

MODELING OF CAPILLARY RISE IN INCLINED ANNULAR GEOMETRY

Mr. Akekachai Nonpassopon

A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
The Petroleum and Petrochemical College, Chulalongkorn University
in Academic Partnership with
Case Western Reserve University, The University of Michigan,
The University of Oklahoma, and Institut Français du Pétrole
2004

ISBN 974-9651-04-9

I 21618707

Thesis Title: Modeling of Capillary Rise in Inclined Annular Geometry
By: Mr. Akekachai Nonpassopon
Program: Petroleum Technology
Thesis Advisors: Assoc. Prof. Chintana Saiwan
Dr. Kitipat Siemanond

Accepted by the Petroleum and Petrochemical College, Chulalongkorn University, in partial fulfilment of the requirements for the Degree of Master of Science.

K. Bunyakiat.
..... College Director
(Assoc. Prof. Kunchana Bunyakiat)

Thesis Committee:

Chintana Saiwan

.....
(Assoc. Prof. Chintana Saiwan)

Kitipat Siemanond.

.....
(Dr. Kitipat Siemanond)

Edgar A. O'Rear, III

.....
(Prof. Edgar A. O'Rear, III)

Pomthong Malakul

.....
(Asst. Prof. Pomthong Malakul)

Promoch Rangsunvigit

.....
(Asst. Prof. Promoch Rangsunvigit)

บทคัดย่อ

เอกชัย นนท์เกษ โสภณ: แบบจำลองการเคลื่อนที่ขึ้นของกะปิลาริภายในท่อเอียงสองชั้น (Modeling of Capillary Rise in Inclined Annular Geometry) อ. ที่ปรึกษา: รศ. ดร. จินตนา สายวรรณ ดร. กิติพัฒน์ สีมานนท์ และ ศ. เอกการ์ โอเรีย 57 หน้า ISBN 974-9651-04-9

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลองการเคลื่อนที่ขึ้นของกะปิลาริภายในท่อสองชั้นถูกสร้างขึ้นเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ขึ้นของกะปิลาริภายในภาชนะที่มีรูปทรงแบบท่อสองชั้นในตำแหน่งและทิศทางต่างๆ ได้แก่ ท่อสองชั้นซึ่งตั้งตรง ท่อเอียงสองชั้น และกรวยสองชั้น โดยอาศัยการประยุกต์ใช้สมการของยัง-ลาเปลซในการอธิบายความแตกต่างของความดัน ณ บริเวณพื้นผิวของของเหลว ซึ่งมีความสัมพันธ์กับรัศมีความโค้งของพื้นผิว ณ ตำแหน่งนั้น อีกทั้งความสูงสำหรับการเคลื่อนที่ขึ้นของกะปิลาริ นอกจากนั้นวิธีแบบจำลองเชิงตัวเลขหรือวิธีชูดึงถูกนำมาใช้ในการหาคำตอบของสมการยัง-ลาเปลซซึ่งแสดงในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ และการทำการทดลองของการเคลื่อนที่ขึ้นของกะปิลาริของน้ำภายในภาชนะรูปทรงแบบท่อสองชั้นกับมุมเอียง 30° , 45° และ 60° ของท่อสองชั้นกับแนวราบ ที่ความกว้างของช่องว่างระหว่างท่อชั้นในและท่อชั้นนอก 0.5 และ 1.5 มิลลิเมตร เพื่อที่จะรับรองผลที่ได้จากแบบจำลองที่สร้างขึ้น นอกจากนี้ผลที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลขได้นำไปเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์เชิงสมมูลแรง อย่างไรก็ตามการเปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลขและผลที่ได้จากการทดลองแสดงความคลาดเคลื่อนที่แน่นอน

ABSTRACT

4573001063: PETROLEUM TECHNOLOGY

Akekachai Nonpassopon: Modeling of Capillary Rise in Inclined Annular Geometry

Thesis Advisors: Assoc. Prof. Chintana Saiwan, Dr. Kitipat Siemanond, and Prof. Edgar A. O'Rear, III, 57 pp. ISBN 974-9651-04-9

Keywords: Annular Geometry / Capillary Rise / Numerical Simulation

Mathematical modeling and experiments of the capillary rise in annular geometry at various orientations were studied, i.e., vertical annular tube, inclined annular tube and annular cone. The Young-Laplace equation was applied to narrate the pressure difference across the liquid surface associated with the radii of curvature on such surface and capillary rise height. The numerical simulation technique called the shooting method was utilized to solve the Young-Laplace equation expressed in the form of an ordinary differential equation. The experiments of capillary rise in annular geometry were performed using water with the annular geometry of 30°, 45° and 60° inclined angles at the gap width of 0.5 and 1.5 mm to confirm the modeling results. The numerical results of the capillary rise in annular geometry were also compared with force-balance analysis. However the experimental results show a certain degree of errors.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author gratefully acknowledges Dr. Kitipat Siemanond his advisor, for several enlighten suggestions, discussions, and problem solving throughout the course of his work. He would like to thank Assoc. Prof. Chintana Saiwan for paying encouragement and useful recommendations throughout the course of his work as well as Prof. Edgar A. O'Rear III for being US advisor.

The author would like to express his sincere appreciation to Assist. Prof. Pomthong Malakul and Assist. Prof. Pramoch Rangsunvigit for kind advice and being on the thesis committee.

Special thanks go to all of the Petroleum and Petrochemical College's staff for their assistance throughout his work. Besides, this thesis work is partially funded by Postgraduate Education and Research Programs in Petroleum and Petrochemical Technology (PPT Consortium).

Finally, the author would like to take this opportunity to thank PPC Ph.D. students and all his PPC M.S.friends for their friendly assistance, cheerfulness, creative suggestions, and encouragement. The author had the most enjoyable time working with all of them. Also, the author is greatly indebted to his parents and his family for their support, love and understanding.

TABLE OF CONTENTS

| | PAGE |
|---|-------------|
| Title Page | i |
| Abstract (in English) | iii |
| Abstract (in Thai) | iv |
| Acknowledgements | v |
| Table of Contents | vi |
| List of Tables | viii |
| List of Figures | ix |
| CHAPTER | |
| I INTRODUCTION | 1 |
| II BACKGROUND AND LITERATURE SURVEY | 3 |
| 2.1 Crevice Corrosion | 3 |
| 2.2 Surface Tension | 4 |
| 2.3 The Work of Adhesion and Cohesion | 5 |
| 2.4 Capillary Rise in a Cylinder | 7 |
| 2.5 The Laplace Equation | 8 |
| 2.6 Numerical Solution of Differential Equations by Euler's Method | 11 |
| 2.7 Literature Survey | 11 |
| III MODELING | 13 |
| 3.1 The Vertical Annular Tube | 15 |
| 3.1.1 The Meniscus Shape with Hemispherical Shape | 15 |
| 3.1.2 The Meniscus Shape with Circular Shape of Capillary Tube | 18 |

| CHAPTER | PAGE |
|---|-------------|
| 3.2 Inclined Annular Tube | 20 |
| IV EXPERIMENTAL | 22 |
| 4.1 Materials and Equipments | 22 |
| 4.2 Experimental Conditions | 24 |
| 4.3 Methodology | 24 |
| V RESULTS AND DISCUSSION | 25 |
| 5.1 Vertical Annular Tube Alignment | 25 |
| 5.2 Inclined Annular Tube Alignment | 26 |
| 5.3 Annular Cone | 28 |
| VI CONCLUSIONS | 37 |
| REFERENCES | 38 |
| APPENDICES | 40 |
| Appendix A Numerical solution of differential equations by Euler's method | 40 |
| Appendix B Demonstration the pictures of water rise inside annular tube for experiments | 44 |
| Appendix C Mathematical calculation by using force-balance analysis | 46 |
| Appendix D Appearance of the radii of curvature on the curved surface under the water rising in annular tube | 50 |
| Appendix E Comparison of meniscus configuration from modeling and experiment | 52 |
| CURRICULUM VITAE | 57 |

LIST OF TABLES

| TABLE | PAGE |
|--|-------------|
| 4.1 The annular tube specifications | 22 |
| 4.2 The annular cone specifications | 23 |
| 5.1 Results of circular annulus surface analysis for vertical annular tube alignment | 26 |
| 5.2 Results of circular annulus surface analysis for inclined annular tube alignment | 27 |
| 5.3 Results of circular annulus surface analysis for annular cone | 29 |

LIST OF FIGURES

| FIGURE | PAGE | |
|--------|---|----|
| 2.1 | Crevice corrosion | 3 |
| 2.2 | Wire loop with a slide wire on which a liquid film can be formed and stretched by an applied force F | 4 |
| 2.3 | (a) The work of cohesion, $w_{AA} = 2\gamma_{\alpha v}$, in a liquid (b) The work of adhesion, $w_{AB} = \gamma_{\alpha v} + \gamma_{\beta v} - \gamma_{\alpha\beta}$, to separate the unit area of the interface into two liquid-air interfaces | 6 |
| 2.4 | Contact angle on a solid surface | 6 |
| 2.5 | A schematic diagram of capillary rise | 7 |
| 2.6 | Definition of coordinates describing the displacement of an element of curved surface ABCD to A'B'C'D' | 8 |
| 3.1 | Capillary rise in an annular tube with vertical orientation | 13 |
| 3.2 | Pressure difference across a curved surface | 16 |
| 3.3 | The meniscus in inclined annular tube illustration | 20 |
| 3.4 | The schematic diagram of meniscus curve deliberation | 21 |
| 4.1 | The annular tube composition | 22 |
| 4.2 | The schematic diagram and the composition of annular cone | 23 |
| 4.3 | Experimental set up for a capillary rise in an annular tube | 24 |
| 5.1 | Enlarged diagram of the surface tension force pulling water in the vertical direction in inclined annular tube | 28 |
| 5.2 | Meniscus shapes in the vertical annular tube with circular annulus surface analysis | 30 |
| 5.3 | Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at Inner/outer tube of 7/10 mm with 30° inclination by circular annulus surface analysis | 31 |

| FIGURE | PAGE |
|---|-------------|
| 5.4 Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at inner/outer tube of 7/10 mm with 45° inclination by circular annulus surface analysis | 31 |
| 5.5 Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at inner/outer tube of 7/10 mm with 60° inclination by circular annulus surface analysis | 32 |
| 5.6 Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at Inner/outer tube of 10/15 and 15/20 mm with 30° inclination by circular annulus surface analysis | 32 |
| 5.7 Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at Inner/outer tube of 10/15 and 15/20 mm with 45° inclination by circular annulus surface analysis | 33 |
| 5.8 Meniscus shape predicted in the inclined annular tube at Inner/outer tube of 10/15 and 15/20 mm with 60° inclination by circular annulus surface analysis | 33 |
| 5.9 Meniscus shape predicted in annular cone at gap width 3.0 mm with 45° opening angle by circular annulus surface analysis | 34 |