่ใช้ทำโอเปอเรชัน a กล่าวคือ $\mu(a) = M_k \ \exists k \in \{1, \ldots, m\}$	65
$\ddot{\mu(a)}$	เซตของโอเปเรชันทั้งหมดของงาน $\mu(a)$	65
M'	$M' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\hat{0}) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta_1^k), \ddot{M_k} = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$	81
M''	$M'' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\theta_i^k) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta_{i+1}^k), \ddot{M_k} = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_i^k, \theta_{i+1}^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$	81
M'''	$M''' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\theta_{m_k}^k) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\hat{*}), , \ddot{M_k} = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$	81
n	จำนวนงานทั้งหมดในปัญหา	7
n_i	จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดของงาน J_i	7
O_{ij}	โอเปอเรชันของงาน J_i ที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเป็นลำดับที่ j	7
O	เซตของโอเปอเรชันทั้งหมด	8
$O(\square)$	ความซับซ้อนของเวลา (Time complexity)	31
o	จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมด กล่าวคือ $o = \sum_{i=1}^{n} n_i$	32
θ_j^k	โอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k เป็นลำดับที่ j	26
$p(O_{ij})$	เวลาที่เครื่องจักร $\mu(O_{ij})$ ใช้ทำโอเปอเรชัน O_{ij}	7
$P^\pi(u, v)$	เส้นทางที่ยาวที่สุดจากโหนด u ถึงโหนด v บนกราฟ $G(\pi)$	12
$\lvert P^\pi(u, v)\rvert$	ความยาวของเส้นทาง $P^\pi(u, v)$	12
$P^\pi(\hat{0}, \hat{*})$	เส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด $\hat{0}$ ถึงโหนด $\hat{*}$ บนกราฟ $G(\pi)$ หรือ เส้นทางวิกฤต	12
$\lvert P^\pi(\hat{0}, \hat{*})\rvert$	ความยาวของเส้นทางวิกฤต หรือ $Cmax(\pi)$	12
$P^\pi\{a_1, \ldots, a_k\}$	กรณี 1) เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ คือ เส้นทาง $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \ldots \rightarrow v_k$ เมื่อ $v_k = \hat{*}$ กรณี 2) เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ คือ เส้นทาง $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \ldots \rightarrow v_k \rightarrow$ เมื่อ $v_k \neq \hat{*}$	42
$\lvert P^\pi\{a_1, \ldots, a_k\}\rvert$	ความยาวของเส้น $P^\pi\{a_1, \ldots, a_k\}$	42
$P_\tau(x \vee y)$	เซตของเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด	42
$P_\pi(\overline{x})$	เซตของเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง	42
$P_\tau^\star(x \vee y)$	เซตของเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง	60
$P_\pi^\star(\overline{x})$	เซตของเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทางและมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง	60

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน้า
s_a^π	ความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด $\hat{0}$ ถึงโหนด a หรือ $\lvert P^\pi(\hat{0}, a)\rvert$	31
r_a^π	ผลรวมของความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด $\hat{0}$ ถึงโหนด a กับ $p(a)$ หรือ $\lvert P^\pi(\hat{0}, a)\rvert + \mathrm{p(a)}$	46
q_a^π	ความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด a ถึงโหนด $\hat{*}$ หรือ $\lvert P^\pi(a, \hat{*})\rvert$	31
PJ_a^π	โอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PJ_a^π มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a	31
PM_a^π	โอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PM_a^π มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a	31
SJ_a^π	โอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SJ_a^π มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a	31
SM_a^π	โอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SM_a^π มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a	31
RQ	$RQ = \max\{r_a^\pi + q_b^\pi : f_\pi(a) < f_\pi(x) < f_\pi(b), (a,b) \in C \cup E(\pi)\}$	51
R'	$R' = \max\{r_a^\pi : f_\pi(a) < f_\pi(x), a$ เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย$\}$	52
R''	$R'' = \max\{r_{PJ_x^\pi}^\pi, r_{PM_x^\pi}^\pi\}$	53
Q'	$Q' = \max\{q_b^\pi : f_\pi(x) < f_\pi(b), b$ เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก$\}$	54
Q''	$Q'' = \max\{q_{SJ_x^\pi}^\pi, q_{SM_x^\pi}^\pi\}$	55
T_I^π	ลิสต์ของลำดับของ $t_W^\pi(I)$ ของแต่ละงานและเครื่องจักรทั้งหมด นั่นคือ $H_I^\pi = (t_{J_1}^\pi(I), \ldots, t_{J_n}^\pi(I), t_{M_1}^\pi(I), \ldots, t_{M_m}^\pi(I))$	62
$t_W^\pi(I)$	$t_W^\pi(I) = \lvert P^\pi(\mathbf{F}_\pi(e), \hat{*})\rvert$ โดยที่ $e = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) :$ โอเปอเรชัน $\Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq I\}$	62
V	เซตของโหนดทั้งหมดบนกราฟดีสจังทีฟ กล่าวคือ $O \cup \{\hat{0}, \hat{*}\}$	10
W	สมาชิกของเซต $J \cup M$	61
$\ddot{W}$	เซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในงานหรือเครื่องจักร W	61

บทที่ 2

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

2.1 ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง (JSSP : Job Shop Scheduling Problem) ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 2 ส่วน ได้แก่ งาน (Jobs) และเครื่องจักร (Machines) ซึ่งสามารถจำกัดความได้ดังนี้ สมมติปัญหามีจำนวนงาน n งาน คือ $J_1, \ldots, J_n$ มีจำนวนเครื่องจักร m เครื่อง คือ $M_1, \ldots, M_m$ ซึ่งจะถูกเรียกโดยย่อว่า ปัญหา JSSP ขนาด $n \times m$ โดยที่แต่ละงาน J_i (เมื่อ $i = 1, \ldots, n$) ประกอบด้วยขั้นตอนหรือโอเปอเรชัน (Operations) ที่ถูกจัดลำดับการทำงาน (ลำดับการผลิต) ที่แน่นอนจำนวน n_i โอเปอเรชัน และ $n_i \leq m$ กล่าวคือ งาน J_i ประกอบด้วยโอเปอเรชัน $O_{i1}, \ldots, O_{in_i}$ โดยที่ O_{ij} แทนโอเปอเรชันของงาน J_i ที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเป็นลำดับที่ j เมื่อ $1 \leq j \leq n_i$ ซึ่งแต่ละโอเปอเรชัน O_{ij} จะถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรที่แตกต่างกัน โดยให้ $\mu(O_{ij})$ แทนเครื่องจักรที่ใช้ทำงานโอเปอเรชัน O_{ij} ให้ $p(O_{ij})$ แทนเวลาที่เครื่องจักร $\mu(O_{ij})$ ใช้ทำงานโอเปอเรชัน O_{ij} นอกจากนี้ ลักษณะของการทำงานจะต้องสอดคล้องเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1) โอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกันจะไม่สามารถถูกทำงานพร้อมกันในเวลาขณะเดียวกัน
2) เครื่องจักรสามารถทำงานได้ทีละหนึ่งโอเปอเรชันเท่านั้น
3) ขณะที่เครื่องจักรกำลังทำงานโอเปอเรชันใดๆ อยู่นั้น เครื่องจักรจะไม่สามารถหยุดหรือถูกขัดจังหวะการทำงานได้

ในการแก้ปัญหา JSSP เรามีวัตถุประสงค์เพื่อจัดตารางการผลิตที่ใช้ระยะเวลาทำงานทั้งหมดน้อยที่สุด ซึ่งระยะเวลาการทำงานทั้งหมดของตารางการผลิตจะถูกเรียกว่า **เวลาปิดงานของระบบ** หรือ **ค่าเมคสแปน (Makespan value,** $Cmax$**)**

ปัญหา JSSP ตามที่ได้จำกัดความมีลักษณะดังในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1. ปัญหา JSSP ที่มีจำนวนงาน 3 งาน ได้แก่ J_1, J_2, J_3 และมีจำนวนเครื่องจักร 3 เครื่อง ได้แก่ M_1, M_2, M_3 (ปัญหาขนาด 3×3) โดยแต่ละโอเปอเรชันถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรต่างๆ และใช้เวลาในการทำงานแสดงตามตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1**:** ปัญหา JSSP ขนาด 3×3

งาน J_i	ลำดับโอเปอเรชัน $(\mu(O_{ij}), p(O_{ij}))$		
	O_{i1}	O_{i2}	O_{i3}
1	$(M_1, 3)$	$(M_2, 3)$	$(M_3, 3)$
2	$(M_1, 3)$	$(M_3, 3)$	$(M_2, 4)$
3	$(M_2, 4)$	$(M_1, 2)$	$(M_3, 1)$

ปัญหาดังตารางที่ 2.1 สามารถจัดตารางการทำงานให้สอดคล้องกับเงื่อนไข 1) - 3) ข้างต้น ดังจะแสดงในตัวอย่างต่อๆ ไป □

สำหรับปัญหา JSSP ขนาด $n \times m$ เรากำหนดให้

J แทนเซตของงาน J_i เมื่อ $i = 1, \ldots, n$

$\ddot{J}_i$ แทนเซตของโอเปเรชันของงาน J_i

M แทนเซตของเครื่องจักร M_k เมื่อ $k = 1, \ldots, m$

$\ddot{M}_k$ แทนเซตของโอเปเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k

O แทนเซตของโอเปอเรชันทั้งหมด

หากพิจารณาตัวอย่างที่ 1 เราจะได้ว่า

$$J = \{J_1, J_2, J_3\} \text{ โดยที่} \qquad M = \{M_1, M_2, M_3\} \text{ โดยที่}$$

$$\ddot{J}_1 = \{O_{11}, O_{12}, O_{13}\} \qquad \ddot{M}_1 = \{O_{11}, O_{21}, O_{32}\}$$

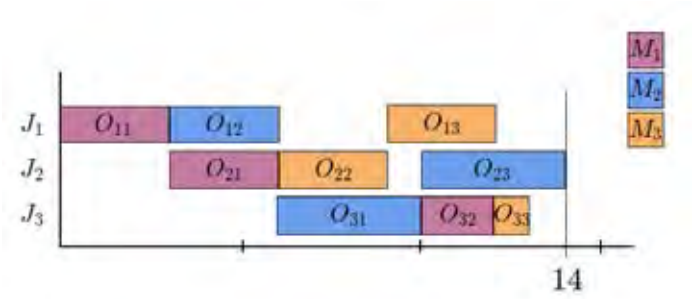
$$\ddot{J}_2 = \{O_{21}, O_{22}, O_{23}\} \quad \text{และ} \quad \ddot{M}_2 = \{O_{12}, O_{23}, O_{31}\}$$

$$\ddot{J}_3 = \{O_{31}, O_{32}, O_{33}\} \qquad \ddot{M}_3 = \{O_{13}, O_{22}, O_{33}\}$$

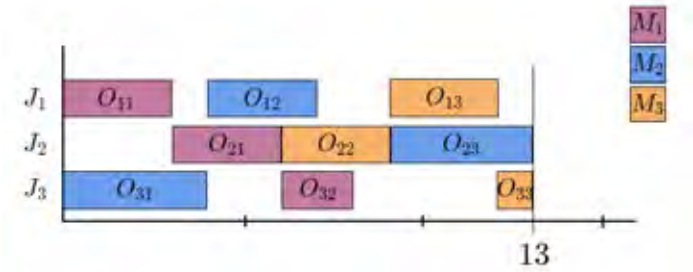
$$O = \{O_{11}, O_{12}, O_{13}, O_{21}, O_{22}, O_{23}, O_{31}, O_{32}, O_{33}\}$$

การจัดตารางการผลิตในตัวอย่างที่ 1 สามารถจัดตารางได้หลายรูปแบบ ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างการจัดตารางการผลิตขึ้นมาสองรูปแบบ ได้แก่ รูปแบบที่ 1 และ 2 ตามที่แสดงในรูปที่ 2.1 และ 2.2 ตามลำดับ โดยการใช้แผนภูมิแกนต์ (Gantt chart) ในการอธิบาย ดังนี้

- กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมแทนโอเปอเรชัน
- รูปสี่เหลี่ยมที่อยู่ในแถวเดียวกันคือโอเปอเรชันของงานเดียวกัน
- รูปสี่เหลี่ยมที่มีสีเดียวกันคือโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเครื่องเดียวกัน
- ความยาวของด้านในแนวนอนของรูปสี่เหลี่ยมแทนเวลาที่เครื่องจักรใช้ในการทำงานโอเปอเรชัน O_{ij}



รูปที่ 2.1**:** แผนภูมิแกนต์แสดงการจัดตารางการผลิตรูปแบบที่ 1



รูปที่ 2.2**:** แผนภูมิแกนต์แสดงการจัดตารางการผลิตรูปแบบที่ 2

จากแผนภูมิแกนต์ข้างต้นกำหนด

$\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ แทนการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักรของรูปที่ 2.1 เมื่อ π_k แทนลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k (เมื่อ $k = 1, 2, 3$) และ

$\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ แทนการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักรของรูปที่ 2.2 เมื่อ τ_k แทนการลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k

แล้วจะได้ว่า π และ τ คือ

$$\pi = ((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{12}, O_{31}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$$

และ

$$\tau = ((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$$

ตามลำดับ

การจัดลำดับ π ใดๆ ในรูปทั่วไปจะถูกนิยามไว้ในหัวข้อถัดไป

2.2 กราฟดีสจังทีฟ

กราฟดีสจังทีฟ (Disjunctive graph) ถูกเสนอโดย Roy และ Sussman (1964) [22] งานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้กราฟดีสจังทีฟอธิบายระบบของการจัดตารางการผลิต ดังต่อไปนี้

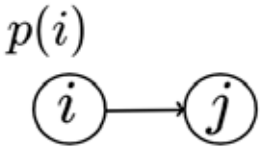
นิยาม 2.1. *กราฟดีสจังทีฟ*

กำหนดปัญหา JSSP ขนาด $n \times m$ ใดๆ ให้ $\pi = (\pi_1, \ldots, \pi_m)$ แทนการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร โดยที่ π_k แทนการลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k เมื่อ $k = 1, \ldots, m$ กราฟ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$ เรียกว่า **กราฟดีสจังทีฟที่แสดงรูปแบบการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ** π โดยที่

V คือ เซตของโหนด (Nodes) ประกอบด้วย

- โหนดซึ่งแทนโอเปอเรชันทั้งหมด ได้แก่ $O_{11}, \ldots, O_{1n_1}, \ldots, O_{n1}, \ldots, O_{n(n_n)}$
- โหนดเทียม 2 โหนด ได้แก่ โหนดเริ่มต้น $\hat{0}$ และโหนดสิ้นสุด $\hat{*}$

C คือ เซตของเส้นเชื่อมทึบ (i, j) ระหว่างโหนด i และ j ที่มีความยาวของเส้นเชื่อม (i, j) คือ เวลาที่เครื่องจักรใช้ทำงานโอเปอเรชัน/โหนด i หรือ $p(i)$ และมีทิศทางตามหัวลูกศรจาก i ไป j ดังรูปที่ 2.3 ซึ่งประกอบด้วย

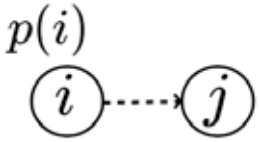


รูปที่ 2.3**:** เส้นเชื่อมคอนจังทีฟ

- เส้นเชื่อมทึบที่เชื่อมระหว่างโหนดของโอเปอเรชันในงานเดียวกัน มีลำดับการผลิตเรียงต่อกัน โดยเส้นเชื่อมทึบดังกล่าวเริ่มจากโหนดของโอเปอเรชันที่ถูกทำงานก่อนไปยังโหนดของโอเปอเรชันอีกโหนดหนึ่ง
- เส้นเชื่อมทึบที่เริ่มต้นจากโหนดเริ่มต้น $\hat{0}$ ไปยังโหนดของโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก
- เส้นเชื่อมทึบที่เริ่มต้นจากโหนดของโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้ายไปยังโหนดสิ้นสุด $\hat{*}$

ซึ่งเส้นเชื่อมทึบดังกล่าวถูกเรียกว่า **เส้นเชื่อมคอนจังทีฟ (Conjunctive arc)**

$E(\pi)$ คือ เซตของเส้นเชื่อมประ (i,j) ระหว่างโหนด i และ j ที่มีความยาวของเส้นเชื่อม (i,j) คือ เวลาที่เครื่องจักรใช้ทำงานโอเปอเรชัน i หรือ $p(i)$ และมีทิศทางตามหัวลูกศรจาก i ไป j ดังรูป 2.4 ซึ่งประกอบด้วย



รูปที่ 2.4**:** เส้นเชื่อมดีสจังทีฟ

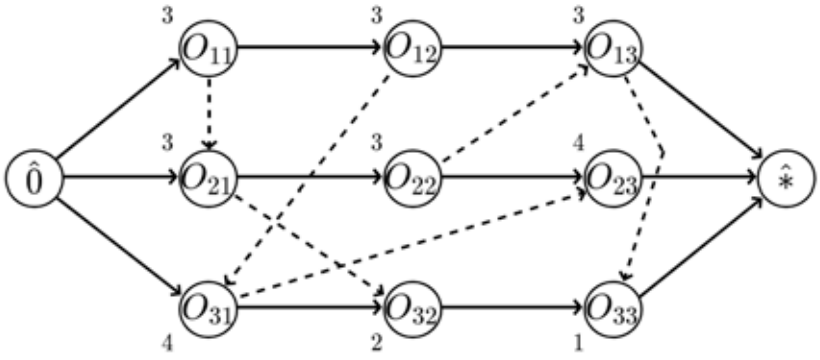
- เส้นเชื่อมประที่เชื่อมระหว่างโหนดที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเครื่องเดียวกัน มีลำดับการผลิตเรียงต่อกัน และจะต้องสอดคล้องกับรูปแบบการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π โดยเส้นเชื่อมประดังกล่าวเริ่มจากโหนดของโอเปอเรชันที่ถูกทำงานก่อนไปยังโหนดของโอเปอเรชันอีกโหนดหนึ่ง

ซึ่งเส้นเชื่อมประดังกล่าวถูกเรียกว่า **เส้นเชื่อมดีสจังทีฟ (Disjunctive arc)**

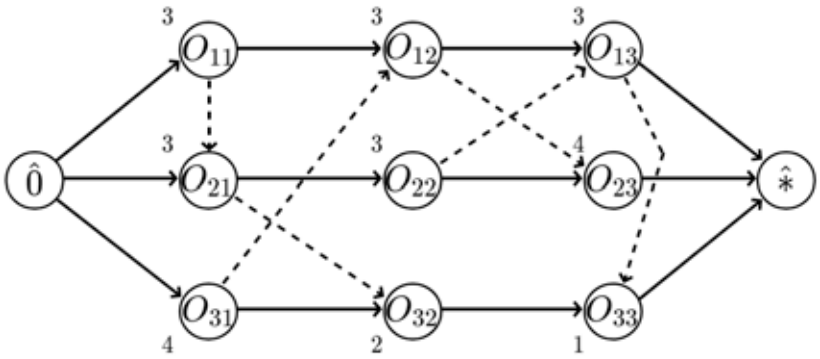
นอกจากนี้ กำหนดให้ค่า $p(\hat{0})$ และ $p(\hat{*})$ เท่ากับ 0

หมายเหตุ จากรูปที่ 2.3 และ 2.4 ซึ่งได้ระบุความยาวของเส้นเชื่อม (i,j) ไว้ที่โหนด/โอเปอเรชัน i เนื่องจากเส้นเชื่อมที่เริ่มจาก i ไปยังโหนด/โอเปอเรชันอื่นอาจมีมากกว่าหนึ่งเส้นเชื่อม โดยแต่เส้นเชื่อมจะมีความยาวเท่ากับ $p(i)$ □

กราฟดีสจังทีฟที่สอดคล้องกับแผนภูมิแกนต์ของรูปที่ 2.1 คือ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$ และสอดคล้องกับแผนภูมิแกนต์ของรูปที่ 2.2 คือ $G(\tau) = (V, C \cup E(\tau))$ ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.5 และ 2.6 ตามลำดับ



รูปที่ 2.5**:** กราฟดีสจังทีฟ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$



รูปที่ 2.6**:** กราฟดีสจังทีฟ $G(\tau) = (V, C \cup E(\tau))$

เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของค่าเมคสเปนบนกราฟดีสจังทีฟ กำหนดให้

$P^{\pi}(u, v)$ แทนเส้นทางที่ยาวที่สุดจากโหนด u ถึงโหนด v บนกราฟ $G(\pi)$ และ

$|P^{\pi}(u, v)|$ คือ ความยาวของเส้นทาง $P^{\pi}(u, v)$

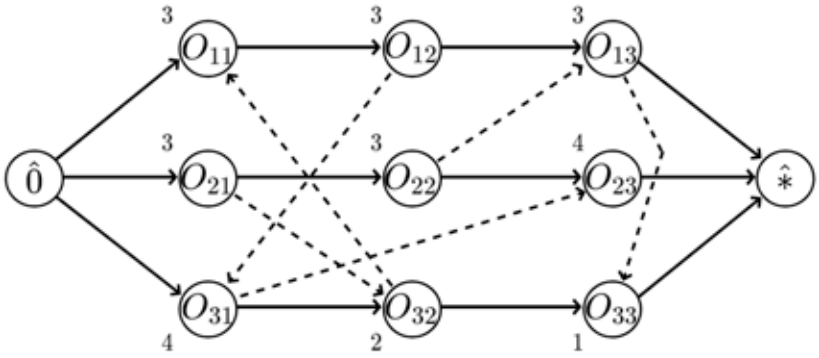
แล้วเส้นทาง $P^{\pi}(\hat{0}, \hat{*})$ จะถูกเรียกว่า **เส้นทางวิกฤต (Critical path)** โดยที่ $|P^{\pi}(\hat{0}, \hat{*})|$ คือ ความยาวของเส้นทางวิกฤต ซึ่งมีขนาดเท่ากับ ค่าเมคสแปนของ $G(\pi)$ หรือ $Cmax(\pi)$

เส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\pi)$ ในรูปที่ 2.5 คือ $\hat{0} \rightarrow O_{11} \rightarrow O_{12} \rightarrow O_{31} \rightarrow O_{23} \rightarrow \hat{*}$ ซึ่งมีค่า $Cmax(\pi)$ เท่ากับ 14 ในทำนองเดียวกันสำหรับรูปที่ 2.6 เส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\tau)$ คือ $\hat{0} \rightarrow O_{11} \rightarrow O_{21} \rightarrow O_{22} \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{33} \rightarrow \hat{*}$ ซึ่งมีค่า $Cmax(\tau)$ เท่ากับ 13

นิยาม 2.2. *ผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปได้/ไม่ได้*

กราฟ $G(\pi)$ จะเป็นผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปได้ (Feasible schedule solution) ก็ต่อเมื่อ กราฟ $G(\pi)$ ไม่ได้ประกอบด้วยเส้นทางที่มีลักษณะเป็นวงจร (Acyclic) ในทำนองเดียวกัน กราฟ $G(\pi)$ จะเป็นผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible schedule solution) ก็ต่อเมื่อ กราฟ $G(\pi)$ ประกอบด้วยเส้นทางที่มีลักษณะเป็นวงจร (Cyclic) □

กราฟ $G(\pi)$ และ $G(\tau)$ จากรูปที่ 2.5 และ 2.6 จะเป็นผลเฉลยที่เป็นไปได้ของปัญหาในตัวอย่างที่ 1 ส่วนกราฟที่เป็นผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปไม่ได้แสดงในรูปที่ 2.7 เนื่องจากเส้นทาง $O_{11} \to O_{12} \to O_{31} \to O_{32} \to O_{11} \to \cdots$ มีลักษณะเป็นวงจร



รูปที่ 2.7**:** กราฟดีสจังทีฟที่เป็นผลเฉลยการจัดตารางที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible schedule solution)

2.3 บล็อค

ต่อไปจะกล่าวถึง บล็อค (Blocks) ที่อยู่บนเส้นทางวิกฤต โดยรายละเอียดในส่วนนี้จะใช้ในการอธิบายขั้นตอนวิธีของวิธีการค้นหาแบบทาบู (Tabu search algorithm)

นิยาม 2.3. *บล็อค*

กำหนดให้ลิสต์ (List) $c^\pi = (c^\pi_1, \ldots, c^\pi_{l_1}, c^\pi_{l_1+1}, \ldots, c^\pi_{l_1+l_2}, \ldots, c^\pi_s)$ เมื่อ $c^\pi_k \in O$ $\forall k = 1, \ldots, s$ คือโอเปอเรชันที่อยู่บนเส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\pi)$ ซึ่งเรียงตามลำดับการทำงานก่อนหลัง แล้วเราจะเรียก $B = (c^\pi_{l_1}, c^\pi_{l_1+1}, \ldots, c^\pi_{l_1+l_2})$ ว่า **บล็อค** หาก B สอดคล้องกับเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1) $1 \le l_1 < l_1 + l_2 \le s$

2) $\mu(c^\pi_{l_1}) = \mu(c^\pi_{l_1+1}) = \ldots = \mu(c^\pi_{l_1+l_2})$

3) ถ้า $c^{\pi}_{l_1} \neq c^{\pi}_{1}$ แล้ว $\mu(c^{\pi}_{l_1-1}) \neq \mu(c^{\pi}_{l_1})$

4) ถ้า $c^{\pi}_{l_1+l_2} \neq c^{\pi}_{s}$ แล้ว $\mu(c^{\pi}_{l_1+l_2}) \neq \mu(c^{\pi}_{l_1+l_2+1})$

ทั้งนี้บล็อคลำดับที่ i บนเส้นทางวิกฤตจะถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ B_i โดยเรียงลำดับตามบล็อคที่มีดัชนี (Index) l_1 จากน้อยไปมาก

หมายเหตุ บางลิสต์ $c^{\pi} = (c^{\pi}_{1}, \ldots, c^{\pi}_{l_1}, c^{\pi}_{l_1+1}, \ldots, c^{\pi}_{l_1+l_2}, \ldots, c^{\pi}_{s})$ อาจไม่มีบล็อค $\square$

พิจารณากราฟ $G(\pi)$ จากรูปภาพที่ 2.5 ซึ่งมีเส้นทางวิกฤต คือ $\hat{0} \rightarrow O_{11} \rightarrow O_{12} \rightarrow O_{31} \rightarrow O_{23} \rightarrow \hat{*}$ จะได้ว่า $c^{\pi} = (O_{11}, O_{12}, O_{31}, O_{23})$ ประกอบด้วย 1 บล็อค ได้แก่ $B_1 = (O_{12}, O_{31}, O_{23})$ และในทำนองเดียวกัน สำหรับกราฟ $G(\tau)$ จากรูปภาพที่ 2.6 ซึ่งมีเส้นทางวิกฤต คือ $\hat{0} \rightarrow O_{11} \rightarrow O_{21} \rightarrow O_{22} \rightarrow O_{13} \rightarrow O_{33} \rightarrow \hat{*}$ จะได้ว่า $c^{\tau} = (O_{11}, O_{21}, O_{22}, O_{13}, O_{33})$ ประกอบด้วย 2 บล็อค ได้แก่ $B_1 = (O_{11}, O_{21})$ และ $B_2 = (O_{22}, O_{13}, O_{33})$

บทที่ 3

วิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม สำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

วิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer linear programming) สำหรับแก้ปัญหา JSSP เป็นวิธีการที่รับประกันว่าสามารถค้นหารูปแบบการจัดตารางการผลิตที่มีค่าเมคสแปนที่เหมาะที่สุด (Optimal makespan) หรือ ค่าเมคสแปนที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ จากคำจำกัดความของปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่งในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.1 เราสามารถจัดตั้งรูปแบบแทนระบบของปัญหา (Model formulation) ดังต่อไปนี้

เซต (Sets)

O คือ เซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในปัญหา

$\ddot{J}_i$ คือ เซตของโอเปอเรชันของงาน J_i เมื่อ $i = 1, \ldots, n$

$\ddot{M}_k$ คือ เซตของโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k เมื่อ $k = 1, \ldots, m$

พารามิเตอร์ (Parameter)

$p(O_{ij})$ คือ ระยะเวลาที่เครื่องจักรทำงานโอเปอเรชัน O_{ij}

ตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables)

$s(O_{ij})$ คือ เวลาเริ่มต้นทำงานของโอเปอเรชัน O_{ij}

$Cmax$ คือ เวลาปิดงานของระบบ (ค่าเมคสแปน)

Minimize $Cmax$ (3.1)

s.t.

$$0 \leq s(O_{ij}), \qquad \forall O_{ij} \in O \tag{3.2}$$

$$s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq s(O_{i(j+1)}), \qquad \forall O_{ij}, O_{i(j+1)} \in \ddot{J}_i \tag{3.3}$$

$$s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq s(O_{gh}) \quad \text{หรือ} \quad s(O_{gh}) + p(O_{gh}) \leq s(O_{ij}), \ \forall O_{gh}, O_{ij} \in \ddot{M}_k \tag{3.4}$$

$$s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq Cmax, \qquad \forall O_{ij} \in O \tag{3.5}$$

$$0 \leq Cmax \tag{3.6}$$

เงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา (Constraints) สามารถอธิบายได้ดังนี้

อสมการ (3.2) กำกับให้โอเปอเรชันทั้งใดๆ สามารถเริ่มทำงานได้เร็วสุดขณะเวลา 0

อสมการ (3.3) กำกับลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในแต่ละงาน J_i กล่าวคือ สำหรับทุก O_{ij} และ $O_{i(j+1)}$ ที่เป็นสมาชิกในเซต $\ddot{J}_i$ โอเปอเรชัน $O_{i(j+1)}$ จะเริ่มต้นทำงานได้เร็วที่สุดหลังจากที่โอเปอเรชันทำงานเสร็จแล้ว

อสมการ (3.4) กำกับลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k โดยสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี สำหรับทุก O_{gh} และ O_{ij} เป็นสมาชิกในเซต $\ddot{M}_k$ ที่ $O_{gh} \neq O_{ij}$

- กรณี 1 : หาก O_{ij} ถูกทำงานก่อน O_{gh} แล้วโอเปอเรชัน O_{gh} จะเริ่มต้นทำงานได้เร็วที่สุดหลังจากที่โอเปอเรชัน O_{ij} ทำงานเสร็จแล้ว
- กรณี 2 : หาก O_{gh} ถูกทำงานก่อน O_{ij} แล้วโอเปอเรชัน O_{ij} จะเริ่มต้นทำงานได้เร็วที่สุดหลังจากที่โอเปอเรชัน O_{gh} ทำงานเสร็จแล้ว

อสมการ (3.5) กำกับให้โอเปอเรชันใดๆ สามารถทำงานเสร็จช้าที่สุดได้ไม่เกิน $Cmax$

อสมการ (3.6) กำกับให้เวลาปิดงานของระบบมากกว่าหรือเท่ากับ 0

จากรูปแบบระบบของปัญหาข้างต้น เราสามารถลดเงื่อนไขบางส่วนได้ ดังนี้

พิจารณาที่อสมการ (3.2) เนื่องจากโอเปอเรชัน O_{ij} ที่ไม่ใช่โอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรกจะสามารถเริ่มต้นทำงานได้ หลังจากที่โอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเดียวกันเป็นลำดับแรกทำงานเสร็จแล้วเท่านั้น ดังนั้น $0 \leq s(O_{ij})$ เมื่อ O_{ij} เป็นโอเปอเรชันที่มี

ลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก ครอบคลุมอสมการ (3.2)

ในทำนองเดียวกัน พิจารณาอสมการ (3.5) เนื่องจากโอเปอเรชัน O_{ij} ที่ไม่ใช่โอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย จะสามารถทำงานเสร็จก่อนโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเดียวกันเป็นลำดับสุดท้าย ดังนั้น $s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq Cmax$ เมื่อ O_{ij} เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย ครอบคลุมอสมการ (3.5)

ในส่วนของเงื่อนไข (3.4) เมื่อ Ψ เป็นจำนวนจริงบวกขนาดใหญ่ และกำหนดให้

$y_{(gh)(ij)}$ คือ ตัวแปรการตัดสินใจแบบไบนารี (Binary variables) ของการเลือกลำดับการผลิตระหว่างโอเปอเรชัน O_{gh} และ O_{ij}

- ถ้า $y_{(gh)(ij)} = 0$ แล้วโอเปอเรชัน O_{ij} จะมีลำดับการผลิตก่อน O_{gh}
- ถ้า $y_{(gh)(ij)} = 1$ แล้วโอเปอเรชัน O_{gh} จะมีลำดับการผลิตก่อน O_{ij}

แล้วเงื่อนไข (3.4) จะสามารถแปลงเป็น (3.9) และ (3.10) ทำให้เราสามารถสร้างระบบปัญหากำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มของปัญหา JSSP ได้ดังนี้

Minimize $Cmax$

s.t.

$$0 \leq s(O_{i1}), \qquad \forall O_{i1} \in O \tag{3.7}$$

$$s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq s(O_{i(j+1)}), \qquad \forall O_{ij}, O_{i(j+1)} \in \ddot{J}_i \tag{3.8}$$

$$s(O_{ij}) + p(O_{ij}) \leq s(O_{gh}) + \Psi \cdot y_{(gh)(ij)} \quad \text{และ} \tag{3.9}$$

$$s(O_{gh}) + p(O_{gh}) \leq s(O_{ij}) + \Psi \cdot (1 - y_{(gh)(ij)}), \qquad \forall O_{gh}, O_{ij} \in \ddot{M}_k \tag{3.10}$$

$$s(O_{in_i}) + p(O_{in_i}) \leq Cmax, \qquad \forall O_{in_i} \in O \tag{3.11}$$

$$0 \leq s(O_{ij}), \qquad \forall O_{ij} \in O \tag{3.12}$$

$$0 \leq Cmax \tag{3.13}$$

$$y_{(gh)(ij)} \in \{0, 1\} \tag{3.14}$$

ตัวอย่าง 2. สำหรับปัญหา JSSP จากตัวอย่างที่ 1 สามารถสร้างปัญหากำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มได้ดังนี้

$$\textbf{Minimize} \quad Cmax$$

$$\begin{aligned}
\textbf{s.t.} \quad & 0 \leq s(O_{11}), \\
& 0 \leq s(O_{21}), \\
& 0 \leq s(O_{31}), \\
& s(O_{11}) + 3 \leq s(O_{12}), \\
& s(O_{12}) + 3 \leq s(O_{13}), \\
& s(O_{21}) + 3 \leq s(O_{22}), \\
& s(O_{22}) + 3 \leq s(O_{23}), \\
& s(O_{31}) + 4 \leq s(O_{32}), \\
& s(O_{32}) + 2 \leq s(O_{33}), \\
& s(O_{11}) + 3 \leq s(O_{21}) + \Psi * (y_{(11)(21)}), \\
& s(O_{21}) + 3 \leq s(O_{11}) + \Psi * (1 - y_{(11)(21)}), \\
& s(O_{11}) + 3 \leq s(O_{32}) + \Psi * (y_{(11)(32)}), \\
& s(O_{32}) + 2 \leq s(O_{11}) + \Psi * (1 - y_{(11)(32)}), \\
& s(O_{21}) + 3 \leq s(O_{32}) + \Psi * (y_{(21)(32)}), \\
& s(O_{32}) + 2 \leq s(O_{21}) + \Psi * (1 - y_{(21)(32)}), \\
& s(O_{12}) + 3 \leq s(O_{23}) + \Psi * (y_{(12)(23)}), \\
& s(O_{23}) + 4 \leq s(O_{12}) + \Psi * (1 - y_{(12)(23)}), \\
& s(O_{12}) + 3 \leq s(O_{31}) + \Psi * (y_{(12)(31)}), \\
& s(O_{31}) + 4 \leq s(O_{12}) + \Psi * (1 - y_{(12)(31)}), \\
& s(O_{23}) + 4 \leq s(O_{31}) + \Psi * (y_{(23)(31)}), \\
& s(O_{31}) + 4 \leq s(O_{23}) + \Psi * (1 - y_{(23)(31)}),
\end{aligned}$$

$$s(O_{13}) + 3 \leq s(O_{22}) + \Psi * (y_{(13)(22)}),$$

$$s(O_{22}) + 3 \leq s(O_{13}) + \Psi * (1 - y_{(13)(22)}),$$

$$s(O_{13}) + 3 \leq s(O_{33}) + \Psi * (y_{(13)(33)}),$$

$$s(O_{33}) + 1 \leq s(O_{13}) + \Psi * (1 - y_{(13)(33)}),$$

$$s(O_{22}) + 3 \leq s(O_{33}) + \Psi * (y_{(22)(33)}),$$

$$s(O_{33}) + 1 \leq s(O_{22}) + \Psi * (1 - y_{(22)(33)}),$$

$$s(O_{13}) + 3 \leq Cmax,$$

$$s(O_{23}) + 4 \leq Cmax,$$

$$s(O_{33}) + 1 \leq Cmax,$$

$$0 \leq s(O_{11}), s(O_{12}), s(O_{13}), s(O_{21}), s(O_{22}), s(O_{23}), s(O_{31}), s(O_{32}), s(O_{33})$$

$$0 \leq Cmax,$$

$$y_{(11)(21)}, y_{(11)(32)}, y_{(12)(23)}, y_{(12)(31)}, y_{(13)(22)}, y_{(13)(33)}, y_{(21)(32)}, y_{(22)(33)}, y_{(23)(31)} \in \{0, 1\}$$

การคำนวณผลด้วยโปรแกรม IBM ILOG CPlEX Optimization (version 12.6.3) บนคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระบบปฏิบัติการ Windows 7 รุ่น Intel(R) Core(TM) i5 CPU 2.50 GHz RAM 6.00 GB โดยปัญหาจากตัวอย่างที่ 1 พบค่า $Cmax$ เท่ากับ 13 □

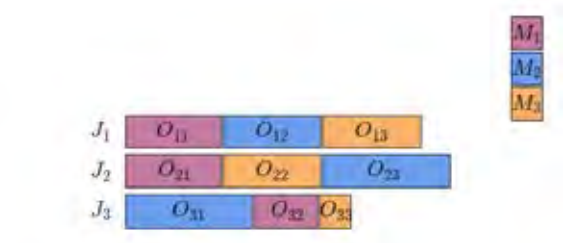
อย่างไรก็ตาม แม้ว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มจะสามารถหาค่าเมคสแปนที่ดีที่สุดได้อย่างแน่นอน แต่ไม่เหมาะสมกับการใช้แก้ปัญหา JSSP เนื่องจากในกรณีที่ปัญหามีเงื่อนไขจำนวนมากจะทำให้โปรแกรมประมวลผลได้อย่างล่าช้า ในขณะที่วิธีฮิวริสติกจะประมวลผลได้รวดเร็วกว่า จึงทำให้วิธีฮิวริสติกมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหามากกว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มแม้ผลเฉลยที่ได้จากวิธีฮิวริสติกอาจจะไม่ใช่ผลเฉลยที่ดีที่สุด โดยสามารถพิจารณาได้จากบทที่ 8 ในหัวข้อที่ 8.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

บทที่ 4

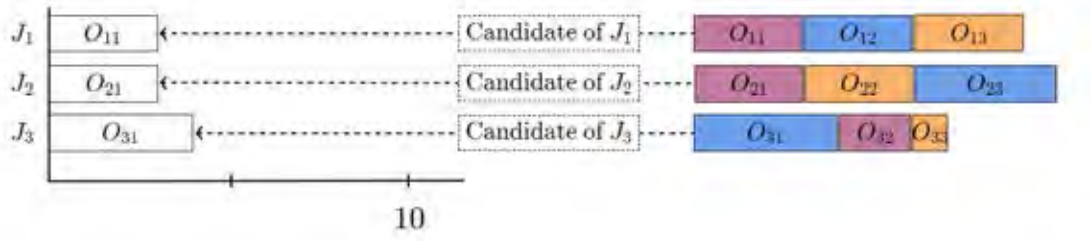
วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ สำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ (Nondelay scheduling scheme method) ถูกเสนอโดย Baker (1974) [7] ซึ่งเป็นวิธีฮิวริสติกที่ใช้พื้นฐานของวิธีกฎการจ่ายงาน (Dispatching rules method) โดยการใช้หลักการจัดโอเปอเรชันทีละหนึ่งงานจนกระทั่งโอเปอเรชันทั้งหมดถูกจัดจนครบ การเลือกโอเปอเรชันเพื่อการจัดถูกคัดเลือกมาจากโอเปอเรชันคู่แข่ง (Candidates) ต่างๆ โดยให้ลำดับความสำคัญ คือ เริ่มจากการเลือกโอเปอเรชันที่เริ่มต้นทำงานเร็วที่สุด (EST : Earliest Starting Time) และหากเกิดกรณีที่ไม่สามารถคัดเลือกโอเปอเรชันได้ กล่าวคือ มีโอเปอเรชันคู่แข่งที่มีค่า EST น้อยที่สุดมากกว่าหนึ่งโอเปอเรชันเกิดขึ้น แล้วขั้นตอนวิธีอาจคัดเลือกโอเปอเรชันโดยใช้เงื่อนไขอื่นที่มีความสำคัญรองลงมา อาทิ การเลือกโอเปอเรชันที่มีค่า $p(O_{ij})$ น้อยที่สุด (SPT : Shortest Processing Time) หรือ การเลือกโอเปอเรชันจากผลรวมของ $p(O_{ij})$ ที่มากที่สุดของโอเปอเรชันในงานเดียวกันที่ยังไม่ถูกเลือก (MWR : Most Work Remaining) ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

ปัญหาในตัวอย่างที่ 1 หากแสดงเป็นรูปภาพโดยใช้สีแทนเครื่องจักร แล้วจะสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 4.1 โดยแต่ละงานเลือกโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานน้อยที่สุดเป็นโอเปอเรชันคู่แข่ง กล่าวคือ เริ่มจากการเลือก O_{11}, O_{21} และ O_{31} จากงาน J_1, J_2 และ J_3 ตามลำดับ เพื่อเป็นโอเปอเรชันคู่แข่งในรอบที่ 1 ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.2

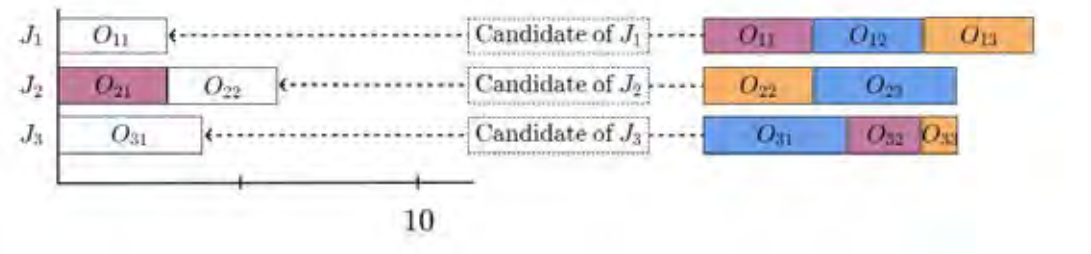


รูปที่ 4.1**:** รูปภาพแสดงปัญหาในตัวอย่างที่ 1



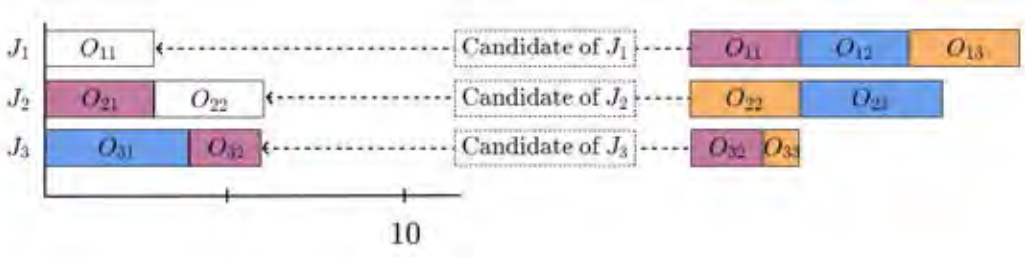
รูปที่ 4.2**:** โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 1 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

ในรอบที่ 1 จะเห็นว่า ทั้งสามโอเปอเรชันมีค่า EST เท่ากัน (เท่ากับ 0) แล้วทำให้ไม่สามารถคัดเลือกโอเปอเรชันได้ กล่าวคือ มีโอเปอเรชันคู่แข่งที่มีค่า EST น้อยที่สุดมากกว่าหนึ่งโอเปอเรชัน นั่นคือ โอเปอเรชันจะถูกคัดเลือกโดยใช้เกณฑ์สำรอง สมมติว่าใช้เกณฑ์ MWT เป็นเกณฑ์สำรอง แล้วจะได้ว่า J_2 มีค่า MWT มากที่สุด $(p(O_{21}) + p(O_{22}) + p(O_{23}) = 10)$ ดังนั้น ในรอบที่ 1 เลือกโอเปอเรชันคู่แข่งจาก J_2 คือ O_{21} สำหรับจัดตาราง จากนั้นเลือก O_{22} เป็นโอเปอเรชันคู่แข่งตัวใหม่ของ J_2 เพื่อใช้ทำการคัดเลือกรอบที่ 2 ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3**:** โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 2 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

ในรอบที่ 2 จะเห็นว่า O_{31} มีค่า EST น้อยที่สุด ซึ่งจะไม่เกิดกรณีที่มีโอเปอเรชันคู่แข่งที่มีค่า EST น้อยที่สุดมากกว่าหนึ่งโอเปอเรชัน ดังนั้น เลือกโอเปอเรชันคู่แข่งจาก J_3 คือ O_{31} สำหรับจัดตาราง จากนั้นเลือก O_{32} เป็นโอเปอเรชันคู่แข่งตัวใหม่ของ J_3 เพื่อใช้ทำการคัดเลือกรอบที่ 3 ดังที่แสดงตามรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4**:** โอเปอเรชันคู่แข่งรอบที่ 3 ของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ในงานวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้เกณฑ์ MWR/SPT เป็นเกณฑ์สำรองสำหรับคัดเลือกโอเปอเรชัน เนื่องจากเกณฑ์ MWR/SPT มีประสิทธิภาพที่สุดเมื่อเทียบกับเกณฑ์ MWR หรือ SPT เพียงอย่างเดียว ดังที่แสดงผลในตารางที่ 8.2 โดยจะคัดเลือกจากโอเปอเรชันที่มีสัดส่วนของค่า MWR/SPT มากที่สุด ซึ่งขั้นตอนการทำงานสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

4.1 ขั้นตอนการทำงานของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

กำหนด n แทนจำนวนงานทั้งหมด

m แทนจำนวนเครื่องจักรทั้งหมด

n_i แทนจำนวนงานโอเปอเรชันทั้งหมดของงาน J_i เมื่อ $i \in \{1, \ldots, n\}$

Can แทนเซตของโอเปอเรชันคู่แข่ง

$p(O_{ik})$ แทนระยะเวลาการทำงานของโอเปอเรชัน O_{ik}

EST_{ik} แทนเวลาเริ่มต้นทำงานของโอเปอเรชัน O_{ik} ที่เร็วที่สุดที่สามารถเป็นไปได้

V_{ik} แทนค่า MWR/SPT ของโอเปอเรชัน O_{ik}

$Cmax^*$ แทนค่าเมคสแปนที่พบในรอบนั้นๆ ของโปรแกรม

ขั้นตอนที่ 1

- ป้อนข้อมูล (Input)
- กำหนดให้ $Can = \{O_{i1} : i = 1, \ldots, n\}$ และ $Cmax^* = 0$

ขั้นตอนที่ 2

- คำนวณค่า $EST^* = \min\{EST_{ik} : \forall O_{ik} \in Can\}$
- ถ้าเซต $Can = \emptyset$ แล้วหยุดการทำงานและแสดงผลลัพธ์ (Output) เท่ากับ $Cmax^*$

ขั้นตอนที่ 3

- ถ้ามีโอเปอเรชัน $O_{ik} \in Can$ ที่ $EST_{ik} = EST^*$ เพียง 1 โอเปอเรชัน
  - เลือกโอเปอเรชัน $O_{ik} \in Can$ ที่ $EST_{ik} = EST^*$
    โดยกำหนดให้ O^*_{ik} แทนโอเปอเรชันที่ถูกเลือก
- ถ้ามีโอเปอเรชัน $O_{ik} \in Can$ ที่ $EST_{ik} = EST^*$ มากกว่า 1 โอเปอเรชัน
  - ให้ MWR_{ik} แทนค่า MWR ของโอเปอเรชัน O_{ik} ดังนี้

$$MWR_{ik} = \sum_{j=k}^{n_i} p(O_{ik})$$

  - ให้ SPT_{ik} แทนค่า SPT ของโอเปอเรชัน O_{ik} ดังนี้

$$SPT_{ik} = p(O_{ik})$$

    แล้ว

$$V_{ik} = \frac{MWR_{ik}}{SPT_{ik}}$$

  - เลือกโอเปอเรชัน O_{ik} หนึ่งโอเปอเรชันที่มีค่า V_{ik} มากที่สุดเป็นโอเปอเรชัน
    ที่ถูกเลือก O^*_{ik}

ขั้นตอนที่ 4

- ถ้าโอเปอเรชัน O^*_{ik} ไม่ใช่โอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย
  แล้วเพิ่ม $O_{i(k+1)}$ ในเซต Can
- ปรับปรุง $Cmax^* = \max\{Cmax^*, EST_{ik} + p(O^*_{ik})\}$
- กลับไป**ขั้นตอนที่ 2**

ตัวอย่าง 3. การแก้ปัญหา JSSP ในตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ที่ใช้เกณฑ์ MWR/SPT เป็นเกณฑ์สำรองสำหรับคัดเลือกโอเปอเรชัน แสดงได้ตามตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1**:** ผลการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์โดยใช้เกณฑ์ MWR/SPT

รอบที่	Can	EST_{ik}	MWR_{ik}	SPT_{ik}	V_{ik}	O^*_{ik}	$Cmax^*$
1	$\{O_{11}, O_{21}, O_{31}\}$	$(0, 0, 0)$	$(9, 10, 7)$	$(3, 3, 4)$	$(3, \frac{10}{3}, \frac{7}{4})$	O_{21}	3
2	$\{O_{11}, O_{22}, O_{31}\}$	$(3, 3, 0)$	-	-	-	O_{31}	4
3	$\{O_{11}, O_{22}, O_{32}\}$	$(3, 3, 4)$	$(9, 7,$ -$)$	$(3, 3,$ -$)$	$(3, \frac{7}{3},$ -$)$	O_{11}	6
4	$\{O_{12}, O_{22}, O_{32}\}$	$(6, 3, 6)$	-	-	-	O_{22}	6
5	$\{O_{12}, O_{23}, O_{32}\}$	$(6, 6, 6)$	$(6, 4, 3)$	$(3, 4, 2)$	$(2, 1, \frac{3}{2})$	O_{12}	9
6	$\{O_{13}, O_{23}, O_{32}\}$	$(9, 9, 6)$	-	-	-	O_{32}	9
7	$\{O_{13}, O_{23}, O_{33}\}$	$(9, 9, 8)$	-	-	-	O_{33}	9
8	$\{O_{13}, O_{23}\}$	$(9, 9)$	$(3, 4)$	$(3, 4)$	$(1, 1)$	O_{13}	13
9	$\{O_{23}\}$	(9)	-	-	-	O_{23}	13
10	$\emptyset$	-	-	-	-	-	13

□

บทที่ 5

วิธีการค้นหาแบบทาบู
สำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง

วิธีการค้นหาแบบทาบู (Tabu search method) เป็นวิธีฮิวริสติกประเภทการค้นหาคำตอบเฉพาะที่ (Local search) ซึ่งถูกเสนอโดย Glover (1986) [15] และถูกใช้ครั้งแรกสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่งโดย Taillard (1994) [16] องค์ประกอบของวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับปัญหา JSSP แบ่งออกเป็น 6 องค์ประกอบ โดยอ้างอิงจากงานวิจัยของ Zhang และคณะ [3] และ Geyik และ Cedimoglu [4] ดังนี้

1) ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial feasible solution)

2) โครงสร้างบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood structure)

3) การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation)

4) รายการทาบู (Tabu list)

5) การเลือกผลเฉลยใกล้เคียง (Move selection)

6) เกณฑ์สำหรับหยุดการทำงาน (Terminal criterion)

เพื่อให้เข้าใจองค์ประกอบของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูได้ง่ายขึ้น เราจะนำปัญหา JSSP จากตัวอย่างที่ 1 มาใช้ประกอบการอธิบาย

5.1 ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial feasible solution)

ขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูต้องการกราฟ $G(\pi)$ เพื่อใช้เป็นผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial feasible solution) หรือเป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ (Seed solution) ของรอบที่ 1 เมื่อกราฟ $G(\pi)$ ที่ $\pi = (\pi_1, \ldots, \pi_m)$ แทนการจัดลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักร และกำหนดให้ค่าเมคสแปนของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นเป็นค่าเมคสแปนที่ดีที่สุดที่พบในขณะนี้ (โดยใช้สัญลักษณ $Cmax^*$) โดยงานวิจัยหลายฉบับนิยมสร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นด้วยวิธีกฎการ

จ่ายงาน (Dispatching rules method) และวิธีสุ่ม (Random method) ทั้งนี้การสร้างด้วยวิธีสุ่มคือการสุ่มลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในแต่ละเครื่องจักร โดยที่ไม่ทำให้กราฟ $G(\pi)$ ประกอบด้วยวงจร

สำหรับการสร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นด้วยวิธีกฎการจ่ายงานสามารถศึกษาได้จากวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ (Nondelay scheduling scheme method) ในบทที่ 4 ซึ่งผลการจัดตารางของวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์สำหรับปัญหา JSSP ของตัวอย่างที่ 1 ได้สรุปไว้ในตัวอย่างที่ 3 หน้า 24 จะได้ว่า $\pi = ((O_{21}, O_{11}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{33}, O_{13}))$

การใช้ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่แตกต่างกันจะมีผลต่อผลลัพธ์ของวิธีการค้นหาแบบทาบู อย่างไรก็ตาม ผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่แตกต่างกันมีอิทธิพลเพียงเล็กน้อยต่อคุณภาพของผลลัพธ์ โดยสามารถพิจารณาได้จากบทที่ 8 ในหัวข้อที่ 8.3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่มีผลต่อวิธีค้นหาแบบทาบู

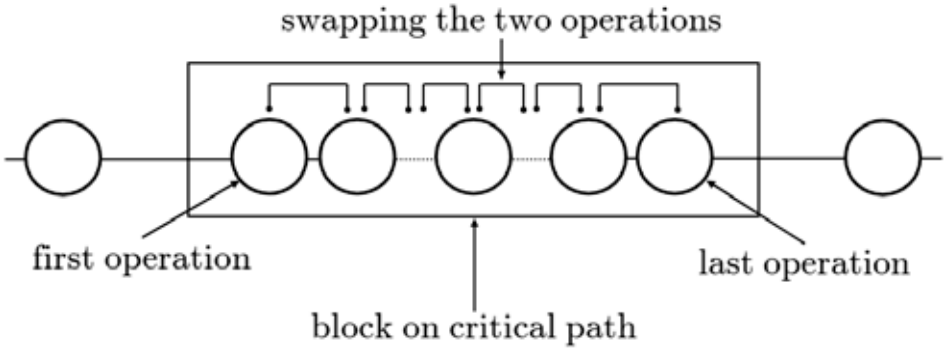
5.2 โครงสร้างบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood structure)

สมมติให้กราฟ $G(\pi)$ เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ที่มี $c^\pi = (c_1^\pi, \ldots, c_s^\pi)$ เป็นลำดับของโอเปอเรชันที่อยู่บนเส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\pi)$ แล้ววิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงที่เสนอโดย Van Laarhoven และคณะ [17] สามารถอธิบายได้ดังนี้

ถ้าลิสต์ c^π สร้างบล็อค (Block) ได้อย่างน้อย 1 บล็อค กำหนดให้โอเปอเรชัน c_i^π และ c_{i+1}^π ใดๆ ในลิส c^π โดยที่ c_i^π และ c_{i+1}^π เป็นโอเปอเรชันที่อยู่ในบล็อคเดียวกัน สำหรับบาง $i \in \{1, 2, \ldots, s-1\}$ ซึ่งหมายความว่า c_i^π และ c_{i+1}^π เป็นโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเครื่องเดียวกัน สมมติ c_i^π และ c_{i+1}^π เป็นโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k สำหรับบาง $k \in \{1, 2, \ldots, m\}$ โดยที่เซตของโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k คือ $\ddot{M}_k = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}$ และมีลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k ทั้งหมด คือ $\pi_k = (\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k)$ เมื่อ m_k แทนจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k และ θ_j^k $(j \in \{1, \ldots, m_k\})$ แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k เป็นลำดับที่ j

จะได้ว่ามีโอเปอเรชัน $c_i^\pi = \theta_j^k$ และ $c_{i+1}^\pi = \theta_{j+1}^k$ สำหรับบาง $j \in \{1, 2, \ldots, m_k - 1\}$ กล่าวคือ $\pi_k = (\theta_1^k, \ldots, c_i^\pi, c_{i+1}^\pi, \ldots, \theta_{m_k}^k)$ แล้วการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงคือการสลับลำดับ

การผลิตของโอเปอเรชัน c_i^π และ c_{i+1}^π ในลิสต์ π_k ซึ่งจะได้ผลเฉลยใกล้เคียงจากลำดับการผลิตของโอเปอเรชันดังนี้ $(\theta_1^k, \ldots, c_{i+1}^\pi, c_i^\pi, \ldots, \theta_{m_k}^k)$ ซึ่งเทคนิคนี้มีการพิสูจน์แล้วใน [17] ว่า การสลับตำแหน่งดังกล่าวไม่ทำให้กราฟดีสจังทีฟของผลเฉลยใกล้เคียงเกิดกรณีที่เป็นผลเฉลยที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible schedule solution) การสลับโอเปอเรชัน c_i^π และ c_{i+1}^π ที่เป็นไปได้ในแต่ละบล็อคแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1**:** เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Van Laarhoven และคณะ [17]

ทั้งนี้งานวิจัยของ Matsuo และคณะ [18] ได้สรุปการสลับลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน u และ v คู่ใดๆ ที่อยู่ในบล็อคเดียวกัน โดยที่ u มีลำดับก่อน v ไว้ว่า หากการสลับโอเปอเรชัน u และ v ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

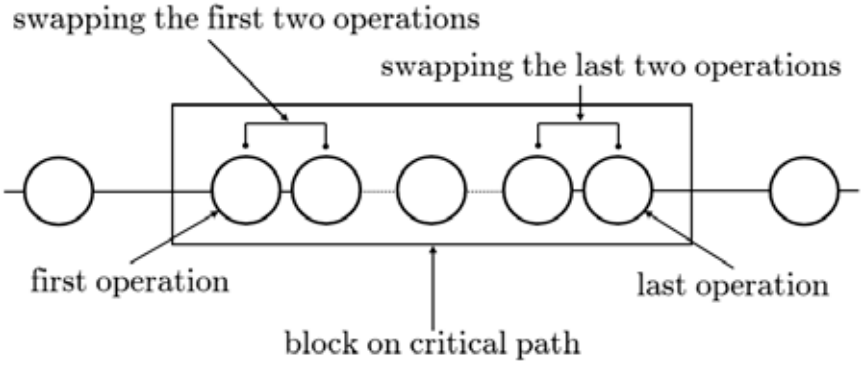
i) u เป็นโอเปอเรชันลำดับแรกของบล็อค และ v ไม่เป็นโอเปอเรชันลำดับสุดท้ายของบล็อค หรือ

ii) u ไม่เป็นโอเปอเรชันลำดับแรกของบล็อค และ v เป็นโอเปอเรชันลำดับสุดท้ายของบล็อค หรือ

iii) u เป็นโอเปอเรชันลำดับแรก และ v เป็นโอเปอเรชันลำดับสุดท้ายของบล็อคเดียวกัน

แล้วค่าเมคสแปนของกราฟที่เกิดจากสลับลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน u และ v จะไม่น้อยกว่าค่าเมคสแปนของกราฟ $G(\pi)$

Nowicki และ Smutnicki [20], Balas และ Vazacopoulos [21] และ Zhang และคณะ [3] ได้เสนอเทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงที่ได้รับการยอมรับจากนักวิจัยเป็นอย่างมาก โดยสามารถอธิบายได้ดังนี้



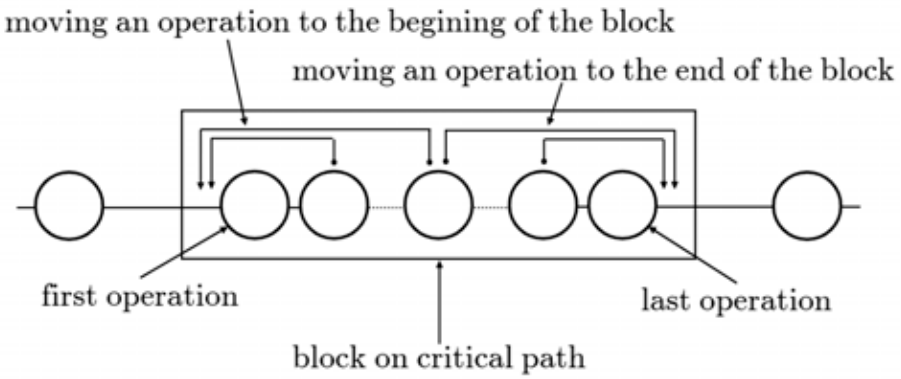
รูปที่ 5.2**:** เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Nowicki และ Smutnicki [20]

Nowicki และ Smutnicki [20] ได้เสนอเทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียง โดยการสลับตำแหน่งสองโอเปอเรชัน u และ v คู่ใดๆ โดยที่

- u และ v เป็นสองโอเปอเรชันแรกที่อยู่ในบล็อคเดียวกัน โดยที่ $u \neq c_1^\pi$ หรือ
- u และ v เป็นสองโอเปอเรชันสุดท้ายที่อยู่ในบล็อคเดียวกัน โดยที่ $v \neq c_s^\pi$

เทคนิคการสร้างแสดงใน รูปที่ 5.2

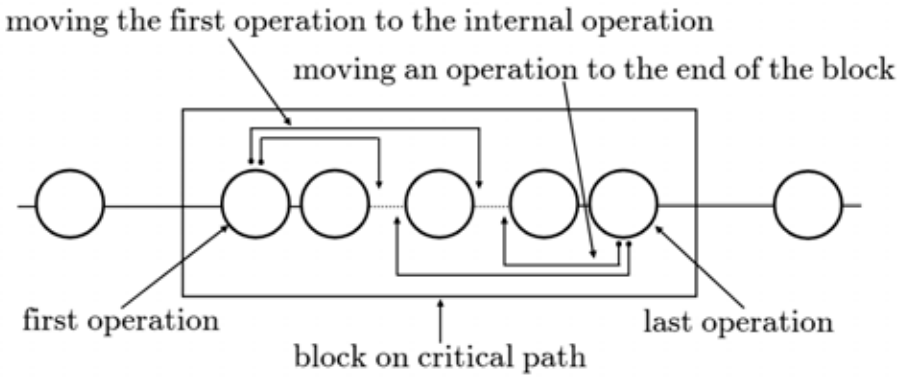
นอกจากนี้ Nowicki และ Smutnick [20] ได้พิสูจน์ว่า สำหรับกราฟ $G(\pi)$ ที่เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ถ้าผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ไม่สามารถสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดยวิธี [20] แล้วค่าเมคสแปนของกราฟ $G(\pi)$ จะเป็นค่าเมคสแปนที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ หรือ ค่าเมคสแปนที่เหมาะที่สุด (Optimal makespan)



รูปที่ 5.3**:** เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Balas และ Vazacopoulos [21]

Balas และ Vazacopoulos [21] ได้เสนอเทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงซึ่งแสดงไว้ในรูปภาพที่ 5.3 โดยที่

- ย้ายโอเปอเรชัน u ไปตำแหน่งถัดจากโอเปอเรชัน v เมื่อ u และ v สอดคล้องกับเงื่อนไข ii) หน้า 27 หรือ
- ย้ายโอเปอเรชัน v ไปตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน u เมื่อ u และ v สอดคล้องกับเงื่อนไข i) หน้า 27



รูปที่ 5.4**:** เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Zhang และคณะ [3]

Zhang และคณะ [3] ได้เสนอเทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 5.4 โดยที่

- ย้ายโอเปอเรชัน u ไปตำแหน่งถัดจากโอเปอเรชัน v เมื่อ u และ v สอดคล้องกับเงื่อนไข i) หน้า 27 หรือ
- ย้ายโอเปอเรชัน v ไปตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน u เมื่อ u และ v สอดคล้องกับเงื่อนไข ii) หน้า 27

ทั้งสามเทคนิคดังกล่าวได้รับการพิสูจน์แล้วว่า เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงไม่ทำให้กราฟดีสจังทีฟของผลเฉลยใกล้เคียงเกิดกรณีที่เป็นผลเฉลยที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible solution)

ตัวอย่าง 4. กำหนดให้กราฟ $G(\pi)$ จากปัญหา JSSP ในตัวอย่างที่ 1 เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ที่ $\pi = ((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{12}, O_{31}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$ จะได้ว่า $c^{\pi} = (O_{11}, O_{12}, O_{31}, O_{23})$ ประกอบด้วย 1 บล็อค ได้แก่ $B_1 = (O_{12}, O_{31}, O_{23})$ แล้วผลเฉลยใกล้เคียงสามารถสร้างได้ตามตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1**:** การสร้างผลเฉลยใกล้เคียง

เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียง	u	v	ลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักรของผลเฉลยใกล้เคียง
Van Laarhoven และคณะ [17]	O_{12}	O_{31}	$((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$
	O_{31}	O_{23}	$((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{12}, O_{23}, O_{31}), (O_{22}, O_{23}, O_{33}))$
Nowicki และ Smutnicki [20]	O_{12}	O_{31}	$((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$
Balas และ Vazacopoulos [21]	O_{12}	O_{31}	$((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$
Zhang และคณะ [3]	O_{12}	O_{31}	$((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{31}, O_{12}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$

องค์ประกอบโครงสร้างบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood structure) มีอิทธิพลต่อขั้นตอนวิธีค้นหาแบบทาบู ทั้งทางด้านประสิทธิภาพของผลลัพธ์และเวลาการประมวลผลของขั้นตอนวิธี โดย Zhang และคณะ [3] ได้เปรียบเทียบเทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงจากหลายๆ เทคนิคที่สำคัญ พบว่า เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Zhang และคณะ [3] และโดย Balas และ Vazacopoulos [21] มีประสิทธิภาพในด้านคุณภาพของผลลัพธ์ (Makspan) ด้วยการพิจารณาค่าเฉลี่ยของค่าเมคสแปนของปัญหามาตรฐาน (Benchmark) ที่ใช้ทำการทดสอบ ในขณะที่เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Nowicki และ Smutnicki [20] มีประสิทธิภาพในด้านเวลาการประมวลผลจากการใช้เวลาประมวลผลน้อยกว่าเทคนิคอื่น

5.3 การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง (Move evaluation)

การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง มีจุดประสงค์เพื่อนำค่าผลเฉลยใกล้เคียงไปใช้เป็นเกณฑ์สำหรับคัดเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด (Best neighborhood solution)

5.3.1 การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Taillard [16]

Taillard [16] ใช้ค่าขอบเขตล่าง (LB : Lower Bound) ในการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง ซึ่งเป็นวิธีการที่รวดเร็วและได้พิสูจน์แล้วว่ามีความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) เท่ากับ $O(1)$ โดยมีวิธีการหาค่าดังนี้

กำหนดสัญลักษณ์สำหรับการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงที่เกิดจากการสลับโอเปอเรชัน u และ v จากผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ ด้วยเทคนิคการสร้างของ Van Laarhoven และคณะ [17] ดังนี้

s_a^π แทนความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด $\hat{0}$ ถึงโหนด a หรือ $|P^\pi(\hat{0}, a)|$

q_a^π แทนความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดจากโหนด a ถึงโหนด $\hat{*}$ หรือ $|P^\pi(a, \hat{*})|$

PJ_a^π แทนโอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PJ_a^π มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a (Job predecessor)

SJ_a^π แทนโอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SJ_a^π มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a (Job successor)

PM_a^π แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PM_a^π มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a (Machine predecessor)

SM_a^π แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SM_a^π มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a (Machine successor)

$p(O_{ij})$ คือ เวลาที่เครื่องจักร $\mu(O_{ij})$ ใช้ทำงานโอเปอเรชัน O_{ij}

แล้วค่าขอบเขตล่าง (LB : Lower Bound) ของผลเฉลยใกล้เคียงคือ

$$LB = \max\{s'_u + q'_u, s'_v + q'_v\}$$

เมื่อ $s'_v = \max\{s^\pi_{PM_u^\pi} + p(PM_u^\pi), s^\pi_{PJ_v^\pi} + p(PJ_v^\pi)\}$

$s'_u = \max\{s'_v + p(v), s^\pi_{PJ_u^\pi} + p(PJ_u^\pi)\}$

$q'_u = \max\{q^\pi_{SM_v^\pi}, q^\pi_{SJ_u^\pi}\} + p(u)$

$q'_v = \max\{q'_u, q^\pi_{SJ_v^\pi}\} + p(v)$

5.3.2 การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Balas และ Vazacopoulos [21]

Balas และ Vazacopoulos [21] ได้เสนอวิธีการหาค่า ซึ่งได้พิสูจน์แล้วว่ามีความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) เท่ากับ $O(Q)$ เมื่อ Q คือจำนวนโอเปอเรชันในบล็อค (Blocks) ที่เริ่มจาก u ไป v โดยที่วิธีการหาของ Balas และ Vazacopoulos จำเป็นต้องอาศัยค่า s_a^π และ q_a^π เช่นเดียวกับวิธีของ Taillard ดังนั้น ทั้งสองวิธีการจะทำการคำนวณค่า s_a^π และ q_a^π ของ

ผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในทุกๆ รอบ ซึ่งต่อมา Ten Eikelder และคณะ [23] ได้นำเสนอขั้นตอนวิธี bow-tie เพื่อช่วยลดเวลาในการคำนวณค่า s_a^π และ q_a^π ในแต่ละรอบ

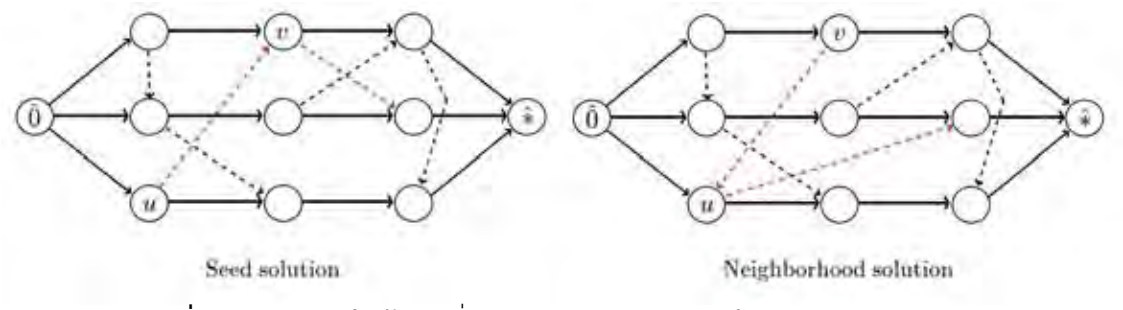
นอกจากนี้ การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปนเป็นอีกวิธีที่ได้รับความนิยม เนื่องจากทำให้ได้ผลลัพธ์ที่มีประสิทธิภาพ แต่จะใช้เวลาในการหาค่าจะค่อนข้างมาก โดยทั่วไปการหาค่ามีความซับซ้อนของเวลาเท่ากับ $O(o)$ เมื่อ o คือ จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดของปัญหา ($o = \sum_{i=1}^{n} n_i$) โดย Nowicki และ Smutnicki [11] ได้เสนอวิธีการคำนวณค่าเมคสแปนที่ช่วยลดเวลาในการคำนวณลง และได้พิสูจน์แล้วว่ามีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{\sum_{i=1}^{n} \log n_i,\ \sum_{k=1}^{m} \log m_k\})$ เมื่อ n_i และ m_k คือจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดของงาน J_i $(i = 1, \ldots, n)$ และเครื่องจักร M_k, $(k = 1, \ldots, m)$ ตามลำดับ ซึ่งรายละเอียดของการคำนวณค่าเมคสแปนนี้ได้อธิบายไว้ในบทที่ 6

5.4 รายการทาบู (Tabu list)

ขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูมีลักษณะการทำงานตามจำนวนรอบ (Iteration) ที่กำหนดไว้ ในแต่ละรอบขั้นตอนวิธีจะสร้างผลเฉลยใกล้เคียงจากผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ของรอบนั้นๆ และเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด (Best neighborhood solution) เพื่อใช้เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ของรอบถัดไป ซึ่งขั้นตอนวิธีจะมีโอกาสวนกลับมาเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่เคยเลือกแล้วให้เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์อีกครั้ง กรณีดังกล่าวอาจทำให้ขั้นตอนวิธีไม่สามารถค้นหาผลเฉลยใกล้เคียงอื่นที่อยู่นอกวงจรนี้ได้ กล่าวคือ ขั้นตอนวิธีตกอยู่ในกับดักคำตอบที่เหมาะสมเฉพาะที่ (Local optimum) ดังนั้น เพื่อหลีกเลี่ยงการตกอยู่ในกับดัก รายการทาบู (Tabu list) จึงถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด

รายการทาบู (Tabu list) เป็นเซตรายการของตัวแปรบางอย่างที่มีผลเพียงพอต่อการหลีกเลี่ยงการตกอยู่ในกับดัก หากพิจารณาเฉพาะการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเทคนิคของ Van Laarhoven และคณะ [17] หรือ Nowicki และ Smutnicki [20] เราจะสามารถอธิบายได้ดังนี้ ผลเฉลยใกล้เคียงที่สร้างจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน u และ v (สมมติ u มีลำดับการผลิตก่อน v) แล้วจะเกิดจากการเปลี่ยนทิศทางของเส้นเชื่อม (u, v) เป็น (v, u) บนผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ของรอบนั้น ดังรูปที่ 5.5 นั่นคือ หากทำการสลับ (v, u) อีกครั้งแล้วจะได้ผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ดังนั้น จึงมีการเพิ่มเส้นเชื่อม (u, v) ในรายการทาบู เพื่อใช้ตรวจสอบผลเฉลยใกล้

เคียงที่สร้างจากการสลับ (v, u) เป็น (u, v) และหลีกเลี่ยงการเลือกผลเฉลยใกล้เคียงคู่นี้เพราะอาจจะทำให้ขั้นตอนวิธีตกอยู่ในกับดัก



รูปที่ 5.5**:** ผลเฉลยใกล้เคียงที่เกิดจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน u และ v

รายการทาบูมีขนาดความจุ/ความยาว (LTL : Length of Tabu List) โดยขนาดความจุที่แตกต่างกันมีอิทธิพลต่อคุณภาพของผลลัพธ์ การเลือกความจุที่เหมาะสมมีความสำคัญ เนื่องจากว่าหากรายการทาบูมีความจุน้อยเกินไปอาจจะไม่เพียงพอต่อการหลีกเลี่ยงกับดัก และหากมีความจุมากเกินไปก็จะส่งผลต่อการเลือกผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในแต่ละรอบ Taillard [16] ได้กำหนดให้ในทุกๆ 15 รอบ ขนาดความจุของรายการทาบูจะถูกเปลี่ยนโดยการสุ่มค่าจำนวนเต็มระหว่าง 8 ถึง 14 และจากการทดลองของ Geyik และ Cedimoglu [4] พบว่า ขนาดความจุของรายการทาบูที่เหมาะสมสำหรับปัญหาที่มีโอเปอเรชันทั้งหมดไม่เกิน 450 งาน คือ 12

ขณะขั้นตอนวิธีเริ่มต้นเซตของรายการทาบูจะเป็นเซตว่าง และในแต่ละรอบเส้นเชื่อม (u, v) จะถูกเพิ่มในรายการทาบู ถ้าเกิดกรณีที่เส้นเชื่อมในเซตรายการทาบูมีจำนวนมากกว่าขนาดความจุที่กำหนดไว้ แล้วเส้นเชื่อมในรายการทาบูที่เก่าที่สุดจะถูกลบออก

5.5 การเลือกผลเฉลยใกล้เคียง (Move selection)

การเลือกผลเฉลยใกล้เคียง (Move selection) เป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับการคัดเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด (Best neighborhood solution) เพื่อใช้เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในรอบถัดไป ในวิทยานิพนธ์นี้เราจะอธิบายการคัดเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่มีความดีที่สุดด้วยการใช้ค่าเมคสแปนเป็นค่าประเมิน (Evaluate value) และพิจารณาเฉพาะการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเทคนิคของ Van Laarhoven และคณะ [17] หรือ Nowicki และ Smutnicki [20]

ให้กราฟ $G(\pi)$ เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ของรอบปัจจุบัน ที่มีผลเฉลยใกล้เคียงจำนวน l ตัว ได้แก่ $G(\pi^1), \ldots, G(\pi^l)$ และให้ $Cmax^*$ เป็นค่าเมคสแปนที่ดีที่สุดที่พบในปัจจุบัน แล้วการคัดเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุดมีขั้นตอน ดังนี้

สำหรับผลเฉลยใกล้เคียง $G(i) \in \{G(\pi^1), \ldots, G(\pi^l)\}$ เมื่อ $i \in \{\pi^1, \ldots, \pi^l\}$

- กรณีที่มีบาง $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยกว่า $Cmax^*$
  - เลือก $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุดเป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด
- กรณีที่ไม่มี $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยกว่า $Cmax^*$
  - ถ้ามีบาง $G(i)$ ที่เกิดจากการสลับทิศทางของเส้นเชื่อม (u, v) เป็น (v, u) และเส้นเชื่อม (v, u) ไม่อยู่ในรายการทาบู (มีบาง $G(i)$ ที่ไม่เป็นทาบู) แล้วเลือก $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุดเป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด
  - ถ้าทุก $G(i)$ ที่เกิดจากการสลับทิศทางของเส้นเชื่อม (u, v) เป็น (v, u) และเส้นเชื่อม (v, u) อยู่ในรายการทาบู (ทุก $G(i)$ เป็นทาบู) แล้วการเลือก $G(i)$ เป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่ที่สุด มีวิธีดังต่อไปนี้

    วิธีที่ 1 เลือก $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุด

    วิธีที่ 2 เลือก $G(i)$ โดยการสุ่ม

    วิธีที่ 3 ลบเส้นเชื่อมทั้งหมดในรายการทาบู แล้วเลือก $G(i)$ ที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุด

    วิธีที่ 4 ลบเส้นเชื่อมทั้งหมดในรายการทาบู รวมทั้งกำหนดขนาดความจุของรายการทาบูใหม่ ซึ่งอาจะกำหนดจากการสุ่มตามจำนวนบล็อคหรือตามจำนวนผลเฉลยใกล้เคียงที่พบในขณะนั้น

5.6 เกณฑ์สำหรับหยุดการทำงาน (Terminal criterion)

เงื่อนไขการหยุดการทำงานของขั้นตอนวิธี ได้แก่

- ขั้นตอนวิธีจะหยุดทำงานเมื่อประมวลผลครบตามจำนวนรอบที่ได้กำหนดไว้
- ขั้นตอนวิธีจะหยุดทำงานเมื่อผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในขณะนั้นไม่สามารถสร้างผลเฉลยใกล้เคียงได้

- ขั้นตอนวิธีจะหยุดทำงานเมื่อพบค่าเมคสแปนน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเมคสแปนตามที่กำหนดไว้
- ขั้นตอนวิธีจะหยุดทำงานเมื่อประมวลผลต่อไปอีก k รอบ แล้วไม่สามารถค้นพบค่าเมคสแปนที่ดีกว่าเดิม (เมื่อมีการกำหนดค่า k)

โดยที่เงื่อนไขการหยุดการทำงานไม่จำเป็นต้องใช้ทุกกรณี

ผังขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับแก้ปัญหา JSSP แสดงไว้ในรูปที่ 5.6 และรหัสเทียม (Pseudo Code) ของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู ได้อธิบายไว้ในหัวข้อย่อยถัดไป

5.7 รหัสเทียมของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู

Step 1. Initialization

- Generate an initial solution as a seed solution G, store it as the best solution G^*.
- Set the makespan value of $G^* = M_{G^*}$.
- Set the number of iterations = I_{max} and $I = 1$.
- Set the length of tabu list = LTL
- Set the number of arcs of tabu list = TL and the tabu list is an empty set.

Step 2. Termination

- If, $I \leq I_{max}$ go to Step 3.
- Else, stop.

Step 3. Generation

- Generate i^{th} neighborhood solution $N_i(b, a)$ with swapping operations a and b of G, for all posible operations a and b.
- Set the set of neighborhood solutions = NBH and $\forall N_i(b, a) \in NBH$.

Step 4. Evaluation

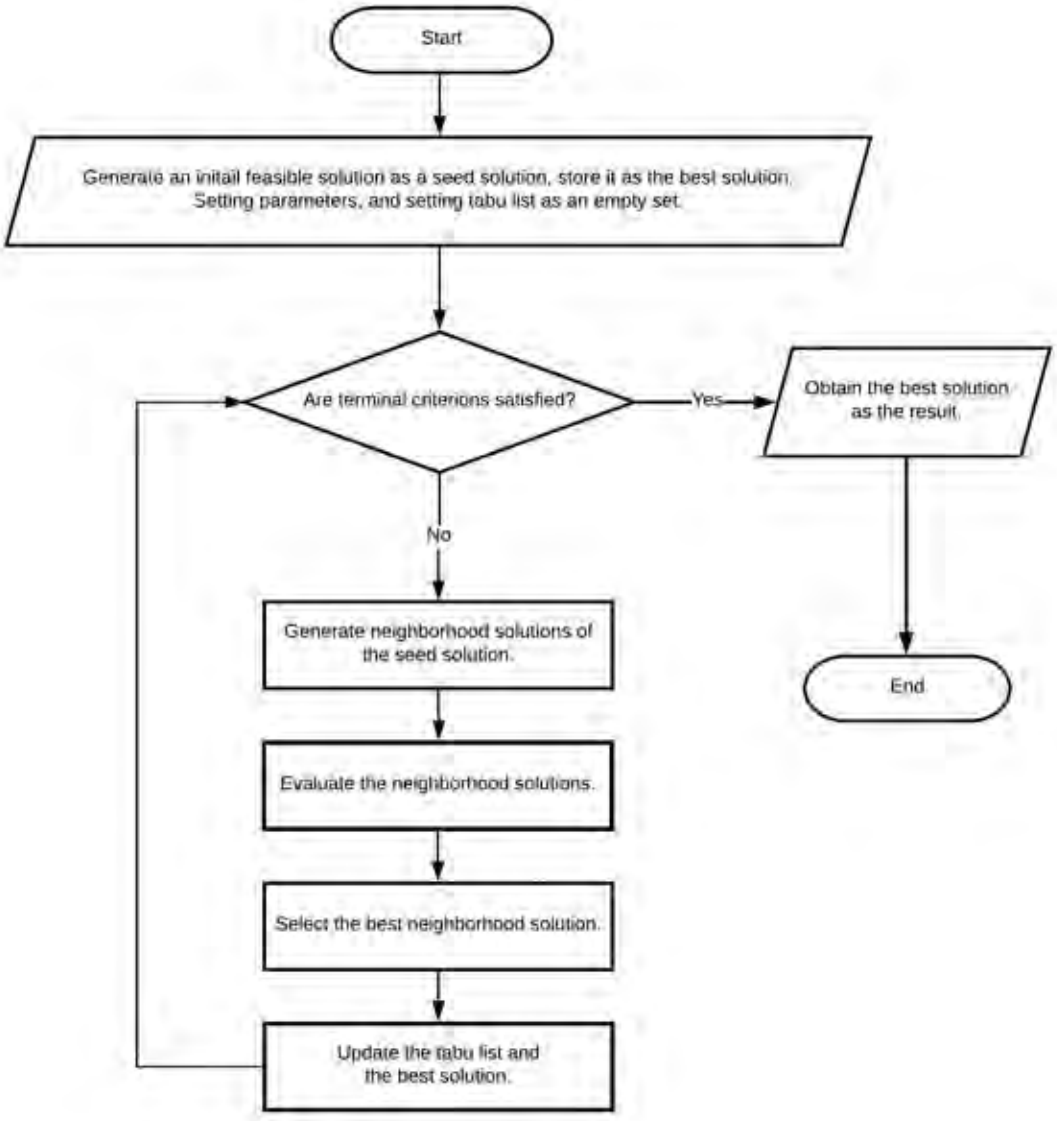
- Calculate the makespan of neighborhood solutions in NBH.
- Set the makespan value of $N_i(b, a) = M_{N_i}$.

Step 5. Selection

- If there is $N_i(b,a)$ which $M_{N_i} < M_{G^*}$.
  - Store $N_j(b,a)$ which $M_{N_j} = \min\{M_{N_i} : N_i(b,a) \in NBH\}$, update $N_j(b,a)$ as G^* and $M_{G^*} = M_{N_j}$.
- Else,
  - If, there exists $N_i(b,a)$ which (b,a) is not in tabu list.
    - Store $N_j(b,a)$ which $M_{N_j} = \min\{M_{N_i} : N_i(b,a) \in NBH, (b,a)$ is not in tabu list.$\}$.
  - Else,
    - Store one $N_j(b,a)$ which $M_{N_j} = \min\{M_{N_i} : N_i(b,a) \in NBH\}$.

Step 6. Updating the tabu list

- Add arc (a,b) of $N_j(b,a)$ as a new list entry of the tabu list.
- If, $TL > LTL$.
  - Remove the oldest list entry from the tabu list.
- Return to **Step 2**.



รูปที่ 5.6**:** ผังงาน (Flowchart) ของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูสำหรับแก้ปัญหา JSSP

ตัวอย่าง 5. *การแก้ปัญหาด้วยขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูของปัญหา JSSP จากตัวอย่างที่ 1*

กำหนดให้กราฟ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$ เป็นผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น โดยที่ $\pi = ((O_{21}, O_{11}, O_{32}), (O_{12}, O_{23}, O_{31}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$ จะได้ว่า $Cmax^* = 20$ และใช้เทคนิคของ Nowicki และ Smutnicki [20] ในการสร้างผลเฉลยใกล้เคียง โดยกำหนดรายการทาบูมีขนาดความจุเท่ากับ 4 และขั้นตอนวิธีจะหยุดทำงานเมื่อประมวลผลครบ 7 รอบ

ขั้นตอนการแก้ปัญหาแสดงในตารางที่ 5.2

- คอลัมน์ 1 : แสดงรอบที่โปรแกรมกำลังทำงานอยู่
- คอลัมน์ 2 : แสดงเส้นเชื่อมของผลเฉลยใกล้เคียงที่เกิดจากการสลับทิศทางเส้นเชื่อมของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์
- คอลัมน์ 3 : แสดงค่าเมคสแปนของแต่ละผลเฉลยใกล้เคียงที่สอดคล้องกับตำแหน่งของผลเฉลยใกล้เคียงจากคอลัมน์ 2
- คอลัมน์ 4 : แสดงเส้นเชื่อมที่ถูกเพิ่มในรายการทาบู
- คอลัมน์ 5 : แสดงรายการทาบูหลังจากที่เพิ่มเส้นเชื่อมในแต่ละรอบแล้ว

ตารางที่ 5.2**:** การแก้ปัญหา JSSP ด้วยวิธีการค้นหาแบบทาบู

รอบที่	ผลเฉลยใกล้เคียง	ค่าเมคสแปน	เส้นเชื่อม	รายการทาบูหลังเพิ่มเส้นเชื่อม
1	$(O_{11}, O_{21}), (O_{23}, O_{12}), (O_{31}, O_{23})$	$20, 20, 17^*$	(O_{23}, O_{31})	$((O_{23}, O_{31}))$
2	$(O_{11}, O_{21}), (O_{31}, O_{12}), (O_{23}, O_{31})$	$14^*, 17, 20^\dagger$	(O_{21}, O_{11})	$((O_{21}, O_{11}), (O_{23}, O_{31}))$
3	$(O_{31}, O_{12}), (O_{23}, O_{31})$	$13^{\ddagger *}, 20^\dagger$	(O_{12}, O_{31})	$((O_{12}, O_{31}), (O_{21}, O_{11}), (O_{23}, O_{31}))$
4	$(O_{21}, O_{11}), (O_{13}, O_{22}), (O_{33}, O_{13})$	$13^\dagger, 17, 13^*$	(O_{13}, O_{33})	$((O_{13}, O_{33}), (O_{12}, O_{31}), (O_{21}, O_{11}), (O_{23}, O_{31}))$
5	$(O_{21}, O_{11}), (O_{33}, O_{22}), (O_{13}, O_{33})$	$13^\dagger, 16^*, 13^\dagger$	(O_{22}, O_{33})	$((O_{22}, O_{33}), (O_{13}, O_{33}), (O_{12}, O_{31}), (O_{21}, O_{11}))$
6	$(O_{21}, O_{11}), (O_{32}, O_{21}), (O_{22}, O_{33})$	$16^\dagger, 16^*, 13^\dagger$	(O_{21}, O_{32})	$((O_{21}, O_{32}), (O_{22}, O_{33}), (O_{13}, O_{33}), (O_{12}, O_{31}))$
7	(O_{21}, O_{32})	$16^{\dagger *}$	(O_{32}, O_{21})	$((O_{32}, O_{21}), (O_{21}, O_{32}), (O_{22}, O_{33}), (O_{13}, O_{33}))$

$*$ คือผลเฉลยใกล้เคียงที่เลือกเป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด (Best neighborhood solution)

‡ คือผลเฉลยใกล้เคียงที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุดที่พบ

† คือผลเฉลยใกล้เคียงที่มีเส้นเชื่อมอยู่ในรายการทาบู (Tabu list)

□

บทที่ 6

การหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ NOWICKI และ SMUTNICKI

ในปี 2005 Nowicki และ Smutnicki [11] ได้นำเสนอวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปน ซึ่งสามารถอธิบายโดยเริ่มจากการกำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้

สำหรับผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ ใดๆ กำหนดให้ x และ y เป็นโอเปอเรชันใดๆ บนเส้นทางวิกฤต c^{π} และ $(x, y) \in E(\pi)$ แล้ว $G(\tau)$ จะเป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่สร้างจากการสลับตำแหน่งของ x และ y นั้นๆ

กำหนดให้

PJ_a^{π} แทนโอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PJ_a^{π} มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a

SJ_a^{π} แทนโอเปอเรชันที่อยู่ในงานเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SJ_a^{π} มีลำดับการผลิตในงานอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a

PM_a^{π} แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ PM_a^{π} มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน a

SM_a^{π} แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักรเดียวกับโอเปอเรชัน a โดยที่ SM_a^{π} มีลำดับการผลิตในเครื่องจักรอยู่ในตำแหน่งหลังจากโอเปอเรชัน a

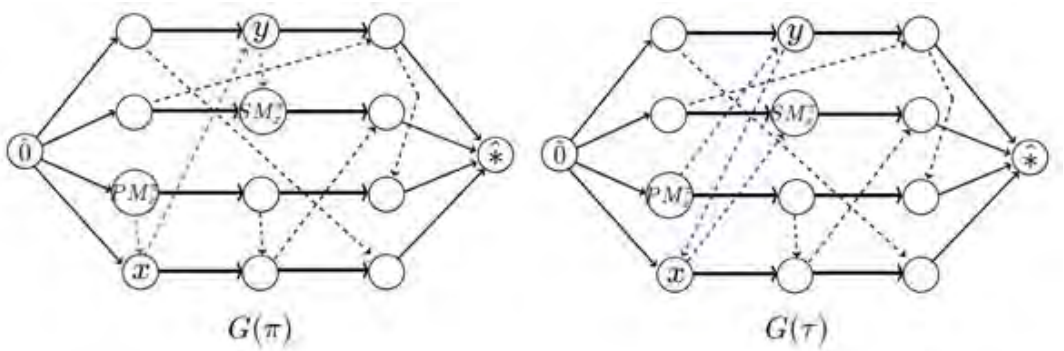
6.1 การคำนวณ $Cmax(\tau)$ ของกราฟ $G(\tau)$

เนื่องจากกราฟ $G(\tau)$ ถูกสร้างจากการสลับตำแหน่ง x และ y บนลำดับการผลิต π ทำให้ได้ว่า กราฟ $G(\tau)$ สอดคล้องกับการลบเส้นเชื่อม (Arcs) บางเส้นและเพิ่มเส้นเชื่อมบางเส้นบนกราฟ $G(\pi)$

6.1.1 **การลดและเพิ่มเส้นเชื่อม**

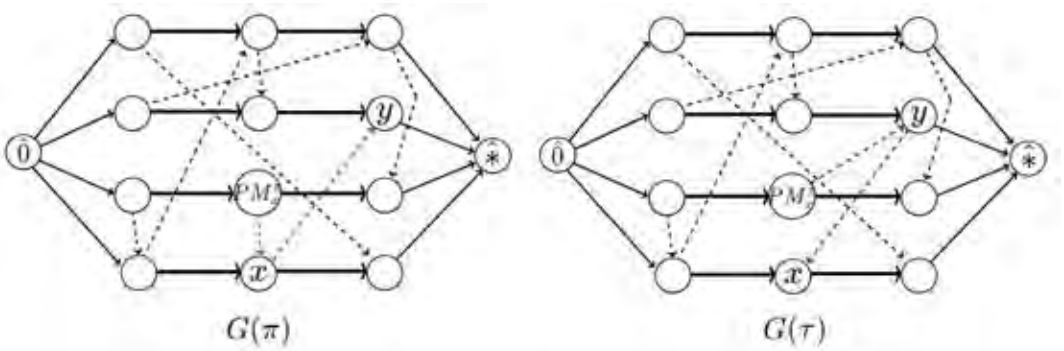
การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมของกราฟ $G(\pi)$ เพื่อให้เกิดผลเฉลยใกล้เคียง $G(\tau)$ แบ่งได้เป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 : ถ้ามีทั้งโอเปอเรชัน PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$ แล้วจะลบเส้นเชื่อม (PM_x^π, x), (x, y) และ (y, SM_y^π) ซึ่งคือเส้นประสีแดง และเพิ่มเส้นเชื่อม (PM_x^π, y), (y, x) และ (x, SM_y^π) ซึ่งคือเส้นประสีน้ำเงิน ตามที่แสดงในรูปที่ 6.1



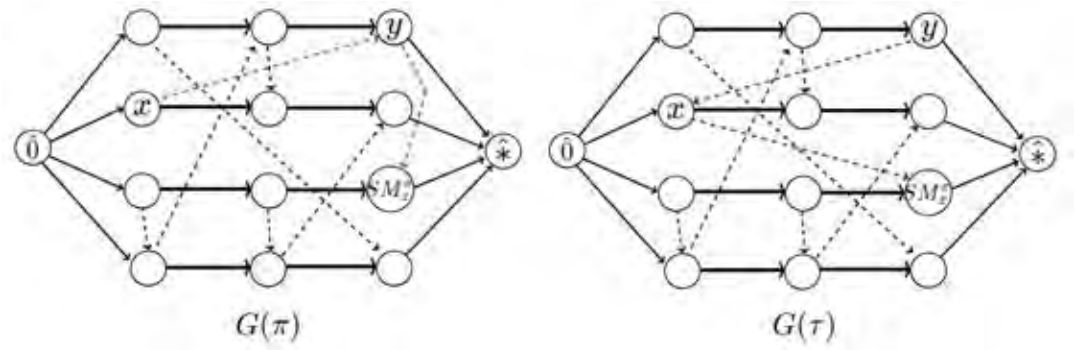
รูปที่ 6.1**:** การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่มีทั้ง PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$

กรณีที่ 2 : ถ้ามีโอเปอเรชัน PM_x^π แต่ไม่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$ แล้วจะลบเส้นเชื่อม (PM_x^π, x) และ (x, y) ซึ่งคือเส้นประสีแดง และเพิ่มเส้นเชื่อม (PM_x^π, y) และ (y, x) ซึ่งคือเส้นประสีน้ำเงิน ตามที่แสดงในรูปที่ 6.2



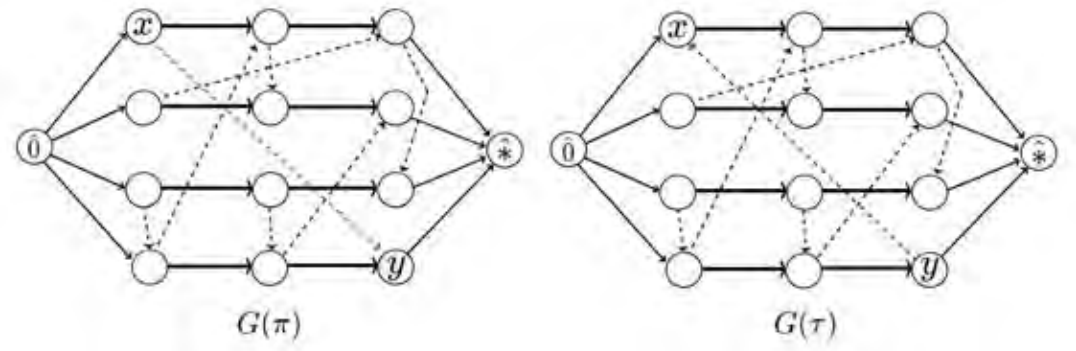
รูปที่ 6.2**:** การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่มี PM_x^π แต่ไม่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$

กรณีที่ 3 : ถ้าไม่มีโอเปอเรชัน PM_x^π แต่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$ แล้วจะลบเส้นเชื่อม (x, y) และ (y, SM_y^π) ซึ่งคือเส้นประสีแดง และเพิ่มเส้นเชื่อม (y, x) และ (x, SM_y^π) ซึ่งคือเส้นประสีน้ำเงิน ตามที่แสดงในรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.3**:** การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีที่ไม่มี PM_x^π แต่มี SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$

กรณีที่ 4 : ถ้าไม่มีทั้งโอเปอเรชัน PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$ แล้วจะลบเส้นเชื่อม (x, y) ซึ่งคือเส้นประสีแดง และเพิ่มเส้นเชื่อม (y, x) ซึ่งคือเส้นประสีน้ำเงิน ตามที่แสดงในรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4**:** การลดและเพิ่มเส้นเชื่อมกรณีไม่มีทั้ง PM_x^π และ SM_y^π ในกราฟ $G(\pi)$

6.1.2 สูตรการคำนวณ $Cmax(\tau)$ ของ Nowicki และ Smutnicki [11]

นิยาม 6.1. *เส้นทาง* $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$

กำหนดให้ $k \in \mathbb{N}$, $k \leq o+2$ และ $v_i \in O \cup \{\hat{0}, \hat{*}\}$ โดยที่ $v_i \neq v_j \ \forall i, j \in \{1, \ldots, k\}$ เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ สามารถนิยามได้โดยแบ่ง v_k ออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณี 1) เมื่อ $v_k = \hat{*}$ เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ คือ เส้นทาง $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \ldots \rightarrow v_k$

กรณี 2) เมื่อ $v_k \neq \hat{*}$ เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ คือ เส้นทาง $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \ldots \rightarrow v_k \rightarrow$ โดยกำหนดให้ความยาวของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ คือ

$$|P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}| = p(v_1) + p(v_2) + \ldots + p(v_k)$$

หมายเหตุ เราจะยกเว้นในกรณีที่เส้นทาง $P\{v_1, v_2\}$ โดยที่ $v_1 = \hat{0}$ และ $v_2 = \hat{*}$ เนื่องจากไม่มีเส้นทาง $P\{\hat{0}, \hat{*}\}$ ในกราฟดีสจังทีฟ □

สำหรับผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ กำหนด x และ y เป็นโอเปอเรชันใดๆ บนเส้นทางวิกฤต c^{π} และ $(x, y) \in E(\pi)$ แล้วเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ใดๆ บนกราฟ $G(\tau)$ สามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

- เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด
- เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่ไม่มีทั้งโหนด x และ y ประกอบอยู่บนเส้นทาง

กำหนดสัญลักษณ์

$P_\tau(x \vee y)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด

$P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่ไม่มีทั้งโหนด x และ y ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีทั้งโหนด x และ y ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x แต่มี y ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$P_\pi(\overline{x})$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$D[\Omega]$ เป็นความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต Ω

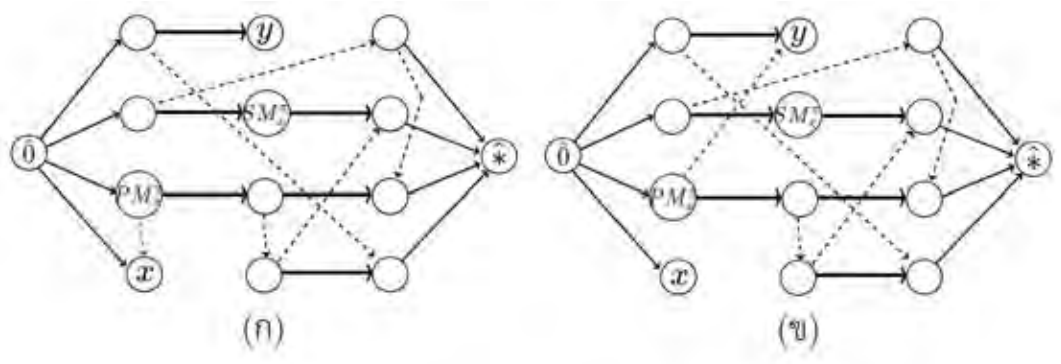
เนื่องจากเส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\tau)$ คือเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่ยาวที่สุดในเซต $P_\tau(x \vee y)$ หรือ $P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ ดังนั้น

$$Cmax(\tau) = \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})]\} \tag{6.1}$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง $P_\pi(x \vee y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$

Nowicki และ Smutnicki [11] สรุปไว้ว่า $P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y}) = P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ ซึ่งสามารถวิเคราะห์จากกรณีที่ 1 ถึง 4 ของหัวข้อย่อย 6.1.1 โดยในที่นี้จะอธิบายเฉพาะกรณีที่ 1 ส่วนกรณีอื่นๆ สามารถอธิบายได้ในทำนองเดียวกัน

กรณีที่ 1 เมื่อพิจารณารูปที่ 6.1 โดยการตัดเส้นเชื่อมที่ไม่มีทั้งโหนด x และ y ประกอบอยู่บนเส้นทาง จะทำให้ได้กราฟ $P_\pi(x \vee y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$ ที่มีลักษณะดังรูปที่ 6.5 ซึ่งจะเห็นว่า เส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$ จะเป็นเส้นทางใดๆ ในกราฟ (ก) และ เส้นทางในเซต $P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ จะเป็นเส้นทางใดๆ ในกราฟ (ข)



รูปที่ 6.5**:** (ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$
(ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$

จากรูป (ก) และ (ข) ของรูปที่ 6.5 จะได้ว่า ถ้าเส้นทาง $v' \in P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$ แล้วเส้นทาง $v' \in P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ และ ถ้าเส้นทาง $v'' \in P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ แล้วเส้นทาง $v'' \in P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})$ ดังนั้น

$P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y}) = P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})$ จึงทำให้

$$D[P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})] = D[P_\tau(\overline{x} \wedge \overline{y})]$$

และจะได้ว่าสมการ (6.1) สามารถปรับได้เป็น

$$Cmax(\tau) = \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})]\} \tag{6.2}$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$

Nowicki และ Smutnicki พยายามปรับสมการ (6.2) ให้กลายเป็น

$$Cmax(\tau) = \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x})]\} \tag{6.3}$$

โดยเริ่มการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$ ดังนี้

กำหนดให้เส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ แล้วจะแสดงว่าเส้นทาง u' ใดๆ ที่ประกอบด้วยโหนดต่างๆ ทุกโหนดที่อยู่บนเส้นทาง u จะเป็นเส้นทางที่อยู่ใน $P_\tau(x \vee y)$ นั่นคือ $u' \in P_\tau(x \vee y)$ โดยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

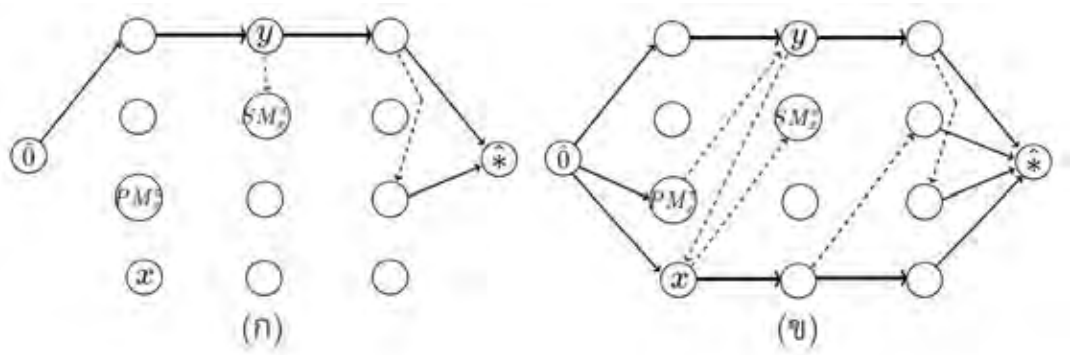
- กรณีที่ไม่มีโหนด SM_y^π อยู่บนเส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$
- กรณีที่มีโหนด SM_y^π อยู่บนเส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$

โดยจะทำการพิจารณาเฉพาะกรณีที่ 1 ของหัวข้อย่อย 6.1.1 ส่วนกรณีอื่นๆ สามารถอธิบายได้ในทำนองเดียวกัน

กรณีที่ไม่มีโหนด SM_y^π อยู่บนเส้นทาง u

เมื่อพิจารณารูปที่ 6.1) เราสามารถแสดงเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$ ที่ไม่มีโหนด SM_y^π เป็นส่วนประกอบได้ตามรูปที่ 6.6 ซึ่งจะเห็นว่า เส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ จะเป็นเส้นทางใดๆ ในกราฟ (ก) ของรูปที่ 6.6 และ เส้นทางในเซต $P_\tau(x \vee y)$ จะเป็นเส้นทางใดๆ ในกราฟ (ข) ของรูปที่ 6.6

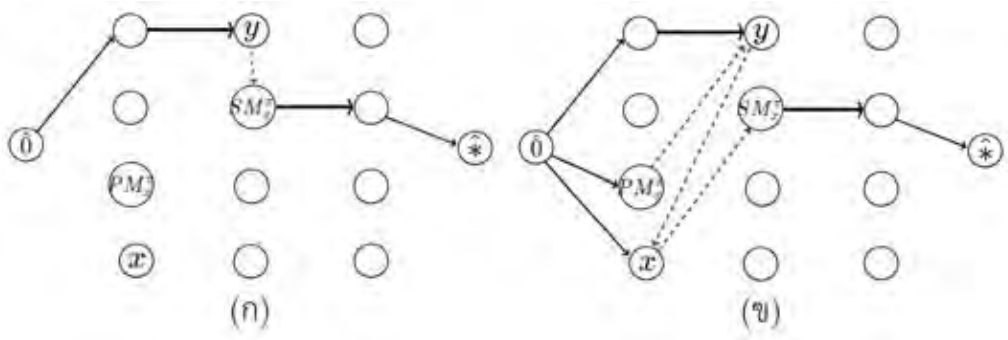
ถ้าเส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ แล้วจะมีเส้นทาง u' ที่ประกอบด้วยโหนดต่างๆ ทุกโหนดที่อยู่บนเส้นทาง u โดยที่ $u' \in P_\tau(x \vee y)$



รูปที่ 6.6**:** (ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ สำหรับกรณีที่ไม่มี SM_y^π อยู่บน u
(ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(x \vee y)$ สำหรับกรณีที่ไม่มี SM_y^π อยู่บน u

กรณีที่มีโหนด SM_y^π อยู่บนเส้นทาง u

เมื่อ SM_y^π อยู่บนเส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ จะทำให้ u มีโหนด SM_y^π เป็นส่วนประกอบ และ u เป็นสมาชิกของ $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ มีลักษณะ ดังกราฟ (ก) ของรูปที่ 6.7 ส่วนเส้นทางใดๆ ในเซต $P_\tau(x \vee y)$ จะเป็นเส้นทางใดๆ ในกราฟ (ข) ของรูปที่ 6.7 ซึ่งจะสามารถมองเห็นได้ชัดเจน ดังกรณีที่ผ่านมาว่า ถ้าเส้นทาง $u \in P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ แล้วจะมีเส้นทาง u' ที่ประกอบด้วยโหนดต่างๆ ทุกโหนดที่อยู่บนเส้นทาง u โดยที่ $u' \in P_\tau(x \vee y)$



รูปที่ 6.7**:** (ก) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ สำหรับกรณีที่มี SM_y^π อยู่บน u
(ข) ลักษณะของเส้นทางในเซต $P_\tau(x \vee y)$ สำหรับกรณีที่มี SM_y^π อยู่บน u

จากการพิจารณาทั้งสองกรณี จะได้ความสัมพันธ์ของ $P_\pi(\overline{x} \wedge y)$ และ $P_\tau(x \vee y)$ ดังนี้

$$D[P_\pi(\overline{x} \wedge y)] \leq D[P_\tau(x \vee y)]$$

ดังนั้น สมการ (6.2) สามารถปรับได้เป็นสมการ (6.3) เนื่องจาก

$$
\begin{aligned}
Cmax(\tau) &= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})]\} \\
&= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x} \wedge \overline{y})], D[P_\pi(\overline{x} \wedge y)]\} \\
&= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x})]\}
\end{aligned}
$$

6.2 การคำนวณค่า $D[P_\tau(x \vee y)]$ และ $D[P_\pi(\overline{x})]$

6.2.1 ค่า $D[P_\tau(x \vee y)]$

งานวิจัยของ Taillard [16] ได้แสดงว่าค่าขอบเขตล่าง (LB) เท่ากับ $D[P_\tau(x \vee y)]$ และการคำนวณมีความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) เท่ากับ $O(1)$ ส่วนงานวิจัยของ Nowicki และ Smutnicki [11] นั้นได้จัดรูปสมการของค่าขอบเขตล่างใหม่ โดยใช้สัญลักษณ์ $LB^T = D[P_\tau(x \vee y)]$ ดังนี้

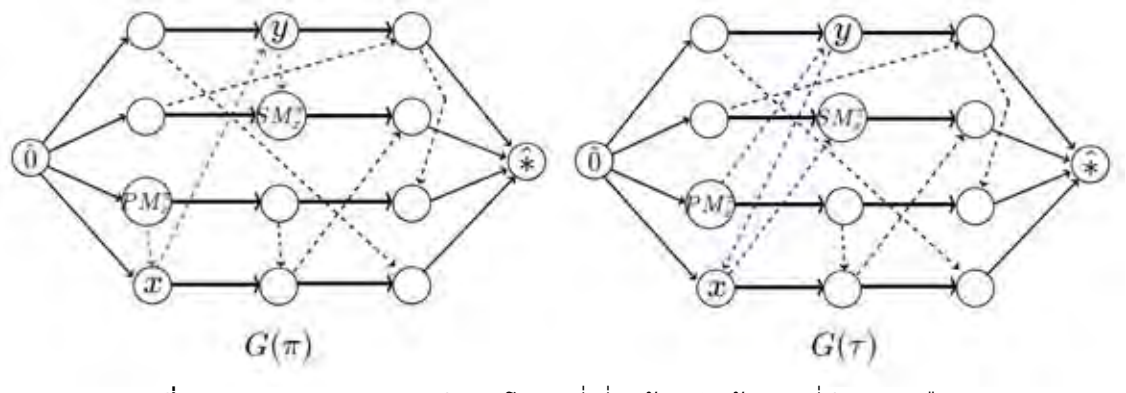
$$
LB^T = \max\{\triangle + q^\pi_{SJ^\pi_y}, \max\{\triangle, r^\pi_{PJ^\pi_x}\} + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_y}\}\} \tag{6.4}
$$

เมื่อ $\triangle = \max\{r^\pi_{PJ^\pi_y}, r^\pi_{PM^\pi_x}\} + p(y)$

$r^\pi_a = |P^\pi(\hat{0}, a)| + p(a)$

$q^\pi_a = |P^\pi(a, \hat{*})|$

ในทำนองเดียวกันกับการให้คำอธิบายในหัวข้อก่อนหน้านี้ การอธิบายสมการ 6.4 จะทำการพิจารณากรณีที่ 1 - 4 ของหัวข้อย่อย 6.1.1 โดยจะทำการพิจารณาเฉพาะกรณีที่ 1 ส่วนกรณีอื่นๆ สามารถอธิบายได้ในทำนองเดียวกัน



รูปที่ 6.8**:** กราฟแสดงตำแหน่งของโหนดที่เกี่ยวข้องกับเส้นทางที่ผ่าน x หรือ y

การคำนวณ $D[P_\tau(x \vee y)]$ จะถูกแบ่งการพิจารณาออกเป็น 3 ส่วน โดยในรูปที่ 6.8 ซึ่งคือกรณีที่ 1 ของหัวข้อย่อย 6.1.1 ดังนี้

- ให้ $D[P_\tau(x \vee \overline{y})]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซตของเส้นทางที่มีโหนด x และไม่มีโหนด y ประกอบอยู่บนเส้นทางของกราฟ $G(\tau)$ จะได้ว่า

$$D[P_\tau(x \vee \overline{y})] = r^\pi_{PJ^\pi_x} + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_y}\}$$

- ให้ $D[P_\tau(\overline{x} \vee y)]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซตของเส้นทางที่มีโหนด y และไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทางของกราฟ $G(\tau)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} D[P_\tau(\overline{x} \vee y)] &= \max\{r^\pi_{PJ^\pi_y}, r^\pi_{PM^\pi_x}\} + p(y) + q^\pi_{SJ^\pi_y} \\ &= \triangle + q^\pi_{SJ^\pi_y} \end{aligned}$$

- ให้ $D[P_\tau(x \wedge y)]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซตของเส้นทางที่มีทั้งโหนด x และ y ประกอบอยู่บนเส้นทางของกราฟ $G(\tau)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} D[P_\tau(x \wedge y)] &= \max\{r^\pi_{PJ^\pi_y}, r^\pi_{PM^\pi_x}\} + p(y) + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_y}\} \\ &= \triangle + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_y}\} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} D[P_\tau(x \vee y)] &= \max\{D[P_\tau(x \vee \overline{y})], D[P_\tau(\overline{x} \vee y)], D[P_\tau(x \wedge y)]\} \\ &= \max\{\triangle + q^\pi_{SJ^\pi_y}, \max\{\triangle, r^\pi_{PJ^\pi_{\overline{x}}}\} + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_{\overline{x}}}, q^\pi_{SM^\pi_y}\}\} \end{aligned}$$

นอกจากนี้ [11] พิสูจน์ว่า ถ้า $D[P_\tau(x \vee y)] \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $Cmax(\tau) = D[P_\tau(x \vee y)]$ กำหนดให้

$P_\pi(x)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$P_\pi(\overline{x})$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$D[\Omega]$ เป็นความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต Ω

เนื่องจากเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ใดๆ ที่อยู่บนกราฟ $G(\pi)$ สามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

- เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง (นั่นคือ $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\} \in P_\pi(x)$)
- เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง (นั่นคือ $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\} \in P_\pi(\overline{x})$)

เนื่องจากเส้นทางวิกฤตของกราฟ $G(\pi)$ คือ เส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ที่ยาวที่สุด จะได้ว่า เส้นทางวิกฤติอยู่ใน $P_\pi(x)$ หรือ $P_\pi(\overline{x})$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} Cmax(\pi) &= \max\{D[P_\pi(x)], D[P_\pi(\overline{x})]\} \\ &\geq D[P_\pi(\overline{x})] \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้า $D[P_\tau(x \vee y)] \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $D[P_\tau(x \vee y)] \geq D[P_\pi(\overline{x})]$

และจากสมการ (6.3) ทำให้สรุปได้ว่า

$$\begin{aligned} Cmax(\tau) &= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x})]\} \\ &= D[P_\tau(x \vee y)] \end{aligned} \tag{6.5}$$

6.2.2 ค่า $D[P_\pi(\overline{x})]$

เนื่องจากการคำนวณค่า $D[P_\pi(\overline{x})]$ ในสมการ (6.3) มีความจำเป็นที่จะต้องใช้นิยามของลำดับโทโพโลยี (Topological order) ซึ่งสามารถนิยามได้ ดังนี้

นิยาม 6.2. *ลำดับโทโพโลยี*

ลิสต์ $F_\pi = (F_\pi(1), \ldots, F_\pi(o))$ ของโอเปอเรชันทั้งหมดในกราฟ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$ โดยที่ $o = \sum_{i=1}^{n} n_i$ เป็นลำดับโทโพโลยี F_π ของ $G(\pi)$ เมื่อ

- $F_\pi(I)$ เป็นโอเปอเรชันลำดับที่ I เมื่อ $I = 1, \ldots, o$
- $f_\pi(a)$ แทนตำแหน่งของโอเปอเรชัน a ใน F_π (นั่นคือ $a = F_\pi(f_\pi(a))$)
- ถ้าเส้นเชื่อม $(a, b) \in C \cup E(\pi)$ เมื่อ $a, b \in O$ แล้ว $f_\pi(a) < f_\pi(b)$ □

นอกจากนี้สำหรับกราฟ $G(\pi)$ เนื่องจาก

$r_a^\pi = |P^\pi(\hat{0}, a)| + p(a)$ และ

$q_a^\pi = |P^\pi(a, \hat{*})|$

ถ้ามีลำดับโทโปโลยี F_π แล้วเราสามารถหาค่า $r^\pi_{F_\pi(I)}$ และ $q^\pi_{F_\pi(I)}$ ได้จากสูตรต่อไปนี้

$$r^\pi_{F_\pi(I)} = |P^\pi(\hat{0}, F_\pi(I))| + p(F_\pi(I)) = \max\{r^\pi_{PJ^\pi_{F_\pi(I)}}, r^\pi_{PM^\pi_{F_\pi(I)}}\} + p(F_\pi(I)), \quad I = 1, \ldots, o \tag{6.6}$$

และ

$$q^\pi_{F_\pi(I)} = |P^\pi(F_\pi(I), \hat{*})| = \max\{q^\pi_{SJ^\pi_{F_\pi(I)}}, q^\pi_{SM^\pi_{F_\pi(I)}}\} + p(F_\pi(I)), \quad I = o, o-1, \ldots, 1 \tag{6.7}$$

หมายเหตุ

1) เมื่อพิจารณา ณ โอเปอเรชัน $F_\pi(I)$ ถ้าไม่มีโอเปอเรชัน $PJ^\pi_{F_\pi(I)}$ หรือ $PM^\pi_{F^\pi_\pi(I)}$ แล้ว

$r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{F_\pi(I)}}$ หรือ $r^{\pi}_{PM^{\pi}_{F_\pi(I)}}$ มีค่าเป็น $r^{\pi}_{\hat{0}} = 0$

2) เมื่อพิจารณา ณ โอเปอเรชัน $F_\pi(I)$ ถ้าไม่มีโอเปอเรชัน $SJ^{\pi}_{F^{\pi}_{\pi}(I)}$ หรือ $SM^{\pi}_{F_\pi(I)}$ แล้ว $q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{F_\pi(I)}}$ หรือ $q^{\pi}_{SM^{\pi}_{F_\pi(I)}}$ มีค่าเป็น $q^{\pi}_{*} = 0$

กำหนดให้ F_π เป็นลำดับโทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ ที่มี $x \in O$ และให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ เป็นเส้นทางใดๆ ที่เป็นสมาชิกของ $P_\pi(\overline{x})$ จะได้ว่า

- $x \neq v_i \ \forall i = 1, \ldots, k$
- $f_\pi(v_1) < \ldots < f_\pi(v_k)$ และ
- เนื่องจาก $p(\hat{0}) = 0 = p(\hat{*})$ จึงทำให้
  - เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_1 = \hat{0}$ และ $v_k \neq \hat{*}$ จะมีความยาวเท่ากับเส้นทาง $P\{v_2, \ldots, v_k\}$
  - เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_1 \neq \hat{0}$ และ $v_k = \hat{*}$ จะมีความยาวเท่ากับเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_{k-1}\}$
  - เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_1 = \hat{0}$ และ $v_k = \hat{*}$ จะมีความยาวเท่ากับเส้นทาง $P\{v_2, \ldots, v_{k-1}\}$

นั่นคือ $D[P_\pi(\overline{x})]$ สามารถพิจารณาได้จากเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_\pi(\overline{x})$ ที่ $v_1 \neq \hat{0}$ และ $v_k \neq \hat{*}$ ทั้งนี้จะทำให้ได้ว่า ตำแหน่งของโอเปอเรชัน x ในลำดับโทโพโลยีจะสามารถแทรกในตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งของโอเปอเรชัน $\hat{0} \neq v_1, \ldots, v_k \neq \hat{*}$ ดังนี้

กรณีที่ 1 : $f_\pi(v_j) < f_\pi(x) < f_\pi(v_{j+1})$ เมื่อ $j \in \{1, \ldots, k-1\}$

กรณีที่ 2 : $f_\pi(v_k) < f_\pi(x)$

กรณีที่ 3 : $f_\pi(x) < f_\pi(v_1)$

เราจะทำการวิเคราะห์ความยาวของเส้นที่ยาวที่สุดของแต่ละกรณี เพื่อจะสรุปเป็นสูตรสำหรับการหา $D[P_\pi(\overline{x})]$

กำหนดให้

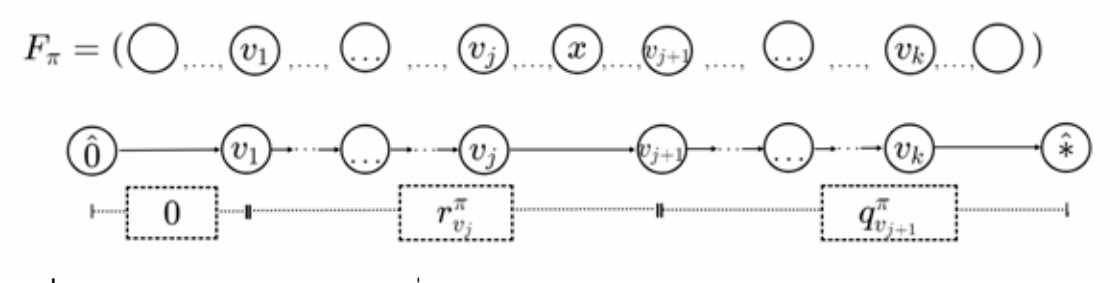
$P_1 \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_1$ มีลักษณะดังกรณีที่ 1

$P_2 \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_2$ มีลักษณะดังกรณีที่ 2

$P_3 \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_3$ มีลักษณะดังกรณีที่ 3

▷ สำหรับกรณีที่ 1) กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\}$ ที่เป็นเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต P_1 ดังนั้น จะมี $\exists j\ (1 \le j < k)$ ที่ $f_\pi(v_j) < f_\pi(x) < f_\pi(v_{j+1})$ โดยที่

- ความยาวจากโหนด v_1 ถึง v_{j+1} เท่ากับ $r^\pi_{v_j}$
- ความยาวจากโหนด v_{j+1} ถึง v_k เท่ากับ $q^\pi_{v_{j+1}}$
- $(v_j, v_{j+1}) \in C \cup E(\pi)$ ดังรูปที่ 6.9



รูปที่ 6.9**:** เส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\}$ ที่ $f_\pi(v_j) < f_\pi(x) < f_\pi(v_{j+1})$ และ $(v_j, v_{j+1}) \in C \cup E(\pi)$

เราจึงต้องพิจารณาค่า $r^\pi_{v_j} + q^\pi_{v_{j+1}}$ สำหรับทุกๆ j ที่ $(v_j, v_{j+1}) \in C \cup E(\pi)$ ดังนั้น ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต P_1 คือ

$$D[P_1] = RQ = \max\{r^\pi_a + q^\pi_b : f_\pi(a) < f_\pi(x) < f_\pi(b), (a,b) \in C \cup E(\pi)\} \quad (6.8)$$

เมื่อใช้สัญลักษณ์ $RQ = D[P_1]$, $a = v_j$ และ $b = v_{j+1}$ แทนโหนดที่ติดกันบนเส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\} \in P_1$

▷ สำหรับกรณี 2) เราแบ่งการพิจารณาออกเป็น 3 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อย 2.1) v_k เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย

กรณีย่อย 2.2) v_k เป็นโอเปอเรชัน PJ^π_x หรือ PM^π_x

กรณีย่อย 2.3) v_k ไม่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานไม่ใช่ลำดับสุดท้าย และไม่เป็นทั้ง PJ^π_x และ PM^π_x

กำหนดให้

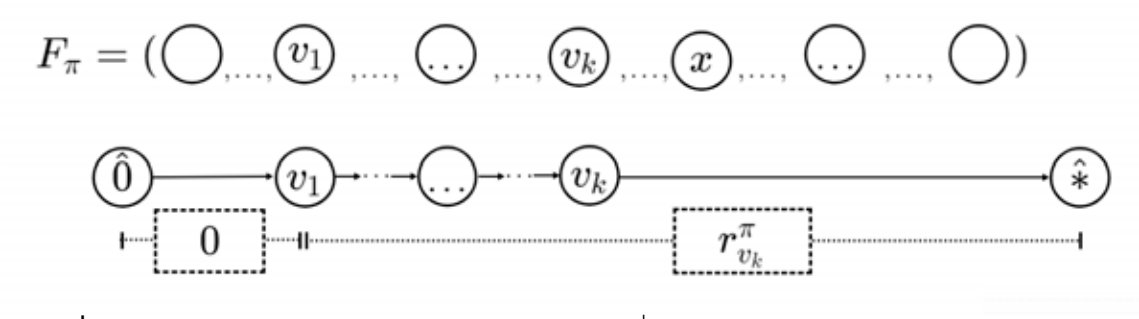
$P_{2.1} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\} \in P_{2.1}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 2.1

$P_{2.2} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\} \in P_{2.2}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 2.2

$P_{2.3} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1,\ldots,v_k\} \in P_{2.3}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 2.3

▷ สำหรับกรณีที่ 2.1) กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่เป็นเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{2.1}$ โดยที่

- ความยาวจากโหนด v_1 ถึง $v_{\hat{*}}$ เท่ากับ $r^{\pi}_{v_k}$
- v_k เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย ดังรูปที่ 6.10



รูปที่ 6.10**:** $f_\pi(v_k) < f_\pi(x)$ และ v_k เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย

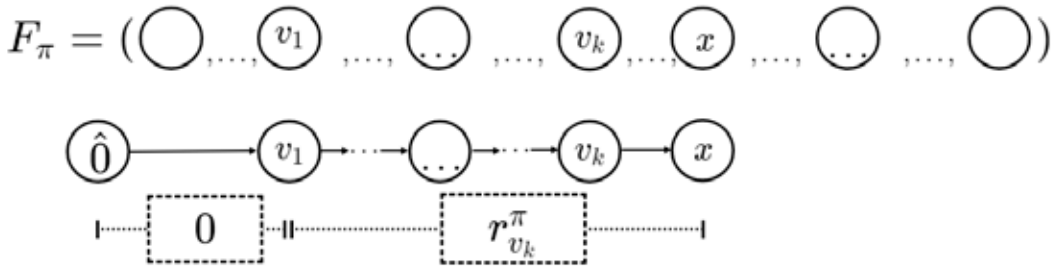
เราจึงต้องพิจารณาค่า $r^{\pi}_{v_k}$ สำหรับทุกๆ v_k ที่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย ดังนั้น ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{2.1}$ คือ

$$\begin{aligned} D[P_{2.1}] &= R' \\ &= \max\{r^{\pi}_a : f_\pi(a) < f_\pi(x), a \text{ เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้าย}\} \end{aligned} \quad (6.9)$$

เมื่อใช้สัญลักษณ์ $R' = D[P_{2.1}]$ และ $a = v_k$ แทนโหนดที่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับสุดท้ายบนเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{2.1}$

▷ สำหรับกรณีที่ 2.2) กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่เป็นเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{2.2}$ โดยที่

- ความยาวจากโหนด v_1 ถึง x เท่ากับ $r^{\pi}_{v_k}$
- v_k คือ PJ^{π}_x หรือ PM^{π}_x ดังรูปที่ 6.11



รูปที่ 6.11**:** เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_k = PJ^\pi_x$ หรือ $v_k = PM^\pi_x$

เราจึงต้องพิจารณาค่า $r^\pi_{v_k}$ สำหรับทุกๆ v_k ที่ $v_k = PJ^\pi_x$ หรือ $v_k = PM^\pi_x$ ดังนั้น ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{2.2}$ คือ

$$D[P_{2.2}] = R'' = \max\{r^\pi_{PJ^\pi_x}, r^\pi_{PM^\pi_x}\} \tag{6.10}$$

เมื่อใช้สัญลักษณ์ $R'' = D[P_{2.2}]$

▷ สำหรับกรณีย่อย 2.3) เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{2.3}$ จะมีเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k, w_1, \ldots, w_g\}$ เมื่อ $w_1, \ldots, w_g \in V$ $(g \in \mathbb{N})$ เป็นเส้นทางในเซต P_1 หรือ $P_{2.1}$ หรือ $P_{2.2}$ นั่นคือ $|P\{v_1, \ldots, v_k\}| \leq |P\{v_1, \ldots, v_k, w_1, \ldots, w_g\}|$ แล้ว

$$D[P_{2.3}] \leq \max\{D[P_1], D[P_{2.1}], D[P_{2.2}]\} = \max\{RQ, R', R''\}$$

ดังนั้น เราจะไม่คำนวณความยาวของเส้นทางในกรณีนี้

▷ สำหรับกรณี 3) เราแบ่งการพิจารณาออกเป็น 3 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อย 3.1) v_1 เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก

กรณีย่อย 3.2) v_1 เป็นโอเปอเรชัน SJ^π_x และ SM^π_x

กรณีย่อย 3.3) v_1 ไม่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานไม่ใช่ลำดับแรก และไม่เป็นทั้ง SJ^π_x และ SM^π_x

กำหนดให้

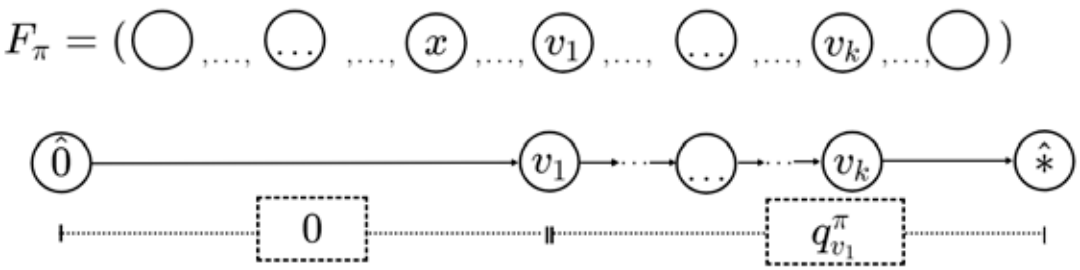
$P_{3.1} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{3.1}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 3.1

$P_{3.2} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{3.2}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 3.2

$P_{3.3} \subseteq P_\pi(\overline{x})$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{3.3}$ มีลักษณะดังกรณีที่ 3.3

$\triangleright$ สำหรับกรณีที่ 3.1) กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่เป็นเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{3.1}$ โดยที่

- ความยาวจากโหนด v_1 ถึง $v_{\hat{*}}$ เท่ากับ $q^\pi_{v_1}$
- v_1 เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก ดังรูปที่ 6.12



รูปที่ 6.12**:** $f_\pi(x) < f_\pi(v_1)$ และ v_1 เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก

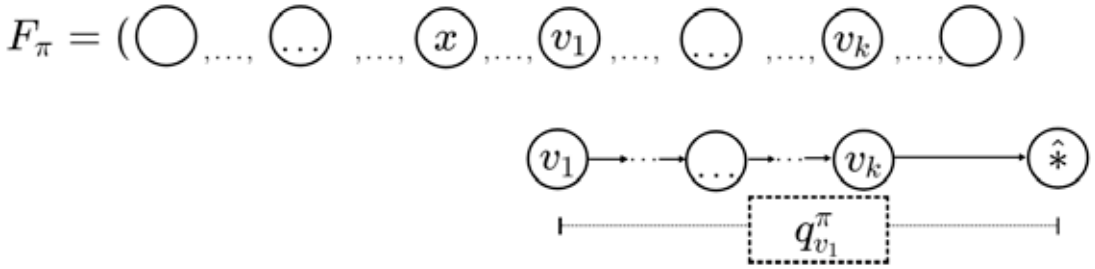
เราจึงต้องพิจารณาค่า $r^\pi_{v_1}$ สำหรับทุกๆ v_1 ที่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก ดังนั้น ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{3.1}$ คือ

$$\begin{aligned} D[P_{3.1}] &= Q' \\ &= \max\{q^\pi_b : f_\pi(x) < f_\pi(b), b \text{ เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรก}\} \end{aligned} \quad (6.11)$$

เมื่อใช้สัญลักษณ์ $Q' = D[P_{3.1}]$ และ $b = v_1$ แทนโหนดที่เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงานเป็นลำดับแรกบนเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{3.1}$

$\triangleright$ สำหรับกรณีที่ 3.2) กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่เป็นเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{3.2}$ โดยที่

- ความยาวจากโหนด v_1 ถึง x เท่ากับ $q^\pi_{v_1}$
- v_1 คือ SJ^π_x หรือ SM^π_x ดังรูปที่ 6.13



รูปที่ 6.13**:** เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\}$ ที่ $v_1 = SJ^\pi_x$ หรือ $v_1 = SM^\pi_x$

เราจึงต้องพิจารณาค่า $q^\pi_{v_1}$ สำหรับทุกๆ v_1 ที่ $v_1 = SJ^\pi_x$ หรือ $v_1 = SM^\pi_x$ ดังนั้น ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $P_{3.2}$ คือ

$$D[P_{3.2}] = Q'' = \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_x}\} \tag{6.12}$$

เมื่อใช้สัญลักษณ์ $Q'' = D[P_{3.2}]$

$\triangleright$ สำหรับกรณีย่อย 3.3) เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_{3.3}$ จะมีเส้นทาง $P\{u_1, \ldots, u_l, v_1, \ldots, v_k\}$ เมื่อ $u_1, \ldots, u_l \in V$ $(l \in \mathbb{N})$ เป็นเส้นทางในเซต P_1 หรือ $P_{3.1}$ หรือ $P_{3.2}$ นั่นคือ $|P\{v_1, \ldots, v_k\}| \leq |P\{u_1, \ldots, u_l, v_1, \ldots, v_k\}|$ แล้ว

$$D[P_{3.3}] \leq \max\{D[P_1], D[P_{3.1}], D[P_{3.2}]\} = \max\{RQ, Q', Q''\}$$

ดังนั้น เราจะไม่คำนวณความยาวของเส้นทางในกรณีนี้

จากสมการ (6.8), (6.9), (6.10), (6.11) และ (6.12) เราสรุปได้ว่า

$$D[P_\pi(\overline{x})] = \max\{RQ, R', R'', Q', Q''\} \tag{6.13}$$

แต่เนื่องจาก

- $r^\pi_{PJ^\pi_x} \leq \max\{\triangle, r^\pi_{PJ_x}\} + p(x) + \max\{q^\pi_{SJ^\pi_x}, q^\pi_{SM^\pi_y}\} \leq LB^T$
- $r^\pi_{PM^\pi_x} \leq \triangle \leq LB^T$

ทำให้ได้ว่า

$$R'' \leq LB^T$$

และ

- $q^{\pi}_{SJ^{\pi}_x} \leq \max\{q^{\pi}_{SJ^{\pi}_x}, q^{\pi}_{SM^{\pi}_y}\} \leq LB^T$
- $q^{\pi}_{SM^{\pi}_x} = q^{\pi}_y$

$$\begin{aligned}
&= p(y) + \max\{q^{\pi}_{SJ^{\pi}_y}, q^{\pi}_{SM^{\pi}_y}\} \\
&= \max\{p(y) + q^{\pi}_{SJ^{\pi}_y}, p(y) + q^{\pi}_{SM^{\pi}_y}\} \\
&\leq \max\{p(y) + q^{\pi}_{SJ^{\pi}_y}, p(y) + p(x) + \max\{q^{\pi}_{SJ^{\pi}_x}, q^{\pi}_{SM^{\pi}_y}\}\} \\
&\leq LB^T
\end{aligned}$$

ทำให้ได้ว่า

$$Q'' \leq LB^T$$

จึงได้ว่า $LB^T = D[P_\tau(x \vee y)] \geq \max\{R'', Q''\}$ และส่งผลให้สมการ (6.3) กลายเป็น

$$\begin{aligned}
Cmax(\tau) &= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x})]\} \\
&= \max\{LB^T, \max\{RQ, R', R'', Q', Q''\}\} \\
&= \max\{LB^T, RQ, R', Q'\}
\end{aligned}$$

และจากสมการ (6.5) ถ้า $D[P_\tau(x \vee y)] \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $Cmax(\tau) = D[P_\tau(x \vee y)]$ เนื่องจาก $LB^T = D[P_\tau(x \vee y)]$ ดังนั้น ถ้า $LB^T \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $Cmax(\tau) = LB^T$

ดังนั้น การหาค่าเมคสแปนของผลใกล้เคียง $G(\tau)$ ด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnick [11] สามารถสรุปได้ตามทฤษฎีดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 6.3. *กำหนดให้ F_π เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ และมีผลเฉลยใกล้เคียง $G(\tau)$ ที่สร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยการสลับตำแหน่งลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน x และ y ใดๆ บนลำดับการผลิต π เมื่อ $x, y \in c^\pi$ และ $(x, y) \in E(\pi)$ จะได้ว่า*

$$Cmax(\tau) = \begin{cases} LB^T, & \text{ถ้า } LB^T \geq Cmax(\pi), \\ \max\{LB^T, RQ, R', Q'\}, & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

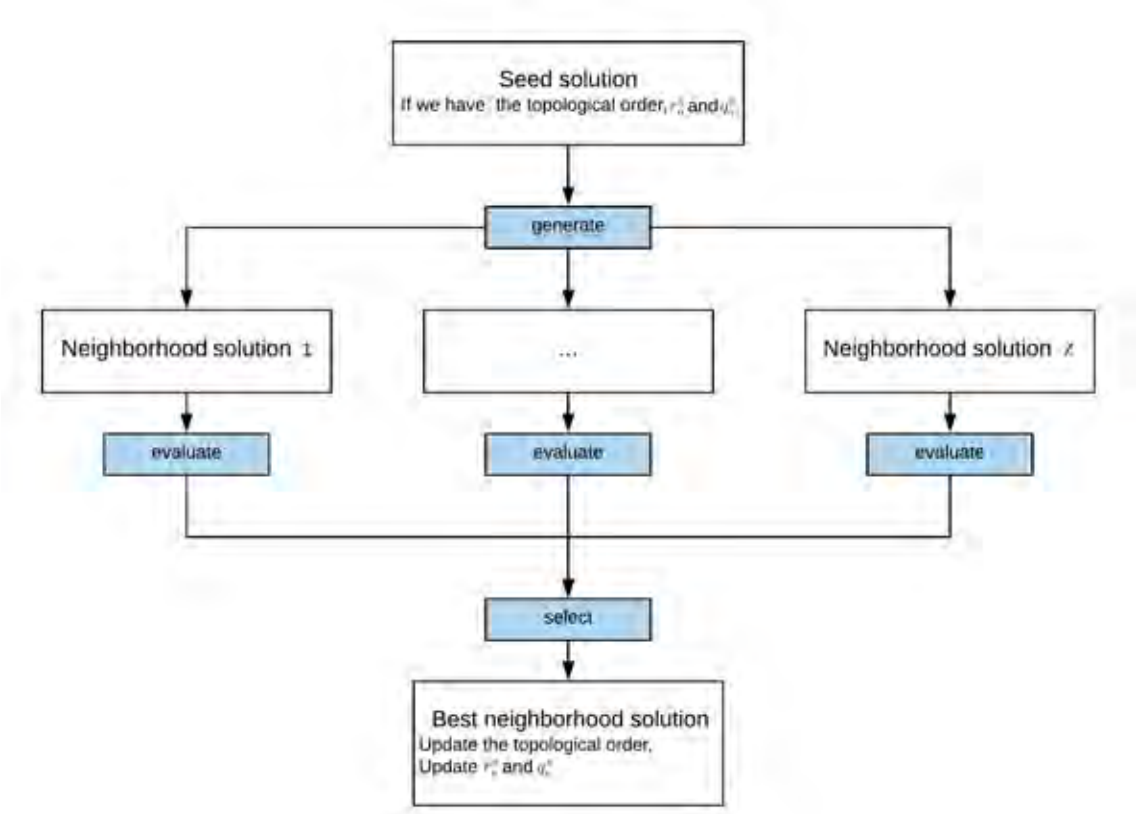
Nowicki และ Smutnick [11] สรุปความซับซ้อนของเวลาในการหาค่า $Cmax(\tau)$ ดังนี้

- LB^T มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(1)$
- R' มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(n)$
- Q' มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(n)$ เมื่อ n คือจำนวนงาน
- RQ มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{\sum_{i=1}^{n} \log n_i, \sum_{k=1}^{m} \log m_k\})$ ซึ่งคำนวณหาค่า RQ จากการใช้วิธีการค้นหาแบบไบนารี (Binary search) พิจารณาโหนดคู่ใดๆ ที่มาจากงานเดียวกันหรือเครื่องจักรเดียวกัน เมื่อ n_i แทนจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในงาน J_i และ m_k แทนจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในเครื่องจักร M_k

ดังนั้น การหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงมีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{\sum_{i=1}^{n} \log n_i, \sum_{k=1}^{m} \log m_k\})$

6.3 การปรับปรุงลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^π และค่า q_a^π เมื่อ $a \in O$

พิจารณาแผนผังของกระบวนการหาค่าในรูปที่ 6.14 เมื่อ z คือ จำนวนผลเฉลยใกล้เคียงทั้งหมดที่ถูกสร้างจาก $G(\pi)$ ในรอบนั้นๆ เราจะเห็นว่าในการคำนวณค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงจะต้องสร้างลำดับโทโพโลยี รวมทั้งอาศัยค่า r_a^π และ q_a^π ของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ดังนั้น ในทุกๆ รอบ (Iterations) ของขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู ทั้งลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^π และ q_a^π จะเปลี่ยนแปลงไปตามผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในแต่ละรอบ ในงานวิทยานิพนธ์นี้เราจะเรียกการหาลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^π และ q_a^π ของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ของรอบถัดไปว่า การปรับปรุง (Updating) ลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^π และ q_a^π ตามลำดับ



รูปที่ 6.14**:** แผนผังการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Nowicki และ Smutnicki [11]

สำหรับการปรับปรุงลำดับโทโพโลยี เริ่มจากกำหนดลำดับโทโพโลยี F_π ของ $G(\pi)$ และให้ x และ y เป็นโอเปอเรชันบน c^π และ $(x, y) \in E(\pi)$ หากผลเฉลยใกล้เคียง $G(\tau)$ ที่ถูกเลือกให้เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ในรอบการคำนวณถัดไป ที่สร้างจากการสลับตำแหน่ง x และ y บนลำดับการผลิต π แล้วลำดับโทโพโลยี F_τ สร้างได้จาก F_π ดังนี้

พิจารณา $F_\pi = (F_\pi(1), \ldots, F_\pi(o))$ จะได้ว่าโอเปอเรชัน $x = F_\pi(f_\pi(x))$ และ $y = F_\pi(f_\pi(y))$ ให้ $j = f_\pi(x)$ และ $k = f_\pi(y)$ นั่นคือ $j < k$ สมมติ $Z = (F_\pi(j), \ldots, F_\pi(k)) = (x, \ldots, y)$ เป็นลิสต์ของโอเปอเรชันที่เริ่มจากโอเปอเรชัน x ไป y แล้วจะมี Z' เป็นลิสต์ที่เกิดจากการจัดลำดับโอเปอเรชันในลิสต์ Z โดยจัดลำดับให้โอเปอเรชัน x อยู่ในตำแหน่งก่อนหน้าโอเปอเรชัน y และทำให้ลิสต์ $(F_\pi(1), \ldots, F_\pi(j-1), Z', F_\pi(k+1), \ldots, F_\pi(o))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ จากนั้นสมมติ Z'' เป็นลิสต์ที่เกิดจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน x และ y บนลิสต์ Z' แล้วจะได้ว่า $F_\tau = (F_\pi(1), \ldots, F_\pi(j-1), Z'', F_\pi(k+1), \ldots, F_\pi(o))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยใกล้เคียง $G(\tau)$

สำหรับการปรับปรุงค่า r_a^π เนื่องจากเรามี $(F_\pi(1), \ldots, F_\pi(j-1), Z', F_\pi(k+1), \ldots, F_\pi(o))$ เป็นลำดับ โทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ ให้ j' เป็นตำแหน่งของโอเปอเรชัน x บนลำดับโทโพโลยี กล่าวคือ $j' = f_\pi(x)$ จะได้ว่า $r^\pi_{F_\pi(I)}$ เมื่อ $I < j'$ จะไม่ได้รับผลกระทบจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน x และ y ดังนั้น $r^\pi_{F_\pi(I)} = r^\tau_{F_\tau(I)}$ เมื่อ $1 \leq I < j'$ นั่นคือ ในแต่ละรอบเราจะปรับปรุงเฉพาะ $r^\tau_{F_\tau(I)}$ เมื่อ $j' \leq I \leq o$ ซึ่งมีความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) เท่ากับ $O(o - j' + 1)$ ในทำนองเดียวกันสำหรับการปรับปรุงค่า q_a^π เมื่อมีลำดับโทโพโลยี F_π เดียวกัน โดยที่ $f_\pi(y) = j' + 1$ จะได้ว่า $q^\pi_{F_\pi(I)} = q^\tau_{F_\tau(I)}$ เมื่อ $j' + 2 \leq I \leq o$ จะไม่ได้รับผลกระทบจากการสลับตำแหน่งโอเปอเรชัน x และ y ดังนั้น ในแต่ละรอบเราจะปรับปรุงเฉพาะ $q^\tau_{F_\tau(I)}$ เมื่อ $1 \leq I \leq j' + 1$ ซึ่งมีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(j' + 1)$

บทที่ 7

การปรับปรุงการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง

ในวิทยานิพนธ์นี้เราเสนอการปรับปรุงวิธีการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียง ที่มีพื้นฐานมาจากวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงของ Nowicki และ Smutnicki [11] โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดเวลาการคำนวณค่าเมคสแปน ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ ใดๆ กำหนดให้ x และ y เป็นโอเปอเรชันใดๆ บนเส้นทางวิกฤต c^{π} และ $(x, y) \in E(\pi)$ แล้ว $G(\tau)$ จะเป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่สร้างจากการสลับตำแหน่งของ x และ y นั้นๆ จากสมการ (6.3) Nowicki และ Smutnicki [11] สรุปได้ว่า

$$Cmax(\tau) = \max\{D[P_{\tau}(x \vee y)], D[P_{\pi}(\overline{x})]\}$$

แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะใช้สูตร

$$Cmax(\tau) = \max\{D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)], D[P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]\} \tag{7.1}$$

แทนสมการ (6.3) เมื่อ

$P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$D[\Omega]$ เป็นความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต Ω

การอธิบายสมการ (6.3) และ (7.1) สามารถใช้รูปที่ 6.1 - 6.4 ช่วยให้มองเห็นภาพได้เช่นกัน ความแตกต่างของสมการ (6.3) กับ (7.1) จึงอยู่ที่การมองเซตของเส้นทางต่างๆ ในสมการ โดยเซตของเส้นทางต่างๆ ในสมการ (7.1) จะเป็นสับเซตของเซตในสมการ (6.3) ทั้งนี้

การคำนวณหาค่า $D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ และ $D[P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]$ ในสมการ (7.1) นั้นจะมีวิธีการคำนวณโดยใช้ลิสต์ H^{π}_{I} และ T^{π}_{I} เมื่อ $I = 0, 1, \ldots, o+1$ ช่วยในการอธิบาย และทำให้ค่าความซับซ้อนของเวลากลายเป็น $O(\max\{n, m\})$ ซึ่งแตกต่างจากผลลัพธ์ที่ได้โดย Nowicki และ Smutnicki [11]

เพื่อให้สัมพันธ์กับเซตของ $P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ และ $P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ เราจะนิยามลำดับโทโพโลยีแบบใหม่โดยการเพิ่มโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ในลิสต์ของลำดับโทโพโลยี แล้วนำลำดับโทโพโลยีแบบใหม่นี้มาช่วยในการนิยามลิสต์ H^{π}_{I} และ T^{π}_{I}

นิยาม 7.1. *ลำดับโทโพโลยี (Topological order)*

ลิสต์ $\mathbf{F}_{\pi} = (\mathbf{F}_{\pi}(0), \mathbf{F}_{\pi}(1), \ldots, \mathbf{F}_{\pi}(o),\ \mathbf{F}_{\pi}(o+1))$ ของโหนดทั้งหมดในกราฟ $G(\pi)$ โดยที่ $o = \sum_{i=1}^{n} n_i$ เป็นลำดับโทโพโลยี $\mathbf{F}_{\pi}$ ของ $G(\pi)$ เมื่อ

- $\mathbf{F}_{\pi}(0)$ แทนโหนด $\hat{0}$
- $\mathbf{F}_{\pi}(o+1)$ แทนโหนด $\hat{*}$
- $\mathbf{F}_{\pi}(I)$ เป็นโหนด/โอเปอเรชันลำดับที่ I เมื่อ $I = 0, \ldots, o+1$
- $\mathbf{f}_{\pi}(a)$ แทนตำแหน่งของโอเปอเรชัน a ใน $\mathbf{F}_{\pi}$ (นั่นคือ $a = \mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(a))$)
- ถ้าเส้นเชื่อม $(a, b) \in C \cup E(\pi)$ แล้ว $\mathbf{f}_{\pi}(a) < \mathbf{f}_{\pi}(b)$ □

นิยาม 7.2. *ลิสต์ H^{π}_{I}*

กำหนดให้ $\mathbf{F}_{\pi} = (\mathbf{F}_{\pi}(0), \ldots,\ \mathbf{F}_{\pi}(o+1))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของ $G(\pi)$ และ $W \in J \cup M$ เมื่อ $J = \{J_1, \ldots, J_n\}$ และ $M = \{M_1, \ldots, M_m\}$ แล้วสำหรับทุก I ใดๆ ที่ $I \in \{0, 1, \ldots, o\}$ จะได้ว่า

$$h^{\pi}_{W}(I) = |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_{\pi}(e))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(e))$$

โดยที่ $e = \max\{\mathbf{f}_{\pi}(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_{\pi}(\Phi) \leq I\}$

$\ddot{W}$ คือ เซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในงานหรือเครื่องจักร W

และลิสต์ H^{π}_{I} คือลำดับของ $h^{\pi}_{W}(I)$ ของแต่ละงานและเครื่องจักรทั้งหมด นั่นคือ

$$H^{\pi}_{I} = (h^{\pi}_{J_1}(I), \ldots, h^{\pi}_{J_n}(I), h^{\pi}_{M_1}(I), \ldots, h^{\pi}_{M_m}(I))$$

□

นิยาม 7.3. *ลิสต์* T_I^π

กำหนดให้ $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0), \ldots, \mathbf{F}_\pi(o+1))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของ $G(\pi)$ และ $W \in J \cup M$ เมื่อ $J = \{J_1, \ldots, J_n\}$ และ $M = \{M_1, \ldots, M_m\}$ แล้วสำหรับทุก I ใดๆ ที่ $I \in \{o+1, o, \ldots, 1\}$ จะได้ว่า

$$t_W^\pi(I) = |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(e), \hat{*})|$$

โดยที่ $e = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq I\}$

$\ddot{W}$ คือ เซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในงานหรือเครื่องจักร W

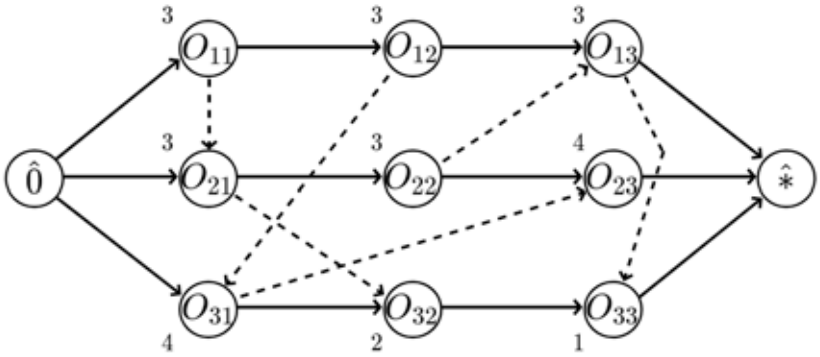
และลิสต์ T_I^π คือลำดับของ $t_W^\pi(I)$ ของแต่ละงานและเครื่องจักรทั้งหมด นั่นคือ

$$T_I^\pi = (t_{J_1}^\pi(I), \ldots, t_{J_n}^\pi(I), t_{M_1}^\pi(I), \ldots, t_{M_m}^\pi(I))$$

□

ตัวอย่าง 6. *การคำนวณลิสต์* H_I^π *และ* T_I^π

จากปัญหา JSSP ของตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $G(\pi) = (V, C \cup E(\pi))$ เมื่อ $\pi = ((O_{11}, O_{21}, O_{32}), (O_{12}, O_{31}, O_{23}), (O_{22}, O_{13}, O_{33}))$ มี $Cmax(\pi) = 14$ ตามรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1**:** กราฟ $G(\pi)$

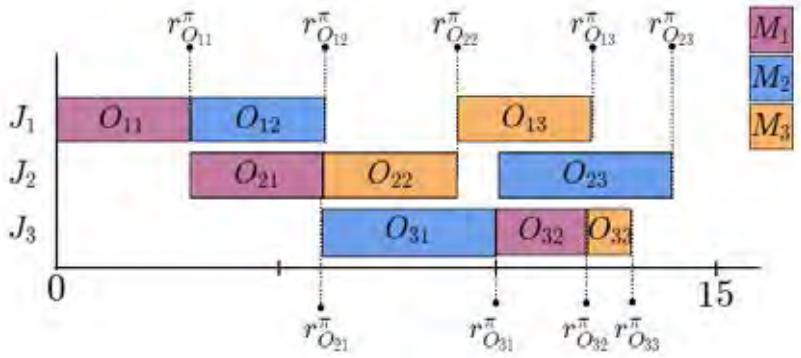
เนื่องจาก $r_a^\pi = |P^\pi(\hat{0}, a)| + p(a)$ และ $q_a^\pi = |P^\pi(a, \hat{*})|$ สำหรับ $a \in \{O_{ij}, i = 1, 2, 3,\ j = 1, 2, 3\}$ จะได้ว่า

$$r_{O_{11}}^\pi = 3, r_{O_{12}}^\pi = 6, r_{O_{13}}^\pi = 12, r_{O_{21}}^\pi = 6, r_{O_{22}}^\pi = 9, r_{O_{23}}^\pi = 14, r_{O_{31}}^\pi = 10, r_{O_{32}}^\pi = 12, r_{O_{33}}^\pi = 13$$

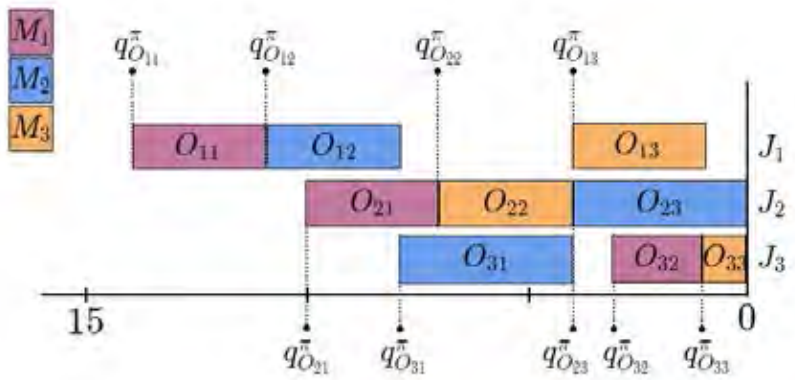
และ

$$q^{\pi}_{O_{11}} = 14, q^{\pi}_{O_{12}} = 11, q^{\pi}_{O_{13}} = 4, q^{\pi}_{O_{21}} = 10, q^{\pi}_{O_{22}} = 7, q^{\pi}_{O_{23}} = 4, q^{\pi}_{O_{31}} = 8, q^{\pi}_{O_{32}} = 3, q^{\pi}_{O_{33}} = 1$$

ซึ่งสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 7.2 และ 7.3 ตามลำดับ จะเห็นว่า ค่า r^{π}_{a} คือเวลาเสร็จงานที่เร็วที่สุดที่เป็นไปได้ของโอเปอเรชัน a เมื่อมีการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π โดยทำการจัดตารางเริ่มจากโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตก่อนไปหลัง (ซ้ายไปขวา) และ ค่า q^{π}_{a} คือเวลาเสร็จงานที่เร็วที่สุดที่เป็นไปได้ของโอเปอเรชัน a เมื่อมีการจัดลำดับการผลิตในเครื่องจักรแบบ π โดยทำการจัดตารางเริ่มจากโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตสุดท้าย (ขวาไปซ้าย)



รูปที่ 7.2**:** แผนภูมิแกนต์แสดงค่า r^{π}_{a} ของกราฟ $G(\pi)$

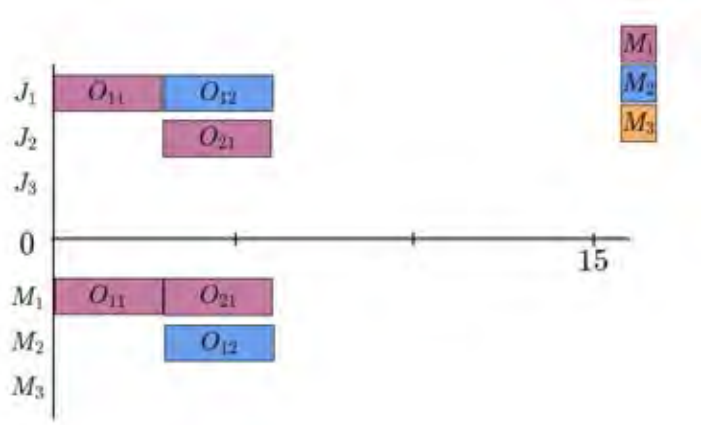


รูปที่ 7.3**:** แผนภูมิแกนต์แสดงค่า q^{π}_{a} ของกราฟ $G(\pi)$

ให้ลำดับโทโพโลยีของ $G(\pi)$ คือ

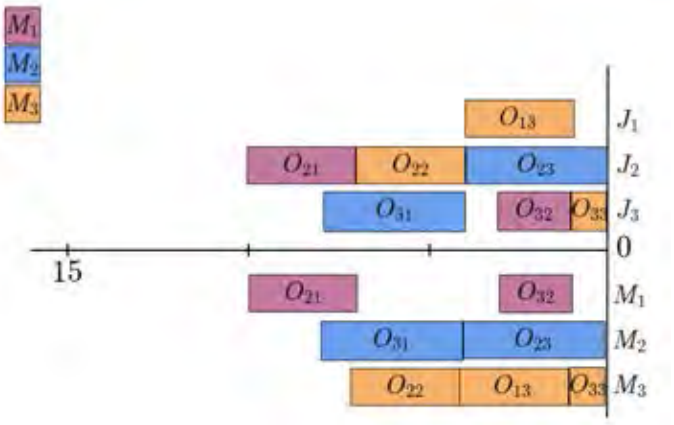
$$\mathbf{F}_\pi = (\hat{0}, O_{11}, O_{12}, O_{21}, O_{22}, O_{31}, O_{32}, O_{23}, O_{13}, O_{33}, \hat{*})$$

ในที่นี้จะยกตัวอย่างเมื่อ $I = 3$ นั่นคือ การคำนวณลิสต์ $H_3^\pi = (h_{J_1}^\pi(3), h_{J_2}^\pi(3), h_{J_3}^\pi(3), h_{M_1}^\pi(3),\ h_{M_2}^\pi(3), h_{M_3}^\pi(3)) = (6, 6, 0, 6, 6, 0)$ จะถูกพิจารณาจากค่า r_a^π ของโอเปอเรชันที่มีตำแหน่งบนลำดับโทโพโลยี $\mathbf{F}_\pi$ ไม่เกินตำแหน่งที่ 3 ได้แก่ O_{11}, O_{12} และ O_{21} ดังรูปที่ 7.4



รูปที่ 7.4**:** การแจกแจงเวลาการทำงานของโอเปอเรชันบนลิสต์ $\mathbf{F}_\pi$ ที่มีตำแหน่งไม่เกิน 3

ในทำนองเดียวกัน การคำนวณลิสต์ $T_3^\pi = (t_{J_1}^\pi(3), t_{J_2}^\pi(3), t_{J_3}^\pi(3), t_{M_1}^\pi(3),\ t_{M_2}^\pi(3), t_{M_3}^\pi(3)) = (4, 10, 8, 10, 8, 7)$ จะถูกพิจารณาจากค่า q_a^π ของโอเปอเรชันที่มีตำแหน่งบนลำดับโทโพโลยี $\mathbf{F}_\pi$ ไม่ต่ำกว่าตำแหน่งที่ 3 ได้แก่ O_{21}, O_{22}, O_{31}, O_{32}, O_{23}, O_{13} และ O_{33} ดังรูปที่ 7.5



รูปที่ 7.5**:** การแจกแจงเวลาการทำงานของโอเปอเรชันบนลิสต์ $\mathbf{F}_\pi$ ที่มีตำแหน่งไม่ต่ำกว่า 3

□

สัญลักษณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้จะถูกใช้ในบทตั้งและทฤษฎีบทต่างๆ ที่จะกล่าวต่อไป

$J(a)$ แทนงานของโอเปอเรชัน a

$\mu(a)$ แทนเครื่องจักรที่ใช้ทำงานโอเปอเรชัน a

$J\ddot{(a)}$ แทนเซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในงาน $J(a)$

$\mu\ddot{(a)}$ แทนเซตของโอเปอเรชันทั้งหมดในเครื่องจักร $\mu(a)$

ตัวอย่าง 7. *ลิสต์* H_I^π *เมื่อ* $I = 0, 1, \ldots, 9$ *แสดงได้ดังตารางที่* 7.1

ตารางที่ 7.1**:** ลิสต์ H_I^π

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$J(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	H_I^π
0	$\hat{0}$	0	-	-	$(0,0,0,0,0,0)$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(3,0,0,3,0,0)$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(6,0,0,3,6,0)$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(6,6,0,6,6,0)$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(6,9,0,6,6,9)$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(6,9,10,6,10,9)$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(6,9,12,12,10,9)$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(6,14,12,12,14,9)$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(12,14,12,12,14,12)$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(12,14,13,12,14,13)$

□

ข้อสังเกตที่ 1: ความสัมพันธ์ของค่า $h^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $h^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ เมื่อ $I \in \{1, \ldots, o\}$ จากตารางที่ 7.1 และค่า r^π_a จากตัวอย่างที่ 6 จะได้ว่า $h^\pi_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I) = h^\pi_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I) = r^\pi_{\mathbf{F}_\pi(I)}$ ดังที่แสดงในตารางที่ 7.2

ตารางที่ 7.2**:** ความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$, $h^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $r^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}$

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$J(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	H^{π}_{I}	ความสัมพันธ์
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(3,0,0,3,0,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{11})}(1) = h^{\pi}_{\mu(O_{11})}(1) = 3 = r^{\pi}_{O_{11}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(6,0,0,3,6,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{12})}(2) = h^{\pi}_{\mu(O_{12})}(2) = 6 = r^{\pi}_{O_{12}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(6,6,0,6,6,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{21})}(3) = h^{\pi}_{\mu(O_{21})}(3) = 6 = r^{\pi}_{O_{21}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(6,9,0,6,6,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{22})}(4) = h^{\pi}_{\mu(O_{22})}(4) = 9 = r^{\pi}_{O_{22}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(6,9,10,6,10,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{31})}(5) = h^{\pi}_{\mu(O_{31})}(5) = 10 = r^{\pi}_{O_{31}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(6,9,12,12,10,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{32})}(6) = h^{\pi}_{\mu(O_{32})}(6) = 12 = r^{\pi}_{O_{32}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(6,14,12,12,14,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{23})}(7) = h^{\pi}_{\mu(O_{23})}(7) = 14 = r^{\pi}_{O_{23}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(12,14,12,12,14,12)$	$h^{\pi}_{J(O_{13})}(8) = h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(8) = 12 = r^{\pi}_{O_{13}}$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(12,14,13,12,14,13)$	$h^{\pi}_{J(O_{33})}(9) = h^{\pi}_{\mu(O_{33})}(9) = 13 = r^{\pi}_{O_{33}}$

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในบทตั้ง 7.4

บทตั้ง 7.4. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0), \ldots, \mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของ* $G(\pi)$ *และให้* $I \in \{1, \ldots, o\}$ *ถ้า* a *แทนโอเปอเรชัน* $\mathbf{F}_\pi(I)$ *แล้ว*

$$h^{\pi}_{J(a)}(I) = h^{\pi}_{\mu(a)}(I) = r^{\pi}_{a}$$

พิสูจน์. กำหนดให้ $I \in \{1, \ldots, o\}$ และให้ a แทนโอเปอเรชัน $\mathbf{F}_\pi(I)$ ดังนั้น $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จากนิยาม 7.2 จะได้ว่า

$$h^{\pi}_{J(a)}(I) = |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_1))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_1))$$

และ

$$h^{\pi}_{\mu(a)}(I) = |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_2))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_2))$$

โดยที่

$e_1 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{J(a)} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I\}$

$e_2 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{\mu(a)} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I\}$

นั่นคือ $e_1 = \mathbf{f}_\pi(a) = e_2$

ดังนั้น $h^{\pi}_{J(a)}(I) = h^{\pi}_{\mu(a)}(I) = |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(a)))| + p(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(a))) = |P^{\pi}(\hat{0}, a)| + p(a) = r^{\pi}_{a}$ □

ข้อสังเกตที่ 2: ความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{J(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1)$ และ $h^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1)$ เมื่อ $I \in \{1,\ldots,o\}$ จากตารางที่ 7.1 และค่า r^{π}_{a} จากตัวอย่างที่ 6 จะได้ว่า $h^{\pi}_{J(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1) = r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}}$ และ $h^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1) = r^{\pi}_{PM^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}}$ แสดงได้ตามตารางที่ 7.3 และ 7.4 ตามลำดับ

ตารางที่ 7.3**:** ความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{J(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1)$ และ $r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}}$

I	$\mathbf{F}_{\pi}(I)$	$p(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$J(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	H^{π}_{I}	$PJ^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}$	ความสัมพันธ์
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(3,0,0,3,0,0)$	-	$h^{\pi}_{J(O_{11})}(0)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{11}}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(6,0,0,3,6,0)$	O_{11}	$h^{\pi}_{J(O_{12})}(1)=3=r^{\pi}_{O_{11}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{12}}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(6,6,0,6,6,0)$	-	$h^{\pi}_{J(O_{21})}(2)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{21}}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(6,9,0,6,6,9)$	O_{21}	$h^{\pi}_{J(O_{22})}(3)=6=r^{\pi}_{O_{21}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{22}}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(6,9,10,6,10,9)$	-	$h^{\pi}_{J(O_{31})}(4)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{31}}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(6,9,12,12,10,9)$	O_{31}	$h^{\pi}_{J(O_{32})}(5)=10=r^{\pi}_{O_{31}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{32}}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(6,14,12,12,14,9)$	O_{22}	$h^{\pi}_{J(O_{23})}(6)=9=r^{\pi}_{O_{22}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{23}}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(12,14,12,12,14,12)$	O_{12}	$h^{\pi}_{J(O_{13})}(7)=6=r^{\pi}_{O_{12}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{13}}}$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(12,14,13,12,14,13)$	O_{32}	$h^{\pi}_{J(O_{33})}(8)=12=r^{\pi}_{O_{32}}=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{O_{33}}}$

ตารางที่ 7.4**:** ความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I-1)$ และ $r^{\pi}_{PM^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}}$

I	$\mathbf{F}_{\pi}(I)$	$p(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$J(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	H^{π}_{I}	$PM^{\pi}_{\mathbf{F}_{\pi}(I)}$	ความสัมพันธ์
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(3,0,0,3,0,0)$	-	$h^{\pi}_{\mu(O_{11})}(0)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{11}}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(6,0,0,3,6,0)$	-	$h^{\pi}_{\mu(O_{12})}(1)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{12}}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(6,6,0,6,6,0)$	O_{11}	$h^{\pi}_{\mu(O_{21})}(2)=3=r^{\pi}_{O_{11}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{21}}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(6,9,0,6,6,9)$	-	$h^{\pi}_{\mu(O_{22})}(3)=0=r^{\pi}_{\hat{0}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{22}}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(6,9,10,6,10,9)$	O_{12}	$h^{\pi}_{\mu(O_{31})}(4)=6=r^{\pi}_{O_{12}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{31}}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(6,9,12,12,10,9)$	O_{21}	$h^{\pi}_{\mu(O_{32})}(5)=6=r^{\pi}_{O_{21}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{32}}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(6,14,12,12,14,9)$	O_{31}	$h^{\pi}_{\mu(O_{23})}(6)=10=r^{\pi}_{O_{31}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{23}}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(12,14,12,12,14,12)$	O_{22}	$h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(7)=9=r^{\pi}_{O_{22}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{13}}}$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(12,14,13,12,14,13)$	O_{13}	$h^{\pi}_{\mu(O_{33})}(8)=12=r^{\pi}_{O_{13}}=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{O_{33}}}$

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในบทตั้ง 7.5

บทตั้ง 7.5. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_{\pi}=(\mathbf{F}_{\pi}(0),\ldots,\mathbf{F}_{\pi}(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของ* $G(\pi)$ *และให้* $I\in\{1,\ldots,o\}$ *ถ้า* a *แทนโอเปอเรชัน* $\mathbf{F}_{\pi}(I)$ *แล้วจะได้ว่า*

1) $h^{\pi}_{J(a)}(I-1)=r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{a}}$

2) $h^{\pi}_{J\mu(a)}(I-1)=r^{\pi}_{PM^{\pi}_{a}}$

พิสูจน์. กำหนดให้ $I\in\{1,\ldots,o\}$ และให้ a แทนโอเปอเรชัน $\mathbf{F}_{\pi}(I)$ ดังนั้น $I=\mathbf{f}_{\pi}(a)$ สมมติให้ $J(a)=J_i$ $\exists i\in\{1,\ldots,n\}$ โดยที่ $J\ddot{(}a)=\ddot{J}_i=\{O_{i1},\ldots,O_{in_i}\}$ เมื่อ n_i แทน

จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในงาน J_i จะได้ว่า $a = O_{ij}\ \exists j \in \{1, \ldots, n_i\}$

ดังนั้น a จะถูกแบ่งออกเป็น 2 กรณี

i) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i เป็นลำดับแรก

ii) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i ที่ไม่เป็นลำดับแรก

พิจารณาแต่ละกรณีดังนี้

i) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i เป็นลำดับแรก กล่าวคือ $a = O_{i1}$

เนื่องจาก $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จากนิยาม 7.2 จะได้ว่า

$$h^\pi_{J(a)}(I-1) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_3))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_3))$$

โดยที่

$e_3 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{J(a)} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I-1\}$

จะได้ว่า $0 = \mathbf{f}_\pi(\hat{0}) \leq I-1 < I < \mathbf{f}_\pi(O_{i2}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{in_i})$ นั่นคือ

$e_3 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\hat{0})\} = \mathbf{f}_\pi(\hat{0})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} h^\pi_{J(a)}(I-1) &= |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\hat{0})))| + p(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\hat{0}))) \\ &= |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(0))| + p(\mathbf{F}_\pi(0)) \\ &= 0 \\ &= r^\pi_{\hat{0}} \\ &= r^\pi_{PJ^\pi_a} \end{aligned}$$

ii) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i ที่ไม่เป็นลำดับแรก

จะได้ว่า $a = O_{ij}\ \exists j \in \{2, \ldots, n_i\}$ แล้วจะมี $PJ^\pi_a = O_{i(j-1)}$

เนื่องจาก $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จะได้ว่า $0 = \mathbf{f}_\pi(\hat{0}) < \mathbf{f}_\pi(O_{i1}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{i(j-1)}) \leq I-1 < I < \mathbf{f}_\pi(O_{i(j+1)}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{in_i})$ แล้ว $e_3 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\hat{0}), \mathbf{f}_\pi(O_{i1}), \ldots, \mathbf{f}_\pi(O_{i(j-1)})\} = \mathbf{f}_\pi(O_{i(j-1)})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} h^{\pi}_{J(a)}(I-1) &= |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{i(j-1)})))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{i(j-1)}))) \\ &= |P^{\pi}(\hat{0}, O_{i(j-1)})| + p(O_{i(j-1)}) \\ &= r^{\pi}_{O_{i(j-1)}} \\ &= r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{a}} \end{aligned}$$

เราสามารถพิสูจน์ $h^{\pi}_{\mu(a)}(I-1) = r^{\pi}_{PM^{\pi}_{a}}$ ได้ในทำนองเดียวกัน □

<u>ข้อสังเกตที่ 3</u> : ความสัมพันธ์ของลิสต์ $h^{\pi}_{W}(I)$ และ $h^{\pi}_{W}(I-1)$ เมื่อ $W \in J \cup M$ และ $I \in \{1, \ldots, o\}$ จากตารางที่ 7.1 และค่า r^{π}_{a} จากตัวอย่างที่ 6 จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{W}(I)$ และ $h^{\pi}_{W}(I-1)$ ได้ตามตารางที่ 7.5

ตารางที่ 7.5**:** ความสัมพันธ์ของค่า $h^{\pi}_{W}(I)$ และ $h^{\pi}_{W}(I-1)$

I	$\mathbf{F}_{\pi}(I)$	$p(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$J(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	H^{π}_{I}	ความสัมพันธ์	
						$W = J(\mathbf{F}_{\pi}(I)) \vee W = \mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$W \neq J(\mathbf{F}_{\pi}(I)) \wedge W \neq \mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(3,0,0,3,0,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{11})}(1) = 3 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{11})}(0), h^{\pi}_{\mu(O_{11})}(0)\} + p(O_{11})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{11})}(1) = 3 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{11})}(0), h^{\pi}_{\mu(O_{11})}(0)\} + p(O_{11})$	$h^{\pi}_{W}(1) = h^{\pi}_{W}(0)$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(6,0,0,3,6,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{12})}(2) = 6 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{12})}(1), h^{\pi}_{\mu(O_{12})}(1)\} + p(O_{12})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{12})}(2) = 6 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{12})}(1), h^{\pi}_{\mu(O_{12})}(1)\} + p(O_{12})$	$h^{\pi}_{W}(2) = h^{\pi}_{W}(1)$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(6,6,0,6,6,0)$	$h^{\pi}_{J(O_{21})}(3) = 6 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{21})}(2), h^{\pi}_{\mu(O_{21})}(2)\} + p(O_{21})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{21})}(3) = 6 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{21})}(2), h^{\pi}_{\mu(O_{21})}(2)\} + p(O_{21})$	$h^{\pi}_{W}(3) = h^{\pi}_{W}(2)$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(6,9,0,6,6,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{22})}(4) = 9 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{22})}(3), h^{\pi}_{\mu(O_{22})}(3)\} + p(O_{22})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{22})}(4) = 9 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{22})}(3), h^{\pi}_{\mu(O_{22})}(3)\} + p(O_{22})$	$h^{\pi}_{W}(4) = h^{\pi}_{W}(3)$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(6,9,10,6,10,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{31})}(5) = 10 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{31})}(4), h^{\pi}_{\mu(O_{31})}(4)\} + p(O_{31})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{31})}(5) = 10 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{31})}(4), h^{\pi}_{\mu(O_{31})}(4)\} + p(O_{31})$	$h^{\pi}_{W}(5) = h^{\pi}_{W}(4)$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(6,9,12,12,10,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{32})}(6) = 12 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{32})}(5), h^{\pi}_{\mu(O_{32})}(5)\} + p(O_{32})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{32})}(6) = 12 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{32})}(5), h^{\pi}_{\mu(O_{32})}(5)\} + p(O_{32})$	$h^{\pi}_{W}(6) = h^{\pi}_{W}(5)$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(6,14,12,12,14,9)$	$h^{\pi}_{J(O_{23})}(7) = 14 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{23})}(6), h^{\pi}_{\mu(O_{23})}(6)\} + p(O_{23})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{23})}(7) = 14 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{23})}(6), h^{\pi}_{\mu(O_{23})}(6)\} + p(O_{23})$	$h^{\pi}_{W}(7) = h^{\pi}_{W}(6)$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(12,14,12,12,14,12)$	$h^{\pi}_{J(O_{13})}(8) = 12 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{13})}(7), h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(7)\} + p(O_{13})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(8) = 12 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{13})}(7), h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(7)\} + p(O_{13})$	$h^{\pi}_{W}(8) = h^{\pi}_{W}(7)$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(12,14,13,12,14,13)$	$h^{\pi}_{J(O_{33})}(9) = 13 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{33})}(8), h^{\pi}_{\mu(O_{33})}(8)\} + p(O_{33})$ $h^{\pi}_{\mu(O_{33})}(9) = 13 = \max\{h^{\pi}_{J(O_{33})}(8), h^{\pi}_{\mu(O_{33})}(8)\} + p(O_{33})$	$h^{\pi}_{W}(9) = h^{\pi}_{W}(8)$

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนการคำนวณ H_I^π ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในทฤษฎี 7.6

ทฤษฎีบท 7.6. *การคำนวณ* H_I^π

กำหนดให้ $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0), \ldots, \mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์* $G(\pi)$ *และให้* $I \in \{1, \ldots, o\}$ *แล้ว*

$$H_I^\pi = (h_{J_1}^\pi(I), \ldots, h_{J_n}^\pi(I), h_{M_1}^\pi(I), \ldots, h_{M_m}^\pi(I))$$

คำนวณได้จากสมการ

$$h_W^\pi(I) = \begin{cases} \max\{h_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I-1), h_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I-1)\} + p(x), & \text{ถ้า } W = J(\mathbf{F}_\pi(I)) \vee W = \mu(\mathbf{F}_\pi(I)), \\ h_W^\pi(I-1), & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $W \in J \cup M$

พิสูจน์. กำหนดให้ $\mathbf{F}_\pi$ เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ และให้ $I \in \{1, \ldots, o\}$ และ $W \in J \cup M$

กรณีที่ 1 : $W = J(\mathbf{F}_\pi(I)) \vee W = \mu(\mathbf{F}_\pi(I))$

จากสมการ (6.6) บทตั้งที่ 7.4 และ 7.5 จะได้ว่า $h_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I) = h_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I) = r_{\mathbf{F}_\pi(I)}^\pi = \max\{r_{PJ_{\mathbf{F}_\pi(I)}^\pi}^\pi, r_{PM_{\mathbf{F}_\pi(I)}^\pi}^\pi\} + p(x) = \max\{h_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I-1), h_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}^\pi(I-1)\} + p(x)$

กรณีที่ 2 : $W \neq J(\mathbf{F}_\pi(I)) \wedge W \neq \mu(\mathbf{F}_\pi(I))$

จากนิยาม 7.2 จะได้ว่า

$$h_W^\pi(I) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_4))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_4))$$

และ

$$h_W^\pi(I-1) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_5))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_5))$$

โดยที่

$e_4 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I\}$

$e_5 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I-1\}$

เนื่องจาก $\mathbf{F}_\pi(I) \notin \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}$ และ $I = \mathbf{f}_\pi(\mathbf{F}_\pi(I))$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} e_4 &= \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I\} \\ &= \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) < I\} \\ &\quad + \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) = I\} \\ &= \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq I-1\} \\ &= e_5 \end{aligned}$$

ดังนั้น $h^\pi_W(I) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_4))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_4)) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_5))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_5)) = h^\pi_W(I-1)$ □

ตัวอย่าง 8. *ลิสต์ T^π_I เมื่อ $I = 10, 9, \ldots, 1$ แสดงได้ดังตารางที่* 7.6

ตารางที่ 7.6**:** ลิสต์ T^π_I

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$J(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	T^π_I
10	$\hat{*}$	0	-	-	$(0,0,0,0,0,0)$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(0,0,1,0,0,1)$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(4,0,1,0,0,4)$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(4,4,1,0,4,4)$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(4,4,3,3,4,4)$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(4,4,8,3,8,4)$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(4,7,8,3,8,7)$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(4,10,8,10,8,7)$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(11,10,8,10,11,7)$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(14,10,8,14,11,7)$

□

ข้อสังเกตที่ 4: ความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ เมื่อ $I \in \{o,\ldots,1\}$ จากตารางที่ 7.6 และค่า q^{π}_{a} จากตัวอย่างที่ 6 จะได้ว่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I) = t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I) = q^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}$ ดังที่แสดงในตารางที่ 7.7

ตารางที่ 7.7**:** ความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$, $t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I)$ และ $q^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}$

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$J(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	T^{π}_{I}	ความสัมพันธ์
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(0,0,1,0,0,1)$	$t^{\pi}_{J(O_{33})}(9) = t^{\pi}_{\mu(O_{33})}(9) = 1 = q^{\pi}_{O_{33}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(4,0,1,0,0,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{13})}(8) = h^{\pi}_{\mu(O_{13})}(8) = 4 = q^{\pi}_{O_{13}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(4,4,1,0,4,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{23})}(7) = t^{\pi}_{\mu(O_{23})}(7) = 4 = qr^{\pi}_{O_{23}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(4,4,3,3,4,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{32})}(6) = t^{\pi}_{\mu(O_{32})}(6) = 3 = q^{\pi}_{O_{32}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(4,4,8,3,8,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{31})}(5) = t^{\pi}_{\mu(O_{31})}(5) = 8 = q^{\pi}_{O_{31}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(4,7,8,3,8,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{22})}(4) = t^{\pi}_{\mu(O_{22})}(4) = 7 = q^{\pi}_{O_{22}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(4,10,8,10,8,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{21})}(3) = t^{\pi}_{\mu(O_{21})}(3) = 10 = q^{\pi}_{O_{21}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(11,10,8,10,11,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{12})}(2) = t^{\pi}_{\mu(O_{12})}(2) = 11 = q^{\pi}_{O_{12}}$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(14,10,8,14,11,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{11})}(1) = t^{\pi}_{\mu(O_{11})}(1) = 14 = q^{\pi}_{O_{11}}$

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในบทตั้ง 7.7

บทตั้ง 7.7. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0),\ldots,\mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของ* $G(\pi)$ *และให้* $I \in \{1,\ldots,o\}$ *ถ้า* a *แทนโอเปอเรชัน* $\mathbf{F}_\pi(I)$ *แล้ว*

$$t^{\pi}_{J(a)}(I) = t^{\pi}_{\mu(a)}(I) = q^{\pi}_{a}$$

พิสูจน์. กำหนดให้ $I \in \{o,\ldots,1\}$ และให้ a แทนโอเปอเรชัน $\mathbf{F}_\pi(I)$ ดังนั้น $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จากนิยาม 7.3 จะได้ว่า

$$t^{\pi}_{J(a)}(I) = |P^{\pi}(\mathbf{F}_\pi(e_1),\hat{*})|$$

และ

$$t^{\pi}_{\mu(a)}(I) = |P^{\pi}(\mathbf{F}_\pi(e_2),\hat{*})|$$

โดยที่

$e_1 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{J(a)} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq I\}$

$e_2 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{\mu(a)} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq I\}$

นั่นคือ $e_1 = \mathbf{f}_\pi(a) = e_2$

ดังนั้น $t^{\pi}_{J(a)}(I) = t^{\pi}_{\mu(a)}(I) = |P^{\pi}(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(a)),\hat{*})| = |P^{\pi}(a,\hat{*})| = q^{\pi}_{a}$ □

ข้อสังเกตที่ 5: ความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ และ $t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ เมื่อ $I \in \{o,\ldots,1\}$ จากตารางที่ 7.6 และค่า q^{π}_{a} จากตัวอย่างที่ 6 จะได้ว่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1) = q^{\pi}_{PJ^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ และ $t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1) = q^{\pi}_{PM^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$ แสดงได้ตามตาราง ที่ 7.8 และ 7.9 ตามลำดับ

ตารางที่ 7.8**:** ความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ และ $q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$J(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	T^{π}_{I}	$SJ^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}$	ความสัมพันธ์
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(0,0,1,0,0,1)$	-	$t^{\pi}_{J(O_{33})}(10)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{33}}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(4,0,1,0,0,4)$	-	$t^{\pi}_{J(O_{13})}(9)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{13}}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(4,4,1,0,4,4)$	-	$t^{\pi}_{J(O_{23})}(8)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{23}}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(4,4,3,3,4,4)$	O_{33}	$t^{\pi}_{J(O_{32})}(7)=1=q^{\pi}_{O_{33}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{32}}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(4,4,8,3,8,4)$	O_{32}	$t^{\pi}_{J(O_{31})}(6)=3=q^{\pi}_{O_{32}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{31}}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(4,7,8,3,8,7)$	O_{23}	$t^{\pi}_{J(O_{22})}(5)=4=q^{\pi}_{O_{23}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{22}}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(4,10,8,10,8,7)$	O_{22}	$t^{\pi}_{J(O_{21})}(4)=7=q^{\pi}_{O_{22}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{21}}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(11,10,8,10,11,7)$	O_{13}	$t^{\pi}_{J(O_{12})}(3)=4=q^{\pi}_{O_{13}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{12}}}$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(14,10,8,14,11,7)$	O_{12}	$t^{\pi}_{J(O_{11})}(2)=11=q^{\pi}_{O_{12}}=q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{O_{11}}}$

ตารางที่ 7.9**:** ความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_\pi(I))}(I+1)$ และ $q^{\pi}_{SM^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}}$

I	$\mathbf{F}_\pi(I)$	$p(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	$\mu(\mathbf{F}_\pi(I))$	T^{π}_{I}	$SM^{\pi}_{\mathbf{F}_\pi(I)}$	ความสัมพันธ์
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(0,0,1,0,0,1)$	-	$t^{\pi}_{\mu(O_{33})}(10)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{33}}}$
8	O_{13}	3	J_1	M_3	$(4,0,1,0,0,4)$	O_{33}	$t^{\pi}_{\mu(O_{13})}(7)=1=q^{\pi}_{O_{33}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{13}}}$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(4,4,1,0,4,4)$	-	$t^{\pi}_{\mu(O_{23})}(8)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{23}}}$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(4,4,3,3,4,4)$	-	$t^{\pi}_{\mu(O_{32})}(8)=0=q^{\pi}_{*}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{32}}}$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(4,4,8,3,8,4)$	O_{23}	$t^{\pi}_{\mu(O_{31})}(6)=4=q^{\pi}_{O_{23}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{31}}}$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(4,7,8,3,8,7)$	O_{13}	$t^{\pi}_{\mu(O_{22})}(5)=4=q^{\pi}_{O_{13}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{22}}}$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(4,10,8,10,8,7)$	O_{32}	$t^{\pi}_{\mu(O_{21})}(4)=3=q^{\pi}_{O_{32}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{21}}}$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(11,10,8,10,11,7)$	O_{32}	$t^{\pi}_{\mu(O_{12})}(3)=8=q^{\pi}_{O_{32}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{12}}}$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(14,10,8,14,11,7)$	O_{21}	$t^{\pi}_{\mu(O_{11})}(2)=10=q^{\pi}_{O_{21}}=q^{\pi}_{SM^{\pi}_{O_{11}}}$

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในบทตั้ง 7.8

บทตั้ง 7.8. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0),\ldots,\mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของ* $G(\pi)$ *และให้* $I \in \{o,\ldots,1\}$ *ถ้า* a *แทนโอเปอเรชัน* $\mathbf{F}_\pi(I)$ *แล้วจะได้ว่า*

1) $t^{\pi}_{J(a)}(I+1) = q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{a}}$

2) $t^{\pi}_{J\mu(a)}(I+1) = q^{\pi}_{SM^{\pi}_{a}}$

พิสูจน์. กำหนดให้ $I \in \{o,\ldots,1\}$ และให้ a แทนโอเปอเรชัน $\mathbf{F}_\pi(I)$ ดังนั้น $I = \mathbf{f}_\pi(a)$ สมมติให้ $J(a) = J_i$ $\exists i \in \{1,\ldots,n\}$ โดยที่ $J\ddot{(a)} = \ddot{J}_i = \{O_{i1},\ldots,O_{in_i}\}$ เมื่อ n_i แทน

จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในงาน J_i จะได้ว่า $a = O_{ij}\ \exists j \in \{1, \ldots, n_i\}$
ดังนั้น a จะถูกแบ่งออกเป็น 2 กรณี

i) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i เป็นลำดับสุดท้าย

ii) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i ที่ไม่เป็นลำดับสุดท้าย

พิจารณาแต่ละกรณีดังนี้

i) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i เป็นลำดับสุดท้าย กล่าวคือ $a = O_{in_i}$

เนื่องจาก $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จากนิยาม 7.3 จะได้ว่า

$$t^\pi_{J(a)}(I+1) = |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(e_3), \hat{*})|$$

โดยที่

$e_3 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in J\ddot{(}a) \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq I+1\}$

จะได้ว่า $\mathbf{f}_\pi(O_{i1}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{i(n_i-1)}) < I < I-1 \leq \mathbf{f}_\pi(\hat{*}) = o+1$ นั่นคือ

$e_3 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\hat{*})\} = \mathbf{f}_\pi(\hat{*})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t^\pi_{J(a)}(I+1) &= |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\hat{*})), \hat{*})| \\ &= |P^\pi(\hat{*}, \hat{*})| \\ &= 0 \\ &= q^\pi_{\hat{*}} \\ &= q^\pi_{SJ^\pi_a} \end{aligned}$$

ii) กรณี a เป็นโอเปอเรชันที่มีลำดับการผลิตในงาน J_i ที่ไม่เป็นลำดับสุดท้าย

จะได้ว่า $a = O_{ij}\ \exists j \in \{1, \ldots, n_i - 1\}$ แล้วจะมี $SJ^\pi_a = O_{i(j+1)}$

เนื่องจาก $I = \mathbf{f}_\pi(a)$

จะได้ว่า $0 = \mathbf{f}_\pi(\hat{0}) < \mathbf{f}_\pi(O_{i1}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{i(j-1)}) < I < I+1 \leq \mathbf{f}_\pi(O_{i(j+1)}) <$
$\ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{in_i})$ แล้ว $e_3 = \min\{\mathbf{f}_\pi(O_{i(j+1)}), \ldots, \mathbf{f}_\pi(O_{in_i}), \mathbf{f}_\pi(\hat{*})\} = \mathbf{f}_\pi(O_{i(j+1)})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t^{\pi}_{J(a)}(I+1) &= |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{i(j+1)})), \hat{*})| \\ &= |P^{\pi}(\ O_{i(j+1)}, \hat{*})| \\ &= q^{\pi}_{O_{i(j+1)}} \\ &= q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{a}} \end{aligned}$$

เราสามารถพิสูจน์ $t^{\pi}_{\mu(a)}(I+1) = q^{\pi}_{SM^{\pi}_{a}}$ ได้ในทำนองเดียวกัน □

ข้อสังเกตที่ 6 : ความสัมพันธ์ของลิสต์ $t^{\pi}_{W}(I)$ และ $t^{\pi}_{W}(I+1)$ เมื่อ $W \in J \cup M$ และ $I \in \{o, \ldots, 1\}$ จากตารางที่ 7.6 และค่า q^{π}_{a} จากตัวอย่างที่ 6 จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{W}(I)$ และ $t^{\pi}_{W}(I+1)$ ได้ตามตารางที่ 7.10

ข้อสังเกตนี้สามารถเขียนการคำนวณ T^{π}_{I} ในรูปทั่วไปและทำการพิสูจน์ไว้ในทฤษฎี 7.9

ทฤษฎีบท 7.9. *การคำนวณ T^{π}_{I}*

กำหนดให้ $\mathbf{F}_{\pi} = (\mathbf{F}_{\pi}(0), \ldots, \mathbf{F}_{\pi}(o+1))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ $G(\pi)$ และให้ $I \in \{o, \ldots, 1\}$ แล้ว

$$T^{\pi}_{I} = (t^{\pi}_{J_1}(I), \ldots, t^{\pi}_{J_n}(I), t^{\pi}_{M_1}(I), \ldots, t^{\pi}_{M_m}(I))$$

คำนวณได้จากสมการ

$$t^{\pi}_{W}(I) = \begin{cases} \max\{t^{\pi}_{J(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I+1), t^{\pi}_{\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))}(I+1)\} + p(x), & \text{ถ้า } W = J(\mathbf{F}_{\pi}(I)) \vee W = \mu(\mathbf{F}_{\pi}(I)), \\ t^{\pi}_{W}(I+1), & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $W \in J \cup M$

พิสูจน์. พิสูจน์ได้ในทำนองเดียวกับทฤษฎีบท 7.9 □

ตารางที่ 7.10**:** ความสัมพันธ์ของค่าความสัมพันธ์ของค่า $t^{\pi}_{W}(I)$ และ $t^{\pi}_{W}(I+1)$

I	$\mathbf{F}_{\pi}(I)$	$p(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$J(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$\mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	T^{π}_{I}	ความสัมพันธ์	
						$W = J(\mathbf{F}_{\pi}(I)) \vee W = \mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$	$W \neq J(\mathbf{F}_{\pi}(I)) \wedge W \neq \mu(\mathbf{F}_{\pi}(I))$
9	O_{33}	1	J_3	M_3	$(0,0,1,0,0,1)$	$t^{\pi}_{J(O_{33})}(9) = 1 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{33})}(10), t^{\pi}_{\mu(O_{33})}(10)\} + p(O_{33})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{33})}(9) = 1 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{33})}(10), t^{\pi}_{\mu(O_{33})}(10)\} + p(O_{33})$	$t^{\pi}_{W}(9) = t^{\pi}_{W}(10)$
8	O_{13}	3	J_1	M_1	$(4,0,1,0,0,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{13})}(8) = 4 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{13})}(9), t^{\pi}_{\mu(O_{13})}(9)\} + p(O_{13})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{13})}(8) = 4 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{13})}(9), t^{\pi}_{\mu(O_{13})}(9)\} + p(O_{13})$	$t^{\pi}_{W}(8) = t^{\pi}_{W}(9)$
7	O_{23}	4	J_2	M_2	$(4,4,1,0,4,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{23})}(7) = 4 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{23})}(8), t^{\pi}_{\mu(O_{23})}(8)\} + p(O_{23})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{23})}(7) = 4 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{23})}(8), t^{\pi}_{\mu(O_{23})}(8)\} + p(O_{23})$	$t^{\pi}_{W}(7) = t^{\pi}_{W}(8)$
6	O_{32}	2	J_3	M_1	$(4,4,3,3,4,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{32})}(6) = 3 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{32})}(7), t^{\pi}_{\mu(O_{32})}(7)\} + p(O_{32})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{32})}(6) = 3 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{32})}(7), t^{\pi}_{\mu(O_{32})}(7)\} + p(O_{32})$	$t^{\pi}_{W}(6) = t^{\pi}_{W}(7)$
5	O_{31}	4	J_3	M_2	$(4,4,8,3,8,4)$	$t^{\pi}_{J(O_{31})}(5) = 8 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{31})}(6), t^{\pi}_{\mu(O_{31})}(6)\} + p(O_{31})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{31})}(5) = 8 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{31})}(6), t^{\pi}_{\mu(O_{31})}(6)\} + p(O_{31})$	$t^{\pi}_{W}(5) = t^{\pi}_{W}(6)$
4	O_{22}	3	J_2	M_3	$(4,7,8,3,8,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{22})}(4) = 7 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{22})}(5), t^{\pi}_{\mu(O_{22})}(5)\} + p(O_{22})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{22})}(4) = 7 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{22})}(5), t^{\pi}_{\mu(O_{22})}(5)\} + p(O_{22})$	$t^{\pi}_{W}(4) = t^{\pi}_{W}(5)$
3	O_{21}	3	J_2	M_1	$(4,10,8,10,8,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{21})}(3) = 10 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{21})}(4), t^{\pi}_{\mu(O_{21})}(4)\} + p(O_{21})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{21})}(3) = 10 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{21})}(4), t^{\pi}_{\mu(O_{21})}(4)\} + p(O_{21})$	$t^{\pi}_{W}(3) = t^{\pi}_{W}(4)$
2	O_{12}	3	J_1	M_2	$(11,10,8,10,11,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{12})}(2) = 11 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{12})}(3), t^{\pi}_{\mu(O_{12})}(3)\} + p(O_{12})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{12})}(2) = 11 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{12})}(3), t^{\pi}_{\mu(O_{12})}(3)\} + p(O_{12})$	$t^{\pi}_{W}(2) = t^{\pi}_{W}(3)$
1	O_{11}	3	J_1	M_1	$(14,10,8,14,11,7)$	$t^{\pi}_{J(O_{11})}(1) = 14 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{11})}(2), t^{\pi}_{\mu(O_{11})}(2)\} + p(O_{11})$ $t^{\pi}_{\mu(O_{11})}(1) = 14 = \max\{t^{\pi}_{J(O_{11})}(2), t^{\pi}_{\mu(O_{11})}(2)\} + p(O_{11})$	$t^{\pi}_{W}(1) = t^{\pi}_{W}(2)$

7.1 ค่า $D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$

เราสามารถแสดงได้ว่า $D[P_{\tau}(x \vee y)] = D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ ดังนี้

บทตั้ง 7.10. *สำหรับผลเฉลย $G(\tau)$ ใดๆ กำหนดให้ x และ y เป็นโอเปอเรชันบน c^{τ} โดยที่ $(y, x) \in E(\tau)$ และ $G(\tau)$ เป็นผลเฉลยใกล้เคียงที่สร้างจากการสลับตำแหน่ง x และ y นั้นๆ แล้วจะได้ว่า*

$$D[P_{\tau}(x \vee y)] = D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$$

พิสูจน์. เนื่องจาก

$P_{\tau}(x \vee y)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด

$P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง

$D[\Omega]$ เป็นความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต Ω

จะได้ว่า $P^{\star}_{\tau}(x \vee y) \subseteq P_{\tau}(x \vee y)$ ดังนั้น

$$P_{\tau}(x \vee y) = P^{\star}_{\tau}(x \vee y) \cup \sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$$

เมื่อ

$\sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ เป็นเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\tau)$ ที่มีโหนด x หรือ y ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด แต่จะไม่มีโหนด $\hat{0}$ หรือ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทางอย่างน้อย 1 โหนด

กำหนดให้เส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in \sim P_{\pi}(\overline{x} \wedge y)$ จะได้ว่า โหนด $v_1 \neq \hat{0}$ หรือ $v_k \neq \hat{*}$ ซึ่งแบ่งการพิจารณาออกเป็น 3 กรณี

กรณีที่ 1 : $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in \sim P_{\pi}(x \vee y)$ เมื่อ $v_1 \neq \hat{0}$ และ $v_k = \hat{*}$

กรณีที่ 2 : $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in \sim P_{\pi}(x \vee y)$ เมื่อ $v_1 = \hat{0}$ และ $v_k \neq \hat{*}$

กรณีที่ 3 : $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in \sim P_{\pi}(x \vee y)$ เมื่อ $v_1 \neq \hat{0}$ และ $v_k \neq \hat{*}$

กำหนดให้

$P_1 \subseteq\sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_1$ มีลักษณะดังกรณีที่ 1

$P_2 \subseteq\sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_2$ มีลักษณะดังกรณีที่ 2

$P_3 \subseteq\sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$ โดยแต่ละเส้นทาง $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_3$ มีลักษณะดังกรณีที่ 3

กรณีที่ 1 : เนื่องจาก $P\{v_1, \ldots, v_k\} \in\sim P_{\pi}(x \vee y)$ เมื่อ $v_1 \neq \hat{0}$ จะได้ว่า จะมีบางเส้นทาง $P\{\hat{0}, u_1, \ldots, u_j, v_1, \ldots, v_k, \} \in P^{\star}_{\tau}(x \vee y)$

ดังนั้น

$$D[P_1] \leq D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$$

สำหรับกรณีที่ 2 และ 3 สามารถพิสูจน์ได้ในทำนองเดียวกันกับกรณีที่ 1 ซึ่งจะได้ว่า

$$D[P_2] \leq D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$$

และ

$$D[P_3] \leq D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$$

ตามลำดับ

ดังนั้น จากกรณีที่ 1, 2 และ 3 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sim P^{\star}_{\tau}(x \vee y) &= \max\{D[P_1], D[P_2], D[P_3]\} \\ &\leq D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)] \end{aligned}$$

□

จากสมการ (6.4) $LB^T = D[P_{\tau}(x \vee y)]$ โดยที่

$$D[P_{\tau}(x \vee y)] = \max\{\triangle + q^{\pi}_{SJ^{\pi}_y}, \max\{\triangle, r^{\pi}_{PJ^{\pi}_x}\} + p(x) + \max\{q^{\pi}_{SJ^{\pi}_x}, q^{\pi}_{SM^{\pi}_y}\}\}$$

เมื่อ $\triangle = \max\{r^{\pi}_{PJ^{\pi}_y}, r^{\pi}_{PM^{\pi}_x}\} + p(y)$

จากบทตั้ง 7.4, 7.5, 7.7, 7.8 และ 7.10 จะสามารถสรุปสูตรการหา $D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ และเพื่อให้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Taillard [16] รวมทั้ง Nowicki และ Smutnicki [11] ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้สัญลักษณ์ LB^{NS} แทน $D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ ดังนี้

$$
\begin{aligned}
LB^{NS} &= D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)] \\
&= \max\{\triangle + q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{y}}, \max\{\triangle, r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{x}}\} + p(x) + \max\{q^{\pi}_{SJ^{\pi}_{x}}, q^{\pi}_{SM^{\pi}_{y}}\}\} \\
&= \max\{\triangledown + t^{\pi}_{J(y)}(I+1), \max\{\triangledown, h^{\pi}_{J(x)}(I-1)\} + p(x) + \max\{t^{\pi}_{J(x)}(I+1), t^{\pi}_{\mu(y)}(I+1)\}\}
\end{aligned}
$$

เมื่อ $\triangle = \max\{r^{\pi}_{PJ^{\pi}_{y}}, r^{\pi}_{PM^{\pi}_{x}}\} + p(y)$

$\triangledown = \max\{h^{\pi}_{J(y)}(I-1), h^{\pi}_{\mu(x)}(I-1)\} + p(y)$

นอกจากนี้ จะได้ว่า LB^{NS} มีความซับซ้อนของเวลา (Time complexity) เท่ากับ $O(1)$ และจากสมการ (6.5) ถ้า $D[P_{\tau}(x \vee y)] \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $D[P_{\tau}(x \vee y)] \geq D[P_{\pi}(\overline{x})]$ เนื่องจาก $LB^{NS} = D[P_{\tau}(x \vee y)]$ ดังนั้น ถ้า $LB^{NS} \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $Cmax(\tau) = LB^{NS}$

7.2 ค่า $D[P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]$

นิยาม 7.11. กำหนดให้ $\mathbf{F}_{\pi} = (\mathbf{F}_{\pi}(0), \ldots, \mathbf{F}_{\pi}(o+1))$ เป็นลำดับโทโพโลยีของกราฟ $G(\pi)$ ที่มี x เป็นโอเปอเรชันใดๆ บน $G(\pi)$ ให้ $k \in \{1, \ldots, m\}$ ที่ $x \notin \ddot{M}_k = \{\theta^k_1, \ldots, \theta^k_{m_k}\}$ เมื่อ m_k คือ จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในเครื่องจักร M_k ที่มีลำดับการผลิตเป็น $\pi_k = (\theta^k_1, \ldots, \theta^k_{m_k})$ และ θ^k_j $(j \in \{1, \ldots, m_k\})$ แทนโอเปอเรชันที่ถูกส่งเข้าทำงานในเครื่องจักร M_k เป็นลำดับที่ j แล้วจะได้ว่าตำแหน่งในลำดับโทโพโลยีของโอเปอเรชันใน M_k จะเรียงลำดับดังนี้

$$\mathbf{f}_{\pi}(\hat{0}) < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^k_1) < \ldots < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^k_{m_k}) < \mathbf{f}_{\pi}(\hat{*})$$

เซตของเครื่องจักร $M_k \setminus \{\mu(x)\}$ สามารถแบ่งเป็นเซตย่อยโดยใช้ตำแหน่งของโอเปอเรชัน x ในลำดับโทโพโลยี ดังนี้

$$M_k \setminus \{\mu(x)\} = M' \cup M'' \cup M'''$$

เมื่อ

$$M' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\hat{0}) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta_1^k), \ddot{M}_k = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$$

$$M'' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\theta_i^k) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta_{i+1}^k), \ddot{M}_k = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_i^k, \theta_{i+1}^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$$

$$M''' = \{M_k \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_\pi(\theta_{m_k}^k) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\hat{*}),, \ddot{M}_k = \{\theta_1^k, \ldots, \theta_{m_k}^k\}\}$$

□

บทตั้ง 7.12. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0), \ldots, \mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของกราฟ* $G(\pi)$ *ที่มี* x *เป็นโอเปอเรชันใดๆ บน* $G(\pi)$ *จะได้ว่า*

$$D[P_\pi^\star(\overline{x})] = \max\{h_\nu^\pi(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t_\nu^\pi(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in J \setminus J(x) \cup M''\}$$

และ

$$\max\{h_\nu^\pi(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t_\nu^\pi(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in M' \cup M'''\} \leq D[P_\pi(\overline{x})]$$

พิสูจน์. กำหนด x เป็นโอเปอเรชันใดๆ บน $G(\pi)$ และ $v = P\{v_1, \ldots, v_k\} \in P_\pi^\star(\overline{x})$ จะได้ว่า

- $x \neq v_i \ \forall i = 1, \ldots, k$
- $v_1 = \hat{0}$
- $v_k = \hat{*}$
- $\mathbf{f}_\pi(v_1) < \mathbf{f}_\pi(v_2) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(v_k)$

เนื่องจาก x เป็นโอเปอเรชันที่อยู่ในลิสต์ $\mathbf{F}_\pi$ ซึ่ง $0 < \mathbf{f}_\pi(x) < o+1$ จะได้ว่า $\exists l \in \{1, \ldots, k-1\}$ ที่ $\mathbf{f}_\pi(v_l) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(v_{l+1})$ โดย $(v_l, v_{l+1}) \in C \cup E(\pi)$

การพิสูจน์จะแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี

กรณี 1 : $(v_l, v_{l+1}) \in C$

กรณี 2 : $(v_l, v_{l+1}) \in E(\pi)$

กรณี 1 : เส้นเชื่อม $(v_l, v_{l+1}) \in C$

กำหนดให้

${}^C P_\pi^\star(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_\pi(v_l) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in C$

ให้ $J_\eta \in J$ เมื่อ $\eta \in \{1,\ldots,n\}$ โดยที่ $\ddot{J}_\eta = \{O_{\eta 1},\ldots,O_{\eta n_\eta}\}$ เมื่อ n_η แทนจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในงาน J_η และสมมติ $O_{\eta 0}$ และ $O_{\eta(n_\eta+1)}$ แทนโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ตามลำดับ จะได้ว่า $(O_{\eta i}, O_{\eta(i+1)}) \in C$, $i = 0,1,\ldots,n_\eta$ และ

$$\mathbf{f}_\pi(O_{\eta 0}) < \mathbf{f}_\pi(O_{\eta 1}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(O_{\eta n_\eta}) < \mathbf{f}_\pi(O_{\eta(n_\eta+1)}) \tag{7.2}$$

เราจะแบ่งการพิจารณาออกเป็นกรณีย่อย ดังนี้

กรณี 1.1 : $J_\eta \in J \setminus \{J(x)\}$

กรณี 1.2 : $J_\eta \in \{J(x)\}$

กรณี 1.1 กำหนดให้

$\overset{C}{_{1.1}}P^\star_\pi(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_\pi(v_l) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in C$ ที่ $v_l = O_{\eta(\delta)}$ และ $v_{l+1} = O_{\eta(\delta+1)}$ สำหรับบาง $\delta \in \{0,1,\ldots,n_\eta\}$ และ $O_{\eta(\delta)}, O_{\eta(\delta+1)} \in \ddot{J}_\eta$ สำหรับ J_η ใดๆ ที่ $J_\eta \in J \setminus \{J(x)\}$

$D[\overset{C}{_{1.1}}P^\star_\pi(\overline{x})]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $\overset{C}{_{1.1}}P^\star_\pi(\overline{x})$

จากสมการ (7.2) จะได้ว่า $J_\eta \in J \setminus \{J(x)\}$ จะมี $v_l = O_{\eta(\delta)}$ และ $v_{l+1} = O_{\eta(\delta+1)}$ สำหรับบาง $\delta \in \{0,1,\ldots,n_\eta\}$ เพราะ $\mathbf{f}_\pi(O_{\eta(\delta)}) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(O_{\eta(\delta+1)})$

ดังนั้น

$$D[\overset{C}{_{1.1}}P^\star_\pi(\overline{x})] = \max\{|P^\pi(\hat{0}, O_{\eta(\delta)})| + p(O_{\eta(\delta)}) + |P^\pi(O_{\eta(\delta+1)}, \hat{*})| : J_\eta \in J \setminus \{J(x)\}\}$$

เราสามารถแสดง $D[\overset{C}{_{1.1}}P^\star_\pi(\overline{x})]$ ในรูปของค่า $H^\pi_{\mathbf{f}_\pi(x)-1}$ และ $T^\pi_{\mathbf{f}_\pi(x)+1}$ ดังนี้

จากนิยาม 7.2 และ 7.3 จะได้ว่า

$$h^\pi_W(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_1))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_1))$$

และ

$$t^{\pi}_{W}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) = |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(e_2), \hat{*})|$$

โดยที่

$e_1 = \max\{\mathbf{f}_{\pi}(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_{\pi}(\Phi) \leq \mathbf{f}_{\pi}(x) - 1\}$

$e_2 = \min\{\mathbf{f}_{\pi}(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_{\pi}(\Phi) \geq \mathbf{f}_{\pi}(x) + 1\}$

เนื่องจาก $\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)}) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta+1)})$ แล้ว $\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta 0}) < \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta 1}) < \ldots < \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)}) \leq \mathbf{f}_{\pi}(x) - 1 < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(x) + 1 \leq \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta+1)}) < \ldots < \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta n_{\eta}}) < \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(n_{\eta}+1)})$ จะได้ว่า

$e_1 = \max\{\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta 0}), \ldots, \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)})\} = \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)})$

$e_2 = \min\{\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta+1)}), \ldots, \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(n_{\eta}+1)})\} = \mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta+1)})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
D[{}^{C}_{1.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] &= \max\{|P^{\pi}(\hat{0}, O_{\eta(\delta)})| + p(O_{\eta(\delta)}) + |P^{\pi}(O_{\eta(\delta+1)}, \hat{*})| : J_{\eta} \in J \setminus \{J(x)\}\} \\
&= \max\{|P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)})))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta)}))) + \\
&\quad |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(O_{\eta(\delta+1)})), \hat{*})| : J_{\eta} \in J \setminus \{J(x)\}\} \\
&= \max\{|P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_{\pi}(e_1))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(e_1)) + |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(e_2), \hat{*})| : J_{\eta} \in J \setminus \{J(x)\}\} \\
&= \max\{h^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x) - 1) + t^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x) + 1) : J_{\eta} \in J \setminus \{J(x)\}\}
\end{aligned}$$

กรณี 1.2 $J_{\eta} \in \{J(x)\}$ กำหนดให้

${}^{C}_{1.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด a ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_{\pi}(v_l) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in C$ ที่ $v_l = O_{\eta(\delta)}$ และ $v_{l+1} = O_{\eta(\delta+1)}$ สำหรับบาง $\delta \in \{0, 1, \ldots, n_{\eta}\}$ และ $O_{\eta(\delta)}, O_{\eta(\delta+1)} \in \ddot{J}_{\eta}$ สำหรับ J_{η} ใดๆ ที่ $J_{\eta} \in \{J(x)\}$

$D[{}^{C}_{1.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต ${}^{C}_{1.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$

จะได้ว่า ไม่มี $\delta \in \{0, 1, \ldots, n_{\eta}\}$ ใดๆ ที่ทำให้ $v_l = O_{\eta(\delta)}$ และ $v_{l+1} = O_{\eta(\delta+1)}$

ดังนั้น

$${}^{C}_{1.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x}) = \emptyset$$

จากกรณี 1.1 และ 1.2 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} D[^{C}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] &= \max\{D[^{C}_{1.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})], D[^{C}_{1.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]\} \\ &= D[^{C}_{1.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] \\ &= \max\{h^{\pi}_{J_\eta}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{J_\eta}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : J_\eta \in J \setminus \{J(x)\}\} \end{aligned} \tag{7.3}$$

กรณี 2 : เส้นเชื่อม $(v_l, v_{l+1}) \in E(\pi)$

กำหนดให้

$^{E(\pi)}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_{\pi}(v_l) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in E(\pi)$

ให้ $M_\omega \in M$ เมื่อ $\omega \in \{1, \ldots, m\}$ โดยที่ $\ddot{M}_\omega = \{\theta^{\omega}_1, \ldots, \theta^{\omega}_{m_\omega}\}$ เมื่อ m_ω แทนจำนวนโอเปอเรชันทั้งหมดในเครื่องจักร M_ω ที่มีลำดับการผลิตเป็น $\pi_\omega = (\theta^{\omega}_1, \ldots, \theta^{\omega}_{m_\omega})$ และสมมติ θ^{ω}_0 และ $\theta^{\omega}_{m_\omega+1}$ แทนโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ตามลำดับ จะได้ว่า $(\theta^{\omega}_i, \theta^{\omega}_{i+1}) \in E(\pi)$, $i = 1, \ldots, m_\omega - 1$ และ

$$\mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_0) < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_1) < \ldots < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{m_\omega}) < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{i+1}) \tag{7.4}$$

เราจะแบ่งการพิจารณาออกเป็นกรณีย่อย ดังนี้

กรณี 2.1 : $M_\omega \in M''$

กรณี 2.2 : $M_\omega \in \{\mu(x)\} \cup M' \cup M'''$

กรณี 2.1 กำหนดให้

$^{E(\pi)}_{2.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่

บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_\pi(v_l) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in E(\pi)$
ที่ $v_l = \theta^\omega_\psi$ และ $v_{l+1} = \theta^\omega_{\psi+1}$ สำหรับบาง $\psi \in \{0, 1, \ldots, m_\omega\}$ และ
$\theta^\omega_\psi, \theta^\omega_{\psi+1} \in \ddot{M}_\omega$ สำหรับ M_ω ใดๆ ที่ $M_\omega \in M''$
$D[^C_{2.1}P^\star_\pi(\overline{x})]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต $^C_{2.1}P^\star_\pi(\overline{x})$

จากสมการ (7.4) จะได้ว่า $M_\omega \in M''$ จะมี $v_l = \theta^\omega_\psi$ และ $v_{l+1} = \theta^\omega_{\psi+1}$ สำหรับบาง $\psi \in \{0, 1, \ldots, m_\omega\}$ เพราะ $\mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_\psi) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{\psi+1})$

ดังนั้น

$$D[^{E(\pi)}_{2.1}P^\star_\pi(\overline{x})] = \max\{|P^\pi(\hat{0}, O_{\eta(\delta)})| + p(O_{\eta(\delta)}) + |P^\pi(O_{\eta(\delta+1)}, \hat{*})| : M_\omega \in M''\}$$

เราสามารถแสดง $D[^C_{2.1}P^\star_\pi(\overline{x})]$ ในรูปของค่า $H^\pi_{\mathbf{f}_\pi(x)-1}$ และ $T^\pi_{\mathbf{f}_\pi(x)+1}$ ดังนี้

จากนิยาม 7.2 และ 7.3 จะได้ว่า

$$h^\pi_W(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) = |P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_3))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_3))$$

และ

$$t^\pi_W(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) = |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(e_4), \hat{*})|$$

โดยที่

$e_3 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \leq \mathbf{f}_\pi(x) - 1\}$

$e_4 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq \mathbf{f}_\pi(x) + 1\}$

เนื่องจาก$\mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_\psi) < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{\psi+1})$ แล้ว $\mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_0) < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_1) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_\psi) \leq \mathbf{f}_\pi(x) - 1 < \mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(x) + 1 \leq \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{\psi+1}) < \ldots < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{m_\omega}) < \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{m_\omega+1})$ จะได้ว่า

$e_3 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_0), \ldots, \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_\psi)\} = \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_\psi)$

$e_4 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{\psi+1}), \ldots, \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{m_\omega+1})\} = \mathbf{f}_\pi(\theta^\omega_{\psi+1})$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
D[{}^{E(\pi)}_{2.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] &= \max\{|P^{\pi}(\hat{0},\theta^{\omega}_{\psi})| + p(\theta^{\omega}_{\psi}) + |P^{\pi}(\theta^{\omega}_{\psi+1},\hat{*})| : M_{\omega} \in M''\} \\
&= \max\{|P^{\pi}(\hat{0},\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{\psi}))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{\psi}))) + |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(\mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{\psi+1})),\hat{*})| \\
&\quad : M_{\omega} \in M''\} \\
&= \max\{|P^{\pi}(\hat{0},\mathbf{F}_{\pi}(e_3))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(e_3)) + |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(e_4),\hat{*})| : M_{\omega} \in M''\} \\
&= \max\{h^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : M_{\omega} \in M''\}
\end{aligned}$$

กรณี 2.2 $M_{\omega} \in \{\mu(x)\} \cup M' \cup M'''$ กำหนดให้

${}^{C}_{2.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$ แทนเซตของเส้นทาง $P\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ทั้งหมดบนกราฟ $G(\pi)$ ที่ไม่มีโหนด x ประกอบอยู่บนเส้นทาง และมีทั้งโหนด $\hat{0}$ และ $\hat{*}$ ประกอบอยู่บนเส้นทาง โดยที่ $\mathbf{f}_{\pi}(v_l) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(v_{l+1})$ และ $(v_l, v_{l+1}) \in E(\pi)$ ที่ $v_l = \theta^{\omega}_{\psi}$ และ $v_{l+1} = \theta^{\omega}_{\psi+1}$ สำหรับบาง $\psi \in \{0, 1, \ldots, m_{\omega}\}$ และ $\theta^{\omega}_{\psi}, \theta^{\omega}_{\psi} \in \ddot{M}_{\omega}$ สำหรับ M_{ω} ใดๆ ที่ $M_{\omega} \in \{\mu(x)\} \cup M' \cup M'''$

$D[{}^{C}_{2.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]$ แทนความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดในเซต ${}^{C}_{2.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})$

จะได้ว่า ไม่มี $\delta \in \{0, 1, \ldots, m_{\omega}\}$ ใดๆ ที่ทำให้ $v_l = \theta^{\omega}_{\psi}$ และ $v_{l+1} = \theta^{\omega}_{\psi+1}$

ดังนั้น

$$ {}^{C}_{2.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x}) = \emptyset $$

จากกรณี 2.1 และ 2.2 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
D[{}^{C}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] &= \max\{D[{}^{C}_{2.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})], D[{}^{C}_{2.2}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]\} \\
&= D[{}^{C}_{2.1}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] \\
&= \max\{h^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{J_{\eta}}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : M_{\omega} \in M''\} \qquad (7.5)
\end{aligned}$$

จากสมการ 7.3 และ 7.5 จะได้ว่า

$$D[P^{\star}_{\pi}(\overline{x})] = \max\{D[^{C}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})], D[^{E(\pi)}P^{\star}_{\pi}(\overline{x})]\}$$
$$= \max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \nu \in J \setminus \{J(x)\} \cup M''\}$$

นอกจากนี้ เราจะพิจารณา

$$\max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \nu \in M' \cup M'''\}$$

โดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณี i) : $M_{\omega} \in M'$

กรณี ii) : $M_{\omega} \in M'''$

กรณี i) : เนื่องจาก

$$M' = \{M_{\omega} \in M \setminus \{\mu(x)\} : \mathbf{f}_{\pi}(\hat{0}) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{1}), \ddot{M}_{\omega} = \{\theta^{\omega}_{1}, \ldots, \theta^{\omega}_{m_{\omega}}\}\}$$

จึงได้ว่า $\mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{0}) < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{1})$ นั่นคือ

$$0 = \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{0}) \leq \mathbf{f}_{\pi}(x)-1 < \mathbf{f}_{\pi}(x) < \mathbf{f}_{\pi}(x)+1 \leq \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{1}) < \ldots < \mathbf{f}_{\pi}(\theta^{\omega}_{m_{\omega}+1}) = o+1$$

จากนิยาม 7.2 และ 7.3 จะได้ว่า

$$h^{\pi}_{W}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) = |P^{\pi}(\hat{0}, \mathbf{F}_{\pi}(e_5))| + p(\mathbf{F}_{\pi}(e_5))$$

และ

$$t^{\pi}_{W}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) = |P^{\pi}(\mathbf{F}_{\pi}(e_6), \hat{*})|$$

โดยที่

$$e_5 = \max\{\mathbf{f}_{\pi}(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{0}\}, \mathbf{f}_{\pi}(\Phi) \leq \mathbf{f}_{\pi}(x)-1\}$$

$e_6 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\Phi) : \text{โอเปอเรชัน } \Phi \in \ddot{W} \cup \{\hat{*}\}, \mathbf{f}_\pi(\Phi) \geq \mathbf{f}_\pi(x) + 1\}$

จะได้ว่า

$$e_5 = \max\{\mathbf{f}_\pi(\theta_0^\omega)\} = \mathbf{f}_\pi(\theta_0^\omega)$$

$$e_6 = \min\{\mathbf{f}_\pi(\theta_1^\omega), \ldots, \mathbf{f}_\pi(\theta_{m_\omega+1}^\omega)\} = \mathbf{f}_\pi(\theta_1^\omega)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
&\max\{h^\pi_{J_\eta}(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_{J_\eta}(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : M_\omega \in M'\} \\
&\quad = \max\{|P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(e_5))| + p(\mathbf{F}_\pi(e_6)) + |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(e_6), \hat{*})| : M_\omega \in M'\} \\
&\quad = \max\{|P^\pi(\hat{0}, \mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\theta_0^\omega))| + p(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\theta_0^\omega))) + |P^\pi(\mathbf{F}_\pi(\mathbf{f}_\pi(\theta_1^\omega)), \hat{*})| : M_\omega \in M'\} \\
&\quad = \max\{|P^\pi(\hat{0}, \theta_\psi^\omega)| + p(\theta_\psi^\omega) + |P^\pi(\theta_1^\omega, \hat{*})| : M_\omega \in M'\} \\
&\quad = \max\{|P^\pi(\theta_1^\omega, \hat{*})| : M_\omega \in M'\}
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\max\{|P^\pi(\theta_1^\omega, \hat{*})| : M_\omega \in M'\}$ เท่ากับ ความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดจากโหนด θ_1^ω ไป $\hat{*}$ โดยไม่ผ่าน x เพราะ $\mathbf{f}_\pi(x) < \mathbf{f}_\pi(\theta_1^\omega)$ ทำให้ได้ว่า

$$\max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in M'\} \leq D[P_\pi(\overline{x})] \tag{7.6}$$

เราสามารถพิจารณา **กรณี ii)** : $M_\omega \in M'''$ ได้ในทำนองเดียวกัน นั่นคือ

$$\max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in M'''\} \leq D[P_\pi(\overline{x})] \tag{7.7}$$

ดังนั้นจากสมการ (7.6) และ (7.7) จะได้ว่า

$$\max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in M' \cup M'''\} \leq D[P_\pi(\overline{x})] \tag{7.8}$$

□

ทฤษฎีบท 7.13. *กำหนดให้* $\mathbf{F}_\pi = (\mathbf{F}_\pi(0), \ldots, \mathbf{F}_\pi(o+1))$ *เป็นลำดับโทโพโลยีของผลเฉลยเมล็ดพันธุ์* $G(\pi)$ *โดยที่* $G(\tau)$ *ถูกสร้างด้วยการสลับตำแหน่งลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน* x *และ* y *ใดๆ บนลำดับการผลิต* π *เมื่อ* $x, y \in c^\pi$ *และ* $(x, y) \in E(\pi)$ *จะได้ว่า*

$$Cmax(\tau) = \begin{cases} LB^{NS}, & \text{ถ้า } LB^{NS} \geq Cmax(\pi), \\ \max\{LB^{NS}, HT\}, & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $LB^{NS} = D[P^\star_\tau(x \vee y)]$

$HT = \max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \forall \nu \in J \cup M, \nu \neq J(x), \nu \neq \mu(x)\}$

โดยการคำนวณ $Cmax(\tau)$ *มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ* $O(\max\{n,\, m\})$

พิสูจน์.

$$\begin{aligned} Cmax(\tau) &= \max\{D[P^\star_\tau(x \vee y)], D[P^\star_\pi(\overline{x})]\} && \text{(จากสมการ (7.1))} \\ &= \max\{D[P^\star_\tau(x \vee y)], \max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) \\ &\quad + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in J \setminus \{J(x)\} \cup M''\}\} && \text{(จากบทตั้ง 7.12)} \end{aligned}$$

ในขณะเดียวกัน

$$\begin{aligned} Cmax(\tau) &= \max\{D[P_\tau(x \vee y)], D[P_\pi(\overline{x})]\} && \text{(จากสมการ (6.3))} \\ &\geq D[P_\pi(\overline{x})] \\ &\geq \max\{h^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) - 1) + t^\pi_\nu(\mathbf{f}_\pi(x) + 1) : \nu \in M' \cup M'''\} && \text{(จากบทตั้ง 7.12)} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} Cmax(\tau) = & \max\{D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)], \\ & \max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \nu \in J \setminus \{J(x)\} \cup M''\}, \\ & \max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \nu \in M' \cup M'''\}\} \\ = & \max\{D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)], \\ & \max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \forall \nu \in J \cup M, \nu \neq J(x), \nu \neq \mu(x)\}\} \end{aligned} \tag{7.9}$$

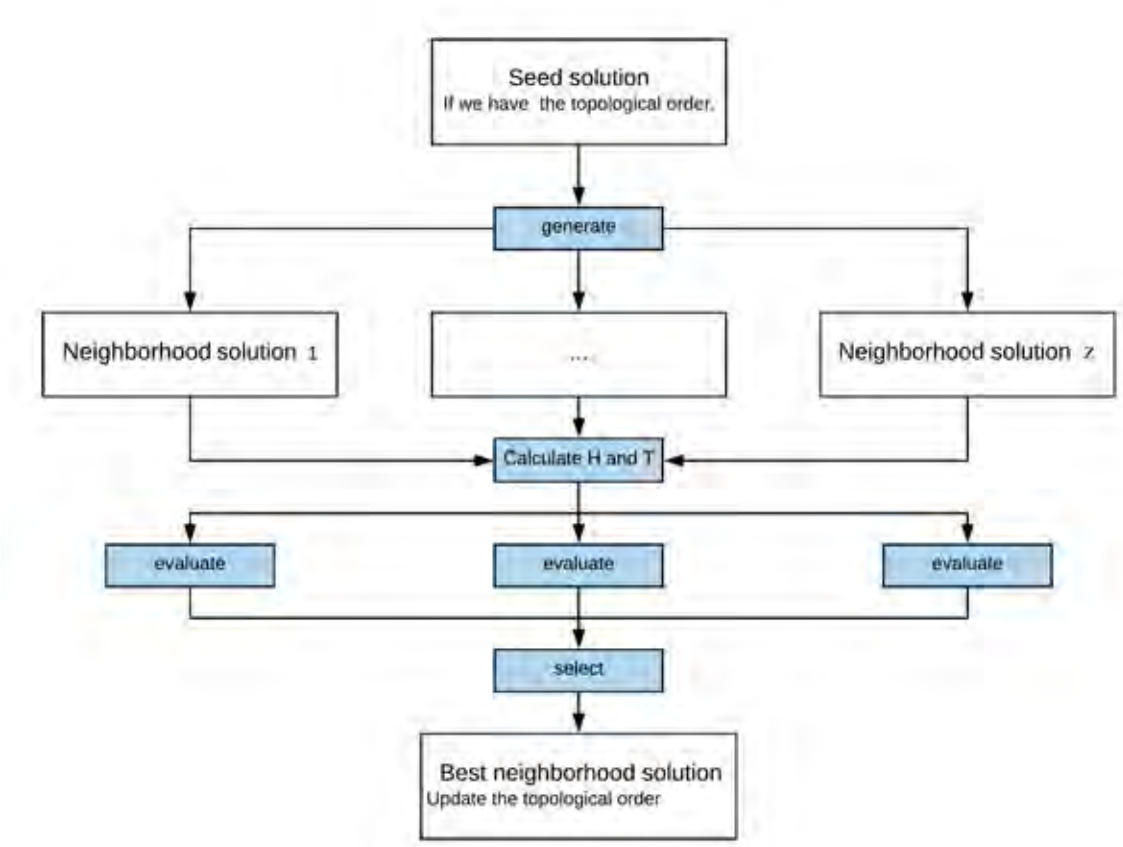
เนื่องจาก $LB^{NS} = D[P^{\star}_{\tau}(x \vee y)]$ และถ้า $LB^{NS} \geq Cmax(\pi)$ แล้ว $Cmax(\tau) = LB^{NS} \geq Cmax(\pi)$ ดังนั้น สมการ 7.9 สามารถปรับรูปได้ว่า

$$Cmax(\tau) = \begin{cases} LB^{NS}, & \text{ถ้า } LB^{NS} \geq Cmax(\pi), \\ \max\{LB^{NS}, HT\}, & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

เมื่อ $HT = \max\{h^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)-1) + t^{\pi}_{\nu}(\mathbf{f}_{\pi}(x)+1) : \forall \nu \in J \cup M, \nu \neq J(x), \nu \neq \mu(x)\}$

เนื่องจากการคำนวณ LB^{NS} มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(1)$ ส่วนการพิจารณาความซับซ้อนของเวลาในการคำนวณ HT จะขึ้นอยู่กับ ν ในกรณี $\nu \in J, \nu \neq J(x)$ มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(n)$ และ กรณี $\nu \in M, \nu \neq \mu(x)$ มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(m)$ ดังนั้น HT ใช้เวลาในการประมวลผล เท่ากับ $O(\max\{n, m\})$ จึงสรุปได้ว่า การหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงมีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{n, m\})$ □

จากทฤษฎีบท 7.6 และ 7.9 จะได้ว่าการคำนวณ H^{π}_{I} และ T^{π}_{I} ขึ้นอยู่กับค่า I ดังนั้น การคำนวณมีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(o)$ เมื่อ o คือ จำนวนโอเปอเรชันทั้งหมด พิจารณาแผนผังของวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงในรูปที่ 7.6 เมื่อ z คือ จำนวนผลเฉลยใกล้เคียงทั้งหมดที่ถูกสร้างจาก $G(\pi)$ ในรอบนั้นๆ จะเห็นว่าในการคำนวณค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงจะต้องสร้างลำดับโทโพโลยีเช่นเดียวกับวิธีการของ Nowicki และ Smutnicki แต่จะไม่อาศัยค่า r^{π}_{a} และ q^{π}_{a} โดยหลังจากที่สร้างผลเฉลยใกล้เคียงเราจะคำนวณค่า H^{π}_{I} และ T^{π}_{I} เพื่อจะหาค่า $h^{\pi}_{W}(I)$ และ $t^{\pi}_{W}(I)$ ซึ่งมีความซับซ้อนของเวลารวมทั้งหมดเท่ากับ $O(2o)$



รูปที่ 7.6**:** แผนผังของวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยการปรับปรุง r_a^π , q_a^π เป็น H_I^π, T_I^π

ตารางที่ 7.11 แสดงการเปรียบเทียบความซับซ้อนของเวลาของวิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงสองวิธี ระหว่างวิธีการของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการที่ถูกปรับปรุงโดยใช้ H_I^π และ T_I^π ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ตารางที่ 7.11**:** การเปรียบเทียบความซับซ้อนของเวลา

วิธีการหาค่า	การคำนวณ $Cmax$	การปรับปรุงค่า r_a^π	การปรับปรุงค่า q_a^π	H_I^π และ T_I^π
Nowicki และ Smutnicki	$O(\max\{\sum_{j=1}^{n}\log n_j, \sum_{k=1}^{m}\log m_k\})$	$O(o-j'+1)$	$O(j'+1)$	-
วิธีการที่ถูกปรับปรุง	$O(\max\{n,m\})$	-	-	$O(2o)$

เมื่อ j' คือ ตำแหน่งของโอเปอเรชัน x บนลำดับโทโพโลยี $(F_\pi(1),\ldots,F_\pi(j-1),Z',F_\pi(k+1),\ldots,F_\pi(o))$ หน้า 59

บทที่ 8

ผลการทดลอง

การทดลองเปรียบเทียบต่างๆ ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้คอมพิวเตอร์ที่ใช้ระบบปฏิบัติการ Windows 7 รุ่น Intel(R) Core(TM) i5 CPU 2.50 GHz RAM 6.00 GB กับปัญหามาตรฐาน (Benchmark) ของ JSSP ขนาดไม่เกิน 400 โอเปอเรชัน ได้แก่ LA01 - LA40 [27], SWV06 [28] และ YN1 [29] ซึ่งได้รวบรวมไว้ในภาคผนวก ก โดยใช้โปรแกรมภาษาไพธอน เวอร์ชัน 3.0 (Python version 3.0) บนระบบการประมวลผลออนไลน์ [30] ในการประมวลผลวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ (Nondelay scheduling scheme method) และวิธีการค้นหาแบบทาบู (Tabu search method) และใช้โปรแกรม IBM ILOG CPlEX Optimization (version 12.6.3) ในการประมวลผลวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer linear programming) ซึ่งแบ่งการเปรียบเทียบเป็น 4 ส่วน ดังนี้

8.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

8.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

8.3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่มีต่อวิธีการค้นหาแบบทาบู

8.4 การเปรียบเทียบเวลาในการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงระหว่างวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7

ทั้งนี้ผลเฉลยการจัดลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักรได้ถูกรวบรวมไว้ในภาคผนวก ข

8.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตาราง

แบบนอนดีเลย์ เพื่อแสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหา JSSP ด้วยวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์จะมีความเหมาะสมมากกว่าในการหาคำตอบของปัญหาขนาดใหญ่ โดยช่วยลดเวลาที่ใช้ในการประมวลผลได้เป็นอย่างมาก แม้ว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มสามารถหาค่าเมคสแปนดีที่สุด

ตารางที่ 8.1 เสนอค่าเมคสแปนและเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มโดยใช้โปรแกรม CPlEX และวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์โดยใช้เกณฑ์สำรองคือ MWR/SPT ซึ่งเขียนด้วยโปรแกรมไพธอน

ตารางที่ 8.1**:** ตารางเปรียบเทียบเวลาและค่าเมคสแปนของวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มและวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

ปัญหา	ขนาด	Opt.	วิธีกำหนดการเชิงเส้น		วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์	
			เมคสแปน	เวลาเฉลี่ย (วินาที)	เมคสแปน	เวลาเฉลี่ย (วินาที)
LA01	10×5	666	666	4.40	708	0.00158
LA02	10×5	655	655	6.03	717	0.00161
LA03	10×5	597	597	4.88	650	0.00172
LA04	10×5	590	590	3.16	659	0.00175
LA05	10×5	593	593	439.15	593	0.00173
LA06	15×5	926	-	>1 hr	926	0.00297
LA07	15×5	890	-	>1 hr	890	0.00264
LA08	15×5	863	-	>1 hr	863	0.00272
LA09	15×5	951	-	>1 hr	951	0.00283
LA10	15×5	958	-	>1 hr	958	0.00295
LA11	20×5	1222	-	>1 hr	1222	0.00420
LA12	20×5	1039	-	>1 hr	1039	0.00458
LA13	20×5	1150	-	>1 hr	1150	0.00573
LA14	20×5	1292	-	>1 hr	1292	0.00425
LA15	20×5	1207	-	>1 hr	1334	0.00431
LA16	10×10	945	945	17.73	1055	0.00260
LA17	10×10	784	784	11.81	939	0.00283

ปัญหา	ขนาด	Opt.	วิธีกำหนดการเชิงเส้น		วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์	
			เมคสแปน	เวลาเฉลี่ย (วินาที)	เมคสแปน	เวลาเฉลี่ย (วินาที)
LA18	10×10	848	848	4.73	1004	0.00268
LA19	10×10	842	842	8.53	960	0.00281
LA20	10×10	902	902	4.49	972	0.00272
LA21	15×10	1046	-	>1 hr	1253	0.00515
LA22	15×10	927	-	>1 hr	1058	0.00489
LA23	15×10	1032	-	>1 hr	1124	0.00495
LA24	15×10	935	-	>1 hr	1041	0.00504
LA25	15×10	977	-	>1 hr	1099	0.00491
LA26	20×10	1218	-	>1 hr	1480	0.00787
LA27	20×10	1235	-	>1 hr	1369	0.00795
LA28	20×10	1216	-	>1 hr	1391	0.00746
LA29	20×10	1152	-	>1 hr	1408	0.00775
LA30	20×10	1355	-	>1 hr	1427	0.00763
LA31	30×10	1784	-	>1 hr	1882	0.01645
LA32	30×10	1850	-	>1 hr	1850	0.01638
LA33	30×10	1719	-	>1 hr	1719	0.01784
LA34	30×10	1721	-	>1 hr	1721	0.01520
LA35	30×10	1888	-	>1 hr	1888	0.01561
LA36	15×15	1268	-	>1 hr	1491	0.08167
LA37	15×15	1397	-	>1 hr	1595	0.07082
LA38	15×15	1196	-	>1 hr	1428	0.00703
LA39	15×15	1233	-	>1 hr	1381	0.00795
LA40	15×15	1222	-	>1 hr	1424	0.01918
SVW06	20×15	1591	-	>1 hr	2098	0.01141
YN1	20×20	826	-	>1 hr	1033	0.01574

จากผลการทดลองวิธีกำหนดการเชิงเส้นสามารถหาค่าเมคสแปนที่เหมาะที่สุด (Optimal makespan) โดยใช้เวลาประมวลผลค่อนข้างสูงเมื่อเทียบกับวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ ในขณะที่วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์สามารถประมวลผลได้เร็วแต่คุณภาพของค่าเมคสแปนจะต่ำกว่า แม้ว่าผลลัพธ์จากในตารางจะเห็นว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นสามารถประมวลผลได้ในเวลาที่ไม่นานจนเกินไป แต่สำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเราพบว่าวิธีกำหนดการเชิงเส้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในเวลา 1 ชั่วโมง

8.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

ในงานวิทยานิพนธ์นี้ เกณฑ์สำรองสำหรับคัดเลือกโอเปอเรชัน 3 รูปแบบ ได้แก่ MWR, SPT และ MWR/SPT ถูกนำมาเปรียบเทียบผลของค่าเมคสแปนเพื่อวิเคราะห์ว่าเกณฑ์ใดมีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยใช้ค่าร้อยละของค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (RE : Relative Error) ซึ่งคำนวณได้จาก $RE = \frac{Cmax - Opt.}{Opt.} \times 100$ และค่า MRE (Mean relative error) หรือ ค่าเฉลี่ยของค่าร้อยละของค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของปัญหาตัวอย่างในขนาดต่างๆ เป็นเครื่องมือในการเปรียบเทียบ ผลการเปรียบเทียบสรุปไว้ในตาราง 8.2 ซึ่งพบว่าปัญหามาตรฐานส่วนใหญ่การใช้เกณฑ์ MWR/SPT สามารถหาค่าเมคสเปนที่ดีกว่าเกณฑ์ MWR หรือ SPT โดยค่า MRE ของเกณฑ์ MWR/SPT จะต่ำกว่าเกณฑ์ SPT ในปัญหาทุกขนาด และต่ำกว่าเกณฑ์ MWR ในปัญหาทุกขนาดยกเว้นปัญหาขนาด 10×10

นอกจากนี้งานวิจัย [25] ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพเกณฑ์สำรอง MWR, SPT และ LPT (Longest processing time) ซึ่งพบว่า การใช้เกณฑ์ MWR และ SPT สามารถหาค่าเมคสแปนได้ดีกว่าเกณฑ์ LPT โดยทั้งเกณฑ์ MWR และ SPT มีค่า MRE ต่ำกว่าเกณฑ์ LPT ในปัญหาทุกขนาด

ตารางที่ 8.2**:** การเปรียบเทียบเกณฑ์สำรองของการจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

ปัญหา	ขนาด	Opt.	MWR		SPT		MWR/SPT	
			Cmax	RE	Cmax	RE	Cmax	RE
LA01	10×5	666	735	10.36	751	12.76	708	6.31
LA02	10×5	655	817	24.73	821	25.34	717	9.46
LA03	10×5	597	696	16.58	672	12.56	650	8.88
LA04	10×5	590	758	28.47	711	20.51	659	11.69
LA05	10×5	593	593	0	610	2.86	593	0
MRE				16.03		14.81		7.27
LA06	15×5	926	926	0	1200	29.59	926	0
LA07	15×5	890	970	8.99	1034	16.18	890	0
LA08	15×5	863	957	10.89	942	9.15	863	0
LA09	15×5	951	1015	6.73	1045	9.88	951	0
LA10	15×5	958	966	0.84	1049	9.50	958	0
MRE				5.49		14.86		0
LA11	20×5	1222	1268	3.76	1473	20.54	1222	0
LA12	20×5	1039	1137	9.43	1203	15.78	1039	0
LA13	20×5	1150	1166	1.39	1275	10.87	1150	0
LA14	20×5	1292	1292	0	1427	10.45	1292	0
LA15	20×5	1207	1343	11.27	1339	10.94	1334	10.52
MRE				5.17		13.72		2.10
LA16	10×10	945	1054	11.53	1156	22.32	1055	11.64
LA17	10×10	784	846	7.91	924	17.86	939	19.77
LA18	10×10	848	970	14.39	981	15.68	1004	18.4
LA19	10×10	842	1013	20.31	940	11.64	960	14.01
LA20	10×10	902	964	6.87	1000	10.86	972	7.76
MRE				12.20		15.67		14.32

ปัญหา	ขนาด	Opt.	MWR		SPT		MWR/SPT	
			Cmax	RE	Cmax	RE	Cmax	RE
LA21	15×10	1046	1264	20.84	1324	26.58	1253	19.79
LA22	15×10	927	1079	16.40	1180	27.29	1058	14.13
LA23	15×10	1032	1185	14.82	1162	12.60	1124	8.91
LA24	15×10	935	1101	17.75	1203	28.66	1041	9.23
LA25	15×10	977	1166	19.34	1449	48.31	1099	12.49
MRE				17.83		28.69		12.91
LA26	20×10	1218	1435	17.82	1498	22.99	1480	21.51
LA27	20×10	1235	1442	16.76	1784	44.45	1369	10.85
LA28	20×10	1216	1487	22.29	1610	32.40	1391	14.39
LA29	20×10	1152	1337	16.06	1556	35.07	1408	22.22
LA30	20×10	1355	1534	13.21	1792	32.25	1427	5.31
MRE				17.23		33.43		14.86
LA31	30×10	1784	1931	8.24	1951	9.36	1882	5.49
LA32	30×10	1850	1875	1.35	2165	17.03	1850	0
LA33	30×10	1719	1875	9.08	1901	10.59	1719	0
LA34	30×10	1721	1935	12.43	2070	20.28	1721	0
LA35	30×10	1888	2118	12.18	2118	12.18	1888	0
MRE				8.66		13.89		1.10
LA36	15×15	1268	1510	19.08	1799	41.88	1491	17.59
LA37	15×15	1397	1588	13.67	1655	18.47	1595	14.17
LA38	15×15	1196	1421	18.81	1404	17.39	1428	19.40
LA39	15×15	1233	1500	21.65	1534	24.41	1381	12.00
LA40	15×15	1222	1440	17.84	1476	20.78	1424	16.53
MRE				18.21		24.59		15.94
SVW06	20×15	1591	2135	34.19	2140	34.51	2098	31.87
YN1	20×20	826	1005	21.67	1196	44.79	1033	25.06

8.3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นที่มีผลต่อวิธีการค้นหาแบบทาบู

เนื่องจากขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบูที่มีผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นแตกต่างกันจะส่งผลให้คุณภาพของผลเฉลยที่ได้รับจากขั้นตอนวิธีแตกต่างกัน เราจึงจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการที่ใช้สร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้นจากวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ที่ใช้เกณฑ์สำรองแตกต่างกัน 3 แบบ ได้แก่ MWR, SPT และ MWR/SPT โดยทำการประมวลผลจำนวน 500, 750, 1000, 2000, 4000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000 สำหรับปัญหา JSSP ขนาด 10×5, 15×5, 20×5, 10×10, 15×10, 20×10, 30×10, 15×15, 20×15, 20×20 ตามลำดับ สร้างผลเฉลยใกล้เคียง (Neighborhood solution) ด้วยเทคนิคของ Nowicki และ Smutnicki [20] และกำหนดรายการทาบูมีขนาดความจุ 12 เส้นเชื่อม ในรอบ (Iteration) ที่เกิดกรณีที่ทุกผลเฉลยใกล้เคียงเป็นทาบูทั้งหมด เราจะกำหนดให้การเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุดด้วยวิธีการสุ่ม ในแต่ละวิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงใดๆ จะทำการประมวลผลซ้ำจำนวนทั้งหมด 5 ครั้ง โดยให้ Best คือ ค่าเมคสแปนที่น้อยที่สุดที่พบจากการประมวลผลทั้งหมด และ M_{av} คือ ค่าเฉลี่ยของเมคสแปนจากการประมวลผลทั้งหมด ผลการเปรียบเทียบถูกนำเสนอในรูป RE_{av} หรือร้อยละของค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ M_{av} คำนวณได้จาก $RE_{av} = \frac{M_{av} - Opt.}{Opt.} \times 100$ และ MRE_{av} คือ ค่าเฉลี่ยของ RE_{av}

ผลการเปรียบเทียบแสดงไว้ในตารางที่ 8.3 ยังไม่สามารถสรุปได้โดยเด็ดขาดว่าควรเลือกใช้ MWR หรือ SPT หรือ MWR/SPT เป็นเกณฑ์สำรองในวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ภายใต้การประมวลผลโดยวิธีการค้นหาแบบทาบู

ตารางที่ 8.3: ผลลัพธ์ของวิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับการใช้วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยเกณฑ์สำรองแบบต่างๆ

ปัญหา	Opt.	รอบ	ผลลัพธ์ของวิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับการใช้วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยเกณฑ์สำรอง											
			MWR				SPT				MWR/SPT			
			Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย	Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย	Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย
LA01	666	500	666	677	0.15	0.0985	666	666	0	0.0081	666	666	0	0.0322
LA02	655	500	655	668.4	2.04	0.1411	655	659.6	0.70	0.1254	667	667	1.83	0.1413
LA03	597	500	606	616.4	3.25	0.1450	613	617	3.35	0.1741	597	611.5	2.43	0.1338
LA04	590	500	595	608.2	3.08	0.2210	598	598	1.36	0.1609	598	598	1.36	0.1719
LA05	593	500	593	593	0	0.0058	593	593	0	0.0086	593	593	0	0.0061
MRE_{av}					1.73				1.08				1.12	
LA06	926	750	926	926	0	0.0074	946	946	2.16	0.1553	926	926	0	0.0077
LA07	890	750	890	890	0	0.2274	910	910	0	0.3051	890	890	0	0.0078
LA08	863	750	863	863	0	0.0143	863	863	0	0.0208	863	863	0	0.0091
LA09	951	750	951	951	0	0.0085	951	951	0	0.0087	951	951	0	0.0082
LA10	958	750	958	958	0	0.0088	1034	1034	7.93	0.1668	958	958	0	0.0078
MRE_{av}					0				2.02				0	
LA11	1222	1000	1222	1222	0	0.0154	1222	1222	0	0.0348	1222	1222	0	0.0136
LA12	1039	1000	1039	1039	0	0.0210	1039	1039	0	0.0179	1039	1039	0	0.0185
LA13	1150	1000	1150	1150	0	0.0111	1159	1180.6	2.66	0.2842	1150	1150	0	0.0225
LA14	1292	1000	1292	1292	0	0.0101	1292	1292	0	0.0381	1292	1292	0	0.0103
LA15	1207	1000	1207	1207	0	0.0451	1251	1251	3.64	0.3436	1207	1207	0	0.0612
MRE_{av}					0				1.26				0	
LA16	945	2000	955	971.4	2.79	0.9839	959	976.7	3.35	0.8676	957	971.2	2.77	1.1115
LA17	784	2000	784	785	0.13	1.1091	784	788.2	0.54	0.8962	787	790.8	0.87	0.9460
LA18	848	2000	853	858.6	1.25	1.1642	861	862.8	1.74	0.9526	857	861.8	1.63	0.9310
LA19	842	2000	846	857.8	1.88	1.2407	862	868.6	3.16	0.9622	855	860.2	2.16	1.0614
LA20	902	2000	911	918.2	1.80	0.9978	915	918.2	1.80	1.0386	915	919.2	1.91	1.3048
MRE_{av}					1.57				2.12				1.87	

ปัญหา	Opt.	รอบ	ผลลัพธ์ของวิธีการค้นหาแบบทาบูร่วมกับการใช้วิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยเกณฑ์สำรอง											
			MWR				SPT				MWR/SPT			
			Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย	Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย	Best	M_{av}	RE_{av}	เวลาเฉลี่ย
LA21	1046	4000	1065	1073.6	2.64	2.7147	1075	1082.8	3.52	2.4806	1066	1071.6	2.45	2.3092
LA22	927	4000	981	1011.4	9.10	2.5849	951	959.6	3.52	2.6407	962	963	3.88	2.6751
LA23	1032	4000	1032	1032	0	0.3036	1032	1032	0	0.2087	1032	1032	0	0.5647
LA24	935	4000	949	955.2	2.16	3.1529	958	966.4	3.36	2.6245	959	968	3.53	2.7742
LA25	977	4000	990	987.4	1.06	2.3140	996	1014.6	3.85	2.5657	995	1006.4	3.01	2.5360
MRE_{av}					2.99				2.85				2.57	
LA26	1218	6000	1218	1218	0	2.5154	1218	1223.2	0.43	3.0178	1223	1231.6	1.12	3.9204
LA27	1235	6000	1264	1277.7	3.46	4.1076	1260	1280	3.64	4.6637	1255	1263.2	2.28	3.7484
LA28	1216	6000	1225	1234	1.48	4.6907	1216	1228.4	1.02	4.4443	1228	1235.8	1.63	4.7250
LA29	1152	6000	1196	1204.2	4.53	4.9294	1187	1205.6	4.65	4.8205	1194	1201.2	4.27	5.1022
LA30	1355	6000	1355	1355	0	0.6190	1355	1355	0	2.8040	1355	1355	0	0.0950
MRE_{av}					1.89				1.95				1.86	
LA31	1784	7000	1784	1784	0	0.1564	1784	1784	0	0.0766	1784	1784	0	0.1728
LA32	1850	7000	1850	1850	0	0.0503	1850	1850	0	1.7733	1850	1850	0	0.0326
LA33	1719	7000	1719	1719	0	0.2277	1725	1725	0.35	5.8738	1719	1719	0	0.0312
LA34	1721	7000	1721	1721	0	0.3335	1721	1721	0	2.3762	1721	1721	0	0.0330
LA35	1888	7000	1898	1898	0.53	7.1599	1888	1888	0	0.6198	1888	1888	0	0.0311
MRE_{av}					0.10				0.07				0	
LA36	1268	8000	1285	1293.6	2.02	6.9062	1291	1293	1.97	7.6891	1296	1297.2	2.30	7.0526
LA37	1397	8000	1422	1429	2.29	7.3786	1425	1440.8	3.14	7.4803	1418	1435.4	2.75	8.6951
LA38	1196	8000	1216	1220.2	2.02	6.6803	1215	1227.6	2.64	8.2076	1216	1230.4	2.88	7.4938
LA39	1233	8000	1251	1257.6	2.00	7.2365	1259	1274.6	3.37	7.0867	1251	1258.6	2.08	7.5248
LA40	1222	8000	1237	1246	1.96	7.5920	1243	1244	1.80	6.9504	1248	1258.6	3.00	7.4903
MRE_{av}					2.06				2.58				2.60	
SVW06	1591	9000	1831	1834.6	15.31	11.2628	1811	1840.6	15.69	11.7205	1796	1810.4	13.79	10.6725
YN1	826	10000	917	917	11.02	16.0454	918	918	11.14	16.7207	904	904	9.44	16.9951

8.4 การเปรียบเทียบเวลาในการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงระหว่างวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7

เพื่อเปรียบเทียบเวลาประมวลผลค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงระหว่างวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] กับวิธีการหาค่าที่ถูกปรับปรุง เราทำการทดสอบการหาค่าทั้งสองวิธีในกระบวนการของวิธีการค้นหาแบบทาบูที่กำหนดให้ทำการประมวลผลจำนวน 10000 รอบ และสร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial featsible solution) ด้วยวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์โดยใช้เกณฑ์สำรอง MWR/SPT สร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเทคนิคของ Nowicki และ Smutnicki [20] หาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยค่าเมคสแปน รายการทาบูมีขนาดความจุ 12 เส้นเชื่อม เพื่อควบคุมทั้งสองขั้นตอนวิธีให้คำนวณค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงที่เหมือนกัน กล่าวคือจะกำหนดให้ทั้งสองขั้นตอนวิธีทำการคำนวณผลเฉลยใกล้เคียงตัวเดียวกันและจำนวนเท่ากัน ซึ่งทำให้ทั้งสองขั้นตอนวิธีรับค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงของขั้นตอนวิธีเท่ากัน เราจึงกำหนดให้ในรอบ (Iteration) ที่เกิดกรณีที่ทุกผลเฉลยใกล้เคียงเป็นทาบูทั้งหมด เราจะกำหนดให้การเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุดด้วยวิธีการเลือกผลเฉลยใกล้เคียงที่มีค่าเมคสแปนน้อยที่สุด

ผลการทดลองแสดงในตารางที่ 8.4 สรุปได้ว่า ขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีที่ถูกปรับปรุงมีเวลาเฉลี่ยน้อยกว่าขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki ในทุกปัญหา โดยทั้งสองขั้นตอนวิธีให้ค่าเมคสแปนที่เท่ากัน และทำการคำนวณผลเฉลยใกล้เคียงทั้งหมดจำนวนเท่ากัน และปัญหาที่นำมาแสดงในตารางที่ 8.4 ถูกเลือกมาเฉพาะปัญหาที่ค่าเมคสแปนยังไม่ใช่ค่าที่ดีที่สุด

ตารางที่ 8.4**:** เวลาการประมวลผลของวิธีการค้นหาแบบทาบูที่ใช้โดยการหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki กับวิธีการที่ปรับปรุงในบทที่ 7

ปัญหา	ขนาด	Opt.	เมคสแปน	จำนวนผลเฉลยใกล้เคียง	เวลาเฉลี่ยของวิธีการหาค่า (วินาที)	
					Nowicki & Smutnicki	วิธีทีปรับปรุงขึ้น
LA03	10×5	597	613	34359	4.4380	4.0287
LA04	10×5	590	598	26367	3.2276	2.7959
LA16	10×10	945	956	50297	6.6906	5.3628
LA18	10×10	848	861	54601	5.7446	4.8187
LA19	10×10	842	848	58188	6.8547	5.4916
LA20	10×10	902	910	57514	5.9707	4.5923
LA21	15×10	1046	1070	55101	8.6715	7.1259
LA22	15×10	827	997	24726	7.1246	6.3955
LA24	15×10	935	956	62431	8.5441	7.2770
LA25	15×10	977	998	52579	9.7086	6.9420
LA26	20×10	1218	1234	13589	7.6328	6.9897
LA27	20×10	1235	1269	39619	9.8104	7.2081
LA28	20×10	1216	1223	54952	11.4650	10.7643
LA29	20×10	1152	1200	59749	11.1310	8.8640
LA36	15×15	1268	1296	66901	11.6446	11.4628
LA37	15×15	1397	1434	73996	12.0576	10.3123
LA38	15×15	1196	1218	77238	11.3822	10.9010
LA39	15×15	1233	1251	72250	12.6546	11.3150
LA40	15×15	1222	1245	70128	12.6083	11.7381
SVW06	20×15	1591	1821	70024	14.7947	12.8122
YN1	20×20	826	904	99580	19.7195	17.4244

บทที่ 9

สรุปผลการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาวิธีการค้นหาแบบทาบูเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตแบบตามสั่ง โดยมุ่งเน้นที่การปรับปรุงความซับซ้อนของเวลาของขั้นตอนการหาผลเฉลยใกล้เคียง ซึ่งเป็นขั้นตอนหนึ่งที่อยู่ในขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบทาบู โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดเวลาการประมวลผลของขั้นตอนวิธี

ในก่อนหน้านี้ Nowicki และ Smutnicki [11] ได้เสนอการปรับปรุงความซับซ้อนของเวลาของขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียง ในกรณีที่สร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเงื่อนไขการสลับตำแหน่งลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน x และ y บนลำดับการผลิต π เมื่อ $x, y \in c^{\pi}$ และ $(x, y) \in E(\pi)$ (วิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังที่กล่าวมา ได้แก่ การสร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเทคนิคของ Van Laarhoven และคณะ [17] หรือ Nowicki และ Smutnicki [20]) และใช้วิธีการหาค่าผลเฉลยใกล้เคียงด้วยการใช้ค่าเมคสแปน สมมติให้กราฟ $G(\pi)$ เป็นผลเฉลยเมล็ดพันธุ์ ที่มีกราฟ $G(\tau)$ เป็นผลเฉลยใกล้เคียงของ $G(\pi)$ แล้วจะกล่าวได้ว่า

$$Cmax(\tau) = \begin{cases} LB^T, & \text{ถ้า } LB^T \geq Cmax(\pi), \\ \max\{LB^T, RQ, R', Q'\}, & \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

ซึ่งได้พิสูจน์ไว้ใน [11] ว่า การคำนวณ $Cmax(\tau)$ มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{\sum_{i=1}^{n} \log n_i, \sum_{k=1}^{m} \log m_k\})$ เมื่อ n_i แทนจำนวนโอเปอเรชันในเครื่องจักร J_i และ m_k แทนจำนวนโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k ซึ่งเป็นความซับซ้อนที่มีประสิทธิภาพในระดับ $n \log n$ นอกจากนั้น การคำนวณ $Cmax(\tau)$ ต้องอาศัยลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^{π} และ q_a^{π} ซึ่งในแต่ละรอบหลังจากที่ได้รับผลเฉลยใกล้เคียงที่ดีที่สุด ขั้นตอนวิธีจะทำการปรับปรุง ลำดับโทโพโลยี ค่า r_a^{π} และ q_a^{π} ซึ่งความซับซ้อนของเวลาในการปรับปรุงค่า r_a^{π} และ q_a^{π} รวมกัน เท่ากับ $O(o + 2)$

สำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าที่ปรับปรุงขึ้นในงานวิทยานิพนธ์นี้ เราทำการปรับปรุงความซับซ้อนของเวลาโดยมีพื้นฐานมาจากงานของ Nowicki และ Smutnicki [11] โดยจะสามารถ

คำนวณค่าเมคสแปนจากสูตร

$$Cmax(\tau) = \begin{cases} LB^{NS}, & \text{ถ้า } LB^{NS} \geq Cmax(\pi), \\ \max\{LB^{NS}, HT\}, & \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

ซึ่งได้พิสูจน์ไว้ในบทที่ 7 ว่า การคำนวณ $Cmax(\tau)$ มีความซับซ้อนของเวลา เท่ากับ $O(\max\{n, m\})$ เมื่อ n คือจำนวนงานทั้งหมด และ m คือจำนวนเครื่องจักรทั้งหมด โดยความซับซ้อนมีประสิทธิภาพระดับเชิงเส้น ซึ่งเป็นระดับที่มีประสิทธิภาพดีกว่าระดับ $n \log n$ นอกจากนั้น ในการคำนวณ $Cmax(\tau)$ ได้มีการนิยามลำดับโทโพโลยีใหม่ รวมทั้งนิยามค่า H_I^π และ T_I^π ในแต่ละรอบเราจะคำนวณค่า H_I^π และ T_I^π ซึ่งมีความซับซ้อนของเวลารวมกัน เท่ากับ $O(2o)$ แม้ว่าการคำนวณ H_I^π และ T_I^π ในแต่ละรอบของวิธีที่ทำการปรับปรุงจะมีความซับซ้อนของเวลาสูงกว่าการคำนวณ r_a^π และ q_a^π ประมาณสองเท่า แต่การคำนวณค่า r_a^π และ q_a^π จำเป็นจะต้องใช้เวลาในการเก็บข้อมูล ในขณะที่การคำนวณค่า H_I^π และ T_I^π จะเป็นการคำนวณใหม่ในทุกๆ รอบ ซึ่งไม่จำเป็นต้องใช้เวลาในการเก็บข้อมูล ทั้งนี้ การเปรียบเทียบเวลาการประมวลผลของขั้นตอนการหาค่าของทั้งสองวิธีในตารางที่ 8.4 จะเห็นว่า เวลาเฉลี่ยของวิธีที่ทำการปรับปรุงใช้เวลาน้อยกว่า

อย่างไรก็ตาม แม้วิธีการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงของทั้งสองวิธีสามารถช่วยลดเวลาการประมวลผลของขั้นตอนวิธีลงได้ แต่มีข้อจำกัดเฉพาะการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเงื่อนไขการสลับตำแหน่งลำดับการผลิตของโอเปอเรชัน x และ y บนลำดับการผลิต π เมื่อ $x, y \in c^\pi$ และ $(x, y) \in E(\pi)$ (วิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังที่กล่าวมา ได้แก่ การสร้างผลเฉลยใกล้เคียงด้วยเทคนิคของ Van Laarhoven และคณะ [17] หรือ Nowicki และ Smutnicki [20]) ซึ่งงานวิทยาพนธ์ฉบับนี้สามารถพัฒนาเพื่อใช้สำหรับหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงด้วยวิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงที่นอกเหนือจากนี้ เช่น เทคนิคการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงโดย Zhang และคณะ [3] หรือ Balas และ Vazacopoulos [21] เป็นต้น

รายการอ้างอิง

[1] C. Guéret, C. Prins, M. Sevaux, and S. Heipcke, “Applications of optimization with Xpress-MP,” (England: Dash Optimization Publishing Limited, 2007), 90-94.

[2] P. Brucker, B. Jurisch, and B. Sievers, “A branch and bound algorithm for the job-shop scheduling problem,” Discrete Applied Mathematics, Vol. 49 (1994), 107–127.

[3] CY. Zhang, PG. Li, ZL. Guan, and YQ. Rao, “A tabu search algorithm with a new neighborhood structure for the job shop scheduling problem,” Computers & Operations Research, Vol. 34 (2007), 3229–3242.

[4] F. Geyik, and I. H. Cedimoglu, “The strategies and parameters of tabu search for job-shop scheduling,” Journal of Intelligent Manufacturing, Vol. 15 (2004), 439–448.

[5] H. Wenqi, and Y. Aihua, “An improved shifting bottleneck procedure for the job shop scheduling problem,” Computers & Operations Research, Vol. 31 (2004), 2093–2110.

[6] S. G. Ponnambalam, N. Jawahar, and P. Aravindan, “A simulated annealing algorithm for job shop scheduling,” Production Planning & Control, Vol. 8 (1999), 767–777.

[7] K.R. Baker, *Sequencing rules and due-date assignments in job shop*. Management Science, Vol. 30 (1984), 1093-1104.

[8] F. D. Croce, R. Tadei, and G. Volta, “A genetic algorithm for the job shop problem,” Computers & Operations Research, Vol. 22 (1995), 15–24.

[9] K. C. Udaiyakumar, and M. Chandrasekaran, "Application of firefly algorithm in job shop scheduling problem for minimization of makespan," Procedia Engineering, Vol. 97 (2014), 1798–1807.

[10] D. Y. Sha, and CY. Hsu, "A hybrid particle swarm optimization for job shop scheduling problem," Computers & Industrial Engineering, Vol. 51 (2006), 791–808.

[11] E. Nowicki, and C. Smutnicki, "An advanced tabu search algorithm for the job shop problem," Journal of Scheduling, Vol. 8 (2005), 145–159.

[12] B. Peng, Z. Lü and T. C. E. Cheng, "A tabu search/ path relinking algorithm to solve the job shop scheduling problem," Computers & Operations Research, Vol. 53 (2015), 154–164.

[13] M. Kurdi, "A new hybrid island model genetic algorithm for job shop scheduling problem," Computers & Industrial Engineering, Vol. 88 (2015), 273–283.

[14] CY. Zhang, PG. Li, YQ. Rao, and ZL. Guan, "A very fast TS/SA algorithm for the job shop scheduling problem," Computers & Operations Research, Vol. 35 (2008), 282–294.

[15] F. Glover, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," Production Computers & Operations Research, Vol. 13 (1986), 533–549.

[16] ÉD. Taillard, "Parallel taboo search technique for the job shop scheduling problem," INFORMS Journal on Computing, Vol. 6 (1994), 108–117.

[17] P. J. M. Van Laarhoven, E. H. L. Aarts, and J. K. Lenstra, "Job shop scheduling by simulated annealing," Operations Research, Vol. 40 (1992), 113–125.

[18] H. Matsuo, C. J. SUH, and R. S. Sullivan, "A controlled search simulated annealing method for the single machine weighted tardiness problem," Annals of Operations Research, Vol. 21 (1989), 85–108.

[19] M. Dell'Amico, and M. Trubian,"Applying tabu-search to job-shop scheduling problem," Annals of Operations Research, Vol. 41 (1993), 231–252.

[20] E. Nowicki, and C. Smutnicki, "A fast tabu search algorithm for the permutation flow-shop problem," European Journal of Operational Research, Vol. 91 (1996), 160–175.

[21] E. Balas, and A. Vazacopoulos, "Guided local search with shifting bottleneck for job shop scheduling," Management Science, Vol. 44 (1998), 262–275.

[22] B. Roy. and B. Sussman, "Les problemes d'ordonnancement avec contraintes disjonctives," Note DS 9 bis, SEMA, 1964, Paris.

[23] H. M. M. Ten Eikelder, B. J. M. Aarts, M. G. A. Verhoeven, and E. H. L. Aarts, "Sequential and paralled local search algorithms for job shop scheduling," In: Voss S, Martello S, Osman IH, Roucairol C, editors. Meta-Heuristic: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, Vol. 49 (1999), 359-371

[24] I. Sabuncuoglu, and M. Bayiz, "Job shop scheduling with beam search," European Journal of Operational Research, Vol. 118 (1999), 390–412.

[25] J. Blażewicz, W. Domschke, and E. Pesch, "The job shop scheduling problem: conventional and new solution techniques," European Journal of Operational Research, Vol. 93 (1996), 1–33.

[26] J. B. Chambers, and J. W. Barnes, “New tabu search results for the job shop scheduling problem,” Technical Report ORP96-10, Graduate Program in Operations Research and Industrial Engineering, The University of Texas at Austin, 1996.

[27] S. Lawrence “Resource constrained project scheduling: an experimental investigation of heuristic scheduling techniques (Supplement),” Graduate School of Industrial Administration, Univ. Carnegie-Mellon, Pennsylvania, USA, (1984).

[28] R. H. Storer, S. D. Wu, and R. Vaccari, “New search spaces for sequencing instances with application to job shop scheduling,” Management Science, Vol. 38 (1992), 1495–1509.

[29] T. Yamada, and R. Nakano, “A genetic algorithm applicable to large-scale job-shop instances (Published Conference Proceedings style),” Proceedings 2nd Conference Parallel Problem Solving from Nature, Brussels, Belgium, (1992), 281–290.

[30] W. Stein. Python [Online]. 2013. Available from : https:// cocalc.com [2018,june 30]

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ข้อมูลของปัญหามาตรฐาน

ภาคผนวก ก แสดงข้อมูลของปัญหามาตรฐาน (Benchmark) ที่ใช้ในการทดลองของวิทยานิพนธ์นี้ ประกอบด้วย LA01 - LA40 [27], SWV06 [28] และ YN1 [29]

ให้สัญลักณ์ $n \times m$ แทนขนาดของปัญหา JSSP ที่มีจำนวนงาน n งาน คือ $J_1, \ldots, J_n$ และมีจำนวนเครื่องจักร m เครื่อง คือ $M_0, \ldots, M_{m-1}$ แต่ละปัญหามาตรฐานแสดงข้อมูล $p(O_{ij})$ และ $\mu(O_{ij})$ ในรูปเมตริกซ์ p และ μ ที่มีมิติ $n \times m$ ตามลำดับ ให้ p_{ij} เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ p แถวที่ i หลักที่ j และให้ μ_{ij} เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ μ แถวที่ i หลักที่ j แล้ว $p(O_{ij}) = p_{ij}$ และ $\mu(O_{ij}) = M_{\mu_{ij}}$

LA01 (10 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 21 & 53 & 95 & 55 & 34 \\ 21 & 52 & 16 & 26 & 71 \\ 39 & 98 & 42 & 31 & 12 \\ 77 & 55 & 79 & 66 & 77 \\ 83 & 34 & 64 & 19 & 37 \\ 54 & 43 & 79 & 92 & 62 \\ 69 & 77 & 87 & 87 & 93 \\ 38 & 60 & 41 & 24 & 83 \\ 17 & 49 & 25 & 44 & 98 \\ 77 & 79 & 43 & 75 & 96 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

LA02 (10 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 20 & 87 & 31 & 76 & 17 \\ 25 & 32 & 24 & 18 & 81 \\ 72 & 23 & 28 & 58 & 99 \\ 86 & 76 & 97 & 45 & 90 \\ 27 & 42 & 48 & 17 & 46 \\ 67 & 98 & 48 & 27 & 62 \\ 28 & 12 & 19 & 80 & 50 \\ 63 & 94 & 98 & 50 & 80 \\ 14 & 75 & 50 & 41 & 55 \\ 72 & 18 & 37 & 79 & 61 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

LA03 (10 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 23 & 45 & 82 & 84 & 38 \\ 21 & 29 & 18 & 41 & 50 \\ 38 & 54 & 16 & 52 & 52 \\ 37 & 54 & 74 & 62 & 57 \\ 57 & 81 & 61 & 68 & 30 \\ 81 & 79 & 89 & 89 & 11 \\ 33 & 20 & 91 & 20 & 66 \\ 24 & 84 & 32 & 55 & 8 \\ 56 & 7 & 54 & 64 & 39 \\ 40 & 83 & 19 & 8 & 7 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

LA04 (10 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 12 & 94 & 92 & 91 & 7 \\ 19 & 11 & 66 & 21 & 87 \\ 14 & 75 & 13 & 16 & 20 \\ 95 & 66 & 7 & 7 & 77 \\ 45 & 6 & 89 & 15 & 34 \\ 77 & 20 & 76 & 88 & 53 \\ 74 & 88 & 52 & 27 & 9 \\ 88 & 69 & 62 & 98 & 52 \\ 61 & 9 & 62 & 52 & 90 \\ 54 & 5 & 59 & 15 & 88 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

LA05 (10 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 72 & 87 & 95 & 66 & 60 \\ 5 & 35 & 48 & 39 & 54 \\ 46 & 20 & 21 & 97 & 55 \\ 59 & 19 & 46 & 34 & 37 \\ 23 & 73 & 25 & 24 & 28 \\ 28 & 45 & 5 & 78 & 83 \\ 53 & 71 & 37 & 29 & 12 \\ 12 & 87 & 33 & 55 & 38 \\ 49 & 83 & 40 & 48 & 7 \\ 65 & 17 & 90 & 27 & 23 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

LA06 (15 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 21 & 34 & 95 & 53 & 55 \\ 52 & 16 & 71 & 26 & 21 \\ 31 & 12 & 42 & 39 & 98 \\ 77 & 77 & 79 & 55 & 66 \\ 37 & 34 & 64 & 19 & 83 \\ 43 & 54 & 92 & 62 & 79 \\ 93 & 69 & 87 & 77 & 87 \\ 60 & 41 & 38 & 83 & 24 \\ 98 & 17 & 25 & 44 & 49 \\ 96 & 77 & 79 & 75 & 43 \\ 28 & 35 & 95 & 76 & 7 \\ 61 & 10 & 95 & 9 & 35 \\ 59 & 16 & 91 & 59 & 46 \\ 43 & 52 & 28 & 27 & 50 \\ 87 & 45 & 39 & 9 & 41 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

LA07 (15 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 47 & 57 & 71 & 96 & 14 \\ 75 & 60 & 22 & 79 & 65 \\ 32 & 33 & 69 & 31 & 58 \\ 44 & 34 & 51 & 58 & 47 \\ 29 & 44 & 62 & 17 & 8 \\ 15 & 40 & 97 & 38 & 66 \\ 58 & 39 & 57 & 20 & 50 \\ 57 & 32 & 87 & 63 & 21 \\ 56 & 84 & 90 & 85 & 61 \\ 15 & 20 & 67 & 30 & 70 \\ 84 & 82 & 23 & 45 & 38 \\ 50 & 21 & 18 & 41 & 29 \\ 16 & 52 & 52 & 38 & 54 \\ 37 & 54 & 57 & 74 & 62 \\ 57 & 61 & 81 & 30 & 68 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

LA08 (15 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 92 & 94 & 12 & 91 & 7 \\ 21 & 19 & 87 & 11 & 66 \\ 14 & 13 & 75 & 16 & 20 \\ 95 & 66 & 7 & 77 & 7 \\ 34 & 89 & 6 & 45 & 15 \\ 88 & 77 & 20 & 53 & 76 \\ 9 & 27 & 52 & 88 & 74 \\ 69 & 52 & 62 & 88 & 98 \\ 90 & 62 & 9 & 61 & 52 \\ 5 & 54 & 59 & 88 & 15 \\ 41 & 50 & 78 & 53 & 23 \\ 38 & 72 & 91 & 68 & 71 \\ 45 & 95 & 52 & 25 & 6 \\ 30 & 66 & 23 & 36 & 17 \\ 95 & 71 & 76 & 8 & 88 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

LA09 (15 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 66 & 85 & 84 & 62 & 19 \\ 59 & 64 & 46 & 13 & 25 \\ 88 & 80 & 73 & 53 & 41 \\ 14 & 67 & 57 & 74 & 47 \\ 84 & 64 & 41 & 84 & 78 \\ 63 & 28 & 46 & 26 & 52 \\ 10 & 17 & 73 & 11 & 64 \\ 67 & 97 & 95 & 38 & 85 \\ 95 & 46 & 59 & 65 & 93 \\ 43 & 85 & 32 & 85 & 60 \\ 49 & 41 & 61 & 66 & 90 \\ 17 & 23 & 70 & 99 & 49 \\ 40 & 73 & 73 & 98 & 68 \\ 57 & 9 & 7 & 13 & 98 \\ 37 & 85 & 17 & 79 & 41 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

LA10 (15 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 58 & 44 & 5 & 9 & 58 \\ 89 & 97 & 96 & 77 & 84 \\ 77 & 87 & 81 & 39 & 85 \\ 57 & 21 & 31 & 15 & 73 \\ 48 & 40 & 49 & 70 & 71 \\ 34 & 82 & 80 & 10 & 22 \\ 91 & 75 & 55 & 17 & 7 \\ 62 & 47 & 72 & 35 & 11 \\ 64 & 75 & 50 & 90 & 94 \\ 67 & 20 & 15 & 12 & 71 \\ 52 & 93 & 68 & 29 & 57 \\ 70 & 58 & 93 & 7 & 77 \\ 27 & 82 & 63 & 6 & 95 \\ 87 & 56 & 36 & 26 & 48 \\ 76 & 36 & 36 & 15 & 8 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

LA11 (20 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 34 & 21 & 53 & 55 & 95 \\ 21 & 52 & 71 & 16 & 26 \\ 12 & 42 & 31 & 98 & 39 \\ 66 & 77 & 79 & 55 & 77 \\ 83 & 37 & 34 & 19 & 64 \\ 79 & 43 & 92 & 62 & 54 \\ 93 & 77 & 87 & 87 & 69 \\ 83 & 24 & 41 & 38 & 60 \\ 25 & 49 & 44 & 98 & 17 \\ 96 & 75 & 43 & 77 & 79 \\ 95 & 76 & 7 & 28 & 35 \\ 10 & 95 & 61 & 9 & 35 \\ 91 & 59 & 59 & 46 & 16 \\ 27 & 52 & 43 & 28 & 50 \\ 9 & 87 & 41 & 39 & 45 \\ 54 & 20 & 43 & 14 & 71 \\ 33 & 28 & 26 & 78 & 37 \\ 89 & 33 & 8 & 66 & 42 \\ 84 & 69 & 94 & 74 & 27 \\ 81 & 45 & 78 & 69 & 96 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

LA12 (20 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 23 & 82 & 84 & 45 & 38 \\ 50 & 41 & 29 & 18 & 21 \\ 16 & 54 & 52 & 38 & 52 \\ 62 & 57 & 37 & 74 & 54 \\ 68 & 61 & 30 & 81 & 57 \\ 89 & 89 & 11 & 79 & 81 \\ 66 & 91 & 33 & 20 & 20 \\ 8 & 24 & 55 & 32 & 84 \\ 7 & 64 & 39 & 56 & 54 \\ 19 & 40 & 7 & 8 & 83 \\ 63 & 64 & 91 & 40 & 6 \\ 42 & 61 & 15 & 98 & 74 \\ 80 & 26 & 75 & 6 & 87 \\ 39 & 22 & 75 & 24 & 44 \\ 15 & 79 & 8 & 12 & 20 \\ 26 & 43 & 80 & 22 & 61 \\ 62 & 36 & 63 & 96 & 40 \\ 33 & 18 & 22 & 5 & 10 \\ 64 & 64 & 89 & 96 & 95 \\ 18 & 23 & 15 & 38 & 8 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

LA13 (20 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 60 & 87 & 72 & 95 & 66 \\ 54 & 48 & 39 & 35 & 5 \\ 20 & 46 & 97 & 21 & 55 \\ 37 & 59 & 19 & 34 & 46 \\ 73 & 25 & 24 & 28 & 23 \\ 78 & 28 & 83 & 45 & 5 \\ 71 & 37 & 12 & 29 & 53 \\ 12 & 33 & 55 & 87 & 38 \\ 48 & 40 & 49 & 83 & 7 \\ 90 & 27 & 65 & 17 & 23 \\ 62 & 85 & 66 & 84 & 19 \\ 59 & 46 & 13 & 64 & 25 \\ 53 & 73 & 80 & 88 & 41 \\ 57 & 47 & 14 & 67 & 74 \\ 41 & 64 & 84 & 78 & 84 \\ 52 & 28 & 26 & 63 & 46 \\ 11 & 64 & 10 & 73 & 17 \\ 38 & 95 & 85 & 97 & 67 \\ 93 & 65 & 95 & 59 & 46 \\ 60 & 85 & 43 & 85 & 32 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

LA (20 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 5 & 58 & 44 & 9 & 58 \\ 89 & 96 & 97 & 84 & 77 \\ 81 & 85 & 87 & 39 & 77 \\ 15 & 57 & 73 & 21 & 31 \\ 48 & 71 & 70 & 40 & 49 \\ 10 & 82 & 34 & 80 & 22 \\ 17 & 55 & 91 & 75 & 7 \\ 47 & 62 & 72 & 35 & 11 \\ 90 & 94 & 50 & 64 & 75 \\ 15 & 67 & 12 & 20 & 71 \\ 93 & 29 & 52 & 57 & 68 \\ 77 & 93 & 58 & 70 & 7 \\ 63 & 27 & 95 & 6 & 82 \\ 36 & 26 & 48 & 56 & 87 \\ 36 & 8 & 15 & 76 & 36 \\ 78 & 84 & 41 & 30 & 76 \\ 78 & 75 & 88 & 13 & 81 \\ 54 & 40 & 13 & 82 & 29 \\ 26 & 82 & 52 & 6 & 6 \\ 54 & 64 & 54 & 32 & 88 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

LA15 (20 × 5)

$$p = \begin{bmatrix} 6 & 40 & 81 & 37 & 19 \\ 40 & 32 & 55 & 81 & 9 \\ 46 & 65 & 70 & 55 & 77 \\ 21 & 65 & 64 & 25 & 15 \\ 85 & 40 & 44 & 24 & 37 \\ 89 & 29 & 83 & 31 & 84 \\ 59 & 38 & 80 & 30 & 8 \\ 80 & 56 & 77 & 41 & 97 \\ 56 & 91 & 50 & 71 & 17 \\ 40 & 88 & 59 & 7 & 80 \\ 45 & 29 & 8 & 77 & 58 \\ 36 & 54 & 96 & 9 & 10 \\ 28 & 73 & 98 & 92 & 87 \\ 70 & 86 & 27 & 99 & 96 \\ 95 & 59 & 56 & 85 & 41 \\ 81 & 92 & 32 & 52 & 39 \\ 7 & 22 & 12 & 88 & 60 \\ 45 & 93 & 69 & 49 & 27 \\ 21 & 84 & 61 & 68 & 26 \\ 82 & 33 & 71 & 99 & 44 \end{bmatrix}, \qquad \mu = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

LA16 (10 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 21 & 71 & 16 & 52 & 26 & 34 & 53 & 21 & 55 & 95 \\ 55 & 31 & 98 & 79 & 12 & 66 & 42 & 77 & 77 & 39 \\ 34 & 64 & 62 & 19 & 92 & 79 & 43 & 54 & 83 & 37 \\ 87 & 69 & 87 & 38 & 24 & 83 & 41 & 93 & 77 & 60 \\ 98 & 44 & 25 & 75 & 43 & 49 & 96 & 77 & 17 & 79 \\ 35 & 76 & 28 & 10 & 61 & 9 & 95 & 35 & 7 & 95 \\ 16 & 59 & 46 & 91 & 43 & 50 & 52 & 59 & 28 & 27 \\ 45 & 87 & 41 & 20 & 54 & 43 & 14 & 9 & 39 & 71 \\ 33 & 37 & 66 & 33 & 26 & 8 & 28 & 89 & 42 & 78 \\ 69 & 81 & 94 & 96 & 27 & 69 & 45 & 78 & 74 & 84 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 9 & 8 & 7 & 2 & 0 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 9 & 0 & 7 & 1 & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 8 & 1 & 4 & 9 & 7 & 6 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 7 & 8 & 9 & 6 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 6 & 7 & 1 & 4 & 9 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 9 & 4 & 6 & 0 & 8 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 9 & 8 & 6 & 5 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 6 & 9 & 8 & 5 & 2 & 7 \\ 4 & 2 & 8 & 5 & 3 & 7 & 1 & 6 & 9 & 0 \\ 8 & 9 & 2 & 4 & 3 & 0 & 7 & 6 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

LA17 (10 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 18 & 21 & 41 & 45 & 38 & 50 & 84 & 29 & 23 & 82 \\ 57 & 16 & 52 & 74 & 38 & 54 & 62 & 37 & 54 & 52 \\ 30 & 79 & 68 & 61 & 11 & 89 & 89 & 81 & 81 & 57 \\ 91 & 8 & 33 & 55 & 20 & 20 & 32 & 84 & 66 & 24 \\ 40 & 7 & 19 & 7 & 83 & 64 & 56 & 54 & 8 & 39 \\ 91 & 64 & 40 & 63 & 98 & 74 & 61 & 6 & 42 & 15 \\ 80 & 39 & 24 & 75 & 75 & 6 & 44 & 26 & 87 & 22 \\ 15 & 43 & 20 & 12 & 26 & 61 & 79 & 22 & 8 & 80 \\ 62 & 96 & 22 & 5 & 63 & 33 & 10 & 18 & 36 & 40 \\ 96 & 89 & 64 & 95 & 23 & 18 & 15 & 64 & 38 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 9 & 2 & 3 & 8 & 5 & 6 & 1 & 0 \\ 8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 6 & 9 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 0 & 9 & 5 \\ 0 & 8 & 3 & 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 1 & 9 \\ 9 & 0 & 4 & 8 & 6 & 2 & 5 & 3 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 0 & 7 & 4 & 8 & 1 & 6 & 9 \\ 1 & 7 & 8 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 2 & 9 \\ 1 & 7 & 2 & 0 & 8 & 6 & 3 & 9 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 9 & 0 & 6 & 7 & 8 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 5 & 3 & 9 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

LA18 (10 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 54 & 87 & 48 & 60 & 39 & 35 & 72 & 95 & 66 & 5 \\ 20 & 46 & 34 & 55 & 97 & 19 & 59 & 21 & 37 & 46 \\ 45 & 24 & 28 & 28 & 83 & 78 & 23 & 25 & 5 & 73 \\ 12 & 37 & 38 & 71 & 33 & 12 & 55 & 53 & 87 & 29 \\ 83 & 49 & 23 & 27 & 65 & 48 & 90 & 7 & 40 & 17 \\ 66 & 25 & 62 & 84 & 13 & 64 & 46 & 59 & 19 & 85 \\ 73 & 80 & 41 & 53 & 47 & 57 & 74 & 14 & 67 & 88 \\ 64 & 84 & 46 & 78 & 84 & 26 & 28 & 52 & 41 & 63 \\ 11 & 64 & 67 & 85 & 10 & 73 & 38 & 95 & 97 & 17 \\ 60 & 32 & 95 & 93 & 65 & 85 & 43 & 85 & 46 & 59 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 5 & 0 & 8 & 4 & 2 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 8 & 0 & 7 & 6 & 5 & 3 & 9 & 2 \\ 9 & 1 & 4 & 3 & 8 & 2 & 6 & 0 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 9 & 7 & 0 & 4 & 5 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 9 & 6 & 7 & 8 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 & 9 & 7 & 8 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 7 & 8 & 9 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 7 & 4 & 3 & 5 & 9 & 8 & 6 & 2 \\ 4 & 8 & 2 & 3 & 1 & 6 & 7 & 9 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

LA19 (10 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 44 & 5 & 58 & 97 & 9 & 84 & 77 & 96 & 58 & 89 \\ 15 & 31 & 87 & 57 & 77 & 85 & 81 & 39 & 73 & 21 \\ 82 & 22 & 10 & 70 & 49 & 40 & 34 & 48 & 80 & 71 \\ 91 & 17 & 62 & 75 & 47 & 11 & 7 & 72 & 35 & 55 \\ 71 & 90 & 75 & 64 & 94 & 15 & 12 & 67 & 20 & 50 \\ 70 & 93 & 77 & 29 & 58 & 93 & 68 & 57 & 7 & 52 \\ 87 & 63 & 26 & 6 & 82 & 27 & 56 & 48 & 36 & 95 \\ 36 & 15 & 41 & 78 & 76 & 84 & 30 & 76 & 36 & 8 \\ 88 & 81 & 13 & 82 & 54 & 13 & 29 & 40 & 78 & 75 \\ 88 & 54 & 64 & 32 & 52 & 6 & 54 & 82 & 6 & 26 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 4 & 0 & 7 & 8 & 9 & 1 & 6 \\ 4 & 7 & 1 & 8 & 0 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 \\ 9 & 6 & 4 & 3 & 1 & 0 & 8 & 2 & 7 & 5 \\ 1 & 2 & 7 & 5 & 8 & 4 & 3 & 6 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 3 & 0 & 2 & 8 & 4 & 7 & 9 & 5 \\ 7 & 5 & 8 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & 8 & 9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 7 & 8 & 9 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & 6 & 7 & 0 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

LA20 (10 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 9 & 81 & 55 & 40 & 32 & 37 & 6 & 19 & 81 & 40 \\ 21 & 70 & 65 & 64 & 46 & 65 & 25 & 77 & 55 & 15 \\ 85 & 37 & 40 & 24 & 44 & 83 & 89 & 31 & 84 & 29 \\ 80 & 77 & 56 & 8 & 30 & 59 & 38 & 80 & 41 & 97 \\ 91 & 40 & 88 & 17 & 71 & 50 & 59 & 80 & 56 & 7 \\ 8 & 9 & 58 & 77 & 29 & 96 & 45 & 10 & 54 & 36 \\ 70 & 92 & 98 & 87 & 99 & 27 & 86 & 96 & 28 & 73 \\ 95 & 92 & 85 & 52 & 81 & 32 & 39 & 59 & 41 & 56 \\ 60 & 45 & 88 & 12 & 7 & 22 & 93 & 49 & 69 & 27 \\ 21 & 61 & 68 & 26 & 82 & 71 & 44 & 99 & 33 & 84 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 4 & 2 & 8 & 3 & 0 & 5 & 9 & 7 \\ 7 & 2 & 9 & 4 & 1 & 5 & 8 & 0 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 0 & 3 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 & 9 \\ 4 & 6 & 7 & 0 & 2 & 5 & 3 & 1 & 9 & 8 \\ 0 & 6 & 4 & 1 & 2 & 3 & 9 & 8 & 5 & 7 \\ 2 & 6 & 3 & 5 & 1 & 8 & 0 & 9 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & 3 & 4 & 6 & 9 & 8 & 0 & 2 & 5 \\ 3 & 8 & 0 & 2 & 1 & 5 & 4 & 9 & 7 & 6 \\ 0 & 2 & 3 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

LA21 (15 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 34 & 55 & 95 & 16 & 21 & 71 & 53 & 52 & 21 & 26 \\ 39 & 31 & 12 & 42 & 79 & 77 & 77 & 98 & 55 & 66 \\ 19 & 83 & 34 & 92 & 54 & 79 & 62 & 37 & 64 & 43 \\ 60 & 87 & 24 & 77 & 69 & 38 & 87 & 41 & 83 & 93 \\ 79 & 77 & 98 & 96 & 17 & 44 & 43 & 75 & 49 & 25 \\ 35 & 95 & 9 & 10 & 35 & 7 & 28 & 61 & 95 & 76 \\ 28 & 59 & 16 & 43 & 46 & 50 & 52 & 27 & 59 & 91 \\ 9 & 20 & 39 & 54 & 45 & 71 & 87 & 41 & 43 & 14 \\ 28 & 33 & 78 & 26 & 37 & 8 & 66 & 89 & 42 & 33 \\ 94 & 84 & 78 & 81 & 74 & 27 & 69 & 69 & 45 & 96 \\ 31 & 24 & 20 & 17 & 25 & 81 & 76 & 87 & 32 & 18 \\ 28 & 97 & 58 & 45 & 76 & 99 & 23 & 72 & 90 & 86 \\ 27 & 48 & 27 & 62 & 98 & 67 & 48 & 42 & 46 & 17 \\ 12 & 50 & 80 & 50 & 80 & 19 & 28 & 63 & 94 & 98 \\ 61 & 55 & 37 & 14 & 50 & 79 & 41 & 72 & 18 & 75 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 & 4 & 6 & 0 & 8 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 9 & 8 & 6 & 5 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 6 & 9 & 8 & 5 & 2 & 7 \\ 4 & 2 & 8 & 5 & 3 & 7 & 1 & 6 & 9 & 0 \\ 8 & 9 & 2 & 4 & 3 & 0 & 7 & 6 & 1 & 5 \\ 8 & 7 & 6 & 9 & 2 & 1 & 5 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 9 & 0 & 8 & 6 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 7 & 0 & 3 & 9 & 8 \\ 1 & 5 & 0 & 3 & 2 & 7 & 8 & 6 & 9 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 9 & 1 & 3 & 8 & 0 & 7 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 9 & 8 & 5 & 3 & 7 & 6 \\ 5 & 9 & 0 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 \\ 5 & 9 & 8 & 7 & 4 & 6 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 0 & 2 & 9 & 3 & 5 & 6 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 2 & 8 & 1 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

LA22 (15 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 66 & 91 & 87 & 94 & 21 & 92 & 7 & 12 & 11 & 19 \\ 13 & 20 & 7 & 14 & 66 & 75 & 77 & 16 & 95 & 7 \\ 77 & 20 & 34 & 15 & 88 & 89 & 53 & 6 & 45 & 76 \\ 27 & 74 & 88 & 62 & 52 & 69 & 9 & 98 & 52 & 88 \\ 88 & 15 & 52 & 61 & 54 & 62 & 59 & 9 & 90 & 5 \\ 71 & 41 & 38 & 53 & 91 & 68 & 50 & 78 & 23 & 72 \\ 95 & 36 & 66 & 52 & 45 & 30 & 23 & 25 & 17 & 6 \\ 65 & 8 & 85 & 71 & 65 & 28 & 88 & 76 & 27 & 95 \\ 37 & 37 & 28 & 51 & 86 & 9 & 55 & 73 & 51 & 90 \\ 39 & 15 & 83 & 44 & 53 & 16 & 46 & 24 & 25 & 82 \\ 72 & 48 & 87 & 66 & 5 & 54 & 39 & 35 & 95 & 60 \\ 46 & 20 & 97 & 21 & 46 & 37 & 19 & 59 & 34 & 55 \\ 23 & 25 & 78 & 24 & 28 & 83 & 28 & 5 & 73 & 45 \\ 37 & 53 & 87 & 38 & 71 & 29 & 12 & 33 & 55 & 12 \\ 90 & 17 & 49 & 83 & 40 & 23 & 65 & 27 & 7 & 48 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 4 & 2 & 7 & 3 & 1 & 0 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 9 & 0 & 6 & 5 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 2 & 0 & 9 & 5 & 6 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 & 4 & 7 & 8 & 5 & 9 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 7 & 0 & 8 & 5 & 3 & 9 \\ 6 & 0 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 5 & 0 & 8 & 4 & 2 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 8 & 0 & 7 & 6 & 5 & 3 & 9 & 2 \\ 9 & 1 & 4 & 3 & 8 & 2 & 6 & 0 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 9 & 7 & 0 & 4 & 5 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 9 & 6 & 7 & 8 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 & 9 & 7 & 8 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 7 & 8 & 9 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 7 & 4 & 3 & 5 & 9 & 8 & 6 & 2 \\ 4 & 8 & 2 & 3 & 1 & 6 & 7 & 9 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

LA23 (15 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 84 & 58 & 77 & 44 & 97 & 89 & 5 & 58 & 96 & 9 \\ 21 & 87 & 15 & 39 & 81 & 85 & 31 & 57 & 73 & 77 \\ 40 & 71 & 34 & 82 & 70 & 22 & 10 & 80 & 48 & 49 \\ 75 & 17 & 7 & 72 & 11 & 62 & 47 & 35 & 91 & 55 \\ 20 & 12 & 71 & 67 & 64 & 94 & 15 & 50 & 75 & 90 \\ 93 & 93 & 57 & 70 & 77 & 58 & 52 & 29 & 7 & 68 \\ 56 & 95 & 48 & 26 & 82 & 63 & 36 & 27 & 87 & 6 \\ 76 & 15 & 78 & 8 & 41 & 36 & 30 & 84 & 36 & 76 \\ 75 & 13 & 81 & 29 & 54 & 82 & 88 & 78 & 40 & 13 \\ 6 & 26 & 32 & 64 & 54 & 52 & 82 & 6 & 88 & 54 \\ 62 & 67 & 32 & 62 & 69 & 61 & 35 & 72 & 5 & 93 \\ 78 & 90 & 85 & 72 & 64 & 63 & 11 & 82 & 88 & 7 \\ 28 & 11 & 50 & 88 & 44 & 31 & 27 & 66 & 49 & 35 \\ 14 & 39 & 56 & 62 & 97 & 66 & 69 & 7 & 47 & 76 \\ 18 & 93 & 58 & 47 & 69 & 57 & 41 & 53 & 79 & 64 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 8 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & 8 & 9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 7 & 8 & 9 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & 6 & 7 & 0 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1 \\ 6 & 5 & 1 & 7 & 8 & 4 & 0 & 2 & 9 & 3 \\ 7 & 0 & 8 & 4 & 2 & 1 & 9 & 3 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 9 & 1 & 8 & 2 & 4 & 6 & 0 & 7 \\ 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 6 & 5 & 1 & 9 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 6 & 4 & 0 & 5 & 3 & 9 & 8 \\ 8 & 2 & 5 & 0 & 7 & 3 & 1 & 4 & 9 & 6 \\ 2 & 9 & 0 & 1 & 8 & 6 & 3 & 7 & 5 & 4 \\ 4 & 9 & 7 & 6 & 0 & 5 & 2 & 1 & 8 & 3 \\ 2 & 5 & 6 & 4 & 3 & 9 & 7 & 1 & 8 & 0 \\ 1 & 8 & 7 & 6 & 3 & 9 & 2 & 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

LA24 (15 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 8 & 75 & 72 & 74 & 30 & 43 & 38 & 98 & 26 & 19 \\ 19 & 73 & 43 & 23 & 85 & 39 & 13 & 26 & 67 & 9 \\ 50 & 93 & 80 & 7 & 55 & 61 & 57 & 72 & 42 & 46 \\ 68 & 43 & 99 & 60 & 68 & 91 & 11 & 96 & 11 & 72 \\ 84 & 34 & 40 & 7 & 70 & 74 & 12 & 43 & 69 & 30 \\ 60 & 49 & 59 & 72 & 63 & 69 & 99 & 45 & 27 & 9 \\ 71 & 91 & 65 & 90 & 98 & 8 & 50 & 75 & 37 & 17 \\ 62 & 90 & 98 & 31 & 91 & 38 & 72 & 9 & 72 & 49 \\ 35 & 39 & 74 & 25 & 47 & 52 & 63 & 21 & 35 & 80 \\ 58 & 5 & 50 & 52 & 88 & 20 & 68 & 24 & 53 & 57 \\ 99 & 91 & 33 & 19 & 18 & 38 & 24 & 35 & 49 & 9 \\ 68 & 60 & 77 & 10 & 60 & 15 & 72 & 18 & 90 & 18 \\ 79 & 60 & 56 & 91 & 40 & 86 & 72 & 80 & 89 & 51 \\ 10 & 92 & 23 & 46 & 40 & 72 & 6 & 23 & 95 & 34 \\ 24 & 29 & 49 & 55 & 47 & 77 & 77 & 8 & 28 & 48 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 0 & 6 & 4 & 8 & 2 & 5 & 1 & 3 \\ 6 & 8 & 3 & 0 & 1 & 4 & 5 & 9 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 0 & 2 & 6 & 8 & 9 & 7 \\ 1 & 7 & 4 & 6 & 5 & 0 & 8 & 3 & 9 & 2 \\ 7 & 2 & 8 & 5 & 1 & 6 & 3 & 0 & 9 & 4 \\ 8 & 0 & 4 & 5 & 9 & 1 & 7 & 6 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 8 & 1 & 9 & 4 & 7 & 0 & 5 & 3 \\ 8 & 7 & 5 & 3 & 2 & 4 & 9 & 1 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 9 & 5 & 7 & 3 & 2 & 8 & 6 & 1 \\ 9 & 0 & 3 & 8 & 1 & 6 & 2 & 5 & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 & 9 & 1 & 8 \\ 0 & 3 & 2 & 7 & 8 & 5 & 9 & 1 & 6 & 4 \\ 9 & 1 & 3 & 6 & 2 & 8 & 7 & 0 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 5 & 6 & 8 & 7 & 3 & 1 & 0 & 9 \\ 2 & 5 & 9 & 8 & 0 & 6 & 3 & 7 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

LA25 (15 × 10)

$$p = \begin{bmatrix} 14 & 75 & 12 & 38 & 76 & 97 & 12 & 29 & 44 & 66 \\ 38 & 82 & 85 & 58 & 87 & 89 & 43 & 80 & 69 & 92 \\ 5 & 84 & 43 & 48 & 8 & 7 & 41 & 61 & 66 & 14 \\ 42 & 8 & 96 & 19 & 59 & 97 & 73 & 43 & 74 & 41 \\ 55 & 70 & 75 & 42 & 37 & 23 & 48 & 5 & 38 & 7 \\ 9 & 72 & 31 & 79 & 73 & 95 & 25 & 43 & 60 & 56 \\ 97 & 64 & 78 & 21 & 94 & 31 & 53 & 16 & 86 & 7 \\ 86 & 85 & 63 & 61 & 65 & 30 & 32 & 33 & 44 & 59 \\ 44 & 16 & 11 & 45 & 30 & 84 & 93 & 60 & 61 & 90 \\ 36 & 31 & 47 & 52 & 32 & 11 & 28 & 35 & 20 & 49 \\ 20 & 49 & 74 & 10 & 17 & 34 & 85 & 77 & 68 & 84 \\ 85 & 7 & 71 & 59 & 76 & 17 & 29 & 17 & 48 & 13 \\ 15 & 87 & 11 & 39 & 39 & 43 & 19 & 32 & 16 & 64 \\ 32 & 92 & 33 & 82 & 83 & 57 & 99 & 91 & 99 & 8 \\ 88 & 7 & 27 & 38 & 91 & 69 & 21 & 62 & 39 & 48 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 & 2 & 0 & 5 & 9 & 1 & 7 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 6 & 9 & 0 & 1 & 7 & 8 \\ 9 & 1 & 0 & 6 & 4 & 7 & 3 & 5 & 8 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 5 & 4 & 7 & 9 & 8 & 3 & 6 \\ 6 & 2 & 3 & 8 & 4 & 7 & 1 & 5 & 9 & 0 \\ 8 & 2 & 7 & 0 & 5 & 3 & 4 & 6 & 9 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 & 4 & 9 & 8 & 6 & 7 & 1 \\ 3 & 7 & 9 & 0 & 2 & 4 & 5 & 1 & 8 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 9 & 8 & 0 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 6 & 0 & 5 & 2 & 9 & 3 & 1 \\ 8 & 6 & 7 & 4 & 5 & 3 & 0 & 2 & 9 & 1 \\ 1 & 5 & 8 & 6 & 4 & 0 & 3 & 2 & 7 & 9 \\ 2 & 6 & 7 & 1 & 4 & 8 & 0 & 3 & 9 & 5 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 9 & 4 & 3 & 0 \\ 4 & 7 & 8 & 1 & 3 & 2 & 6 & 9 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

LA26 (20 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
52 & 26 & 71 & 16 & 34 & 21 & 95 & 21 & 53 & 55 \\
55 & 98 & 39 & 79 & 12 & 77 & 77 & 66 & 31 & 42 \\
37 & 92 & 64 & 54 & 19 & 43 & 83 & 34 & 79 & 62 \\
87 & 77 & 93 & 69 & 87 & 38 & 24 & 41 & 83 & 60 \\
98 & 25 & 75 & 77 & 49 & 17 & 79 & 44 & 43 & 96 \\
7 & 61 & 95 & 35 & 10 & 35 & 28 & 76 & 95 & 9 \\
59 & 43 & 46 & 28 & 52 & 16 & 59 & 91 & 50 & 27 \\
9 & 43 & 14 & 71 & 20 & 54 & 41 & 87 & 45 & 39 \\
28 & 66 & 78 & 37 & 42 & 26 & 33 & 89 & 33 & 8 \\
96 & 27 & 78 & 84 & 94 & 69 & 74 & 81 & 45 & 69 \\
24 & 32 & 25 & 17 & 87 & 81 & 76 & 18 & 31 & 20 \\
90 & 28 & 72 & 86 & 23 & 99 & 76 & 97 & 45 & 58 \\
17 & 98 & 48 & 46 & 27 & 67 & 62 & 42 & 48 & 27 \\
80 & 50 & 19 & 98 & 28 & 50 & 94 & 63 & 12 & 80 \\
72 & 75 & 61 & 79 & 37 & 50 & 14 & 55 & 18 & 41 \\
96 & 14 & 57 & 47 & 65 & 75 & 79 & 71 & 60 & 22 \\
31 & 47 & 58 & 32 & 44 & 58 & 34 & 33 & 69 & 51 \\
44 & 40 & 17 & 62 & 66 & 15 & 29 & 38 & 8 & 97 \\
58 & 50 & 63 & 87 & 57 & 21 & 57 & 32 & 39 & 20 \\
85 & 84 & 56 & 61 & 15 & 70 & 30 & 90 & 67 & 20
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
8 & 7 & 6 & 9 & 2 & 1 & 5 & 4 & 0 & 3 \\
4 & 5 & 3 & 9 & 0 & 8 & 6 & 7 & 2 & 1 \\
5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 7 & 0 & 3 & 9 & 8 \\
1 & 5 & 0 & 3 & 2 & 7 & 8 & 6 & 9 & 4 \\
2 & 5 & 6 & 9 & 1 & 3 & 8 & 0 & 7 & 4 \\
1 & 4 & 0 & 2 & 9 & 8 & 5 & 3 & 7 & 6 \\
5 & 9 & 0 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 \\
5 & 9 & 8 & 7 & 4 & 6 & 3 & 0 & 1 & 2 \\
1 & 8 & 0 & 2 & 9 & 3 & 5 & 6 & 4 & 7 \\
4 & 3 & 6 & 5 & 2 & 8 & 1 & 9 & 7 & 0 \\
4 & 7 & 9 & 2 & 3 & 8 & 5 & 6 & 1 & 0 \\
8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 6 & 9 & 4 & 0 \\
2 & 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 0 & 9 & 5 \\
0 & 8 & 3 & 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 1 & 9 \\
9 & 0 & 4 & 8 & 6 & 2 & 5 & 3 & 7 & 1 \\
3 & 2 & 5 & 0 & 7 & 4 & 8 & 1 & 6 & 9 \\
1 & 7 & 8 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 2 & 9 \\
1 & 7 & 2 & 0 & 8 & 6 & 3 & 9 & 5 & 4 \\
2 & 3 & 4 & 9 & 0 & 6 & 7 & 8 & 1 & 5 \\
1 & 0 & 5 & 3 & 9 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4
\end{bmatrix}$$

LA27 (20 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
60 & 48 & 95 & 87 & 72 & 5 & 35 & 39 & 54 & 66 \\
37 & 34 & 97 & 55 & 21 & 20 & 59 & 46 & 19 & 46 \\
45 & 73 & 24 & 28 & 28 & 25 & 23 & 83 & 5 & 78 \\
53 & 12 & 12 & 37 & 33 & 71 & 55 & 29 & 87 & 38 \\
90 & 49 & 27 & 65 & 7 & 23 & 48 & 83 & 17 & 40 \\
85 & 25 & 84 & 64 & 13 & 66 & 46 & 59 & 62 & 19 \\
88 & 67 & 14 & 41 & 73 & 57 & 53 & 80 & 47 & 74 \\
78 & 64 & 63 & 46 & 84 & 84 & 28 & 52 & 26 & 41 \\
11 & 64 & 97 & 38 & 17 & 85 & 73 & 10 & 95 & 67 \\
93 & 95 & 43 & 65 & 32 & 59 & 85 & 46 & 85 & 60 \\
61 & 41 & 49 & 23 & 66 & 49 & 70 & 99 & 90 & 17 \\
13 & 7 & 98 & 57 & 73 & 73 & 68 & 40 & 98 & 9 \\
86 & 76 & 14 & 41 & 85 & 37 & 19 & 17 & 54 & 79 \\
40 & 53 & 97 & 87 & 96 & 84 & 16 & 66 & 52 & 95 \\
33 & 33 & 87 & 18 & 55 & 13 & 77 & 60 & 42 & 74 \\
92 & 91 & 79 & 54 & 69 & 79 & 33 & 61 & 39 & 16 \\
82 & 41 & 28 & 64 & 78 & 76 & 6 & 49 & 47 & 58 \\
52 & 42 & 24 & 91 & 47 & 88 & 91 & 52 & 28 & 35 \\
82 & 76 & 86 & 93 & 84 & 38 & 95 & 37 & 21 & 23 \\
77 & 8 & 42 & 64 & 70 & 45 & 45 & 28 & 67 & 86
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
3 & 4 & 5 & 0 & 1 & 9 & 8 & 7 & 6 & 2 \\
7 & 6 & 0 & 5 & 2 & 3 & 4 & 9 & 8 & 1 \\
4 & 2 & 1 & 8 & 0 & 3 & 5 & 7 & 9 & 6 \\
0 & 2 & 9 & 1 & 8 & 3 & 6 & 5 & 7 & 4 \\
4 & 2 & 9 & 7 & 5 & 6 & 0 & 3 & 8 & 1 \\
3 & 4 & 2 & 6 & 9 & 1 & 7 & 8 & 0 & 5 \\
5 & 6 & 4 & 0 & 1 & 7 & 2 & 3 & 9 & 8 \\
1 & 5 & 4 & 6 & 3 & 0 & 8 & 9 & 7 & 2 \\
1 & 0 & 6 & 9 & 2 & 4 & 5 & 3 & 8 & 7 \\
3 & 2 & 7 & 1 & 8 & 0 & 6 & 5 & 9 & 4 \\
2 & 3 & 5 & 4 & 0 & 7 & 8 & 9 & 1 & 6 \\
4 & 7 & 1 & 8 & 0 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 \\
9 & 6 & 4 & 3 & 1 & 0 & 8 & 2 & 7 & 5 \\
1 & 2 & 7 & 5 & 8 & 4 & 3 & 6 & 9 & 0 \\
6 & 1 & 3 & 0 & 2 & 8 & 4 & 7 & 9 & 5 \\
7 & 5 & 8 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 9 & 0 \\
6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 & 7 & 8 & 9 & 0 \\
0 & 5 & 8 & 9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 & 1 \\
5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 7 & 8 & 9 & 1 & 0 \\
9 & 4 & 6 & 7 & 0 & 2 & 8 & 5 & 3 & 1
\end{bmatrix}$$

LA28 (20 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
32 & 81 & 55 & 40 & 6 & 19 & 81 & 37 & 40 & 9 \\
70 & 55 & 21 & 64 & 46 & 25 & 65 & 77 & 65 & 15 \\
84 & 89 & 24 & 44 & 85 & 31 & 29 & 83 & 37 & 40 \\
80 & 59 & 8 & 30 & 77 & 38 & 80 & 56 & 41 & 97 \\
40 & 71 & 91 & 7 & 59 & 80 & 50 & 56 & 17 & 88 \\
36 & 10 & 45 & 9 & 54 & 96 & 8 & 77 & 29 & 58 \\
99 & 86 & 92 & 28 & 98 & 70 & 87 & 96 & 73 & 27 \\
95 & 85 & 56 & 52 & 59 & 41 & 81 & 39 & 32 & 92 \\
7 & 69 & 93 & 27 & 22 & 88 & 45 & 60 & 49 & 12 \\
33 & 61 & 44 & 26 & 84 & 82 & 68 & 21 & 71 & 99 \\
43 & 72 & 30 & 98 & 75 & 26 & 8 & 74 & 19 & 38 \\
19 & 67 & 73 & 85 & 26 & 39 & 9 & 23 & 13 & 43 \\
72 & 46 & 80 & 93 & 61 & 7 & 42 & 50 & 55 & 57 \\
99 & 91 & 11 & 68 & 43 & 96 & 72 & 11 & 60 & 68 \\
69 & 43 & 12 & 40 & 70 & 74 & 34 & 7 & 30 & 84 \\
99 & 27 & 59 & 72 & 9 & 45 & 49 & 63 & 69 & 60 \\
75 & 17 & 91 & 50 & 65 & 37 & 98 & 90 & 71 & 8 \\
72 & 9 & 31 & 49 & 91 & 62 & 90 & 72 & 98 & 38 \\
35 & 63 & 25 & 35 & 21 & 47 & 52 & 80 & 39 & 74 \\
68 & 24 & 58 & 52 & 5 & 20 & 50 & 57 & 88 & 53
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
8 & 1 & 4 & 7 & 0 & 5 & 9 & 3 & 2 & 6 \\
2 & 3 & 7 & 4 & 1 & 8 & 9 & 0 & 5 & 6 \\
7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 8 & 9 & 6 & 5 & 0 \\
4 & 5 & 0 & 2 & 6 & 3 & 1 & 7 & 9 & 8 \\
6 & 2 & 0 & 7 & 9 & 8 & 3 & 5 & 1 & 4 \\
7 & 9 & 0 & 6 & 4 & 8 & 2 & 5 & 1 & 3 \\
6 & 8 & 3 & 0 & 1 & 4 & 5 & 9 & 2 & 7 \\
1 & 3 & 5 & 4 & 0 & 2 & 6 & 8 & 9 & 7 \\
1 & 7 & 4 & 6 & 5 & 0 & 8 & 3 & 9 & 2 \\
7 & 2 & 8 & 5 & 1 & 6 & 3 & 0 & 9 & 4 \\
8 & 0 & 4 & 5 & 9 & 1 & 7 & 6 & 3 & 2 \\
6 & 2 & 8 & 1 & 9 & 4 & 7 & 0 & 5 & 3 \\
8 & 7 & 5 & 3 & 2 & 4 & 9 & 1 & 0 & 6 \\
4 & 0 & 9 & 5 & 7 & 3 & 2 & 8 & 6 & 1 \\
9 & 0 & 3 & 8 & 1 & 6 & 2 & 5 & 4 & 7 \\
7 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 & 9 & 1 & 8 \\
0 & 3 & 2 & 7 & 8 & 5 & 9 & 1 & 6 & 4 \\
9 & 1 & 3 & 6 & 2 & 8 & 7 & 0 & 5 & 4 \\
4 & 2 & 5 & 6 & 8 & 7 & 3 & 1 & 0 & 9 \\
2 & 5 & 9 & 8 & 0 & 6 & 3 & 7 & 1 & 4
\end{bmatrix}$$

LA29 (20 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
14 & 38 & 44 & 76 & 97 & 12 & 75 & 66 & 12 & 29 \\
43 & 85 & 82 & 38 & 58 & 89 & 92 & 87 & 69 & 80 \\
41 & 7 & 5 & 43 & 14 & 8 & 61 & 84 & 66 & 48 \\
42 & 74 & 59 & 41 & 8 & 73 & 43 & 96 & 19 & 97 \\
23 & 42 & 37 & 55 & 7 & 5 & 70 & 38 & 75 & 48 \\
9 & 43 & 31 & 25 & 73 & 95 & 79 & 72 & 60 & 56 \\
7 & 21 & 53 & 16 & 94 & 97 & 78 & 64 & 86 & 31 \\
65 & 59 & 85 & 33 & 30 & 44 & 61 & 86 & 63 & 32 \\
45 & 44 & 61 & 93 & 30 & 90 & 84 & 11 & 16 & 60 \\
47 & 36 & 31 & 49 & 20 & 28 & 52 & 35 & 11 & 32 \\
77 & 10 & 68 & 17 & 85 & 84 & 20 & 49 & 74 & 34 \\
17 & 7 & 85 & 29 & 17 & 76 & 59 & 71 & 13 & 48 \\
87 & 39 & 43 & 11 & 15 & 32 & 64 & 19 & 39 & 16 \\
33 & 99 & 32 & 91 & 82 & 92 & 99 & 57 & 83 & 8 \\
91 & 39 & 69 & 27 & 7 & 21 & 38 & 62 & 88 & 48 \\
67 & 80 & 24 & 88 & 18 & 44 & 45 & 64 & 80 & 38 \\
59 & 72 & 47 & 40 & 21 & 43 & 51 & 52 & 24 & 15 \\
70 & 31 & 20 & 76 & 40 & 43 & 32 & 88 & 5 & 77 \\
47 & 64 & 85 & 49 & 58 & 26 & 32 & 80 & 14 & 94 \\
59 & 96 & 5 & 79 & 34 & 75 & 26 & 9 & 23 & 11
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
8 & 2 & 7 & 0 & 5 & 3 & 4 & 6 & 9 & 1 \\
0 & 2 & 3 & 5 & 4 & 9 & 8 & 6 & 7 & 1 \\
3 & 7 & 9 & 0 & 2 & 4 & 5 & 1 & 8 & 6 \\
2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 9 & 8 & 0 & 5 & 7 \\
7 & 8 & 4 & 6 & 0 & 5 & 2 & 9 & 3 & 1 \\
8 & 6 & 7 & 4 & 5 & 3 & 0 & 2 & 9 & 1 \\
1 & 5 & 8 & 6 & 4 & 0 & 3 & 2 & 7 & 9 \\
2 & 6 & 7 & 1 & 4 & 8 & 0 & 3 & 9 & 5 \\
6 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 9 & 4 & 3 & 0 \\
4 & 7 & 8 & 1 & 3 & 2 & 6 & 9 & 5 & 0 \\
2 & 4 & 9 & 5 & 0 & 1 & 8 & 6 & 7 & 3 \\
0 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 & 6 & 8 & 9 & 7 \\
6 & 4 & 8 & 7 & 2 & 3 & 5 & 0 & 1 & 9 \\
5 & 3 & 6 & 4 & 8 & 2 & 9 & 7 & 1 & 0 \\
3 & 5 & 2 & 8 & 7 & 6 & 1 & 9 & 4 & 0 \\
2 & 7 & 3 & 0 & 4 & 1 & 8 & 9 & 5 & 6 \\
9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 5 & 0 & 8 & 1 & 2 \\
3 & 2 & 6 & 8 & 1 & 7 & 0 & 5 & 9 & 4 \\
4 & 5 & 9 & 3 & 7 & 1 & 0 & 8 & 2 & 6 \\
5 & 2 & 0 & 7 & 8 & 4 & 3 & 6 & 9 & 1
\end{bmatrix}$$

LA30 (20 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
32 & 16 & 33 & 12 & 70 & 10 & 75 & 82 & 88 & 20 \\
39 & 81 & 91 & 56 & 69 & 45 & 59 & 86 & 36 & 68 \\
84 & 57 & 41 & 73 & 81 & 88 & 38 & 17 & 83 & 5 \\
20 & 6 & 15 & 19 & 30 & 94 & 45 & 17 & 18 & 88 \\
24 & 49 & 16 & 11 & 60 & 5 & 63 & 25 & 15 & 45 \\
86 & 50 & 77 & 54 & 48 & 93 & 32 & 92 & 45 & 71 \\
86 & 90 & 78 & 88 & 57 & 32 & 57 & 86 & 71 & 39 \\
59 & 18 & 31 & 41 & 20 & 83 & 65 & 54 & 94 & 69 \\
47 & 79 & 76 & 59 & 72 & 8 & 30 & 73 & 57 & 84 \\
59 & 89 & 10 & 45 & 8 & 54 & 88 & 20 & 7 & 62 \\
63 & 9 & 77 & 37 & 5 & 13 & 79 & 24 & 10 & 82 \\
74 & 32 & 61 & 53 & 92 & 20 & 10 & 5 & 45 & 23 \\
85 & 51 & 61 & 99 & 37 & 94 & 98 & 65 & 33 & 75 \\
51 & 24 & 8 & 30 & 12 & 23 & 7 & 17 & 35 & 81 \\
71 & 42 & 68 & 31 & 29 & 63 & 65 & 70 & 27 & 93 \\
28 & 38 & 51 & 70 & 33 & 78 & 45 & 90 & 54 & 72 \\
18 & 90 & 25 & 92 & 85 & 35 & 29 & 81 & 80 & 59 \\
67 & 96 & 38 & 86 & 97 & 94 & 86 & 35 & 82 & 45 \\
92 & 51 & 59 & 52 & 8 & 70 & 75 & 54 & 60 & 33 \\
98 & 80 & 78 & 82 & 7 & 89 & 69 & 51 & 79 & 62
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
6 & 3 & 1 & 8 & 7 & 4 & 9 & 0 & 5 & 2 \\
8 & 4 & 3 & 5 & 9 & 1 & 6 & 0 & 2 & 7 \\
3 & 2 & 7 & 5 & 4 & 0 & 8 & 9 & 6 & 1 \\
4 & 5 & 2 & 8 & 1 & 0 & 6 & 7 & 3 & 9 \\
9 & 6 & 5 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 & 2 & 0 \\
1 & 8 & 2 & 6 & 9 & 0 & 3 & 7 & 5 & 4 \\
5 & 6 & 3 & 9 & 2 & 0 & 7 & 8 & 4 & 1 \\
2 & 3 & 9 & 4 & 7 & 5 & 8 & 0 & 6 & 1 \\
3 & 4 & 6 & 0 & 1 & 2 & 9 & 5 & 7 & 8 \\
0 & 2 & 4 & 7 & 3 & 5 & 6 & 8 & 9 & 1 \\
5 & 6 & 4 & 3 & 2 & 8 & 9 & 1 & 7 & 0 \\
0 & 1 & 2 & 7 & 4 & 9 & 8 & 3 & 6 & 5 \\
2 & 9 & 0 & 5 & 4 & 6 & 1 & 8 & 3 & 7 \\
0 & 3 & 5 & 6 & 7 & 8 & 2 & 4 & 9 & 1 \\
1 & 5 & 8 & 2 & 6 & 3 & 4 & 9 & 7 & 0 \\
1 & 5 & 4 & 7 & 2 & 8 & 9 & 3 & 6 & 0 \\
0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 5 & 7 & 1 & 9 & 3 \\
5 & 2 & 1 & 4 & 0 & 3 & 7 & 6 & 9 & 8 \\
2 & 8 & 4 & 6 & 5 & 9 & 1 & 3 & 7 & 0 \\
3 & 7 & 5 & 0 & 2 & 9 & 1 & 4 & 8 & 6
\end{bmatrix}$$

LA31 (30 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
21 & 26 & 16 & 34 & 55 & 52 & 95 & 71 & 21 & 53 \\
77 & 98 & 42 & 66 & 31 & 39 & 77 & 79 & 55 & 12 \\
64 & 92 & 34 & 19 & 62 & 54 & 43 & 83 & 79 & 37 \\
93 & 24 & 69 & 38 & 77 & 87 & 60 & 41 & 87 & 83 \\
77 & 44 & 96 & 79 & 75 & 98 & 25 & 17 & 43 & 49 \\
76 & 35 & 28 & 95 & 95 & 61 & 35 & 7 & 9 & 10 \\
91 & 27 & 50 & 16 & 28 & 59 & 52 & 46 & 59 & 43 \\
45 & 71 & 39 & 87 & 14 & 54 & 41 & 43 & 9 & 20 \\
37 & 26 & 33 & 42 & 78 & 89 & 8 & 66 & 28 & 33 \\
74 & 69 & 84 & 27 & 81 & 45 & 69 & 94 & 78 & 96 \\
76 & 32 & 18 & 20 & 87 & 17 & 25 & 24 & 31 & 81 \\
97 & 90 & 28 & 86 & 58 & 72 & 23 & 76 & 99 & 45 \\
48 & 27 & 67 & 62 & 98 & 42 & 46 & 27 & 48 & 17 \\
80 & 19 & 28 & 12 & 94 & 63 & 98 & 50 & 80 & 50 \\
50 & 41 & 61 & 79 & 14 & 72 & 18 & 55 & 37 & 75 \\
22 & 57 & 75 & 14 & 65 & 96 & 71 & 47 & 79 & 60 \\
32 & 69 & 44 & 31 & 51 & 33 & 34 & 58 & 47 & 58 \\
66 & 40 & 17 & 62 & 38 & 8 & 15 & 29 & 44 & 97 \\
50 & 58 & 21 & 63 & 57 & 32 & 20 & 87 & 57 & 39 \\
20 & 67 & 85 & 90 & 70 & 84 & 30 & 56 & 61 & 15 \\
29 & 82 & 18 & 38 & 21 & 50 & 23 & 84 & 45 & 41 \\
54 & 37 & 62 & 16 & 52 & 57 & 54 & 38 & 74 & 52 \\
79 & 61 & 11 & 81 & 89 & 89 & 57 & 68 & 81 & 30 \\
24 & 66 & 32 & 33 & 8 & 20 & 84 & 91 & 55 & 20 \\
54 & 64 & 83 & 40 & 8 & 7 & 19 & 56 & 39 & 7 \\
6 & 74 & 63 & 64 & 15 & 42 & 98 & 61 & 40 & 91 \\
80 & 75 & 26 & 87 & 22 & 39 & 24 & 75 & 44 & 6 \\
8 & 79 & 61 & 15 & 12 & 43 & 26 & 22 & 20 & 80 \\
36 & 63 & 10 & 22 & 96 & 40 & 5 & 18 & 33 & 62 \\
8 & 15 & 64 & 95 & 96 & 38 & 18 & 23 & 64 & 89
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
4 & 7 & 9 & 2 & 3 & 8 & 5 & 6 & 1 & 0 \\
8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 6 & 9 & 4 & 0 \\
2 & 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 7 & 0 & 9 & 5 \\
0 & 8 & 3 & 7 & 5 & 2 & 4 & 6 & 1 & 9 \\
9 & 0 & 4 & 8 & 6 & 2 & 5 & 3 & 7 & 1 \\
3 & 2 & 5 & 0 & 7 & 4 & 8 & 1 & 6 & 9 \\
1 & 7 & 8 & 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 2 & 9 \\
1 & 7 & 2 & 0 & 8 & 6 & 3 & 9 & 5 & 4 \\
2 & 3 & 4 & 9 & 0 & 6 & 7 & 8 & 1 & 5 \\
1 & 0 & 5 & 3 & 9 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4 \\
5 & 7 & 6 & 0 & 3 & 2 & 9 & 4 & 1 & 8 \\
9 & 8 & 5 & 7 & 0 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \\
9 & 5 & 6 & 7 & 4 & 0 & 1 & 8 & 3 & 2 \\
9 & 3 & 5 & 1 & 4 & 6 & 7 & 8 & 0 & 2 \\
2 & 1 & 4 & 8 & 5 & 9 & 7 & 3 & 6 & 0 \\
9 & 5 & 4 & 2 & 7 & 3 & 1 & 0 & 8 & 6 \\
3 & 2 & 4 & 1 & 9 & 0 & 6 & 5 & 7 & 8 \\
8 & 7 & 2 & 0 & 9 & 5 & 6 & 3 & 1 & 4 \\
3 & 2 & 6 & 4 & 7 & 8 & 5 & 9 & 0 & 1 \\
4 & 6 & 1 & 2 & 7 & 0 & 8 & 5 & 3 & 9 \\
6 & 0 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 & 5 & 2 & 9 \\
3 & 9 & 6 & 5 & 0 & 8 & 4 & 2 & 7 & 1 \\
4 & 1 & 8 & 0 & 7 & 6 & 5 & 3 & 9 & 2 \\
9 & 1 & 4 & 3 & 8 & 2 & 6 & 0 & 7 & 5 \\
3 & 2 & 6 & 9 & 7 & 0 & 4 & 5 & 1 & 8 \\
1 & 4 & 0 & 2 & 9 & 6 & 7 & 8 & 5 & 3 \\
1 & 3 & 0 & 2 & 9 & 7 & 8 & 4 & 6 & 5 \\
5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 7 & 8 & 9 & 2 & 4 \\
1 & 0 & 7 & 4 & 3 & 5 & 9 & 8 & 6 & 2 \\
4 & 8 & 2 & 3 & 1 & 6 & 7 & 9 & 5 & 0
\end{bmatrix}$$

LA32 (30 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
89 & 58 & 97 & 44 & 77 & 5 & 9 & 58 & 96 & 84 \\
31 & 81 & 73 & 15 & 87 & 39 & 57 & 77 & 85 & 21 \\
48 & 71 & 40 & 70 & 49 & 22 & 10 & 34 & 80 & 82 \\
11 & 72 & 62 & 55 & 17 & 75 & 7 & 91 & 35 & 47 \\
64 & 71 & 12 & 90 & 94 & 75 & 20 & 15 & 50 & 67 \\
29 & 93 & 68 & 93 & 57 & 77 & 52 & 7 & 58 & 70 \\
26 & 27 & 63 & 6 & 87 & 56 & 48 & 36 & 95 & 82 \\
8 & 76 & 76 & 30 & 84 & 78 & 41 & 36 & 36 & 15 \\
13 & 29 & 75 & 81 & 78 & 88 & 54 & 40 & 13 & 82 \\
52 & 6 & 6 & 82 & 64 & 88 & 54 & 54 & 32 & 26 \\
62 & 35 & 72 & 69 & 62 & 32 & 5 & 61 & 67 & 93 \\
78 & 11 & 82 & 7 & 72 & 64 & 90 & 85 & 88 & 63 \\
50 & 28 & 35 & 66 & 27 & 49 & 11 & 88 & 31 & 44 \\
62 & 39 & 76 & 14 & 56 & 97 & 7 & 69 & 66 & 47 \\
47 & 41 & 64 & 58 & 57 & 93 & 69 & 53 & 18 & 79 \\
76 & 81 & 76 & 61 & 77 & 26 & 74 & 22 & 58 & 78 \\
30 & 72 & 43 & 65 & 16 & 92 & 95 & 29 & 99 & 64 \\
35 & 74 & 16 & 85 & 7 & 81 & 86 & 61 & 35 & 34 \\
97 & 43 & 72 & 88 & 17 & 43 & 94 & 64 & 22 & 42 \\
99 & 84 & 99 & 98 & 20 & 31 & 74 & 92 & 23 & 89 \\
32 & 6 & 55 & 19 & 81 & 81 & 40 & 9 & 37 & 40 \\
15 & 70 & 25 & 46 & 65 & 64 & 21 & 77 & 65 & 55 \\
31 & 84 & 37 & 24 & 85 & 89 & 29 & 44 & 40 & 83 \\
80 & 8 & 41 & 59 & 56 & 38 & 30 & 97 & 77 & 80 \\
59 & 91 & 50 & 80 & 17 & 40 & 71 & 56 & 88 & 7 \\
36 & 58 & 54 & 77 & 8 & 9 & 45 & 10 & 29 & 96 \\
28 & 92 & 73 & 27 & 86 & 87 & 96 & 98 & 99 & 70 \\
32 & 95 & 85 & 81 & 41 & 39 & 92 & 59 & 56 & 52 \\
93 & 12 & 22 & 27 & 45 & 69 & 60 & 7 & 88 & 49 \\
61 & 26 & 71 & 44 & 21 & 82 & 68 & 33 & 84 & 99
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
6 & 1 & 4 & 2 & 8 & 3 & 0 & 5 & 9 & 7 \\
7 & 2 & 9 & 4 & 1 & 5 & 8 & 0 & 3 & 6 \\
2 & 5 & 0 & 3 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 & 9 \\
4 & 6 & 7 & 0 & 2 & 5 & 3 & 1 & 9 & 8 \\
0 & 6 & 4 & 1 & 2 & 3 & 9 & 8 & 5 & 7 \\
2 & 6 & 3 & 5 & 1 & 8 & 0 & 9 & 4 & 7 \\
4 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 & 2 \\
1 & 7 & 3 & 4 & 6 & 9 & 8 & 0 & 2 & 5 \\
3 & 8 & 0 & 2 & 1 & 5 & 4 & 9 & 7 & 6 \\
0 & 2 & 3 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 & 7 & 1 \\
8 & 1 & 4 & 7 & 0 & 5 & 9 & 3 & 2 & 6 \\
2 & 3 & 7 & 4 & 1 & 8 & 9 & 0 & 5 & 6 \\
7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 8 & 9 & 6 & 5 & 0 \\
4 & 5 & 0 & 2 & 6 & 3 & 1 & 7 & 9 & 8 \\
6 & 2 & 0 & 7 & 9 & 8 & 3 & 5 & 1 & 4 \\
7 & 9 & 0 & 6 & 4 & 8 & 2 & 5 & 1 & 3 \\
6 & 8 & 3 & 0 & 1 & 4 & 5 & 9 & 2 & 7 \\
1 & 3 & 5 & 4 & 0 & 2 & 6 & 8 & 9 & 7 \\
1 & 7 & 4 & 6 & 5 & 0 & 8 & 3 & 9 & 2 \\
7 & 2 & 8 & 5 & 1 & 6 & 3 & 0 & 9 & 4 \\
8 & 0 & 4 & 5 & 9 & 1 & 7 & 6 & 3 & 2 \\
6 & 2 & 8 & 1 & 9 & 4 & 7 & 0 & 5 & 3 \\
8 & 7 & 5 & 3 & 2 & 4 & 9 & 1 & 0 & 6 \\
4 & 0 & 9 & 5 & 7 & 3 & 2 & 8 & 6 & 1 \\
9 & 0 & 3 & 8 & 1 & 6 & 2 & 5 & 4 & 7 \\
7 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 & 9 & 1 & 8 \\
0 & 3 & 2 & 7 & 8 & 5 & 9 & 1 & 6 & 4 \\
9 & 1 & 3 & 6 & 2 & 8 & 7 & 0 & 5 & 4 \\
4 & 2 & 5 & 6 & 8 & 7 & 3 & 1 & 0 & 9 \\
2 & 5 & 9 & 8 & 0 & 6 & 3 & 7 & 1 & 4
\end{bmatrix}$$

LA33 (30 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
38 & 75 & 12 & 97 & 76 & 29 & 14 & 66 & 44 & 12 \\
43 & 38 & 80 & 82 & 85 & 58 & 87 & 92 & 89 & 69 \\
48 & 8 & 66 & 7 & 14 & 41 & 61 & 43 & 84 & 5 \\
19 & 74 & 41 & 59 & 43 & 42 & 73 & 97 & 8 & 96 \\
75 & 5 & 70 & 42 & 23 & 55 & 48 & 38 & 37 & 7 \\
72 & 31 & 95 & 79 & 25 & 56 & 9 & 60 & 73 & 43 \\
31 & 78 & 16 & 94 & 86 & 21 & 97 & 53 & 7 & 64 \\
86 & 65 & 59 & 44 & 33 & 85 & 61 & 32 & 63 & 30 \\
11 & 61 & 84 & 16 & 90 & 30 & 60 & 93 & 44 & 45 \\
11 & 28 & 32 & 36 & 31 & 47 & 20 & 52 & 35 & 49 \\
17 & 34 & 49 & 84 & 85 & 20 & 74 & 68 & 10 & 77 \\
71 & 7 & 29 & 85 & 76 & 59 & 17 & 17 & 13 & 48 \\
39 & 16 & 39 & 87 & 11 & 32 & 15 & 19 & 64 & 43 \\
33 & 82 & 92 & 83 & 32 & 99 & 99 & 91 & 8 & 57 \\
7 & 48 & 62 & 88 & 21 & 39 & 27 & 91 & 38 & 69 \\
64 & 45 & 24 & 80 & 67 & 18 & 38 & 88 & 80 & 44 \\
15 & 72 & 40 & 21 & 52 & 51 & 59 & 24 & 47 & 43 \\
77 & 43 & 40 & 31 & 76 & 20 & 88 & 70 & 5 & 32 \\
14 & 58 & 85 & 64 & 26 & 94 & 32 & 49 & 80 & 47 \\
23 & 11 & 34 & 75 & 79 & 26 & 96 & 5 & 9 & 59 \\
75 & 20 & 10 & 66 & 43 & 37 & 9 & 83 & 68 & 52 \\
54 & 26 & 79 & 88 & 84 & 6 & 54 & 59 & 28 & 42 \\
56 & 29 & 36 & 40 & 86 & 68 & 69 & 23 & 62 & 16 \\
53 & 5 & 17 & 59 & 59 & 78 & 64 & 82 & 13 & 12 \\
7 & 62 & 90 & 83 & 85 & 69 & 16 & 81 & 58 & 66 \\
24 & 65 & 69 & 42 & 82 & 82 & 83 & 46 & 72 & 33 \\
10 & 27 & 43 & 20 & 71 & 65 & 73 & 99 & 24 & 64 \\
35 & 92 & 38 & 35 & 30 & 45 & 8 & 82 & 34 & 21 \\
23 & 84 & 7 & 85 & 60 & 15 & 52 & 94 & 83 & 6 \\
70 & 29 & 27 & 80 & 6 & 39 & 79 & 28 & 66 & 66
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
2 & 4 & 9 & 5 & 0 & 1 & 8 & 6 & 7 & 3 \\
0 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 & 6 & 8 & 9 & 7 \\
6 & 4 & 8 & 7 & 2 & 3 & 5 & 0 & 1 & 9 \\
5 & 3 & 6 & 4 & 8 & 2 & 9 & 7 & 1 & 0 \\
3 & 5 & 2 & 8 & 7 & 6 & 1 & 9 & 4 & 0 \\
2 & 7 & 3 & 0 & 4 & 1 & 8 & 9 & 5 & 6 \\
9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 5 & 0 & 8 & 1 & 2 \\
3 & 2 & 6 & 8 & 1 & 7 & 0 & 5 & 9 & 4 \\
4 & 5 & 9 & 3 & 7 & 1 & 0 & 8 & 2 & 6 \\
5 & 2 & 0 & 7 & 8 & 4 & 3 & 6 & 9 & 1 \\
5 & 3 & 6 & 1 & 0 & 8 & 7 & 9 & 4 & 2 \\
8 & 5 & 3 & 1 & 4 & 6 & 2 & 0 & 9 & 7 \\
1 & 9 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 & 0 & 5 & 8 \\
5 & 8 & 2 & 1 & 6 & 3 & 9 & 4 & 0 & 7 \\
7 & 0 & 9 & 4 & 6 & 5 & 8 & 3 & 1 & 2 \\
9 & 8 & 3 & 7 & 2 & 4 & 6 & 0 & 5 & 1 \\
2 & 3 & 4 & 7 & 8 & 0 & 9 & 1 & 6 & 5 \\
4 & 7 & 1 & 2 & 8 & 6 & 5 & 3 & 9 & 0 \\
2 & 7 & 9 & 5 & 1 & 6 & 0 & 3 & 8 & 4 \\
9 & 1 & 8 & 4 & 7 & 3 & 2 & 0 & 6 & 5 \\
0 & 2 & 8 & 3 & 6 & 7 & 1 & 9 & 4 & 5 \\
8 & 1 & 4 & 7 & 6 & 0 & 2 & 9 & 3 & 5 \\
4 & 9 & 3 & 0 & 6 & 8 & 2 & 7 & 5 & 1 \\
7 & 1 & 6 & 9 & 2 & 8 & 3 & 0 & 4 & 5 \\
9 & 6 & 7 & 5 & 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 8 \\
7 & 2 & 1 & 5 & 9 & 6 & 0 & 3 & 8 & 4 \\
1 & 8 & 7 & 5 & 4 & 9 & 2 & 6 & 0 & 3 \\
9 & 3 & 0 & 5 & 7 & 8 & 2 & 4 & 1 & 6 \\
5 & 7 & 9 & 4 & 8 & 1 & 2 & 6 & 3 & 0 \\
2 & 6 & 8 & 9 & 4 & 7 & 1 & 0 & 3 & 5
\end{bmatrix}$$

LA34 (30 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
51 & 59 & 35 & 73 & 65 & 27 & 13 & 81 & 32 & 74 \\
64 & 33 & 75 & 33 & 10 & 28 & 38 & 53 & 49 & 55 \\
83 & 23 & 72 & 7 & 72 & 6 & 39 & 52 & 90 & 21 \\
82 & 23 & 93 & 78 & 88 & 53 & 28 & 65 & 21 & 61 \\
41 & 12 & 12 & 77 & 70 & 24 & 81 & 73 & 62 & 6 \\
98 & 28 & 42 & 72 & 15 & 15 & 94 & 33 & 51 & 99 \\
32 & 22 & 96 & 15 & 78 & 31 & 7 & 94 & 23 & 86 \\
93 & 97 & 43 & 73 & 24 & 68 & 88 & 42 & 35 & 72 \\
14 & 44 & 13 & 67 & 63 & 49 & 5 & 17 & 85 & 66 \\
82 & 15 & 72 & 26 & 8 & 68 & 21 & 45 & 99 & 27 \\
93 & 23 & 51 & 54 & 49 & 96 & 56 & 36 & 53 & 52 \\
60 & 14 & 70 & 55 & 23 & 83 & 38 & 24 & 37 & 48 \\
62 & 15 & 69 & 23 & 82 & 26 & 45 & 33 & 12 & 37 \\
72 & 9 & 15 & 28 & 92 & 12 & 59 & 64 & 87 & 73 \\
50 & 14 & 90 & 46 & 71 & 48 & 80 & 61 & 24 & 44 \\
22 & 94 & 16 & 73 & 54 & 54 & 46 & 97 & 61 & 75 \\
55 & 67 & 77 & 30 & 6 & 32 & 47 & 93 & 6 & 40 \\
30 & 98 & 79 & 22 & 79 & 7 & 36 & 36 & 9 & 92 \\
37 & 72 & 52 & 31 & 82 & 54 & 7 & 82 & 73 & 49 \\
73 & 83 & 45 & 76 & 43 & 29 & 35 & 92 & 39 & 28 \\
58 & 26 & 48 & 52 & 34 & 96 & 70 & 98 & 80 & 94 \\
70 & 23 & 26 & 14 & 90 & 93 & 21 & 42 & 18 & 36 \\
28 & 76 & 25 & 17 & 84 & 67 & 87 & 43 & 88 & 84 \\
30 & 91 & 52 & 80 & 21 & 8 & 37 & 15 & 12 & 92 \\
28 & 7 & 46 & 92 & 77 & 15 & 69 & 54 & 47 & 39 \\
50 & 44 & 64 & 38 & 93 & 33 & 75 & 41 & 24 & 5 \\
94 & 17 & 87 & 21 & 92 & 28 & 61 & 63 & 34 & 77 \\
72 & 98 & 5 & 28 & 9 & 95 & 64 & 43 & 50 & 96 \\
85 & 85 & 39 & 98 & 24 & 71 & 60 & 55 & 22 & 35 \\
78 & 49 & 46 & 11 & 90 & 20 & 34 & 6 & 70 & 74
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
2 & 7 & 1 & 5 & 9 & 0 & 6 & 3 & 8 & 4 \\
4 & 7 & 5 & 2 & 8 & 0 & 3 & 6 & 9 & 1 \\
6 & 1 & 2 & 3 & 9 & 0 & 4 & 5 & 8 & 7 \\
3 & 1 & 2 & 4 & 6 & 7 & 9 & 8 & 5 & 0 \\
4 & 6 & 9 & 3 & 1 & 7 & 0 & 5 & 2 & 8 \\
4 & 3 & 6 & 9 & 0 & 8 & 5 & 2 & 1 & 7 \\
0 & 8 & 9 & 4 & 6 & 3 & 5 & 1 & 2 & 7 \\
7 & 2 & 3 & 5 & 0 & 8 & 9 & 1 & 4 & 6 \\
2 & 0 & 8 & 5 & 1 & 3 & 7 & 4 & 6 & 9 \\
7 & 9 & 3 & 4 & 0 & 1 & 6 & 8 & 2 & 5 \\
4 & 6 & 0 & 8 & 3 & 1 & 2 & 9 & 5 & 7 \\
8 & 0 & 4 & 9 & 1 & 5 & 3 & 2 & 7 & 6 \\
0 & 7 & 8 & 9 & 1 & 6 & 4 & 5 & 3 & 2 \\
6 & 1 & 7 & 5 & 8 & 9 & 0 & 3 & 4 & 2 \\
0 & 1 & 7 & 5 & 3 & 4 & 2 & 9 & 8 & 6 \\
0 & 9 & 5 & 3 & 2 & 8 & 4 & 1 & 6 & 7 \\
9 & 3 & 6 & 4 & 7 & 1 & 8 & 5 & 2 & 0 \\
1 & 3 & 7 & 0 & 6 & 2 & 8 & 9 & 5 & 4 \\
8 & 7 & 2 & 4 & 1 & 9 & 5 & 6 & 3 & 0 \\
1 & 3 & 7 & 2 & 4 & 9 & 0 & 5 & 8 & 6 \\
2 & 0 & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 9 \\
1 & 8 & 5 & 4 & 6 & 2 & 3 & 0 & 7 & 9 \\
4 & 6 & 7 & 0 & 1 & 2 & 8 & 3 & 9 & 5 \\
7 & 3 & 8 & 4 & 0 & 5 & 9 & 2 & 6 & 1 \\
1 & 4 & 7 & 6 & 2 & 3 & 9 & 8 & 0 & 5 \\
9 & 5 & 2 & 8 & 4 & 6 & 7 & 0 & 1 & 3 \\
7 & 0 & 6 & 2 & 8 & 9 & 1 & 4 & 3 & 5 \\
3 & 8 & 9 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 & 0 & 7 \\
0 & 2 & 8 & 1 & 7 & 3 & 5 & 4 & 9 & 6 \\
3 & 6 & 2 & 1 & 0 & 5 & 9 & 7 & 4 & 8
\end{bmatrix}$$

LA35 (30 × 10)

$$p = \begin{bmatrix}
66 & 84 & 26 & 29 & 94 & 98 & 7 & 98 & 45 & 43 \\
32 & 97 & 55 & 88 & 93 & 88 & 20 & 50 & 17 & 5 \\
43 & 68 & 47 & 68 & 57 & 20 & 81 & 60 & 94 & 62 \\
57 & 40 & 78 & 9 & 49 & 17 & 32 & 30 & 87 & 77 \\
52 & 30 & 48 & 48 & 26 & 17 & 93 & 97 & 49 & 89 \\
95 & 33 & 5 & 17 & 70 & 57 & 34 & 61 & 62 & 39 \\
97 & 92 & 31 & 5 & 79 & 5 & 67 & 5 & 78 & 60 \\
79 & 6 & 20 & 45 & 34 & 24 & 26 & 68 & 16 & 46 \\
58 & 50 & 19 & 93 & 49 & 25 & 85 & 50 & 93 & 26 \\
81 & 71 & 7 & 39 & 16 & 42 & 71 & 84 & 56 & 99 \\
9 & 86 & 6 & 71 & 97 & 85 & 16 & 42 & 81 & 81 \\
72 & 24 & 30 & 56 & 43 & 61 & 82 & 40 & 59 & 43 \\
43 & 13 & 70 & 93 & 95 & 12 & 15 & 78 & 97 & 14 \\
14 & 26 & 71 & 46 & 80 & 31 & 37 & 27 & 92 & 67 \\
12 & 43 & 96 & 7 & 45 & 20 & 13 & 29 & 60 & 33 \\
78 & 50 & 84 & 42 & 84 & 30 & 76 & 57 & 87 & 59 \\
49 & 50 & 15 & 13 & 93 & 50 & 32 & 59 & 10 & 35 \\
25 & 47 & 60 & 33 & 53 & 37 & 73 & 22 & 87 & 79 \\
84 & 83 & 71 & 68 & 89 & 11 & 60 & 50 & 33 & 97 \\
14 & 38 & 88 & 5 & 77 & 92 & 24 & 73 & 52 & 71 \\
62 & 19 & 38 & 15 & 64 & 64 & 8 & 61 & 19 & 33 \\
33 & 46 & 74 & 56 & 84 & 83 & 19 & 8 & 32 & 97 \\
50 & 71 & 50 & 97 & 8 & 17 & 19 & 92 & 54 & 52 \\
32 & 79 & 97 & 38 & 49 & 76 & 76 & 56 & 78 & 54 \\
13 & 5 & 25 & 86 & 95 & 28 & 78 & 24 & 10 & 39 \\
48 & 59 & 20 & 7 & 31 & 97 & 89 & 32 & 25 & 41 \\
87 & 18 & 48 & 43 & 30 & 97 & 47 & 65 & 69 & 27 \\
71 & 20 & 20 & 78 & 39 & 17 & 50 & 44 & 42 & 38 \\
50 & 42 & 72 & 7 & 77 & 58 & 78 & 89 & 70 & 36 \\
32 & 95 & 13 & 73 & 97 & 24 & 49 & 57 & 68 & 94
\end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix}
0 & 2 & 3 & 7 & 9 & 6 & 8 & 5 & 1 & 4 \\
3 & 0 & 6 & 2 & 8 & 9 & 1 & 4 & 7 & 5 \\
4 & 3 & 8 & 9 & 1 & 6 & 5 & 2 & 7 & 0 \\
1 & 5 & 0 & 6 & 2 & 9 & 3 & 4 & 8 & 7 \\
0 & 4 & 3 & 5 & 1 & 9 & 6 & 8 & 7 & 2 \\
7 & 0 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 & 2 & 8 & 9 \\
7 & 5 & 1 & 8 & 2 & 4 & 3 & 0 & 9 & 6 \\
2 & 4 & 7 & 8 & 6 & 3 & 9 & 5 & 1 & 0 \\
7 & 9 & 2 & 8 & 6 & 3 & 5 & 4 & 0 & 1 \\
9 & 6 & 5 & 1 & 2 & 8 & 0 & 4 & 3 & 7 \\
8 & 0 & 9 & 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 7 & 1 \\
4 & 3 & 0 & 8 & 2 & 1 & 7 & 6 & 5 & 9 \\
9 & 1 & 6 & 7 & 0 & 8 & 4 & 2 & 5 & 3 \\
0 & 6 & 1 & 3 & 8 & 5 & 4 & 9 & 7 & 2 \\
2 & 0 & 5 & 6 & 3 & 7 & 1 & 9 & 4 & 8 \\
1 & 5 & 6 & 0 & 8 & 4 & 9 & 2 & 7 & 3 \\
4 & 7 & 1 & 8 & 0 & 6 & 9 & 5 & 3 & 2 \\
1 & 0 & 7 & 8 & 4 & 5 & 9 & 2 & 3 & 6 \\
0 & 6 & 1 & 5 & 9 & 8 & 3 & 4 & 2 & 7 \\
1 & 0 & 6 & 5 & 4 & 7 & 8 & 2 & 9 & 3 \\
7 & 9 & 6 & 3 & 8 & 2 & 4 & 1 & 0 & 5 \\
2 & 5 & 4 & 0 & 6 & 9 & 8 & 7 & 3 & 1 \\
4 & 3 & 6 & 2 & 9 & 0 & 7 & 8 & 5 & 1 \\
8 & 1 & 3 & 5 & 9 & 4 & 6 & 0 & 2 & 7 \\
5 & 3 & 2 & 0 & 1 & 9 & 6 & 8 & 7 & 4 \\
7 & 2 & 0 & 9 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 & 8 \\
5 & 0 & 9 & 2 & 1 & 6 & 7 & 8 & 3 & 4 \\
6 & 5 & 8 & 1 & 3 & 0 & 7 & 2 & 9 & 4 \\
0 & 9 & 3 & 5 & 1 & 7 & 4 & 2 & 6 & 8 \\
3 & 9 & 2 & 0 & 6 & 8 & 4 & 5 & 1 & 7
\end{bmatrix}$$

LA36 (15 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
21 & 55 & 71 & 98 & 12 & 34 & 16 & 21 & 53 & 26 & 52 & 95 & 31 & 42 & 39 \\
54 & 83 & 77 & 64 & 34 & 79 & 43 & 55 & 77 & 19 & 37 & 79 & 92 & 62 & 66 \\
83 & 77 & 87 & 38 & 60 & 98 & 93 & 17 & 41 & 44 & 69 & 49 & 24 & 87 & 25 \\
77 & 96 & 28 & 7 & 95 & 35 & 35 & 76 & 9 & 95 & 43 & 75 & 61 & 10 & 79 \\
87 & 28 & 50 & 59 & 46 & 45 & 9 & 43 & 52 & 27 & 91 & 41 & 16 & 59 & 39 \\
20 & 71 & 78 & 66 & 14 & 8 & 42 & 28 & 54 & 33 & 89 & 26 & 37 & 33 & 43 \\
69 & 96 & 17 & 69 & 45 & 31 & 78 & 20 & 27 & 87 & 74 & 84 & 76 & 94 & 81 \\
58 & 90 & 76 & 81 & 23 & 28 & 18 & 32 & 86 & 99 & 97 & 24 & 45 & 72 & 25 \\
27 & 46 & 67 & 27 & 19 & 80 & 17 & 48 & 62 & 12 & 28 & 98 & 42 & 48 & 50 \\
37 & 80 & 75 & 55 & 50 & 94 & 14 & 41 & 72 & 50 & 61 & 79 & 98 & 18 & 63 \\
65 & 96 & 47 & 75 & 69 & 58 & 33 & 71 & 22 & 32 & 57 & 79 & 14 & 31 & 60 \\
34 & 47 & 58 & 51 & 62 & 44 & 8 & 17 & 97 & 29 & 15 & 66 & 40 & 44 & 38 \\
50 & 57 & 61 & 20 & 85 & 90 & 58 & 63 & 84 & 39 & 87 & 21 & 56 & 32 & 57 \\
84 & 45 & 15 & 41 & 18 & 82 & 29 & 70 & 67 & 30 & 50 & 23 & 20 & 21 & 38 \\
37 & 81 & 61 & 57 & 57 & 52 & 74 & 62 & 30 & 52 & 38 & 68 & 54 & 54 & 16
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
4 & 3 & 6 & 14 & 10 & 2 & 9 & 1 & 0 & 7 & 8 & 5 & 12 & 11 & 13 \\
11 & 4 & 1 & 7 & 8 & 14 & 12 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 & 10 & 13 & 2 \\
9 & 5 & 2 & 7 & 4 & 12 & 0 & 13 & 6 & 10 & 3 & 11 & 8 & 1 & 14 \\
5 & 0 & 9 & 6 & 4 & 13 & 7 & 8 & 11 & 12 & 2 & 1 & 10 & 14 & 3 \\
10 & 4 & 8 & 2 & 0 & 11 & 14 & 9 & 6 & 7 & 1 & 13 & 3 & 5 & 12 \\
0 & 2 & 4 & 13 & 3 & 12 & 14 & 6 & 1 & 9 & 11 & 8 & 7 & 10 & 5 \\
8 & 4 & 12 & 0 & 7 & 11 & 6 & 10 & 3 & 13 & 1 & 5 & 14 & 2 & 9 \\
4 & 13 & 11 & 3 & 7 & 9 & 1 & 2 & 12 & 8 & 14 & 0 & 10 & 6 & 5 \\
5 & 1 & 6 & 8 & 13 & 10 & 2 & 3 & 7 & 11 & 14 & 4 & 0 & 9 & 12 \\
11 & 5 & 4 & 8 & 7 & 0 & 9 & 6 & 14 & 3 & 10 & 13 & 2 & 12 & 1 \\
7 & 3 & 0 & 4 & 12 & 14 & 10 & 1 & 9 & 13 & 5 & 8 & 2 & 11 & 6 \\
1 & 2 & 3 & 5 & 4 & 6 & 9 & 7 & 10 & 8 & 11 & 13 & 12 & 0 & 14 \\
3 & 7 & 13 & 5 & 11 & 12 & 2 & 4 & 10 & 1 & 9 & 6 & 14 & 8 & 0 \\
9 & 7 & 5 & 14 & 10 & 4 & 11 & 2 & 1 & 3 & 13 & 6 & 0 & 12 & 8 \\
9 & 10 & 11 & 14 & 8 & 0 & 7 & 6 & 12 & 1 & 2 & 13 & 4 & 3 & 5
\end{bmatrix}$$

LA37 (15 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
19 & 64 & 73 & 13 & 84 & 88 & 85 & 41 & 53 & 80 & 66 & 46 & 59 & 25 & 62 \\
67 & 74 & 41 & 57 & 52 & 14 & 64 & 84 & 78 & 47 & 28 & 84 & 63 & 26 & 46 \\
97 & 95 & 64 & 38 & 59 & 95 & 17 & 65 & 93 & 10 & 73 & 11 & 85 & 46 & 67 \\
23 & 49 & 32 & 66 & 43 & 60 & 41 & 61 & 70 & 49 & 17 & 90 & 85 & 99 & 85 \\
98 & 57 & 73 & 9 & 73 & 7 & 98 & 13 & 41 & 40 & 85 & 37 & 68 & 79 & 17 \\
66 & 53 & 86 & 40 & 14 & 19 & 96 & 95 & 54 & 84 & 97 & 16 & 52 & 76 & 87 \\
77 & 55 & 42 & 74 & 91 & 33 & 16 & 54 & 18 & 87 & 60 & 13 & 33 & 33 & 61 \\
41 & 39 & 82 & 64 & 47 & 28 & 78 & 49 & 79 & 58 & 92 & 79 & 6 & 69 & 76 \\
21 & 42 & 91 & 28 & 52 & 88 & 76 & 86 & 23 & 35 & 52 & 91 & 47 & 82 & 24 \\
42 & 93 & 95 & 45 & 28 & 77 & 84 & 8 & 45 & 70 & 37 & 86 & 64 & 67 & 38 \\
97 & 81 & 58 & 84 & 58 & 9 & 87 & 5 & 44 & 85 & 89 & 77 & 96 & 39 & 77 \\
80 & 21 & 10 & 73 & 70 & 49 & 31 & 34 & 40 & 22 & 15 & 82 & 57 & 71 & 48 \\
17 & 62 & 75 & 35 & 91 & 50 & 7 & 64 & 75 & 94 & 55 & 72 & 47 & 11 & 90 \\
93 & 57 & 71 & 70 & 93 & 20 & 15 & 77 & 58 & 12 & 67 & 68 & 7 & 29 & 52 \\
76 & 27 & 26 & 36 & 8 & 36 & 95 & 48 & 82 & 87 & 6 & 63 & 56 & 36 & 15
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
5 & 6 & 11 & 9 & 2 & 14 & 3 & 10 & 12 & 13 & 1 & 7 & 8 & 4 & 0 \\
1 & 3 & 7 & 2 & 14 & 0 & 9 & 8 & 6 & 5 & 13 & 4 & 10 & 12 & 11 \\
6 & 8 & 0 & 9 & 10 & 12 & 2 & 11 & 13 & 3 & 5 & 1 & 4 & 14 & 7 \\
10 & 12 & 3 & 4 & 2 & 0 & 8 & 7 & 13 & 9 & 11 & 6 & 1 & 14 & 5 \\
9 & 8 & 3 & 6 & 0 & 7 & 1 & 4 & 13 & 5 & 11 & 10 & 2 & 14 & 12 \\
11 & 7 & 5 & 6 & 0 & 3 & 13 & 4 & 2 & 10 & 12 & 8 & 14 & 1 & 9 \\
4 & 2 & 9 & 5 & 14 & 13 & 10 & 12 & 0 & 3 & 7 & 8 & 6 & 1 & 11 \\
6 & 5 & 11 & 9 & 14 & 10 & 7 & 13 & 1 & 4 & 2 & 3 & 12 & 0 & 8 \\
11 & 5 & 9 & 2 & 0 & 6 & 12 & 13 & 10 & 1 & 7 & 4 & 3 & 14 & 8 \\
11 & 1 & 3 & 13 & 9 & 14 & 0 & 10 & 7 & 4 & 5 & 6 & 12 & 8 & 2 \\
4 & 12 & 1 & 7 & 5 & 0 & 11 & 3 & 2 & 13 & 6 & 10 & 9 & 14 & 8 \\
12 & 1 & 10 & 5 & 8 & 6 & 2 & 13 & 4 & 11 & 0 & 14 & 3 & 9 & 7 \\
2 & 7 & 5 & 9 & 1 & 14 & 3 & 10 & 13 & 12 & 0 & 6 & 8 & 4 & 11 \\
11 & 6 & 1 & 12 & 9 & 5 & 3 & 13 & 10 & 0 & 2 & 8 & 14 & 7 & 4 \\
13 & 3 & 4 & 9 & 11 & 10 & 0 & 8 & 2 & 6 & 5 & 1 & 7 & 12 & 14
\end{bmatrix}$$

LA38 (15 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
26 & 67 & 72 & 74 & 13 & 43 & 30 & 19 & 23 & 85 & 98 & 43 & 38 & 8 & 75 \\
42 & 39 & 55 & 46 & 19 & 93 & 80 & 26 & 7 & 50 & 57 & 73 & 9 & 61 & 72 \\
96 & 99 & 34 & 60 & 43 & 7 & 12 & 11 & 70 & 43 & 91 & 68 & 11 & 68 & 72 \\
63 & 45 & 49 & 74 & 27 & 30 & 72 & 9 & 99 & 60 & 69 & 69 & 84 & 40 & 59 \\
91 & 75 & 98 & 17 & 72 & 31 & 9 & 98 & 50 & 37 & 8 & 65 & 90 & 91 & 71 \\
35 & 80 & 39 & 62 & 74 & 72 & 35 & 25 & 49 & 52 & 63 & 90 & 21 & 47 & 38 \\
19 & 57 & 24 & 91 & 50 & 5 & 49 & 18 & 58 & 24 & 52 & 88 & 68 & 20 & 53 \\
77 & 72 & 35 & 90 & 68 & 18 & 9 & 33 & 60 & 18 & 10 & 60 & 38 & 99 & 15 \\
6 & 86 & 40 & 79 & 92 & 23 & 89 & 95 & 91 & 72 & 80 & 60 & 56 & 51 & 23 \\
46 & 28 & 34 & 77 & 47 & 10 & 49 & 77 & 48 & 24 & 8 & 72 & 55 & 29 & 40 \\
22 & 89 & 79 & 7 & 15 & 6 & 30 & 38 & 11 & 52 & 20 & 5 & 9 & 20 & 28 \\
73 & 56 & 37 & 22 & 25 & 58 & 8 & 93 & 88 & 17 & 9 & 69 & 71 & 85 & 55 \\
85 & 58 & 46 & 64 & 49 & 37 & 33 & 30 & 26 & 20 & 74 & 77 & 99 & 56 & 21 \\
17 & 24 & 89 & 15 & 60 & 42 & 98 & 64 & 92 & 63 & 52 & 54 & 75 & 23 & 38 \\
8 & 17 & 56 & 93 & 26 & 62 & 7 & 88 & 97 & 7 & 43 & 29 & 35 & 87 & 57
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
1 & 12 & 0 & 6 & 14 & 8 & 4 & 3 & 10 & 11 & 5 & 13 & 2 & 7 & 9 \\
14 & 0 & 4 & 12 & 1 & 8 & 9 & 5 & 10 & 6 & 11 & 3 & 2 & 7 & 13 \\
3 & 4 & 12 & 6 & 7 & 14 & 13 & 8 & 11 & 10 & 0 & 1 & 9 & 5 & 2 \\
14 & 11 & 4 & 1 & 8 & 0 & 9 & 7 & 12 & 13 & 5 & 6 & 2 & 3 & 10 \\
2 & 0 & 9 & 3 & 10 & 13 & 11 & 14 & 7 & 5 & 4 & 8 & 1 & 12 & 6 \\
11 & 6 & 4 & 3 & 14 & 5 & 10 & 9 & 1 & 8 & 7 & 2 & 13 & 12 & 0 \\
14 & 7 & 10 & 13 & 3 & 0 & 11 & 12 & 9 & 5 & 8 & 1 & 2 & 6 & 4 \\
7 & 14 & 5 & 11 & 4 & 6 & 3 & 0 & 8 & 10 & 12 & 13 & 1 & 2 & 9 \\
13 & 8 & 2 & 9 & 12 & 11 & 5 & 10 & 6 & 7 & 0 & 1 & 3 & 4 & 14 \\
1 & 6 & 5 & 11 & 4 & 0 & 14 & 8 & 10 & 7 & 12 & 2 & 13 & 9 & 3 \\
10 & 4 & 12 & 0 & 9 & 1 & 11 & 6 & 5 & 8 & 3 & 7 & 14 & 2 & 13 \\
5 & 14 & 2 & 3 & 13 & 6 & 1 & 7 & 4 & 8 & 12 & 11 & 10 & 9 & 0 \\
9 & 14 & 3 & 8 & 2 & 6 & 1 & 4 & 5 & 0 & 13 & 10 & 12 & 11 & 7 \\
10 & 3 & 4 & 5 & 11 & 1 & 8 & 2 & 13 & 0 & 7 & 12 & 6 & 14 & 9 \\
3 & 5 & 11 & 7 & 14 & 9 & 6 & 10 & 0 & 1 & 2 & 8 & 13 & 12 & 4
\end{bmatrix}$$

LA39 (15 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
51 & 43 & 80 & 18 & 38 & 24 & 67 & 15 & 24 & 72 & 45 & 80 & 64 & 44 & 88 \\
40 & 88 & 77 & 59 & 20 & 52 & 70 & 40 & 32 & 76 & 43 & 31 & 21 & 5 & 47 \\
32 & 49 & 5 & 64 & 58 & 80 & 94 & 11 & 26 & 26 & 59 & 85 & 47 & 96 & 14 \\
23 & 9 & 75 & 37 & 43 & 79 & 75 & 34 & 20 & 10 & 83 & 68 & 52 & 66 & 9 \\
69 & 59 & 28 & 62 & 36 & 26 & 84 & 16 & 54 & 42 & 54 & 6 & 40 & 88 & 79 \\
78 & 53 & 17 & 29 & 82 & 23 & 12 & 64 & 86 & 59 & 5 & 68 & 59 & 13 & 56 \\
83 & 46 & 7 & 65 & 69 & 62 & 16 & 58 & 66 & 83 & 90 & 42 & 81 & 69 & 85 \\
73 & 71 & 64 & 10 & 20 & 99 & 24 & 65 & 82 & 72 & 43 & 82 & 27 & 24 & 33 \\
82 & 34 & 92 & 8 & 38 & 45 & 21 & 35 & 52 & 35 & 15 & 23 & 6 & 83 & 30 \\
84 & 7 & 66 & 6 & 28 & 27 & 79 & 70 & 85 & 94 & 60 & 80 & 39 & 66 & 29 \\
44 & 58 & 14 & 65 & 72 & 14 & 52 & 21 & 25 & 5 & 51 & 61 & 55 & 42 & 36 \\
43 & 72 & 78 & 12 & 17 & 46 & 27 & 51 & 63 & 79 & 79 & 91 & 49 & 26 & 93 \\
49 & 49 & 71 & 78 & 44 & 41 & 91 & 84 & 91 & 21 & 47 & 28 & 61 & 70 & 93 \\
25 & 85 & 66 & 45 & 95 & 21 & 84 & 24 & 53 & 67 & 91 & 11 & 32 & 30 & 89 \\
92 & 93 & 99 & 40 & 37 & 69 & 66 & 57 & 22 & 44 & 73 & 97 & 18 & 69 & 41
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
10 & 14 & 7 & 4 & 6 & 3 & 2 & 12 & 11 & 13 & 8 & 5 & 9 & 1 & 0 \\
6 & 9 & 10 & 5 & 11 & 3 & 8 & 0 & 4 & 13 & 12 & 7 & 2 & 14 & 1 \\
0 & 3 & 10 & 5 & 7 & 8 & 6 & 11 & 1 & 13 & 14 & 9 & 4 & 12 & 2 \\
5 & 6 & 0 & 12 & 11 & 2 & 4 & 3 & 7 & 13 & 14 & 10 & 9 & 8 & 1 \\
12 & 9 & 3 & 14 & 13 & 1 & 6 & 11 & 8 & 5 & 2 & 0 & 10 & 7 & 4 \\
13 & 12 & 11 & 5 & 4 & 2 & 9 & 8 & 1 & 7 & 6 & 3 & 14 & 10 & 0 \\
10 & 13 & 9 & 12 & 11 & 6 & 0 & 2 & 8 & 5 & 7 & 14 & 4 & 3 & 1 \\
7 & 10 & 8 & 6 & 9 & 11 & 4 & 14 & 5 & 3 & 12 & 1 & 13 & 2 & 0 \\
4 & 1 & 3 & 2 & 0 & 8 & 6 & 5 & 12 & 9 & 11 & 14 & 10 & 13 & 7 \\
2 & 5 & 9 & 10 & 4 & 13 & 6 & 7 & 0 & 1 & 3 & 14 & 12 & 8 & 11 \\
3 & 6 & 13 & 8 & 1 & 5 & 12 & 4 & 9 & 0 & 11 & 7 & 14 & 10 & 2 \\
14 & 10 & 5 & 11 & 12 & 0 & 9 & 6 & 2 & 1 & 8 & 7 & 4 & 13 & 3 \\
7 & 0 & 4 & 5 & 9 & 10 & 12 & 13 & 8 & 6 & 11 & 14 & 3 & 2 & 1 \\
3 & 4 & 0 & 2 & 10 & 12 & 8 & 5 & 9 & 7 & 6 & 11 & 13 & 1 & 14 \\
3 & 7 & 0 & 1 & 10 & 12 & 5 & 6 & 14 & 9 & 8 & 13 & 11 & 2 & 4
\end{bmatrix}$$

LA40 (15 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
65 & 28 & 74 & 33 & 51 & 75 & 73 & 32 & 13 & 81 & 35 & 59 & 38 & 55 & 27 \\
64 & 53 & 83 & 33 & 6 & 52 & 72 & 7 & 90 & 21 & 23 & 10 & 39 & 49 & 72 \\
73 & 82 & 23 & 62 & 88 & 21 & 65 & 70 & 53 & 81 & 93 & 77 & 61 & 28 & 78 \\
12 & 51 & 33 & 15 & 72 & 98 & 94 & 12 & 42 & 24 & 15 & 28 & 6 & 99 & 41 \\
97 & 7 & 96 & 15 & 73 & 43 & 32 & 22 & 42 & 94 & 23 & 86 & 78 & 24 & 31 \\
72 & 88 & 93 & 13 & 44 & 66 & 63 & 14 & 67 & 17 & 85 & 35 & 68 & 5 & 49 \\
15 & 82 & 21 & 53 & 72 & 49 & 99 & 26 & 56 & 45 & 68 & 51 & 8 & 27 & 96 \\
54 & 24 & 14 & 38 & 36 & 52 & 55 & 37 & 48 & 93 & 60 & 70 & 23 & 23 & 83 \\
12 & 69 & 26 & 23 & 28 & 82 & 33 & 45 & 64 & 15 & 9 & 73 & 59 & 37 & 62 \\
87 & 12 & 80 & 50 & 48 & 90 & 72 & 24 & 14 & 71 & 44 & 46 & 15 & 61 & 92 \\
54 & 22 & 61 & 46 & 73 & 16 & 6 & 94 & 93 & 67 & 54 & 75 & 32 & 40 & 97 \\
92 & 36 & 22 & 9 & 47 & 77 & 79 & 36 & 30 & 98 & 79 & 7 & 55 & 6 & 30 \\
49 & 83 & 73 & 82 & 82 & 92 & 73 & 31 & 35 & 54 & 7 & 37 & 72 & 52 & 76 \\
98 & 34 & 52 & 26 & 28 & 39 & 80 & 29 & 70 & 43 & 48 & 58 & 45 & 94 & 96 \\
70 & 17 & 90 & 67 & 14 & 23 & 21 & 18 & 43 & 84 & 26 & 36 & 93 & 84 & 42
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
9 & 10 & 4 & 12 & 2 & 14 & 5 & 8 & 6 & 3 & 1 & 7 & 13 & 11 & 0 \\
0 & 1 & 11 & 2 & 4 & 9 & 14 & 8 & 13 & 12 & 6 & 3 & 10 & 5 & 7 \\
14 & 3 & 1 & 12 & 6 & 5 & 8 & 11 & 7 & 10 & 2 & 13 & 0 & 9 & 4 \\
1 & 6 & 7 & 4 & 14 & 10 & 9 & 5 & 11 & 2 & 13 & 8 & 3 & 12 & 0 \\
12 & 5 & 9 & 4 & 14 & 13 & 0 & 8 & 11 & 1 & 2 & 7 & 6 & 10 & 3 \\
1 & 5 & 2 & 13 & 4 & 14 & 6 & 7 & 9 & 10 & 11 & 0 & 3 & 12 & 8 \\
9 & 7 & 6 & 14 & 3 & 13 & 2 & 4 & 12 & 8 & 1 & 10 & 0 & 5 & 11 \\
3 & 7 & 4 & 8 & 5 & 2 & 14 & 12 & 11 & 0 & 13 & 10 & 1 & 6 & 9 \\
3 & 8 & 6 & 9 & 14 & 1 & 5 & 4 & 13 & 7 & 11 & 12 & 10 & 2 & 0 \\
0 & 5 & 7 & 4 & 10 & 12 & 1 & 13 & 6 & 8 & 11 & 9 & 2 & 14 & 3 \\
2 & 0 & 6 & 4 & 3 & 5 & 12 & 9 & 14 & 13 & 8 & 7 & 11 & 10 & 1 \\
10 & 14 & 4 & 9 & 3 & 1 & 12 & 13 & 6 & 8 & 11 & 7 & 5 & 2 & 0 \\
0 & 13 & 3 & 6 & 1 & 14 & 11 & 4 & 10 & 9 & 5 & 8 & 7 & 2 & 12 \\
10 & 12 & 13 & 4 & 1 & 3 & 8 & 5 & 9 & 0 & 6 & 7 & 2 & 14 & 11 \\
1 & 10 & 6 & 12 & 4 & 8 & 3 & 7 & 13 & 11 & 5 & 9 & 2 & 14 & 0
\end{bmatrix}$$

SWV06 (20 × 15)

$$p = \begin{bmatrix}
16 & 58 & 22 & 24 & 53 & 9 & 57 & 63 & 92 & 43 & 41 & 26 & 20 & 44 & 93 \\
89 & 94 & 86 & 13 & 54 & 41 & 55 & 98 & 38 & 80 & 1 & 100 & 90 & 63 & 14 \\
26 & 96 & 32 & 75 & 9 & 57 & 39 & 54 & 28 & 8 & 30 & 57 & 75 & 9 & 41 \\
37 & 36 & 63 & 24 & 71 & 97 & 74 & 19 & 45 & 24 & 71 & 53 & 61 & 6 & 32 \\
57 & 55 & 21 & 84 & 23 & 79 & 90 & 8 & 59 & 99 & 41 & 68 & 14 & 4 & 55 \\
10 & 81 & 13 & 78 & 78 & 10 & 48 & 37 & 21 & 88 & 75 & 11 & 55 & 93 & 51 \\
100 & 52 & 54 & 37 & 26 & 74 & 87 & 13 & 88 & 94 & 73 & 55 & 68 & 50 & 88 \\
47 & 70 & 7 & 72 & 62 & 30 & 95 & 18 & 65 & 69 & 89 & 89 & 64 & 81 & 25 \\
1 & 10 & 72 & 59 & 92 & 53 & 89 & 52 & 48 & 8 & 69 & 49 & 26 & 76 & 97 \\
85 & 47 & 45 & 99 & 39 & 32 & 87 & 56 & 98 & 13 & 96 & 71 & 95 & 11 & 78 \\
17 & 21 & 87 & 41 & 41 & 31 & 96 & 17 & 95 & 29 & 3 & 71 & 64 & 97 & 31 \\
9 & 87 & 34 & 62 & 56 & 66 & 95 & 56 & 42 & 86 & 68 & 82 & 82 & 52 & 97 \\
86 & 37 & 49 & 2 & 30 & 63 & 4 & 47 & 84 & 5 & 13 & 39 & 18 & 76 & 63 \\
29 & 34 & 53 & 7 & 19 & 26 & 63 & 22 & 98 & 77 & 11 & 87 & 5 & 44 & 42 \\
44 & 91 & 91 & 58 & 77 & 51 & 14 & 1 & 17 & 55 & 40 & 95 & 31 & 54 & 37 \\
59 & 47 & 56 & 39 & 7 & 43 & 39 & 75 & 43 & 32 & 6 & 93 & 69 & 47 & 93 \\
24 & 30 & 97 & 17 & 7 & 55 & 8 & 70 & 87 & 29 & 20 & 29 & 51 & 14 & 32 \\
29 & 99 & 17 & 96 & 50 & 67 & 91 & 91 & 14 & 14 & 19 & 36 & 11 & 83 & 6 \\
7 & 60 & 31 & 76 & 23 & 83 & 30 & 73 & 76 & 17 & 53 & 9 & 72 & 89 & 24 \\
63 & 89 & 2 & 46 & 86 & 74 & 1 & 34 & 30 & 19 & 48 & 75 & 72 & 47 & 58
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
1 & 6 & 2 & 4 & 5 & 3 & 0 & 10 & 8 & 12 & 7 & 13 & 14 & 9 & 11 \\
2 & 1 & 0 & 3 & 6 & 4 & 5 & 7 & 13 & 14 & 9 & 11 & 12 & 10 & 8 \\
1 & 6 & 3 & 4 & 5 & 0 & 2 & 12 & 14 & 10 & 11 & 13 & 9 & 7 & 8 \\
3 & 2 & 5 & 0 & 6 & 1 & 4 & 14 & 12 & 8 & 11 & 13 & 10 & 9 & 7 \\
3 & 0 & 1 & 5 & 2 & 6 & 4 & 11 & 14 & 10 & 9 & 12 & 8 & 13 & 7 \\
4 & 2 & 1 & 3 & 0 & 5 & 6 & 9 & 11 & 7 & 12 & 14 & 13 & 10 & 8 \\
6 & 2 & 3 & 1 & 5 & 4 & 0 & 8 & 12 & 10 & 14 & 7 & 11 & 9 & 13 \\
4 & 5 & 6 & 2 & 0 & 3 & 1 & 10 & 9 & 7 & 13 & 8 & 14 & 12 & 11 \\
6 & 1 & 0 & 3 & 4 & 5 & 2 & 14 & 7 & 8 & 13 & 10 & 9 & 12 & 11 \\
6 & 2 & 4 & 1 & 0 & 5 & 3 & 10 & 8 & 11 & 7 & 12 & 14 & 9 & 13 \\
0 & 2 & 3 & 6 & 5 & 4 & 1 & 8 & 11 & 13 & 14 & 10 & 7 & 9 & 12 \\
6 & 0 & 4 & 1 & 3 & 5 & 2 & 9 & 14 & 8 & 7 & 12 & 10 & 13 & 11 \\
3 & 1 & 2 & 0 & 6 & 5 & 4 & 14 & 8 & 10 & 13 & 9 & 12 & 7 & 11 \\
0 & 6 & 1 & 3 & 5 & 4 & 2 & 12 & 10 & 13 & 14 & 7 & 9 & 11 & 8 \\
6 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & 5 & 13 & 9 & 7 & 12 & 8 & 14 & 11 & 10 \\
5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 0 & 3 & 13 & 10 & 12 & 9 & 11 & 7 & 8 & 14 \\
4 & 1 & 3 & 6 & 0 & 2 & 5 & 7 & 10 & 8 & 12 & 13 & 11 & 9 & 14 \\
2 & 4 & 3 & 0 & 1 & 5 & 6 & 10 & 13 & 12 & 7 & 8 & 11 & 14 & 9 \\
0 & 6 & 3 & 5 & 1 & 2 & 4 & 8 & 14 & 11 & 10 & 13 & 12 & 7 & 9 \\
3 & 0 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 7 & 9 & 12 & 13 & 11 & 8 & 14 & 10
\end{bmatrix}$$

YN1 (20 × 20)

$$p = \begin{bmatrix}
13 & 26 & 35 & 45 & 29 & 21 & 40 & 45 & 16 & 10 & 49 & 43 & 25 & 25 & 40 & 16 & 43 & 48 & 36 & 11 \\
21 & 22 & 15 & 28 & 10 & 46 & 19 & 13 & 18 & 14 & 11 & 21 & 30 & 29 & 16 & 41 & 40 & 38 & 28 & 39 \\
39 & 28 & 32 & 46 & 35 & 14 & 44 & 20 & 12 & 23 & 22 & 15 & 35 & 27 & 26 & 27 & 23 & 27 & 31 & 31 \\
31 & 24 & 34 & 44 & 43 & 32 & 35 & 34 & 21 & 46 & 15 & 10 & 24 & 37 & 38 & 41 & 34 & 32 & 11 & 36 \\
45 & 23 & 34 & 23 & 41 & 10 & 40 & 46 & 27 & 13 & 20 & 40 & 28 & 44 & 34 & 21 & 27 & 12 & 37 & 30 \\
48 & 34 & 22 & 14 & 22 & 10 & 45 & 38 & 32 & 38 & 16 & 20 & 12 & 40 & 33 & 35 & 32 & 15 & 31 & 49 \\
19 & 33 & 32 & 37 & 28 & 16 & 40 & 37 & 10 & 20 & 17 & 48 & 44 & 29 & 44 & 48 & 21 & 31 & 36 & 43 \\
20 & 43 & 13 & 22 & 33 & 28 & 39 & 16 & 34 & 20 & 47 & 43 & 44 & 29 & 22 & 14 & 28 & 44 & 33 & 28 \\
14 & 40 & 19 & 49 & 11 & 13 & 47 & 22 & 27 & 26 & 47 & 37 & 19 & 43 & 41 & 34 & 21 & 30 & 32 & 45 \\
32 & 22 & 30 & 18 & 41 & 34 & 22 & 11 & 29 & 37 & 30 & 25 & 27 & 31 & 16 & 20 & 26 & 14 & 24 & 43 \\
22 & 22 & 30 & 31 & 15 & 13 & 47 & 18 & 33 & 30 & 46 & 48 & 42 & 18 & 16 & 25 & 43 & 21 & 27 & 14 \\
48 & 39 & 21 & 18 & 20 & 28 & 20 & 36 & 24 & 35 & 22 & 36 & 39 & 34 & 49 & 36 & 38 & 46 & 44 & 13 \\
26 & 32 & 11 & 10 & 41 & 10 & 26 & 26 & 13 & 35 & 22 & 11 & 24 & 33 & 11 & 34 & 11 & 22 & 12 & 17 \\
39 & 24 & 43 & 28 & 49 & 34 & 46 & 29 & 31 & 40 & 24 & 47 & 15 & 26 & 40 & 46 & 18 & 16 & 14 & 21 \\
41 & 26 & 14 & 47 & 49 & 16 & 31 & 43 & 20 & 25 & 10 & 49 & 32 & 36 & 19 & 23 & 20 & 15 & 34 & 33 \\
37 & 48 & 31 & 42 & 24 & 13 & 30 & 24 & 19 & 34 & 35 & 42 & 10 & 40 & 39 & 42 & 38 & 12 & 27 & 40 \\
19 & 27 & 39 & 41 & 45 & 40 & 46 & 48 & 37 & 30 & 31 & 16 & 29 & 44 & 41 & 35 & 47 & 21 & 10 & 48 \\
38 & 27 & 32 & 30 & 17 & 21 & 14 & 37 & 15 & 31 & 27 & 25 & 41 & 48 & 48 & 36 & 30 & 45 & 26 & 17 \\
17 & 40 & 16 & 36 & 34 & 47 & 14 & 24 & 10 & 14 & 14 & 30 & 23 & 37 & 11 & 23 & 40 & 15 & 10 & 46 \\
37 & 28 & 13 & 28 & 18 & 43 & 46 & 39 & 30 & 15 & 38 & 38 & 45 & 44 & 16 & 29 & 33 & 20 & 35 & 34
\end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix}
17 & 2 & 11 & 4 & 12 & 13 & 7 & 0 & 3 & 15 & 18 & 10 & 14 & 8 & 1 & 6 & 19 & 5 & 9 & 16 \\
8 & 6 & 14 & 5 & 10 & 2 & 11 & 19 & 13 & 18 & 3 & 4 & 16 & 1 & 0 & 15 & 17 & 12 & 7 & 9 \\
4 & 3 & 8 & 17 & 0 & 14 & 1 & 10 & 13 & 6 & 18 & 9 & 11 & 7 & 16 & 5 & 15 & 2 & 12 & 19 \\
4 & 10 & 3 & 6 & 18 & 12 & 2 & 15 & 19 & 7 & 13 & 5 & 9 & 14 & 17 & 1 & 8 & 0 & 16 & 11 \\
19 & 1 & 5 & 9 & 7 & 16 & 11 & 12 & 14 & 8 & 4 & 2 & 15 & 13 & 17 & 18 & 10 & 0 & 6 & 3 \\
13 & 2 & 3 & 7 & 12 & 14 & 8 & 19 & 6 & 16 & 11 & 4 & 0 & 5 & 9 & 17 & 1 & 10 & 15 & 18 \\
9 & 5 & 18 & 16 & 12 & 3 & 2 & 10 & 4 & 11 & 1 & 17 & 6 & 13 & 14 & 15 & 8 & 0 & 7 & 19 \\
9 & 6 & 1 & 5 & 2 & 7 & 16 & 12 & 13 & 17 & 10 & 18 & 19 & 8 & 15 & 4 & 11 & 14 & 0 & 3 \\
7 & 12 & 8 & 0 & 13 & 10 & 9 & 18 & 2 & 17 & 3 & 5 & 6 & 15 & 14 & 1 & 11 & 4 & 19 & 16 \\
16 & 7 & 15 & 6 & 18 & 19 & 9 & 11 & 17 & 10 & 4 & 2 & 1 & 0 & 14 & 13 & 3 & 12 & 5 & 8 \\
18 & 17 & 12 & 15 & 13 & 4 & 16 & 19 & 6 & 3 & 7 & 2 & 11 & 0 & 1 & 8 & 10 & 5 & 9 & 14 \\
5 & 1 & 2 & 18 & 13 & 0 & 15 & 8 & 6 & 9 & 7 & 19 & 3 & 14 & 4 & 17 & 11 & 10 & 12 & 16 \\
14 & 1 & 2 & 15 & 9 & 13 & 6 & 19 & 12 & 11 & 5 & 0 & 7 & 17 & 8 & 10 & 16 & 3 & 4 & 18 \\
16 & 10 & 17 & 14 & 3 & 15 & 18 & 13 & 6 & 11 & 7 & 1 & 9 & 2 & 8 & 12 & 5 & 19 & 4 & 0 \\
11 & 19 & 16 & 3 & 0 & 5 & 17 & 9 & 15 & 10 & 14 & 13 & 8 & 6 & 7 & 4 & 2 & 18 & 12 & 1 \\
11 & 5 & 10 & 7 & 2 & 1 & 9 & 15 & 0 & 13 & 19 & 8 & 3 & 14 & 4 & 6 & 12 & 16 & 18 & 17 \\
14 & 1 & 8 & 12 & 5 & 11 & 10 & 6 & 7 & 3 & 17 & 4 & 18 & 15 & 0 & 16 & 13 & 9 & 2 & 19 \\
18 & 0 & 13 & 9 & 7 & 14 & 1 & 4 & 17 & 16 & 5 & 10 & 15 & 11 & 3 & 6 & 2 & 12 & 8 & 19 \\
1 & 10 & 9 & 5 & 4 & 16 & 19 & 0 & 18 & 6 & 13 & 3 & 12 & 2 & 17 & 11 & 8 & 15 & 14 & 7 \\
14 & 10 & 13 & 0 & 2 & 1 & 16 & 8 & 3 & 12 & 11 & 17 & 18 & 19 & 9 & 15 & 5 & 6 & 7 & 4
\end{bmatrix}$$

ภาคผนวก ข

ผลเฉลยจากการผลการทดลอง

ภาคผนวก ข แสดงผลเฉลยของปัญหาที่ได้ผลการทดลองในบทที่ 8 โดยแบ่งออกเป็น 4 ส่วน ได้แก่

- ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.1
- ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.2
- ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.3
- ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.4

โดยกำหนดให้ $\sigma = (\sigma_0, \ldots, \sigma_{m-1})$ แทนการจัดลำดับการผลิตในแต่ละเครื่องจักร เมื่อ $\sigma_k = (a_1, \ldots, a_n)$ แทนลำดับการผลิตของโอเปอเรชันในเครื่องจักร M_k เมื่อ $k = 0, \ldots, m-1$ และ a_z แทนโอเปอเรชันของงาน J_{a_z} ที่ถูกทำงานในเครื่องจักร M_k เป็นลำดับที่ z เมื่อ $z \in \{1, \ldots, n\}$

ข.1 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.1

ในส่วนนี้เราจะแสดงผลเฉลยที่ได้รับจากวิธีกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มในตารางที่ 8.1 ส่วนผลเฉลยของจากวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์แสดงในภาคผนวก ข.2.3

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 666$
$\sigma = ((1,0,4,8,7,3,5,9,6,2), (0,8,5,3,6,9,7,4,2,1), (7,5,8,9,4,6,3,1,2,0), (8,6,9,1,2,4,0,5,7,3), (9,8,6,5,1,0,3,2,7,4))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 655$
$\sigma = ((0,4,1,2,7,5,8,3,6,9), (2,6,7,1,5,3,9,4,0,8), (1,2,3,9,4,7,8,5,0,6), (0,6,4,1,2,9,7,5,3,8), (1,4,6,8,2,9,3,5,0,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 597$
$\sigma = ((3,1,6,5,8,4,0,7,2,9), (0,1,7,9,3,5,4,8,6,2), (1,6,0,3,2,8,5,7,4,9), (6,2,8,3,1,4,5,0,7,9), (3,7,9,5,8,4,2,6,1,0))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 590$
$\sigma = ((0,2,8,5,7,3,4,9,6,1), (1,2,4,7,8,9,6,3,5,0), (8,3,5,9,6,0,1,4,2,7), (1,5,4,2,7,9,8,3,0,6), (1,8,4,2,9,3,5,7,0,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$
$\sigma = ((3,5,0,1,6,2,9,8,7,4), (0,2,3,8,5,6,7,1,4,9), (8,4,2,9,3,7,0,1,5,6), (5,1,3,2,8,9,6,4,7,0), (1,4,7,5,3,0,2,9,6,8))$

LA16 (10×10)**,** $Cmax(\sigma) = 945$

$\sigma = ((7,6,1,4,9,0,5,3,2,8),\ (0,7,3,2,6,1,4,5,8,9),\ (5,2,1,6,9,4,3,0,8,7),\ (2,5,6,7,3,9,0,8,4,1),$
$(1,7,2,9,8,5,6,0,4,3),\ (5,1,4,6,8,0,7,3,9,2),\ (0,7,6,4,5,2,3,9,8,1),\ (1,0,3,2,4,9,8,6,5,7),$
$(9,2,0,6,3,8,5,7,1,4),\ (9,0,1,6,2,5,3,7,4,8))$

LA17 (10×10)**,** $Cmax(\sigma) = 784$

$\sigma = ((3,4,7,5,9,8,6,2,1,0),\ (6,7,1,9,2,8,0,5,3,4),\ (2,8,5,7,0,4,1,3,6,9),\ (5,3,2,6,8,0,1,9,7,4),$
$(0,2,4,6,8,3,5,1,7,9),\ (1,5,4,9,6,3,0,8,7,2),\ (4,7,2,6,1,8,0,3,5,9),\ (0,6,7,3,1,5,2,8,9,4),$
$(1,3,4,6,7,2,0,8,5,9),\ (4,0,8,1,9,2,7,6,3,5))$

LA18 (10×10)**,** $Cmax(\sigma) = 848$

$\sigma = ((8,0,2,6,5,4,1,7,3,9),\ (8,6,2,5,3,7,9,0,1,4),\ (4,9,6,5,2,1,3,0,7,8),\ (4,6,1,7,9,0,2,8,3,5),$
$(9,2,5,8,0,4,3,6,1,7),\ (7,1,2,8,4,0,5,9,6,3),\ (0,4,1,7,2,5,9,6,3,8),\ (8,4,2,6,0,5,7,9,1,3),$
$(9,2,6,0,1,5,3,7,8,4),\ (3,4,1,6,5,2,8,9,7,0))$

LA19 (10×10)**,** $Cmax(\sigma) = 842$

$\sigma = ((7,0,9,1,4,2,3,8,6,5),\ (3,1,4,6,2,8,9,0,5,7),\ (0,3,8,5,9,6,4,1,2,7),\ (0,8,7,4,2,3,6,1,9,5),$
$(1,9,0,6,2,8,3,7,5,4),\ (8,7,0,5,3,6,9,1,4,2),\ (4,6,9,8,2,7,3,5,0,1),\ (1,5,3,9,0,8,6,7,4,2),$
$(7,1,5,3,9,8,0,6,4,2),\ (9,7,2,8,3,0,6,4,1,5))$

LA20 (10×10)**,** $Cmax(\sigma) = 902$

$\sigma = ((9,4,2,8,0,5,3,1,7,6),\ (0,7,6,4,5,8,1,2,3,9),\ (5,2,9,1,0,4,8,3,7,6),\ (5,6,9,8,7,4,0,2,3,1),$
$(6,3,0,4,1,7,8,9,2,5),\ (5,2,9,6,8,0,1,3,4,7),\ (0,5,4,3,9,6,7,2,8,1),\ (1,7,3,6,0,9,8,4,2,5),$
$(0,8,5,9,6,1,4,7,2,3),\ (1,9,4,0,5,8,7,6,3,2))$

ข.2 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.2

ในส่วนนี้เราจะแสดงผลเฉลยที่ได้รับจากวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยการใช้เกณฑ์ MRW, SPT และ MRW/SPT เป็นเกณฑ์สำรอง มีดังนี้

ข.2.1 MRW

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 735$

$\sigma = ((4,3,7,0,1,5,9,6,8,2),\ (3,5,0,8,6,9,7,4,2,1),\ (7,5,9,3,6,4,0,1,2,8),\ (6,8,9,2,4,1,3,7,0,5),$
$(9,6,3,5,0,2,8,1,7,4))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 817$

$\sigma = ((0,7,5,8,4,2,3,6,1,9),\ (7,5,3,2,9,6,0,8,4,1),\ (3,9,1,7,2,8,0,4,6,5),\ (0,7,9,6,4,2,3,5,1,8),$
$(9,8,6,1,4,3,2,5,0,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 696$

$\sigma = ((5,4,3,0,6,8,1,2,7,9),\ (0,1,5,4,7,9,3,6,2,8),\ (2,0,6,1,5,3,4,8,7,9),\ (6,2,4,5,0,8,3,1,7,9),$
$(5,4,3,8,7,9,2,0,6,1))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 758$

$\sigma = ((0,8,7,2,5,6,3,1,9,4),\ (7,1,4,8,2,6,9,3,5,0),\ (8,0,3,6,5,9,1,7,4,2),\ (5,7,0,1,4,8,2,9,3,6),$
$(8,7,1,3,9,5,4,0,2,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$

$\sigma = ((6,5,0,3,2,1,9,8,7,4),\ (0,2,5,8,6,7,3,4,1,9),\ (8,9,7,2,4,0,5,1,3,6),\ (5,1,8,2,9,6,3,7,4,0),$
$(7,1,4,5,0,3,6,2,9,8))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 926$

$\sigma = ((6,9,7,5,14,11,2,10,3,0,13,8,4,12,1),\ (0,5,3,6,12,7,9,13,2,14,1,4,11,10,8),$
$(5,0,8,2,10,4,12,7,9,11,6,14,13,3,1),\ (3,12,6,4,1,8,9,5,2,10,7,0,13,11,14),$
$(12,10,4,0,9,3,13,6,11,1,8,7,2,5,14))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 970$

$\sigma = ((1,8,0,13,3,5,2,10,9,14,12,6,11,4,7),\ (5,4,1,14,6,8,12,3,0,2,9,10,13,11,7),$
$(7,5,6,11,8,13,2,1,0,14,10,12,9,3,4),\ (2,4,7,11,13,8,1,0,3,9,14,5,12,6,10),$
$(8,14,13,10,0,12,9,7,1,5,3,2,6,11,4))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 957$

$\sigma = ((11,10,12,14,7,8,6,3,0,1,9,2,5,13,4),\ (2,10,7,6,3,1,13,5,14,8,11,4,9,0,12),$
$(14,7,3,11,9,0,1,4,5,8,6,12,10,2,13),\ (7,0,8,6,5,12,13,14,9,11,2,1,10,4,3),$
$(5,11,6,9,10,3,8,7,12,0,4,14,1,2,13))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1015$

$\sigma = ((4,3,14,11,12,5,8,0,10,7,2,9,13,1,6),\ (0,11,7,3,14,12,2,8,1,9,13,5,10,4,6),$
$(7,8,9,0,10,4,3,14,12,2,6,1,11,13,5),\ (1,12,0,10,2,7,11,13,9,6,4,5,3,8,14),$
$(12,2,10,4,8,9,0,7,14,11,6,1,3,13,5))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 966$

$\sigma = ((8,2,1,10,11,4,6,5,14,9,13,12,3,0,7),\ (1,13,2,6,8,4,11,0,12,3,7,9,10,5,14),$
$(11,4,12,7,9,2,13,5,14,8,0,10,3,1,6),\ (12,5,3,8,14,7,1,10,4,9,2,11,0,13,6),$
$(5,8,1,10,6,2,9,13,11,4,14,12,7,3,0))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1268$

$\sigma = ((6,9,18,10,4,2,14,5,0,1,8,17,15,3,16,11,19,13,12,7),$
$(12,17,19,9,0,15,13,2,8,6,16,7,18,10,5,1,4,3,14,11),$
$(3,0,19,13,12,5,18,6,9,2,11,14,7,8,17,16,15,4,10,1),$
$(3,19,10,7,14,5,0,1,16,4,17,15,9,6,2,13,11,18,8,12),$
$(19,18,5,6,7,8,14,3,11,16,9,4,2,12,15,13,0,10,1,17))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1137$

$\sigma = ((10,8,9,18,12,0,16,6,15,5,13,4,7,11,3,2,1,17,14,19),$

(5, 11, 3, 12, 0, 16, 6, 4, 18, 8, 2, 14, 17, 1, 9, 15, 19, 7, 13, 10),
(18, 16, 5, 8, 15, 13, 10, 11, 7, 4, 3, 19, 9, 2, 12, 0, 6, 1, 17, 14),
(4, 15, 7, 2, 11, 3, 5, 1, 12, 9, 10, 16, 18, 14, 6, 13, 19, 17, 8, 0),
(2, 18, 7, 9, 11, 3, 1, 13, 0, 12, 10, 8, 15, 16, 19, 5, 14, 6, 4, 17))

LA13 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1166$

σ = ((10, 0, 19, 8, 17, 9, 3, 13, 1, 2, 16, 18, 15, 14, 5, 12, 7, 6, 4, 11),
(5, 1, 12, 18, 19, 0, 8, 2, 7, 16, 10, 17, 14, 13, 6, 11, 3, 4, 15, 9),
(14, 12, 13, 3, 4, 18, 19, 8, 1, 7, 11, 15, 5, 9, 10, 6, 2, 17, 0, 16),
(0, 18, 17, 10, 14, 2, 7, 12, 11, 6, 15, 5, 4, 16, 3, 8, 1, 13, 9, 19),
(17, 7, 14, 15, 13, 19, 0, 9, 12, 11, 16, 18, 8, 1, 5, 10, 6, 2, 3, 4))

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1292$

σ = ((5, 17, 3, 6, 16, 1, 13, 12, 10, 19, 8, 11, 15, 9, 4, 0, 18, 2, 14, 7),
(1, 8, 16, 12, 19, 15, 11, 2, 6, 18, 14, 10, 7, 17, 13, 9, 0, 3, 4, 5),
(2, 4, 6, 14, 8, 10, 7, 9, 1, 13, 5, 19, 0, 17, 16, 11, 15, 12, 18, 3),
(11, 19, 2, 7, 9, 3, 12, 0, 4, 13, 15, 5, 1, 16, 8, 10, 14, 18, 17, 6),
(15, 10, 1, 13, 4, 5, 8, 16, 0, 17, 3, 18, 14, 2, 9, 12, 19, 6, 7, 11))

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1343$

σ = ((12, 13, 7, 5, 18, 14, 17, 8, 9, 10, 0, 11, 1, 4, 19, 16, 3, 15, 2, 6),
(14, 19, 2, 15, 12, 9, 18, 7, 5, 13, 16, 10, 0, 6, 4, 17, 11, 8, 1, 3),
(4, 12, 1, 7, 19, 13, 15, 11, 2, 3, 18, 17, 8, 0, 9, 14, 16, 10, 5, 6),
(17, 13, 6, 1, 12, 14, 8, 2, 18, 5, 11, 7, 9, 4, 16, 10, 0, 19, 3, 15),
(8, 6, 2, 5, 19, 14, 15, 12, 3, 9, 7, 17, 16, 13, 10, 1, 18, 4, 11, 0))

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1054$

σ = ((4, 7, 6, 9, 1, 0, 2, 3, 5, 8), (3, 0, 7, 2, 4, 6, 1, 8, 9, 5), (4, 2, 9, 1, 3, 6, 5, 8, 0, 7), (2, 6, 3, 7, 9, 5, 8, 0, 4, 1),
(1, 8, 2, 9, 4, 7, 5, 0, 3, 6), (4, 1, 5, 8, 7, 2, 0, 3, 6, 9), (0, 4, 2, 7, 3, 9, 5, 8, 6, 1), (4, 0, 3, 2, 9, 1, 8, 7, 5, 6),
(9, 2, 0, 3, 8, 6, 7, 1, 4, 5), (9, 0, 2, 1, 3, 5, 6, 7, 4, 8))

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 846$

σ = ((3, 4, 9, 5, 8, 7, 6, 2, 0, 1), (9, 6, 1, 7, 2, 0, 5, 8, 4, 3), (2, 8, 5, 0, 4, 1, 7, 3, 6, 9), (5, 8, 2, 6, 3, 0, 9, 1, 7, 4),
(0, 2, 4, 8, 6, 5, 3, 7, 1, 9), (1, 5, 9, 4, 6, 0, 3, 7, 8, 2), (4, 8, 2, 7, 6, 0, 1, 3, 5, 9), (0, 6, 1, 7, 5, 3, 2, 9, 8, 4),
(1, 3, 4, 6, 2, 7, 0, 5, 9, 8), (4, 0, 8, 9, 7, 1, 2, 6, 5, 3))

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 970$

σ = ((0, 8, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 3, 9), (6, 8, 5, 3, 2, 7, 9, 4, 0, 1), (4, 9, 6, 5, 3, 0, 7, 1, 2, 8), (4, 6, 7, 9, 1, 0, 3, 8, 2, 5),
(9, 2, 0, 5, 3, 8, 4, 6, 1, 7), (7, 1, 4, 8, 0, 2, 9, 5, 6, 3), (0, 4, 7, 1, 9, 5, 2, 3, 6, 8), (4, 8, 2, 6, 0, 7, 9, 5, 3, 1),
(9, 2, 6, 0, 3, 8, 7, 1, 5, 4), (3, 4, 6, 1, 5, 8, 9, 7, 2, 0))

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1013$

σ = ((7, 0, 4, 1, 2, 9, 8, 6, 3, 5), (3, 4, 1, 6, 2, 0, 8, 5, 9, 7), (0, 8, 3, 5, 4, 6, 2, 1, 9, 7), (0, 8, 4, 2, 1, 7, 6, 5, 3, 9),
(1, 0, 2, 9, 8, 6, 5, 3, 4, 7), (8, 0, 5, 7, 3, 6, 2, 1, 9, 4), (4, 6, 2, 8, 9, 5, 7, 0, 3, 1), (5, 1, 3, 0, 8, 9, 2, 6, 4, 7),
(5, 1, 7, 0, 2, 3, 8, 4, 9, 6), (2, 9, 7, 0, 8, 6, 1, 3, 4, 5))

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 964$

σ = ((9, 4, 8, 2, 3, 0, 5, 1, 7, 6), (7, 0, 6, 4, 8, 1, 2, 5, 3, 9), (2, 9, 1, 5, 8, 4, 3, 0, 7, 6), (8, 6, 9, 7, 5, 2, 4, 0, 3, 1),
(6, 3, 4, 0, 1, 7, 8, 9, 2, 5), (2, 9, 6, 8, 5, 3, 1, 0, 4, 7), (0, 4, 3, 5, 9, 6, 2, 7, 8, 1), (1, 7, 3, 6, 8, 9, 2, 0, 5, 4),
(8, 9, 0, 6, 5, 1, 2, 7, 4, 3), (1, 9, 4, 8, 6, 7, 3, 0, 5, 2))

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1264$

σ = ((2, 8, 11, 13, 1, 10, 6, 4, 12, 7, 3, 9, 0, 5, 14), (13, 2, 8, 10, 1, 9, 3, 7, 11, 14, 6, 5, 12, 4, 0),
(9, 3, 1, 4, 0, 13, 7, 10, 14, 8, 11, 6, 2, 5, 12), (1, 2, 14, 8, 6, 3, 0, 11, 9, 4, 12, 13, 7, 10, 5),
(3, 14, 6, 2, 7, 11, 10, 4, 12, 0, 13, 5, 1, 9, 8), (11, 12, 7, 8, 9, 6, 3, 14, 0, 2, 13, 1, 5, 10, 4),
(9, 14, 2, 11, 5, 7, 6, 12, 3, 1, 13, 0, 4, 8, 10), (5, 12, 3, 8, 6, 7, 4, 2, 14, 13, 9, 11, 1, 10, 0),
(4, 13, 5, 3, 12, 6, 2, 14, 1, 10, 9, 8, 11, 7, 0), (11, 4, 12, 6, 9, 2, 1, 13, 10, 5, 0, 3, 14, 7, 8))

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1079$

σ = ((5, 2, 7, 10, 13, 11, 12, 1, 6, 4, 9, 8, 3, 14, 0), (10, 7, 8, 11, 13, 4, 12, 1, 5, 14, 2, 9, 3, 0, 6),
(3, 2, 9, 1, 4, 10, 14, 11, 0, 8, 5, 7, 6, 12, 13), (3, 9, 6, 1, 12, 11, 5, 8, 14, 7, 13, 2, 4, 0, 10),
(7, 4, 10, 5, 14, 8, 3, 1, 0, 13, 6, 9, 2, 11, 12), (12, 0, 2, 7, 6, 5, 3, 1, 13, 4, 9, 10, 14, 8, 11),
(5, 3, 4, 9, 12, 7, 6, 10, 2, 14, 1, 8, 13, 11, 0), (2, 7, 5, 13, 3, 4, 9, 12, 10, 11, 0, 14, 8, 1, 6),
(2, 7, 14, 5, 8, 3, 6, 4, 12, 10, 11, 13, 9, 0, 1), (8, 0, 2, 6, 9, 10, 1, 11, 7, 3, 13, 5, 12, 4, 14))

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1185$

σ = ((8, 2, 6, 11, 4, 12, 10, 9, 5, 1, 7, 14, 3, 0, 13), (14, 1, 9, 7, 5, 11, 6, 10, 0, 12, 3, 8, 13, 4, 2),
(11, 13, 10, 8, 9, 0, 3, 7, 1, 4, 6, 14, 12, 5, 2), (7, 13, 3, 14, 1, 2, 10, 0, 9, 6, 11, 4, 12, 5, 8),

(12, 4, 1, 13, 0, 8, 9, 6, 3, 7, 5, 10, 2, 14, 11), (3, 7, 0, 13, 5, 2, 1, 10, 12, 9, 8, 4, 14, 11, 6),
(5, 1, 4, 13, 12, 14, 9, 3, 8, 0, 11, 2, 7, 6, 10), (0, 6, 8, 12, 14, 4, 9, 5, 10, 3, 1, 13, 11, 2, 7),
(10, 14, 0, 6, 8, 7, 2, 11, 5, 4, 3, 1, 12, 9, 13), (4, 12, 11, 7, 2, 13, 14, 3, 6, 1, 9, 0, 10, 5, 8))

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1101$

σ = ((11, 8, 5, 0, 9, 2, 14, 1, 13, 3, 12, 6, 4, 7, 10), (3, 2, 12, 6, 9, 13, 1, 4, 5, 7, 11, 14, 0, 8, 10),
(14, 13, 6, 4, 11, 2, 12, 7, 10, 9, 0, 8, 1, 3, 5), (11, 2, 12, 9, 10, 7, 1, 13, 14, 8, 3, 4, 0, 5, 6),
(8, 13, 3, 5, 2, 10, 0, 6, 7, 1, 9, 14, 11, 12, 4), (14, 13, 2, 7, 5, 3, 8, 4, 11, 10, 1, 9, 0, 12, 6),
(6, 1, 13, 3, 12, 0, 2, 14, 9, 10, 4, 11, 8, 5, 7), (0, 4, 3, 7, 10, 13, 11, 6, 8, 12, 14, 5, 9, 2, 1),
(7, 5, 1, 13, 6, 4, 9, 14, 11, 12, 0, 2, 3, 8, 10), (12, 0, 9, 8, 14, 6, 5, 11, 7, 1, 2, 13, 3, 4, 10))

LA25 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1166$

σ = ((6, 3, 2, 10, 5, 7, 0, 9, 11, 1, 8, 12, 14, 13, 4), (11, 3, 2, 13, 14, 8, 12, 1, 0, 7, 10, 4, 5, 9, 6),
(3, 13, 5, 1, 8, 6, 12, 0, 4, 7, 14, 10, 9, 11, 2), (7, 1, 0, 10, 8, 14, 6, 5, 4, 2, 3, 11, 13, 12, 9),
(14, 0, 10, 9, 3, 11, 1, 8, 2, 13, 7, 6, 12, 5, 4), (1, 11, 13, 10, 3, 5, 0, 6, 9, 7, 2, 14, 8, 4, 12),
(13, 10, 4, 11, 9, 2, 1, 8, 12, 14, 3, 5, 0, 6, 7), (9, 10, 7, 5, 14, 3, 13, 2, 12, 1, 0, 4, 11, 6, 8),
(5, 10, 0, 9, 11, 13, 14, 3, 4, 8, 12, 6, 7, 1, 2), (2, 7, 3, 13, 1, 8, 0, 10, 6, 14, 9, 5, 12, 4, 11))

LA26 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1435$

σ = ((13, 14, 6, 3, 19, 8, 5, 15, 17, 1, 2, 18, 4, 0, 7, 16, 12, 9, 11, 10),
(3, 19, 11, 16, 5, 8, 17, 2, 12, 4, 9, 0, 13, 6, 1, 15, 7, 18, 14, 10),
(4, 15, 18, 12, 2, 11, 3, 9, 17, 13, 5, 10, 8, 0, 14, 6, 1, 16, 7, 19),
(15, 9, 13, 18, 3, 1, 11, 12, 19, 16, 4, 10, 6, 2, 8, 7, 0, 5, 17, 14),
(9, 1, 2, 12, 5, 10, 18, 14, 6, 13, 15, 16, 7, 0, 11, 4, 8, 17, 3, 19),
(2, 6, 11, 3, 1, 9, 4, 15, 7, 19, 13, 0, 16, 8, 14, 5, 10, 17, 12, 18),
(9, 2, 4, 0, 11, 6, 14, 13, 1, 7, 12, 16, 17, 18, 8, 15, 3, 10, 5, 19),
(13, 11, 16, 0, 17, 10, 2, 3, 7, 15, 19, 1, 4, 9, 12, 18, 5, 14, 8, 6),
(11, 13, 0, 8, 16, 7, 9, 14, 1, 12, 4, 17, 5, 15, 10, 3, 19, 18, 6, 2),
(14, 6, 1, 7, 4, 10, 18, 0, 19, 5, 8, 11, 9, 2, 13, 17, 12, 16, 3, 15))

LA27 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1442$

σ = ((17, 3, 8, 1, 6, 11, 19, 14, 9, 10, 0, 2, 7, 12, 5, 4, 13, 16, 18, 15),
(13, 7, 8, 11, 14, 16, 9, 6, 2, 12, 3, 5, 0, 10, 19, 15, 4, 17, 1, 18),
(10, 13, 9, 18, 5, 3, 2, 4, 15, 8, 14, 19, 16, 6, 11, 1, 12, 0, 17, 7),
(9, 0, 5, 10, 14, 18, 12, 17, 11, 13, 7, 3, 16, 2, 6, 1, 8, 19, 15, 4),
(11, 4, 19, 2, 0, 5, 6, 16, 12, 7, 10, 13, 8, 18, 15, 14, 17, 1, 9, 3),
(18, 6, 15, 17, 13, 7, 10, 0, 16, 1, 8, 4, 19, 9, 11, 2, 5, 3, 12, 14),
(16, 14, 19, 1, 6, 8, 12, 5, 18, 7, 17, 9, 13, 15, 4, 3, 0, 10, 11, 2),
(15, 11, 1, 13, 9, 19, 6, 4, 10, 5, 18, 16, 0, 2, 14, 12, 3, 17, 7, 8),
(11, 15, 17, 9, 13, 2, 3, 14, 10, 19, 5, 0, 18, 12, 16, 8, 7, 6, 4, 1),
(19, 12, 8, 17, 3, 5, 4, 10, 0, 9, 13, 6, 11, 14, 7, 1, 16, 2, 18, 15))

LA28 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1487$

σ = ((16, 13, 10, 3, 4, 6, 14, 5, 7, 9, 15, 19, 17, 8, 0, 1, 18, 12, 2, 11),
(7, 17, 8, 0, 9, 6, 2, 3, 1, 14, 10, 11, 16, 18, 12, 19, 15, 4, 5, 13),
(1, 9, 19, 4, 18, 3, 16, 17, 11, 2, 15, 7, 12, 13, 14, 5, 6, 10, 0, 8),
(1, 7, 6, 17, 16, 15, 2, 12, 14, 3, 9, 13, 4, 19, 18, 10, 8, 0, 5, 11),
(13, 3, 18, 2, 7, 8, 15, 10, 1, 6, 5, 0, 9, 12, 17, 14, 16, 19, 11, 4),
(3, 7, 9, 12, 13, 19, 18, 15, 10, 16, 6, 8, 4, 17, 0, 5, 14, 1, 2, 11),
(6, 4, 11, 17, 3, 9, 18, 5, 8, 15, 7, 19, 14, 10, 16, 13, 2, 12, 1, 0),
(9, 15, 2, 12, 8, 5, 1, 4, 16, 13, 17, 3, 18, 0, 10, 19, 6, 14, 11, 7),
(12, 10, 6, 9, 0, 4, 16, 17, 14, 19, 18, 11, 5, 1, 2, 8, 7, 13, 15, 3),
(17, 14, 13, 5, 4, 19, 9, 10, 16, 6, 1, 12, 15, 2, 0, 11, 3, 7, 18, 8))

LA29 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1337$

σ = ((1, 11, 6, 4, 15, 0, 2, 10, 5, 19, 7, 18, 3, 17, 16, 12, 8, 14, 9, 13),
(6, 9, 7, 11, 3, 8, 15, 17, 10, 18, 14, 2, 1, 13, 5, 12, 4, 16, 0, 19),
(7, 1, 3, 15, 10, 8, 0, 17, 14, 19, 13, 2, 4, 11, 12, 5, 6, 9, 18, 16),
(14, 13, 1, 3, 17, 15, 2, 16, 5, 18, 11, 6, 0, 9, 12, 8, 7, 4, 19, 10),
(18, 9, 4, 5, 6, 12, 13, 1, 10, 3, 7, 15, 16, 2, 8, 11, 0, 14, 19, 17),
(13, 6, 18, 19, 5, 11, 14, 1, 4, 8, 10, 0, 2, 16, 12, 3, 15, 17, 9, 7),
(8, 5, 7, 6, 12, 13, 4, 17, 3, 16, 1, 14, 11, 10, 9, 0, 18, 2, 19, 15),
(4, 5, 9, 7, 15, 12, 0, 2, 8, 17, 18, 14, 16, 1, 19, 13, 6, 10, 3, 11),

(5, 0, 4, 6, 9, 12, 13, 8, 17, 1, 14, 7, 3, 15, 10, 18, 19, 11, 2, 16),
(16, 18, 1, 10, 2, 3, 8, 13, 4, 14, 15, 5, 7, 9, 11, 17, 0, 6, 12, 19))

LA30 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1534$

σ = ((16, 9, 11, 12, 13, 17, 19, 8, 5, 6, 1, 3, 2, 7, 0, 14, 10, 15, 4, 18),
(5, 14, 15, 17, 11, 0, 8, 1, 12, 3, 19, 18, 16, 10, 6, 4, 7, 13, 2, 9),
(12, 17, 16, 18, 7, 5, 2, 9, 14, 15, 19, 6, 3, 11, 8, 10, 1, 13, 4, 0),
(19, 8, 2, 1, 6, 0, 17, 7, 10, 13, 4, 5, 14, 9, 15, 18, 12, 3, 16, 11),
(3, 1, 8, 17, 15, 16, 10, 18, 12, 7, 0, 4, 9, 2, 14, 19, 11, 6, 13, 5),
(17, 6, 10, 15, 19, 12, 14, 1, 3, 4, 13, 18, 16, 2, 7, 9, 5, 8, 0, 11),
(0, 4, 6, 8, 10, 16, 5, 18, 12, 14, 1, 13, 17, 9, 3, 15, 7, 19, 2, 11),
(19, 15, 0, 17, 2, 7, 9, 16, 5, 6, 11, 13, 4, 1, 3, 8, 18, 14, 10, 12),
(1, 5, 18, 0, 14, 16, 15, 3, 7, 10, 12, 6, 13, 4, 2, 19, 9, 8, 17, 11),
(4, 12, 6, 7, 5, 1, 18, 19, 0, 15, 8, 10, 14, 16, 17, 13, 2, 11, 3, 9))

LA31 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1931$

σ = ((3, 9, 20, 4, 22, 25, 26, 11, 21, 5, 28, 8, 17, 10, 7, 19, 16, 27, 15, 12, 23, 18, 2, 6, 13, 24, 29, 1, 0, 14),
(9, 25, 22, 26, 19, 6, 14, 13, 7, 23, 1, 28, 2, 29, 11, 16, 15, 27, 12, 10, 20, 18, 3, 17, 21, 8, 0, 4, 24, 5),
(2, 14, 8, 18, 16, 5, 29, 19, 15, 25, 0, 3, 24, 17, 26, 7, 1, 9, 23, 11, 4, 10, 21, 22, 20, 6, 13, 27, 12, 28),
(21, 18, 16, 5, 8, 26, 3, 13, 9, 29, 2, 24, 27, 15, 0, 23, 6, 20, 10, 1, 22, 28, 4, 25, 11, 19, 17, 14, 7, 12),
(22, 19, 25, 29, 2, 0, 4, 15, 13, 14, 8, 16, 18, 23, 20, 3, 21, 6, 12, 28, 10, 1, 5, 11, 26, 24, 17, 9, 27, 7),
(10, 27, 1, 9, 15, 11, 12, 5, 13, 21, 3, 14, 22, 0, 6, 18, 17, 19, 4, 25, 28, 20, 29, 16, 2, 24, 8, 7, 23, 26),
(20, 19, 10, 18, 21, 12, 4, 13, 25, 22, 27, 2, 24, 29, 8, 23, 1, 11, 3, 6, 16, 17, 9, 7, 0, 14, 28, 15, 26, 5),
(10, 17, 0, 11, 3, 22, 15, 9, 6, 7, 1, 12, 19, 18, 25, 28, 13, 20, 2, 5, 29, 27, 26, 14, 24, 8, 21, 16, 4, 23),
(1, 17, 11, 3, 22, 29, 4, 21, 14, 2, 6, 9, 0, 23, 7, 18, 19, 25, 15, 20, 13, 12, 28, 10, 27, 26, 8, 5, 16, 24),
(11, 4, 15, 13, 12, 21, 23, 0, 9, 25, 8, 14, 26, 16, 17, 24, 18, 10, 22, 1, 28, 29, 2, 3, 27, 6, 7, 20, 19, 5))

LA32 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1875$

σ = ((26, 4, 24, 8, 23, 15, 9, 16, 14, 13, 2, 20, 29, 3, 10, 11, 17, 5, 18, 27, 0, 19, 21, 1, 25, 6, 28, 22, 7, 12),
(18, 27, 0, 17, 10, 7, 6, 11, 16, 19, 4, 1, 21, 8, 5, 12, 24, 2, 26, 20, 13, 29, 22, 28, 3, 15, 25, 23, 14, 9),
(11, 5, 19, 26, 29, 1, 14, 2, 21, 8, 9, 28, 0, 13, 27, 22, 4, 3, 17, 23, 12, 15, 24, 25, 16, 10, 6, 20, 7, 18),
(8, 26, 11, 6, 27, 16, 5, 17, 24, 7, 2, 9, 22, 25, 12, 13, 23, 29, 19, 0, 4, 14, 28, 10, 3, 1, 18, 15, 20, 21),
(23, 13, 6, 3, 28, 0, 11, 10, 18, 4, 1, 16, 12, 20, 15, 17, 25, 7, 22, 21, 2, 8, 5, 29, 26, 9, 24, 19, 14, 27),
(13, 19, 29, 26, 2, 23, 22, 5, 6, 17, 9, 28, 20, 16, 18, 1, 8, 25, 10, 3, 0, 15, 11, 24, 14, 21, 4, 27, 12, 7),
(0, 16, 14, 5, 21, 4, 3, 27, 15, 18, 19, 29, 13, 6, 28, 9, 7, 24, 2, 17, 26, 25, 23, 12, 10, 20, 8, 22, 11, 1),
(19, 15, 1, 11, 26, 22, 18, 7, 12, 14, 25, 3, 10, 23, 6, 27, 28, 29, 21, 20, 13, 8, 5, 16, 2, 0, 9, 24, 17, 4),
(10, 22, 8, 16, 19, 20, 26, 11, 24, 29, 21, 14, 0, 27, 5, 28, 6, 15, 23, 1, 12, 18, 2, 9, 4, 17, 7, 25, 3, 13),
(27, 24, 15, 23, 1, 29, 26, 14, 11, 21, 20, 9, 6, 7, 22, 16, 4, 10, 5, 8, 12, 13, 0, 25, 19, 3, 2, 17, 18, 28))

LA33 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1875$

σ = ((1, 20, 14, 5, 10, 9, 18, 22, 25, 27, 0, 8, 6, 24, 16, 15, 21, 7, 29, 2, 23, 3, 12, 26, 11, 19, 13, 4, 17, 28),
(26, 12, 21, 1, 25, 13, 18, 24, 10, 19, 23, 17, 7, 8, 28, 0, 11, 5, 29, 20, 16, 4, 3, 2, 14, 27, 15, 22, 6, 9),
(18, 5, 25, 13, 29, 7, 1, 0, 16, 20, 9, 4, 15, 17, 3, 23, 26, 28, 2, 19, 22, 21, 27, 24, 8, 12, 11, 10, 14, 6),
(7, 3, 6, 1, 10, 5, 15, 4, 16, 22, 27, 8, 20, 13, 11, 24, 19, 18, 2, 25, 23, 17, 14, 12, 9, 29, 28, 21, 26, 0),
(8, 22, 17, 21, 3, 6, 14, 26, 0, 1, 28, 19, 16, 2, 12, 29, 15, 5, 13, 11, 24, 9, 20, 27, 10, 23, 18, 4, 7, 25),
(13, 3, 1, 8, 10, 28, 18, 24, 25, 26, 11, 9, 4, 0, 6, 27, 14, 17, 2, 15, 7, 22, 5, 29, 12, 19, 20, 16, 21, 23),
(2, 24, 3, 6, 29, 13, 10, 7, 18, 23, 25, 1, 22, 20, 14, 21, 12, 15, 17, 26, 4, 28, 11, 0, 9, 16, 19, 8, 5, 27),
(25, 18, 14, 5, 24, 28, 26, 23, 17, 21, 15, 6, 7, 8, 19, 16, 29, 9, 2, 20, 10, 27, 4, 3, 12, 22, 1, 0, 13, 11),
(21, 13, 26, 15, 11, 3, 29, 7, 19, 20, 10, 4, 17, 28, 1, 2, 16, 23, 22, 9, 14, 27, 5, 8, 0, 18, 6, 25, 24, 12),
(24, 15, 6, 18, 8, 14, 22, 27, 19, 28, 25, 29, 12, 23, 0, 26, 3, 13, 1, 16, 20, 10, 5, 21, 7, 4, 9, 11, 17, 2))

LA34 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1935$

σ = ((15, 28, 20, 14, 6, 26, 10, 12, 22, 11, 8, 5, 7, 17, 0, 29, 13, 9, 4, 19, 2, 23, 1, 25, 27, 24, 18, 21, 16, 3),
(19, 17, 3, 24, 20, 14, 13, 21, 2, 22, 28, 11, 0, 18, 26, 4, 29, 8, 15, 10, 9, 12, 16, 6, 27, 5, 7, 25, 23, 1),
(20, 0, 7, 28, 3, 18, 8, 15, 26, 25, 22, 2, 27, 29, 19, 24, 21, 1, 10, 14, 5, 17, 13, 9, 23, 6, 4, 11, 16, 12),
(3, 27, 29, 19, 15, 17, 5, 7, 16, 4, 23, 9, 10, 14, 2, 28, 6, 13, 24, 8, 22, 1, 0, 20, 11, 18, 21, 26, 25, 12),
(22, 10, 5, 4, 24, 1, 27, 11, 3, 18, 6, 21, 15, 20, 25, 16, 26, 9, 19, 23, 14, 2, 13, 8, 28, 12, 29, 7, 0, 17),
(25, 15, 14, 21, 20, 7, 13, 0, 8, 27, 1, 11, 18, 5, 6, 29, 28, 23, 2, 19, 4, 16, 10, 17, 22, 3, 12, 26, 24, 9),
(13, 22, 10, 2, 26, 4, 29, 20, 5, 3, 24, 16, 6, 21, 17, 27, 18, 0, 9, 25, 12, 8, 1, 15, 23, 7, 14, 19, 28, 11),
(7, 26, 18, 22, 14, 20, 9, 0, 24, 23, 13, 19, 1, 17, 12, 28, 4, 3, 16, 8, 25, 29, 27, 5, 6, 11, 15, 21, 10, 2),
(18, 11, 27, 20, 6, 28, 10, 21, 8, 15, 26, 25, 13, 7, 12, 23, 22, 5, 3, 1, 9, 16, 17, 24, 2, 0, 29, 14, 19, 4),
(25, 15, 16, 27, 6, 4, 11, 9, 5, 26, 18, 0, 13, 7, 12, 3, 19, 2, 10, 24, 29, 22, 23, 17, 14, 1, 20, 8, 28, 21))

LA35 (30×10), $Cmax(\sigma) = 2118$

$\sigma = ((18, 0, 28, 10, 4, 19, 1, 13, 17, 29, 26, 15, 11, 3, 21, 5, 24, 14, 25, 12, 9, 16, 22, 27, 6, 8, 23, 2, 20, 7),$
$(15, 23, 19, 17, 3, 12, 18, 6, 9, 2, 28, 27, 13, 4, 16, 26, 5, 24, 11, 1, 10, 29, 25, 20, 0, 22, 14, 21, 7, 8),$
$(21, 7, 14, 0, 29, 25, 8, 6, 9, 1, 24, 22, 26, 28, 11, 10, 15, 17, 19, 12, 3, 2, 20, 5, 18, 27, 23, 4, 13, 16),$
$(29, 1, 2, 11, 23, 22, 28, 10, 4, 0, 24, 18, 27, 6, 13, 8, 5, 17, 15, 20, 19, 3, 9, 26, 7, 14, 25, 12, 21, 16),$
$(2, 11, 22, 16, 21, 7, 4, 23, 19, 6, 17, 18, 28, 15, 10, 29, 13, 5, 12, 1, 9, 8, 3, 20, 26, 25, 27, 0, 14, 24),$
$(26, 15, 21, 6, 23, 3, 9, 18, 28, 24, 27, 19, 4, 10, 17, 5, 13, 14, 25, 2, 8, 29, 0, 12, 22, 7, 16, 11, 20, 1),$
$(27, 9, 18, 15, 12, 19, 1, 13, 10, 22, 29, 4, 5, 8, 21, 2, 26, 20, 3, 0, 25, 23, 7, 14, 16, 24, 11, 28, 17, 6),$
$(8, 6, 5, 25, 20, 16, 12, 7, 17, 0, 28, 19, 10, 15, 11, 26, 22, 27, 13, 2, 4, 14, 21, 9, 18, 29, 3, 23, 24, 1),$
$(23, 10, 2, 6, 8, 27, 9, 7, 18, 17, 1, 15, 11, 13, 16, 29, 4, 19, 12, 21, 20, 0, 26, 22, 3, 5, 25, 24, 28, 14),$
$(9, 29, 12, 28, 8, 10, 2, 23, 18, 20, 0, 26, 4, 17, 15, 22, 1, 25, 21, 13, 24, 19, 3, 6, 7, 27, 16, 5, 14, 11))$

LA36 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1510$

$\sigma = ((5, 3, 10, 6, 14, 9, 2, 1, 4, 0, 7, 8, 12, 11, 13),\ (11, 8, 1, 7, 0, 6, 14, 12, 10, 5, 13, 4, 3, 2, 9),$
$(5, 11, 2, 8, 7, 12, 0, 4, 3, 13, 14, 9, 6, 10, 1),\ (12, 10, 11, 7, 0, 8, 6, 9, 5, 1, 2, 14, 13, 4, 3),$
$(7, 1, 6, 9, 0, 3, 2, 4, 10, 5, 11, 12, 13, 8, 14),\ (3, 8, 9, 2, 12, 11, 13, 6, 1, 0, 10, 14, 7, 4, 5),$
$(8, 3, 0, 6, 9, 14, 11, 2, 1, 5, 4, 12, 7, 10, 13),\ (10, 12, 13, 1, 7, 6, 2, 9, 3, 8, 14, 11, 0, 4, 5),$
$(6, 8, 9, 1, 14, 3, 4, 7, 0, 11, 12, 10, 5, 2, 13),\ (2, 14, 13, 3, 7, 9, 0, 11, 1, 4, 12, 10, 8, 5, 6),$
$(4, 14, 8, 13, 6, 0, 9, 12, 10, 11, 2, 1, 7, 5, 3),\ (1, 9, 7, 14, 12, 6, 8, 3, 4, 13, 11, 0, 5, 2, 10),$
$(6, 12, 7, 2, 1, 10, 3, 5, 14, 0, 9, 8, 11, 4, 13),\ (7, 12, 8, 3, 6, 5, 2, 9, 14, 10, 11, 0, 1, 4, 13),$
$(14, 13, 1, 0, 8, 9, 7, 10, 5, 4, 6, 12, 11, 3, 2))$

LA37 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1588$

$\sigma = ((2, 3, 5, 8, 4, 10, 1, 14, 9, 12, 6, 7, 13, 11, 0),\ (1, 11, 9, 12, 10, 13, 4, 7, 8, 3, 5, 2, 14, 0, 6),$
$(12, 6, 1, 3, 8, 0, 11, 5, 10, 2, 7, 14, 13, 4, 9),\ (1, 3, 14, 9, 4, 12, 5, 10, 0, 13, 7, 2, 6, 8, 11),$
$(10, 6, 3, 14, 5, 4, 7, 9, 8, 11, 2, 1, 12, 0, 13),\ (0, 12, 7, 8, 5, 11, 6, 10, 13, 1, 9, 2, 14, 3, 4),$
$(2, 7, 0, 13, 5, 4, 8, 11, 1, 3, 10, 14, 9, 12, 6),\ (12, 5, 1, 10, 3, 7, 4, 9, 8, 6, 14, 0, 2, 13, 11),$
$(2, 4, 3, 11, 1, 14, 5, 7, 6, 8, 13, 12, 0, 9, 10),\ (4, 12, 6, 8, 7, 0, 2, 9, 14, 13, 1, 3, 5, 10, 11),$
$(3, 11, 12, 7, 2, 14, 5, 0, 8, 9, 6, 10, 13, 4, 1),\ (5, 9, 8, 13, 7, 0, 10, 14, 2, 3, 11, 4, 6, 12, 1),$
$(11, 3, 10, 13, 8, 2, 12, 0, 5, 6, 7, 9, 14, 1, 4),\ (14, 9, 5, 3, 7, 12, 8, 10, 6, 2, 13, 11, 4, 0, 1),$
$(1, 12, 7, 6, 0, 9, 5, 3, 8, 11, 10, 2, 13, 14, 4))$

LA38 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1421$

$\sigma = ((4, 1, 0, 10, 3, 9, 6, 14, 7, 12, 13, 8, 2, 11, 5),\ (0, 9, 3, 13, 11, 10, 12, 1, 14, 5, 4, 8, 2, 6, 7),$
$(4, 8, 11, 12, 13, 10, 14, 9, 3, 5, 1, 0, 2, 6, 7),\ (2, 13, 14, 11, 12, 4, 5, 6, 0, 7, 10, 1, 8, 3, 9),$
$(10, 13, 3, 2, 5, 1, 9, 7, 0, 12, 11, 4, 8, 14, 6),\ (11, 14, 9, 13, 7, 8, 10, 4, 5, 12, 1, 3, 6, 0, 2),$
$(5, 9, 11, 0, 12, 2, 14, 10, 8, 7, 1, 3, 13, 4, 6),\ (7, 14, 6, 11, 2, 3, 4, 8, 10, 9, 13, 5, 1, 0, 12),$
$(8, 12, 3, 13, 0, 1, 10, 9, 2, 4, 5, 11, 7, 6, 14),\ (12, 8, 4, 10, 14, 3, 1, 6, 5, 9, 13, 2, 11, 0, 7),$
$(13, 10, 4, 6, 8, 14, 0, 5, 9, 1, 2, 12, 7, 11, 3),\ (5, 3, 14, 9, 13, 8, 7, 4, 10, 6, 0, 2, 1, 11, 12),$
$(0, 10, 8, 2, 1, 3, 6, 9, 13, 11, 4, 7, 12, 14, 5),\ (8, 11, 4, 6, 13, 3, 2, 10, 12, 9, 0, 14, 7, 5, 1),$
$(3, 1, 11, 12, 6, 7, 14, 0, 4, 5, 2, 9, 10, 13, 8))$

LA39 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1500$

$\sigma = ((2, 12, 3, 14, 13, 11, 6, 8, 9, 10, 1, 4, 7, 5, 0),\ (8, 14, 10, 4, 5, 9, 11, 2, 7, 13, 6, 0, 12, 1, 3),$
$(9, 3, 8, 5, 13, 6, 0, 11, 10, 4, 7, 12, 1, 14, 2),\ (14, 13, 2, 10, 8, 4, 3, 1, 0, 7, 9, 5, 12, 6, 11),$
$(8, 12, 13, 5, 9, 0, 3, 7, 10, 1, 6, 11, 2, 4, 14),\ (3, 9, 5, 12, 11, 2, 1, 10, 7, 14, 6, 13, 4, 8, 0),$
$(1, 3, 10, 7, 6, 9, 0, 11, 4, 2, 14, 12, 5, 8, 13),\ (12, 7, 14, 0, 2, 3, 9, 5, 10, 6, 13, 11, 4, 1, 8),$
$(7, 10, 5, 2, 6, 13, 12, 1, 4, 8, 11, 0, 14, 9, 3),\ (1, 9, 6, 4, 12, 7, 5, 11, 10, 3, 13, 14, 2, 8, 0),$
$(6, 11, 0, 7, 2, 9, 1, 12, 14, 13, 3, 10, 4, 5, 8),\ (5, 3, 6, 11, 7, 1, 0, 4, 10, 2, 12, 13, 8, 9, 14),$
$(4, 5, 3, 6, 11, 12, 14, 13, 10, 0, 7, 9, 1, 8, 2),\ (5, 6, 10, 9, 4, 12, 3, 0, 2, 1, 7, 13, 14, 11, 8),$
$(11, 0, 4, 7, 3, 10, 14, 9, 2, 6, 12, 5, 13, 8, 1))$

LA40 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1440$

$\sigma = ((12, 9, 10, 1, 7, 4, 13, 6, 2, 8, 5, 14, 11, 3, 0),\ (5, 14, 3, 2, 13, 1, 8, 12, 11, 9, 6, 4, 0, 7, 10),$
$(10, 5, 7, 0, 6, 1, 13, 2, 4, 3, 9, 8, 14, 12, 11),\ (7, 8, 2, 12, 6, 13, 10, 11, 0, 14, 9, 1, 3, 5, 4),$
$(7, 13, 0, 10, 9, 11, 4, 3, 5, 6, 1, 8, 14, 12, 2),\ (5, 9, 4, 7, 2, 8, 10, 13, 0, 3, 14, 12, 6, 11, 1),$
$(6, 8, 10, 3, 2, 12, 14, 0, 13, 9, 5, 11, 7, 4, 1),\ (6, 7, 9, 3, 2, 8, 13, 14, 5, 0, 4, 10, 12, 11, 1),$
$(8, 7, 13, 2, 0, 6, 4, 14, 9, 11, 1, 10, 12, 3, 5),\ (6, 0, 8, 4, 11, 10, 13, 1, 3, 5, 12, 9, 14, 7, 2),$
$(13, 11, 0, 14, 9, 3, 2, 7, 12, 6, 5, 8, 4, 10, 1),\ (1, 7, 2, 8, 4, 12, 9, 14, 3, 5, 11, 10, 6, 13, 0),$
$(4, 13, 2, 0, 7, 10, 9, 6, 14, 11, 8, 1, 3, 12, 5),\ (12, 13, 5, 6, 4, 8, 7, 9, 11, 14, 10, 2, 1, 3, 0),$
$(2, 6, 8, 11, 7, 0, 4, 3, 12, 5, 10, 1, 13, 9, 14))$

SWV06 (20×15), $Cmax(\sigma) = 2135$

$\sigma = ((10, 11, 18, 4, 19, 1, 8, 7, 13, 9, 3, 6, 5, 15, 17, 14, 0, 12, 16, 2),$
$(0, 2, 16, 1, 11, 8, 5, 4, 6, 15, 9, 14, 19, 13, 7, 18, 12, 10, 3, 17),$
$(1, 5, 6, 9, 7, 10, 17, 3, 19, 0, 4, 11, 15, 14, 8, 18, 12, 16, 13, 2),$
$(4, 19, 3, 12, 6, 11, 18, 10, 8, 1, 5, 7, 9, 17, 16, 2, 13, 15, 0, 14),$
$(7, 5, 16, 15, 11, 14, 9, 17, 6, 8, 1, 0, 10, 4, 2, 13, 18, 3, 19, 12),$
$(15, 7, 4, 11, 6, 3, 9, 18, 10, 8, 0, 1, 5, 19, 13, 14, 2, 12, 17, 16),$
$(11, 6, 9, 8, 7, 14, 18, 0, 2, 15, 10, 13, 1, 3, 19, 4, 16, 5, 12, 17),$
$(11, 1, 7, 8, 9, 19, 5, 16, 14, 6, 15, 0, 10, 13, 17, 18, 4, 12, 2, 3),$
$(6, 11, 9, 10, 8, 18, 0, 7, 12, 3, 19, 14, 16, 15, 4, 17, 5, 1, 2, 13),$
$(11, 7, 5, 15, 1, 14, 19, 4, 9, 8, 6, 0, 12, 10, 2, 13, 3, 18, 17, 16),$
$(9, 7, 6, 11, 15, 0, 4, 13, 17, 10, 16, 8, 18, 2, 12, 5, 3, 1, 19, 14),$
$(9, 4, 10, 5, 15, 1, 18, 11, 19, 3, 6, 2, 14, 0, 17, 8, 16, 13, 12, 7),$
$(6, 11, 15, 13, 9, 19, 2, 3, 5, 0, 14, 17, 1, 4, 18, 8, 12, 16, 7, 10),$
$(15, 1, 7, 14, 8, 10, 11, 19, 13, 17, 9, 5, 3, 0, 18, 12, 6, 2, 4, 16),$
$(11, 8, 6, 4, 1, 18, 12, 3, 10, 9, 2, 13, 5, 7, 19, 0, 14, 15, 17, 16))$

YN1 (20×20), $Cmax(\sigma) = 1005$

$\sigma = ((17, 8, 19, 11, 14, 2, 0, 15, 12, 18, 9, 5, 1, 16, 10, 3, 6, 4, 13, 7),$
$(18, 16, 4, 11, 7, 12, 17, 19, 15, 2, 6, 9, 13, 1, 0, 3, 10, 8, 5, 14),$
$(0, 5, 11, 12, 19, 15, 7, 6, 3, 1, 8, 9, 4, 10, 13, 17, 18, 14, 16, 2),$
$(2, 5, 3, 14, 6, 13, 0, 19, 11, 16, 8, 10, 1, 15, 17, 18, 12, 9, 4, 7),$
$(3, 2, 0, 17, 10, 18, 6, 9, 11, 4, 16, 1, 5, 15, 14, 12, 8, 7, 13, 19),$
$(11, 6, 15, 4, 16, 7, 1, 18, 14, 12, 17, 3, 8, 5, 2, 0, 19, 13, 10, 9),$
$(1, 7, 9, 3, 12, 11, 5, 16, 10, 13, 2, 6, 18, 8, 14, 17, 15, 0, 19, 4),$
$(8, 9, 5, 17, 15, 4, 0, 7, 11, 16, 12, 3, 13, 10, 2, 14, 6, 19, 1, 18),$
$(1, 16, 8, 2, 5, 11, 19, 15, 4, 14, 0, 12, 13, 7, 3, 10, 6, 17, 18, 9),$
$(6, 7, 18, 17, 4, 12, 8, 15, 11, 9, 14, 2, 3, 13, 5, 19, 16, 0, 10, 1),$
$(18, 19, 3, 13, 15, 8, 16, 1, 6, 2, 9, 17, 14, 0, 7, 12, 11, 10, 5, 4),$
$(15, 14, 0, 16, 12, 6, 9, 4, 1, 19, 13, 5, 17, 2, 11, 10, 8, 3, 18, 7),$
$(8, 10, 16, 5, 6, 0, 3, 12, 7, 19, 4, 18, 17, 15, 13, 1, 9, 14, 2, 11),$
$(5, 17, 19, 11, 8, 10, 12, 0, 13, 15, 7, 2, 1, 3, 14, 6, 18, 4, 16, 9),$
$(16, 19, 1, 12, 17, 5, 13, 2, 11, 4, 14, 0, 15, 3, 6, 8, 9, 7, 18, 10),$
$(9, 10, 12, 11, 13, 15, 3, 0, 14, 17, 8, 16, 4, 1, 6, 7, 19, 2, 5, 18),$
$(13, 9, 14, 6, 10, 19, 7, 4, 17, 18, 5, 1, 2, 12, 16, 15, 3, 0, 8, 11),$
$(0, 10, 13, 2, 17, 14, 9, 8, 6, 7, 16, 19, 11, 12, 3, 5, 1, 4, 18, 15),$
$(17, 10, 6, 11, 9, 3, 8, 13, 0, 2, 1, 18, 16, 7, 19, 12, 14, 15, 4, 5),$
$(4, 14, 9, 5, 12, 10, 11, 3, 15, 1, 18, 7, 19, 0, 16, 8, 13, 6, 2, 17))$

ข.2.2 **SPT**

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 751$

$\sigma = ((1,0,7,8,4,3,5,6,9,2),\ (0,8,5,3,7,6,1,4,9,2),\ (7,5,8,1,9,4,0,6,3,2),\ (8,2,1,6,9,7,4,0,5,3),$
$(9,8,0,1,6,5,3,7,4,2))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 821$

$\sigma = ((0,8,4,1,7,6,5,9,2,3),\ (7,5,6,0,1,9,8,4,2,3),\ (3,1,8,9,4,0,7,6,2,5),\ (0,4,6,1,8,9,7,5,2,3),$
$(8,1,4,6,9,0,5,2,7,3))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 672$

$\sigma = ((1,3,0,7,8,9,2,4,5,6),\ (0,1,7,9,3,2,8,4,5,6),\ (1,2,6,0,3,7,9,8,4,5),\ (6,2,1,8,7,9,3,0,4,5),$
$(7,3,9,1,2,8,4,5,0,6))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 711$

$\sigma = ((0,2,5,8,4,7,6,1,9,3),\ (2,1,4,7,9,6,8,5,0,3),\ (9,8,5,6,2,1,0,4,3,7),\ (5,1,4,2,9,7,0,6,8,3),$
$(9,1,8,2,4,5,7,0,6,3))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 610$

$\sigma = ((6,5,1,3,0,9,4,8,2,7),\ (2,0,5,6,1,4,3,8,9,7),\ (8,9,2,4,1,5,6,7,3,0),\ (5,1,2,6,9,8,3,4,7,0),$
$(1,7,4,5,6,3,0,9,8,2))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1200$

$\sigma = ((7,2,11,14,13,6,4,0,1,5,8,3,10,12,9),\ (0,7,2,13,5,4,14,1,11,3,6,12,8,10,9),$
$(2,0,10,5,7,4,11,13,14,1,8,12,3,6,9),\ (1,3,4,2,12,7,6,11,13,14,8,0,5,10,9),$
$(10,4,1,13,12,11,7,0,2,14,3,8,6,5,9))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1034$

$\sigma = ((3,9,2,0,13,11,12,6,4,1,14,10,7,8,5),\ (5,4,3,12,6,9,2,11,0,14,1,13,10,7,8),$
$(7,5,6,11,2,3,12,9,4,13,0,14,10,1,8),\ (4,2,7,11,3,13,9,12,6,0,14,1,10,5,8),$
$(9,12,13,8,3,0,11,14,6,2,10,4,7,1,5))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 942$

$\sigma = ((11,10,12,13,6,2,7,3,1,8,5,9,4,14,0),\ (2,1,13,10,6,7,5,11,4,3,9,8,12,14,0),$
$(1,4,9,3,7,13,11,2,5,6,14,10,8,0,12),\ (13,2,6,7,9,5,8,11,1,10,4,0,12,3,14),$
$(9,6,5,11,13,3,2,10,4,1,8,7,12,0,14))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1045$

$\sigma = ((3,14,11,5,13,4,6,8,1,12,10,9,0,2,7),\ (11,0,13,3,1,6,5,14,8,9,7,2,10,4,12),$
$(9,6,7,13,8,1,3,5,10,14,4,0,2,11,12),\ (6,13,1,10,5,11,9,12,3,0,2,4,14,8,7),$
$(12,10,6,9,8,1,4,5,2,3,14,13,0,11,7))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1049$

$\sigma = ((10,4,8,2,0,3,13,7,11,9,5,1,14,12,6),\ (0,13,3,4,7,10,2,1,5,9,8,12,14,6,11),$
$(4,7,0,13,3,10,9,11,5,2,14,12,8,1,6),\ (12,5,3,7,0,10,4,13,8,9,14,2,1,11,6),$
$(10,5,13,0,7,9,4,8,3,2,1,14,12,6,11))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1473$

$\sigma = ((2,1,4,15,0,14,8,3,13,11,17,16,5,18,7,6,10,12,9,19),$
$(15,2,0,16,8,13,1,4,17,14,11,3,19,7,12,5,18,10,6,9),$
$(13,0,3,2,5,11,15,14,1,4,19,17,8,16,7,18,12,6,10,9),$
$(1,3,16,4,15,14,0,13,11,7,17,19,8,5,2,18,10,12,6,9),$
$(14,11,8,16,5,4,15,3,13,1,19,7,18,0,17,2,12,6,10,9))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1203$

$\sigma = ((8,9,10,13,19,17,7,15,1,16,0,2,14,4,3,12,18,11,6,5),$
$(14,0,17,11,19,3,1,16,13,8,2,4,15,6,12,10,9,7,5,18),$
$(19,13,15,7,16,9,17,8,10,1,18,2,4,3,14,0,11,12,5,6),$
$(7,15,1,19,17,2,9,13,11,3,4,14,8,10,16,0,12,6,5,18),$
$(2,7,19,13,9,1,17,11,15,3,8,18,14,0,10,4,16,12,6,5))$

LA13 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1275$

$\sigma = ((8,3,1,19,10,15,11,16,13,6,0,4,7,9,2,12,5,14,17,18),$
$(16,1,8,2,3,7,11,6,15,12,13,4,5,0,14,19,10,9,18,17),$
$(3,14,12,11,15,1,8,13,6,4,7,16,5,9,2,19,0,10,18,17),$
$(2,7,11,3,15,0,6,1,8,14,16,4,13,12,5,10,18,9,17,19),$

(7, 17, 15, 14, 11, 3, 1, 13, 6, 8, 16, 4, 12, 9, 0, 2, 5, 19, 10, 18))

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1427$

σ = ((5, 3, 17, 13, 6, 0, 12, 16, 4, 9, 19, 7, 14, 18, 15, 2, 10, 1, 8, 11),
(18, 12, 14, 16, 0, 19, 7, 17, 3, 4, 9, 15, 2, 5, 13, 1, 8, 10, 6, 11),
(6, 14, 4, 0, 17, 7, 13, 9, 2, 12, 3, 19, 5, 18, 16, 15, 10, 8, 1, 11),
(0, 9, 7, 19, 12, 13, 3, 4, 14, 11, 17, 2, 5, 18, 15, 16, 10, 1, 6, 8),
(13, 0, 17, 14, 4, 15, 12, 3, 7, 9, 5, 18, 16, 19, 2, 10, 1, 8, 6, 11))

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1339$

σ = ((0, 18, 12, 10, 11, 13, 1, 3, 6, 7, 4, 2, 15, 9, 16, 5, 14, 8, 17, 19),
(16, 9, 2, 15, 10, 6, 0, 11, 19, 1, 3, 4, 18, 7, 14, 12, 13, 5, 17, 8),
(3, 11, 0, 16, 1, 12, 10, 2, 6, 4, 15, 19, 7, 13, 18, 9, 14, 17, 8, 5),
(17, 6, 1, 11, 2, 3, 0, 10, 13, 4, 15, 18, 7, 16, 9, 14, 5, 8, 12, 19),
(8, 16, 6, 2, 3, 10, 1, 11, 0, 15, 19, 4, 7, 9, 18, 5, 14, 13, 17, 12))

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1156$

σ = ((7, 6, 5, 0, 1, 8, 4, 9, 2, 3), (0, 7, 3, 6, 2, 8, 5, 1, 4, 9), (5, 8, 6, 1, 2, 9, 0, 3, 4, 7), (6, 2, 5, 7, 8, 3, 9, 0, 1, 4),
(8, 1, 5, 7, 2, 9, 0, 6, 4, 3), (5, 8, 1, 7, 6, 0, 4, 2, 3, 9), (0, 5, 7, 8, 6, 2, 3, 4, 1, 9), (0, 8, 5, 3, 1, 2, 6, 7, 9, 4),
(9, 8, 0, 2, 5, 6, 7, 3, 1, 4), (9, 0, 5, 1, 6, 7, 8, 2, 3, 4))

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 924$

σ = ((3, 4, 7, 8, 5, 9, 0, 1, 6, 2), (7, 6, 1, 9, 8, 2, 0, 3, 4, 5), (2, 8, 7, 5, 0, 1, 4, 3, 6, 9), (5, 8, 3, 0, 1, 2, 6, 7, 4, 9),
(0, 2, 4, 8, 3, 1, 5, 6, 7, 9), (1, 5, 3, 0, 8, 4, 9, 7, 6, 2), (7, 4, 8, 1, 0, 3, 2, 6, 5, 9), (7, 0, 6, 1, 3, 8, 5, 4, 2, 9),
(1, 3, 7, 4, 6, 0, 8, 2, 5, 9), (4, 0, 8, 1, 7, 3, 9, 5, 2, 6))

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 981$

σ = ((8, 0, 2, 5, 1, 4, 7, 6, 3, 9), (8, 5, 2, 3, 6, 7, 0, 1, 9, 4), (4, 9, 5, 3, 1, 6, 2, 8, 7, 0), (1, 4, 7, 3, 0, 8, 6, 9, 2, 5),
(2, 9, 5, 3, 0, 8, 1, 4, 7, 6), (7, 1, 8, 2, 0, 4, 5, 3, 9, 6), (0, 1, 4, 7, 2, 3, 5, 8, 9, 6), (8, 2, 4, 0, 1, 7, 5, 3, 6, 9),
(2, 9, 3, 1, 0, 8, 7, 5, 4, 6), (3, 1, 4, 5, 8, 2, 7, 6, 9, 0))

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 940$

σ = ((7, 4, 0, 1, 2, 9, 3, 8, 6, 5), (3, 4, 6, 1, 2, 8, 7, 0, 5, 9), (0, 8, 3, 4, 5, 6, 7, 2, 9, 1), (0, 8, 4, 7, 2, 3, 1, 6, 5, 9),
(1, 0, 2, 6, 8, 9, 3, 7, 5, 4), (8, 7, 0, 5, 3, 6, 9, 1, 4, 2), (4, 6, 2, 8, 7, 9, 3, 5, 0, 1), (5, 1, 3, 0, 8, 7, 9, 4, 6, 2),
(7, 5, 3, 1, 4, 8, 0, 2, 9, 6), (2, 9, 7, 8, 3, 0, 4, 6, 5, 1))

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1000$

σ = ((9, 4, 8, 2, 3, 5, 0, 1, 7, 6), (7, 0, 5, 8, 4, 6, 2, 1, 3, 9), (5, 2, 9, 1, 8, 4, 3, 0, 7, 6), (8, 5, 6, 9, 2, 7, 4, 0, 3, 1),
(6, 3, 4, 0, 1, 8, 7, 5, 2, 9), (2, 5, 8, 9, 6, 3, 0, 1, 4, 7), (0, 5, 4, 3, 9, 2, 6, 8, 7, 1), (1, 7, 3, 8, 5, 6, 0, 4, 2, 9),
(8, 5, 0, 9, 4, 1, 2, 6, 7, 3), (1, 5, 9, 8, 4, 0, 3, 7, 6, 2))

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1324$

σ = ((2, 8, 1, 10, 11, 6, 13, 7, 5, 0, 12, 4, 9, 14, 3), (13, 2, 8, 10, 1, 5, 7, 9, 14, 12, 0, 3, 6, 4, 11),
(0, 9, 1, 7, 5, 10, 8, 3, 4, 13, 14, 6, 2, 12, 11), (1, 0, 2, 6, 8, 14, 7, 3, 12, 4, 9, 5, 13, 11, 10),
(6, 7, 3, 10, 14, 2, 11, 12, 0, 5, 4, 1, 8, 9, 13), (7, 12, 11, 8, 6, 9, 0, 5, 14, 3, 2, 1, 13, 10, 4),
(5, 7, 9, 14, 2, 6, 12, 0, 11, 1, 8, 4, 3, 13, 10), (5, 12, 8, 7, 6, 3, 2, 4, 14, 0, 9, 1, 10, 13, 11),
(5, 13, 12, 4, 8, 6, 3, 1, 2, 14, 7, 0, 9, 10, 11), (12, 11, 5, 6, 4, 10, 0, 1, 2, 9, 7, 13, 14, 8, 3))

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1180$

σ = ((13, 5, 2, 7, 12, 1, 10, 11, 9, 4, 6, 0, 8, 3, 14), (13, 8, 7, 1, 11, 10, 12, 4, 2, 0, 9, 14, 3, 5, 6),
(1, 3, 9, 2, 4, 8, 0, 10, 11, 14, 13, 12, 7, 6, 5), (1, 3, 12, 9, 6, 11, 8, 5, 13, 2, 7, 0, 14, 4, 10),
(7, 1, 4, 8, 5, 13, 10, 0, 3, 14, 2, 9, 12, 11, 6), (12, 0, 2, 7, 13, 6, 3, 9, 4, 1, 8, 11, 14, 5, 10),
(5, 12, 9, 4, 3, 7, 2, 8, 6, 13, 10, 1, 0, 14, 11), (2, 13, 7, 12, 9, 4, 0, 3, 5, 11, 10, 8, 14, 1, 6),
(2, 7, 8, 12, 13, 14, 3, 4, 0, 11, 6, 10, 5, 9, 1), (8, 0, 1, 2, 6, 9, 12, 13, 7, 10, 11, 3, 4, 14, 5))

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1162$

σ = ((2, 8, 6, 11, 9, 10, 4, 13, 7, 12, 3, 14, 5, 1, 0), (14, 9, 1, 7, 11, 5, 6, 10, 13, 8, 3, 4, 2, 12, 0),
(9, 13, 11, 3, 10, 8, 1, 7, 6, 0, 4, 14, 2, 12, 5), (7, 3, 13, 2, 14, 10, 9, 1, 11, 6, 4, 8, 0, 5, 12),
(12, 4, 1, 13, 9, 6, 8, 7, 3, 2, 0, 10, 14, 5, 11), (3, 13, 7, 2, 10, 1, 0, 5, 9, 8, 4, 14, 12, 6, 11),
(1, 5, 13, 9, 4, 14, 3, 2, 8, 11, 7, 12, 6, 0, 10), (6, 9, 12, 8, 0, 14, 4, 10, 3, 13, 5, 1, 2, 7, 11),
(10, 14, 2, 6, 8, 7, 0, 11, 3, 4, 13, 9, 1, 5, 12), (4, 12, 11, 7, 2, 13, 14, 6, 9, 3, 10, 8, 1, 5, 0))

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1203$

σ = ((11, 9, 8, 5, 14, 0, 2, 13, 1, 10, 3, 4, 12, 6, 7), (2, 3, 4, 9, 12, 13, 14, 5, 6, 11, 0, 10, 8, 1, 7),
(14, 13, 4, 6, 11, 2, 10, 9, 0, 8, 7, 12, 5, 3, 1), (2, 9, 11, 10, 14, 13, 7, 1, 8, 12, 4, 0, 3, 5, 6),
(13, 8, 5, 2, 3, 10, 0, 14, 9, 7, 6, 11, 1, 4, 12), (14, 13, 2, 4, 5, 8, 7, 10, 3, 9, 11, 0, 1, 12, 6),
(1, 6, 13, 14, 0, 3, 9, 2, 10, 4, 12, 8, 5, 11, 7), (0, 4, 10, 3, 7, 13, 11, 8, 14, 5, 9, 2, 12, 6, 1),
(5, 7, 14, 4, 13, 9, 6, 1, 0, 11, 2, 8, 3, 10, 12), (9, 14, 0, 8, 12, 5, 11, 13, 10, 2, 6, 3, 4, 7, 1))

LA25 (15×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1449$

$\sigma = ((6, 3, 9, 2, 7, 11, 0, 5, 8, 10, 12, 4, 1, 14, 13),\ (11, 3, 2, 14, 8, 12, 9, 7, 4, 0, 1, 6, 5, 13, 10),$
$(12, 3, 8, 6, 4, 5, 9, 0, 7, 11, 1, 13, 2, 14, 10),\ (7, 1, 8, 6, 0, 4, 10, 11, 2, 9, 14, 3, 5, 12, 13),$
$(14, 9, 0, 8, 3, 10, 11, 2, 6, 7, 4, 12, 1, 5, 13),\ (1, 11, 3, 9, 6, 10, 2, 7, 5, 8, 4, 13, 0, 12, 14),$
$(13, 4, 10, 9, 11, 8, 2, 12, 1, 14, 3, 6, 5, 7, 0),\ (9, 7, 14, 10, 3, 2, 5, 12, 11, 4, 8, 6, 0, 1, 13),$
$(5, 0, 10, 9, 11, 14, 4, 8, 3, 2, 12, 7, 6, 13, 1),\ (2, 7, 8, 9, 3, 11, 6, 4, 1, 12, 0, 5, 14, 10, 13))$

LA26 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1498$

$\sigma = ((13, 14, 8, 6, 17, 1, 15, 19, 7, 16, 18, 4, 2, 0, 3, 5, 10, 11, 9, 12),$
$(5, 8, 16, 17, 19, 3, 0, 11, 4, 2, 7, 6, 15, 14, 13, 1, 18, 10, 9, 12),$
$(12, 18, 4, 15, 10, 17, 0, 8, 2, 13, 14, 6, 11, 16, 7, 1, 9, 19, 5, 3),$
$(15, 18, 13, 1, 16, 10, 8, 7, 6, 4, 17, 9, 14, 19, 11, 2, 0, 3, 12, 5),$
$(10, 1, 5, 2, 14, 7, 6, 16, 18, 9, 15, 13, 0, 17, 4, 12, 8, 11, 19, 3),$
$(7, 2, 6, 1, 4, 15, 3, 11, 13, 8, 16, 19, 14, 0, 17, 9, 10, 18, 5, 12),$
$(0, 4, 7, 6, 14, 2, 17, 16, 1, 9, 18, 13, 15, 11, 10, 8, 19, 12, 3, 5),$
$(10, 0, 16, 17, 7, 13, 15, 11, 2, 1, 14, 4, 6, 18, 19, 8, 9, 3, 12, 5),$
$(0, 8, 13, 7, 16, 11, 14, 17, 1, 4, 15, 6, 10, 18, 9, 19, 2, 12, 5, 3),$
$(14, 10, 7, 6, 0, 1, 8, 4, 18, 17, 16, 19, 2, 15, 13, 11, 9, 5, 3, 12))$

LA27 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1784$

$\sigma = ((17, 3, 8, 1, 2, 14, 10, 19, 6, 12, 4, 11, 7, 13, 5, 0, 18, 16, 15, 9),$
$(8, 13, 14, 7, 16, 2, 3, 11, 12, 6, 10, 17, 1, 5, 19, 4, 18, 15, 0, 9),$
$(10, 13, 3, 2, 4, 18, 14, 5, 1, 19, 16, 12, 17, 6, 11, 15, 7, 8, 9, 0),$
$(0, 5, 10, 14, 17, 2, 12, 3, 18, 1, 7, 19, 11, 13, 16, 6, 4, 9, 15, 8),$
$(11, 2, 4, 19, 5, 0, 16, 10, 12, 7, 6, 17, 14, 1, 13, 18, 3, 15, 8, 9),$
$(18, 17, 6, 10, 7, 1, 4, 2, 16, 13, 3, 19, 15, 12, 14, 11, 0, 5, 8, 9),$
$(14, 16, 1, 19, 12, 6, 17, 4, 7, 3, 5, 2, 10, 18, 13, 8, 15, 11, 0, 9),$
$(1, 11, 15, 13, 19, 4, 10, 2, 17, 6, 12, 14, 3, 5, 16, 7, 18, 9, 8, 0),$
$(17, 2, 3, 11, 14, 10, 12, 19, 13, 1, 15, 7, 5, 16, 18, 4, 6, 8, 0, 9),$
$(19, 12, 3, 17, 4, 10, 2, 5, 1, 14, 7, 13, 11, 8, 6, 18, 16, 15, 0, 9))$

LA28 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1610$

$\sigma = ((16, 14, 5, 10, 3, 13, 7, 19, 6, 4, 0, 18, 9, 8, 11, 15, 17, 12, 1, 2),$
$(8, 7, 0, 17, 9, 14, 3, 18, 11, 10, 5, 2, 1, 19, 12, 6, 15, 4, 13, 16),$
$(19, 9, 18, 11, 3, 1, 4, 7, 16, 5, 14, 17, 15, 12, 2, 10, 13, 8, 0, 6),$
$(16, 7, 14, 17, 6, 15, 3, 18, 1, 19, 2, 9, 12, 5, 10, 13, 11, 4, 8, 0),$
$(18, 3, 13, 5, 10, 7, 0, 15, 2, 8, 14, 1, 11, 12, 9, 19, 6, 17, 4, 16),$
$(19, 3, 7, 18, 9, 12, 13, 10, 0, 15, 14, 5, 8, 16, 11, 17, 4, 6, 2, 1),$
$(11, 4, 6, 5, 17, 18, 3, 9, 19, 14, 7, 8, 15, 10, 12, 2, 13, 0, 1, 16),$
$(9, 5, 8, 2, 12, 15, 18, 0, 13, 3, 4, 1, 16, 19, 10, 14, 11, 17, 7, 6),$
$(0, 10, 12, 9, 6, 14, 18, 19, 11, 5, 7, 16, 17, 4, 1, 8, 2, 3, 13, 15),$
$(14, 5, 17, 19, 13, 10, 3, 4, 11, 7, 9, 12, 18, 15, 2, 1, 8, 0, 6, 16))$

LA29 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1556$

$\sigma = ((11, 1, 2, 0, 4, 6, 15, 9, 17, 18, 12, 16, 3, 10, 19, 7, 8, 5, 14, 13),$
$(6, 11, 9, 2, 17, 3, 8, 18, 15, 7, 0, 12, 4, 10, 16, 14, 5, 1, 19, 13),$
$(3, 0, 8, 2, 17, 7, 11, 9, 15, 12, 10, 4, 1, 6, 14, 19, 18, 16, 5, 13),$
$(2, 17, 16, 11, 9, 3, 18, 14, 15, 12, 0, 6, 4, 1, 5, 13, 8, 7, 10, 19),$
$(9, 18, 4, 2, 5, 12, 6, 16, 3, 11, 10, 0, 15, 7, 17, 1, 8, 13, 14, 19),$
$(13, 11, 6, 19, 18, 2, 8, 5, 4, 0, 9, 14, 16, 12, 17, 10, 1, 15, 3, 7),$
$(8, 5, 12, 6, 17, 16, 4, 9, 7, 3, 2, 11, 0, 18, 14, 13, 15, 10, 1, 19),$
$(4, 2, 9, 0, 5, 12, 15, 16, 17, 18, 7, 8, 11, 6, 14, 3, 19, 10, 1, 13),$
$(5, 0, 4, 6, 9, 17, 12, 2, 8, 3, 11, 15, 18, 14, 7, 16, 10, 1, 19, 13),$
$(16, 2, 18, 9, 3, 4, 10, 0, 11, 15, 17, 12, 8, 6, 1, 14, 7, 5, 13, 19))$

LA30 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1792$

$\sigma = ((16, 13, 9, 11, 12, 3, 0, 4, 7, 8, 10, 15, 1, 19, 2, 5, 6, 18, 14, 17),$
$(15, 14, 0, 5, 3, 11, 13, 4, 10, 1, 8, 9, 17, 18, 7, 16, 19, 12, 2, 6),$
$(7, 12, 3, 9, 14, 13, 2, 15, 11, 10, 5, 4, 16, 18, 0, 17, 8, 1, 19, 6),$
$(8, 0, 7, 13, 2, 4, 1, 10, 9, 14, 6, 3, 15, 19, 11, 18, 5, 16, 17, 12),$
$(3, 1, 7, 4, 15, 0, 10, 9, 13, 8, 14, 11, 2, 16, 18, 12, 17, 19, 6, 5),$
$(10, 3, 15, 13, 4, 14, 17, 6, 7, 9, 1, 2, 0, 12, 19, 18, 11, 8, 16, 5),$

(0, 4, 10, 13, 14, 6, 3, 8, 5, 9, 15, 1, 11, 18, 16, 7, 12, 2, 19, 17),
(0, 13, 7, 15, 4, 9, 2, 11, 3, 10, 19, 14, 1, 8, 16, 18, 6, 5, 17, 12),
(1, 0, 3, 14, 13, 5, 4, 15, 10, 7, 11, 9, 18, 16, 8, 2, 6, 19, 12, 17),
(4, 7, 12, 0, 13, 15, 10, 1, 11, 5, 9, 14, 3, 8, 18, 6, 19, 2, 16, 17))

LA31 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1951$

σ = ((3, 28, 25, 10, 4, 17, 21, 9, 8, 26, 24, 20, 0, 18, 14, 22, 1, 27, 16, 11, 6, 13, 2, 7, 15, 19, 12, 23, 5, 29),
(25, 28, 7, 14, 23, 9, 1, 26, 19, 6, 13, 0, 17, 22, 24, 2, 18, 21, 16, 27, 11, 20, 10, 3, 15, 29, 8, 12, 4, 5),
(8, 14, 18, 17, 0, 2, 7, 24, 23, 1, 15, 25, 29, 21, 16, 3, 5, 26, 19, 10, 6, 11, 13, 27, 20, 9, 4, 28, 22, 12),
(16, 18, 8, 21, 24, 0, 23, 3, 13, 26, 1, 14, 17, 5, 6, 9, 2, 27, 20, 10, 25, 29, 15, 28, 11, 4, 22, 7, 12, 19),
(29, 19, 0, 25, 8, 14, 23, 28, 18, 15, 22, 21, 2, 24, 13, 20, 6, 16, 1, 3, 4, 10, 17, 26, 27, 12, 11, 9, 7, 5),
(27, 10, 15, 12, 1, 14, 21, 0, 17, 13, 3, 18, 9, 24, 11, 5, 25, 6, 16, 20, 28, 26, 2, 8, 4, 22, 19, 29, 23, 7),
(20, 19, 18, 10, 12, 21, 24, 0, 17, 25, 14, 1, 23, 13, 27, 2, 6, 16, 3, 8, 4, 11, 26, 22, 28, 29, 7, 15, 9, 5),
(0, 17, 10, 7, 28, 12, 1, 3, 18, 14, 15, 24, 6, 25, 21, 11, 13, 20, 26, 2, 27, 9, 16, 8, 19, 22, 29, 4, 23, 5),
(17, 29, 1, 3, 14, 0, 23, 21, 18, 6, 11, 22, 25, 24, 2, 13, 20, 26, 4, 27, 9, 16, 8, 7, 28, 15, 19, 10, 12, 5),
(15, 23, 12, 0, 4, 21, 8, 13, 17, 14, 24, 25, 11, 18, 1, 9, 26, 16, 10, 6, 27, 2, 20, 28, 3, 29, 22, 7, 19, 5))

LA32 (30×10), $Cmax(\sigma) = 2165$

σ = ((26, 9, 4, 20, 2, 23, 14, 3, 29, 16, 8, 13, 10, 17, 24, 18, 25, 15, 21, 6, 7, 11, 1, 0, 12, 27, 28, 22, 5, 19),
(7, 17, 27, 18, 10, 6, 21, 2, 16, 0, 12, 20, 8, 29, 14, 25, 23, 24, 11, 9, 13, 1, 4, 3, 26, 28, 15, 5, 22, 19),
(5, 2, 29, 9, 14, 21, 26, 3, 11, 1, 23, 8, 25, 13, 12, 17, 10, 28, 20, 16, 7, 27, 24, 18, 0, 15, 6, 19, 22, 4),
(8, 26, 6, 9, 25, 12, 16, 2, 17, 11, 23, 3, 29, 7, 14, 10, 24, 27, 20, 13, 21, 22, 18, 28, 0, 1, 5, 15, 4, 19),
(3, 6, 13, 23, 12, 20, 4, 25, 10, 18, 17, 2, 21, 1, 7, 16, 28, 8, 11, 9, 15, 14, 0, 29, 24, 27, 22, 26, 5, 19),
(2, 29, 13, 9, 20, 23, 6, 3, 17, 25, 26, 10, 18, 14, 8, 16, 28, 21, 22, 7, 1, 24, 12, 11, 15, 0, 27, 5, 19, 4),
(21, 16, 14, 3, 4, 0, 9, 29, 2, 6, 18, 25, 13, 23, 20, 7, 15, 28, 24, 27, 17, 8, 12, 5, 10, 1, 11, 26, 19, 22),
(1, 25, 12, 7, 3, 18, 14, 26, 23, 10, 15, 29, 6, 21, 20, 2, 11, 22, 9, 19, 8, 16, 13, 28, 27, 24, 17, 0, 4, 5),
(22, 8, 20, 10, 16, 29, 21, 26, 14, 23, 2, 6, 12, 9, 24, 18, 7, 15, 28, 11, 27, 1, 17, 0, 3, 13, 25, 19, 5, 4),
(27, 24, 29, 23, 20, 14, 21, 1, 15, 10, 9, 6, 12, 25, 2, 7, 16, 8, 26, 18, 11, 13, 3, 17, 0, 28, 22, 4, 5, 19))

LA33 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1901$

σ = ((1, 14, 9, 20, 22, 10, 2, 12, 16, 0, 25, 4, 15, 11, 29, 26, 27, 23, 8, 21, 24, 19, 3, 17, 7, 18, 5, 6, 28, 13),
(26, 12, 19, 21, 23, 1, 17, 25, 10, 11, 9, 4, 2, 20, 0, 29, 22, 16, 24, 28, 15, 13, 8, 7, 18, 3, 14, 27, 5, 6),
(18, 16, 9, 0, 25, 4, 2, 20, 23, 17, 29, 5, 12, 15, 22, 3, 26, 7, 11, 1, 13, 28, 10, 19, 27, 21, 8, 24, 14, 6),
(4, 10, 22, 16, 3, 11, 2, 9, 15, 12, 20, 6, 1, 7, 8, 27, 25, 19, 23, 26, 29, 24, 0, 17, 14, 5, 21, 13, 18, 28),
(8, 22, 2, 17, 12, 26, 16, 9, 0, 3, 19, 11, 29, 15, 21, 4, 28, 14, 10, 1, 25, 20, 23, 6, 24, 27, 7, 5, 13, 18),
(9, 10, 3, 28, 13, 4, 1, 26, 8, 11, 25, 2, 0, 12, 24, 22, 17, 15, 16, 27, 14, 18, 23, 20, 29, 19, 6, 7, 21, 5),
(2, 24, 23, 10, 12, 22, 3, 9, 29, 4, 20, 6, 25, 17, 15, 11, 26, 16, 7, 14, 0, 21, 13, 1, 19, 18, 8, 27, 28, 5),
(14, 25, 23, 26, 9, 17, 2, 18, 28, 12, 16, 4, 15, 24, 5, 20, 22, 29, 10, 19, 21, 11, 8, 27, 0, 3, 7, 6, 1, 13),
(21, 26, 19, 2, 9, 11, 20, 4, 15, 22, 16, 29, 10, 3, 17, 12, 23, 0, 13, 28, 25, 7, 14, 27, 8, 1, 24, 18, 5, 6),
(24, 19, 6, 12, 22, 27, 23, 14, 15, 26, 28, 25, 0, 9, 29, 8, 4, 2, 16, 10, 3, 11, 20, 18, 17, 21, 1, 7, 13, 5))

LA34 (30×10), $Cmax(\sigma) = 2070$

σ = ((15, 6, 8, 11, 14, 20, 12, 22, 28, 29, 1, 10, 9, 0, 13, 4, 2, 25, 21, 5, 26, 27, 16, 7, 18, 24, 23, 19, 17, 3),
(24, 17, 21, 13, 19, 14, 20, 29, 11, 2, 0, 8, 22, 4, 9, 16, 1, 12, 25, 27, 18, 6, 3, 10, 15, 26, 28, 5, 7, 23),
(8, 0, 20, 25, 29, 15, 1, 27, 18, 2, 11, 22, 28, 21, 14, 4, 7, 16, 13, 26, 6, 12, 24, 10, 5, 19, 3, 9, 23, 17),
(27, 29, 16, 15, 9, 4, 11, 1, 2, 8, 14, 10, 5, 6, 22, 21, 13, 25, 0, 3, 12, 7, 19, 23, 24, 18, 17, 26, 28, 20),
(22, 24, 4, 1, 11, 10, 21, 27, 25, 6, 9, 16, 18, 15, 5, 8, 14, 29, 2, 12, 13, 0, 26, 23, 19, 3, 7, 20, 28, 17),
(25, 8, 15, 21, 13, 1, 11, 0, 29, 14, 27, 6, 4, 16, 12, 2, 22, 18, 7, 5, 20, 10, 24, 23, 26, 28, 9, 19, 3, 17),
(13, 22, 4, 29, 2, 16, 10, 21, 25, 1, 6, 0, 9, 11, 5, 27, 12, 8, 26, 24, 18, 14, 20, 15, 3, 23, 7, 17, 19, 28),
(23, 9, 24, 13, 22, 1, 0, 12, 18, 20, 14, 7, 8, 16, 29, 4, 11, 25, 26, 21, 27, 2, 6, 19, 15, 28, 10, 17, 5, 3),
(18, 11, 6, 8, 21, 27, 25, 20, 12, 1, 15, 13, 10, 22, 28, 9, 16, 29, 5, 4, 0, 2, 14, 26, 7, 23, 24, 19, 3, 17),
(25, 16, 15, 4, 9, 11, 27, 6, 12, 0, 29, 13, 1, 2, 5, 22, 21, 14, 18, 8, 26, 24, 10, 7, 23, 19, 3, 28, 20, 17))

LA35 (30×10), $Cmax(\sigma) = 2118$

σ = ((13, 19, 14, 17, 26, 25, 28, 4, 0, 11, 21, 3, 22, 27, 5, 9, 15, 29, 7, 18, 20, 10, 24, 2, 8, 16, 23, 12, 1, 6),
(19, 17, 3, 12, 13, 16, 15, 26, 2, 27, 9, 23, 4, 5, 11, 14, 28, 7, 20, 22, 21, 18, 25, 24, 8, 6, 10, 29, 1, 0),
(14, 21, 24, 25, 7, 8, 26, 22, 0, 29, 9, 11, 17, 3, 2, 20, 27, 19, 13, 5, 15, 4, 28, 23, 18, 10, 16, 12, 6, 1),
(1, 24, 29, 2, 22, 13, 11, 4, 28, 7, 27, 20, 0, 8, 14, 17, 23, 3, 9, 5, 21, 19, 10, 25, 18, 15, 26, 16, 12, 6),
(2, 16, 22, 11, 7, 21, 4, 17, 19, 13, 9, 20, 14, 3, 15, 8, 5, 27, 23, 28, 25, 18, 10, 12, 26, 24, 29, 6, 1, 0),
(24, 26, 27, 3, 21, 19, 14, 25, 15, 9, 17, 4, 28, 2, 13, 7, 5, 8, 23, 22, 20, 11, 18, 6, 10, 16, 12, 29, 0, 1),
(27, 13, 19, 12, 22, 9, 14, 2, 7, 20, 8, 3, 15, 5, 21, 17, 11, 4, 18, 25, 26, 23, 10, 16, 28, 24, 29, 1, 0, 6),
(25, 8, 16, 17, 20, 7, 12, 5, 19, 22, 0, 14, 27, 11, 28, 13, 21, 2, 3, 4, 6, 26, 15, 9, 23, 18, 24, 10, 29, 1),

(10, 23, 27, 2, 16, 17, 8, 7, 11, 13, 9, 20, 19, 22, 15, 14, 21, 3, 4, 5, 25, 18, 26, 6, 12, 28, 24, 29, 1, 0),
(12, 9, 8, 26, 25, 2, 20, 28, 29, 22, 17, 7, 4, 0, 3, 13, 14, 21, 27, 23, 19, 10, 11, 15, 5, 18, 24, 16, 6, 1))

LA36 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1799$

σ = ((5, 3, 6, 10, 4, 9, 14, 0, 2, 7, 11, 8, 12, 13, 1), (11, 8, 7, 0, 5, 6, 12, 14, 10, 13, 1, 4, 2, 9, 3),
(5, 11, 4, 2, 8, 0, 7, 12, 13, 14, 6, 9, 3, 10, 1), (12, 0, 10, 11, 7, 8, 5, 6, 9, 2, 13, 14, 4, 1, 3),
(0, 7, 6, 4, 9, 5, 11, 10, 2, 12, 13, 1, 3, 8, 14), (8, 3, 9, 2, 13, 12, 11, 6, 0, 5, 7, 10, 14, 4, 1),
(8, 0, 3, 11, 6, 5, 9, 4, 14, 2, 12, 7, 13, 10, 1), (10, 12, 13, 6, 9, 7, 2, 8, 11, 14, 0, 4, 5, 3, 1),
(6, 8, 4, 9, 14, 7, 11, 0, 5, 3, 2, 12, 1, 10, 13), (14, 2, 13, 3, 7, 0, 11, 4, 9, 5, 12, 10, 6, 8, 1),
(4, 14, 8, 0, 13, 6, 11, 12, 10, 9, 5, 7, 2, 3, 1), (9, 1, 14, 7, 12, 6, 4, 8, 5, 11, 13, 0, 2, 3, 10),
(6, 12, 5, 7, 10, 2, 14, 11, 0, 3, 9, 8, 13, 1, 4), (7, 12, 8, 5, 6, 11, 2, 9, 3, 10, 14, 0, 13, 4, 1),
(0, 13, 14, 4, 5, 8, 9, 10, 7, 6, 11, 12, 1, 2, 3))

LA37 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1655$

σ = ((8, 2, 1, 5, 3, 4, 10, 14, 9, 11, 12, 6, 13, 7, 0), (1, 9, 11, 12, 10, 13, 4, 7, 14, 0, 5, 3, 8, 6, 2),
(12, 6, 8, 1, 3, 0, 11, 5, 10, 14, 7, 2, 13, 4, 9), (1, 14, 3, 4, 9, 12, 5, 0, 10, 13, 11, 7, 6, 2, 8),
(6, 10, 14, 3, 5, 11, 4, 7, 9, 1, 12, 13, 0, 8, 2), (0, 8, 7, 12, 5, 11, 6, 10, 1, 13, 4, 9, 14, 2, 3),
(7, 0, 2, 5, 4, 8, 13, 11, 1, 12, 14, 9, 3, 10, 6), (12, 5, 1, 10, 7, 4, 3, 9, 11, 14, 6, 0, 13, 8, 2),
(4, 2, 11, 3, 1, 14, 12, 5, 13, 9, 6, 0, 7, 10, 8), (4, 8, 12, 0, 14, 6, 7, 2, 9, 1, 13, 3, 11, 5, 10),
(3, 11, 14, 12, 7, 2, 0, 5, 9, 6, 13, 4, 1, 8, 10), (8, 9, 5, 0, 7, 14, 13, 10, 11, 3, 4, 2, 12, 1, 6),
(11, 3, 10, 8, 13, 12, 0, 2, 6, 5, 7, 9, 1, 14, 4), (14, 9, 5, 12, 11, 7, 3, 1, 6, 4, 13, 0, 10, 8, 2),
(1, 12, 7, 0, 9, 6, 11, 5, 13, 4, 14, 3, 10, 8, 2))

LA38 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1404$

σ = ((1, 0, 4, 10, 9, 6, 3, 12, 7, 14, 8, 13, 2, 11, 5), (0, 9, 3, 11, 1, 10, 12, 13, 5, 14, 6, 8, 4, 2, 7),
(4, 8, 11, 12, 9, 13, 10, 14, 3, 5, 0, 6, 1, 7, 2), (14, 2, 13, 5, 11, 12, 6, 4, 0, 7, 10, 9, 3, 1, 8),
(10, 5, 1, 3, 9, 13, 2, 0, 12, 7, 11, 4, 14, 8, 6), (11, 14, 9, 7, 8, 13, 5, 10, 12, 3, 1, 4, 6, 0, 2),
(5, 9, 0, 11, 12, 14, 10, 8, 7, 2, 3, 1, 13, 6, 4), (7, 6, 14, 11, 3, 9, 4, 8, 10, 2, 5, 13, 12, 0, 1),
(8, 12, 3, 0, 9, 1, 10, 13, 11, 5, 2, 6, 14, 7, 4), (12, 8, 4, 10, 14, 3, 1, 5, 6, 9, 11, 0, 2, 13, 7),
(13, 10, 6, 4, 8, 9, 0, 5, 14, 12, 1, 11, 2, 7, 3), (5, 14, 3, 9, 8, 7, 10, 6, 4, 13, 0, 11, 2, 12, 1),
(0, 10, 8, 1, 3, 6, 9, 2, 11, 12, 14, 7, 13, 5, 4), (8, 6, 11, 4, 3, 12, 9, 2, 13, 10, 14, 0, 5, 7, 1),
(6, 1, 3, 11, 12, 7, 0, 14, 9, 5, 4, 10, 2, 13, 8))

LA39 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1534$

σ = ((2, 12, 3, 13, 8, 11, 10, 14, 1, 9, 4, 6, 5, 7, 0), (8, 10, 4, 5, 14, 11, 2, 9, 7, 1, 3, 0, 13, 6, 12),
(9, 8, 13, 3, 5, 0, 11, 4, 10, 6, 1, 7, 14, 2, 12), (13, 10, 2, 8, 4, 14, 0, 1, 3, 7, 5, 9, 11, 12, 6),
(8, 13, 12, 0, 5, 9, 10, 3, 7, 1, 4, 11, 2, 6, 14), (3, 9, 11, 5, 2, 10, 1, 8, 12, 7, 4, 13, 14, 0, 6),
(1, 3, 10, 0, 7, 8, 11, 4, 9, 2, 6, 5, 14, 13, 12), (12, 7, 0, 2, 14, 10, 3, 9, 5, 8, 13, 1, 4, 11, 6),
(10, 7, 8, 2, 5, 1, 4, 13, 0, 11, 6, 3, 12, 14, 9), (1, 4, 9, 7, 11, 5, 10, 6, 8, 12, 13, 3, 0, 14, 2),
(0, 11, 2, 7, 1, 9, 6, 13, 12, 8, 14, 10, 3, 4, 5), (5, 11, 3, 7, 1, 10, 8, 4, 0, 6, 2, 13, 12, 9, 14),
(4, 5, 3, 11, 10, 8, 0, 13, 6, 12, 14, 7, 1, 9, 2), (5, 10, 4, 6, 9, 0, 3, 8, 1, 2, 12, 7, 13, 11, 14),
(11, 0, 4, 7, 8, 10, 3, 5, 2, 1, 14, 9, 13, 12, 6))

LA40 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1476$

σ = ((12, 1, 10, 9, 4, 7, 3, 13, 5, 14, 6, 2, 0, 8, 11), (3, 14, 5, 1, 2, 11, 8, 12, 13, 4, 9, 0, 6, 7, 10),
(10, 5, 1, 0, 7, 6, 3, 4, 14, 2, 13, 9, 8, 11, 12), (8, 7, 2, 12, 11, 6, 10, 14, 13, 0, 3, 1, 4, 5, 9),
(7, 11, 3, 0, 4, 10, 14, 9, 1, 5, 8, 13, 6, 12, 2), (4, 5, 9, 7, 10, 8, 3, 0, 2, 14, 13, 1, 12, 6, 11),
(3, 8, 6, 14, 10, 12, 2, 11, 0, 5, 4, 9, 1, 13, 7), (6, 7, 3, 9, 14, 8, 5, 4, 2, 0, 13, 11, 1, 12, 10),
(8, 7, 14, 4, 0, 2, 3, 1, 6, 13, 11, 9, 10, 12, 5), (6, 0, 4, 11, 8, 3, 1, 10, 14, 5, 13, 12, 9, 2, 7),
(11, 14, 0, 13, 3, 9, 5, 2, 4, 12, 1, 6, 8, 7, 10), (1, 3, 4, 14, 7, 8, 2, 12, 5, 11, 9, 0, 6, 13, 10),
(4, 14, 0, 13, 2, 11, 10, 9, 7, 6, 3, 1, 8, 5, 12), (12, 5, 6, 4, 13, 14, 11, 8, 3, 1, 9, 7, 10, 0, 2),
(2, 11, 6, 3, 8, 4, 0, 7, 5, 1, 12, 10, 14, 13, 9))

SWV06 (20×15)**,** $Cmax(\sigma) = 2140$

σ = ((18, 10, 13, 8, 4, 11, 3, 15, 5, 19, 0, 7, 12, 14, 1, 17, 16, 9, 2, 6),
(0, 8, 2, 16, 13, 15, 5, 4, 14, 11, 1, 18, 12, 3, 19, 7, 9, 10, 17, 6),
(17, 10, 3, 5, 0, 1, 15, 13, 4, 9, 14, 7, 19, 12, 18, 8, 11, 16, 6, 2),
(3, 4, 19, 13, 8, 18, 5, 12, 0, 15, 11, 17, 10, 7, 2, 16, 1, 14, 9, 6),
(5, 16, 7, 15, 14, 0, 13, 11, 8, 17, 9, 4, 3, 18, 12, 2, 10, 1, 19, 6),
(15, 7, 3, 13, 4, 0, 18, 5, 8, 11, 12, 10, 19, 2, 14, 1, 16, 9, 17, 6),
(8, 11, 14, 13, 0, 18, 7, 15, 9, 3, 4, 5, 2, 12, 10, 19, 16, 1, 6, 17),
(5, 13, 15, 0, 7, 19, 8, 14, 16, 4, 3, 11, 10, 12, 2, 18, 1, 9, 17, 6),
(0, 18, 13, 3, 15, 12, 10, 8, 5, 4, 11, 7, 14, 6, 19, 16, 2, 9, 17, 1),

(5, 15, 13, 7, 11, 14, 4, 19, 0, 12, 3, 2, 8, 10, 18, 16, 1, 9, 6, 17),
(13, 15, 0, 7, 4, 5, 18, 12, 9, 3, 2, 10, 8, 16, 11, 14, 19, 17, 6, 1),
(5, 15, 4, 13, 3, 18, 10, 0, 2, 19, 14, 12, 7, 8, 9, 16, 11, 1, 17, 6),
(13, 15, 5, 0, 3, 4, 19, 2, 14, 12, 18, 11, 7, 8, 16, 10, 6, 17, 9, 1),
(15, 13, 5, 0, 14, 7, 3, 18, 12, 4, 19, 10, 8, 2, 11, 16, 1, 17, 9, 6),
(13, 3, 4, 5, 12, 8, 18, 0, 11, 15, 2, 10, 7, 14, 19, 1, 16, 6, 9, 17))

YN1 (20×20), $Cmax(\sigma) = 1196$

$\sigma = ((17, 8, 19, 2, 14, 11, 18, 0, 12, 1, 5, 15, 9, 10, 4, 13, 6, 7, 3, 16),$
(18, 16, 4, 12, 7, 11, 17, 19, 2, 1, 15, 6, 9, 13, 10, 5, 0, 8, 14, 3),
(0, 5, 12, 1, 19, 11, 7, 6, 3, 8, 15, 4, 10, 9, 18, 2, 13, 14, 17, 16),
(2, 5, 3, 14, 6, 13, 1, 10, 19, 0, 18, 8, 11, 12, 9, 15, 16, 17, 4, 7),
(3, 2, 0, 10, 18, 17, 1, 4, 6, 9, 5, 12, 11, 14, 15, 16, 7, 8, 13, 19),
(11, 6, 1, 4, 7, 18, 16, 15, 14, 12, 17, 5, 3, 8, 2, 9, 10, 13, 0, 19),
(1, 7, 9, 3, 12, 10, 5, 2, 18, 13, 11, 16, 14, 8, 6, 0, 17, 4, 15, 19),
(8, 9, 5, 17, 4, 7, 0, 15, 10, 12, 3, 11, 2, 1, 13, 14, 16, 18, 19, 6),
(1, 16, 8, 2, 5, 19, 4, 11, 12, 14, 15, 0, 10, 13, 7, 18, 9, 6, 17, 3),
(6, 7, 18, 17, 4, 12, 9, 8, 14, 2, 15, 11, 5, 3, 1, 13, 10, 19, 0, 16),
(18, 3, 13, 19, 1, 8, 15, 2, 6, 9, 14, 17, 16, 12, 0, 7, 5, 10, 4, 11),
(15, 14, 0, 1, 4, 9, 16, 12, 6, 5, 2, 19, 13, 10, 18, 17, 11, 8, 7, 3),
(8, 10, 16, 5, 6, 0, 3, 4, 12, 19, 18, 7, 1, 2, 9, 14, 13, 17, 11, 15),
(5, 17, 10, 19, 8, 12, 1, 0, 11, 2, 13, 18, 14, 3, 7, 15, 4, 9, 6, 16),
(16, 12, 1, 19, 13, 5, 17, 2, 4, 14, 9, 11, 0, 3, 8, 15, 6, 10, 7, 18),
(9, 10, 12, 13, 11, 3, 14, 0, 1, 15, 4, 17, 2, 8, 5, 7, 6, 18, 19, 16),
(9, 13, 14, 6, 10, 4, 18, 19, 1, 17, 5, 7, 2, 12, 8, 0, 11, 15, 3, 16),
(0, 10, 13, 2, 17, 9, 14, 8, 12, 1, 6, 18, 7, 5, 19, 4, 11, 16, 3, 15),
(10, 17, 6, 9, 3, 1, 11, 8, 13, 18, 2, 0, 12, 7, 19, 14, 4, 5, 16, 15),
(4, 14, 9, 1, 10, 5, 12, 18, 3, 11, 15, 2, 7, 19, 0, 13, 8, 17, 6, 16))

ข.2.3 MRW/SPT

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 708$

$\sigma = ((1,0,7,4,3,8,9,5,6,2),\ (0,5,3,8,7,9,6,4,1,2),\ (7,5,9,1,4,0,6,3,8,2),\ (8,6,2,9,1,4,7,0,5,3),$
$(9,0,6,8,1,5,3,2,4,7))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 717$

$\sigma = ((0,8,4,1,7,5,3,6,2,9),\ (7,5,6,3,1,9,0,2,8,4),\ (3,1,8,9,4,7,2,0,5,6),\ (0,4,6,1,9,7,5,3,2,8),$
$(8,1,6,4,9,3,0,5,2,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 650$

$\sigma = ((1,3,4,7,5,8,0,2,6,9),\ (0,1,7,3,4,5,9,2,8,6),\ (1,2,6,0,3,7,8,5,4,9),\ (6,2,3,7,8,4,1,0,5,9),$
$(7,3,4,2,5,8,9,1,0,6))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 659$

$\sigma = ((0,2,8,5,1,7,4,6,9,3),\ (1,2,4,7,8,9,6,5,3,0),\ (8,9,5,6,1,0,3,2,4,7),\ (5,1,4,2,9,7,8,0,6,3),$
$(8,1,9,2,4,5,7,3,0,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$

$\sigma = ((6,5,0,3,1,2,9,8,4,7),\ (0,2,5,8,6,7,4,3,1,9),\ (8,9,7,2,4,1,0,5,3,6),\ (5,1,8,2,9,6,3,7,4,0),$
$(1,7,4,5,0,3,6,2,9,8))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 926$

$\sigma = ((6,2,7,9,11,14,13,5,3,8,0,10,1,4,12),\ (0,5,3,7,4,2,13,6,14,11,12,1,9,8,10),$
$(5,2,0,10,4,8,7,11,13,14,6,1,12,3,9),\ (3,4,6,12,1,2,8,9,11,13,5,14,7,0,10),$
$(10,4,13,12,0,1,9,11,8,3,6,14,7,2,5))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 890$

$\sigma = ((0,9,3,2,1,13,11,8,12,10,6,14,5,4,7),\ (5,12,4,3,9,6,1,14,0,8,2,10,11,13,7),$
$(7,5,6,11,2,9,8,13,12,3,10,14,1,0,4),\ (2,4,7,11,9,3,13,1,0,8,12,6,10,14,5),$
$(12,9,13,8,14,3,0,1,10,7,11,2,6,5,4))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 863$

$\sigma = ((11,10,12,6,13,1,7,14,8,3,2,0,9,4,5),\ (2,1,13,10,6,7,4,5,3,14,8,9,11,0,12),$
$(1,4,9,14,7,3,11,5,0,8,6,2,13,10,12),\ (13,2,6,7,0,8,1,5,4,9,14,11,12,10,3),$
$(9,6,5,11,10,4,13,3,1,8,7,2,0,12,14))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 951$

$\sigma = ((3,14,11,4,5,12,13,8,10,6,1,0,2,7,9),\ (11,0,3,7,13,14,5,8,6,1,2,9,12,4,10),$
$(9,6,7,8,10,13,4,3,14,5,1,0,2,11,12),\ (6,1,12,10,13,5,11,2,9,0,7,4,3,8,14),$
$(12,10,2,4,8,9,6,14,11,1,7,5,0,13,3))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 958$

$\sigma = ((8,4,10,2,3,11,1,9,14,13,0,6,12,5,7),\ (1,0,3,4,13,2,6,12,8,11,7,5,9,10,14),$
$(4,11,7,3,12,9,13,10,14,0,2,5,6,1,8),\ (12,5,3,8,7,14,10,4,9,1,0,13,2,6,11),$
$(5,10,8,3,9,1,13,6,12,2,14,0,11,4,7))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1222$

$\sigma = ((2,1,6,15,9,0,8,4,18,10,17,13,14,3,5,11,16,12,7,19),$
$(15,0,2,16,8,13,9,19,12,17,4,7,6,10,1,18,3,11,14,5),$
$(0,13,3,2,19,11,5,9,6,8,12,17,18,7,4,14,1,10,15,16),$
$(1,3,16,0,19,15,4,7,8,10,17,14,6,9,5,2,11,12,13,18),$
$(14,11,8,16,19,5,6,18,15,4,7,13,3,12,10,9,1,2,0,17))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1039$

$\sigma = ((8,9,10,0,18,15,16,13,7,14,12,6,1,5,4,17,2,3,11,19),$
$(0,14,11,3,5,4,16,8,6,12,2,17,1,18,19,7,9,10,13,15),$
$(18,19,13,9,15,16,8,4,10,7,5,0,2,11,3,1,6,12,14,17),$
$(7,15,4,9,11,3,19,2,1,14,10,13,5,12,17,6,16,0,8,18),$
$(2,7,9,18,13,19,11,0,3,15,1,8,14,10,12,6,5,4,17,16))$

LA13 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1150$

$\sigma = ((10,19,8,0,13,3,17,1,16,9,4,2,18,15,5,7,6,12,14,11),$
$(16,1,2,12,8,18,7,0,4,5,19,10,3,13,6,14,17,11,9,15),$
$(14,12,3,13,4,15,8,18,7,11,1,19,5,9,2,6,10,0,16,17),$
$(2,7,0,18,15,17,4,3,11,10,14,16,5,6,12,1,9,8,13,19),$

$(7, 17, 14, 15, 13, 0, 11, 16, 9, 19, 12, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 18))$

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1292$

$\sigma = ((5, 3, 6, 13, 17, 16, 1, 9, 19, 4, 10, 0, 15, 11, 8, 12, 18, 2, 7, 14),$
$(18, 1, 14, 12, 16, 8, 19, 15, 11, 2, 10, 6, 7, 17, 3, 0, 4, 5, 9, 13),$
$(6, 4, 14, 2, 7, 17, 13, 9, 8, 10, 19, 0, 1, 15, 5, 11, 16, 12, 3, 18),$
$(0, 9, 19, 7, 13, 11, 12, 2, 3, 4, 14, 15, 5, 1, 16, 8, 10, 18, 17, 6),$
$(13, 15, 4, 14, 17, 1, 10, 0, 9, 8, 5, 16, 2, 18, 3, 12, 7, 6, 11, 19))$

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1334$

$\sigma = ((0, 12, 18, 13, 10, 7, 5, 11, 14, 9, 4, 1, 17, 8, 15, 16, 3, 19, 2, 6),$
$(16, 9, 2, 19, 10, 15, 14, 18, 12, 7, 4, 5, 11, 13, 0, 6, 1, 8, 3, 17),$
$(3, 11, 1, 16, 12, 19, 10, 13, 7, 0, 2, 4, 18, 15, 9, 14, 17, 5, 8, 6),$
$(17, 1, 13, 6, 11, 2, 14, 12, 4, 18, 5, 8, 7, 0, 3, 9, 10, 15, 16, 19),$
$(8, 16, 6, 2, 3, 19, 10, 5, 14, 9, 1, 15, 7, 4, 17, 11, 12, 13, 0, 18))$

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1055$

$\sigma = ((7, 6, 5, 1, 4, 0, 8, 9, 2, 3),\ (0, 7, 3, 2, 8, 6, 5, 1, 4, 9),\ (5, 8, 2, 1, 6, 4, 0, 9, 3, 7),\ (6, 2, 5, 3, 8, 7, 9, 0, 1, 4),$
$(8, 1, 5, 2, 7, 9, 0, 6, 4, 3),\ (5, 8, 1, 4, 7, 6, 0, 2, 3, 9),\ (0, 5, 8, 7, 4, 2, 6, 1, 3, 9),\ (8, 0, 1, 2, 5, 3, 4, 7, 9, 6),$
$(9, 8, 2, 0, 5, 6, 7, 1, 3, 4),\ (9, 0, 5, 1, 2, 6, 7, 8, 3, 4))$

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 939$

$\sigma = ((3, 4, 7, 8, 5, 9, 0, 1, 6, 2),\ (7, 6, 1, 9, 2, 8, 0, 5, 3, 4),\ (2, 8, 7, 5, 0, 1, 4, 3, 9, 6),\ (5, 8, 3, 0, 2, 1, 6, 7, 9, 4),$
$(0, 2, 4, 8, 3, 5, 6, 1, 7, 9),\ (1, 5, 3, 0, 4, 9, 8, 7, 6, 2),\ (7, 4, 8, 1, 0, 2, 3, 6, 5, 9),\ (7, 0, 6, 1, 3, 8, 5, 2, 9, 4),$
$(1, 3, 7, 4, 6, 0, 8, 2, 5, 9),\ (4, 0, 8, 1, 7, 9, 3, 5, 2, 6))$

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 1004$

$\sigma = ((8, 0, 1, 2, 6, 5, 4, 7, 3, 9),\ (8, 6, 3, 2, 5, 7, 9, 0, 4, 1),\ (9, 4, 6, 1, 5, 3, 2, 0, 7, 8),\ (1, 4, 6, 7, 8, 9, 0, 3, 2, 5),$
$(9, 2, 3, 8, 5, 0, 1, 4, 6, 7),\ (7, 1, 8, 2, 4, 0, 5, 3, 6, 9),\ (0, 1, 4, 7, 2, 5, 3, 9, 6, 8),\ (8, 4, 2, 0, 6, 7, 1, 5, 3, 9),$
$(9, 2, 1, 8, 0, 3, 6, 7, 5, 4),\ (3, 1, 4, 8, 6, 5, 2, 7, 0, 9))$

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 960$

$\sigma = ((7, 4, 0, 1, 2, 9, 3, 8, 6, 5),\ (3, 4, 6, 1, 2, 8, 7, 0, 5, 9),\ (0, 8, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 9, 2),\ (0, 8, 4, 7, 2, 3, 1, 6, 5, 9),$
$(1, 0, 2, 6, 9, 8, 7, 3, 4, 5),\ (8, 7, 0, 5, 3, 6, 1, 9, 2, 4),\ (4, 6, 2, 8, 7, 9, 3, 5, 0, 1),\ (5, 1, 3, 0, 8, 7, 9, 4, 6, 2),$
$(7, 5, 1, 3, 4, 8, 0, 2, 9, 6),\ (2, 9, 7, 8, 3, 0, 4, 1, 6, 5))$

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 972$

$\sigma = ((9, 4, 8, 2, 3, 5, 0, 1, 7, 6),\ (7, 0, 5, 8, 4, 6, 2, 1, 3, 9),\ (5, 2, 9, 1, 8, 4, 3, 0, 7, 6),\ (8, 5, 6, 9, 2, 7, 4, 0, 3, 1),$
$(6, 3, 4, 0, 1, 8, 7, 2, 9, 5),\ (2, 5, 8, 9, 6, 3, 0, 1, 4, 7),\ (0, 5, 4, 3, 9, 2, 6, 7, 8, 1),\ (1, 7, 3, 8, 6, 2, 9, 0, 4, 5),$
$(8, 5, 0, 9, 4, 1, 2, 6, 7, 3),\ (1, 5, 9, 4, 8, 0, 3, 7, 2, 6))$

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1253$

$\sigma = ((2, 13, 1, 10, 11, 6, 8, 7, 5, 4, 9, 0, 12, 14, 3),\ (13, 2, 8, 10, 1, 7, 5, 9, 6, 14, 11, 3, 4, 12, 0),$
$(0, 9, 1, 7, 13, 10, 5, 3, 14, 8, 4, 6, 11, 2, 12),\ (1, 0, 2, 6, 14, 8, 7, 11, 13, 9, 4, 3, 12, 10, 5),$
$(6, 7, 3, 10, 14, 2, 11, 12, 0, 5, 4, 13, 1, 9, 8),\ (7, 11, 12, 8, 6, 9, 0, 14, 5, 10, 3, 13, 1, 2, 4),$
$(5, 7, 14, 9, 2, 11, 6, 12, 1, 13, 0, 4, 8, 3, 10),\ (5, 12, 7, 8, 6, 4, 3, 14, 9, 10, 1, 2, 0, 11, 13),$
$(5, 13, 4, 12, 6, 10, 3, 1, 14, 8, 9, 2, 7, 11, 0),\ (11, 12, 5, 6, 4, 10, 0, 1, 9, 13, 2, 7, 14, 8, 3))$

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1058$

$\sigma = ((13, 5, 2, 7, 12, 10, 11, 1, 4, 9, 6, 8, 3, 0, 14),\ (13, 8, 7, 1, 11, 10, 12, 4, 14, 2, 5, 0, 9, 3, 6),$
$(1, 3, 9, 2, 4, 8, 10, 12, 11, 14, 0, 7, 13, 6, 5),\ (1, 3, 12, 9, 6, 11, 8, 5, 13, 7, 14, 2, 0, 4, 10),$
$(7, 1, 4, 8, 5, 10, 3, 13, 14, 0, 12, 9, 2, 6, 11),\ (12, 0, 2, 7, 13, 6, 3, 10, 4, 1, 9, 8, 5, 14, 11),$
$(5, 12, 3, 4, 9, 7, 6, 8, 10, 2, 1, 13, 14, 0, 11),\ (2, 13, 7, 12, 3, 4, 9, 10, 5, 0, 11, 8, 14, 1, 6),$
$(2, 7, 8, 12, 3, 14, 13, 10, 4, 5, 11, 6, 0, 9, 1),\ (8, 0, 1, 2, 6, 9, 12, 10, 13, 7, 11, 3, 14, 4, 5))$

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1124$

$\sigma = ((2, 8, 6, 11, 10, 4, 9, 12, 13, 5, 14, 7, 1, 3, 0),\ (14, 9, 1, 7, 11, 5, 6, 13, 10, 12, 2, 3, 0, 8, 4),$
$(9, 13, 11, 3, 10, 8, 1, 7, 6, 0, 4, 14, 12, 2, 5),\ (7, 3, 13, 2, 14, 10, 1, 9, 11, 6, 4, 0, 5, 12, 8),$
$(12, 4, 1, 13, 6, 9, 8, 7, 3, 2, 0, 10, 5, 14, 11),\ (3, 13, 7, 2, 10, 1, 0, 5, 9, 12, 14, 4, 8, 11, 6),$
$(1, 5, 13, 4, 9, 14, 3, 2, 12, 11, 8, 0, 7, 6, 10),\ (6, 9, 12, 8, 0, 14, 4, 10, 13, 5, 3, 2, 1, 11, 7),$
$(10, 14, 2, 6, 8, 7, 0, 11, 13, 5, 4, 3, 9, 1, 12),\ (4, 12, 11, 7, 2, 13, 14, 6, 9, 10, 3, 5, 1, 0, 8))$

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1041$

$\sigma = ((11, 8, 5, 9, 2, 0, 1, 14, 3, 13, 10, 7, 12, 4, 6),\ (2, 3, 12, 4, 6, 13, 5, 9, 7, 1, 11, 10, 14, 0, 8),$
$(14, 13, 4, 6, 11, 2, 12, 7, 8, 10, 0, 9, 3, 1, 5),\ (2, 11, 12, 9, 1, 7, 10, 13, 8, 3, 14, 4, 5, 0, 6),$
$(13, 8, 5, 2, 3, 10, 0, 7, 6, 1, 9, 14, 11, 12, 4),\ (14, 13, 2, 7, 4, 5, 8, 3, 11, 10, 0, 1, 9, 12, 6),$
$(1, 6, 13, 12, 3, 0, 2, 14, 10, 8, 9, 4, 5, 11, 7),\ (0, 4, 7, 3, 10, 11, 13, 8, 5, 12, 6, 14, 2, 9, 1),$
$(7, 5, 1, 4, 13, 6, 9, 14, 11, 12, 3, 8, 0, 2, 10),\ (12, 9, 14, 0, 8, 5, 6, 7, 11, 3, 10, 2, 1, 13, 4))$

LA25 (15×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1099$

$\sigma = ((6, 3, 2, 5, 7, 0, 11, 10, 12, 1, 9, 8, 14, 13, 4),\ (11, 3, 2, 14, 8, 12, 13, 0, 7, 1, 4, 6, 9, 10, 5),$
$(12, 3, 8, 5, 1, 0, 6, 13, 4, 7, 11, 14, 10, 9, 2),\ (7, 1, 0, 8, 14, 6, 10, 2, 11, 4, 12, 5, 3, 9, 13),$
$(14, 0, 9, 8, 3, 1, 10, 2, 12, 11, 6, 7, 4, 5, 13),\ (1, 11, 3, 5, 10, 6, 13, 0, 2, 7, 9, 12, 8, 14, 4),$
$(13, 4, 10, 12, 8, 2, 11, 1, 9, 14, 6, 5, 0, 3, 7),\ (9, 7, 14, 5, 10, 12, 3, 2, 11, 13, 4, 0, 6, 1, 8),$
$(5, 0, 10, 9, 11, 14, 8, 12, 13, 3, 4, 6, 2, 7, 1),\ (2, 7, 8, 3, 1, 6, 0, 12, 11, 14, 13, 9, 10, 5, 4))$

LA26 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1480$

$\sigma = ((13, 14, 6, 17, 19, 1, 15, 3, 8, 5, 18, 16, 4, 2, 0, 7, 12, 10, 11, 9),$
$(5, 8, 16, 17, 3, 19, 0, 11, 4, 6, 2, 12, 10, 15, 13, 1, 9, 7, 18, 14),$
$(12, 18, 4, 15, 17, 10, 0, 13, 11, 6, 2, 8, 9, 5, 3, 14, 1, 19, 16, 7),$
$(15, 18, 9, 1, 13, 10, 16, 6, 17, 19, 3, 4, 7, 12, 8, 11, 5, 2, 14, 0),$
$(10, 1, 9, 5, 6, 7, 18, 14, 16, 2, 12, 15, 13, 0, 17, 4, 11, 8, 19, 3),$
$(7, 2, 6, 1, 11, 4, 15, 3, 13, 19, 9, 17, 16, 0, 10, 8, 5, 14, 18, 12),$
$(0, 9, 4, 6, 17, 7, 1, 14, 2, 16, 18, 10, 13, 12, 11, 3, 8, 15, 19, 5),$
$(10, 0, 16, 17, 7, 13, 11, 15, 1, 19, 2, 18, 4, 3, 12, 5, 14, 6, 8, 9),$
$(0, 11, 7, 13, 16, 8, 17, 1, 14, 10, 4, 19, 15, 12, 5, 9, 3, 18, 6, 2),$
$(14, 10, 7, 6, 0, 1, 18, 4, 17, 19, 8, 5, 13, 11, 9, 2, 3, 12, 15, 16))$

LA27 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1369$

$\sigma = ((17, 8, 3, 1, 10, 19, 6, 11, 14, 9, 2, 4, 12, 0, 7, 18, 5, 13, 15, 16),$
$(8, 13, 14, 7, 16, 11, 3, 9, 2, 6, 12, 5, 10, 0, 18, 1, 15, 19, 4, 17),$
$(10, 13, 18, 3, 4, 9, 8, 2, 19, 5, 14, 6, 1, 15, 16, 12, 11, 0, 7, 17),$
$(0, 9, 10, 5, 17, 18, 14, 3, 12, 11, 2, 1, 7, 6, 8, 16, 13, 15, 19, 4),$
$(11, 2, 4, 19, 0, 16, 10, 5, 7, 6, 8, 12, 18, 14, 1, 15, 13, 17, 3, 9),$
$(18, 17, 6, 10, 7, 16, 15, 13, 4, 1, 0, 2, 19, 3, 8, 9, 11, 12, 14, 5),$
$(14, 16, 1, 8, 19, 6, 12, 7, 18, 5, 4, 3, 17, 9, 15, 10, 13, 0, 2, 11),$
$(1, 11, 15, 13, 19, 9, 10, 4, 6, 18, 14, 5, 12, 2, 16, 0, 3, 7, 17, 8),$
$(17, 11, 3, 10, 9, 2, 15, 14, 19, 13, 12, 18, 7, 0, 1, 16, 5, 8, 4, 6),$
$(19, 12, 17, 3, 4, 8, 10, 5, 1, 14, 6, 0, 18, 7, 2, 9, 13, 16, 15, 11))$

LA28 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1391$

$\sigma = ((16, 10, 5, 3, 14, 13, 4, 6, 7, 0, 9, 19, 1, 15, 17, 11, 18, 8, 12, 2),$
$(8, 7, 17, 0, 9, 14, 1, 3, 6, 11, 10, 2, 5, 18, 12, 4, 15, 19, 16, 13),$
$(1, 9, 4, 3, 19, 18, 11, 5, 16, 7, 17, 15, 14, 12, 13, 2, 10, 0, 6, 8),$
$(1, 16, 17, 7, 14, 6, 3, 15, 12, 9, 13, 2, 19, 18, 4, 10, 5, 11, 8, 0),$
$(18, 3, 13, 10, 5, 1, 7, 0, 15, 2, 6, 8, 12, 14, 11, 9, 4, 17, 19, 16),$
$(3, 9, 12, 7, 19, 18, 13, 10, 0, 15, 5, 14, 6, 16, 8, 4, 11, 17, 1, 2),$
$(11, 4, 6, 17, 5, 3, 9, 14, 18, 7, 19, 15, 10, 8, 13, 2, 1, 12, 16, 0),$
$(9, 5, 8, 1, 12, 2, 15, 4, 0, 13, 16, 18, 3, 10, 17, 19, 11, 14, 7, 6),$
$(0, 10, 12, 9, 6, 14, 5, 11, 18, 1, 19, 4, 17, 16, 7, 13, 3, 2, 15, 8),$
$(17, 5, 14, 13, 19, 4, 1, 10, 9, 11, 3, 12, 7, 15, 16, 2, 0, 6, 8, 18))$

LA29 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1408$

$\sigma = ((11, 1, 2, 0, 4, 6, 18, 15, 3, 17, 19, 10, 7, 12, 5, 16, 8, 9, 14, 13),$
$(6, 11, 8, 9, 18, 3, 2, 17, 7, 15, 14, 10, 12, 0, 4, 16, 5, 13, 1, 19),$
$(3, 0, 8, 2, 17, 7, 11, 15, 1, 10, 12, 9, 14, 18, 19, 13, 4, 6, 5, 16),$
$(2, 17, 3, 11, 18, 13, 9, 14, 15, 0, 1, 12, 16, 5, 8, 6, 7, 4, 10, 19),$
$(18, 9, 4, 2, 5, 12, 3, 6, 11, 13, 10, 0, 15, 7, 1, 8, 16, 14, 19, 17),$
$(13, 11, 6, 18, 8, 19, 5, 4, 2, 0, 14, 1, 10, 12, 3, 9, 17, 16, 15, 7),$
$(8, 5, 12, 6, 17, 4, 7, 3, 13, 11, 9, 18, 16, 14, 0, 10, 1, 2, 19, 15),$
$(4, 2, 0, 5, 9, 18, 15, 12, 7, 8, 17, 14, 19, 16, 3, 11, 10, 6, 13, 1),$
$(5, 0, 4, 6, 8, 9, 12, 17, 3, 18, 13, 14, 7, 15, 11, 19, 10, 1, 2, 16),$
$(16, 2, 18, 3, 10, 9, 8, 1, 14, 17, 11, 4, 0, 15, 13, 5, 7, 19, 6, 12))$

LA30 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1427$

$\sigma = ((16, 9, 13, 11, 12, 3, 0, 19, 8, 17, 5, 6, 7, 2, 1, 4, 14, 15, 10, 18),$
$(15, 14, 0, 5, 11, 3, 17, 8, 1, 12, 19, 4, 16, 13, 18, 10, 6, 7, 2, 9),$
$(7, 12, 3, 17, 14, 16, 2, 15, 13, 5, 19, 10, 18, 6, 8, 11, 9, 0, 4, 1),$
$(8, 0, 7, 19, 13, 2, 1, 6, 14, 10, 4, 15, 17, 5, 3, 12, 11, 9, 18, 16),$
$(3, 1, 7, 4, 15, 0, 8, 17, 16, 10, 13, 14, 12, 2, 18, 11, 9, 19, 6, 5),$
$(17, 3, 15, 4, 14, 6, 13, 10, 19, 1, 12, 2, 7, 16, 0, 8, 18, 9, 11, 5),$

(0, 4, 6, 10, 14, 13, 8, 16, 5, 12, 1, 18, 3, 15, 7, 17, 11, 9, 2, 19),
(0, 7, 19, 15, 13, 2, 4, 16, 11, 6, 3, 17, 9, 14, 8, 5, 10, 18, 1, 12),
(1, 0, 3, 14, 5, 13, 15, 10, 16, 18, 7, 4, 12, 6, 11, 2, 19, 8, 9, 17),
(4, 7, 12, 0, 6, 15, 1, 5, 19, 8, 13, 14, 11, 18, 10, 2, 16, 17, 9, 3))

LA31 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1882$

σ = ((3, 28, 10, 9, 4, 25, 22, 21, 20, 17, 26, 8, 27, 5, 16, 11, 12, 7, 19, 2, 15, 6, 23, 24, 18, 13, 14, 1, 29, 0),
(25, 28, 9, 14, 7, 22, 23, 1, 26, 19, 13, 6, 16, 2, 27, 17, 29, 20, 11, 15, 12, 3, 10, 4, 24, 5, 18, 21, 8, 0),
(8, 14, 2, 0, 29, 17, 18, 7, 15, 25, 5, 16, 23, 1, 24, 19, 3, 26, 9, 4, 11, 10, 27, 21, 20, 6, 12, 22, 28, 13),
(16, 18, 8, 21, 24, 3, 0, 5, 13, 9, 23, 26, 27, 2, 20, 1, 17, 29, 6, 15, 10, 14, 28, 4, 22, 7, 12, 19, 25, 11),
(29, 19, 0, 22, 8, 25, 28, 15, 23, 14, 18, 2, 20, 16, 4, 13, 12, 6, 3, 21, 26, 17, 10, 27, 5, 24, 1, 7, 11, 9),
(27, 10, 15, 12, 1, 9, 21, 3, 13, 5, 14, 0, 11, 18, 17, 22, 6, 16, 20, 4, 19, 28, 25, 29, 2, 24, 7, 23, 8, 26),
(20, 19, 10, 12, 21, 18, 25, 23, 27, 17, 22, 2, 13, 16, 4, 29, 3, 6, 24, 7, 14, 1, 11, 28, 8, 9, 5, 0, 26, 15),
(0, 10, 28, 17, 7, 12, 3, 15, 1, 18, 9, 22, 6, 20, 14, 11, 19, 2, 26, 27, 25, 29, 13, 5, 24, 16, 4, 21, 23, 8),
(1, 29, 17, 3, 22, 0, 14, 23, 11, 18, 9, 2, 6, 4, 20, 21, 26, 27, 7, 19, 25, 12, 13, 28, 15, 10, 5, 16, 24, 8),
(15, 23, 12, 0, 4, 21, 8, 13, 11, 25, 9, 14, 17, 18, 16, 26, 27, 29, 10, 2, 28, 24, 22, 1, 7, 3, 6, 19, 20, 5))

LA32 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1850$

σ = ((26, 9, 4, 20, 2, 23, 14, 8, 29, 16, 15, 13, 24, 3, 25, 17, 10, 11, 21, 27, 18, 0, 5, 19, 7, 6, 22, 1, 28, 12),
(7, 17, 27, 18, 10, 0, 6, 12, 16, 4, 21, 11, 2, 5, 19, 25, 26, 8, 24, 14, 1, 20, 28, 29, 15, 13, 22, 3, 9, 23),
(5, 2, 29, 9, 14, 26, 11, 19, 21, 25, 12, 1, 28, 13, 23, 27, 0, 3, 8, 17, 4, 22, 15, 24, 10, 16, 7, 20, 6, 18),
(8, 26, 6, 9, 25, 12, 16, 17, 11, 27, 5, 23, 2, 24, 7, 14, 3, 19, 22, 29, 10, 28, 0, 4, 13, 20, 15, 18, 21, 1),
(3, 6, 13, 23, 12, 20, 4, 10, 25, 18, 28, 11, 0, 17, 15, 1, 2, 7, 21, 16, 14, 8, 22, 9, 5, 29, 24, 19, 26, 27),
(2, 29, 13, 9, 20, 23, 17, 6, 25, 26, 5, 28, 19, 3, 22, 14, 10, 8, 18, 16, 15, 1, 0, 24, 12, 4, 27, 21, 11, 7),
(21, 16, 14, 0, 4, 3, 5, 9, 27, 25, 15, 13, 28, 6, 2, 19, 29, 18, 7, 24, 17, 12, 20, 26, 23, 8, 10, 11, 1, 22),
(1, 25, 12, 15, 19, 26, 18, 14, 23, 11, 3, 7, 22, 10, 6, 28, 21, 27, 29, 2, 20, 8, 9, 13, 5, 4, 0, 16, 17, 24),
(22, 8, 20, 10, 16, 29, 26, 19, 21, 12, 14, 11, 27, 28, 15, 2, 24, 6, 0, 5, 9, 7, 23, 4, 1, 18, 17, 3, 13, 25),
(27, 24, 29, 23, 15, 20, 14, 9, 12, 26, 1, 25, 21, 11, 10, 6, 7, 8, 16, 4, 5, 22, 2, 19, 0, 3, 13, 18, 17, 28))

LA33 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1719$

σ = ((1, 14, 20, 9, 22, 0, 10, 18, 2, 12, 16, 25, 5, 24, 8, 21, 27, 29, 7, 19, 15, 6, 11, 23, 13, 26, 3, 4, 17, 28),
(26, 12, 19, 21, 1, 23, 25, 17, 10, 11, 18, 0, 7, 13, 24, 2, 20, 28, 8, 16, 29, 5, 9, 22, 4, 3, 27, 15, 14, 6),
(18, 16, 0, 9, 25, 5, 20, 7, 29, 17, 13, 2, 3, 1, 23, 12, 15, 26, 4, 28, 22, 19, 21, 24, 27, 8, 11, 10, 6, 14),
(7, 10, 22, 3, 1, 11, 15, 6, 16, 8, 2, 20, 12, 4, 5, 24, 9, 19, 27, 18, 13, 25, 23, 14, 29, 21, 17, 28, 0, 26),
(8, 22, 2, 17, 12, 0, 26, 3, 21, 19, 16, 28, 1, 6, 29, 15, 9, 14, 5, 11, 24, 20, 27, 13, 10, 18, 23, 4, 7, 25),
(9, 10, 3, 28, 13, 1, 26, 8, 11, 0, 25, 18, 24, 2, 17, 12, 4, 6, 14, 27, 22, 7, 5, 15, 16, 19, 20, 21, 23, 29),
(2, 24, 10, 12, 23, 3, 7, 29, 22, 6, 18, 17, 20, 13, 25, 1, 15, 21, 14, 9, 28, 4, 19, 11, 16, 26, 0, 5, 8, 27),
(14, 25, 18, 26, 23, 17, 9, 5, 12, 24, 28, 2, 15, 21, 16, 8, 20, 19, 29, 6, 7, 4, 22, 27, 10, 3, 1, 11, 13, 0),
(21, 26, 19, 13, 11, 20, 15, 9, 2, 3, 29, 7, 17, 10, 0, 22, 16, 28, 23, 1, 4, 12, 5, 14, 8, 27, 18, 25, 6, 24),
(24, 19, 6, 12, 22, 27, 15, 14, 0, 18, 23, 8, 28, 26, 25, 29, 3, 16, 20, 2, 1, 9, 5, 13, 10, 21, 11, 4, 7, 17))

LA34 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1721$

σ = ((15, 6, 14, 11, 20, 8, 28, 22, 10, 12, 29, 26, 7, 5, 1, 13, 0, 9, 25, 4, 2, 17, 27, 19, 16, 21, 24, 23, 3, 18),
(24, 17, 19, 13, 14, 3, 20, 21, 2, 0, 22, 29, 8, 11, 28, 18, 16, 4, 10, 27, 9, 7, 26, 5, 12, 15, 6, 25, 1, 23),
(8, 20, 0, 25, 7, 28, 29, 27, 18, 1, 15, 22, 3, 2, 26, 19, 5, 24, 10, 21, 16, 14, 17, 11, 9, 4, 13, 23, 6, 12),
(27, 3, 29, 15, 7, 5, 16, 10, 19, 4, 1, 9, 17, 2, 6, 22, 14, 24, 8, 23, 21, 11, 13, 28, 26, 0, 20, 12, 18, 25),
(22, 24, 4, 1, 10, 5, 6, 27, 11, 21, 25, 18, 16, 20, 15, 9, 3, 19, 29, 14, 2, 7, 26, 8, 23, 13, 12, 17, 28, 0),
(25, 13, 15, 8, 1, 21, 7, 0, 29, 20, 27, 5, 18, 14, 11, 6, 4, 16, 2, 10, 19, 22, 23, 17, 3, 28, 12, 9, 24, 26),
(13, 22, 4, 2, 10, 29, 24, 5, 20, 16, 25, 26, 6, 0, 27, 21, 3, 9, 17, 1, 18, 12, 8, 15, 7, 23, 11, 14, 19, 28),
(23, 7, 24, 13, 22, 1, 0, 20, 18, 12, 26, 9, 19, 29, 28, 16, 14, 25, 4, 17, 27, 8, 3, 5, 21, 11, 10, 15, 2, 6),
(18, 11, 6, 27, 8, 20, 25, 21, 10, 28, 12, 13, 1, 5, 15, 7, 22, 16, 26, 29, 9, 23, 24, 17, 3, 14, 19, 2, 0, 4),
(25, 16, 15, 4, 6, 27, 11, 5, 12, 29, 9, 13, 0, 18, 7, 2, 22, 26, 19, 10, 24, 3, 1, 14, 17, 21, 23, 8, 20, 28))

LA35 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1888$

σ = ((13, 19, 28, 26, 4, 17, 25, 0, 11, 14, 18, 21, 5, 10, 6, 29, 22, 15, 1, 27, 3, 9, 24, 12, 16, 23, 20, 8, 2, 7),
(19, 17, 3, 12, 15, 23, 16, 9, 13, 26, 6, 2, 4, 28, 5, 18, 11, 27, 14, 20, 21, 24, 1, 7, 29, 10, 22, 8, 25, 0),
(14, 21, 24, 7, 25, 8, 26, 9, 0, 11, 29, 6, 22, 20, 2, 28, 17, 19, 1, 3, 10, 15, 18, 27, 5, 12, 23, 4, 13, 16),
(29, 24, 1, 2, 22, 28, 11, 20, 4, 23, 0, 8, 13, 6, 7, 14, 10, 27, 5, 17, 21, 18, 19, 3, 9, 15, 12, 26, 16, 25),
(2, 22, 16, 11, 7, 4, 21, 19, 17, 6, 28, 20, 13, 23, 15, 14, 5, 8, 10, 29, 18, 9, 3, 12, 1, 27, 26, 25, 0, 24),
(24, 26, 27, 21, 3, 19, 15, 9, 28, 25, 6, 4, 14, 23, 17, 2, 13, 18, 5, 8, 10, 22, 7, 29, 11, 20, 12, 16, 0, 1),
(27, 13, 19, 9, 20, 22, 12, 8, 18, 2, 14, 7, 15, 5, 21, 10, 1, 29, 3, 11, 4, 23, 26, 16, 0, 25, 24, 28, 6, 17),
(8, 25, 20, 16, 6, 7, 17, 5, 0, 12, 28, 19, 22, 14, 11, 2, 27, 21, 13, 10, 15, 4, 26, 1, 3, 9, 18, 23, 24, 29),

(10, 23, 27, 2, 8, 16, 11, 17, 9, 6, 7, 20, 13, 19, 15, 22, 21, 14, 18, 29, 1, 4, 12, 3, 5, 26, 0, 24, 25, 28),
(12, 9, 28, 8, 20, 26, 25, 2, 29, 0, 4, 23, 10, 22, 7, 17, 21, 13, 14, 18, 15, 19, 3, 1, 6, 24, 27, 11, 16, 5))

LA36 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1491$

σ = ((5, 3, 6, 10, 4, 14, 0, 9, 2, 1, 11, 8, 7, 12, 13), (11, 8, 1, 0, 7, 6, 4, 14, 12, 10, 5, 13, 2, 9, 3),
(5, 11, 4, 2, 8, 0, 12, 7, 14, 13, 6, 9, 3, 10, 1), (12, 0, 10, 11, 7, 8, 6, 5, 9, 1, 4, 2, 14, 13, 3),
(0, 7, 6, 4, 1, 9, 10, 11, 2, 5, 12, 3, 13, 8, 14), (8, 3, 9, 2, 12, 13, 11, 6, 0, 4, 1, 10, 14, 7, 5),
(8, 0, 3, 6, 11, 4, 14, 9, 2, 5, 1, 12, 7, 13, 10), (10, 12, 13, 6, 1, 7, 2, 9, 14, 11, 0, 4, 8, 3, 5),
(6, 8, 4, 9, 14, 1, 0, 11, 7, 3, 2, 12, 5, 10, 13), (14, 2, 13, 3, 0, 7, 4, 11, 9, 12, 10, 1, 5, 8, 6),
(4, 14, 8, 0, 13, 6, 11, 10, 12, 2, 9, 7, 1, 5, 3), (9, 1, 14, 7, 12, 6, 4, 8, 11, 13, 0, 3, 2, 5, 10),
(6, 12, 10, 2, 1, 14, 5, 7, 11, 0, 4, 3, 8, 9, 13), (7, 12, 8, 6, 5, 2, 11, 3, 4, 14, 9, 10, 0, 13, 1),
(0, 13, 14, 4, 1, 10, 9, 8, 5, 6, 7, 12, 11, 2, 3))

LA37 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1595$

σ = ((8, 5, 2, 3, 1, 4, 10, 14, 9, 11, 6, 12, 7, 13, 0), (1, 9, 11, 10, 12, 13, 4, 8, 7, 14, 5, 3, 0, 6, 2),
(12, 6, 8, 3, 1, 0, 11, 2, 5, 10, 14, 7, 4, 9, 13), (1, 3, 14, 4, 9, 5, 12, 10, 0, 13, 8, 11, 6, 7, 2),
(10, 6, 3, 14, 5, 11, 4, 8, 7, 9, 1, 12, 2, 0, 13), (0, 8, 7, 12, 5, 11, 6, 10, 1, 13, 4, 14, 9, 3, 2),
(7, 0, 2, 5, 4, 8, 13, 11, 1, 14, 3, 9, 10, 6, 12), (12, 5, 1, 10, 3, 4, 7, 8, 9, 14, 11, 6, 0, 13, 2),
(4, 2, 11, 3, 1, 14, 5, 8, 6, 9, 7, 12, 0, 13, 10), (4, 8, 12, 0, 6, 14, 7, 2, 9, 1, 13, 3, 11, 5, 10),
(3, 11, 14, 2, 7, 12, 8, 5, 9, 0, 6, 4, 1, 13, 10), (8, 9, 5, 0, 7, 13, 14, 10, 2, 11, 3, 4, 1, 6, 12),
(11, 3, 10, 8, 2, 13, 5, 0, 6, 12, 14, 9, 7, 1, 4), (14, 9, 5, 8, 11, 3, 7, 4, 6, 1, 12, 10, 13, 0, 2),
(1, 7, 12, 9, 0, 6, 11, 5, 8, 4, 3, 14, 10, 13, 2))

LA38 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1428$

σ = ((1, 4, 0, 10, 9, 6, 3, 12, 14, 7, 8, 13, 11, 2, 5), (0, 9, 3, 10, 1, 11, 12, 13, 5, 14, 6, 8, 4, 7, 2),
(4, 8, 11, 12, 13, 14, 9, 3, 0, 1, 5, 6, 10, 7, 2), (14, 2, 13, 5, 11, 12, 6, 4, 0, 7, 1, 3, 8, 10, 9),
(10, 5, 1, 3, 9, 13, 2, 0, 12, 7, 11, 4, 14, 8, 6), (11, 14, 9, 7, 8, 13, 5, 6, 12, 1, 10, 4, 3, 0, 2),
(5, 9, 0, 11, 14, 12, 8, 10, 7, 2, 1, 3, 13, 4, 6), (7, 6, 14, 11, 3, 4, 8, 9, 2, 5, 13, 12, 0, 1, 10),
(8, 12, 3, 0, 1, 9, 13, 6, 11, 5, 14, 7, 2, 4, 10), (12, 8, 4, 10, 14, 3, 6, 1, 5, 11, 9, 0, 13, 2, 7),
(13, 10, 6, 4, 8, 14, 0, 5, 1, 9, 12, 11, 7, 3, 2), (5, 14, 3, 9, 8, 7, 6, 4, 13, 10, 0, 11, 1, 12, 2),
(0, 10, 8, 1, 6, 3, 2, 9, 11, 12, 14, 7, 13, 4, 5), (8, 6, 11, 4, 3, 12, 13, 2, 14, 0, 9, 7, 1, 5, 10),
(6, 1, 3, 11, 12, 7, 14, 0, 9, 5, 4, 2, 10, 8, 13))

LA39 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1381$

σ = ((2, 12, 3, 13, 14, 11, 10, 8, 6, 9, 1, 5, 4, 0, 7), (8, 10, 4, 2, 14, 5, 11, 9, 13, 1, 0, 7, 3, 6, 12),
(9, 13, 3, 8, 5, 0, 6, 11, 2, 1, 10, 4, 12, 14, 7), (13, 10, 2, 14, 4, 8, 0, 3, 1, 5, 9, 7, 12, 6, 11),
(8, 13, 12, 0, 5, 9, 3, 10, 7, 2, 1, 6, 11, 4, 14), (3, 9, 2, 5, 11, 10, 12, 1, 13, 8, 14, 6, 7, 0, 4),
(1, 3, 10, 0, 2, 7, 6, 9, 11, 8, 4, 5, 14, 13, 12), (12, 7, 0, 2, 14, 3, 9, 5, 13, 10, 6, 1, 11, 8, 4),
(10, 2, 7, 5, 13, 8, 1, 6, 12, 0, 4, 11, 14, 3, 9), (1, 4, 6, 9, 5, 12, 7, 10, 11, 2, 13, 3, 8, 14, 0),
(0, 6, 2, 11, 7, 9, 1, 13, 12, 14, 3, 5, 8, 10, 4), (5, 3, 6, 11, 2, 1, 7, 0, 10, 4, 8, 13, 12, 14, 9),
(4, 5, 3, 6, 10, 11, 13, 0, 12, 14, 2, 8, 1, 7, 9), (5, 10, 6, 4, 9, 2, 3, 12, 0, 1, 13, 8, 14, 11, 7),
(11, 0, 4, 2, 3, 7, 5, 14, 8, 10, 6, 1, 12, 9, 13))

LA40 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1424$

σ = ((12, 1, 10, 9, 4, 7, 13, 5, 6, 3, 8, 2, 0, 14, 11), (3, 5, 14, 1, 2, 8, 13, 12, 11, 4, 9, 0, 6, 7, 10),
(10, 5, 0, 1, 7, 6, 4, 3, 2, 13, 9, 8, 12, 14, 11), (8, 7, 2, 12, 6, 10, 13, 11, 0, 14, 3, 5, 1, 4, 9),
(7, 0, 3, 13, 10, 4, 11, 9, 1, 5, 8, 6, 14, 12, 2), (5, 4, 7, 9, 8, 10, 2, 0, 13, 3, 12, 6, 14, 1, 11),
(3, 8, 6, 10, 12, 2, 14, 5, 0, 9, 4, 13, 1, 11, 7), (6, 7, 3, 9, 8, 2, 5, 4, 14, 0, 13, 12, 1, 10, 11),
(8, 7, 13, 4, 2, 0, 14, 6, 1, 9, 3, 12, 11, 10, 5), (6, 0, 8, 4, 11, 1, 10, 3, 13, 5, 12, 9, 14, 7, 2),
(13, 0, 11, 14, 3, 9, 2, 5, 12, 6, 8, 4, 1, 7, 10), (1, 4, 8, 2, 7, 3, 12, 5, 9, 14, 6, 11, 0, 10, 13),
(4, 13, 0, 2, 10, 9, 7, 14, 6, 11, 8, 1, 3, 5, 12), (12, 13, 5, 6, 4, 8, 9, 3, 1, 14, 11, 10, 7, 2, 0),
(2, 6, 8, 11, 3, 4, 0, 7, 5, 12, 1, 10, 13, 9, 14))

SWV06 (20×15), $Cmax(\sigma) = 2098$

σ = ((18, 10, 13, 11, 4, 8, 3, 19, 15, 7, 1, 9, 0, 5, 17, 6, 12, 14, 16, 2),
(0, 8, 2, 16, 13, 15, 4, 1, 5, 18, 11, 19, 9, 14, 6, 7, 12, 10, 17, 3),
(17, 10, 3, 1, 5, 9, 15, 7, 19, 0, 4, 13, 6, 18, 11, 14, 8, 12, 16, 2),
(3, 4, 19, 13, 18, 10, 8, 5, 17, 11, 7, 0, 15, 6, 1, 12, 9, 2, 16, 14),
(5, 16, 7, 15, 14, 11, 13, 17, 9, 0, 10, 8, 18, 4, 6, 1, 2, 19, 3, 12),
(15, 7, 3, 13, 18, 4, 10, 0, 11, 8, 9, 6, 5, 1, 19, 2, 12, 14, 16, 17),
(8, 11, 14, 13, 18, 9, 7, 15, 0, 10, 6, 3, 4, 2, 1, 5, 19, 12, 16, 17),
(13, 15, 7, 11, 19, 8, 0, 14, 1, 16, 5, 6, 17, 2, 9, 10, 12, 18, 3, 4),
(18, 0, 11, 6, 10, 9, 15, 8, 7, 13, 3, 12, 19, 4, 16, 14, 17, 2, 5, 1),

(15, 11, 7, 13, 5, 4, 19, 14, 0, 8, 2, 1, 12, 6, 3, 10, 16, 17, 18, 9),
(13, 15, 0, 7, 9, 18, 4, 6, 10, 8, 2, 17, 16, 12, 11, 3, 19, 5, 14, 1),
(15, 4, 18, 13, 5, 10, 9, 19, 2, 3, 0, 6, 1, 17, 16, 14, 7, 8, 11, 12),
(13, 15, 0, 18, 6, 11, 19, 2, 3, 14, 8, 4, 17, 5, 12, 16, 7, 9, 1, 10),
(15, 13, 18, 7, 10, 14, 8, 0, 19, 1, 2, 17, 3, 4, 12, 11, 16, 5, 6, 9),
(13, 18, 11, 4, 8, 10, 15, 3, 0, 2, 12, 6, 1, 7, 19, 5, 14, 17, 9, 16))

YN1 (20×20)**,** $Cmax(\sigma) = 1033$

σ = ((17, 8, 19, 11, 2, 14, 0, 1, 12, 10, 5, 18, 15, 9, 16, 4, 3, 6, 7, 13),
(18, 16, 4, 11, 7, 12, 17, 19, 2, 1, 15, 6, 10, 9, 13, 3, 0, 8, 5, 14),
(0, 5, 11, 1, 12, 19, 7, 6, 8, 3, 10, 15, 4, 9, 13, 18, 2, 17, 16, 14),
(2, 5, 3, 14, 6, 13, 10, 1, 8, 0, 19, 11, 16, 18, 17, 15, 9, 12, 7, 4),
(3, 2, 0, 10, 17, 18, 1, 6, 4, 9, 5, 11, 16, 7, 15, 8, 14, 13, 12, 19),
(11, 6, 1, 4, 7, 16, 15, 18, 14, 17, 8, 12, 3, 5, 10, 2, 13, 19, 9, 0),
(1, 7, 9, 3, 10, 11, 12, 5, 16, 2, 8, 13, 6, 18, 17, 0, 14, 15, 19, 4),
(8, 9, 5, 17, 4, 0, 7, 10, 11, 15, 16, 3, 12, 13, 2, 14, 6, 19, 18, 1),
(1, 16, 8, 2, 5, 11, 19, 4, 10, 7, 0, 15, 13, 14, 3, 12, 6, 18, 17, 9),
(6, 7, 18, 17, 4, 8, 9, 12, 11, 14, 15, 2, 3, 5, 13, 10, 19, 16, 0, 1),
(18, 3, 13, 19, 1, 8, 16, 15, 2, 6, 17, 9, 7, 14, 0, 10, 4, 11, 5, 12),
(15, 14, 0, 1, 16, 9, 4, 12, 6, 10, 5, 19, 13, 2, 17, 7, 11, 18, 8, 3),
(8, 10, 16, 5, 6, 0, 3, 4, 12, 7, 19, 18, 13, 9, 2, 17, 15, 1, 14, 11),
(5, 17, 10, 19, 8, 11, 0, 1, 12, 13, 2, 7, 3, 4, 15, 18, 6, 9, 14, 16),
(16, 19, 1, 12, 13, 5, 17, 2, 4, 11, 14, 3, 0, 9, 8, 6, 15, 7, 10, 18),
(9, 10, 12, 11, 13, 3, 0, 17, 14, 4, 15, 8, 1, 7, 16, 2, 6, 19, 5, 18),
(9, 13, 14, 6, 10, 4, 19, 17, 7, 1, 5, 18, 2, 16, 3, 12, 8, 15, 0, 11),
(0, 10, 13, 2, 17, 9, 8, 14, 7, 6, 16, 19, 3, 11, 4, 5, 18, 12, 1, 15),
(10, 17, 6, 9, 11, 3, 8, 1, 13, 0, 2, 7, 18, 16, 19, 4, 5, 14, 12, 15),
(4, 14, 9, 1, 10, 5, 12, 11, 3, 18, 7, 15, 19, 0, 13, 2, 8, 16, 6, 17))

ข.3 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.3

ในส่วนนี้เราจะแสดงผลเฉลยจากวิธีค้นหาแบบทาบูที่สร้างผลเฉลยที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial feasible solution) จากวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์ด้วยการใช้เกณฑ์ MWR, SPT และ MWR/SPT เป็นเกณฑ์สำรอง เนื่องจากแต่ละวิธีการสร้างผลเฉลยใกล้เคียงใดๆ จะทำการประมวลผลซ้ำจำนวนทั้งหมด 5 ครั้ง ซึ่งในแต่ละครั้งอาจจะได้รับค่าเมคสแปนที่แตกต่างๆ กัน เราจึงแสดงเฉพาะค่าเมคสแปนที่น้อยที่สุดที่พบจากการประมวลผลทั้งหมด (Best) มีดังนี้

ข.3.1 MRW

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 666$
$\sigma = ((4,3,0,7,1,5,8,6,9,2),\ (3,0,5,6,8,9,7,2,4,1),\ (7,5,9,6,3,4,2,1,8,0),\ (6,8,9,2,4,1,7,3,0,5),$
$(9,6,3,5,8,2,1,0,4,7))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 655$
$\sigma = ((0,1,4,2,7,5,8,3,6,9),\ (2,6,7,1,5,3,9,0,8,4),\ (1,2,3,9,7,8,4,5,0,6),\ (0,6,4,1,2,9,7,5,3,8),$
$(1,4,6,2,9,8,3,5,0,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 606$
$\sigma = ((3,0,8,7,4,5,6,9,1,2),\ (0,1,7,9,3,4,8,5,6,2),\ (1,0,2,6,3,8,7,4,9,5),\ (6,2,8,4,0,7,3,9,1,5),$
$(3,7,9,8,4,5,2,0,6,1))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 595$
$\sigma = ((0,2,8,5,7,3,6,4,1,9),\ (1,2,4,7,8,6,3,9,5,0),\ (8,3,5,6,9,0,1,2,7,4),\ (1,5,2,4,7,8,9,3,0,6),$
$(1,8,4,3,2,9,5,7,0,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$
$\sigma = ((6,5,0,3,2,1,9,8,7,4),\ (0,2,5,8,6,7,3,4,1,9),\ (8,9,7,2,4,0,5,1,3,6),\ (5,1,8,2,9,6,3,7,4,0),$
$(7,1,4,5,0,3,6,2,9,8))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 926$
$\sigma = ((6,9,7,5,14,11,2,10,3,0,13,8,4,12,1),\ (0,5,3,6,12,7,9,13,2,14,1,4,11,10,8),$
$(5,0,8,2,10,4,12,7,9,11,6,14,13,3,1),\ (3,12,6,4,1,8,9,5,2,10,7,0,13,11,14),$
$(12,10,4,0,9,3,13,6,11,1,8,7,2,5,14))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 890$
$\sigma = ((1,8,13,0,3,5,2,10,9,14,12,6,11,4,7),\ (5,4,1,14,6,8,0,3,12,2,9,10,13,11,7),$
$(7,5,6,11,8,13,2,1,0,14,10,12,9,3,4),\ (2,4,7,11,13,1,8,0,3,5,9,14,12,6,10),$
$(8,14,13,10,1,0,12,9,7,5,3,2,6,11,4))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 863$
$\sigma = ((11,10,12,7,14,3,6,8,0,1,9,13,2,5,4),\ (2,10,7,3,1,6,13,5,14,8,11,4,9,0,12),$
$(14,7,3,11,1,0,9,4,5,8,6,12,10,13,2),\ (7,0,8,6,12,5,13,9,14,2,11,1,10,4,3),$
$(5,11,6,9,10,3,7,12,8,0,4,14,13,2,1))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 951$
$\sigma = ((4,3,14,11,12,5,8,0,10,7,2,13,9,1,6),\ (0,11,7,3,14,12,2,8,1,9,13,5,10,6,4),$
$(7,8,9,0,10,4,3,14,12,2,6,1,11,13,5),\ (1,12,0,10,2,7,11,13,9,6,4,5,3,8,14),$
$(12,2,10,4,8,9,0,7,14,11,6,1,13,3,5))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 958$
$\sigma = ((8,2,1,10,11,4,6,5,14,9,13,12,0,3,7),\ (1,13,2,6,8,4,11,0,12,7,3,9,10,5,14),$
$(11,4,12,7,9,2,13,5,14,8,0,10,3,1,6),\ (12,5,3,8,14,7,1,10,4,9,2,11,0,13,6),$
$(5,8,1,10,6,2,9,13,11,4,14,12,7,0,3))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1222$

$\sigma = ((6, 9, 18, 10, 4, 2, 5, 1, 14, 0, 8, 17, 15, 3, 16, 11, 19, 13, 12, 7),$
$(12, 17, 19, 9, 0, 15, 13, 2, 8, 6, 16, 7, 18, 10, 5, 1, 4, 3, 14, 11),$
$(3, 0, 19, 13, 12, 5, 18, 6, 9, 2, 11, 14, 7, 17, 8, 16, 15, 4, 10, 1),$
$(3, 19, 10, 7, 5, 1, 14, 16, 0, 4, 17, 15, 9, 6, 2, 11, 18, 13, 8, 12),$
$(19, 18, 5, 6, 7, 8, 14, 3, 11, 16, 9, 4, 2, 12, 15, 13, 0, 10, 1, 17))$

LA (20×5), $Cmax(\sigma) = 1039$

$\sigma = ((10, 8, 9, 12, 0, 18, 15, 16, 6, 5, 13, 4, 7, 11, 3, 1, 2, 14, 17, 19),$
$(12, 0, 5, 11, 3, 16, 6, 4, 18, 8, 2, 14, 17, 1, 15, 9, 7, 19, 13, 10),$
$(18, 16, 15, 5, 8, 13, 10, 11, 7, 4, 3, 19, 9, 2, 12, 0, 6, 1, 14, 17),$
$(4, 15, 7, 2, 11, 3, 5, 1, 12, 9, 10, 16, 18, 14, 6, 13, 19, 17, 8, 0),$
$(2, 18, 7, 9, 11, 3, 1, 13, 0, 12, 10, 8, 15, 16, 19, 5, 14, 6, 4, 17))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1150$

$\sigma = ((10, 0, 19, 8, 17, 9, 1, 3, 13, 2, 16, 18, 15, 14, 5, 12, 7, 6, 4, 11),$
$(5, 1, 12, 18, 19, 0, 8, 2, 7, 16, 10, 17, 14, 13, 6, 11, 3, 4, 15, 9),$
$(14, 12, 13, 3, 4, 18, 19, 8, 1, 7, 11, 15, 9, 5, 10, 6, 2, 17, 0, 16),$
$(0, 18, 17, 10, 14, 2, 7, 12, 11, 6, 15, 5, 4, 16, 3, 8, 1, 13, 9, 19),$
$(17, 7, 14, 15, 13, 19, 0, 9, 12, 11, 16, 18, 8, 1, 5, 10, 6, 2, 3, 4))$

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1292$

$\sigma = ((5, 17, 3, 6, 16, 1, 13, 12, 10, 19, 8, 11, 15, 9, 4, 0, 18, 2, 14, 7),$
$(1, 8, 16, 12, 19, 15, 11, 2, 6, 18, 14, 10, 7, 17, 13, 9, 0, 3, 4, 5),$
$(2, 4, 6, 14, 8, 10, 7, 9, 1, 13, 5, 19, 0, 17, 16, 11, 15, 12, 18, 3),$
$(11, 19, 2, 7, 9, 3, 12, 0, 4, 13, 15, 5, 1, 16, 8, 10, 14, 18, 17, 6),$
$(15, 10, 1, 13, 4, 5, 8, 16, 0, 17, 3, 18, 14, 2, 9, 12, 19, 6, 7, 11))$

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1207$

$\sigma = ((12, 13, 5, 7, 18, 14, 8, 11, 17, 9, 10, 0, 1, 4, 16, 19, 3, 15, 2, 6),$
$(2, 14, 12, 19, 15, 18, 9, 7, 5, 16, 13, 10, 0, 4, 6, 17, 11, 8, 1, 3),$
$(4, 12, 1, 2, 7, 13, 19, 11, 15, 3, 18, 17, 8, 9, 0, 16, 14, 10, 5, 6),$
$(17, 13, 6, 1, 12, 2, 14, 8, 11, 18, 5, 9, 7, 16, 0, 4, 10, 19, 3, 15),$
$(8, 6, 2, 5, 14, 19, 12, 15, 3, 9, 7, 16, 17, 13, 10, 1, 18, 4, 11, 0))$

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 955$

$\sigma = ((7, 6, 5, 4, 9, 0, 1, 2, 3, 8),\ (7, 0, 3, 2, 6, 4, 8, 1, 9, 5),\ (5, 2, 6, 1, 9, 4, 3, 0, 8, 7),\ (2, 6, 5, 7, 3, 9, 0, 8, 4, 1),$
$(1, 8, 5, 2, 7, 9, 0, 4, 6, 3),\ (5, 1, 4, 7, 6, 8, 0, 2, 3, 9),\ (0, 5, 7, 6, 4, 2, 3, 9, 8, 1),\ (0, 2, 3, 4, 9, 1, 8, 7, 6, 5),$
$(9, 2, 0, 6, 3, 7, 8, 5, 1, 4),\ (9, 5, 0, 6, 2, 7, 1, 3, 4, 8))$

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 784$

$\sigma = ((3, 4, 7, 5, 9, 8, 6, 2, 0, 1),\ (6, 7, 1, 9, 2, 0, 8, 5, 3, 4),\ (2, 8, 5, 7, 0, 1, 4, 3, 6, 9),\ (5, 3, 2, 6, 8, 0, 1, 9, 7, 4),$
$(0, 2, 4, 6, 8, 3, 5, 1, 7, 9),\ (1, 5, 3, 9, 6, 0, 4, 8, 7, 2),\ (4, 7, 2, 6, 1, 8, 0, 3, 5, 9),\ (0, 6, 7, 1, 3, 5, 2, 8, 9, 4),$
$(1, 3, 4, 6, 7, 2, 0, 5, 8, 9),\ (4, 0, 8, 1, 9, 2, 7, 5, 3, 6))$

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 853$

$\sigma = ((8, 0, 2, 6, 5, 1, 4, 7, 3, 9),\ (8, 6, 2, 5, 3, 7, 9, 0, 1, 4),\ (4, 9, 6, 5, 2, 3, 1, 0, 7, 8),\ (4, 1, 6, 7, 9, 0, 8, 3, 2, 5),$
$(9, 2, 5, 0, 3, 8, 6, 4, 1, 7),\ (7, 1, 2, 8, 5, 0, 9, 4, 6, 3),\ (0, 1, 4, 7, 2, 5, 9, 6, 3, 8),\ (8, 2, 4, 6, 0, 5, 7, 9, 1, 3),$
$(9, 2, 6, 0, 5, 1, 3, 7, 8, 4),\ (3, 1, 4, 6, 5, 2, 8, 9, 7, 0))$

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 846$

$\sigma = ((7, 0, 2, 1, 9, 4, 6, 8, 5, 3),\ (3, 1, 6, 2, 4, 8, 5, 0, 9, 7),\ (0, 8, 3, 6, 5, 2, 9, 4, 1, 7),\ (0, 2, 8, 7, 6, 4, 1, 5, 3, 9),$
$(1, 2, 0, 6, 9, 8, 5, 3, 4, 7),\ (8, 0, 7, 5, 6, 3, 2, 9, 1, 4),\ (6, 2, 4, 8, 9, 5, 7, 3, 0, 1),\ (1, 5, 3, 0, 8, 9, 6, 2, 4, 7),$
$(7, 1, 5, 2, 0, 8, 6, 3, 9, 4),\ (2, 9, 7, 8, 6, 0, 5, 3, 4, 1))$

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 911$

$\sigma = ((9, 4, 8, 3, 2, 5, 0, 7, 1, 6),\ (7, 0, 5, 4, 8, 6, 1, 2, 3, 9),\ (5, 9, 1, 2, 8, 3, 4, 0, 7, 6),\ (8, 5, 9, 6, 7, 4, 2, 0, 3, 1),$
$(6, 3, 4, 0, 1, 7, 5, 8, 9, 2),\ (5, 9, 2, 3, 8, 6, 0, 1, 4, 7),\ (0, 5, 4, 3, 9, 7, 6, 2, 1, 8),\ (1, 7, 3, 5, 6, 0, 9, 8, 2, 4),$
$(8, 5, 9, 0, 4, 7, 6, 1, 2, 3),\ (1, 9, 5, 4, 7, 0, 8, 3, 6, 2))$

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1065$

$\sigma = ((2, 1, 11, 8, 10, 6, 13, 7, 4, 9, 12, 0, 14, 5, 3),\ (2, 13, 8, 1, 10, 7, 9, 14, 5, 11, 3, 6, 12, 4, 0),$
$(9, 1, 7, 0, 3, 14, 4, 10, 8, 13, 5, 11, 6, 2, 12),\ (1, 14, 2, 0, 6, 8, 11, 3, 9, 4, 13, 12, 10, 7, 5),$
$(14, 7, 3, 6, 11, 10, 2, 12, 4, 1, 0, 5, 13, 9, 8),\ (11, 12, 7, 8, 9, 6, 14, 0, 3, 1, 10, 13, 5, 2, 4),$
$(14, 5, 7, 9, 11, 1, 2, 6, 12, 0, 13, 3, 4, 8, 10),\ (5, 12, 7, 8, 3, 6, 1, 4, 9, 14, 11, 10, 13, 0, 2),$
$(5, 4, 13, 12, 1, 3, 14, 6, 10, 9, 11, 8, 2, 0, 7),\ (11, 12, 1, 4, 6, 9, 10, 5, 0, 13, 14, 2, 3, 7, 8))$

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 981$

$\sigma = ((5, 13, 2, 10, 7, 11, 9, 1, 4, 12, 6, 8, 3, 14, 0),\ (10, 13, 7, 8, 11, 4, 1, 5, 12, 14, 2, 9, 3, 0, 6),$
$(3, 9, 2, 1, 10, 4, 14, 11, 5, 8, 0, 7, 12, 6, 13),\ (3, 9, 6, 5, 11, 1, 12, 8, 14, 13, 7, 2, 4, 0, 10),$
$(7, 10, 5, 4, 14, 8, 1, 3, 13, 0, 9, 11, 6, 2, 12),\ (12, 0, 2, 6, 5, 7, 3, 13, 9, 4, 10, 1, 11, 14, 8),$
$(5, 3, 9, 4, 6, 12, 7, 10, 2, 14, 8, 1, 11, 13, 0),\ (2, 13, 5, 7, 9, 3, 4, 10, 11, 14, 12, 0, 8, 1, 6),$
$(2, 7, 5, 14, 8, 3, 10, 4, 11, 6, 12, 13, 9, 0, 1),\ (8, 0, 2, 6, 9, 10, 1, 11, 3, 7, 13, 5, 12, 14, 4))$

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1032$

$\sigma = ((8, 2, 6, 11, 10, 4, 9, 12, 3, 5, 1, 13, 7, 0, 14),\ (14, 1, 9, 7, 5, 11, 3, 6, 0, 10, 13, 12, 8, 4, 2),$
$(13, 11, 3, 10, 9, 8, 0, 1, 7, 6, 4, 14, 12, 5, 2),\ (7, 3, 13, 14, 1, 0, 10, 2, 11, 6, 9, 4, 12, 5, 8),$
$(12, 4, 1, 13, 3, 6, 0, 9, 8, 7, 5, 10, 2, 14, 11),\ (3, 13, 0, 7, 1, 5, 10, 2, 9, 12, 4, 8, 14, 11, 6),$
$(1, 5, 13, 3, 4, 14, 9, 12, 0, 8, 11, 2, 7, 6, 10),\ (0, 6, 8, 12, 14, 3, 9, 4, 5, 1, 10, 13, 11, 2, 7),$
$(10, 14, 0, 6, 7, 8, 3, 2, 11, 5, 4, 1, 13, 12, 9),\ (4, 12, 11, 7, 13, 3, 14, 2, 1, 6, 5, 0, 10, 9, 8))$

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 949$

$\sigma = ((11, 0, 8, 5, 9, 2, 1, 14, 13, 3, 6, 10, 12, 4, 7),\ (2, 3, 12, 6, 13, 9, 1, 4, 11, 5, 7, 14, 0, 10, 8),$
$(14, 13, 6, 4, 11, 2, 7, 12, 9, 10, 0, 8, 3, 1, 5),\ (2, 11, 1, 12, 9, 7, 13, 10, 14, 8, 3, 4, 0, 5, 6),$
$(13, 8, 3, 2, 5, 0, 6, 10, 7, 1, 9, 14, 11, 12, 4),\ (14, 13, 2, 7, 3, 5, 4, 11, 8, 10, 9, 1, 0, 12, 6),$
$(6, 1, 13, 0, 3, 12, 14, 9, 2, 10, 4, 11, 8, 5, 7),\ (0, 4, 3, 7, 13, 10, 11, 6, 8, 12, 14, 9, 5, 2, 1),$
$(7, 5, 1, 13, 6, 14, 9, 4, 11, 12, 0, 3, 2, 8, 10),\ (0, 12, 9, 14, 8, 6, 5, 11, 13, 7, 2, 3, 10, 1, 4))$

LA25 (15×10), $Cmax(\sigma) = 990$

$\sigma = ((3, 6, 2, 7, 0, 10, 11, 5, 1, 9, 8, 12, 14, 4, 13),\ (3, 11, 14, 2, 8, 13, 0, 12, 4, 1, 7, 6, 10, 9, 5),$
$(3, 8, 13, 1, 6, 0, 4, 12, 5, 7, 10, 14, 11, 9, 2),\ (7, 1, 8, 0, 14, 6, 10, 4, 3, 2, 11, 5, 12, 9, 13),$
$(14, 0, 8, 3, 1, 9, 10, 11, 6, 4, 2, 7, 12, 13, 5),\ (1, 11, 3, 13, 10, 6, 0, 5, 9, 7, 2, 8, 14, 4, 12),$
$(13, 10, 4, 8, 11, 1, 9, 12, 2, 6, 3, 14, 0, 5, 7),\ (9, 14, 7, 10, 3, 13, 5, 12, 4, 2, 0, 6, 11, 1, 8),$
$(0, 10, 9, 5, 14, 11, 13, 8, 3, 4, 6, 12, 7, 2, 1),\ (2, 7, 8, 3, 1, 0, 6, 13, 10, 14, 9, 12, 5, 4, 11))$

LA26 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1218$

$\sigma = ((13, 14, 17, 19, 8, 15, 1, 6, 3, 4, 2, 5, 18, 12, 7, 0, 16, 11, 9, 10),$
$(17, 19, 8, 11, 3, 16, 4, 12, 2, 5, 0, 13, 9, 14, 15, 6, 7, 18, 10, 1),$
$(4, 17, 12, 18, 15, 11, 2, 8, 0, 13, 9, 14, 10, 3, 5, 6, 19, 1, 16, 7),$
$(9, 15, 18, 1, 13, 11, 4, 12, 7, 8, 3, 19, 17, 14, 16, 6, 10, 2, 5, 0),$
$(9, 1, 2, 7, 14, 12, 10, 18, 13, 5, 6, 15, 11, 16, 0, 4, 8, 17, 19, 3),$
$(7, 2, 4, 11, 1, 6, 15, 3, 13, 9, 19, 8, 14, 0, 16, 17, 5, 10, 12, 18),$
$(4, 9, 7, 0, 2, 11, 17, 14, 12, 13, 6, 8, 18, 1, 16, 3, 19, 10, 15, 5),$
$(17, 7, 0, 11, 13, 10, 16, 2, 15, 12, 19, 14, 4, 3, 18, 1, 9, 5, 6, 8),$
$(11, 7, 0, 13, 8, 17, 14, 4, 12, 16, 1, 9, 15, 19, 5, 3, 10, 18, 6, 2),$
$(14, 7, 4, 1, 6, 0, 8, 10, 18, 11, 19, 13, 17, 5, 9, 12, 2, 3, 16, 15))$

LA27 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1264$

$\sigma = ((17, 3, 8, 1, 10, 6, 11, 14, 9, 7, 2, 0, 19, 12, 4, 5, 18, 13, 16, 15),$
$(13, 8, 7, 11, 14, 9, 2, 16, 6, 3, 5, 12, 0, 10, 18, 1, 17, 15, 19, 4),$
$(10, 13, 9, 2, 18, 5, 8, 3, 4, 1, 6, 11, 15, 14, 16, 19, 12, 17, 7, 0),$
$(9, 10, 0, 5, 14, 18, 7, 11, 17, 1, 12, 2, 6, 13, 16, 3, 8, 15, 19, 4),$
$(11, 2, 4, 19, 0, 10, 6, 5, 12, 7, 16, 8, 18, 13, 1, 17, 15, 14, 9, 3),$
$(6, 18, 10, 17, 7, 1, 13, 15, 0, 4, 11, 16, 2, 8, 9, 19, 5, 3, 12, 14),$
$(16, 14, 1, 6, 12, 8, 7, 18, 5, 19, 4, 17, 9, 13, 15, 3, 10, 0, 11, 2),$
$(1, 11, 15, 9, 13, 10, 6, 4, 18, 19, 5, 7, 2, 17, 16, 12, 0, 14, 3, 8),$
$(11, 17, 9, 2, 10, 13, 15, 7, 3, 18, 5, 12, 14, 1, 19, 0, 16, 8, 6, 4),$
$(19, 12, 17, 8, 3, 4, 10, 5, 7, 11, 1, 18, 0, 6, 13, 9, 2, 16, 14, 15))$

LA28 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1225$

$\sigma = ((16, 10, 14, 3, 13, 4, 6, 9, 5, 7, 19, 15, 1, 17, 8, 0, 11, 18, 12, 2),$
$(7, 8, 0, 17, 9, 1, 14, 10, 6, 2, 11, 3, 16, 15, 4, 18, 12, 19, 5, 13),$
$(1, 9, 19, 4, 16, 11, 3, 17, 15, 18, 7, 2, 12, 14, 6, 5, 13, 10, 0, 8),$
$(1, 16, 7, 14, 15, 6, 17, 9, 2, 3, 12, 19, 4, 18, 13, 10, 8, 11, 0, 5),$
$(3, 13, 10, 1, 15, 18, 2, 7, 6, 0, 8, 5, 12, 11, 9, 14, 16, 17, 4, 19),$
$(3, 9, 19, 10, 7, 15, 16, 12, 13, 18, 6, 4, 8, 17, 14, 0, 11, 5, 2, 1),$
$(6, 11, 4, 9, 17, 3, 14, 15, 19, 18, 5, 7, 8, 16, 10, 2, 13, 12, 0, 1),$
$(9, 2, 1, 15, 5, 16, 4, 12, 8, 10, 17, 18, 13, 3, 0, 11, 19, 7, 14, 6),$
$(10, 0, 9, 6, 14, 12, 1, 16, 11, 19, 17, 4, 18, 2, 7, 5, 8, 13, 15, 3),$
$(14, 17, 19, 5, 13, 10, 1, 4, 16, 9, 11, 15, 6, 12, 7, 2, 3, 0, 8, 18))$

LA29 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1196$

$\sigma = ((1, 11, 2, 4, 6, 10, 0, 18, 15, 17, 5, 7, 19, 3, 12, 16, 13, 14, 8, 9),$
$(6, 9, 8, 11, 7, 18, 17, 10, 3, 2, 14, 15, 13, 1, 0, 12, 4, 5, 16, 19),$
$(7, 8, 1, 3, 10, 17, 0, 15, 13, 2, 14, 4, 9, 19, 12, 11, 6, 5, 18, 16),$
$(2, 13, 17, 1, 18, 3, 14, 16, 15, 9, 5, 11, 0, 6, 12, 7, 4, 8, 19, 10),$
$(18, 9, 4, 6, 13, 10, 1, 5, 12, 3, 2, 7, 16, 15, 8, 0, 11, 14, 19, 17),$
$(13, 6, 18, 8, 11, 19, 1, 4, 10, 5, 14, 2, 0, 16, 12, 17, 3, 15, 9, 7),$
$(8, 5, 6, 7, 13, 4, 12, 17, 3, 1, 16, 14, 10, 9, 0, 11, 18, 2, 19, 15),$
$(4, 9, 5, 2, 7, 8, 18, 0, 15, 17, 12, 14, 1, 13, 16, 10, 19, 6, 3, 11),$
$(5, 0, 4, 6, 9, 8, 13, 17, 1, 12, 14, 10, 7, 18, 3, 15, 2, 19, 11, 16),$
$(16, 18, 2, 10, 1, 8, 13, 3, 4, 14, 9, 15, 0, 7, 5, 17, 6, 11, 19, 12))$

LA30 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1355$

$\sigma = ((16, 9, 11, 13, 12, 19, 17, 8, 5, 0, 6, 3, 2, 1, 7, 15, 14, 4, 10, 18),$
$(5, 15, 0, 17, 14, 11, 8, 12, 3, 1, 18, 19, 10, 16, 13, 4, 7, 6, 9, 2),$
$(12, 17, 5, 18, 16, 15, 2, 7, 3, 8, 6, 14, 19, 9, 10, 11, 13, 1, 4, 0),$
$(19, 8, 0, 2, 6, 1, 13, 17, 7, 10, 5, 4, 14, 15, 9, 18, 12, 11, 3, 16),$
$(3, 1, 8, 17, 15, 0, 12, 18, 16, 10, 4, 7, 2, 9, 14, 19, 13, 11, 6, 5),$
$(17, 6, 19, 15, 12, 10, 3, 1, 14, 4, 2, 18, 13, 7, 16, 9, 5, 8, 0, 11),$
$(0, 4, 6, 8, 5, 12, 10, 18, 16, 14, 1, 17, 13, 3, 15, 9, 7, 2, 11, 19),$
$(19, 0, 15, 2, 17, 7, 5, 9, 13, 4, 6, 16, 11, 14, 1, 8, 3, 10, 18, 12),$
$(1, 5, 0, 18, 15, 14, 3, 12, 16, 10, 7, 13, 4, 6, 2, 19, 11, 9, 8, 17),$
$(4, 12, 6, 5, 0, 1, 7, 15, 8, 18, 19, 10, 14, 13, 17, 2, 11, 16, 9, 3))$

LA31 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1784$

$\sigma = ((3, 9, 4, 20, 22, 25, 26, 11, 21, 5, 28, 8, 17, 10, 7, 16, 19, 27, 15, 12, 23, 18, 24, 6, 2, 13, 29, 1, 14, 0),$
$(9, 25, 22, 26, 19, 6, 13, 14, 7, 23, 28, 1, 2, 29, 16, 11, 15, 27, 12, 10, 20, 3, 18, 17, 21, 8, 0, 5, 24, 4),$
$(2, 14, 8, 18, 16, 5, 29, 19, 25, 0, 15, 24, 3, 17, 7, 26, 1, 9, 23, 11, 4, 10, 21, 22, 20, 6, 13, 27, 12, 28),$
$(21, 18, 16, 5, 8, 26, 3, 13, 9, 29, 2, 24, 27, 0, 15, 23, 6, 20, 1, 22, 10, 28, 4, 11, 25, 19, 17, 14, 7, 12),$
$(22, 19, 25, 29, 0, 4, 2, 15, 13, 14, 8, 16, 18, 23, 20, 3, 21, 6, 12, 28, 5, 10, 1, 24, 11, 26, 9, 17, 27, 7),$
$(10, 27, 1, 9, 11, 12, 15, 13, 5, 21, 3, 14, 22, 0, 18, 6, 17, 19, 4, 25, 28, 20, 29, 16, 2, 24, 8, 7, 23, 26),$
$(20, 19, 10, 18, 21, 12, 4, 22, 25, 13, 24, 27, 2, 29, 8, 1, 23, 11, 3, 6, 16, 17, 9, 7, 0, 14, 28, 15, 5, 26),$
$(10, 17, 0, 11, 22, 3, 9, 6, 7, 15, 1, 12, 18, 19, 25, 28, 5, 20, 13, 24, 2, 26, 29, 27, 14, 8, 21, 16, 4, 23),$
$(1, 17, 3, 11, 22, 29, 4, 21, 14, 2, 6, 0, 9, 18, 23, 7, 19, 25, 15, 20, 13, 26, 12, 28, 10, 27, 8, 5, 16, 24),$
$(4, 11, 15, 21, 12, 13, 23, 0, 9, 25, 8, 14, 16, 17, 26, 24, 18, 22, 1, 10, 28, 29, 3, 2, 27, 6, 7, 20, 19, 5))$

LA32 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1850$

$\sigma = ((26, 4, 24, 8, 23, 15, 9, 16, 13, 14, 2, 20, 29, 3, 10, 11, 17, 5, 18, 27, 0, 19, 21, 1, 25, 6, 28, 22, 7, 12),$
$(18, 27, 0, 17, 10, 7, 6, 11, 16, 19, 4, 1, 21, 8, 5, 12, 24, 2, 26, 20, 13, 29, 22, 28, 3, 15, 25, 23, 14, 9),$
$(11, 5, 19, 29, 26, 2, 1, 14, 21, 8, 9, 28, 0, 13, 27, 22, 4, 3, 17, 23, 12, 15, 24, 25, 16, 10, 6, 20, 7, 18),$
$(8, 26, 11, 6, 27, 16, 5, 17, 24, 7, 2, 9, 22, 25, 12, 13, 23, 29, 19, 0, 4, 14, 28, 10, 3, 1, 18, 15, 20, 21),$
$(23, 13, 6, 3, 28, 0, 11, 10, 4, 18, 1, 16, 12, 20, 15, 17, 25, 7, 22, 21, 2, 8, 5, 29, 26, 9, 19, 24, 14, 27),$
$(13, 29, 19, 2, 26, 23, 22, 5, 6, 17, 9, 28, 20, 16, 18, 1, 8, 25, 10, 3, 0, 15, 11, 24, 14, 21, 4, 12, 27, 7),$
$(0, 16, 14, 5, 21, 4, 3, 27, 15, 18, 19, 29, 13, 6, 28, 9, 7, 24, 2, 17, 26, 25, 23, 12, 10, 20, 8, 22, 11, 1),$
$(19, 15, 1, 11, 26, 22, 18, 7, 12, 14, 25, 3, 10, 23, 6, 27, 28, 29, 21, 20, 13, 8, 5, 16, 2, 0, 9, 24, 17, 4),$
$(10, 22, 8, 16, 19, 20, 26, 11, 24, 29, 21, 0, 14, 27, 5, 28, 6, 15, 23, 1, 12, 18, 9, 2, 4, 17, 7, 25, 3, 13),$
$(27, 24, 15, 23, 1, 29, 26, 14, 11, 21, 20, 9, 6, 7, 22, 5, 16, 4, 10, 8, 12, 13, 0, 25, 19, 3, 2, 17, 18, 28))$

LA33 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1719$

$\sigma = ((1, 20, 14, 18, 5, 22, 9, 10, 25, 27, 0, 6, 15, 8, 24, 7, 29, 16, 21, 2, 23, 3, 12, 26, 11, 19, 13, 4, 17, 28),$
$(26, 12, 1, 21, 13, 18, 25, 24, 19, 17, 10, 23, 7, 8, 28, 0, 11, 20, 29, 5, 16, 3, 4, 2, 14, 27, 15, 6, 22, 9),$
$(18, 5, 13, 25, 29, 7, 1, 0, 9, 16, 20, 17, 4, 15, 3, 23, 26, 2, 28, 19, 22, 21, 8, 27, 24, 12, 11, 10, 14, 6),$
$(7, 3, 6, 1, 10, 5, 15, 22, 4, 16, 27, 8, 20, 13, 11, 24, 19, 2, 18, 25, 23, 29, 17, 12, 14, 9, 21, 28, 26, 0),$
$(8, 22, 17, 21, 14, 3, 6, 1, 0, 26, 28, 19, 2, 15, 16, 29, 12, 5, 13, 20, 11, 24, 9, 10, 27, 23, 18, 4, 7, 25),$
$(13, 3, 1, 8, 18, 10, 28, 24, 25, 26, 11, 9, 4, 0, 6, 27, 14, 17, 15, 2, 7, 20, 22, 29, 5, 16, 12, 21, 19, 23),$
$(2, 24, 3, 6, 13, 18, 10, 29, 7, 25, 1, 22, 23, 14, 17, 20, 15, 21, 12, 26, 4, 28, 11, 16, 0, 9, 19, 8, 5, 27),$
$(18, 25, 14, 5, 24, 26, 23, 28, 17, 21, 15, 6, 7, 8, 19, 16, 29, 2, 20, 9, 10, 27, 4, 22, 12, 3, 1, 0, 13, 11),$
$(13, 21, 26, 15, 11, 3, 29, 19, 7, 20, 17, 4, 10, 1, 28, 2, 23, 16, 22, 9, 5, 14, 8, 27, 0, 18, 6, 25, 24, 12),$
$(24, 15, 6, 18, 14, 8, 22, 27, 19, 28, 25, 29, 12, 0, 26, 23, 3, 13, 20, 1, 5, 16, 10, 21, 4, 7, 9, 11, 17, 2))$

LA34 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1721$

$\sigma = ((15, 14, 20, 28, 6, 10, 11, 26, 8, 22, 12, 5, 7, 0, 17, 29, 13, 9, 19, 4, 2, 23, 27, 1, 25, 24, 21, 16, 18, 3),$

(19, 14, 17, 20, 3, 24, 21, 13, 2, 0, 28, 11, 22, 18, 4, 26, 8, 29, 15, 10, 9, 27, 12, 16, 5, 7, 6, 25, 23, 1),
(20, 0, 7, 28, 8, 3, 18, 15, 26, 27, 25, 22, 2, 29, 19, 24, 1, 21, 10, 5, 14, 17, 9, 13, 11, 6, 23, 16, 4, 12),
(27, 3, 29, 7, 5, 19, 15, 17, 4, 16, 23, 9, 10, 28, 2, 6, 24, 14, 13, 22, 8, 1, 0, 11, 20, 21, 18, 26, 25, 12),
(22, 10, 5, 4, 24, 1, 11, 3, 27, 18, 6, 21, 15, 20, 25, 16, 26, 19, 9, 23, 14, 2, 13, 28, 8, 12, 7, 29, 0, 17),
(25, 15, 14, 7, 21, 0, 8, 13, 20, 27, 11, 1, 18, 5, 29, 28, 6, 19, 4, 23, 2, 10, 16, 17, 22, 3, 12, 24, 9, 26),
(13, 22, 10, 2, 29, 4, 5, 26, 20, 3, 24, 16, 6, 21, 27, 17, 25, 9, 18, 0, 12, 15, 1, 8, 7, 23, 14, 11, 19, 28),
(7, 14, 0, 26, 18, 20, 22, 13, 9, 24, 23, 19, 1, 17, 12, 28, 4, 3, 16, 25, 27, 29, 8, 5, 15, 11, 6, 21, 10, 2),
(18, 11, 27, 20, 6, 28, 21, 8, 10, 15, 26, 25, 7, 13, 5, 12, 23, 22, 3, 1, 9, 16, 17, 24, 2, 0, 14, 19, 29, 4),
(25, 15, 16, 27, 6, 4, 11, 9, 5, 26, 0, 18, 7, 13, 3, 12, 19, 2, 24, 10, 29, 22, 23, 17, 14, 1, 20, 8, 28, 21))

LA35 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1898$

σ = ((18, 0, 28, 10, 4, 19, 17, 13, 15, 1, 26, 29, 11, 3, 21, 5, 24, 14, 25, 12, 9, 22, 27, 16, 6, 8, 23, 2, 20, 7),
(15, 23, 19, 17, 3, 12, 18, 6, 9, 28, 13, 2, 27, 4, 16, 26, 5, 11, 24, 1, 10, 29, 25, 20, 0, 22, 14, 21, 7, 8),
(21, 7, 14, 0, 29, 25, 8, 9, 6, 22, 24, 26, 1, 11, 10, 28, 15, 17, 19, 12, 3, 2, 20, 5, 18, 27, 23, 4, 13, 16),
(29, 1, 2, 11, 23, 28, 22, 10, 24, 4, 0, 13, 18, 27, 6, 8, 5, 17, 15, 20, 19, 3, 9, 26, 14, 7, 25, 12, 21, 16),
(2, 11, 22, 16, 21, 7, 4, 23, 19, 17, 6, 13, 28, 10, 15, 18, 29, 5, 12, 1, 9, 8, 3, 20, 26, 25, 27, 0, 14, 24),
(26, 15, 21, 6, 23, 3, 9, 28, 18, 24, 27, 19, 4, 17, 13, 10, 5, 14, 25, 2, 8, 29, 0, 12, 22, 7, 16, 11, 20, 1),
(27, 9, 18, 15, 12, 19, 13, 22, 10, 1, 29, 4, 8, 5, 21, 26, 2, 20, 3, 0, 25, 23, 7, 14, 16, 24, 11, 28, 17, 6),
(8, 6, 25, 5, 20, 16, 17, 12, 7, 0, 28, 19, 13, 10, 11, 15, 26, 22, 4, 21, 27, 2, 9, 18, 14, 29, 3, 24, 1, 23),
(23, 10, 2, 8, 6, 9, 27, 17, 18, 15, 13, 11, 7, 1, 16, 29, 19, 12, 4, 21, 20, 0, 26, 22, 3, 5, 25, 24, 28, 14),
(9, 29, 12, 28, 8, 10, 2, 23, 18, 20, 26, 0, 4, 13, 17, 15, 22, 1, 25, 21, 24, 19, 3, 6, 7, 27, 16, 5, 14, 11))

LA36 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1285$

σ = ((5, 10, 6, 3, 9, 14, 4, 2, 1, 0, 7, 8, 11, 13, 12), (11, 8, 1, 7, 6, 10, 14, 0, 4, 12, 5, 13, 3, 2, 9),
(11, 5, 2, 4, 12, 7, 0, 8, 14, 6, 13, 3, 9, 10, 1), (12, 10, 0, 11, 7, 6, 8, 9, 5, 1, 2, 13, 4, 14, 3),
(7, 0, 6, 9, 1, 4, 10, 2, 11, 5, 3, 12, 13, 8, 14), (8, 9, 3, 12, 2, 13, 11, 6, 10, 1, 0, 7, 4, 14, 5),
(8, 0, 6, 3, 9, 11, 14, 4, 2, 5, 1, 7, 12, 13, 10), (10, 12, 13, 6, 9, 2, 7, 1, 14, 11, 8, 4, 3, 0, 5),
(6, 8, 9, 14, 4, 1, 7, 3, 11, 0, 10, 2, 5, 12, 13), (14, 2, 13, 3, 7, 9, 11, 0, 4, 10, 1, 5, 12, 8, 6),
(14, 4, 8, 6, 0, 10, 13, 11, 9, 12, 2, 7, 1, 3, 5), (9, 1, 14, 7, 12, 6, 4, 8, 3, 13, 11, 2, 5, 10, 0),
(6, 12, 10, 2, 7, 14, 1, 5, 3, 11, 9, 0, 8, 13, 4), (7, 12, 8, 6, 5, 2, 3, 10, 9, 11, 14, 4, 13, 1, 0),
(14, 0, 13, 10, 9, 4, 1, 6, 5, 7, 8, 12, 3, 11, 2))

LA37 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1422$

σ = ((3, 5, 2, 8, 14, 1, 10, 9, 4, 12, 6, 11, 7, 13, 0), (1, 9, 11, 10, 12, 13, 7, 3, 4, 8, 14, 5, 2, 0, 6),
(12, 3, 8, 1, 6, 0, 11, 5, 14, 10, 2, 7, 13, 4, 9), (3, 14, 1, 9, 5, 12, 4, 10, 13, 0, 7, 6, 2, 11, 8),
(10, 3, 6, 14, 5, 7, 9, 11, 4, 8, 2, 12, 1, 0, 13), (0, 8, 7, 12, 5, 11, 6, 10, 13, 9, 14, 1, 2, 4, 3),
(7, 2, 0, 5, 13, 11, 8, 4, 3, 14, 1, 12, 9, 10, 6), (12, 5, 1, 10, 3, 7, 9, 4, 8, 6, 14, 0, 13, 2, 11),
(2, 3, 11, 4, 14, 1, 5, 12, 7, 6, 9, 13, 8, 0, 10), (4, 8, 12, 7, 14, 0, 6, 2, 9, 3, 1, 13, 11, 10, 5),
(3, 11, 7, 14, 2, 12, 5, 9, 6, 8, 0, 13, 10, 4, 1), (8, 9, 5, 7, 13, 0, 14, 3, 10, 2, 11, 4, 12, 6, 1),
(3, 11, 10, 13, 2, 8, 12, 6, 5, 7, 0, 9, 14, 1, 4), (14, 9, 5, 3, 11, 7, 12, 6, 8, 10, 2, 13, 4, 0, 1),
(7, 1, 12, 9, 6, 0, 3, 11, 5, 8, 2, 13, 10, 4, 14))

LA38 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1216$

σ = ((4, 0, 6, 1, 3, 9, 14, 13, 12, 7, 10, 2, 8, 11, 5), (0, 9, 13, 3, 11, 1, 12, 14, 6, 5, 10, 2, 8, 4, 7),
(4, 8, 11, 13, 12, 14, 9, 6, 3, 5, 0, 2, 1, 10, 7), (14, 13, 2, 12, 6, 5, 11, 4, 0, 7, 3, 1, 10, 8, 9),
(13, 3, 5, 2, 9, 1, 10, 0, 12, 7, 11, 4, 6, 14, 8), (14, 11, 13, 9, 7, 8, 5, 6, 12, 3, 4, 1, 0, 2, 10),
(5, 9, 14, 0, 2, 11, 12, 8, 7, 3, 13, 1, 10, 6, 4), (6, 14, 7, 2, 3, 11, 9, 13, 4, 8, 5, 10, 0, 1, 12),
(8, 13, 3, 12, 0, 9, 2, 6, 1, 11, 5, 14, 7, 4, 10), (12, 8, 14, 4, 3, 6, 5, 1, 10, 2, 9, 13, 11, 0, 7),
(13, 10, 6, 14, 4, 8, 9, 5, 0, 2, 12, 1, 7, 11, 3), (5, 14, 3, 13, 9, 8, 6, 7, 4, 2, 0, 11, 10, 1, 12),
(0, 8, 2, 6, 1, 3, 9, 10, 13, 11, 12, 14, 7, 5, 4), (8, 6, 11, 13, 4, 2, 3, 12, 9, 14, 0, 5, 7, 10, 1),
(6, 3, 12, 1, 14, 11, 7, 5, 0, 9, 2, 4, 13, 10, 8))

LA39 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1251$

σ = ((2, 3, 12, 13, 8, 6, 14, 10, 11, 9, 1, 4, 7, 5, 0), (8, 10, 4, 14, 5, 2, 9, 11, 7, 6, 13, 1, 0, 12, 3),
(9, 8, 13, 3, 5, 6, 0, 11, 4, 1, 7, 10, 12, 14, 2), (10, 13, 2, 8, 14, 4, 3, 1, 0, 7, 9, 6, 5, 12, 11),
(8, 13, 12, 9, 5, 0, 10, 3, 7, 1, 6, 2, 11, 4, 14), (3, 9, 2, 5, 12, 10, 11, 1, 8, 6, 7, 13, 14, 4, 0),
(3, 10, 1, 7, 6, 9, 8, 0, 2, 11, 4, 14, 12, 5, 13), (12, 7, 0, 2, 14, 9, 3, 10, 6, 5, 13, 1, 11, 4, 8),
(10, 7, 8, 2, 5, 6, 13, 1, 12, 4, 0, 11, 14, 9, 3), (9, 6, 1, 4, 12, 7, 5, 10, 11, 13, 8, 2, 14, 0, 3),
(6, 0, 2, 7, 9, 11, 1, 12, 13, 14, 8, 4, 10, 3, 5), (5, 3, 6, 7, 11, 1, 10, 2, 0, 4, 8, 12, 13, 14, 9),
(4, 5, 3, 6, 10, 12, 13, 11, 8, 14, 0, 7, 1, 9, 2), (5, 6, 10, 9, 4, 12, 3, 2, 0, 1, 8, 7, 13, 14, 11),
(11, 0, 4, 7, 3, 2, 6, 8, 14, 10, 12, 9, 1, 5, 13))

LA40 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1237$

$\sigma = ((12, 9, 1, 10, 4, 7, 13, 6, 2, 14, 5, 11, 8, 0, 3),\ (3, 14, 5, 2, 1, 11, 13, 8, 12, 9, 4, 6, 0, 7, 10),$
$(10, 7, 5, 1, 0, 6, 2, 4, 3, 14, 13, 11, 9, 8, 12),\ (8, 7, 2, 11, 12, 6, 13, 14, 10, 0, 4, 3, 1, 5, 9),$
$(7, 3, 11, 0, 4, 9, 13, 14, 5, 10, 1, 8, 6, 12, 2),\ (4, 7, 9, 5, 2, 3, 8, 13, 10, 0, 14, 6, 12, 11, 1),$
$(3, 8, 14, 6, 2, 10, 12, 11, 5, 13, 0, 9, 4, 1, 7),\ (7, 3, 6, 9, 14, 2, 5, 8, 13, 4, 11, 0, 10, 12, 1),$
$(8, 7, 2, 14, 13, 4, 11, 0, 6, 9, 1, 10, 12, 3, 5),\ (0, 6, 8, 11, 4, 3, 1, 13, 10, 5, 14, 12, 9, 2, 7),$
$(11, 14, 0, 13, 3, 9, 2, 12, 5, 6, 7, 4, 8, 1, 10),\ (1, 7, 2, 3, 4, 14, 12, 11, 8, 5, 9, 6, 10, 0, 13),$
$(4, 2, 13, 14, 7, 0, 11, 9, 10, 6, 8, 1, 3, 5, 12),\ (12, 13, 5, 4, 6, 14, 11, 7, 8, 9, 2, 10, 1, 3, 0),$
$(2, 11, 8, 3, 6, 7, 4, 5, 0, 12, 1, 10, 14, 13, 9))$

SWV06 (20×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1831$

$\sigma = ((11, 4, 10, 18, 8, 19, 15, 1, 9, 0, 7, 13, 3, 6, 14, 17, 5, 12, 2, 16),$
$(0, 2, 16, 8, 11, 4, 15, 1, 9, 6, 10, 14, 19, 5, 7, 12, 18, 13, 3, 17),$
$(1, 3, 9, 17, 10, 6, 0, 15, 11, 7, 19, 4, 5, 8, 14, 12, 18, 13, 2, 16),$
$(3, 4, 19, 11, 10, 6, 8, 1, 0, 15, 9, 7, 18, 12, 17, 2, 5, 14, 13, 16),$
$(16, 7, 11, 15, 5, 9, 17, 0, 14, 10, 8, 1, 6, 4, 2, 19, 13, 18, 3, 12),$
$(15, 7, 3, 11, 4, 10, 0, 9, 6, 8, 1, 18, 19, 14, 13, 2, 5, 17, 12, 16),$
$(11, 8, 9, 6, 0, 15, 14, 10, 7, 18, 1, 4, 2, 13, 19, 3, 5, 12, 16, 17),$
$(11, 1, 8, 9, 19, 7, 14, 0, 6, 15, 5, 16, 10, 13, 17, 12, 18, 3, 2, 4),$
$(11, 10, 9, 6, 0, 8, 18, 7, 3, 12, 19, 14, 15, 16, 17, 5, 4, 13, 1, 2),$
$(11, 15, 7, 1, 19, 14, 5, 4, 8, 9, 0, 12, 6, 13, 10, 3, 2, 16, 18, 17),$
$(0, 9, 15, 11, 7, 10, 6, 4, 8, 13, 17, 18, 12, 2, 16, 5, 3, 1, 19, 14),$
$(10, 4, 9, 15, 11, 1, 19, 5, 6, 18, 3, 8, 2, 0, 13, 14, 17, 12, 16, 7),$
$(11, 15, 6, 9, 19, 0, 13, 2, 3, 8, 14, 5, 1, 17, 12, 18, 16, 4, 7, 10),$
$(15, 10, 1, 11, 8, 14, 19, 7, 0, 13, 17, 18, 12, 5, 3, 9, 2, 16, 4, 6),$
$(11, 8, 10, 1, 4, 6, 3, 18, 12, 9, 2, 0, 5, 13, 7, 19, 14, 15, 17, 16))$

YN1 (20×20)**,** $Cmax(\sigma) = 917$

$\sigma = ((17, 19, 8, 11, 14, 2, 0, 12, 15, 18, 9, 5, 1, 16, 10, 4, 3, 6, 7, 13),$
$(18, 16, 4, 11, 12, 7, 19, 17, 15, 2, 6, 13, 9, 0, 1, 8, 3, 10, 5, 14),$
$(0, 5, 11, 19, 12, 6, 15, 7, 8, 1, 3, 4, 9, 13, 10, 2, 17, 18, 14, 16),$
$(2, 14, 3, 5, 6, 13, 19, 0, 8, 16, 11, 1, 10, 18, 17, 15, 9, 12, 4, 7),$
$(2, 3, 0, 10, 17, 18, 6, 4, 9, 16, 1, 11, 5, 15, 7, 8, 14, 12, 13, 19),$
$(11, 6, 4, 15, 16, 7, 1, 14, 18, 17, 12, 8, 3, 2, 5, 19, 13, 0, 9, 10),$
$(1, 7, 9, 3, 12, 11, 16, 13, 2, 5, 8, 10, 18, 6, 0, 17, 14, 19, 15, 4),$
$(8, 9, 4, 17, 15, 5, 0, 7, 11, 16, 12, 13, 3, 2, 10, 14, 19, 1, 6, 18),$
$(1, 8, 16, 2, 11, 19, 5, 4, 0, 15, 13, 12, 14, 7, 3, 10, 17, 6, 18, 9),$
$(6, 7, 18, 4, 17, 12, 8, 9, 15, 11, 14, 2, 13, 3, 19, 5, 0, 16, 1, 10),$
$(18, 19, 3, 13, 15, 8, 16, 1, 6, 2, 17, 9, 0, 14, 7, 12, 4, 10, 5, 11),$
$(14, 15, 0, 16, 4, 9, 12, 6, 1, 13, 19, 2, 5, 17, 10, 11, 8, 7, 18, 3),$
$(8, 10, 16, 6, 0, 5, 12, 3, 4, 7, 19, 18, 13, 2, 17, 1, 15, 9, 14, 11),$
$(5, 19, 17, 11, 8, 10, 12, 0, 13, 2, 7, 15, 1, 3, 18, 14, 4, 6, 16, 9),$
$(16, 19, 12, 1, 13, 17, 5, 2, 4, 0, 11, 14, 8, 3, 15, 6, 9, 7, 18, 10),$
$(9, 10, 12, 11, 13, 0, 15, 14, 3, 17, 8, 4, 16, 2, 19, 1, 7, 6, 5, 18),$
$(13, 9, 14, 6, 4, 19, 10, 17, 7, 18, 5, 1, 2, 16, 12, 3, 15, 8, 0, 11),$
$(0, 10, 13, 2, 17, 14, 8, 9, 6, 16, 19, 7, 12, 11, 3, 4, 1, 5, 18, 15),$
$(10, 17, 6, 11, 9, 3, 8, 13, 0, 2, 18, 1, 16, 19, 7, 4, 14, 15, 12, 5),$
$(4, 14, 9, 12, 10, 5, 11, 18, 1, 3, 15, 19, 7, 0, 13, 2, 8, 17, 16, 6))$

ข.3.2 **SPT**

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 666$

$\sigma = ((1,0,8,7,4,3,5,6,9,2),\ (0,8,5,3,7,6,1,9,4,2),\ (7,8,5,1,9,6,4,3,0,2),\ (8,2,1,6,9,7,4,0,5,3),$
$(9,8,0,6,1,5,3,2,7,4))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 655$

$\sigma = ((0,4,1,7,2,8,5,3,6,9),\ (7,2,1,9,5,3,6,0,8,4),\ (1,9,2,3,7,8,4,5,0,6),\ (0,4,1,9,2,6,7,5,8,3),$
$(4,1,9,8,6,2,3,5,0,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 613$

$\sigma = ((3,0,1,5,8,6,4,7,2,9),\ (0,1,7,9,3,5,6,4,8,2),\ (1,0,2,6,3,8,5,7,9,4),\ (6,2,8,1,3,0,4,5,7,9),$
$(3,7,9,5,8,4,1,2,6,0))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 598$

$\sigma = ((0,2,8,5,7,6,4,3,9,1),\ (1,2,4,7,9,6,8,5,3,0),\ (8,9,5,6,3,0,2,1,4,7),\ (1,5,4,2,9,7,6,0,3,8),$
$(1,8,9,2,4,5,3,7,0,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$

$\sigma = ((6,5,1,3,0,9,4,2,8,7),\ (2,0,5,6,1,4,3,8,9,7),\ (8,9,2,4,1,5,6,7,3,0),\ (5,1,2,6,9,8,3,4,7,0),$
$(1,7,4,5,6,3,0,9,2,8))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 946$

$\sigma = ((7,2,11,14,13,6,4,0,1,9,5,8,10,3,12),\ (0,7,2,13,5,4,14,1,11,3,6,12,9,8,10),$
$(2,0,10,5,7,4,11,13,14,1,8,12,6,9,3),\ (1,3,4,2,12,7,6,11,13,14,8,0,9,5,10),$
$(10,4,1,13,12,11,7,0,2,14,3,8,9,6,5))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 910$

$\sigma = ((3,9,2,0,13,11,12,6,4,1,8,14,10,5,7),\ (5,4,3,12,6,9,2,11,0,14,1,13,8,10,7),$
$(7,5,6,11,2,3,12,9,4,13,0,8,14,10,1),\ (4,2,7,11,3,13,9,12,6,0,1,14,8,10,5),$
$(9,12,13,8,3,0,11,14,6,2,10,4,1,7,5))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 863$

$\sigma = ((11,10,12,13,6,2,7,3,1,14,8,0,5,9,4),\ (2,1,13,10,6,7,5,11,3,14,4,8,9,0,12),$
$(1,4,9,3,7,13,11,14,2,5,0,6,8,10,12),\ (13,2,6,7,9,5,8,11,1,0,12,14,4,10,3),$
$(9,6,5,11,13,3,2,10,4,1,7,8,12,0,14))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 951$

$\sigma = ((3,14,11,5,13,4,6,8,1,12,10,9,0,2,7),\ (11,0,13,3,1,6,5,14,8,9,7,2,12,10,4),$
$(9,6,7,13,8,1,3,5,10,14,4,0,2,12,11),\ (6,13,1,10,5,11,9,12,3,0,2,7,4,14,8),$
$(12,10,6,9,8,1,4,5,2,3,14,13,0,7,11))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 1034$

$\sigma = ((10,4,8,2,0,3,13,7,11,9,5,1,14,6,12),\ (0,13,3,4,7,10,2,1,5,9,8,6,12,11,14),$
$(4,7,0,13,3,10,9,11,5,2,14,12,8,1,6),\ (12,5,3,7,0,10,4,13,8,9,14,2,1,6,11),$
$(10,5,13,0,7,9,4,8,3,2,1,14,6,12,11))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1222$

$\sigma = ((2,1,4,15,0,14,8,3,13,11,17,16,5,9,6,10,18,7,12,19),$
$(15,2,0,16,8,13,1,4,17,14,11,3,19,7,12,9,5,6,10,18),$
$(13,0,3,2,5,11,15,14,1,4,19,17,8,16,7,12,9,6,18,10),$
$(1,3,16,4,15,14,0,13,11,7,17,19,8,5,2,10,9,6,12,18),$
$(14,11,8,16,5,4,15,3,13,1,19,7,18,0,17,2,6,9,12,10))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1039$

$\sigma = ((8,9,10,13,19,17,7,15,1,16,0,14,3,2,4,18,12,6,5,11),$
$(14,0,17,11,19,3,1,16,13,8,2,15,4,6,12,10,5,18,9,7),$
$(19,13,15,7,16,9,17,8,10,1,3,2,18,4,14,0,11,5,12,6),$
$(7,15,1,19,17,2,9,13,11,3,14,4,8,10,16,0,12,5,6,18),$
$(2,7,19,13,9,1,17,11,15,3,8,14,0,18,10,4,16,12,6,5))$

LA13 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1159$

$\sigma = ((8,3,1,19,10,15,11,16,13,6,9,0,2,4,18,17,7,5,12,14),$
$(16,1,8,2,3,7,11,6,15,12,13,5,4,18,0,19,14,10,17,9),$
$(3,14,12,11,15,1,8,13,6,4,7,16,9,18,5,19,0,2,10,17),$
$(2,7,11,3,15,0,6,1,8,14,4,16,18,12,5,17,10,13,9,19),$

$(7, 17, 15, 14, 11, 3, 1, 13, 6, 8, 16, 9, 12, 0, 4, 18, 19, 2, 5, 10))$

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1292$

$\sigma = ((5, 3, 17, 13, 6, 0, 12, 16, 4, 9, 19, 7, 14, 18, 15, 1, 10, 8, 11, 2),$
$(18, 12, 14, 16, 0, 19, 7, 17, 3, 4, 9, 15, 1, 8, 6, 2, 5, 11, 10, 13),$
$(6, 14, 4, 0, 17, 7, 13, 9, 2, 12, 3, 19, 5, 16, 10, 8, 18, 1, 15, 11),$
$(0, 9, 7, 19, 12, 13, 3, 4, 14, 11, 17, 5, 2, 16, 15, 18, 1, 6, 8, 10),$
$(13, 0, 17, 14, 4, 15, 12, 3, 7, 9, 5, 16, 10, 18, 1, 19, 8, 6, 2, 11))$

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1251$

$\sigma = ((0, 18, 12, 10, 11, 13, 1, 3, 7, 2, 6, 8, 15, 4, 9, 5, 14, 17, 16, 19),$
$(16, 9, 2, 15, 0, 10, 6, 18, 11, 12, 19, 7, 14, 3, 1, 4, 13, 5, 8, 17),$
$(3, 11, 1, 0, 16, 12, 2, 10, 15, 6, 18, 4, 7, 19, 13, 9, 8, 17, 14, 5),$
$(17, 1, 6, 11, 0, 2, 3, 13, 10, 18, 12, 15, 8, 7, 4, 9, 14, 5, 16, 19),$
$(8, 6, 16, 2, 3, 10, 1, 15, 11, 0, 18, 12, 7, 9, 19, 5, 14, 4, 17, 13))$

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 959$

$\sigma = ((7, 6, 4, 5, 1, 2, 0, 9, 3, 8),\ (7, 0, 3, 2, 6, 8, 4, 1, 5, 9),\ (5, 2, 1, 6, 4, 8, 9, 3, 0, 7),\ (2, 6, 5, 3, 7, 8, 9, 0, 4, 1),$
$(1, 8, 2, 7, 5, 9, 0, 6, 4, 3),\ (5, 1, 8, 4, 6, 2, 7, 0, 3, 9),\ (0, 7, 5, 2, 4, 6, 8, 3, 9, 1),\ (0, 2, 8, 3, 4, 1, 9, 6, 7, 5),$
$(9, 2, 0, 8, 6, 3, 7, 5, 1, 4),\ (9, 5, 0, 2, 1, 6, 7, 3, 8, 4))$

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 784$

$\sigma = ((3, 4, 7, 5, 9, 8, 6, 2, 1, 0),\ (7, 6, 1, 9, 2, 8, 5, 0, 3, 4),\ (2, 8, 7, 5, 0, 1, 4, 3, 6, 9),\ (5, 3, 2, 6, 8, 1, 0, 9, 7, 4),$
$(0, 2, 4, 6, 3, 8, 5, 1, 7, 9),\ (1, 5, 3, 6, 9, 4, 0, 8, 7, 2),\ (4, 7, 2, 6, 1, 8, 3, 0, 5, 9),\ (7, 0, 6, 1, 3, 5, 2, 8, 9, 4),$
$(1, 3, 4, 7, 6, 2, 0, 8, 5, 9),\ (4, 0, 8, 1, 9, 2, 7, 5, 6, 3))$

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 861$

$\sigma = ((8, 0, 6, 2, 5, 1, 7, 4, 3, 9),\ (8, 6, 2, 5, 3, 7, 9, 0, 4, 1),\ (4, 9, 6, 5, 3, 2, 0, 1, 7, 8),\ (4, 1, 6, 7, 0, 9, 8, 3, 2, 5),$
$(9, 2, 0, 5, 3, 8, 6, 4, 1, 7),\ (7, 1, 2, 8, 0, 4, 5, 9, 6, 3),\ (0, 4, 1, 7, 2, 5, 9, 3, 6, 8),\ (8, 2, 6, 0, 4, 7, 5, 9, 3, 1),$
$(9, 2, 6, 0, 3, 7, 5, 1, 8, 4),\ (3, 4, 1, 6, 5, 2, 8, 9, 7, 0))$

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 862$

$\sigma = ((7, 4, 1, 0, 2, 9, 3, 8, 6, 5),\ (3, 4, 1, 6, 2, 8, 0, 5, 9, 7),\ (0, 8, 3, 5, 4, 6, 9, 1, 2, 7),\ (0, 8, 4, 2, 3, 1, 6, 7, 5, 9),$
$(1, 9, 2, 0, 8, 6, 3, 5, 4, 7),\ (8, 5, 0, 7, 3, 6, 1, 9, 4, 2),\ (4, 6, 2, 9, 8, 3, 5, 7, 0, 1),\ (5, 1, 3, 9, 8, 0, 4, 6, 2, 7),$
$(5, 1, 7, 3, 4, 8, 2, 0, 9, 6),\ (9, 2, 7, 8, 3, 0, 6, 4, 1, 5))$

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 915$

$\sigma = ((9, 4, 2, 8, 0, 3, 5, 1, 7, 6),\ (0, 7, 2, 6, 4, 5, 8, 1, 3, 9),\ (2, 5, 9, 1, 0, 4, 8, 3, 7, 6),\ (8, 6, 2, 5, 9, 0, 7, 4, 3, 1),$
$(6, 3, 0, 4, 1, 2, 7, 8, 9, 5),\ (2, 5, 9, 0, 6, 8, 1, 3, 4, 7),\ (0, 5, 4, 3, 2, 9, 6, 7, 1, 8),\ (1, 7, 3, 6, 0, 2, 9, 8, 5, 4),$
$(8, 0, 5, 2, 9, 1, 6, 7, 4, 3),\ (1, 0, 9, 4, 5, 8, 7, 6, 3, 2))$

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1075$

$\sigma = ((2, 1, 11, 13, 8, 10, 6, 7, 4, 12, 9, 14, 0, 5, 3),\ (2, 8, 13, 1, 10, 7, 14, 9, 3, 5, 11, 12, 6, 0, 4),$
$(9, 1, 3, 7, 14, 0, 4, 10, 13, 8, 5, 11, 6, 2, 12),\ (1, 14, 6, 2, 0, 3, 8, 12, 4, 9, 13, 11, 10, 7, 5),$
$(14, 3, 7, 6, 12, 10, 11, 2, 4, 1, 0, 13, 5, 9, 8),\ (12, 11, 7, 9, 8, 14, 6, 3, 0, 1, 13, 10, 5, 2, 4),$
$(14, 9, 7, 5, 12, 1, 11, 6, 2, 13, 0, 3, 8, 4, 10),\ (12, 5, 7, 8, 3, 6, 4, 14, 1, 9, 10, 13, 2, 11, 0),$
$(5, 12, 4, 13, 3, 1, 14, 6, 10, 9, 8, 2, 11, 0, 7),\ (12, 11, 1, 4, 6, 9, 10, 13, 14, 0, 5, 2, 3, 7, 8))$

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 951$

$\sigma = ((13, 5, 2, 12, 7, 1, 10, 11, 6, 9, 8, 4, 3, 0, 14),\ (13, 8, 7, 1, 11, 12, 10, 4, 5, 14, 2, 0, 9, 3, 6),$
$(1, 3, 2, 9, 4, 8, 14, 10, 11, 0, 12, 5, 6, 13, 7),\ (1, 3, 12, 9, 8, 11, 6, 5, 13, 14, 7, 0, 2, 4, 10),$
$(7, 1, 8, 4, 13, 5, 10, 14, 3, 0, 9, 6, 12, 11, 2),\ (12, 0, 2, 13, 6, 7, 1, 5, 3, 9, 10, 4, 8, 14, 11),$
$(5, 12, 3, 4, 9, 6, 7, 1, 8, 10, 14, 2, 13, 11, 0),\ (2, 13, 12, 7, 5, 9, 3, 4, 10, 0, 11, 8, 14, 1, 6),$
$(2, 7, 8, 14, 12, 5, 13, 3, 6, 10, 11, 4, 0, 9, 1),\ (8, 0, 1, 2, 6, 9, 13, 10, 12, 11, 3, 7, 14, 5, 4))$

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1032$

$\sigma = ((2, 8, 6, 11, 10, 4, 9, 12, 13, 7, 3, 5, 1, 14, 0),\ (14, 9, 1, 7, 11, 5, 6, 3, 13, 10, 8, 12, 2, 0, 4),$
$(13, 9, 11, 3, 10, 8, 1, 6, 7, 4, 0, 14, 12, 2, 5),\ (7, 3, 13, 2, 14, 10, 1, 9, 4, 6, 11, 0, 8, 5, 12),$
$(12, 4, 1, 13, 6, 3, 8, 9, 7, 2, 0, 5, 10, 14, 11),\ (3, 13, 2, 7, 1, 10, 5, 0, 9, 8, 12, 4, 14, 11, 6),$
$(1, 5, 13, 4, 3, 9, 14, 8, 2, 12, 7, 11, 0, 6, 10),\ (6, 9, 12, 8, 0, 14, 4, 3, 10, 13, 5, 2, 1, 7, 11),$
$(10, 14, 2, 6, 8, 7, 3, 0, 11, 13, 4, 5, 1, 9, 12),\ (4, 12, 11, 7, 2, 13, 3, 14, 6, 9, 8, 1, 10, 5, 0))$

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 958$

$\sigma = ((11, 8, 0, 5, 2, 9, 1, 14, 13, 3, 6, 10, 12, 4, 7),\ (2, 3, 12, 6, 13, 1, 9, 4, 5, 7, 11, 14, 0, 8, 10),$
$(13, 14, 6, 4, 11, 2, 12, 7, 0, 10, 8, 9, 1, 3, 5),\ (2, 11, 12, 1, 13, 9, 7, 10, 8, 14, 4, 3, 0, 5, 6),$
$(13, 8, 3, 2, 5, 0, 6, 10, 1, 7, 9, 14, 11, 12, 4),\ (13, 14, 2, 7, 8, 5, 3, 4, 10, 11, 1, 0, 9, 12, 6),$
$(6, 1, 13, 0, 12, 3, 2, 14, 9, 10, 4, 8, 11, 5, 7),\ (0, 4, 3, 7, 13, 11, 10, 8, 6, 12, 14, 5, 1, 2, 9),$
$(5, 7, 1, 13, 6, 14, 4, 0, 9, 11, 12, 3, 8, 2, 10),\ (0, 12, 8, 14, 9, 6, 5, 13, 11, 7, 1, 10, 2, 3, 4))$

LA25 (15×10)**,** $Cmax(\sigma) = 996$

$\sigma = ((3, 6, 2, 7, 9, 0, 11, 5, 1, 10, 12, 8, 14, 4, 13),\ (3, 11, 14, 2, 8, 13, 12, 0, 1, 7, 6, 4, 9, 10, 5),$
$(3, 8, 13, 1, 6, 0, 5, 12, 4, 7, 9, 14, 10, 11, 2),\ (7, 8, 1, 0, 14, 6, 10, 11, 4, 2, 5, 9, 12, 3, 13),$
$(14, 0, 8, 3, 9, 1, 10, 11, 6, 2, 7, 12, 4, 5, 13),\ (1, 11, 3, 13, 10, 9, 6, 0, 5, 7, 2, 14, 8, 4, 12),$
$(13, 10, 4, 8, 11, 9, 1, 2, 12, 6, 14, 5, 0, 3, 7),\ (9, 14, 7, 10, 3, 5, 13, 2, 12, 6, 4, 0, 1, 11, 8),$
$(10, 0, 5, 9, 14, 11, 13, 8, 6, 4, 12, 3, 7, 2, 1),\ (2, 7, 8, 3, 1, 6, 0, 13, 9, 14, 10, 12, 5, 4, 11))$

LA26 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1218$

$\sigma = ((13, 14, 6, 19, 17, 8, 1, 15, 3, 2, 5, 18, 4, 16, 7, 0, 10, 12, 11, 9),$
$(8, 16, 5, 17, 19, 11, 3, 2, 4, 0, 6, 13, 12, 9, 10, 7, 18, 15, 1, 14),$
$(4, 10, 18, 15, 2, 17, 12, 11, 0, 8, 13, 6, 9, 3, 5, 14, 16, 19, 1, 7),$
$(15, 10, 18, 1, 16, 13, 9, 6, 11, 19, 17, 4, 3, 8, 2, 12, 7, 14, 5, 0),$
$(10, 1, 2, 14, 6, 9, 16, 18, 5, 13, 12, 7, 15, 0, 17, 4, 11, 8, 19, 3),$
$(7, 2, 6, 4, 11, 1, 15, 19, 3, 13, 9, 16, 0, 17, 10, 8, 14, 5, 18, 12),$
$(4, 0, 2, 6, 9, 14, 17, 11, 1, 16, 13, 7, 18, 10, 3, 12, 8, 19, 15, 5),$
$(10, 16, 0, 17, 11, 13, 2, 7, 15, 19, 1, 3, 18, 4, 6, 12, 9, 14, 5, 8),$
$(11, 0, 8, 16, 13, 14, 7, 17, 1, 10, 4, 19, 9, 3, 6, 12, 5, 18, 15, 2),$
$(14, 10, 6, 7, 0, 1, 4, 8, 18, 19, 17, 11, 2, 5, 13, 9, 16, 3, 12, 15))$

LA27 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1260$

$\sigma = ((3, 17, 1, 14, 10, 6, 8, 2, 19, 11, 12, 7, 9, 0, 13, 4, 5, 18, 16, 15),$
$(13, 14, 7, 8, 3, 11, 16, 2, 6, 12, 9, 10, 5, 0, 1, 18, 17, 19, 15, 4),$
$(10, 3, 13, 18, 2, 14, 4, 5, 9, 19, 1, 6, 8, 15, 16, 12, 11, 17, 7, 0),$
$(0, 10, 14, 5, 18, 9, 12, 17, 7, 1, 2, 13, 6, 3, 11, 16, 19, 8, 15, 4),$
$(11, 2, 4, 0, 19, 10, 12, 5, 6, 7, 16, 14, 18, 13, 1, 8, 17, 15, 9, 3),$
$(18, 6, 10, 17, 7, 13, 15, 1, 0, 16, 2, 4, 19, 14, 8, 9, 3, 11, 12, 5),$
$(14, 1, 16, 12, 6, 19, 18, 7, 8, 5, 17, 13, 9, 3, 4, 15, 2, 0, 10, 11),$
$(1, 11, 15, 13, 10, 19, 6, 14, 9, 18, 4, 2, 5, 12, 17, 7, 16, 3, 0, 8),$
$(3, 17, 11, 14, 2, 10, 13, 15, 19, 9, 7, 12, 18, 1, 6, 5, 16, 0, 8, 4),$
$(12, 3, 19, 17, 4, 10, 8, 5, 14, 1, 6, 13, 7, 18, 2, 0, 9, 16, 11, 15))$

LA28 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1216$

$\sigma = ((10, 14, 3, 5, 16, 0, 4, 6, 15, 13, 19, 9, 7, 8, 17, 11, 18, 1, 12, 2),$
$(7, 0, 17, 8, 11, 9, 3, 14, 10, 2, 6, 15, 1, 16, 18, 5, 4, 12, 19, 13),$
$(11, 9, 19, 3, 4, 16, 15, 1, 17, 18, 5, 2, 12, 7, 14, 10, 0, 13, 6, 8),$
$(7, 15, 14, 17, 16, 3, 6, 2, 12, 1, 9, 0, 19, 18, 10, 4, 13, 8, 5, 11),$
$(3, 18, 10, 0, 15, 5, 2, 13, 8, 7, 1, 6, 12, 11, 9, 14, 16, 4, 17, 19),$
$(3, 10, 9, 19, 15, 0, 12, 7, 16, 18, 5, 8, 13, 6, 14, 4, 17, 11, 2, 1),$
$(11, 6, 4, 5, 3, 17, 15, 9, 14, 19, 18, 8, 10, 7, 16, 2, 0, 13, 12, 1),$
$(9, 15, 5, 2, 0, 12, 8, 4, 16, 3, 1, 10, 18, 17, 13, 11, 19, 14, 7, 6),$
$(10, 0, 11, 9, 12, 6, 14, 5, 16, 19, 17, 18, 2, 4, 1, 3, 8, 7, 13, 15),$
$(14, 17, 5, 10, 19, 11, 0, 4, 3, 15, 16, 13, 9, 12, 2, 1, 6, 7, 8, 18))$

LA29 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1187$

$\sigma = ((11, 1, 0, 2, 15, 3, 10, 4, 18, 6, 19, 5, 12, 17, 7, 16, 8, 9, 13, 14),$
$(6, 11, 3, 8, 9, 18, 15, 7, 10, 17, 2, 14, 13, 12, 0, 4, 5, 16, 19, 1),$
$(3, 0, 8, 15, 10, 7, 11, 1, 17, 13, 2, 14, 12, 19, 4, 9, 5, 6, 18, 16),$
$(2, 3, 13, 18, 15, 11, 17, 14, 1, 0, 16, 5, 12, 9, 6, 4, 8, 19, 7, 10),$
$(18, 9, 3, 4, 5, 13, 10, 12, 15, 11, 6, 2, 1, 7, 0, 16, 8, 19, 14, 17),$
$(13, 11, 6, 18, 8, 19, 0, 5, 10, 14, 3, 1, 2, 4, 12, 16, 15, 17, 9, 7),$
$(8, 5, 12, 3, 13, 6, 7, 17, 11, 4, 16, 14, 10, 0, 9, 1, 15, 19, 18, 2),$
$(4, 0, 9, 5, 2, 15, 18, 8, 7, 12, 3, 13, 14, 17, 19, 16, 10, 11, 1, 6),$
$(0, 5, 4, 6, 9, 8, 3, 13, 12, 15, 17, 11, 14, 10, 7, 1, 19, 18, 16, 2),$
$(16, 18, 2, 3, 10, 8, 13, 1, 15, 4, 11, 0, 14, 5, 9, 19, 12, 17, 7, 6))$

LA30 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1355$

$\sigma = ((13, 16, 9, 11, 12, 3, 8, 0, 7, 19, 1, 6, 17, 5, 4, 2, 10, 14, 15, 18),$
$(14, 0, 5, 3, 15, 11, 1, 8, 17, 13, 10, 4, 12, 19, 16, 7, 18, 9, 6, 2),$
$(7, 12, 3, 9, 14, 16, 13, 5, 17, 11, 8, 10, 6, 19, 2, 15, 18, 1, 4, 0),$
$(8, 0, 13, 7, 1, 6, 19, 14, 10, 4, 2, 9, 3, 17, 5, 15, 11, 12, 18, 16),$
$(3, 1, 8, 0, 7, 9, 10, 4, 16, 13, 14, 15, 17, 12, 11, 2, 18, 19, 6, 5),$
$(6, 14, 13, 3, 10, 4, 1, 17, 7, 15, 19, 12, 9, 8, 2, 16, 18, 0, 5, 11),$

(0, 4, 6, 13, 10, 8, 14, 3, 5, 1, 16, 12, 9, 7, 18, 15, 17, 11, 2, 19),
(0, 13, 7, 9, 19, 3, 4, 15, 11, 14, 2, 6, 10, 8, 16, 1, 17, 5, 12, 18),
(1, 0, 14, 3, 5, 13, 7, 4, 10, 16, 15, 18, 9, 6, 12, 2, 11, 19, 8, 17),
(4, 7, 12, 0, 1, 6, 13, 14, 5, 8, 10, 19, 3, 15, 11, 9, 18, 2, 16, 17))

LA31 (30×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1784$

σ = ((3, 28, 25, 10, 4, 17, 21, 9, 8, 26, 24, 20, 0, 18, 14, 22, 1, 27, 16, 11, 6, 13, 2, 7, 15, 5, 12, 19, 23, 29),
(25, 28, 7, 14, 23, 9, 1, 26, 6, 19, 13, 0, 17, 22, 24, 2, 18, 21, 16, 27, 20, 11, 10, 3, 15, 29, 8, 12, 4, 5),
(8, 14, 18, 17, 0, 2, 24, 7, 23, 1, 15, 25, 29, 21, 16, 3, 5, 26, 19, 10, 6, 11, 13, 27, 20, 9, 4, 28, 22, 12),
(16, 18, 8, 21, 24, 0, 23, 3, 13, 26, 1, 14, 17, 5, 6, 9, 2, 27, 20, 10, 25, 29, 15, 28, 11, 22, 4, 7, 12, 19),
(29, 19, 0, 25, 14, 8, 23, 28, 18, 15, 22, 21, 2, 24, 13, 20, 6, 16, 1, 3, 4, 10, 17, 26, 27, 12, 11, 5, 9, 7),
(27, 10, 15, 12, 1, 14, 21, 0, 17, 13, 3, 18, 9, 24, 11, 5, 25, 6, 16, 20, 28, 26, 2, 22, 8, 4, 29, 19, 7, 23),
(20, 19, 10, 12, 18, 21, 24, 0, 17, 25, 1, 14, 23, 13, 27, 2, 6, 16, 3, 8, 4, 11, 26, 22, 29, 28, 7, 9, 15, 5),
(0, 17, 10, 7, 28, 12, 1, 3, 18, 14, 15, 24, 6, 25, 21, 11, 13, 20, 26, 2, 27, 9, 16, 8, 22, 19, 29, 5, 4, 23),
(17, 29, 1, 3, 14, 0, 23, 21, 18, 6, 11, 22, 25, 24, 2, 20, 13, 4, 26, 27, 9, 16, 8, 7, 28, 15, 10, 12, 19, 5),
(15, 23, 12, 0, 4, 21, 8, 13, 17, 14, 24, 25, 11, 18, 1, 9, 26, 16, 10, 6, 27, 2, 20, 28, 3, 29, 22, 7, 19, 5))

LA32 (30×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1850$

σ = ((26, 9, 23, 14, 20, 4, 2, 3, 8, 29, 13, 10, 16, 17, 24, 25, 18, 15, 21, 7, 11, 6, 1, 0, 27, 5, 28, 19, 22, 12),
(7, 17, 27, 18, 10, 6, 0, 2, 21, 12, 20, 16, 8, 29, 11, 1, 24, 14, 23, 25, 4, 13, 9, 5, 26, 19, 3, 28, 22, 15),
(29, 14, 2, 9, 26, 21, 5, 11, 3, 1, 8, 12, 23, 25, 13, 28, 17, 10, 20, 19, 16, 7, 24, 27, 0, 4, 22, 15, 6, 18),
(8, 26, 6, 25, 9, 12, 17, 2, 7, 16, 11, 14, 23, 29, 3, 10, 24, 20, 27, 5, 13, 21, 22, 28, 18, 0, 4, 19, 1, 15),
(3, 23, 6, 13, 12, 20, 10, 25, 4, 18, 2, 7, 17, 28, 16, 11, 1, 21, 8, 9, 0, 15, 14, 29, 24, 22, 5, 26, 27, 19),
(29, 2, 9, 20, 6, 13, 23, 17, 3, 25, 10, 26, 8, 18, 16, 14, 28, 1, 21, 5, 22, 24, 19, 11, 7, 12, 0, 27, 4, 15),
(14, 3, 21, 16, 0, 4, 9, 6, 2, 29, 7, 18, 25, 13, 20, 23, 5, 15, 28, 24, 27, 12, 17, 8, 19, 26, 10, 11, 1, 22),
(1, 25, 12, 3, 14, 26, 7, 18, 10, 23, 6, 15, 20, 29, 11, 19, 21, 2, 22, 9, 28, 8, 13, 27, 16, 24, 17, 5, 4, 0),
(22, 8, 20, 10, 16, 29, 26, 21, 14, 9, 2, 6, 12, 23, 7, 24, 18, 11, 1, 28, 19, 15, 27, 0, 5, 17, 4, 3, 13, 25),
(27, 24, 29, 23, 14, 20, 9, 21, 1, 10, 7, 15, 16, 12, 6, 25, 11, 8, 26, 2, 18, 13, 4, 3, 5, 17, 22, 0, 19, 28))

LA33 (30×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1725$

σ = ((1, 14, 9, 22, 20, 10, 2, 12, 16, 0, 25, 4, 15, 11, 29, 26, 27, 23, 8, 5, 19, 24, 3, 21, 6, 7, 18, 17, 13, 28),
(26, 12, 19, 21, 23, 1, 17, 25, 10, 11, 9, 4, 2, 20, 0, 29, 22, 16, 24, 28, 15, 8, 13, 18, 7, 3, 5, 14, 27, 6),
(18, 16, 9, 0, 25, 4, 2, 20, 23, 17, 29, 5, 12, 15, 22, 3, 26, 7, 11, 1, 13, 28, 19, 10, 27, 21, 24, 8, 14, 6),
(4, 10, 22, 16, 3, 11, 2, 9, 15, 20, 12, 6, 1, 7, 8, 27, 25, 19, 23, 5, 26, 24, 13, 29, 17, 14, 18, 0, 21, 28),
(22, 8, 2, 17, 12, 26, 16, 9, 0, 3, 19, 11, 29, 15, 21, 4, 28, 14, 10, 1, 25, 20, 23, 6, 24, 5, 27, 13, 7, 18),
(9, 10, 3, 28, 13, 4, 1, 26, 8, 11, 25, 2, 0, 12, 24, 22, 17, 15, 16, 27, 18, 14, 23, 20, 6, 29, 7, 19, 5, 21),
(2, 24, 23, 10, 12, 22, 3, 9, 29, 4, 20, 25, 6, 15, 17, 11, 26, 16, 7, 14, 0, 1, 13, 21, 18, 19, 28, 8, 27, 5),
(14, 25, 23, 26, 9, 17, 2, 18, 28, 16, 4, 12, 15, 24, 5, 20, 29, 22, 10, 19, 21, 8, 11, 27, 3, 6, 0, 7, 1, 13),
(21, 26, 19, 2, 11, 9, 15, 4, 20, 22, 16, 29, 10, 3, 17, 12, 13, 23, 0, 28, 25, 7, 27, 1, 8, 14, 5, 24, 6, 18),
(24, 19, 6, 22, 12, 27, 23, 15, 14, 26, 28, 25, 0, 9, 29, 8, 4, 2, 16, 10, 3, 11, 20, 18, 1, 13, 21, 17, 5, 7))

LA34 (30×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1721$

σ = ((15, 6, 8, 11, 14, 20, 12, 28, 22, 1, 10, 29, 9, 0, 4, 2, 13, 25, 26, 5, 21, 27, 7, 19, 23, 17, 16, 3, 24, 18),
(24, 17, 21, 2, 19, 13, 14, 20, 11, 0, 29, 8, 22, 4, 9, 12, 16, 27, 3, 1, 6, 18, 10, 28, 26, 25, 15, 7, 5, 23),
(8, 0, 20, 25, 2, 1, 27, 29, 18, 15, 28, 22, 11, 21, 7, 3, 14, 4, 26, 6, 19, 16, 10, 24, 9, 17, 5, 23, 13, 12),
(27, 29, 16, 9, 15, 4, 1, 11, 2, 8, 14, 6, 5, 3, 10, 22, 21, 19, 23, 7, 17, 0, 13, 24, 28, 20, 26, 18, 12, 25),
(1, 22, 4, 24, 11, 27, 10, 21, 25, 6, 9, 16, 5, 18, 15, 2, 14, 8, 29, 12, 3, 20, 19, 23, 26, 0, 13, 7, 28, 17),
(25, 1, 15, 8, 21, 13, 11, 0, 14, 29, 27, 6, 4, 2, 16, 20, 5, 12, 7, 22, 18, 10, 23, 19, 28, 3, 9, 17, 26, 24),
(2, 13, 22, 4, 29, 16, 10, 21, 25, 6, 1, 0, 9, 27, 5, 20, 12, 26, 11, 8, 3, 24, 18, 17, 15, 14, 19, 23, 7, 28),
(23, 9, 1, 24, 0, 13, 18, 22, 12, 14, 20, 7, 4, 16, 8, 29, 11, 25, 26, 21, 19, 27, 2, 6, 3, 17, 28, 10, 15, 5),
(18, 11, 27, 6, 8, 21, 25, 1, 20, 12, 13, 15, 10, 22, 16, 28, 9, 5, 2, 23, 26, 7, 0, 29, 4, 14, 3, 17, 19, 24),
(25, 16, 15, 9, 27, 11, 4, 6, 12, 0, 29, 13, 2, 1, 5, 22, 21, 14, 18, 8, 26, 19, 10, 3, 7, 23, 24, 17, 20, 28))

LA35 (30×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1888$

σ = ((13, 14, 19, 17, 26, 25, 28, 4, 0, 11, 21, 3, 22, 5, 27, 9, 15, 29, 18, 7, 20, 10, 12, 24, 1, 2, 8, 16, 23, 6),
(19, 17, 3, 12, 13, 16, 15, 26, 2, 27, 9, 4, 23, 5, 11, 14, 28, 7, 20, 22, 18, 25, 6, 21, 24, 8, 29, 1, 0, 10),
(14, 21, 24, 25, 7, 8, 26, 22, 0, 29, 9, 11, 3, 17, 2, 20, 27, 19, 13, 5, 15, 28, 12, 4, 1, 18, 6, 10, 23, 16),
(1, 24, 29, 2, 22, 13, 11, 4, 28, 7, 0, 27, 20, 8, 14, 17, 23, 5, 3, 9, 21, 10, 25, 18, 19, 15, 6, 26, 16, 12),
(2, 16, 22, 11, 7, 21, 4, 17, 19, 13, 9, 14, 20, 15, 8, 5, 3, 28, 23, 27, 12, 25, 10, 18, 29, 6, 26, 1, 0, 24),
(24, 26, 27, 3, 21, 19, 14, 25, 15, 9, 4, 17, 28, 2, 13, 7, 5, 8, 23, 22, 20, 18, 11, 6, 10, 12, 29, 0, 16, 1),
(27, 13, 19, 12, 22, 9, 14, 2, 7, 20, 8, 3, 15, 5, 21, 4, 17, 18, 11, 25, 10, 26, 1, 29, 23, 0, 16, 24, 28, 6),
(25, 8, 16, 17, 20, 7, 12, 5, 19, 0, 22, 27, 14, 11, 13, 28, 21, 2, 6, 4, 3, 15, 26, 9, 18, 10, 29, 24, 1, 23),

(10, 23, 27, 2, 16, 8, 17, 7, 11, 13, 9, 20, 19, 15, 22, 14, 21, 4, 3, 12, 5, 18, 6, 25, 26, 29, 1, 0, 24, 28),
(12, 9, 8, 26, 25, 2, 20, 28, 29, 22, 17, 7, 4, 0, 3, 14, 13, 21, 23, 15, 27, 10, 19, 11, 18, 5, 24, 1, 6, 16))

LA36 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1291$

σ = ((5, 3, 6, 10, 9, 14, 4, 2, 0, 1, 7, 8, 11, 13, 12), (11, 8, 1, 7, 0, 6, 10, 14, 5, 4, 12, 13, 3, 2, 9),
(5, 11, 2, 7, 4, 0, 8, 12, 14, 13, 9, 3, 6, 10, 1), (12, 10, 0, 7, 11, 6, 8, 5, 9, 1, 2, 13, 14, 4, 3),
(7, 0, 6, 9, 1, 10, 4, 2, 11, 5, 3, 13, 12, 8, 14), (3, 9, 8, 12, 2, 13, 11, 6, 10, 0, 1, 7, 4, 14, 5),
(8, 0, 6, 9, 3, 11, 14, 4, 2, 5, 1, 7, 12, 13, 10), (10, 12, 13, 6, 9, 7, 2, 1, 14, 11, 8, 0, 4, 3, 5),
(6, 9, 8, 14, 4, 1, 7, 0, 3, 11, 10, 5, 2, 12, 13), (14, 2, 13, 3, 7, 9, 0, 11, 4, 10, 5, 1, 12, 8, 6),
(14, 4, 8, 6, 0, 13, 10, 11, 9, 2, 12, 7, 1, 3, 5), (9, 1, 14, 7, 12, 6, 4, 8, 13, 3, 11, 5, 2, 0, 10),
(6, 12, 10, 2, 7, 14, 5, 1, 3, 9, 0, 11, 8, 13, 4), (7, 12, 8, 6, 5, 2, 3, 10, 9, 14, 4, 11, 13, 1, 0),
(14, 13, 0, 10, 1, 4, 9, 5, 8, 7, 6, 12, 3, 11, 2))

LA37 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1425$

σ = ((3, 5, 2, 1, 8, 14, 4, 10, 9, 12, 6, 11, 13, 7, 0), (1, 9, 11, 12, 13, 10, 7, 4, 3, 8, 14, 2, 0, 5, 6),
(12, 6, 3, 1, 8, 0, 5, 11, 14, 7, 10, 2, 13, 4, 9), (3, 1, 9, 14, 5, 4, 12, 0, 13, 10, 7, 6, 11, 8, 2),
(6, 3, 10, 14, 5, 7, 11, 4, 9, 8, 12, 1, 2, 0, 13), (0, 7, 12, 5, 8, 6, 11, 10, 13, 9, 1, 4, 14, 2, 3),
(7, 2, 0, 5, 13, 4, 8, 11, 3, 1, 14, 12, 9, 10, 6), (12, 5, 1, 3, 7, 10, 4, 9, 8, 6, 14, 11, 0, 13, 2),
(2, 4, 3, 11, 14, 1, 12, 5, 13, 6, 9, 7, 8, 0, 10), (4, 6, 12, 7, 8, 14, 0, 1, 9, 3, 2, 13, 11, 10, 5),
(3, 7, 11, 14, 12, 2, 6, 9, 5, 8, 13, 0, 4, 10, 1), (9, 5, 7, 8, 13, 0, 14, 3, 10, 11, 2, 4, 12, 1, 6),
(3, 11, 10, 13, 8, 12, 6, 2, 5, 0, 7, 9, 14, 1, 4), (14, 9, 5, 3, 7, 12, 6, 11, 8, 4, 13, 10, 2, 1, 0),
(7, 1, 12, 6, 9, 0, 11, 3, 5, 8, 4, 13, 14, 10, 2))

LA38 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1215$

σ = ((4, 0, 1, 6, 9, 3, 14, 7, 13, 10, 12, 2, 8, 11, 5), (0, 9, 13, 3, 1, 12, 11, 14, 6, 10, 5, 7, 4, 2, 8),
(4, 8, 12, 11, 13, 14, 9, 6, 3, 7, 5, 1, 10, 0, 2), (14, 13, 2, 12, 6, 4, 11, 5, 7, 0, 3, 10, 1, 8, 9),
(13, 3, 2, 9, 1, 5, 7, 10, 12, 11, 0, 4, 6, 14, 8), (14, 11, 13, 9, 7, 8, 6, 5, 3, 4, 12, 1, 10, 0, 2),
(9, 5, 0, 14, 2, 12, 11, 7, 8, 3, 10, 1, 6, 13, 4), (6, 14, 7, 2, 3, 9, 11, 4, 13, 8, 5, 10, 1, 0, 12),
(8, 12, 13, 3, 9, 1, 2, 6, 7, 0, 11, 14, 4, 5, 10), (12, 8, 4, 14, 3, 6, 10, 5, 1, 11, 9, 7, 2, 13, 0),
(13, 10, 6, 4, 14, 9, 8, 5, 7, 2, 0, 1, 11, 12, 3), (5, 14, 3, 13, 9, 6, 8, 7, 4, 2, 10, 11, 0, 1, 12),
(0, 8, 2, 6, 1, 3, 9, 10, 7, 11, 13, 14, 4, 12, 5), (8, 6, 11, 4, 13, 2, 3, 7, 14, 12, 9, 0, 5, 10, 1),
(6, 3, 12, 1, 11, 14, 7, 9, 0, 2, 5, 4, 10, 13, 8))

LA39 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1259$

σ = ((2, 3, 12, 13, 8, 6, 11, 14, 9, 10, 1, 4, 0, 7, 5), (8, 10, 4, 5, 14, 9, 2, 11, 7, 6, 0, 13, 3, 12, 1),
(9, 8, 3, 5, 13, 6, 0, 11, 4, 7, 10, 12, 1, 14, 2), (10, 13, 2, 8, 14, 4, 0, 3, 1, 7, 5, 6, 9, 12, 11),
(8, 13, 5, 0, 12, 9, 3, 7, 10, 1, 6, 11, 2, 4, 14), (3, 9, 5, 2, 11, 12, 10, 1, 8, 6, 7, 13, 14, 4, 0),
(3, 10, 1, 7, 0, 6, 8, 9, 4, 2, 11, 5, 14, 12, 13), (12, 7, 0, 2, 14, 3, 9, 5, 6, 10, 13, 1, 11, 4, 8),
(10, 7, 8, 2, 5, 6, 13, 1, 4, 0, 12, 11, 14, 3, 9), (4, 6, 1, 9, 5, 7, 12, 11, 10, 8, 13, 3, 14, 0, 2),
(6, 0, 2, 7, 11, 9, 1, 13, 12, 14, 3, 8, 4, 10, 5), (5, 3, 6, 11, 7, 1, 0, 4, 2, 10, 8, 12, 13, 14, 9),
(4, 5, 3, 6, 11, 10, 13, 0, 12, 8, 14, 7, 1, 9, 2), (5, 6, 10, 9, 4, 3, 0, 12, 1, 2, 8, 7, 13, 14, 11),
(11, 0, 4, 7, 3, 6, 8, 10, 14, 2, 12, 9, 5, 1, 13))

LA40 (15×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1243$

σ = ((12, 10, 9, 1, 4, 7, 13, 5, 6, 3, 14, 0, 2, 11, 8), (3, 14, 5, 2, 1, 8, 11, 13, 12, 4, 9, 0, 7, 6, 10),
(10, 7, 5, 0, 1, 6, 3, 4, 2, 14, 13, 8, 9, 11, 12), (8, 7, 2, 12, 11, 10, 6, 14, 13, 0, 3, 1, 4, 5, 9),
(7, 3, 11, 0, 4, 10, 5, 13, 14, 9, 1, 8, 6, 12, 2), (4, 7, 5, 9, 2, 3, 10, 8, 0, 13, 14, 12, 6, 11, 1),
(3, 8, 10, 14, 2, 6, 12, 5, 11, 0, 9, 13, 7, 4, 1), (7, 3, 6, 9, 14, 2, 5, 8, 4, 0, 13, 11, 10, 12, 1),
(8, 7, 2, 14, 4, 13, 0, 11, 6, 3, 1, 10, 9, 12, 5), (6, 0, 8, 4, 11, 3, 10, 1, 5, 13, 14, 12, 7, 9, 2),
(11, 0, 14, 13, 3, 9, 2, 5, 7, 12, 6, 8, 4, 1, 10), (1, 7, 2, 3, 4, 14, 12, 8, 5, 11, 0, 9, 10, 6, 13),
(4, 2, 13, 7, 0, 14, 10, 11, 9, 6, 8, 3, 1, 5, 12), (12, 5, 13, 4, 6, 14, 11, 8, 7, 3, 9, 10, 0, 1, 2),
(2, 11, 3, 8, 7, 4, 6, 5, 0, 12, 10, 1, 14, 13, 9))

SWV06 (20×15)**,** $Cmax(\sigma) = 1811$

σ = ((13, 11, 10, 18, 4, 3, 8, 5, 15, 0, 7, 19, 14, 1, 12, 17, 9, 16, 2, 6),
(0, 2, 8, 13, 5, 15, 11, 4, 16, 3, 14, 1, 18, 7, 12, 19, 9, 10, 6, 17),
(5, 3, 17, 10, 0, 1, 13, 15, 4, 7, 11, 14, 9, 19, 18, 12, 6, 8, 16, 2),
(3, 4, 19, 13, 5, 18, 11, 0, 8, 15, 12, 7, 10, 2, 17, 14, 16, 1, 6, 9),
(5, 7, 15, 16, 11, 0, 13, 14, 17, 3, 4, 8, 9, 18, 10, 2, 12, 19, 1, 6),
(15, 7, 3, 13, 0, 4, 5, 11, 18, 8, 14, 10, 12, 19, 2, 9, 16, 6, 1, 17),
(8, 11, 13, 14, 0, 18, 3, 15, 7, 9, 5, 4, 2, 6, 10, 12, 19, 16, 1, 17),
(5, 13, 0, 15, 11, 7, 14, 19, 16, 8, 1, 12, 9, 10, 6, 4, 17, 3, 2, 18),
(0, 3, 11, 18, 15, 10, 12, 7, 6, 9, 16, 14, 4, 8, 19, 13, 17, 5, 1, 2),

(5, 11, 15, 13, 7, 0, 14, 4, 19, 12, 3, 1, 2, 10, 8, 9, 16, 6, 18, 17),
(13, 0, 15, 7, 4, 5, 3, 11, 18, 12, 9, 16, 2, 10, 6, 17, 8, 1, 14, 19),
(5, 4, 15, 3, 13, 0, 18, 10, 11, 19, 2, 9, 12, 1, 16, 6, 14, 7, 17, 8),
(13, 3, 15, 0, 5, 11, 4, 14, 19, 2, 18, 12, 6, 7, 16, 9, 1, 17, 8, 10),
(15, 13, 5, 0, 14, 3, 7, 11, 18, 12, 19, 10, 1, 2, 16, 4, 8, 17, 9, 6),
(3, 13, 11, 4, 5, 0, 18, 12, 8, 15, 2, 10, 7, 1, 6, 14, 9, 19, 16, 17))

YN1 (20×20), $Cmax(\sigma) = 918$

σ = ((17, 8, 19, 14, 2, 11, 0, 5, 15, 9, 18, 1, 12, 10, 16, 4, 6, 7, 3, 13),
(18, 12, 4, 11, 16, 7, 19, 17, 2, 15, 6, 9, 1, 13, 0, 10, 8, 5, 3, 14),
(0, 5, 12, 11, 19, 1, 6, 7, 15, 8, 9, 3, 4, 10, 13, 18, 2, 14, 17, 16),
(2, 5, 14, 3, 6, 13, 10, 0, 19, 8, 1, 16, 11, 18, 15, 9, 17, 12, 4, 7),
(2, 3, 0, 10, 17, 9, 6, 18, 5, 4, 1, 16, 11, 15, 14, 7, 8, 12, 13, 19),
(11, 6, 4, 1, 15, 7, 14, 16, 18, 8, 5, 17, 12, 3, 2, 9, 13, 0, 19, 10),
(1, 9, 7, 3, 10, 5, 12, 11, 16, 13, 8, 2, 18, 6, 0, 14, 15, 17, 4, 19),
(8, 9, 5, 4, 17, 0, 15, 7, 10, 11, 16, 13, 3, 2, 12, 14, 1, 6, 19, 18),
(1, 8, 2, 16, 5, 19, 11, 4, 0, 14, 15, 13, 7, 10, 18, 6, 12, 3, 17, 9),
(6, 7, 18, 4, 17, 9, 8, 12, 14, 15, 11, 5, 2, 13, 3, 19, 16, 0, 1, 10),
(18, 19, 13, 3, 1, 8, 15, 9, 6, 16, 2, 14, 0, 7, 17, 4, 10, 5, 12, 11),
(14, 0, 15, 9, 1, 4, 16, 6, 5, 19, 13, 12, 2, 10, 17, 18, 8, 7, 11, 3),
(8, 10, 5, 0, 6, 16, 4, 3, 7, 19, 12, 18, 1, 9, 13, 2, 15, 14, 17, 11),
(5, 19, 17, 10, 8, 0, 11, 12, 1, 13, 2, 7, 15, 14, 18, 4, 9, 3, 6, 16),
(12, 19, 16, 1, 5, 13, 17, 2, 4, 14, 9, 0, 8, 11, 15, 6, 3, 7, 18, 10),
(9, 10, 12, 11, 13, 14, 0, 15, 3, 4, 8, 1, 17, 16, 2, 7, 6, 19, 5, 18),
(9, 13, 14, 6, 10, 4, 19, 5, 7, 18, 1, 17, 2, 16, 15, 12, 8, 3, 0, 11),
(0, 10, 2, 13, 9, 14, 8, 17, 6, 7, 19, 16, 5, 1, 4, 18, 11, 12, 3, 15),
(17, 10, 6, 9, 11, 3, 8, 13, 1, 0, 18, 2, 7, 16, 19, 4, 14, 15, 5, 12),
(4, 14, 9, 10, 5, 1, 12, 18, 11, 3, 15, 7, 0, 19, 13, 2, 8, 16, 6, 17))

ข.3.3 MRW/SPT

ผลเฉลยมีดังนี้

LA01 (10×5), $Cmax(\sigma) = 666$

$\sigma = ((1,0,4,3,7,5,6,8,9,2),\ (0,5,3,6,8,7,2,9,4,1),\ (7,5,9,6,4,3,2,1,8,0),\ (6,8,1,9,2,4,7,5,3,0),$
$(9,6,5,3,2,8,1,0,4,7))$

LA02 (10×5), $Cmax(\sigma) = 667$

$\sigma = ((0,4,7,1,5,2,8,3,6,9),\ (7,5,9,6,1,2,3,0,8,4),\ (3,9,1,7,2,8,4,5,0,6),\ (0,4,9,6,1,7,2,5,3,8),$
$(4,9,1,6,8,2,5,3,0,7))$

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 597$

$\sigma = ((3,1,6,5,8,4,0,7,2,9),\ (0,1,7,9,3,5,4,6,8,2),\ (1,2,6,0,3,8,5,7,4,9),\ (6,2,8,3,1,4,5,0,7,9),$
$(3,7,9,5,8,4,6,1,2,0))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 598$

$\sigma = ((0,2,8,5,7,1,4,6,3,9),\ (2,1,4,7,8,9,6,5,3,0),\ (8,9,5,1,6,0,3,2,4,7),\ (1,5,4,2,9,7,8,0,3,6),$
$(8,1,9,2,4,5,7,3,0,6))$

LA05 (10×5), $Cmax(\sigma) = 593$

$\sigma = ((6,5,0,3,1,2,9,8,4,7),\ (0,2,5,8,6,7,4,3,1,9),\ (8,9,7,2,4,1,0,5,3,6),\ (5,1,8,2,9,6,3,7,4,0),$
$(1,7,4,5,0,3,6,2,9,8))$

LA06 (15×5), $Cmax(\sigma) = 926$

$\sigma = ((6,2,7,9,11,14,13,5,3,8,0,10,1,4,12),\ (0,5,3,7,4,2,13,6,14,11,12,1,9,8,10),$
$(5,2,0,10,4,8,7,11,13,14,6,1,12,3,9),\ (3,4,6,12,1,2,8,9,11,13,5,14,7,0,10),$
$(10,4,13,12,0,1,9,11,8,3,6,14,7,2,5))$

LA07 (15×5), $Cmax(\sigma) = 890$

$\sigma = ((0,9,3,2,1,13,11,8,12,10,6,14,5,4,7),\ (5,12,4,3,9,6,1,14,0,8,2,10,11,13,7),$
$(7,5,6,11,2,9,8,13,12,3,10,14,1,0,4),\ (2,4,7,11,9,3,13,1,0,8,12,6,10,14,5),$
$(12,9,13,8,14,3,0,1,10,7,11,2,6,5,4))$

LA08 (15×5), $Cmax(\sigma) = 863$

$\sigma = ((11,10,12,6,13,1,7,14,8,3,2,0,9,4,5),\ (2,1,13,10,6,7,4,5,3,14,8,9,11,0,12),$
$(1,4,9,14,7,3,11,5,0,8,6,2,13,10,12),\ (13,2,6,7,0,8,1,5,4,9,14,11,12,10,3),$
$(9,6,5,11,10,4,13,3,1,8,7,2,0,12,14))$

LA09 (15×5), $Cmax(\sigma) = 951$

$\sigma = ((3,14,11,4,5,12,13,8,10,6,1,0,2,7,9),\ (11,0,3,7,13,14,5,8,6,1,2,9,12,4,10),$
$(9,6,7,8,10,13,4,3,14,5,1,0,2,11,12),\ (6,1,12,10,13,5,11,2,9,0,7,4,3,8,14),$
$(12,10,2,4,8,9,6,14,11,1,7,5,0,13,3))$

LA10 (15×5), $Cmax(\sigma) = 958$

$\sigma = ((8,4,10,2,3,11,1,9,14,13,0,6,12,5,7),\ (1,0,3,4,13,2,6,12,8,11,7,5,9,10,14),$
$(4,11,7,3,12,9,13,10,14,0,2,5,6,1,8),\ (12,5,3,8,7,14,10,4,9,1,0,13,2,6,11),$
$(5,10,8,3,9,1,13,6,12,2,14,0,11,4,7))$

LA11 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1222$

$\sigma = ((2,1,6,15,9,0,8,4,18,10,17,13,14,3,5,11,16,12,7,19),$
$(15,0,2,16,8,13,9,19,12,17,4,7,6,10,1,18,3,11,14,5),$
$(0,13,3,2,19,11,5,9,6,8,12,17,18,7,4,14,1,10,15,16),$
$(1,3,16,0,19,15,4,7,8,10,17,14,6,9,5,2,11,12,13,18),$
$(14,11,8,16,19,5,6,18,15,4,7,13,3,12,10,9,1,2,0,17))$

LA12 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1039$

$\sigma = ((8,9,10,0,18,15,16,13,7,14,12,6,1,5,4,17,2,3,11,19),$
$(0,14,11,3,5,4,16,8,6,12,2,17,1,18,19,7,9,10,13,15),$
$(18,19,13,9,15,16,8,4,10,7,5,0,2,11,3,1,6,12,14,17),$
$(7,15,4,9,11,3,19,2,1,14,10,13,5,12,17,6,16,0,8,18),$
$(2,7,9,18,13,19,11,0,3,15,1,8,14,10,12,6,5,4,17,16))$

LA13 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1150$

$\sigma = ((10,19,8,0,13,3,17,1,16,9,4,2,18,15,5,7,6,12,14,11),$
$(16,1,2,12,8,18,7,0,4,5,19,10,3,13,6,14,17,11,9,15),$
$(14,12,3,13,4,15,8,18,7,11,1,19,5,9,2,6,10,0,16,17),$
$(2,7,0,18,15,17,4,3,11,10,14,16,5,6,12,1,9,8,13,19),$

$(7, 17, 14, 15, 13, 0, 11, 16, 9, 19, 12, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 18))$

LA14 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1292$

$\sigma = ((5, 3, 6, 13, 17, 16, 1, 9, 19, 4, 10, 0, 15, 11, 8, 12, 18, 2, 7, 14),$
$(18, 1, 14, 12, 16, 8, 19, 15, 11, 2, 10, 6, 7, 17, 3, 0, 4, 5, 9, 13),$
$(6, 4, 14, 2, 7, 17, 13, 9, 8, 10, 19, 0, 1, 15, 5, 11, 16, 12, 3, 18),$
$(0, 9, 19, 7, 13, 11, 12, 2, 3, 4, 14, 15, 5, 1, 16, 8, 10, 18, 17, 6),$
$(13, 15, 4, 14, 17, 1, 10, 0, 9, 8, 5, 16, 2, 18, 3, 12, 7, 6, 11, 19))$

LA15 (20×5), $Cmax(\sigma) = 1207$

$\sigma = ((0, 12, 18, 13, 10, 11, 9, 7, 14, 4, 5, 1, 8, 17, 16, 15, 3, 19, 2, 6),$
$(16, 9, 2, 19, 10, 15, 14, 12, 4, 18, 5, 7, 11, 13, 0, 6, 1, 8, 3, 17),$
$(3, 11, 1, 16, 12, 19, 10, 13, 2, 4, 9, 7, 0, 18, 15, 14, 17, 5, 8, 6),$
$(17, 1, 13, 6, 11, 2, 9, 12, 4, 14, 18, 5, 8, 7, 10, 0, 3, 15, 16, 19),$
$(8, 16, 6, 2, 3, 19, 9, 10, 14, 5, 1, 7, 15, 4, 11, 12, 17, 13, 0, 18))$

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 957$

$\sigma = ((7, 6, 4, 5, 1, 0, 9, 3, 2, 8),\ (0, 7, 3, 2, 6, 5, 1, 4, 8, 9),\ (5, 2, 1, 6, 4, 9, 3, 0, 8, 7),\ (2, 5, 6, 3, 7, 9, 0, 8, 4, 1),$
$(1, 8, 5, 2, 7, 9, 0, 4, 6, 3),\ (5, 1, 4, 6, 8, 0, 7, 3, 9, 2),\ (0, 5, 4, 7, 6, 2, 3, 9, 8, 1),\ (0, 2, 3, 1, 4, 9, 8, 5, 6, 7),$
$(9, 2, 0, 5, 6, 3, 8, 7, 1, 4),\ (9, 5, 0, 1, 2, 6, 3, 7, 4, 8))$

LA17 (10×10), $Cmax(\sigma) = 787$

$\sigma = ((3, 4, 7, 5, 9, 8, 2, 1, 6, 0),\ (7, 6, 1, 9, 2, 5, 8, 3, 0, 4),\ (2, 8, 7, 5, 0, 3, 1, 4, 9, 6),\ (5, 3, 2, 8, 6, 1, 0, 9, 7, 4),$
$(0, 2, 4, 8, 3, 5, 6, 1, 7, 9),\ (1, 5, 3, 9, 4, 6, 0, 8, 7, 2),\ (4, 7, 2, 1, 8, 3, 6, 0, 5, 9),\ (0, 7, 6, 1, 3, 5, 2, 8, 9, 4),$
$(1, 3, 4, 7, 6, 2, 0, 5, 8, 9),\ (4, 0, 8, 1, 9, 2, 7, 5, 3, 6))$

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 857$

$\sigma = ((8, 0, 6, 2, 5, 1, 7, 4, 3, 9),\ (8, 6, 2, 5, 3, 7, 9, 0, 1, 4),\ (4, 9, 6, 5, 3, 1, 2, 7, 0, 8),\ (4, 6, 1, 7, 0, 9, 8, 3, 2, 5),$
$(9, 2, 0, 5, 3, 8, 6, 1, 4, 7),\ (7, 1, 8, 2, 6, 0, 4, 5, 9, 3),\ (0, 4, 1, 7, 2, 5, 6, 9, 3, 8),\ (8, 2, 6, 0, 4, 7, 5, 9, 1, 3),$
$(9, 2, 6, 0, 1, 3, 7, 5, 8, 4),\ (3, 1, 4, 6, 5, 8, 2, 7, 9, 0))$

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 855$

$\sigma = ((7, 1, 0, 2, 4, 9, 3, 8, 6, 5),\ (3, 1, 6, 4, 2, 8, 0, 5, 9, 7),\ (0, 3, 8, 6, 5, 2, 4, 9, 1, 7),\ (0, 2, 8, 4, 3, 6, 1, 7, 5, 9),$
$(1, 9, 2, 0, 6, 3, 8, 5, 4, 7),\ (8, 0, 7, 3, 5, 6, 2, 1, 9, 4),\ (6, 4, 2, 8, 9, 3, 5, 7, 0, 1),\ (1, 3, 5, 0, 8, 9, 6, 2, 4, 7),$
$(1, 3, 7, 5, 2, 8, 0, 4, 6, 9),\ (9, 2, 7, 8, 3, 0, 6, 4, 1, 5))$

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 915$

$\sigma = ((9, 4, 8, 3, 2, 0, 5, 1, 7, 6),\ (7, 0, 6, 4, 5, 8, 1, 2, 3, 9),\ (5, 2, 9, 1, 8, 0, 4, 3, 7, 6),\ (8, 5, 6, 9, 7, 0, 2, 4, 3, 1),$
$(6, 3, 4, 0, 1, 7, 8, 9, 2, 5),\ (2, 5, 9, 6, 8, 0, 1, 3, 4, 7),\ (5, 0, 4, 3, 9, 6, 7, 2, 8, 1),\ (1, 7, 3, 6, 9, 8, 0, 4, 2, 5),$
$(8, 0, 5, 9, 1, 6, 4, 7, 2, 3),\ (1, 9, 0, 4, 8, 7, 6, 3, 5, 2))$

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1066$

$\sigma = ((2, 10, 11, 1, 8, 13, 6, 7, 5, 4, 0, 12, 9, 14, 3),\ (2, 8, 10, 13, 1, 7, 5, 11, 9, 3, 14, 12, 6, 0, 4),$
$(9, 1, 10, 7, 0, 3, 14, 5, 13, 11, 4, 8, 2, 6, 12),\ (1, 14, 2, 0, 6, 8, 11, 3, 10, 9, 4, 13, 12, 7, 5),$
$(14, 7, 10, 3, 6, 11, 2, 12, 5, 0, 4, 1, 13, 9, 8),\ (11, 7, 12, 8, 9, 14, 6, 10, 3, 5, 0, 1, 2, 13, 4),$
$(5, 14, 7, 11, 9, 2, 1, 6, 0, 12, 3, 13, 8, 4, 10),\ (5, 12, 7, 3, 10, 8, 6, 11, 1, 4, 2, 14, 9, 13, 0),$
$(5, 4, 13, 10, 12, 3, 1, 14, 6, 11, 2, 9, 8, 0, 7),\ (11, 10, 12, 5, 1, 6, 4, 9, 0, 2, 13, 14, 3, 7, 8))$

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 962$

$\sigma = ((13, 5, 7, 12, 2, 10, 11, 1, 9, 8, 6, 4, 3, 0, 14),\ (13, 7, 8, 10, 1, 12, 11, 4, 5, 14, 0, 2, 9, 3, 6),$
$(1, 3, 9, 2, 4, 10, 8, 11, 14, 0, 12, 7, 6, 5, 13),\ (1, 3, 12, 9, 6, 5, 8, 11, 13, 7, 14, 0, 2, 10, 4),$
$(7, 1, 4, 8, 5, 10, 3, 13, 14, 0, 9, 11, 6, 12, 2),\ (12, 0, 6, 7, 2, 5, 13, 3, 1, 9, 10, 11, 4, 14, 8),$
$(5, 12, 3, 4, 6, 7, 9, 8, 10, 1, 14, 2, 11, 13, 0),\ (13, 2, 7, 5, 12, 3, 9, 11, 10, 0, 4, 14, 8, 1, 6),$
$(2, 7, 8, 5, 14, 12, 3, 10, 11, 6, 13, 4, 0, 9, 1),\ (8, 0, 6, 1, 2, 9, 10, 11, 12, 13, 7, 3, 14, 5, 4))$

LA23 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1032$

$\sigma = ((2, 8, 6, 11, 10, 9, 4, 12, 13, 5, 7, 3, 1, 14, 0),\ (14, 9, 1, 7, 11, 5, 6, 13, 8, 3, 10, 12, 2, 0, 4),$
$(13, 9, 11, 3, 10, 8, 1, 6, 7, 0, 4, 12, 14, 2, 5),\ (7, 3, 13, 1, 2, 14, 10, 9, 6, 11, 4, 0, 5, 12, 8),$
$(12, 4, 1, 13, 3, 6, 8, 9, 7, 0, 2, 5, 10, 14, 11),\ (3, 13, 7, 2, 1, 10, 0, 5, 8, 9, 12, 4, 14, 11, 6),$
$(1, 5, 13, 3, 4, 9, 8, 14, 12, 2, 7, 11, 0, 6, 10),\ (6, 9, 12, 8, 0, 14, 3, 4, 13, 5, 10, 2, 1, 11, 7),$
$(10, 14, 2, 6, 8, 7, 0, 11, 3, 13, 5, 4, 1, 9, 12),\ (4, 12, 11, 7, 13, 2, 3, 6, 14, 8, 9, 1, 10, 5, 0))$

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 959$

$\sigma = ((11, 5, 8, 0, 9, 2, 1, 14, 13, 3, 12, 6, 10, 4, 7),\ (2, 12, 3, 6, 13, 9, 5, 4, 1, 7, 14, 11, 8, 10, 0),$
$(14, 13, 6, 4, 12, 11, 2, 7, 10, 9, 8, 0, 1, 5, 3),\ (2, 12, 11, 1, 9, 13, 7, 10, 8, 14, 3, 4, 5, 6, 0),$
$(13, 8, 5, 2, 3, 0, 10, 6, 7, 9, 1, 12, 14, 11, 4),\ (14, 13, 2, 5, 7, 8, 3, 4, 10, 11, 9, 12, 1, 0, 6),$
$(1, 6, 13, 12, 0, 3, 14, 9, 2, 10, 4, 8, 5, 11, 7),\ (0, 4, 7, 3, 13, 10, 8, 11, 12, 6, 5, 14, 2, 1, 9),$
$(5, 7, 1, 13, 6, 14, 9, 12, 4, 11, 0, 3, 2, 8, 10),\ (12, 0, 9, 14, 8, 5, 6, 13, 7, 11, 2, 1, 3, 10, 4))$

LA25 (15×10)**,** $Cmax(\sigma) = 995$

$\sigma = ((6, 3, 2, 10, 7, 0, 9, 5, 1, 11, 8, 12, 14, 4, 13),\ (11, 3, 2, 8, 14, 13, 12, 0, 1, 10, 6, 7, 4, 9, 5),$
$(8, 3, 13, 1, 6, 0, 5, 12, 4, 10, 7, 9, 14, 11, 2),\ (7, 1, 8, 10, 0, 6, 14, 4, 2, 11, 5, 12, 3, 9, 13),$
$(14, 0, 10, 9, 8, 3, 1, 6, 2, 11, 12, 7, 4, 5, 13),\ (1, 11, 10, 3, 13, 6, 0, 9, 5, 2, 7, 8, 14, 4, 12),$
$(13, 10, 4, 11, 8, 9, 2, 1, 12, 6, 0, 14, 5, 7, 3),\ (9, 10, 7, 14, 3, 5, 2, 12, 13, 0, 6, 4, 1, 11, 8),$
$(10, 0, 5, 9, 11, 14, 13, 8, 6, 4, 12, 3, 2, 7, 1),\ (2, 7, 8, 3, 1, 6, 0, 10, 13, 9, 14, 12, 5, 4, 11))$

LA26 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1223$

$\sigma = ((13, 19, 6, 17, 14, 1, 8, 15, 5, 3, 18, 16, 2, 4, 7, 0, 10, 12, 9, 11),$
$(19, 17, 5, 8, 16, 11, 3, 0, 6, 2, 4, 9, 12, 13, 10, 1, 15, 7, 18, 14),$
$(12, 18, 4, 15, 17, 0, 10, 2, 6, 11, 9, 8, 13, 5, 3, 1, 14, 19, 16, 7),$
$(15, 18, 9, 13, 1, 10, 6, 16, 19, 11, 17, 4, 12, 3, 8, 7, 2, 5, 14, 0),$
$(1, 10, 9, 2, 6, 18, 5, 16, 14, 12, 7, 13, 15, 0, 17, 4, 11, 8, 3, 19),$
$(6, 2, 1, 4, 7, 11, 19, 15, 9, 3, 13, 16, 0, 10, 17, 8, 5, 14, 12, 18),$
$(0, 9, 6, 4, 2, 17, 1, 11, 16, 7, 18, 13, 14, 10, 12, 3, 8, 15, 19, 5),$
$(0, 10, 17, 16, 13, 11, 7, 1, 15, 2, 19, 18, 3, 4, 12, 9, 14, 5, 6, 8),$
$(0, 11, 13, 8, 16, 7, 17, 1, 10, 9, 14, 4, 5, 12, 15, 3, 19, 18, 6, 2),$
$(6, 14, 0, 10, 7, 1, 18, 4, 19, 17, 8, 11, 5, 9, 13, 2, 3, 12, 16, 15))$

LA27 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1255$

$\sigma = ((17, 3, 8, 1, 10, 14, 2, 19, 9, 6, 7, 11, 0, 12, 4, 18, 16, 13, 5, 15),$
$(7, 8, 14, 11, 13, 2, 16, 9, 3, 12, 6, 10, 5, 0, 18, 15, 1, 17, 19, 4),$
$(10, 2, 9, 18, 13, 14, 3, 15, 4, 16, 5, 8, 1, 19, 6, 12, 11, 17, 7, 0),$
$(9, 10, 14, 0, 5, 18, 12, 7, 2, 17, 16, 3, 1, 13, 11, 15, 8, 6, 19, 4),$
$(11, 2, 19, 4, 10, 7, 0, 16, 12, 5, 14, 6, 15, 18, 13, 8, 1, 17, 9, 3),$
$(18, 7, 10, 17, 15, 6, 16, 13, 1, 0, 9, 2, 4, 8, 19, 14, 11, 3, 12, 5),$
$(14, 16, 1, 19, 8, 12, 7, 6, 18, 9, 5, 17, 15, 4, 13, 3, 10, 0, 2, 11),$
$(1, 11, 15, 19, 9, 10, 13, 14, 4, 18, 6, 16, 2, 5, 7, 12, 17, 0, 3, 8),$
$(11, 17, 2, 15, 14, 9, 3, 10, 13, 7, 18, 16, 19, 12, 5, 0, 1, 8, 6, 4),$
$(19, 12, 8, 3, 17, 4, 10, 14, 7, 5, 9, 18, 16, 0, 2, 1, 13, 6, 15, 11))$

LA28 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1228$

$\sigma = ((16, 14, 10, 3, 13, 5, 0, 4, 6, 7, 19, 1, 9, 8, 15, 17, 11, 12, 18, 2),$
$(7, 0, 8, 17, 14, 11, 9, 1, 10, 2, 6, 3, 16, 12, 5, 18, 4, 19, 15, 13),$
$(1, 11, 19, 9, 4, 16, 3, 18, 17, 12, 5, 7, 15, 2, 14, 13, 10, 6, 0, 8),$
$(16, 14, 1, 7, 17, 2, 15, 6, 12, 3, 9, 19, 4, 18, 13, 10, 8, 0, 5, 11),$
$(3, 13, 10, 0, 2, 1, 18, 5, 7, 15, 8, 12, 6, 11, 9, 14, 4, 16, 19, 17),$
$(3, 19, 10, 9, 0, 7, 12, 13, 16, 18, 15, 5, 8, 6, 4, 14, 1, 2, 17, 11),$
$(11, 6, 4, 5, 17, 14, 3, 9, 18, 19, 10, 8, 15, 7, 2, 16, 1, 13, 12, 0),$
$(9, 5, 2, 1, 15, 0, 12, 16, 4, 8, 10, 13, 3, 18, 17, 19, 11, 14, 7, 6),$
$(0, 10, 12, 14, 11, 9, 6, 19, 1, 16, 5, 4, 18, 17, 2, 8, 7, 3, 13, 15),$
$(14, 17, 5, 19, 13, 10, 0, 11, 4, 1, 16, 12, 9, 3, 2, 6, 15, 7, 8, 18))$

LA29 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1194$

$\sigma = ((11, 1, 2, 0, 15, 4, 6, 19, 10, 3, 17, 7, 5, 18, 16, 12, 8, 13, 14, 9),$
$(6, 11, 8, 3, 9, 17, 2, 15, 7, 18, 0, 10, 14, 1, 13, 4, 12, 19, 5, 16),$
$(3, 0, 8, 15, 1, 2, 17, 10, 7, 19, 13, 14, 11, 4, 12, 9, 6, 5, 18, 16),$
$(2, 13, 3, 17, 1, 15, 18, 0, 16, 14, 11, 9, 6, 5, 12, 4, 19, 8, 7, 10),$
$(18, 9, 4, 6, 3, 12, 13, 10, 2, 1, 15, 0, 5, 16, 7, 11, 8, 19, 14, 17),$
$(13, 11, 6, 18, 8, 19, 0, 1, 2, 10, 14, 4, 5, 16, 3, 17, 12, 15, 9, 7),$
$(8, 6, 12, 5, 13, 3, 17, 4, 7, 16, 0, 1, 14, 11, 9, 2, 19, 10, 15, 18),$
$(4, 2, 9, 0, 15, 5, 12, 8, 18, 7, 17, 19, 16, 14, 1, 13, 3, 6, 10, 11),$
$(5, 0, 4, 6, 9, 8, 12, 17, 13, 3, 1, 15, 14, 7, 19, 2, 11, 10, 18, 16),$
$(2, 16, 18, 3, 10, 1, 8, 0, 13, 15, 4, 14, 17, 9, 11, 19, 5, 7, 6, 12))$

LA30 (20×10)**,** $Cmax(\sigma) = 1355$

$\sigma = ((16, 9, 13, 11, 12, 3, 19, 0, 17, 6, 8, 5, 2, 7, 1, 4, 14, 15, 10, 18),$
$(15, 0, 14, 3, 17, 5, 11, 12, 1, 8, 19, 4, 16, 13, 18, 10, 6, 7, 9, 2),$
$(7, 12, 3, 17, 16, 14, 2, 15, 19, 13, 5, 6, 10, 18, 11, 8, 9, 0, 4, 1),$
$(8, 0, 7, 19, 13, 2, 6, 1, 14, 4, 10, 17, 15, 5, 3, 9, 12, 11, 18, 16),$
$(3, 1, 7, 8, 15, 4, 0, 16, 17, 12, 10, 13, 14, 2, 18, 9, 11, 19, 6, 5),$
$(17, 3, 6, 15, 4, 14, 13, 19, 12, 10, 1, 2, 16, 7, 0, 8, 18, 9, 11, 5),$

(0, 4, 6, 13, 8, 14, 16, 10, 12, 5, 3, 1, 18, 15, 7, 17, 9, 11, 2, 19),
(0, 19, 7, 15, 13, 2, 4, 16, 6, 17, 11, 3, 14, 9, 8, 5, 1, 10, 18, 12),
(1, 0, 3, 14, 5, 13, 15, 16, 10, 4, 18, 7, 6, 12, 11, 2, 19, 9, 8, 17),
(4, 7, 12, 0, 6, 19, 1, 5, 15, 13, 14, 8, 10, 18, 11, 16, 2, 17, 9, 3))

LA31 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1784$

σ = ((3, 28, 10, 9, 4, 22, 25, 17, 21, 20, 8, 16, 5, 26, 11, 7, 27, 12, 19, 2, 6, 15, 23, 18, 24, 13, 14, 1, 29, 0),
(25, 28, 7, 9, 14, 22, 23, 1, 26, 13, 19, 16, 2, 6, 29, 27, 17, 20, 11, 15, 12, 3, 10, 4, 24, 5, 18, 21, 0, 8),
(8, 14, 2, 0, 29, 17, 18, 7, 15, 16, 25, 5, 23, 1, 24, 3, 19, 26, 9, 4, 11, 10, 27, 21, 20, 6, 12, 22, 28, 13),
(16, 18, 8, 21, 24, 3, 0, 27, 13, 5, 9, 23, 29, 2, 26, 20, 1, 17, 6, 15, 10, 14, 28, 4, 22, 7, 12, 19, 25, 11),
(29, 19, 0, 22, 8, 25, 28, 15, 14, 18, 23, 16, 13, 2, 20, 4, 3, 12, 6, 21, 26, 17, 10, 27, 24, 5, 1, 7, 9, 11),
(10, 27, 15, 12, 1, 9, 21, 3, 13, 5, 14, 0, 17, 11, 18, 22, 6, 16, 20, 4, 19, 28, 25, 29, 2, 24, 7, 23, 26, 8),
(20, 19, 10, 12, 21, 18, 27, 22, 25, 23, 17, 13, 16, 24, 2, 3, 29, 4, 6, 7, 14, 1, 11, 8, 28, 9, 0, 5, 26, 15),
(0, 10, 17, 7, 28, 12, 3, 22, 1, 15, 18, 9, 11, 6, 14, 20, 19, 2, 27, 26, 29, 25, 13, 5, 24, 4, 16, 21, 8, 23),
(17, 1, 29, 3, 22, 0, 14, 11, 23, 18, 9, 2, 6, 4, 20, 21, 7, 26, 27, 19, 25, 12, 13, 28, 15, 10, 5, 8, 16, 24),
(15, 23, 12, 0, 4, 21, 8, 13, 11, 25, 17, 9, 16, 14, 18, 26, 29, 27, 2, 10, 24, 28, 22, 1, 7, 3, 6, 19, 20, 5))

LA32 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1850$

σ = ((26, 9, 4, 20, 2, 23, 14, 8, 29, 16, 15, 13, 24, 3, 25, 17, 10, 11, 21, 27, 18, 0, 5, 19, 7, 6, 22, 1, 28, 12),
(7, 17, 27, 18, 10, 0, 6, 12, 16, 4, 21, 11, 2, 5, 19, 25, 26, 8, 24, 14, 1, 20, 28, 29, 15, 13, 22, 3, 9, 23),
(5, 2, 29, 9, 14, 26, 11, 19, 21, 25, 12, 1, 28, 13, 23, 27, 0, 3, 8, 17, 4, 22, 15, 24, 10, 16, 7, 20, 6, 18),
(8, 26, 6, 9, 25, 12, 16, 17, 11, 27, 5, 23, 2, 24, 7, 14, 3, 19, 22, 29, 10, 28, 0, 4, 13, 20, 15, 18, 21, 1),
(3, 6, 13, 23, 12, 20, 4, 10, 25, 18, 28, 11, 0, 17, 15, 1, 2, 7, 21, 16, 14, 8, 22, 9, 5, 29, 24, 19, 26, 27),
(2, 29, 13, 9, 20, 23, 17, 6, 25, 26, 5, 28, 19, 3, 22, 14, 10, 8, 18, 16, 15, 1, 0, 24, 12, 4, 27, 21, 11, 7),
(21, 16, 14, 0, 4, 3, 5, 9, 27, 25, 15, 13, 28, 6, 2, 19, 29, 18, 7, 24, 17, 12, 20, 26, 23, 8, 10, 11, 1, 22),
(1, 25, 12, 15, 19, 26, 18, 14, 23, 11, 3, 7, 22, 10, 6, 28, 21, 27, 29, 2, 20, 8, 9, 13, 5, 4, 0, 16, 17, 24),
(22, 8, 20, 10, 16, 29, 26, 19, 21, 12, 14, 11, 27, 28, 15, 2, 24, 6, 0, 5, 9, 7, 23, 4, 1, 18, 17, 3, 13, 25),
(27, 24, 29, 23, 15, 20, 14, 9, 12, 26, 1, 25, 21, 11, 10, 6, 7, 8, 16, 4, 5, 22, 2, 19, 0, 3, 13, 18, 17, 28))

LA33 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1719$

σ = ((1, 14, 20, 9, 22, 0, 10, 18, 2, 12, 16, 25, 5, 24, 8, 21, 27, 29, 7, 19, 15, 6, 11, 23, 13, 26, 3, 4, 17, 28),
(26, 12, 19, 21, 1, 23, 25, 17, 10, 11, 18, 0, 7, 13, 24, 2, 20, 28, 8, 16, 29, 5, 9, 22, 4, 3, 27, 15, 14, 6),
(18, 16, 0, 9, 25, 5, 20, 7, 29, 17, 13, 2, 3, 1, 23, 12, 15, 26, 4, 28, 22, 19, 21, 24, 27, 8, 11, 10, 6, 14),
(7, 10, 22, 3, 1, 11, 15, 6, 16, 8, 2, 20, 12, 4, 5, 24, 9, 19, 27, 18, 13, 25, 23, 14, 29, 21, 17, 28, 0, 26),
(8, 22, 2, 17, 12, 0, 26, 3, 21, 19, 16, 28, 1, 6, 29, 15, 9, 14, 5, 11, 24, 20, 27, 13, 10, 18, 23, 4, 7, 25),
(9, 10, 3, 28, 13, 1, 26, 8, 11, 0, 25, 18, 24, 2, 17, 12, 4, 6, 14, 27, 22, 7, 5, 15, 16, 19, 20, 21, 23, 29),
(2, 24, 10, 12, 23, 3, 7, 29, 22, 6, 18, 17, 20, 13, 25, 1, 15, 21, 14, 9, 28, 4, 19, 11, 16, 26, 0, 5, 8, 27),
(14, 25, 18, 26, 23, 17, 9, 5, 12, 24, 28, 2, 15, 21, 16, 8, 20, 19, 29, 6, 7, 4, 22, 27, 10, 3, 1, 11, 13, 0),
(21, 26, 19, 13, 11, 20, 15, 9, 2, 3, 29, 7, 17, 10, 0, 22, 16, 28, 23, 1, 4, 12, 5, 14, 8, 27, 18, 25, 6, 24),
(24, 19, 6, 12, 22, 27, 15, 14, 0, 18, 23, 8, 28, 26, 25, 29, 3, 16, 20, 2, 1, 9, 5, 13, 10, 21, 11, 4, 7, 17))

LA34 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1721$

σ = ((15, 6, 14, 11, 20, 8, 28, 22, 10, 12, 29, 26, 7, 5, 1, 13, 0, 9, 25, 4, 2, 17, 27, 19, 16, 21, 24, 23, 3, 18),
(24, 17, 19, 13, 14, 3, 20, 21, 2, 0, 22, 29, 8, 11, 28, 18, 16, 4, 10, 27, 9, 7, 26, 5, 12, 15, 6, 25, 1, 23),
(8, 20, 0, 25, 7, 28, 29, 27, 18, 1, 15, 22, 3, 2, 26, 19, 5, 24, 10, 21, 16, 14, 17, 11, 9, 4, 13, 23, 6, 12),
(27, 3, 29, 15, 7, 5, 16, 10, 19, 4, 1, 9, 17, 2, 6, 22, 14, 24, 8, 23, 21, 11, 13, 28, 26, 0, 20, 12, 18, 25),
(22, 24, 4, 1, 10, 5, 6, 27, 11, 21, 25, 18, 16, 20, 15, 9, 3, 19, 29, 14, 2, 7, 26, 8, 23, 13, 12, 17, 28, 0),
(25, 13, 15, 8, 1, 21, 7, 0, 29, 20, 27, 5, 18, 14, 11, 6, 4, 16, 2, 10, 19, 22, 23, 17, 3, 28, 12, 9, 24, 26),
(13, 22, 4, 2, 10, 29, 24, 5, 20, 16, 25, 26, 6, 0, 27, 21, 3, 9, 17, 1, 18, 12, 8, 15, 7, 23, 11, 14, 19, 28),
(23, 7, 24, 13, 22, 1, 0, 20, 18, 12, 26, 9, 19, 29, 28, 16, 14, 25, 4, 17, 27, 8, 3, 5, 21, 11, 10, 15, 2, 6),
(18, 11, 6, 27, 8, 20, 25, 21, 10, 28, 12, 13, 1, 5, 15, 7, 22, 16, 26, 29, 9, 23, 24, 17, 3, 14, 19, 2, 0, 4),
(25, 16, 15, 4, 6, 27, 11, 5, 12, 29, 9, 13, 0, 18, 7, 2, 22, 26, 19, 10, 24, 3, 1, 14, 17, 21, 23, 8, 20, 28))

LA35 (30×10), $Cmax(\sigma) = 1888$

σ = ((13, 19, 28, 26, 4, 17, 25, 0, 11, 14, 18, 21, 5, 10, 6, 29, 22, 15, 1, 27, 3, 9, 24, 12, 16, 23, 20, 8, 2, 7),
(19, 17, 3, 12, 15, 23, 16, 9, 13, 26, 6, 2, 4, 28, 5, 18, 11, 27, 14, 20, 21, 24, 1, 7, 29, 10, 22, 8, 25, 0),
(14, 21, 24, 7, 25, 8, 26, 9, 0, 11, 29, 6, 22, 20, 2, 28, 17, 19, 1, 3, 10, 15, 18, 27, 5, 12, 23, 4, 13, 16),
(29, 24, 1, 2, 22, 28, 11, 20, 4, 23, 0, 8, 13, 6, 7, 14, 10, 27, 5, 17, 21, 18, 19, 3, 9, 15, 12, 26, 16, 25),
(2, 22, 16, 11, 7, 4, 21, 19, 17, 6, 28, 20, 13, 23, 15, 14, 5, 8, 10, 29, 18, 9, 3, 12, 1, 27, 26, 25, 0, 24),
(24, 26, 27, 21, 3, 19, 15, 9, 28, 25, 6, 4, 14, 23, 17, 2, 13, 18, 5, 8, 10, 22, 7, 29, 11, 20, 12, 16, 0, 1),
(27, 13, 19, 9, 20, 22, 12, 8, 18, 2, 14, 7, 15, 5, 21, 10, 1, 29, 3, 11, 4, 23, 26, 16, 0, 25, 24, 28, 6, 17),
(8, 25, 20, 16, 6, 7, 17, 5, 0, 12, 28, 19, 22, 14, 11, 2, 27, 21, 13, 10, 15, 4, 26, 1, 3, 9, 18, 23, 24, 29),

(10, 23, 27, 2, 8, 16, 11, 17, 9, 6, 7, 20, 13, 19, 15, 22, 21, 14, 18, 29, 1, 4, 12, 3, 5, 26, 0, 24, 25, 28),
(12, 9, 28, 8, 20, 26, 25, 2, 29, 0, 4, 23, 10, 22, 7, 17, 21, 13, 14, 18, 15, 19, 3, 1, 6, 24, 27, 11, 16, 5))

LA36 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1296$

σ = ((5, 6, 10, 3, 9, 14, 4, 2, 1, 0, 7, 8, 11, 13, 12), (11, 8, 1, 7, 0, 6, 10, 14, 5, 4, 12, 13, 3, 2, 9),
(5, 11, 2, 0, 7, 4, 12, 8, 14, 13, 9, 3, 10, 6, 1), (12, 0, 10, 7, 11, 6, 5, 9, 8, 1, 2, 13, 4, 14, 3),
(7, 0, 6, 9, 1, 4, 10, 11, 2, 5, 3, 13, 12, 8, 14), (8, 9, 3, 12, 2, 13, 11, 6, 10, 1, 0, 4, 7, 14, 5),
(0, 8, 6, 11, 3, 9, 14, 4, 5, 2, 1, 12, 7, 13, 10), (10, 12, 13, 6, 7, 9, 2, 1, 14, 11, 3, 4, 8, 0, 5),
(6, 9, 8, 4, 14, 1, 7, 3, 11, 0, 10, 5, 2, 12, 13), (2, 14, 13, 7, 9, 3, 11, 0, 4, 10, 5, 1, 12, 8, 6),
(14, 4, 0, 6, 13, 8, 10, 11, 9, 12, 2, 7, 1, 3, 5), (9, 1, 7, 12, 14, 6, 4, 13, 3, 8, 11, 5, 2, 10, 0),
(6, 12, 10, 7, 2, 14, 5, 1, 3, 11, 9, 0, 8, 13, 4), (7, 12, 8, 6, 5, 3, 10, 2, 9, 14, 11, 4, 13, 1, 0),
(0, 14, 13, 10, 1, 4, 9, 5, 7, 8, 6, 12, 3, 11, 2))

LA37 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1418$

σ = ((3, 5, 8, 2, 1, 14, 10, 9, 4, 12, 6, 13, 7, 11, 0), (1, 9, 11, 10, 12, 13, 7, 8, 3, 4, 14, 5, 2, 0, 6),
(12, 3, 1, 8, 6, 0, 5, 14, 2, 7, 11, 10, 13, 4, 9), (3, 1, 9, 14, 5, 12, 4, 0, 13, 10, 7, 2, 6, 8, 11),
(10, 3, 6, 14, 5, 7, 9, 8, 4, 11, 12, 2, 1, 0, 13), (0, 8, 7, 12, 5, 11, 6, 10, 13, 9, 1, 14, 2, 4, 3),
(7, 2, 0, 5, 13, 8, 11, 3, 4, 14, 1, 12, 9, 10, 6), (12, 5, 1, 3, 7, 10, 9, 4, 8, 6, 14, 0, 13, 2, 11),
(2, 3, 4, 11, 14, 1, 5, 13, 12, 6, 7, 8, 9, 0, 10), (4, 8, 7, 12, 9, 0, 14, 6, 2, 3, 1, 13, 5, 10, 11),
(3, 11, 7, 14, 12, 2, 5, 8, 9, 6, 13, 0, 10, 4, 1), (8, 9, 5, 7, 13, 0, 14, 3, 10, 2, 11, 4, 12, 6, 1),
(3, 11, 10, 8, 13, 2, 12, 6, 5, 0, 7, 9, 14, 1, 4), (14, 9, 5, 3, 7, 12, 8, 6, 13, 2, 10, 11, 4, 0, 1),
(1, 7, 12, 9, 0, 6, 3, 5, 13, 8, 11, 2, 10, 4, 14))

LA38 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1216$

σ = ((4, 0, 1, 6, 3, 9, 14, 13, 12, 10, 2, 7, 8, 5, 11), (9, 0, 3, 13, 12, 1, 11, 14, 6, 5, 10, 2, 4, 8, 7),
(4, 8, 11, 12, 13, 14, 9, 6, 3, 5, 0, 1, 2, 10, 7), (14, 13, 2, 12, 6, 4, 11, 5, 0, 7, 1, 3, 10, 8, 9),
(13, 3, 2, 9, 5, 1, 12, 10, 0, 11, 7, 4, 6, 14, 8), (14, 11, 9, 13, 7, 8, 12, 6, 5, 3, 4, 1, 0, 2, 10),
(9, 5, 0, 12, 14, 2, 11, 8, 3, 7, 1, 10, 6, 13, 4), (7, 6, 14, 3, 2, 11, 9, 4, 13, 8, 5, 0, 10, 1, 12),
(8, 12, 3, 13, 9, 0, 6, 2, 1, 14, 11, 5, 4, 7, 10), (12, 8, 4, 14, 3, 6, 5, 1, 10, 2, 11, 0, 9, 13, 7),
(13, 10, 6, 4, 14, 9, 8, 5, 0, 2, 1, 12, 11, 7, 3), (5, 14, 3, 13, 9, 8, 6, 4, 7, 2, 0, 11, 10, 1, 12),
(0, 8, 2, 6, 1, 3, 9, 10, 11, 13, 14, 12, 7, 5, 4), (8, 6, 11, 4, 13, 2, 3, 12, 14, 0, 5, 7, 9, 10, 1),
(3, 6, 12, 1, 11, 14, 7, 0, 9, 5, 2, 4, 10, 13, 8))

LA39 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1251$

σ = ((2, 3, 12, 13, 8, 6, 14, 10, 11, 9, 1, 4, 0, 7, 5), (8, 10, 4, 5, 14, 2, 9, 11, 7, 1, 0, 13, 6, 12, 3),
(9, 8, 13, 3, 5, 6, 0, 11, 1, 4, 10, 7, 12, 14, 2), (10, 13, 2, 8, 14, 4, 0, 1, 3, 7, 9, 5, 6, 12, 11),
(8, 13, 12, 5, 9, 0, 10, 7, 3, 1, 6, 2, 11, 4, 14), (3, 9, 2, 5, 12, 10, 1, 11, 8, 7, 6, 13, 14, 0, 4),
(3, 1, 10, 7, 6, 8, 0, 9, 2, 11, 4, 14, 12, 5, 13), (12, 7, 0, 2, 14, 9, 3, 10, 6, 5, 13, 1, 11, 4, 8),
(10, 7, 8, 2, 5, 6, 13, 1, 0, 12, 4, 11, 14, 3, 9), (1, 6, 9, 4, 7, 12, 5, 10, 11, 8, 13, 3, 14, 0, 2),
(6, 0, 2, 7, 1, 9, 11, 12, 13, 14, 3, 8, 10, 4, 5), (5, 3, 6, 7, 1, 11, 10, 0, 2, 8, 4, 12, 13, 14, 9),
(4, 5, 3, 6, 10, 12, 13, 11, 0, 8, 14, 7, 1, 9, 2), (5, 6, 10, 9, 4, 12, 3, 0, 1, 2, 8, 7, 13, 14, 11),
(11, 0, 4, 7, 3, 8, 10, 6, 14, 2, 1, 12, 9, 5, 13))

LA40 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1248$

σ = ((12, 10, 1, 9, 4, 7, 13, 5, 8, 6, 3, 2, 11, 0, 14), (3, 14, 5, 2, 1, 8, 13, 11, 12, 4, 0, 9, 6, 7, 10),
(10, 7, 5, 0, 1, 3, 6, 2, 4, 8, 13, 14, 9, 11, 12), (8, 7, 2, 12, 11, 10, 13, 14, 6, 0, 3, 5, 1, 4, 9),
(7, 3, 11, 0, 4, 10, 13, 8, 14, 5, 9, 1, 6, 12, 2), (4, 7, 5, 9, 8, 2, 10, 3, 0, 13, 14, 12, 6, 11, 1),
(3, 8, 10, 14, 2, 6, 12, 0, 11, 5, 13, 9, 1, 4, 7), (7, 3, 6, 9, 14, 8, 2, 5, 0, 13, 4, 10, 11, 12, 1),
(8, 7, 2, 14, 4, 13, 0, 11, 3, 6, 1, 10, 9, 12, 5), (6, 0, 8, 11, 4, 3, 10, 13, 1, 5, 14, 12, 9, 2, 7),
(11, 0, 14, 13, 3, 9, 2, 8, 5, 7, 12, 6, 1, 4, 10), (1, 7, 2, 3, 8, 4, 14, 12, 11, 5, 0, 9, 10, 13, 6),
(4, 2, 13, 0, 7, 14, 10, 11, 9, 8, 6, 3, 1, 5, 12), (12, 13, 4, 5, 8, 14, 6, 11, 3, 7, 10, 9, 0, 1, 2),
(2, 11, 8, 3, 7, 4, 6, 0, 5, 12, 10, 1, 13, 14, 9))

SWV06 (20×15), $Cmax(\sigma) = 1796$

σ = ((13, 10, 18, 8, 4, 19, 11, 15, 1, 0, 6, 7, 9, 5, 2, 3, 12, 17, 16, 14),
(0, 8, 2, 13, 15, 4, 1, 5, 19, 6, 11, 10, 18, 9, 7, 16, 12, 14, 3, 17),
(17, 1, 10, 3, 5, 6, 19, 0, 15, 13, 8, 9, 7, 18, 4, 11, 2, 12, 14, 16),
(4, 3, 19, 8, 13, 10, 6, 15, 18, 0, 11, 1, 5, 7, 2, 12, 9, 17, 16, 14),
(5, 7, 16, 15, 14, 8, 13, 11, 0, 10, 6, 9, 1, 19, 18, 2, 17, 4, 12, 3),
(15, 7, 4, 13, 8, 10, 6, 0, 18, 11, 19, 1, 9, 5, 2, 3, 12, 16, 17, 14),
(8, 14, 13, 6, 11, 0, 15, 10, 18, 7, 9, 19, 1, 2, 4, 5, 3, 12, 16, 17),
(8, 13, 19, 15, 1, 0, 7, 11, 6, 5, 16, 14, 9, 10, 12, 17, 2, 18, 3, 4),
(10, 8, 6, 0, 18, 15, 11, 13, 9, 7, 3, 12, 19, 16, 14, 17, 4, 2, 5, 1),

(15, 13, 19, 8, 11, 7, 5, 0, 14, 4, 1, 12, 2, 6, 10, 3, 9, 16, 18, 17),
(13, 15, 0, 8, 6, 7, 18, 9, 10, 4, 2, 11, 16, 12, 17, 3, 19, 5, 1, 14),
(15, 10, 13, 19, 18, 8, 4, 5, 0, 6, 9, 2, 3, 1, 11, 16, 14, 17, 12, 7),
(13, 15, 6, 19, 0, 8, 2, 18, 11, 3, 5, 4, 14, 16, 12, 9, 17, 1, 7, 10),
(15, 13, 8, 19, 10, 0, 18, 7, 1, 14, 2, 11, 12, 3, 17, 16, 5, 6, 4, 9),
(8, 13, 18, 11, 6, 10, 0, 4, 12, 2, 3, 1, 15, 5, 7, 19, 14, 9, 17, 16))

YN1 (20×20), $Cmax(\sigma) = 904$

$\sigma =$ ((17, 8, 19, 14, 11, 2, 0, 1, 18, 15, 12, 9, 5, 16, 10, 4, 6, 3, 7, 13),
(18, 16, 7, 12, 11, 4, 17, 19, 2, 15, 1, 6, 13, 9, 0, 3, 8, 10, 5, 14),
(0, 5, 7, 12, 11, 1, 19, 6, 3, 8, 15, 4, 9, 13, 10, 18, 2, 17, 14, 16),
(3, 2, 14, 13, 6, 5, 10, 1, 0, 16, 19, 8, 11, 18, 17, 15, 9, 12, 4, 7),
(3, 2, 0, 10, 17, 1, 18, 6, 4, 16, 9, 5, 11, 14, 15, 8, 7, 12, 13, 19),
(11, 6, 7, 1, 16, 4, 15, 14, 18, 17, 3, 8, 12, 2, 5, 0, 13, 19, 10, 9),
(7, 1, 3, 9, 10, 12, 16, 11, 13, 2, 5, 18, 6, 8, 14, 0, 17, 15, 19, 4),
(8, 9, 17, 7, 0, 4, 5, 15, 16, 3, 11, 13, 10, 2, 12, 14, 1, 6, 19, 18),
(1, 16, 8, 2, 11, 5, 19, 4, 14, 0, 15, 13, 7, 12, 3, 10, 6, 17, 18, 9),
(7, 6, 17, 18, 12, 4, 8, 9, 14, 11, 15, 3, 2, 13, 5, 19, 0, 16, 10, 1),
(3, 13, 19, 18, 1, 8, 16, 15, 6, 17, 2, 14, 9, 0, 7, 12, 4, 10, 5, 11),
(14, 0, 15, 16, 1, 4, 9, 12, 6, 13, 19, 2, 5, 17, 10, 8, 11, 18, 7, 3),
(8, 10, 16, 0, 6, 3, 7, 5, 12, 4, 19, 18, 1, 13, 2, 17, 9, 15, 14, 11),
(5, 17, 10, 19, 8, 0, 11, 12, 1, 7, 13, 2, 3, 14, 15, 18, 6, 4, 9, 16),
(16, 12, 19, 1, 13, 17, 2, 5, 4, 14, 3, 0, 11, 6, 8, 15, 9, 7, 18, 10),
(10, 9, 12, 13, 11, 3, 14, 0, 17, 15, 1, 4, 16, 8, 2, 6, 7, 19, 5, 18),
(13, 9, 14, 6, 10, 7, 17, 4, 19, 1, 18, 5, 2, 16, 12, 15, 3, 8, 0, 11),
(0, 10, 13, 2, 17, 14, 7, 9, 8, 16, 6, 1, 3, 19, 12, 4, 11, 18, 5, 15),
(10, 17, 6, 3, 11, 9, 13, 1, 8, 0, 2, 18, 16, 7, 19, 4, 14, 12, 15, 5),
(4, 14, 10, 1, 9, 12, 3, 5, 18, 11, 15, 7, 0, 19, 2, 13, 8, 17, 16, 6))

ข.4 ผลเฉลยจากหัวข้อที่ 8.4

ในส่วนนี้เราจะแสดงผลเฉลยจากวิธีค้นหาแบบทาบูที่ใช้วิธีการหาค่าเมคสแปนของผลเฉลยใกล้เคียงด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki [11] และวิธีที่ได้ปรับปรุงขึ้น โดยทั้งสองขั้นตอนวิธีให้ค่าเมคสแปนที่เท่ากัน ดังนี้

LA03 (10×5), $Cmax(\sigma) = 613$

$\sigma = ((3,6,5,8,1,4,7,0,9,2),\ (0,1,7,9,3,5,4,6,8,2),\ (1,6,2,3,0,8,7,5,9,4),\ (6,2,8,3,1,7,4,5,9,0),$
$(3,7,9,5,8,4,2,6,1,0))$

LA04 (10×5), $Cmax(\sigma) = 598$

$\sigma = ((0,2,8,5,7,1,4,6,3,9),\ (2,1,4,7,8,9,6,5,3,0),\ (8,9,5,1,6,0,3,2,4,7),\ (1,5,4,2,9,7,8,0,3,6),$
$(8,1,9,2,4,5,7,3,0,6))$

LA16 (10×10), $Cmax(\sigma) = 956$

$\sigma = ((7,6,1,4,5,0,9,3,2,8),\ (0,7,3,2,6,4,1,8,5,9),\ (5,2,1,6,4,9,3,0,8,7),\ (2,5,6,7,3,9,0,8,4,1),$
$(1,8,2,7,5,9,0,4,3,6),\ (1,5,4,7,6,8,0,3,9,2),\ (0,7,5,4,2,6,3,9,8,1),\ (0,2,3,4,1,9,8,5,7,6),$
$(9,2,0,6,3,7,8,5,1,4),\ (9,0,1,5,2,6,7,3,4,8))$

LA18 (10×10), $Cmax(\sigma) = 861$

$\sigma = ((8,0,2,6,5,1,7,4,3,9),\ (8,6,2,5,3,7,9,0,1,4),\ (9,4,6,5,3,1,0,7,2,8),\ (4,1,6,7,0,9,8,3,2,5),$
$(9,2,0,5,3,8,1,6,4,7),\ (7,1,8,2,0,4,5,9,6,3),\ (0,1,4,7,2,5,9,3,6,8),\ (8,2,4,0,6,5,7,9,1,3),$
$(9,2,1,0,6,7,3,5,8,4),\ (3,1,4,6,5,8,7,9,2,0))$

LA19 (10×10), $Cmax(\sigma) = 848$

$\sigma = ((7,1,0,9,2,4,3,8,6,5),\ (3,1,6,4,2,8,0,5,9,7),\ (0,8,3,5,6,9,2,4,1,7),\ (0,8,2,7,4,3,6,1,5,9),$
$(1,9,2,0,6,3,8,5,7,4),\ (8,7,0,5,3,6,2,1,9,4),\ (4,6,2,9,8,7,3,5,0,1),\ (1,5,3,9,0,8,6,2,4,7),$
$(7,1,5,3,2,8,0,4,6,9),\ (9,2,7,8,3,0,6,4,1,5))$

LA20 (10×10), $Cmax(\sigma) = 910$

$\sigma = ((9,4,8,2,3,5,0,1,7,6),\ (7,0,6,5,4,8,1,2,3,9),\ (5,9,2,1,0,8,4,3,7,6),\ (8,5,6,9,7,2,4,0,3,1),$
$(6,3,4,0,1,7,8,9,5,2),\ (5,2,9,6,8,1,0,3,4,7),\ (0,5,4,3,9,6,7,2,8,1),\ (1,7,3,6,8,9,5,4,2,0),$
$(8,0,5,9,1,6,4,7,2,3),\ (1,9,4,5,8,7,6,3,0,2))$

LA21 (15×10), $Cmax(\sigma) = 1070$

$\sigma = ((10,2,1,11,8,13,6,7,4,5,9,12,0,14,3),\ (10,2,13,8,1,7,5,9,14,3,11,6,12,0,4),$
$(9,10,7,1,3,0,4,5,13,14,8,6,11,2,12),\ (1,2,14,6,0,8,10,3,4,9,13,11,12,7,5),$
$(6,10,7,3,14,2,11,12,4,5,0,1,13,9,8),\ (11,7,12,6,9,8,10,3,14,0,5,1,13,2,4),$
$(5,7,9,14,2,11,1,6,12,13,0,3,4,8,10),\ (5,12,7,10,8,3,6,4,1,14,9,13,2,11,0),$
$(5,4,10,12,3,13,1,6,14,9,2,8,11,0,7),\ (11,10,12,4,1,5,6,9,0,13,2,14,3,7,8))$

LA22 (15×10), $Cmax(\sigma) = 997$

$\sigma = ((13,5,7,12,10,2,11,1,4,9,6,8,3,0,14),\ (13,7,8,1,10,12,11,4,5,14,2,9,3,0,6),$
$(1,3,2,9,4,8,10,14,11,0,12,7,6,13,5),\ (1,3,12,9,6,8,11,5,13,7,14,2,4,0,10),$
$(7,1,4,8,5,10,3,13,14,0,9,2,12,6,11),\ (12,0,7,6,13,2,5,3,4,9,10,1,14,8,11),$
$(5,12,3,4,7,6,9,8,10,2,14,1,13,11,0),\ (13,2,7,12,5,3,4,9,10,11,0,14,8,1,6),$
$(2,7,8,12,14,5,3,4,10,13,6,11,9,0,1),\ (8,0,1,6,2,10,9,12,13,7,11,3,14,4,5))$

LA24 (15×10), $Cmax(\sigma) = 956$

$\sigma = ((11,0,5,8,9,2,1,14,13,6,4,3,12,10,7),\ (2,3,12,6,13,4,1,9,5,11,14,0,7,8,10),$
$(14,13,6,4,11,2,12,0,7,8,10,9,1,3,5),\ (2,11,12,1,9,13,7,10,8,4,14,3,0,5,6),$
$(13,8,5,2,3,0,6,10,1,7,4,14,9,11,12),\ (14,13,2,7,5,8,4,3,11,1,10,0,6,9,12),$
$(6,1,13,0,12,3,2,4,14,9,10,8,11,5,7),\ (0,4,7,3,10,13,11,8,6,12,14,5,2,1,9),$
$(7,5,1,6,13,14,4,0,11,9,12,8,2,3,10),\ (0,12,14,9,8,6,5,13,11,1,4,7,2,3,10))$

LA25 (15×10), $Cmax(\sigma) = 998$

$\sigma = ((6,2,3,9,7,10,0,5,11,1,12,8,14,4,13),\ (2,3,11,8,14,13,12,9,0,1,7,4,6,10,5),$
$(8,3,6,13,1,12,9,0,5,4,7,10,14,11,2),\ (7,1,8,6,10,0,2,14,9,4,11,5,12,3,13),$
$(14,9,0,8,2,10,3,1,6,11,12,7,4,5,13),\ (1,11,3,13,10,9,6,2,0,5,7,8,4,14,12),$
$(13,10,4,9,2,8,11,12,1,6,0,14,5,3,7),\ (9,7,10,14,2,3,5,12,13,6,0,4,1,11,8),$
$(10,0,5,9,11,14,13,8,6,12,4,3,2,7,1),\ (2,7,8,9,3,6,1,0,13,10,12,14,5,4,11))$

LA26 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1234$

$\sigma = ((13, 19, 6, 17, 14, 1, 8, 15, 5, 3, 18, 2, 16, 4, 0, 7, 10, 12, 9, 11),$
$(19, 16, 17, 5, 8, 11, 3, 0, 4, 6, 2, 13, 12, 9, 10, 1, 15, 7, 18, 14),$
$(12, 18, 4, 17, 15, 10, 0, 11, 6, 8, 13, 2, 5, 9, 3, 14, 1, 19, 16, 7),$
$(15, 18, 9, 1, 13, 10, 6, 16, 11, 19, 17, 4, 3, 12, 2, 7, 8, 5, 14, 0),$
$(1, 10, 9, 5, 6, 18, 7, 2, 16, 14, 13, 12, 15, 0, 17, 4, 11, 8, 3, 19),$
$(6, 7, 1, 11, 4, 2, 19, 15, 3, 13, 9, 16, 10, 0, 17, 5, 8, 14, 12, 18),$
$(0, 9, 6, 4, 7, 17, 1, 11, 2, 13, 16, 10, 18, 14, 12, 3, 8, 19, 15, 5),$
$(0, 10, 16, 17, 7, 11, 13, 15, 1, 2, 19, 18, 3, 4, 12, 9, 5, 14, 6, 8),$
$(0, 11, 7, 13, 16, 8, 17, 1, 10, 14, 4, 9, 19, 12, 5, 3, 15, 18, 6, 2),$
$(7, 6, 14, 10, 1, 0, 4, 18, 8, 19, 17, 5, 11, 13, 2, 9, 3, 12, 16, 15))$

LA27 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1269$

$\sigma = ((17, 8, 3, 1, 10, 6, 11, 14, 9, 2, 19, 0, 12, 16, 7, 18, 4, 5, 13, 15),$
$(8, 13, 14, 7, 16, 11, 9, 3, 2, 6, 12, 10, 0, 5, 18, 1, 17, 15, 19, 4),$
$(10, 13, 18, 9, 3, 4, 2, 1, 14, 8, 16, 5, 11, 15, 6, 19, 12, 17, 0, 7),$
$(9, 10, 0, 18, 5, 14, 1, 11, 17, 12, 16, 2, 3, 7, 6, 8, 13, 15, 19, 4),$
$(11, 2, 19, 4, 0, 10, 6, 16, 7, 5, 18, 1, 12, 8, 14, 17, 15, 13, 9, 3),$
$(18, 6, 10, 17, 7, 1, 15, 16, 0, 9, 13, 2, 4, 11, 8, 3, 19, 12, 14, 5),$
$(14, 16, 1, 19, 6, 18, 8, 12, 9, 17, 7, 5, 3, 15, 4, 13, 0, 10, 11, 2),$
$(1, 11, 15, 13, 9, 10, 19, 18, 6, 4, 16, 14, 2, 17, 5, 12, 0, 3, 7, 8),$
$(17, 11, 10, 9, 3, 2, 18, 14, 15, 16, 1, 13, 12, 0, 19, 7, 5, 8, 4, 6),$
$(19, 12, 3, 17, 8, 10, 4, 1, 18, 9, 16, 5, 14, 0, 11, 2, 6, 13, 7, 15))$

LA28 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1223$

$\sigma = ((14, 10, 3, 13, 16, 0, 5, 4, 6, 19, 9, 1, 7, 15, 8, 17, 11, 18, 12, 2),$
$(7, 0, 17, 8, 9, 14, 1, 11, 3, 10, 2, 6, 16, 5, 19, 12, 18, 4, 15, 13),$
$(19, 9, 1, 11, 3, 4, 16, 18, 17, 14, 15, 5, 12, 2, 7, 13, 0, 6, 10, 8),$
$(14, 7, 1, 17, 15, 16, 3, 6, 2, 9, 12, 19, 13, 4, 18, 0, 8, 10, 5, 11),$
$(3, 13, 10, 0, 1, 18, 2, 15, 5, 8, 7, 6, 12, 11, 14, 9, 19, 16, 4, 17),$
$(3, 9, 19, 10, 7, 0, 13, 12, 18, 16, 15, 14, 5, 8, 1, 6, 4, 17, 11, 2),$
$(6, 11, 4, 17, 3, 9, 5, 14, 18, 10, 19, 8, 15, 16, 1, 7, 2, 13, 0, 12),$
$(9, 5, 2, 15, 1, 0, 12, 8, 16, 4, 10, 3, 13, 18, 19, 17, 11, 14, 7, 6),$
$(10, 0, 9, 14, 12, 11, 6, 1, 19, 16, 5, 18, 17, 4, 2, 8, 13, 7, 3, 15),$
$(14, 17, 5, 19, 13, 10, 0, 1, 11, 4, 16, 3, 9, 12, 15, 2, 6, 7, 8, 18))$

LA29 (20×10), $Cmax(\sigma) = 1200$

$\sigma = ((11, 2, 1, 0, 6, 4, 3, 18, 10, 15, 12, 19, 17, 5, 16, 7, 8, 13, 14, 9),$
$(6, 11, 8, 3, 9, 17, 18, 2, 10, 7, 14, 15, 12, 0, 13, 4, 5, 16, 1, 19),$
$(3, 8, 0, 15, 17, 2, 1, 10, 7, 11, 12, 13, 14, 19, 9, 4, 5, 18, 6, 16),$
$(2, 3, 17, 13, 11, 18, 1, 14, 15, 16, 0, 12, 9, 5, 6, 8, 4, 7, 19, 10),$
$(9, 18, 4, 3, 6, 12, 13, 2, 10, 11, 5, 1, 0, 15, 16, 7, 8, 14, 19, 17),$
$(13, 6, 11, 8, 18, 19, 0, 2, 1, 10, 14, 4, 3, 5, 12, 16, 17, 9, 15, 7),$
$(8, 12, 6, 4, 17, 3, 13, 5, 7, 11, 16, 14, 0, 10, 9, 1, 18, 19, 2, 15),$
$(4, 2, 9, 0, 15, 8, 18, 12, 5, 17, 7, 3, 14, 13, 16, 19, 11, 10, 1, 6),$
$(0, 5, 4, 6, 9, 8, 17, 12, 3, 13, 18, 14, 11, 10, 1, 7, 15, 19, 16, 2),$
$(2, 16, 18, 3, 10, 8, 13, 1, 11, 14, 0, 4, 12, 9, 5, 15, 17, 7, 19, 6))$

LA36 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1296$

$\sigma = ((5, 3, 10, 6, 14, 9, 4, 1, 0, 2, 7, 8, 11, 13, 12),\ (11, 8, 1, 7, 10, 0, 6, 14, 5, 4, 12, 13, 3, 2, 9),$
$(5, 11, 2, 7, 4, 0, 12, 8, 14, 13, 9, 3, 6, 10, 1),\ (12, 10, 0, 7, 11, 6, 5, 9, 1, 8, 2, 13, 4, 14, 3),$
$(7, 0, 1, 6, 9, 10, 4, 5, 11, 2, 3, 13, 12, 8, 14),\ (8, 3, 9, 12, 2, 13, 11, 6, 10, 1, 0, 7, 4, 14, 5),$
$(8, 0, 6, 3, 9, 11, 14, 4, 5, 1, 2, 7, 12, 13, 10),\ (10, 12, 13, 1, 7, 6, 9, 2, 14, 11, 4, 3, 0, 8, 5),$
$(6, 8, 14, 1, 9, 4, 7, 3, 11, 0, 10, 5, 2, 12, 13),\ (14, 13, 2, 7, 3, 9, 0, 11, 4, 10, 1, 5, 12, 8, 6),$
$(14, 4, 0, 8, 6, 10, 13, 11, 9, 12, 2, 7, 1, 3, 5),\ (1, 9, 14, 7, 12, 6, 4, 13, 3, 8, 11, 5, 2, 0, 10),$
$(6, 12, 10, 7, 1, 5, 2, 14, 3, 0, 9, 11, 8, 13, 4),\ (7, 12, 8, 5, 6, 3, 10, 2, 9, 14, 4, 11, 13, 1, 0),$
$(14, 0, 13, 1, 10, 4, 9, 5, 7, 8, 6, 12, 3, 11, 2))$

LA37 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1434$

$\sigma = ((8, 5, 3, 2, 1, 10, 14, 4, 6, 9, 12, 13, 7, 11, 0), (1, 9, 10, 11, 13, 12, 7, 8, 3, 4, 14, 5, 2, 0, 6),$
$(12, 6, 8, 3, 1, 0, 10, 5, 14, 11, 2, 7, 13, 4, 9), (3, 1, 14, 5, 9, 4, 12, 10, 0, 13, 6, 8, 7, 2, 11),$
$(6, 10, 3, 14, 5, 7, 8, 9, 4, 11, 2, 12, 1, 0, 13), (0, 8, 7, 5, 6, 12, 11, 10, 13, 1, 14, 9, 2, 4, 3),$
$(7, 0, 2, 5, 13, 8, 4, 11, 3, 1, 14, 12, 10, 9, 6), (5, 12, 1, 10, 3, 7, 8, 4, 9, 6, 14, 0, 13, 2, 11),$
$(2, 3, 4, 11, 1, 14, 6, 5, 12, 13, 8, 7, 9, 0, 10), (8, 6, 7, 4, 12, 14, 0, 2, 1, 9, 3, 13, 10, 11, 5),$
$(3, 11, 7, 14, 6, 2, 12, 8, 5, 9, 0, 13, 10, 4, 1), (8, 5, 9, 7, 13, 0, 14, 10, 3, 2, 11, 4, 12, 6, 1),$
$(3, 11, 10, 13, 8, 6, 2, 12, 5, 0, 7, 9, 14, 1, 4), (14, 5, 9, 6, 3, 7, 8, 12, 13, 10, 2, 11, 4, 0, 1),$
$(7, 6, 1, 12, 0, 9, 3, 5, 8, 11, 13, 2, 10, 4, 14))$

LA38 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1218$

$\sigma = ((0, 4, 6, 3, 1, 9, 14, 12, 7, 10, 2, 13, 8, 11, 5), (0, 9, 3, 13, 12, 14, 11, 1, 6, 5, 10, 2, 4, 8, 7),$
$(4, 8, 11, 12, 14, 13, 6, 9, 0, 3, 5, 2, 1, 10, 7), (14, 13, 2, 12, 6, 11, 0, 4, 5, 7, 3, 1, 10, 8, 9),$
$(13, 3, 2, 9, 0, 5, 12, 1, 10, 7, 11, 4, 14, 6, 8), (14, 11, 9, 13, 8, 7, 12, 6, 0, 5, 3, 4, 1, 2, 10),$
$(9, 5, 0, 14, 12, 2, 11, 8, 7, 3, 1, 10, 6, 13, 4), (6, 14, 7, 2, 3, 11, 9, 4, 8, 5, 0, 13, 10, 1, 12),$
$(8, 12, 3, 0, 13, 9, 6, 14, 2, 1, 11, 5, 4, 7, 10), (12, 8, 14, 4, 6, 3, 5, 1, 10, 2, 9, 0, 11, 13, 7),$
$(13, 10, 6, 14, 0, 4, 8, 9, 5, 2, 12, 1, 11, 7, 3), (5, 14, 3, 9, 13, 8, 6, 0, 7, 4, 2, 11, 10, 1, 12),$
$(0, 8, 2, 6, 1, 3, 10, 9, 11, 14, 12, 7, 13, 4, 5), (8, 6, 11, 2, 4, 12, 3, 14, 0, 13, 9, 7, 5, 10, 1),$
$(6, 3, 12, 11, 14, 0, 1, 7, 9, 2, 5, 4, 10, 13, 8))$

LA39 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1251$

$\sigma = ((2, 3, 12, 13, 8, 6, 14, 11, 10, 9, 1, 4, 0, 5, 7), (8, 10, 5, 14, 4, 2, 9, 11, 7, 1, 13, 0, 12, 3, 6),$
$(9, 8, 13, 3, 5, 0, 6, 11, 1, 4, 12, 2, 7, 14, 10), (10, 13, 2, 8, 14, 4, 0, 3, 1, 7, 9, 12, 5, 6, 11),$
$(8, 13, 12, 0, 5, 9, 7, 3, 10, 1, 2, 6, 11, 4, 14), (3, 9, 2, 5, 12, 11, 10, 8, 1, 7, 13, 6, 14, 0, 4),$
$(3, 10, 1, 7, 0, 6, 8, 9, 2, 11, 4, 14, 12, 13, 5), (12, 7, 0, 2, 14, 9, 3, 5, 10, 13, 6, 1, 11, 4, 8),$
$(10, 7, 8, 2, 5, 13, 6, 1, 0, 12, 4, 11, 14, 3, 9), (9, 6, 1, 7, 4, 5, 12, 10, 11, 13, 8, 2, 14, 0, 3),$
$(6, 0, 2, 7, 11, 9, 13, 1, 12, 14, 3, 8, 4, 10, 5), (5, 3, 6, 7, 11, 0, 1, 2, 10, 4, 8, 12, 13, 14, 9),$
$(4, 5, 3, 6, 13, 11, 10, 0, 12, 14, 8, 7, 1, 2, 9), (5, 6, 10, 9, 4, 0, 3, 12, 2, 1, 8, 13, 7, 14, 11),$
$(11, 0, 4, 7, 3, 2, 8, 10, 14, 12, 1, 6, 9, 5, 13))$

LA40 (15×15), $Cmax(\sigma) = 1245$

$\sigma = ((9, 12, 1, 10, 4, 7, 13, 6, 5, 8, 2, 3, 11, 0, 14), (3, 14, 5, 2, 1, 11, 13, 8, 12, 9, 4, 6, 0, 7, 10),$
$(10, 7, 0, 1, 5, 6, 3, 2, 4, 8, 13, 14, 9, 11, 12), (7, 8, 2, 11, 12, 6, 13, 14, 10, 0, 3, 1, 5, 4, 9),$
$(7, 3, 11, 0, 4, 9, 13, 1, 14, 10, 5, 8, 6, 12, 2), (4, 9, 7, 5, 2, 3, 8, 13, 10, 0, 14, 6, 12, 11, 1),$
$(3, 14, 8, 6, 2, 10, 12, 11, 5, 13, 9, 0, 4, 1, 7), (7, 3, 6, 9, 14, 2, 8, 5, 13, 4, 11, 0, 10, 12, 1),$
$(7, 8, 2, 14, 13, 4, 1, 11, 6, 0, 9, 3, 10, 12, 5), (6, 0, 11, 4, 8, 3, 1, 13, 10, 5, 14, 12, 9, 2, 7),$
$(11, 14, 0, 13, 3, 9, 2, 8, 5, 6, 12, 7, 1, 4, 10), (1, 7, 2, 3, 4, 14, 8, 11, 12, 5, 9, 6, 10, 0, 13),$
$(4, 2, 13, 0, 7, 14, 11, 9, 10, 6, 8, 1, 3, 5, 12), (12, 13, 4, 6, 5, 11, 14, 8, 7, 9, 3, 1, 10, 2, 0),$
$(2, 11, 3, 7, 6, 4, 8, 0, 1, 5, 12, 10, 13, 9, 14))$

SWV06 (20×15), $Cmax(\sigma) = 1821$

$\sigma = ((13, 18, 10, 8, 19, 11, 4, 15, 0, 1, 3, 2, 9, 5, 16, 7, 6, 14, 12, 17),$
$(0, 8, 2, 16, 13, 15, 1, 18, 5, 19, 4, 11, 14, 9, 10, 6, 12, 7, 3, 17),$
$(17, 1, 10, 5, 3, 13, 19, 0, 15, 18, 9, 8, 4, 6, 11, 2, 7, 16, 14, 12),$
$(4, 19, 3, 13, 18, 8, 10, 2, 12, 0, 15, 11, 5, 1, 6, 16, 9, 7, 17, 14),$
$(5, 16, 7, 15, 14, 13, 8, 11, 0, 2, 18, 10, 9, 17, 19, 1, 4, 6, 12, 3),$
$(15, 7, 13, 18, 3, 8, 0, 10, 4, 11, 2, 19, 9, 1, 6, 5, 16, 12, 14, 17),$
$(8, 11, 14, 13, 18, 2, 0, 15, 9, 10, 6, 19, 7, 1, 4, 16, 3, 5, 12, 17),$
$(13, 8, 0, 19, 15, 1, 16, 11, 5, 7, 14, 9, 6, 10, 18, 17, 12, 2, 4, 3),$
$(18, 0, 8, 10, 15, 11, 6, 19, 16, 9, 12, 3, 7, 14, 13, 17, 4, 5, 2, 1),$
$(13, 15, 11, 19, 8, 5, 4, 1, 7, 14, 0, 2, 16, 12, 6, 10, 9, 3, 18, 17),$
$(13, 0, 15, 8, 18, 2, 9, 4, 7, 16, 6, 10, 11, 12, 19, 17, 5, 3, 1, 14),$
$(13, 15, 18, 10, 4, 2, 19, 5, 8, 1, 16, 9, 0, 3, 6, 11, 14, 17, 12, 7),$
$(13, 15, 0, 2, 19, 18, 8, 6, 4, 16, 11, 3, 5, 14, 9, 12, 17, 1, 7, 10),$
$(13, 15, 8, 18, 19, 1, 0, 10, 14, 16, 7, 2, 11, 12, 5, 17, 3, 6, 4, 9),$
$(13, 8, 18, 11, 2, 4, 1, 10, 0, 12, 19, 3, 6, 15, 5, 7, 16, 14, 9, 17))$

YN1 (20×20), $Cmax(\sigma) = 904$

$\sigma = ((17, 8, 19, 14, 11, 2, 0, 1, 18, 15, 12, 9, 5, 16, 10, 4, 6, 3, 7, 13),$
$(18, 16, 7, 12, 11, 4, 17, 19, 2, 15, 1, 6, 13, 9, 0, 3, 8, 10, 5, 14),$
$(0, 5, 7, 12, 11, 1, 19, 6, 3, 8, 15, 4, 9, 13, 10, 18, 2, 17, 14, 16),$
$(3, 2, 14, 13, 6, 5, 10, 1, 0, 16, 19, 8, 11, 18, 17, 15, 9, 12, 4, 7),$

(3, 2, 0, 10, 17, 1, 18, 6, 4, 16, 9, 5, 11, 14, 15, 8, 7, 12, 13, 19),
(11, 6, 7, 1, 16, 4, 15, 14, 18, 17, 3, 8, 12, 2, 5, 0, 13, 19, 10, 9),
(7, 1, 3, 9, 10, 12, 16, 11, 13, 2, 5, 18, 6, 8, 14, 0, 17, 15, 19, 4),
(8, 9, 17, 7, 0, 4, 5, 15, 16, 3, 11, 13, 10, 2, 12, 14, 1, 6, 19, 18),
(1, 16, 8, 2, 11, 5, 19, 4, 14, 0, 15, 13, 7, 12, 3, 10, 6, 17, 18, 9),
(7, 6, 17, 18, 12, 4, 8, 9, 14, 11, 15, 3, 2, 13, 5, 19, 0, 16, 10, 1),
(3, 13, 19, 18, 1, 8, 16, 15, 6, 17, 2, 14, 9, 0, 7, 12, 4, 10, 5, 11),
(14, 0, 15, 16, 1, 4, 9, 12, 6, 13, 19, 2, 5, 17, 10, 8, 11, 18, 7, 3),
(8, 10, 16, 0, 6, 3, 7, 5, 12, 4, 19, 18, 1, 13, 2, 17, 9, 15, 14, 11),
(5, 17, 10, 19, 8, 0, 11, 12, 1, 7, 13, 2, 3, 14, 15, 18, 6, 4, 9, 16),
(16, 12, 19, 1, 13, 17, 2, 5, 4, 14, 3, 0, 11, 6, 8, 15, 9, 7, 18, 10),
(10, 9, 12, 13, 11, 3, 14, 0, 17, 15, 1, 4, 16, 8, 2, 6, 7, 19, 5, 18),
(13, 9, 14, 6, 10, 7, 17, 4, 19, 1, 18, 5, 2, 16, 12, 15, 3, 8, 0, 11),
(0, 10, 13, 2, 17, 14, 7, 9, 8, 16, 6, 1, 3, 19, 12, 4, 11, 18, 5, 15),
(10, 17, 6, 3, 11, 9, 13, 1, 8, 0, 2, 18, 16, 7, 19, 4, 14, 12, 15, 5),
(4, 14, 10, 1, 9, 12, 3, 5, 18, 11, 15, 7, 0, 19, 2, 13, 8, 17, 16, 6))

ภาคผนวก ค

รหัสต้นฉบับ

ในส่วนนี้จะแสดงรหัสต้นฉบับ (Source code) สำหรับโปรแกรมไพธอน (version 3.0) บนระบบการประมวลผลออนไลน์ [30] ซึ่งประกอบด้วย

- รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์
- รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki
- รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีที่ปรับปรุงขึ้น

โดยแต่ละรหัสต้นฉบับจะต้องป้อนข้อมูล (Input) ของปัญหามาตรฐานที่มีลักษณะ ดังนี้

```
# ตัวอย่าง LA01
N=10            # N คือจำนวนงานทั้งหมด
M= 5            # M คือจำนวนเครื่องจักรทั้งหมด

# ให้เมตริกซ์p แทนเวลาที่ใช้ทำงานโอเปอเรชัน
p = [[21, 53, 95,  55,  34],
    [21,  52,  16,  26,  71],
    [39,  98,  42, 31, 12],
    [77,  55,  79,  66,  77],
    [83,  34,  64,  19,  37],
    [54,  43,  79,  92,  62],
    [69,  77,  87,  87,  93],
    [38,  60,  41,  24,  83],
    [17,  49,  25,  44,  98],
    [77,  79,  43,  75,  96]]

# ให้เมตริกซ์m แทนเครื่องจักรที่ใช้ทำงานโอเปอเรชัน
m = [[1, 0, 4, 3, 2],
    [0, 3, 4, 2, 1 ],
    [3, 4, 1, 2, 0 ],
    [1, 0, 4, 2, 3 ],
    [0, 3, 2, 1, 4 ],
    [1, 2, 4, 0, 3 ],
    [3, 4, 1, 2, 0 ],
    [2, 0, 1, 3, 4 ],
    [3, 1, 4, 0, 2 ],
    [4, 3, 2, 1, 0 ]]
```

ค.1 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีจัดผังตารางแบบนอนดีเลย์

```
import time
t0 = time.time()

# กำหนด  sigma ( การจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร) โดยที่ sigma = [[]]*M
sigma = [[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]]

SUM = [0]*N

# MWR
for a  in range(N):
   SUM[a] = sum(p[a])

S = [0]*N
S1  = [-1]*M
Cj= [0]*N
Cm = [0]*M

for a  in range(M*N):
   SUMnon = [9999]*N        # กำหนด SUMnon = [ จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่]*N
   SUMspt = [0]*N
   prob = [-9999]*N         # กำหนด prob = [ จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่]*N
   maxmwr = 9000            # กำหนด maxmwr = จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่
   maxmwr1 = -9000          # กำหนด maxmwr = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่

   for j in range(N):
      if S[j] < M:

         # EST
         SUMnon[j] = max( Cj[j] , Cm[m[j][S[j]]] )

         # SPT
         SUMspt[j] = p[j][S[j]]

   for j in range(N):
      if S[j] < M:
         e1 = (SUM[j])
         e2 = (SUMspt[j])

         prob[j] = e1/e2         # ใช้ prob[j] = e1/e2 สำหรับเกณฑ์MWR/SPT
                                 # ใช้ prob[j] = e2 สำหรับเกณฑ์ MWR
                                 # ใช้ prob[j] = -e1 สำหรับเกณฑ์ MWR

   for j in range(N):
      if S[j] < M:
         if SUMnon[j] < maxmwr:
            maxmwr = SUMnon[j]

   for j in range(N):
      if S[j] < M:
         if SUMnon[j] == maxmwr:
            if prob[j] > maxmwr1:
               maxmwr1 = prob[j]
               job = j
```

```
55          P1 = p[job][S[job]]
56          M1 = m[job][S[job]]
57          Cj[job] = Cj[job] +P1
58          Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
59
60          if Cj[job] < Cm[M1 ]:
61              Cj[job] = Cm[M1 ]
62          else:
63              Cm[M1 ] = Cj[job]
64          S[job] = S[job] +1
65          SUM[job] = SUM[job] - P1
66          S1[M1] = S1[M1] + 1
67
68          sigma[M1].append(job)
69          a =a +1
70
71      best = max(Cm)
72
73      t1 = time.time()
74      print(best, sigma)              # แสดงค่าเมคสแปนและการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร
75      print(t1-t0)                     # แสดงเวลาของการประมวลผล
```

ค.2 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีของ Nowicki และ Smutnicki

```
import random
import time
import math

################################################
def findmaxCj(h, Cmax):
    t = N*M-1

    while h[t][1] != Cmax:
        t = t-1
    return h[t][2], h[t][3]

################################################
def XYsort(o1,o2):
    x = H[o1][2] #position
    y = H[o2][2]

    if x + 1 != y:
        SortNBH = []
        x = x + 1

        while x < y:
            SortNBH.append( [ h[x][0], x ] )
            x = x + 1

        SortNBH.sort()
        num1 = len(SortNBH) - 1
        Yj = H[o2][0]
        Xj = H[o1][0]

        while num1 >= 0:
            Yk = h[ SortNBH[num1][1] ][2]

            if Yj == Yk:
                SortNBH.insert( num1+1, [Yj,H[o2][2]])
                SortNBH.insert( num1+1, [Xj,H[o1][2]])
                swap = num1+1
                num1 = -1

            else:
                if num1 == 0 :
                    SortNBH.insert( 0, [Yj,H[o2][2]])
                    SortNBH.insert( 0, [Xj,H[o1][2]])
                    swap = 0

                num1 = num1 - 1

        NBH = []

        for i in range( len(SortNBH)):
            NBH.append(SortNBH[i][1])

```

```
53          else:
54              NBH = [ x,y ]
55              swap = 0
56
57          return NBH,swap
58
59      ################################################
60      def findRj(tabu3,MMM):
61          r0 = 0
62          rr = tabu3[0] - 1
63
64          if rr < 0:
65              r0 = 1
66              JJ = 0
67
68          else:
69              while r0 == 0:
70                  if h[rr][2] == MMM:
71                      JJ = h[rr][1]
72                      r0 = 1
73
74                  rr = rr - 1
75
76                  if rr < -1:
77                      JJ = 0
78                      r0 = 1
79
80          return JJ
81
82      ################################################
83      def findQj(tabu3,job):
84          r0 = 0
85          rr = N*M-1- (tabu3[3] +1)
86
87          if rr < 0:
88              r0 = 1
89              JJ = 0
90
91          else:
92              while r0 == 0:
93                  if q[rr][2] == job:
94                      JJ = q[rr][1]
95                      r0 = 1
96
97                  rr = rr - 1
98
99                  if rr < -1:
100                     JJ = 0
101                     r0 = 1
102
103         return JJ
104
105     ################################################
106     def findRm(tabu3,MMM):
107         r0 = 0
108         rr = tabu3[0] - 1
109
```

```
110         if rr < 0:
111             r0 = 1
112             JJ = 0
113 
114         else:
115             while r0 == 0:
116                 if h[rr][3] == MMM:
117                     JJ = h[rr][1]
118                     r0 = 1
119 
120                 rr = rr - 1
121 
122                 if rr < -1:
123                     JJ = 0
124                     r0 = 1
125 
126         return JJ
127 
128     ################################################
129     def findQm(tabu3,job):
130         r0 = 0
131         rr = N*M-1- (tabu3[3] +1)
132 
133         if rr < 0:
134             r0 = 1
135             JJ = 0
136 
137         else:
138             while r0 == 0:
139                 if q[rr][3] == job:
140                     JJ = q[rr][1]
141                     r0 = 1
142 
143                 rr = rr - 1
144 
145                 if rr < -1:
146                     JJ = 0
147                     r0 = 1
148 
149         return JJ
150 
151     ###########################################################################################
152     t0 = time.time()
153 
154     # กำหนด  sigma ( การจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร) โดยที่ sigma = [[]]*M
155     sigma = [[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]]
156 
157     # กำหนด  JOB โดยที่JOB = [[]]*N
158     JOB = [[], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [], [], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [],
            []]
159 
160     # กำหนด  MEC โดยที่MEC = [[]]*M
161     MEC = [[], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [], [], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [],
            []]
162 
163     # กำหนด MaxIter = จำนวนรอบทั้งหมดของการประมวลผล
164     MaxIter = 10000
```

```
165
166  # กำหนด LTL = ขนาดความยาวของรายการทาบู-1
167
168  NumNS = 0
169  Bina = 0
170  Iter = 0
171  TL = []
172  SUM = [0]*N
173
174  # MWR
175  for a  in range(N):
176      SUM[a] = sum(p[a])
177
178  S = [0]*N
179  S1  = [-1]*M
180  Cj= [0]*N
181  Cm = [0]*M
182  h = []
183
184  for a  in range(M*N):
185      SUMnon = [9999]*N        # กำหนด SUMnon = [ จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่]*N
186      SUMspt = [0]*N
187      prob = [-9999]*N         # กำหนด prob = [ จำนวนจริงลบขนาดใหญ่]*N
188      maxmwr = 9000            # กำหนด maxmwr = จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่
189      maxmwr1 = -9000          # กำหนด maxmwr1 = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่
190      Sm = [-9999]*M           # กำหนด Sm = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่
191      Sj = [-9999]*M           # กำหนด Sj = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่
192
193      for j in range(N):
194          if S[j] < M:
195
196              # EST
197              SUMnon[j] = max( Cj[j] , Cm[m[j][S[j]]] )
198
199              # SPT
200              SUMspt[j] = p[j][S[j]]
201
202      for j in range(N):
203          if S[j] < M:
204              e1 = (SUM[j])
205              e2 = (SUMspt[j])
206
207              prob[j] = e1/e2          # ใช้ prob[j] = e1/e2 สำหรับเกณฑ์MWR/SPT
208                                       # ใช้ prob[j] = e2 สำหรับเกณฑ์ MWR
209                                       # ใช้ prob[j] = -e1 สำหรับเกณฑ์ MWR
210
211      for j in range(N):
212          if S[j] < M:
213              if SUMnon[j] < maxmwr:
214                  maxmwr = SUMnon[j]
215
216      for j in range(N):
217          if S[j] < M:
218              if SUMnon[j] == maxmwr:
219                  if prob[j] > maxmwr1:
220                      maxmwr1 = prob[j]
221                      job = j
```

```
222
223         P1 = p[job][S[job]]
224         M1 = m[job][S[job]]
225         Cj[job] = Cj[job] +P1
226         Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
227
228         if Cj[job] < Cm[M1 ]:
229             Cj[job] = Cm[M1 ]
230         else:
231             Cm[M1 ] = Cj[job]
232
233         S[job] = S[job] +1
234         SUM[job] = SUM[job] - P1
235         S1[M1] = S1[M1] + 1
236
237         h.append([Cm[M1 ] -P1, Cm[M1], job, M1, a , P1, S[job] -1, S1[M1] ]) #S1[M1] , Cj, Cm , S[job]-1 , a - 1 , P1])
238         sigma[M1].append(job)
239         JOB[job].append( a )
240         MEC[M1].append( a )
241
242         a =a +1
243
244     CmaxCur = max(Cm)
245     best = max(Cj)
246
247     ################################################
248     q = []
249     a = N*M-1
250     Cj= [0]*N
251     Cm = [0]*M
252
253     for i in range(N*M):
254         x = h[a-i][2]
255         P1 = h[a-i][5]
256         M1 = h[a-i][3]
257         Cj[x] = Cj[x] +P1
258         Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
259
260         if Cj[x] < Cm[M1 ]:
261             Cj[x] = Cm[M1 ]
262         else:
263             Cm[M1 ] = Cj[x]
264
265         q.append([Cm[M1 ] -P1, Cm[M1], x, M1, a-i , P1])
266
267     ################################################
268     V = CmaxCur
269     JnM = findmaxCj(h, V)
270
271     t = N*M-1
272     Vjob = JnM[0]
273     Vmac = JnM[1]
274     H = []
275
276     while t> -1:
277         if h[t][1] == V :
278             if  h[t][3] == Vmac:
```

```
            V = h[t][0]
            Vjob = h[t][2]
            Vmac = h[t][3]
            H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ])

        elif h[t][2] == Vjob:
            V = h[t][0]
            Vjob = h[t][2]
            Vmac = h[t][3]
            H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ])


        else:
            O = 0

    t = t -1

################################################
x_=0
for i in range( len(H)):
    if H[i][1] != H[len(H)-1][1]:
        x_ = 1

tabu = []
tabu2 = []
tabu3 = []
tabu4 = []
tabu5 = []

if x_ == 1:
    j = H[0][1]
    o = 0

    while j == H[o][1] :
        o = o+1

        if o > 1:
            tabu3.append( [H[o-1][2], o-1, o-2, H[o-2][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([j, min(H[o-1][0], H[o-2][0]), max(H[o-1][0], H[o-2][0]) ])

        j_ = H[len(H)-1 ][1]
        o_ = len(H)

    while j_ == H[o_-1][1] :
        o_ = o_ - 1

    i = o
    while i < o_:
        i2 = i
        num = 0

        while H[i2][1] == H[i][1]:
            i = i +1
            num = num + 1

        if num > 2:
```

```
            tabu3.append( [H[i2+1][2], i2+1, i2, H[i2][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i2][0] , H[i2+1][0] ), max( H[i2][0] , H[i2+1][0] ) ])

            tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

        elif num == 2:
            tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

        else:
            y = 1

    if len(H) - o_ > 1:
        tabu3.append( [H[o_+1][2], o_+1, o_, H[o_][2] ])
        tabu4.append([])
        tabu5.append([])
        tabu.append([ j_, min(H[o_][0] , H[o_+1][0] ), max(H[o_][0] , H[o_+1][0] ) ])

##################################################
if len(tabu3) == 0:
    Iter = MaxIter
else :
    NumNS = NumNS + len(tabu3)

##################################################
while Iter < MaxIter:
    numNBH = len(tabu)

    for i in range(numNBH):
        X  = tabu3[i][0]
        XP = h[X][5]
        Y  = tabu3[i][3]
        YP = h[Y][5]
        XJ = h[X][2]
        XM = h[X][3]
        YJ = h[Y][2]
        YM = h[Y][3]
        Xj = h[X][6]
        Xm = h[X][7]
        Yj = h[Y][6]
        Ym = h[Y][7]

        if Xj > 0:
            XJB = h[ JOB[XJ][Xj-1] ][1]
        else:
            XJB = 0

        if Xm > 0:
            XMB = h[ MEC[XM][Xm-1] ][1]
        else:
```

```
            XMB = 0

        if Yj > 0:
            YJB = h[ JOB[YJ][Yj-1] ][1]
        else:
            YJB = 0

        if Yj < M - 1:
            YJA = q[N*M-1- JOB[YJ][Yj+1] ][1]
        else:
            YJA = 0

        if Ym < N - 1:
            YMA = q[N*M-1- MEC[YM][Ym+1] ][1]
        else:
            YMA = 0

        if Xj < M - 1:
            XJA =q[N*M-1- JOB[XJ][Xj+1] ][1]
        else:
            XJA = 0

        Tri = max(YJB,XMB)+YP
        term1 = Tri + YJA
        term2 = max(Tri,XJB) + XP + max(XJA,YMA)
        LB = max(term1,term2)

        if LB >= CmaxCur:
            tabu2.append(LB)
        else:
            RQ = [0]
            Rr = [0]
            Qq = [0]

            for i6 in range(N):
                if i6 != XJ:
                    i70 = 0
                    i71 = 0
                    i72 = len(JOB[i6]) - 1

                    if JOB[i6][i71] < X and X < JOB[i6][i72]:
                        while i70 != 1:
                            i73 =  math.floor( (i72 - i71)/2 )
                            i74 = i71 + i73

                            if JOB[i6][i74] < X and X < JOB[i6][i74+1]:
                                rj = h[ JOB[i6][i74] ][1]
                                qj = q[N*M-1- JOB[i6][i74+1] ][1]
                                RQ.append(rj+qj)
                                i70 = 1

                            else:
                                if  JOB[i6][i74+1] < X:
                                    i71 = i74
                                else:
                                    i72 = i74
```

```
450             for i6 in range(M):
451                 if i6 != XM:
452                     i70 = 0
453                     i71 = 0
454                     i72 = len(JOB[i6]) - 1
455 
456                     if JOB[i6][i71] < X and X < JOB[i6][i72]:
457                         while i70 != 1:
458                             i73 =  math.floor( (i72 - i71)/2 )
459                             i74 = i71 + i73
460 
461                             if JOB[i6][i74] < X and X < JOB[i6][i74+1]:
462                                 rj = h[ JOB[i6][i74] ][1]
463                                 qj = q[N*M-1- JOB[i6][i74+1] ][1]
464                                 RQ.append(rj+qj)
465                                 i70 = 1
466 
467                             else:
468                                 if JOB[i6][i74+1] < X:
469                                     i71 = i74
470                                 else:
471                                     i72 = i74
472 
473             for i6 in range(M):
474                 if i6 != XM:
475                     i70 = 0
476                     i71 = 0
477                     i72 = len(MEC[i6]) - 1
478 
479                     if MEC[i6][i71] < X and X < MEC[i6][i72]:
480                         while i70 != 1:
481                             i73 =  math.floor( (i72 - i71)/2 )
482                             i74 = i71 + i73
483 
484                             if MEC[i6][i74] < X and X < MEC[i6][i74+1]:
485                                 rj = h[ MEC[i6][i74] ][1]
486                                 qj = q[ N*M-1- MEC[i6][i74+1] ][1]
487                                 RQ.append(rj+qj)
488                                 RQ.append(rj+qj)
489                                 i70 = 1
490 
491                             else:
492                                 if MEC[i6][i74+1] < X:
493                                     i71 = i74
494                                 else:
495                                     i72 = i74
496 
497             for i6 in range(N):
498                 if JOB[i6][0] > X:
499                     qj = q[ N*M-1- JOB[i6][0] ][1]
500                     Qq.append(qj)
501 
502                 if JOB[i6][M-1] < X:
503                     rj = h[ JOB[i6][M-1] ][1]
504                     Rr.append(rj)
505 
506             MaxRQ = max(RQ)
```

```
507             MaxRr = max(Rr)
508             MaxQq = max(Qq)
509             CMAX = max( LB, int(MaxRQ) , int(MaxRr), int(MaxQq) )
510             tabu2.append(CMAX)
511
512     ################################################
513         if min(tabu2) < best:
514             best = min(tabu2)
515             Bina = 1
516             k = 0
517
518             while tabu2[k] != min(tabu2) :
519                 k = k+1
520
521             ind1 = k
522
523         else:
524             ta = [0]*len(tabu)
525
526             for k1 in range(len(tabu)):
527                 for k2 in range(len(TL)):
528                     if tabu[k1] == TL[k2]:
529                         ta[k1] = ta[k1] +1
530
531             ind = 9999
532             ind1 = 9999
533
534             if min(ta) == 0:
535                 for k5 in range(len(ta)):
536                     if ta[k5] == 0 :
537                         x = tabu2[k5]
538
539                         if x < ind:
540                             ind = x
541                             ind1 = k5
542
543             else:
544                 k = 0
545                 while tabu2[k] != min(tabu2) :
546                     k = k+1
547
548                 ind1 = k
549
550         if len(TL) < LTL :
551             TL.append(tabu[ind1])
552         else:
553             TL.append(tabu[ind1])
554             TL.remove(TL[0])
555         CmaxCur = tabu2[ind1]
556
557     ################################################
558         V1 = tabu3[ind1][1]
559         V2 = tabu3[ind1][2]
560         rs = XYsort(V1,V2)
561         Set = rs[0]
562         MaxSet = len(Set) -1
563         Par = rs[1]
```

```
564         x = tabu3[ind1][0]
565         y = tabu3[ind1][3]
566         h[x][7] = h[x][7] +1
567         h[y][7] = h[y][7] - 1
568
569         while MaxSet >= 0:
570             if MaxSet > Par + 1:
571                 h.insert( y + 1, h[ Set[MaxSet] ] )
572                 MaxSet = MaxSet - 1
573
574             elif MaxSet < Par :
575                 h.insert( y + 1, h[ Set[MaxSet] ] )
576                 MaxSet = MaxSet - 1
577
578             else:
579                 h.insert( y + 1, h[x] )
580                 h.insert( y + 1, h[y] )
581                 MaxSet = MaxSet - 2
582
583         for k in range( len(Set) ):
584             h.remove(h[y+1])
585
586         x = tabu3[ind1][0]
587         y = tabu3[ind1][3]
588
589         while x <= y :
590             i81 = h[x][6]
591             i82 = h[x][7]
592             i83 = h[x][2]
593             i84 = h[x][3]
594             JOB[i83][i81] = x
595             MEC[i84][i82] = x
596             x = x+1
597
598         if Bina == 1:
599             Bina = 0
600             sigma = [[], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [], [], [], [], [], [],[], [], [], [], []] #
                    กำหนดsigma ( การจัดลำดับการผลิตของแต่ละ
                    เครื่องจักร) โดยที่sigma = [[]]*M
601
602             for i in range(N*M):
603                 sigma[h[i][3]].append(h[i][2])
604
605     ################################################
606         XB = tabu3[ind1]
607         Cj = []
608
609         for i6 in range(N):
610             rj = findRj(XB,i6)
611             Cj.append(rj)
612
613         Cm = []
614
615         for j6 in range(M):
616             rm = findRm(XB,j6)
617             Cm.append(rm)
618
```

```
619         a = tabu3[ind1][0]
620
621         while a < N*M:
622             x = h[a][2]
623             P1 = h[a][5]
624             M1 = h[a][3]
625             Cj[x] = Cj[x] +P1
626             Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+
627
628             if Cj[x] < Cm[M1 ]:
629                 Cj[x] = Cm[M1 ]
630             else:
631                 Cm[M1 ] = Cj[x]
632
633             h[a][0] = Cm[M1 ] - P1
634             h[a][1] = Cm[M1 ]
635
636             if a <= tabu3[ind1][3]:
637                 h[a][4] = a
638
639             a = a + 1
640
641     ################################################
642         XB = tabu3[ind1]
643         Cj = []
644         for i6 in range(N):
645             qj = findQj(XB,i6)
646             Cj.append(qj)
647
648         Cm = []
649         for j6 in range(M):
650             qm = findQm(XB,j6)
651             Cm.append(qm)
652
653         a = N*M-1-(tabu3[ind1][3])
654         while a < N*M:
655             x = h[N*M-1-a][2]
656             P1 = h[N*M-1-a][5]
657             M1 = h[N*M-1-a][3]
658             Cj[x] = Cj[x] +P1
659             Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
660
661             if Cj[x] < Cm[M1 ]:
662                 Cj[x] = Cm[M1 ]
663             else:
664                 Cm[M1 ] = Cj[x]
665
666             q[a][0] = Cm[M1 ] - P1
667             q[a][1] = Cm[M1 ]
668
669             if N*M-1-a >= tabu3[ind1][0]:
670                 q[a][2] = x
671                 q[a][3] = M1
672                 q[a][4] = N*M-1-a
673                 q[a][5] = P1
674
675             a = a + 1
```

```
676
677         V = CmaxCur
678         JnM = findmaxCj(h, V)
679         t = N*M-1
680         Vjob = JnM[0]
681         Vmac = JnM[1]
682         H = []
683
684         while t> -1:
685             if h[t][1] == V :
686                 if  h[t][3] == Vmac:
687                     V = h[t][0]
688                     Vjob = h[t][2]
689                     Vmac = h[t][3]
690                     H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1
691
692                 elif h[t][2] == Vjob:
693                     V = h[t][0]
694                     Vjob = h[t][2]
695                     Vmac = h[t][3]
696                     H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1
697
698                 else:
699                     0 = 0
700             t = t -1
701
702     ################################################
703         NumNS = NumNS + len(tabu3)
704
705     ################################################
706         x_=0
707         for i in range( len(H)):
708             if H[i][1] != H[len(H)-1][1]:
709                 x_ = 1
710
711         tabu = []
712         tabu2 = []
713         tabu3 = []
714         tabu4 = []
715         tabu5 = []
716
717         if x_ ==1:
718             j = H[0][1]
719             o = 0
720
721             while j == H[o][1] :
722                 o = o+1
723
724             if o > 1:
725                 tabu3.append( [H[o-1][2], o-1, o-2, H[o-2][2] ])
726                 tabu4.append([])
727                 tabu5.append([])
728                 tabu.append([j, min(H[o-1][0], H[o-2][0]), max(H[o-1][0], H[o-2][0]) ])
729
730             j_ = H[len(H)-1 ][1]
731             o_ = len(H)
732
```

```
            while j_ == H[o_-1][1] :
                o_ = o_ - 1

            i = o
            while i < o_:
                i2 = i
                num = 0

                while H[i2][1] == H[i][1]:
                    i = i +1
                    num = num + 1

                if num > 2:
                    tabu3.append( [H[i2+1][2], i2+1, i2, H[i2][2] ])
                    tabu4.append([])
                    tabu5.append([])
                    tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i2][0] , H[i2+1][0] ), max( H[i2][0] , H[i2+1][0] ) ])

                    tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
                    tabu4.append([])
                    tabu5.append([])
                    tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

                elif num == 2:
                    tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
                    tabu4.append([])
                    tabu5.append([])
                    tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

                else:
                    y = 1

            if len(H) - o_ > 1:
                tabu3.append( [H[o_+1][2], o_+1, o_, H[o_][2] ])
                tabu4.append([])
                tabu5.append([])
                tabu.append([ j_, min(H[o_][0] , H[o_+1][0] ), max(H[o_][0] , H[o_+1][0] ) ])

        Iter = Iter + 1

        if len(tabu3) == 0:
            Iter = MaxIter

    t1 = time.time()

    print(best,sigma)               # แสดงค่าเมคสแปนและการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร
    print(NumNS)                    # แสดงผลรวมของผลเฉลย
    print(t1-t0)                    # แสดงเวลาของการประมวลผล
```

ค.3 รหัสต้นฉบับของขั้นตอนวิธีที่ใช้การหาค่าเมคสแปนด้วยวิธีที่ปรับปรุงขึ้น

```
import random
import time
import math

################################################
def findmaxCj(h, Cmax):
    t = N*M-1

    while h[t][1] != Cmax:
        t = t-1

    return h[t][2], h[t][3]

################################################
def XYsort(o1,o2):
    x = H[o1][2] #position
    y = H[o2][2]

    if x + 1 != y:
        SortNBH = []
        x = x + 1

    while x < y:
        SortNBH.append( [ h[x][0], x ] )
        x = x + 1

    SortNBH.sort()
    num1 = len(SortNBH) - 1
    Yj = H[o2][0]
    Xj = H[o1][0]

    while num1 >= 0:
        Yk = h[ SortNBH[num1][1] ][2]

        if Yj == Yk:
            SortNBH.insert( num1+1, [Yj,H[o2][2]])
            SortNBH.insert( num1+1, [Xj,H[o1][2]])
            swap = num1+1
            num1 = -1

        else:
            if num1 == 0 :
                SortNBH.insert( 0, [Yj,H[o2][2]])
                SortNBH.insert( 0, [Xj,H[o1][2]])
                swap = 0

            num1 = num1 - 1

    NBH = []

    for i in range( len(SortNBH)):
        NBH.append(SortNBH[i][1])

else:
```

```
55          NBH = [ x,y ]
56          swap = 0
57
58      return NBH,swap
59
60      ################################################
61      def findRj(tabu3,MMM):
62          r0 = 0
63          rr = tabu3[0] - 1
64
65          if rr < 0:
66              r0 = 1
67              JJ = 0
68
69          else:
70              while r0 == 0:
71                  if h[rr][2] == MMM:
72                      JJ = h[rr][1]
73                      r0 = 1
74
75                  rr = rr - 1
76
77                  if rr < -1:
78                      JJ = 0
79                      r0 = 1
80
81          return JJ
82
83      ################################################
84      def findRm(tabu3,MMM):
85          r0 = 0
86          rr = tabu3[0] - 1
87
88          if rr < 0:
89              r0 = 1
90              JJ = 0
91
92          else:
93              while r0 == 0:
94                  if h[rr][3] == MMM:
95                      JJ = h[rr][1]
96                      r0 = 1
97
98                  rr = rr - 1
99
100                 if rr < -1:
101                     JJ = 0
102                     r0 = 1
103
104         return JJ
105
106 ##########################################################################################################
107     t0 = time.time()
108
109     # กำหนด sigma ( การจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร) โดยที่ sigma = [[]]*M
110     sigma = [[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]]
111
```

```
# กำหนด MaxIter = จำนวนรอบทั้งหมดของการประมวลผล
MaxIter = 10000

# กำหนด LTL = ขนาดความยาวของรายการทาบู-1
LTL = 13

NumNS = 0
Bina = 0
Iter = 0
TL = []
SUM = [0]*N

# MWR
for a  in range(N):
    SUM[a] = sum(p[a])

S = [0]*N
S1  = [-1]*M
Cj= [0]*N
Cm = [0]*M
h = []

for a  in range(M*N):
    SUMnon = [9999]*N        # กำหนด SUMnon = [ จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่]*N
    SUMspt = [0]*N
    prob = [-9999]*N         # กำหนด prob = [ จำนวนจริงลบขนาดใหญ่]*N
    maxmwr = 9000            # กำหนด maxmwr = จำนวนจริงบวกขนาดใหญ่
    maxmwr1 = -9000          # กำหนด maxmwr1 = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่
    Sm = [-9999]*M           # กำหนด Sm = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่
    Sj = [-9999]*M           # กำหนด Sj = จำนวนจริงลบขนาดใหญ่

    for j in range(N):
        if S[j] < M:

            # EST
            SUMnon[j] = max( Cj[j] , Cm[m[j][S[j]]] )

            # SPT
            SUMspt[j] = p[j][S[j]]

    for j in range(N):
        if S[j] < M:
            e1 = (SUM[j])
            e2 = (SUMspt[j])

            prob[j] = e1/e2          # ใช้ prob[j] = e1/e2 สำหรับเกณฑ์MWR/SPT
                                     # ใช้ prob[j] = e2 สำหรับเกณฑ์ MWR
                                     # ใช้ prob[j] = -e1 สำหรับเกณฑ์ MWR

    for j in range(N):
        if S[j] < M:
            if SUMnon[j] < maxmwr:
                maxmwr = SUMnon[j]

    for j in range(N):
        if S[j] < M:
            if SUMnon[j] == maxmwr:
```

```
                if prob[j] > maxmwr1:
                    maxmwr1 = prob[j]
                    job = j

    P1 = p[job][S[job]]
    M1 = m[job][S[job]]
    Cj[job] = Cj[job] +P1
    Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1

    if Cj[job] < Cm[M1 ]:
        Cj[job] = Cm[M1 ]
    else:
        Cm[M1 ] = Cj[job]

    S[job] = S[job] +1
    SUM[job] = SUM[job] - P1
    S1[M1] = S1[M1] + 1

h.append([Cm[M1 ] -P1, Cm[M1], job, M1, a , P1, S[job] -1, S1[M1] ]) #S1[M1] , Cj, Cm , S[job]-1 , a - 1 , P1])
sigma[M1].append(job)

a =a +1

CmaxCur = max(Cm)
best = max(Cj)
V = CmaxCur
JnM = findmaxCj(h, V)
t = N*M-1
Vjob = JnM[0]
Vmac = JnM[1]
H = []

while t> -1:
    if h[t][1] == V :
        if  h[t][3] == Vmac:
            V = h[t][0]
            Vjob = h[t][2]
            Vmac = h[t][3]
            H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1

        elif h[t][2] == Vjob:
            V = h[t][0]
            Vjob = h[t][2]
            Vmac = h[t][3]
            H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1

        else:
            0 = 0

    t = t -1

x_=0

for i in range( len(H)):
    if H[i][1] != H[len(H)-1][1]:
        x_ = 1
```

```
tabu = []
tabu2 = []
tabu3 = []
tabu4 = []
tabu5 = []

if x_ ==1:
   j = H[0][1]
   o = 0

   while j == H[o][1] :
      o = o+1

   if o > 1:
      tabu3.append( [H[o-1][2], o-1, o-2, H[o-2][2] ])
      tabu4.append([])
      tabu5.append([])
      tabu.append([j, min(H[o-1][0], H[o-2][0]), max(H[o-1][0], H[o-2][0]) ])

   j_ = H[len(H)-1 ][1]
   o_ = len(H)

   while j_ == H[o_-1][1] :
      o_ = o_ - 1

   i = o
   while i < o_:
      i2 = i
      num = 0

      while H[i2][1] == H[i][1]:
         i = i +1
         num = num + 1

      if num > 2:
         tabu3.append( [H[i2+1][2], i2+1, i2, H[i2][2] ])
         tabu4.append([])
         tabu5.append([])
         tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i2][0] , H[i2+1][0] ), max( H[i2][0] , H[i2+1][0] ) ])

         tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
         tabu4.append([])
         tabu5.append([])
         tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

      elif num == 2:
        tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
        tabu4.append([])
        tabu5.append([])
        tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

      else:
         y = 1

   if len(H) - o_ > 1:
      tabu3.append( [H[o_+1][2], o_+1, o_, H[o_][2] ])
      tabu4.append([])
```

```
283             tabu5.append([])
284             tabu.append([ j_, min(H[o_][0] , H[o_+1][0] ), max(H[o_][0] , H[o_+1][0] ) ])
285
286     ################################################
287     NumNS = NumNS + len(tabu3)
288
289     if len(tabu3) == 0:
290         Iter = MaxIter
291     else :
292         NumNS = NumNS + len(tabu3)
293
294     ################################################
295     while Iter < MaxIter:
296         numNBH = len(tabu4)
297         a = 0
298         Cj= [0]*N
299         Cm = [0]*M
300
301         for i in range(numNBH):
302             c = tabu3[numNBH-i-1][0] #ตำแหน่ง x
303             cj= h[c][2]
304             cm = h[c][3]
305             hhh = tabu3[numNBH-i-1][3] #ตำแหน่ง y
306             hhhj= h[hhh][2]
307             hhhm = h[hhh][3]
308
309             while a < c:
310                 x = h[a][2]
311                 P1 = h[a][1]
312                 M1 = h[a][3]
313                 Cj[x] = P1
314                 Cm[M1 ] = P1
315                 a = a+1
316
317             modelJob = []
318             modelMac = []
319
320             for n1 in range(N):
321                 modelJob.append(Cj[n1])
322
323             for m1 in range(M):
324                 modelMac.append(Cm[m1])
325
326             tabu4[numNBH-1-i].append([modelJob, modelMac])
327             tabu5[numNBH-1-i].append(modelJob[cj])
328             tabu5[numNBH-1-i].append(modelMac[cm])
329
330             while a < hhh:
331                 x = h[a][2]
332                 P1 = h[a][1]###
333                 M1 = h[a][3]
334                 Cj[x] = P1
335                 Cm[M1 ] = P1
336                 a = a+1
337
338             tabu5[numNBH-1-i].append(Cj[hhhj])
339
```

```
340 ##############################################
341     numNBH = len(tabu4)
342     a = N*M-1
343     Cj= [0]*N
344     Cm = [0]*M
345     Ss = [0]*N
346     S  = [0]*M
347 
348     for i in range(numNBH):
349         c = tabu3[i][3] #ตำแหน่ง x
350         cj= h[c][2]
351         cm = h[c][3]
352         hhh = tabu3[i][0] #ตำแหน่ง y
353         hhhj= h[hhh][2]
354         hhhm = h[hhh][3]
355 
356         while a > c:
357             x = h[a][2]
358             P1 = h[a][5]
359             M1 = h[a][3]
360             Cj[x] = Cj[x] +P1
361             Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
362 
363             if  Cj[x] < Cm[M1 ]:
364                 Cj[x] = Cm[M1 ]
365             else:
366                 Cm[M1 ] = Cj[x]
367 
368             a = a-1
369 
370         tabu5[i].append(Cj[cj])
371         tabu5[i].append(Cm[cm])
372 
373         while a > hhh:
374             x = h[a][2]
375             P1 = h[a][5]
376             M1 = h[a][3]
377             Cj[x] = Cj[x] +P1
378             Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1
379 
380             if  Cj[x] < Cm[M1 ]:
381                 Cj[x] = Cm[M1 ]
382             else:
383                 Cm[M1 ] = Cj[x]
384 
385             a = a-1
386 
387         tabu5[i].append(Cj[hhhj])
388         modelJob = []
389         modelMac = []
390 
391         for n1 in range(N):
392             modelJob.append(Cj[n1])
393 
394         for m1 in range(M):
395             modelMac.append(Cm[m1])
396 
```

```
            tabu4[i].append([modelJob, modelMac])

        for i in range(numNBH):
            XJB = tabu5[i][0]
            XMB = tabu5[i][1]
            YJB = tabu5[i][2]
            YJA = tabu5[i][3]
            YMA = tabu5[i][4]
            XJA = tabu5[i][5]
            XP = h[ tabu3[i][0] ][5]
            YP = h[ tabu3[i][3] ][5]

            Tri = max(YJB,XMB)+YP
            term1 = Tri + YJA
            term2 = max(Tri,XJB) + XP + max(XJA,YMA)
            LB = max(term1,term2)

            if LB >= CmaxCur:
                tabu2.append(LB)
            else:
                M1 = h[ tabu3[i][0] ][3]
                M2 = h[ tabu3[i][0] ][2]
                RQJ = []

                for j in range(N):
                    if j != M2 :
                        RQJ.append( tabu4[i][0][0][j] + tabu4[i][1][0][j] )

                QRM = []
                for k in range(M):
                    if k != M1:
                        QRM.append( tabu4[i][0][1][k] + tabu4[i][1][1][k] )

                CJ = max( RQJ )
                CM = max( QRM)
                Cmax = max( LB, int(CJ) ,int(CM))
                tabu2.append(Cmax)

    ################################################
        if min(tabu2) < best:
            best = min(tabu2)
            Bina = 1
            k = 0

            while tabu2[k] != min(tabu2) :
                k = k+1

            ind1 = k

        else:
            ta = [0]*len(tabu)
            for k1 in range(len(tabu)):
                for k2 in range(len(TL)):
                    if tabu[k1] == TL[k2]:
                        ta[k1] = ta[k1] + 1

            ind = 9999
```

```
        ind1 = 9999
        if min(ta) == 0:
            for k5 in range(len(ta)):
                if ta[k5] == 0 :
                    x = tabu2[k5]

                    if x < ind:
                        ind = x
                        ind1 = k5

        else:
            k = 0

            while tabu2[k] != min(tabu2) :
                k = k+1

        ind1 = k

##################################################
if len(TL) < LTL :
    TL.append(tabu[ind1])
else:
    TL.append(tabu[ind1])
    TL.remove(TL[0])

CmaxCur = tabu2[ind1]

##################################################
    V1 = tabu3[ind1][1]
    V2 = tabu3[ind1][2]
    rs = XYsort(V1,V2)
    Set = rs[0]
    MaxSet = len(Set) -1
    Par = rs[1]
    x = tabu3[ind1][0]
    y = tabu3[ind1][3]

    while MaxSet >= 0:
        if MaxSet > Par + 1:
            h.insert( y + 1, h[ Set[MaxSet] ] )
            MaxSet = MaxSet - 1

        elif MaxSet < Par :
            h.insert( y + 1, h[ Set[MaxSet] ] )
            MaxSet = MaxSet - 1

        else:
            h.insert( y + 1, h[x] )
            h.insert( y + 1, h[y] )
            MaxSet = MaxSet - 2

    for k in range( len(Set) ):
        h.remove(h[y+1])

    if Bina == 1:
        Bina = 0
```

```
        sigma = [[], [], [], [], [],[], [], [], [], [],[], [], [], [], [], [], [], [], [],[], [], [], [], []] # กำหนดsigma ( การจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร) โดยที่sigma = [[]]*M

        for i in range(N*M):
            sigma[h[i][3]].append(h[i][2])

##################################################
    XB = tabu3[ind1]
    Cj = []

    for i6 in range(N):
        rj = findRj(XB,i6)
        Cj.append(rj)

    Cm = []

    for j6 in range(M):
        rm = findRm(XB,j6)
        Cm.append(rm)

    a = tabu3[ind1][0]

    while a < N*M:
        x = h[a][2]
        P1 = h[a][5]
        M1 = h[a][3]
        Cj[x] = Cj[x] +P1
        Cm[M1 ] = Cm[M1 ]+P1

        if Cj[x] < Cm[M1 ]:
            Cj[x] = Cm[M1 ]
        else:
            Cm[M1 ] = Cj[x]

        h[a][0] = Cm[M1 ] - P1
        h[a][1] = Cm[M1 ]

        if a <= tabu3[ind1][3]:
            h[a][4] = a

        a = a + 1

##################################################
    V = CmaxCur
    JnM = findmaxCj(h, V)
    t = N*M-1
    Vjob = JnM[0]
    Vmac = JnM[1]
    H = []

    while t> -1:
        if h[t][1] == V :
            if  h[t][3] == Vmac:
                V = h[t][0]
                Vjob = h[t][2]
                Vmac = h[t][3]
```

```
                H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1

            elif h[t][2] == Vjob:
                V = h[t][0]
                Vjob = h[t][2]
                Vmac = h[t][3]
                H.append([ h[t][2] ,h[t][3] , h[t][4] ]) # job, seq S1

            else:
                0 = 0

        t = t -1
##################################################
NumNS = NumNS + len(tabu3)

##################################################
    x_=0
    for i in range( len(H)):
        if H[i][1] != H[len(H)-1][1]:
            x_ = 1

    tabu = []
    tabu2 = []
    tabu3 = []
    tabu4 = []
    tabu5 = []

    if x_ ==1:
        j = H[0][1]
        o = 0

        while j == H[o][1] :
            o = o+1

        if o > 1:
            tabu3.append( [H[o-1][2], o-1, o-2, H[o-2][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([j, min(H[o-1][0], H[o-2][0]), max(H[o-1][0], H[o-2][0]) ])

        j_ = H[len(H)-1 ][1]
        o_ = len(H)

        while j_ == H[o_-1][1] :
            o_ = o_ - 1

        i = o
        while i < o_:
            i2 = i
            num = 0

            while H[i2][1] == H[i][1]:
                i = i +1
                num = num + 1

            if num > 2:
                tabu3.append( [H[i2+1][2], i2+1, i2, H[i2][2] ])
```

```
                tabu4.append([])
                tabu5.append([])
                tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i2][0] , H[i2+1][0] ), max( H[i2][0] , H[i2+1][0] ) ])

                tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
                tabu4.append([])
                tabu5.append([])
                tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

            elif num == 2:
                tabu3.append( [H[i-1][2], i-1, i-2, H[i-2][2] ])
                tabu4.append([])
                tabu5.append([])
                tabu.append([ H[i2][1] , min( H[i-1][0], H[i-2][0] ), max( H[i-1][0], H[i-2][0] )])

            else:
                y = 1

        if len(H) - o_ > 1:
            tabu3.append( [H[o_+1][2], o_+1, o_, H[o_][2] ])
            tabu4.append([])
            tabu5.append([])
            tabu.append([ j_, min(H[o_][0] , H[o_+1][0] ), max(H[o_][0] , H[o_+1][0] ) ])

    Iter = Iter + 1

    if len(tabu3) == 0:
        Iter = MaxIter

    t1 = time.time()

print(best,sigma)               # แสดงค่าเมคสแปนและการจัดลำดับการผลิตของแต่ละเครื่องจักร
print(NumNS)                    # แสดงผลรวมของผลเฉลย
print(t1-t0)                    # แสดงเวลาของการประมวลผล
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ-นามสกุล นายวันเฉลิม โฮชิน

วัน เดือน ปีเกิด 1 ธันวาคม พ.ศ. 2534

ภูมิลำเนา ยโสธร ประเทศไทย

ประวัติการศึกษา ปริญญาตรี วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยขอนแก่น พ.ศ. 2557

ผลงานตีพิมพ์

- V. Hochin, P. Thipwiwatpotjana, and T. Panitanarak, “Improving Makespan Calculation of Neighborhood Solution in Tabu Search Algorithm for Job Shop Scheduling Problem,” National Operations Research Network Conference 2018, (2018), 76-80.